

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES**



Efecto de la iliquidez en la toma de decisiones para la gestión de portafolios de las AFPs en el Perú

Tesis para obtener el título profesional de Licenciado en Finanzas presentado por:

Herrera Muñoz, Elias Leonardo
Lazo Sánchez, Sebastian

Asesor(es):
Villavicencio Vasquez, Julio Alberto


Lima, 2025

Informe de Similitud

Yo, Villavicencio Vasquez, Julio Alberto, docente de la Facultad de Ciencias Sociales de la Pontificia Universidad Católica del Perú, asesor(a) de la tesis/el trabajo de investigaciónEfecto de la iliquidez en la toma de decisiones para la gestión de portafolios de las AFPs en el Perú del/de la autor (a)/ de los(as) autores(as) Lazo Sanchez, Sebastian y Herrera Muñoz, Elías Leonardo dejo constancia de lo siguiente:

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 9%. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software *Turnitin* el 17/02/26.
- He revisado con detalle dicho reporte y la Tesis o Trabajo de Suficiencia Profesional, y no se advierte indicios de plagio.
- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lugar y fecha: Lima, 20 de febrero del 2026

Apellidos y nombres del asesor / de la asesora: <u>Villavicencio Vasquez, Julio Alberto</u>	
DNI: 40124748	Firma 
ORCID: 0000-0002-0357-3475	

Dedicatoria

Elias Herrera:

Dedico este trabajo de licenciatura, en primer lugar, a Dios, por acompañarme y sostenerme en cada momento de mi vida.

A mi familia, que siempre estuvo a mi lado: a mi papa Moises que fortaleció mi espíritu en cada llamada, a mi mamá Adita que hizo un sacrificio enorme para poder darme educación, a mi hermano Hernán quien fue el que tuvo confianza en mi para poder estudiar en la PUCP, a mi hermano Andy quien me acompañó buena parte de la carrera y aligeró la carga de la soledad. Finalmente agradecer a Luz y Aleynita que fueron mi principal motivación a finales de la carrera y mi razón de crecer para apoyarlas en lo que necesiten.



Agradecimientos

El trabajo de investigación fue gracias al acompañamiento de nuestro asesor Julio Villavicencio, quien nos motivó a ahondar en un tema fundamental y debatible dentro del sector financiero.

Agradecemos también a nuestros compañeros de clase y promoción —Isait, Alvaro, Miguel, Maria, Diego y Franco— con quienes compartimos valiosos espacios de discusión académica que contribuyeron significativamente a la formación de nuestro perfil profesional.



Resumen

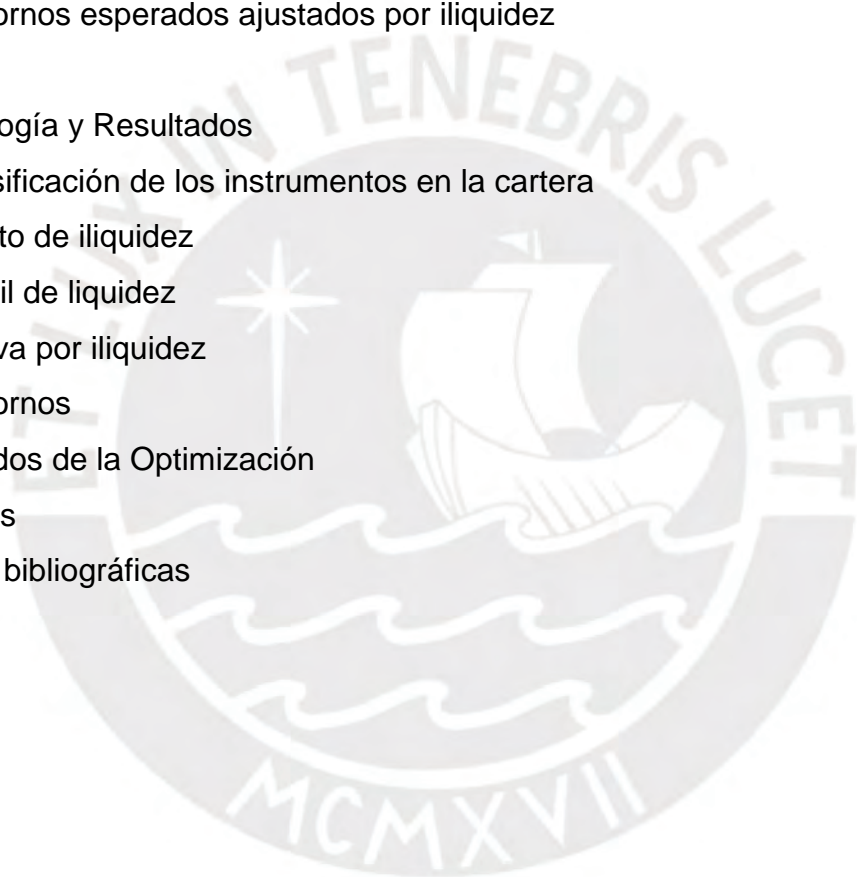
Los modelos tradicionales de optimización de cartera asumen que los activos pueden comprarse y venderse libremente, sin costos ni restricciones. Sin embargo, en mercados con baja liquidez, esta premisa resulta inexacta. En el contexto peruano, el aumento sostenido de retiros anticipados en las AFPs ha agudizado los desafíos de gestión de activos, pues las carteras cuentan con activos altamente ilíquidos como las acciones locales, o activos alternativos que no pueden ser liquidados en el corto plazo. Ante esta situación, este estudio plantea un modelo de gestión de activos con penalización por iliquidez planteado por Hayes, Primbs y Chiquone (2015) modificado para incorporación de retornos de equilibrio. Utilizando las carteras de AFPs entre enero 2018 y octubre 2023, los resultados no solo muestran una mejora en la eficiencia de las carteras ajustadas por liquidez, sino que también evidencian cómo ignorar este factor puede llevar a subestimar los riesgos reales de desinversión en contextos de presión de liquidez. Así, el modelo propuesto aporta una herramienta crítica para una gestión más realista y resiliente del portafolio en un contexto de activos ilíquidos, con implicancias relevantes para la sostenibilidad del sistema de pensiones.

Palabras claves: iliquidez, costo de transacción, costo de iliquidez, optimización, retornos.



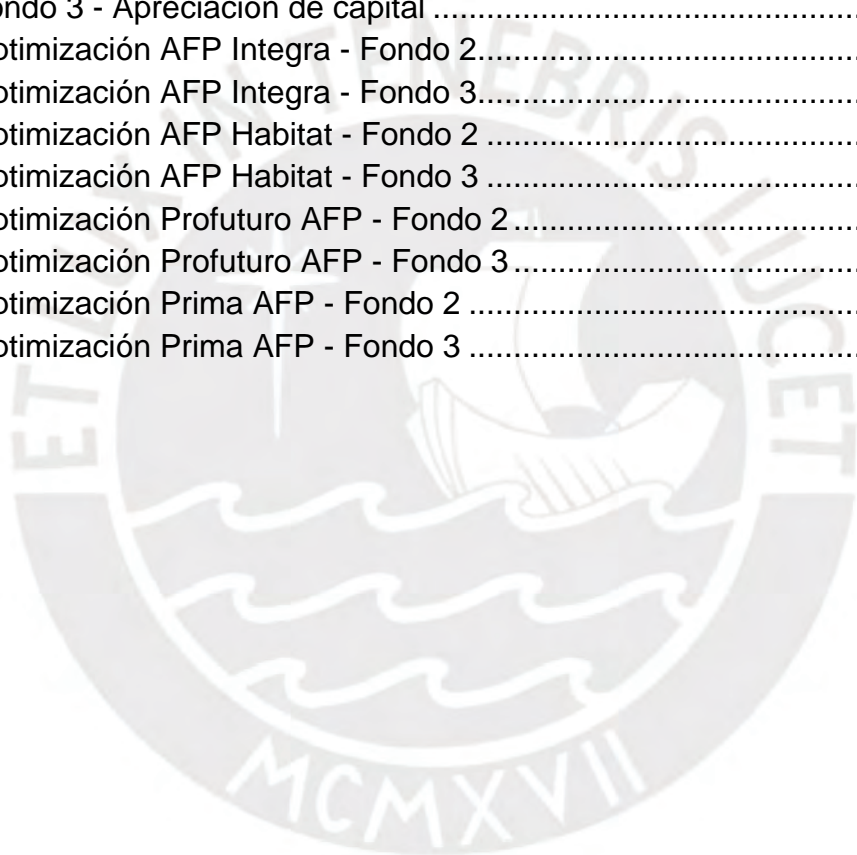
Índice

Introducción	1
1. Revisión de la Literatura	8
2. Pregunta e Hipótesis	15
3. Modelo Propuesto	16
3.1 Descripción del modelo base	17
3.2 Perfil de Iliquidez	17
3.3 Curva de penalización marginal por iliquidez	19
3.4 Modificación del modelo de media-varianza	20
3.5 Retornos esperados ajustados por iliquidez	21
4. Data	23
5. Metodología y Resultados	24
5.1 Clasificación de los instrumentos en la cartera	24
5.2 Costo de iliquidez	25
5.3 Perfil de liquidez	26
5.4 Curva por iliquidez	28
5.5 Retornos	28
6. Resultados de la Optimización	29
Conclusiones	35
Referencias bibliográficas	36
Anexos	38



Índice de tablas

Tabla 1: Proyectos de ley aprobados por el Congreso	2
Tabla 2: Proyectos de ley previos.....	5
Tabla 3: Asignación de puntaje de iliquidez según Time to Liquidity.....	19
Tabla 4: Asset Class - Sub Asset Class	23
Tabla 5: Clases de Activos y ETF asociado	24
Tabla 6: Perfil de liquidez promedio por Asset Class	27
Tabla 7: Perfil de liquidez promedio por Sub Asset Class	27
Tabla 8: Límites regulatorios	29
Tabla 9: Fondo 1 - Preservación de Capital	30
Tabla 10: Fondo 2 - Balanceado o mixto.....	31
Tabla 11: Fondo 3 - Apreciación de capital	32
Tabla 12: Optimización AFP Integra - Fondo 2.....	41
Tabla 13: Optimización AFP Integra - Fondo 3.....	41
Tabla 14: Optimización AFP Habitat - Fondo 2	42
Tabla 15: Optimización AFP Habitat - Fondo 3	42
Tabla 16: Optimización Profuturo AFP - Fondo 2.....	43
Tabla 17: Optimización Profuturo AFP - Fondo 3.....	43
Tabla 18: Optimización Prima AFP - Fondo 2	44
Tabla 19: Optimización Prima AFP - Fondo 3	44



Índice de gráficos

Gráfico 1: Saldo administrado por el SPP (S/. Miles de millones)	2
Gráfico 2: Retiros por Decreto o Ley (S/. Miles de millones)	3
Gráfico 3: Comparación de la estructura de los fondos de pensiones	4
Gráfico 4: Evolución de la rentabilidad simulada vs la rentabilidad real del Fondo 2 .	4
Gráfico 5: Rotación de Acciones 2007 - 2025	7
Gráfico 6: Retorno histórico vs retorno estimado Habitat Fondo 2	25
Gráfico 7: Precio vs NAV en USD de iShares Global Infraestructure ETF	26
Gráfico 8: Curva de penalidad marginal de iliquidez para los fondos de AFP Integra	28
Gráfico 9: Frontera eficiente ajustada por liquidez para AFP Integra	33
Gráfico 10: Curva de retornos ajustados por iliquidez para Prima AFP fondo 2.....	38
Gráfico 11: Curva de retornos ajustados por iliquidez para Prima AFP fondo 3.....	38
Gráfico 12: Curva para retornos ajustados por iliquidez para Profuturo AFP fondo 2	38
Gráfico 13: Curva para retornos ajustados por iliquidez para Profuturo AFP fondo 3	39
Gráfico 14: Curva para retornos ajustados por iliquidez para AFP Habitat fondo 2...39	
Gráfico 15: Curva para retornos ajustados por iliquidez para AFP Habitat fondo 3...39	
Gráfico 16: Curva para retornos ajustados por iliquidez para AFP Integra fondo 2...40	
Gráfico 17: Curva para retornos ajustados por iliquidez para AFP Integra fondo 3...40	
Gráfico 18: Retornos históricos vs estimados – AFP Habitat fondo 1	45
Gráfico 19: Retornos históricos vs estimados – AFP Habitat fondo 2	45
Gráfico 20: Retornos históricos vs estimados – AFP Habitat fondo 3	46
Gráfico 21: Retornos históricos vs estimados – Prima AFP fondo 1	46
Gráfico 22: Retornos históricos vs estimados – Prima AFP fondo 2	47
Gráfico 23: Retornos históricos vs estimados – Prima AFP fondo 3	47
Gráfico 24: Retornos históricos vs estimados – Profuturo AFP fondo 1	48
Gráfico 25: Retornos históricos vs estimados – Profuturo AFP fondo 2	48
Gráfico 26: Retornos históricos vs estimados – Profuturo AFP fondo 3	49
Gráfico 27: Retornos históricos vs estimados – AFP Integra fondo 1.....	49
Gráfico 28: Retornos históricos vs estimados – AFP Integra fondo 2.....	50
Gráfico 29: Retornos históricos vs estimados – AFP Integra fondo 3.....	50

Introducción

En un contexto de creciente incertidumbre financiera y presión sobre los sistemas previsionales, es inevitable preguntarse: ¿qué tan preparados están los fondos de pensiones para enfrentar una crisis de liquidez? Las inversiones en instrumentos de baja liquidez, conocidos como instrumentos alternativos, desempeñan un papel crucial en los fondos de pensiones. Según la encuesta “Survey of Institutional Investors and Management Decisions on Illiquid Assets” (2021), los siete fondos de pensiones más grandes del mundo incrementaron su posición en instrumentos ilíquidos del 4% del total del fondo en 1997 al 25% en 2017. Estas inversiones han demostrado aportar beneficios significativos a los fondos, tales como la prima por liquidez, que se refiere al rendimiento adicional que los inversores pueden obtener al asumir el riesgo asociado con la falta de liquidez, y la diversificación del portafolio.

Sin embargo, es esencial considerar los riesgos que conllevan. Como advirtieron Diamond y Rajan (2011), la inversión en este tipo de instrumentos puede resultar en riesgos significativos, especialmente si el fondo se enfrenta a una venta forzosa debido a un choque de liquidez, lo que podría traducirse en pérdidas considerables. La literatura teórica de elección de cartera sugiere que los inversionistas deben adoptar un enfoque cauteloso. De acuerdo con Ang, Papanikolau y Westerfield (2014), se recomienda que los inversionistas reduzcan sus posiciones en activos ilíquidos para evitar situaciones de estrés de liquidez, entendiendo a este como la incapacidad de garantizar el pago de pensiones. Esta precaución en la gestión de activos ilíquidos es esencial para garantizar la estabilidad y seguridad a largo plazo de los fondos de pensiones.

Tabla 1

Proyectos de ley aprobados por el Congreso

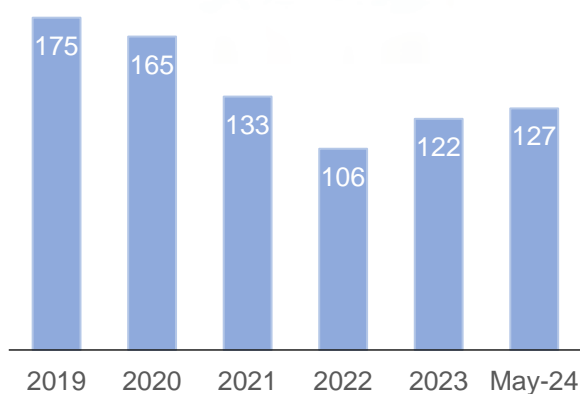
Fecha	Decreto / Ley	Propuesta (UITs)	Monto aproximado
1 de abril del 2020	DU N° 034-2020	-	S/ 2,000.00
6 de abril del 2020	Ley N° 31017	3 UIT	S/ 13,000.00
13 de abril del 2020	DU N° 038-2020	-	S/ 2,000.00
18 de noviembre del 2020	Ley N° 31068	4 UIT	S/ 19,800.00
6 de mayo del 2021	Ley N° 31192	4 UIT	S/ 19,800.00
8 de diciembre del 2023	Ley N° 31220	5 UIT	S/ 24,750.00
18 de abril de 2024	Ley N° 32002	4 UIT	S/ 20,600.00

Fuente: Elaboración propia

La implementación de retiros anticipados del Sistema Privado de Pensiones, en adelante SPP, por parte del Ejecutivo y el Congreso ha generado un impacto negativo en el panorama financiero de los fondos de pensiones. Esto se refleja en una caída del portafolio del SPP casi de casi 35% al 2023 respecto a niveles prepandemia (2019).

Gráfico 1

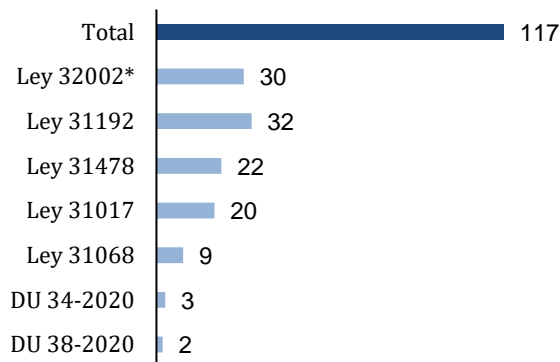
Saldo administrado por el SPP (S/. Miles de millones)



Fuente: SBS - Elaboración propia

Gráfico 2

Retiros por Decreto o Ley (S/. Miles de millones)



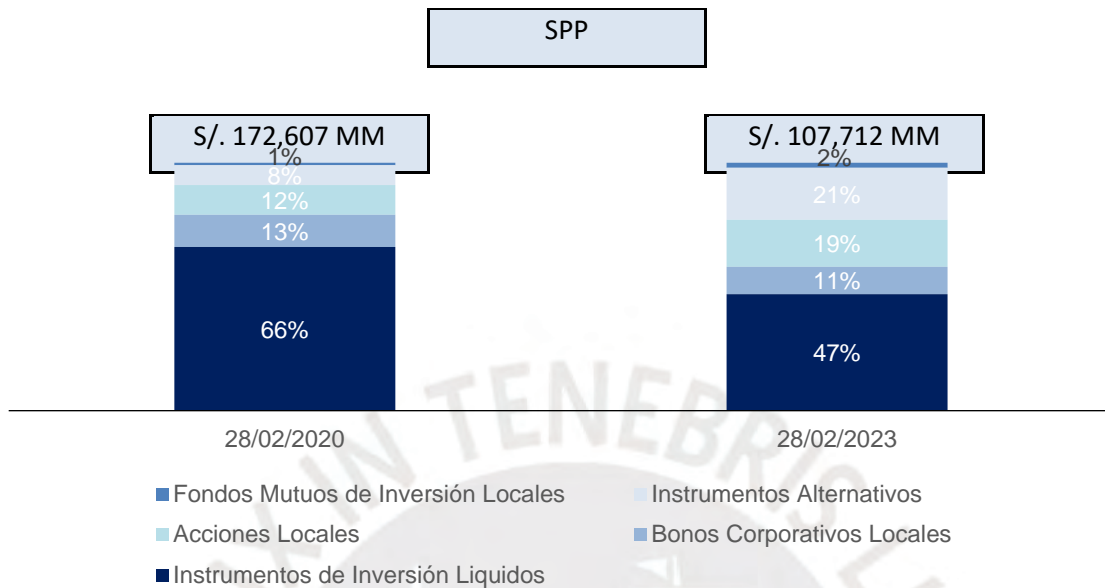
Fuente: SBS - Elaboración propia

Si bien es cierto que las políticas de retiros anticipados buscan aliviar las presiones económicas de los afiliados en momentos de crisis, es necesario destacar que estas medidas han ocasionado una marcada disminución en el tamaño de los portafolios gestionados por las AFPs (ver Gráficos 1 y 2). Según la Superintendencia de Banca, Seguros y AFPs (2023), la necesidad de cubrir las demandas de efectivo derivadas de estas medidas previsoras ha llevado a la venta de las inversiones más líquidas de los fondos, como las inversiones en el exterior y los bonos soberanos.

Este ajuste estratégico ha generado un cambio estructural en los portafolios de las AFPs, desviándose de sus objetivos originales de largo plazo y dando lugar a costos significativos asociados con el rebalanceo de las carteras. Es relevante señalar que, para financiar los retiros, se han incrementado las posiciones en inversiones menos líquidas, como los activos alternativos y locales, lo que ha resultado en excesos en los límites de inversión establecidos por la regulación. En consecuencia, los fondos han experimentado un nivel de riesgo superior al definido por la normativa vigente (ver gráfico 3).

Gráfico 3

Comparación de la estructura de los fondos de pensiones

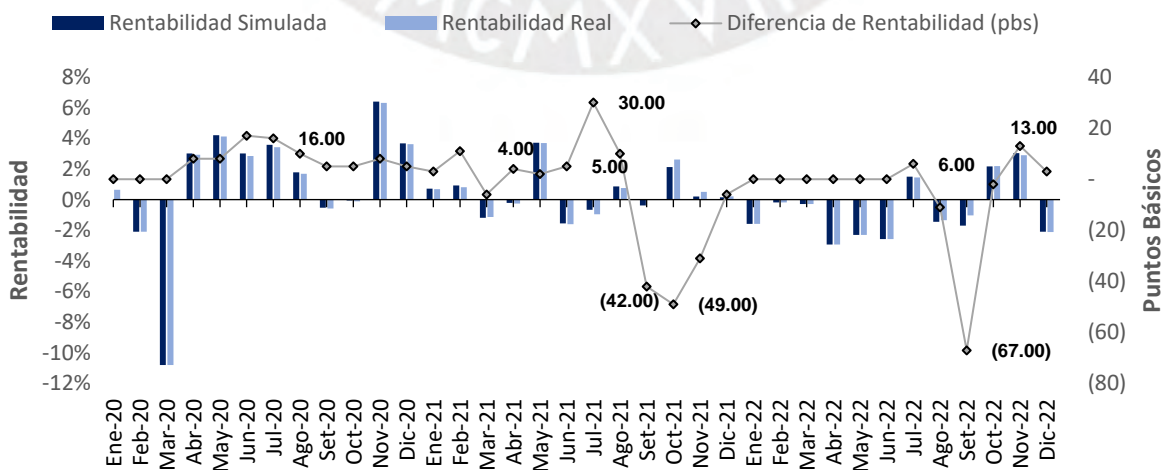


Fuente: SBS - Elaboración propia

La Superintendencia de Banca, Seguros y AFP (2022), para medir el impacto de las ventas anticipadas en la rentabilidad del Fondo 2 debido a las leyes mencionadas, realizó una simulación de composición y rentabilidad del portafolio considerando el escenario en el que las ventas en las diferentes clases de activos no se hubieran dado para cubrir los retiros.

Gráfico 4

Evolución de la rentabilidad simulada vs rentabilidad real del Fondo 2



Fuente: SBS - Elaboración propia

Según el gráfico 4, la rentabilidad simulada fue mayor que la rentabilidad obtenida durante varios periodos. La diferencia más notable se visualiza en los meses julio 2020; abril, junio, julio y agosto del 2021; y julio y diciembre del 2022. Estos meses coinciden con los meses en los que se registró mayor requerimiento de retiro de fondos. Esto nos indica que los retiros anticipados sí ocasionaron impactos negativos a la rentabilidad real de los portafolios de inversión.

A la fecha de abril 2024, el Congreso aprobó la ley N° 32002, esta faculta a los aportantes el retiro parcial o completo de sus fondos previsionales para la jubilación hasta por un máximo de 4 UIT (S/ 20,600.00).

El siguiente gráfico presenta los proyectos de ley presentados por diferentes bancadas del Congreso de la República previas a la aprobación del retiro de los fondos de pensión.

Tabla 2

Proyectos de ley previos

Nombre	Partido Político	Propuesta sobre retiro anticipado	Monto aproximado
Dina Calle	Podemos Perú	Hasta 4 UIT	S/ 19,800.00
Víctor Cutipa	Perú Bicentenario	Hasta 3 UIT	S/ 14,850.00
Elías Avalos	Podemos Perú	50% de Fondos	-
Américo Gonza	Perú Libre	70% de Fondos	-
Patricia Juárez	Fuerza Popular	50% de Fondos	-
Víctor Flores	Fuerza Popular	3 UIT	S/ 14,850.00
Jaime Quito	Perú Libre	5 UIT	S/ 24,750.00
Guido Bellido	Perú Bicentenario	4 UIT	S/ 19,800.00
Melissa Córdova	Avanza País	25% de Fondos	-
Ilich López	Acción Popular	100% de Fondos ¹	-
José Luna	Podemos Perú	4 UITs	S/ 19,800.00

Fuente: Elaboración propia

Como principal consecuencia de esta ley, se podría generar que 5.76 millones de afiliados retiren todo el ahorro jubilatorio de sus cuentas, con lo que el número total de afiliados activos sin fondos de pensiones (saldo cero en su CIC) alcanzaría los 8.1 millones, esto es un 89% de los afiliados a junio del 2023. Finalmente, solo el 11% de

los afiliados (985 mil afiliados) tendría ahorros previsionales para afrontar la vejez (Boletín mensual N° 38 SBS).

En el contexto peruano actual, las AFPs siguen inmersas en un escenario de incertidumbre respecto a posibles retiros, lo que subraya la importancia de considerar el nivel de liquidez necesario en el portafolio de inversiones. Este enfoque es esencial para cumplir con las obligaciones normativas, que incluyen los retiros establecidos por norma, como el retiro del 95.5% al momento de la jubilación y el retiro del 25% para la adquisición del primer inmueble, así como para garantizar el sostenimiento de las pensiones de los jubilados.

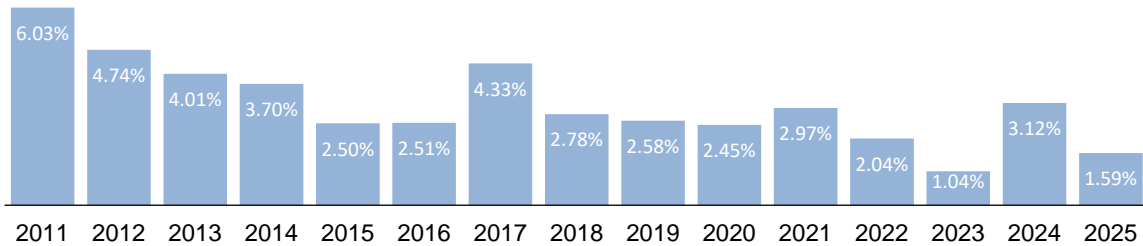
Es crucial tener en cuenta la posibilidad de futuros retiros anticipados, lo que añade un componente adicional de complejidad a la gestión de portafolios por parte de las AFPs. Este panorama incierto destaca la necesidad de una estrategia de inversión que equilibre eficazmente la rentabilidad a largo plazo con la liquidez requerida para hacer frente a las demandas inmediatas, asegurando así la solidez y la estabilidad del sistema de pensiones en el Perú.

La problemática de la baja liquidez en el mercado accionario local se presenta como un desafío significativo. Según señalan Segura y Villavicencio (2019), la raíz de este problema radica en la escasez de flotante libre (free float). Este indicador refleja la proporción de acciones de una empresa que están disponibles para ser negociadas públicamente en el mercado, excluyendo las acciones restringidas. Según las cifras, solo el 36% de la capitalización total de mercado peruano se considera como free float. Un aspecto crucial destacado por Segura y Villavicencio (2019) es que las AFPs mantienen aproximadamente el 60% de este 36% de free float.

Esta concentración de propiedad en manos de las AFPs contribuye significativamente a la falta de dinamismo en el mercado de valores local. La elevada participación de las AFPs implica que una parte sustancial de las acciones disponibles para el público inversor está efectivamente inmovilizada, reduciendo la liquidez y limitando las oportunidades de compra y venta en el mercado accionario.

Gráfico 5

Rotación de Acciones 2011 - 2025 (Volumen negociado promedio sobre Cap. Bursátil)



Fuente: BCRP - Elaboración propia

Sumado a los desafíos de la baja liquidez en el mercado accionario local, las AFPs en Perú enfrentan limitaciones específicas en sus decisiones de inversión. Entre estas restricciones, destaca el requisito normativo que establece que al menos el 50% de la cartera total administrada por las AFPs debe estar invertido en el mercado local, según lo estipulado en el Título VI del Reglamento de Texto Único Ordenado de la Ley del Sistema Privado de Administración de Fondos de Pensiones (DS 004-98-EF).

En base al Boletín Mensual de febrero de 2023 de la Superintendencia de Banca, Seguros y AFPs (SBS), se evidencia que el 62.1% de la cartera del Sistema Privado de Pensiones (SPP) está asignado a instrumentos locales, mientras que el 38.3% se destina a instrumentos extranjeros. Este marco regulatorio condiciona la toma de decisiones de inversión de las AFPs, obligando a operar en un entorno local que carece de la liquidez necesaria para una gestión dinámica y eficiente de portafolios.

En este contexto, el objetivo de esta investigación es evaluar cómo la iliquidez afecta la toma de decisiones en la gestión de portafolios de las AFP en el Perú. La hipótesis central sostiene que los modelos tradicionales de optimización de portafolio, al considerar implícitamente que todos los activos pueden ser intercambiados en cualquier momento sin ninguna penalización, generan estimaciones sesgadas del riesgo y la rentabilidad. Como resultado, la rentabilidad ajustada por la iliquidez del portafolio no refleja de manera adecuada el verdadero riesgo asumido por las AFPs. Esto implica que existen combinaciones de activos más eficientes si se incorpora explícitamente la iliquidez, revelando que el trade-off entre riesgo y rentabilidad se encuentra distorsionado.

1. Revisión de la Literatura

La literatura sobre la iliquidez se divide principalmente en dos áreas teóricas: (i) la fijación de precios de instrumentos financieros y (ii) los efectos de la iliquidez en la elección óptima de cartera. Nuestra investigación y la literatura revisada se centra en la segunda.

La primera incursión en la teoría de la optimización de carteras se remonta al modelo de media-varianza presentado por Harry Markowitz (1952). Su enfoque matemático permitió equilibrar el rendimiento y el riesgo de una cartera, introduciendo la noción de la Frontera Eficiente, el conjunto de portafolios que ofrecen el mayor rendimiento esperado para un nivel dado de riesgo, la cual ayuda a los inversores a identificar combinaciones óptimas de activos. Este trabajo pionero sentó las bases de la teoría moderna de carteras y transformó la forma de concebir la relación riesgo-retorno en las inversiones financieras.

Aunque Markowitz (1952) estableció estos fundamentos, sus supuestos simplificadores han sido objeto de críticas teóricas y empíricas. En particular, el modelo asume condiciones poco realistas como que todos los inversionistas comparten expectativas homogéneas y que la inversión se realiza en un único período. Esta última hipótesis (un horizonte temporal de un solo periodo) supone una limitación importante, ya que impide modelar fenómenos multiperíodo como la necesidad de liquidez o ajustes en la cartera a lo largo del tiempo. No obstante, los modelos estáticos de un periodo pueden extenderse a contextos dinámicos. Por ejemplo, Robert Merton (1973) expandió el CAPM de William Sharpe (1964) a un marco intertemporal, originando el ICAPM (Intertemporal Capital Asset Pricing Model). Esta extensión aborda la restricción del periodo único, incorporando múltiples horizontes de decisión en la optimización de la cartera. En el modelo intertemporal de Merton, a diferencia de los enfoques estáticos, las decisiones actuales de inversión se ven influenciadas por la posibilidad de cambios inciertos en las oportunidades futuras de inversión. De hecho, lejos de ser una desventaja, la naturaleza intertemporal del modelo permite capturar efectos que nunca aparecerían en un modelo estático, enriqueciendo el análisis de portafolios más allá de lo que el enfoque de un solo período puede ofrecer.

Se debe tener en cuenta un marco dinámico porque los objetivos de inversión se alejan de lo estipulado inicialmente conforme varían las condiciones de mercado

(ocasionado por cambios en indicadores macroeconómicos, decisiones de política monetaria o fiscal, eventos geopolíticos, innovación tecnológica, etc). Por si fuera poco, numerosos inversionistas, mayormente institucionales, cuentan con límites estrictamente arraigados a sus objetivos de inversión imposibles de sobrepasar. Este es el caso de las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFPs), quienes no solo deben ajustar sus inversiones por los movimientos del mercado, sino también se encuentran obligados a cumplir ciertos criterios de regulación (por ejemplo, el 50% de su portafolio debe invertirse en Perú).

En efecto, Merton (1969) fue pionero en extender la teoría de selección de portafolio hacia un horizonte intertemporal bajo incertidumbre, introduciendo un marco de tiempo continuo que integra simultáneamente las decisiones de consumo e inversión. En su formulación, los agentes maximizan la utilidad esperada de consumo a lo largo de la vida, bajo supuestos de aversión relativa al riesgo constante (CRRA), al igual que algunos inversionistas institucionales (AFP, compañías de seguros, etc.). A diferencia de los modelos estáticos de un solo período, que concentran la optimización únicamente en el resultado al final del intervalo, Merton demostró que la estrategia óptima de portafolio cambia sustancialmente cuando los inversionistas enfrentan un conjunto de oportunidades de inversión que evoluciona de manera estocástica en el tiempo, en contraste con un entorno constante.

Lejos de ser una desventaja, la naturaleza intertemporal del modelo permite capturar efectos ausentes en un marco estático, como estrategias de cobertura frente a variaciones en las tasas de interés o en las condiciones del mercado. Estos efectos generan diferencias significativas en la composición óptima del portafolio y muestran que los inversionistas racionales ajustan continuamente sus decisiones de consumo e inversión conforme cambia la información disponible y se modifican los precios de los activos, reflejando así una estrategia más realista y flexible.

Al introducir la optimización constante, nos damos cuenta que para poder comprar o vender un activo se incurre en costos extras que reducen la rentabilidad, en casos extremos ni siquiera se encuentran compradores o vendedores.

Estos problemas se deben a la naturaleza ilíquida del activo o del propio mercado, lo que genera costos extraordinarios originados por la falta de liquidez. Si bien Merton (1973) discutió la necesidad de incorporar costos de transacción en modelos intertemporales, en su modelo principal asumió la inexistencia de costos de

transacción, impuestos o indivisibilidades de activos. A pesar de ello, su trabajo sirvió como punto de partida para la literatura sobre cómo modelar la iliquidez en las carteras de inversión.

Entre los primeros en incorporar costos de transacción en la gestión de portafolios destaca Constantinides (1986). Su investigación, basada en el modelo intertemporal de Merton (1969) con más de un activo, añade los costos de transacción. Según Constantinides, al considerar estos costos en la optimización, la política de inversión presenta una "región de no transacción", es decir, un intervalo en el que los inversores se abstienen de operar debido a los altos costos asociados. Cuanto más amplia es esta región, más difícil resulta alcanzar los niveles de equilibrio deseados. En consecuencia, los inversionistas se adaptan a los elevados costos reduciendo drásticamente la frecuencia y el volumen de sus operaciones. Además, dichos costos afectan negativamente los retornos esperados, ya que surge una prima por iliquidez en la rentabilidad exigida.

Por lo tanto, en un análisis intertemporal se deben incluir los costos de transacción derivados de la iliquidez, pues terminan afectando los retornos esperados. Es decir, el efecto de la iliquidez se modela como un costo de transacción; si bien no son exactamente lo mismo, están estrechamente relacionados.

La literatura continuó tratando la liquidez como un costo asociado a la compra o venta de activos (costos de transacción). Además, comenzó a emplearse el spread bid-ask como medida para calificar el grado de iliquidez de un activo: a mayor spread, mayor iliquidez. Entre los pioneros en aplicar este concepto se encuentran Amihud y Mendelson (1986), quienes demostraron la relación entre los rendimientos esperados y el spread bid-ask. En esencia, el rendimiento de un activo con negociación costosa equivale al de otro activo de riesgo similar pero perfectamente líquido (con costo de transacción cero), más una prima adicional que compensa al inversor por los costos de transacción incurridos.

Ahora bien, es importante mencionar que el spread bid-ask se utiliza solamente para cuantificar cuán ilíquido es un activo y no debe confundirse con los costos de transacción, que son dinero real que el inversionista pierde al realizar la operación. Además, nuestra definición de iliquidez se engloba únicamente a los costos asociados por la venta o compra de un activo (o prima de iliquidez), ya sea por la falta de liquidez intrínseca de un activo o por el mercado en el que se encuentra.

En países en desarrollo, los costos de transacción tienden a ser mucho más elevados (Olivera, 2022). Este fenómeno se atribuye tanto a la iliquidez intrínseca de los activos como a lo poco profundos que son sus mercados financieros. En el caso de la economía peruana, esto implica que la estrategia más viable para muchos inversionistas sea comprar y mantener los activos hasta su vencimiento, dado que frecuentemente resulta poco rentable o posible negociarlos antes de su madurez.

Según Chavalle y Chávez (2019), un inversionista minorista en Perú puede llegar a pagar hasta 14 veces más en costos de transacción que uno similar en Estados Unidos. Estos costos tan altos desincentivan a los inversores minoristas a negociar activamente en el mercado bursátil peruano, alimentando la falta de liquidez en dicho mercado. Si bien las AFP, por manejar grandes volúmenes, logran reducir en parte los costos de transacción, la brecha persistente en las tarifas sigue siendo preocupante.

Continuando con el caso peruano, la literatura ha explorado cómo la iliquidez y las restricciones regulatorias inciden en la eficiencia de los portafolios administrados por las AFP. El estudio pionero de Pereda (2007) estimó la frontera eficiente de las AFP peruanas entre 1995 y 2004, concluyendo que los límites regulatorios redujeron el riesgo de las carteras, pero también limitaron significativamente su rentabilidad potencial. Asimismo, identificó una marcada preferencia por el riesgo en las AFP, incentivada por un marco normativo que premiaba la rentabilidad sin ajustar explícitamente por riesgo.

Posteriormente, Ortiz y Chirinos (2010) revisaron la frontera eficiente utilizando una metodología alternativa que incorporó indicadores de desempeño ajustados por riesgo, como el índice de Sharpe, y mostraron que las restricciones regulatorias permitieron que las AFP asumieran niveles elevados de riesgo sin ser penalizadas. Finalmente, Mendoza (2014) introdujo un enfoque de optimización robusta, incorporando de manera explícita restricciones de liquidez, y evidenció que, durante 2006-2011, ninguno de los fondos del sistema multifondos logró alcanzar condiciones de eficiencia financiera. En conjunto, estos trabajos ponen de relieve que, en el Perú, la eficiencia de los portafolios de largo plazo no solo depende de las condiciones de mercado, sino también de la interacción entre regulación, liquidez y gestión, elementos

que resultan centrales para analizar la iliquidez en contextos de mercados emergentes como el peruano.

La literatura práctica aborda la modelación de la iliquidez en portafolios de dos maneras distintas.

En primer lugar, se exploran las interacciones entre activos líquidos e ilíquidos y sus efectos en las decisiones de inversión. Por ejemplo, Ang (2014) empleó el marco de Merton (1969) para construir un modelo que contempla oportunidades de trading poco frecuentes y de naturaleza estocástica. Estas oportunidades surgen por la incertidumbre en los intervalos de tiempo durante los cuales los activos no pueden ser negociados, especialmente en escenarios de estrés de mercado. En resumen, existen momentos aleatorios en los que los activos se vuelven más ilíquidos. Aunque los resultados de la optimización con y sin dichas restricciones de liquidez producen composiciones de cartera similares, los costos de transacción se reducen significativamente cuando se consideran estas restricciones.

En segundo lugar, se incorpora directamente la iliquidez en la optimización a través de restricciones adicionales o factores de descuento que imponen un costo extra al inversionista. En Latinoamérica, Olivera (2022) estudió los efectos de los costos de transacción en la optimización de portafolios para la economía de Brasil. Este autor construyó un portafolio de mínima varianza utilizando la metodología de Markowitz (1952), y otro portafolio idéntico, pero con una restricción adicional sobre la proporción máxima de activos ilíquidos permitidos. Los activos ilíquidos se calificaron en función de su spread bid-ask. La conclusión más relevante de su estudio fue que, aunque las rentabilidades de ambos portafolios fueron casi iguales, el portafolio con la restricción de liquidez presentó un grado de liquidez significativamente mayor.

La mayoría de las metodologías para modelar la iliquidez como costo involucran programación estocástica en un entorno multiperódico, como en Ang (2014). No obstante, estos enfoques pueden conllevar importantes problemas computacionales al ampliar el horizonte de análisis e incluir diversas clases de activos en el portafolio. Otra desventaja es la pérdida de claridad intuitiva debido a la complejidad computacional. En lugar de optar por modelos tan complejos, en este trabajo se elige una metodología que agrega un castigo adicional de forma transparente y fácil de comprender, basada en el modelo de Markowitz (1952). Los

detalles de este enfoque se presentarán más adelante. Así, se busca mantener la claridad y accesibilidad del modelo a la vez que se incorpora la iliquidez como un componente adicional en la optimización de portafolios.

La literatura ha definido el efecto de la iliquidez de diversas maneras. La mayoría de estudios lo consideran un costo de transacción asociado a la negociación de un activo, postura adoptada por autores como Glosten y Milgrom (1985), Easley y O'Hara (1987), Glosten (1987), Glosten y Harris (1988), Stoll (1989), Davis y Norman (1990), Grossman y Laroque (1990) y Dumas y Luciano (1991), entre otros.

En cuanto a la medición de la iliquidez, Kyle (1985), Amihud y Mendelson (1986), Hasbrouck (1988), Brennan y Subrahmanyam (1996), entre otros, utilizan el spread bid-ask. Esta medida se calcula dividiendo la diferencia entre el precio de compra (bid) y el precio de venta (ask) por el precio de venta. Cuanto mayor es este spread, más ilíquido se considera el activo. Sin embargo, dicha información no está disponible para algunos activos clave en las AFP, como las cuotas de participación de fondos de inversión y los bonos corporativos privados. Por esta razón, hemos optado por la metodología propuesta por la Global Association of Risk Professionals en el capítulo "Financial Risk Management" dedicado al riesgo de liquidez, la cual emplea el Tiempo de Liquidación (Time to Liquidity) para cuantificar la iliquidez de forma análoga al uso del spread bid-ask. Los detalles de su aplicación se describirán en la sección de Modelo Propuesto.

De esta manera, la literatura nos da una idea de los posibles resultados de la aplicación de la liquidez en la optimización de portafolio: retornos muy parecidos, pero mejores niveles de liquidez o mejores retornos si consideramos penalizaciones por iliquidez.

Además, los acercamientos a los estudios hechos en Perú muestran que, aunque la teoría de optimización de carteras proporciona un marco robusto, su implementación en el Perú está condicionada por factores estructurales como los límites regulatorios y la baja liquidez del mercado. En este sentido, la tesis se propone avanzar en esa línea, incorporando explícitamente un castigo por iliquidez en el modelo de Markowitz, de manera que se capture no solo el riesgo tradicional medido por la varianza, sino también el costo implícito de invertir en activos poco líquidos. Así, el aporte principal radica en ofrecer una aproximación metodológica que, al igual que

los estudios locales previos, reconoce las restricciones del mercado peruano, pero que al mismo tiempo brinda una herramienta clara y replicable para evaluar la eficiencia de los portafolios en contextos de liquidez limitada.

2. Pregunta e Hipótesis

¿Cómo afecta la iliquidez a la toma de decisiones en la gestión de portafolios de las AFPs?

Los modelos tradicionales de optimización de portafolio consideran implícitamente que todos los activos pueden ser intercambiados en cualquier momento sin ninguna penalización ocasionando que la rentabilidad ajustada por la iliquidez del portafolio no sea la óptima para inversionistas institucionales peruanos. Como los niveles de riesgos son erróneos, existen mejores combinaciones de activos que sí consideran la iliquidez de los mismo. Esto significa que existe el trade off entre rentabilidad y riesgo se encuentra sesgado.

3. Modelo Propuesto

El modelo que estamos proponiendo se fundamenta en la investigación de Hayes, Primbs y Chiquone, detallada en su artículo "A Penalty Cost Approach to Strategic Asset Allocation with Illiquid Asset Classes" (2015).

Este enfoque introduce ajustes a la clásica optimización de media-varianza de Markowitz al integrar una función de penalización por iliquidez en la función de utilidad. Dicha función refleja la penalización de liquidez que una cartera posee, considerando su nivel de riesgo. Para ilustrar, tomemos dos portafolios: el Portafolio A, compuesto al 100% por inversiones ilíquidas, y el Portafolio B, compuesto al 100% por instrumentos de corto plazo (money market assets) - entendamos como inversiones más riesgosas a las alternativas en comparación a las inversiones money market - Si ambos portafolios incorporaran una posición ilíquida, como en Real Estate o Private Equity, el Portafolio A enfrentaría mayores dificultades para adquirir esa posición en comparación con el Portafolio B. Esto se debe a que el Portafolio B, al invertir en instrumentos de corto plazo, tiene una mayor disponibilidad de liquidez en comparación con el Portafolio A.

Para cada portafolio es asignada una curva que relaciona su perfil de liquidez con el costo de iliquidez asociado. En el ejemplo dado, al portafolio A (perfil ilíquido por inversiones alternativas) le corresponde una curva de iliquidez más convexa comparada con la curva de iliquidez asociada al portafolio B (perfil líquido por inversiones en money market). Estas curvas son denominadas curvas de penalización por iliquidez.

Al incorporar esta función de penalización al clásico modelo de Markowitz (1956) se logra construir un marco para la asignación de activos ilíquidos que presentan ventajas importantes, Hayes (2015) menciona cuatro ventajas:

1. El modelo incorpora lo que se define como costos fraccionales, esto significa que se capturan los costos variables asociados a diferentes clases de activos según la liquidez de los mismos.
2. El modelo penaliza los activos ilíquidos considerando el impacto en la liquidez disponible del portafolio. Por ejemplo, si una cartera de inversión mantiene una gran proporción de activos ilíquidos, como inversiones en

private equity que no se pueden vender fácilmente, se requiere una cantidad significativa de liquidez para cubrir gastos operativos, impuestos o para aprovechar oportunidades de inversión más atractivas en el mercado.

3. El modelo permite distinguir el impacto de la iliquidez de cada activo dentro de sus retornos tanto de manera individual como de manera conjunta. Esto puede permitir al gestor comprender las fuentes de retorno más atractivas considerando como eje al nivel de liquidez tanto de los activos como de la cartera en sí.

Estos beneficios nos brindarán la oportunidad de validar que, mediante la optimización propuesta (incorporando una función de penalización por iliquidez), las AFPs obtendrían retornos ajustados por liquidez más altos que un modelo tradicional: Modelo de Markowitz. Al hacerlo, se estaría integrando de manera más precisa el perfil de riesgo con las necesidades de liquidez implícitas en cada cartera.

3.1 Descripción del modelo base

Definimos u_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Como el retorno esperado de cada activo dentro del portafolio.

También definimos w_i , donde $i = 1, 2, \dots, n$. denotan el porcentaje asignado a cada clase de activo.

Definimos σ_i^2 donde $i = 1, 2, \dots, n$. denotan la varianza de los retornos de cada activo "i". En este marco denotamos la matriz de varianza-covarianza como Σ .

$$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}, \mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix}, \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \dots & \dots & \sigma_{nm} \end{bmatrix}$$

Donde w es el vector de pesos de activos, μ es el vector de retornos esperados y Σ es la matriz de varianza-covarianza con σ_{ij} siendo la covarianza entre el activo "i" y el activo "j".

3.2 Perfil de Iliquidez

El supuesto inicial es asignar a cada activo "i" un nivel de iliquidez, denotado por " l_i ", donde. $l_i \in [0,1]$ siendo 0 el activo más líquido y 1 el activo más ilíquido.

$$l = \begin{bmatrix} l_1 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix}$$

Para realizar esta asignación consideramos la metodología definida en el libro de Global Association of Risk Professionals (GARP) – Financial Risk Manager (FRM). Esta define, en primer lugar, al Time to Liquidity como,

$$TTL_i = \frac{P_i}{R * MKT_AVG_i} \quad (1)$$

Donde:

- P_i : Posición (número de participaciones) del activo "i" dentro del portafolio. Donde i es La cantidad de acciones / cuotas de participación / cantidad de bonos, etc.
- R : Porcentaje de participación en el mercado.
- MKT_AVG_i : Promedio negociado del activo "i" en el mercado dado un intervalo de tiempo (en días).
- TTL_i : Tiempo de liquidación promedio del activo "i" (días).

Así, para cada activo dentro del portafolio obtendremos una aproximación de sus días de liquidación promedio.

Posteriormente al cálculo consideramos, como supuesto, la Cuadro 3 de equivalencias. Esta asigna para cada intervalo un puntaje l_i según el tiempo de liquidación de cada activo. Por ejemplo, si un activo es liquidable en promedio en 5 días, este recibirá el puntaje de 0; por otro lado, si un activo es liquidable en promedio en 130 días, este recibirá el puntaje de 1. De esta manera, cuantificamos la liquidez de cada instrumento dentro del portafolio.

Tabla 3

Asignación de puntaje de iliquidez según Time to Liquidity

TTL	l	TTL	l	TTL	l
[0;7[0	[42;49[0.35	[84;91[0.71
[0;14[0.06	[49;56[0.41	[91;98[0.76
[14;21[0.12	[56;63[0.47	[98;105[0.82
[21;28[0.18	[63;70[0.53	[105;112[0.88
[28;35[0.24	[70;77[0.59	[112;119[0.94
[35;42[0.29	[77;84[0.65	[119;	1

Fuente: Elaboración propia

Es importante mencionar que nuestro modelo tiene como supuesto que las inversiones en alternativos tienen un puntaje de 1 (completamente ilíquido) y las inversiones en activos en efectivo tienen un puntaje de 0 (completamente líquido) dada la naturaleza de los activos respecto a su liquidez en el mercado.

La medida para cuantificar la liquidez dentro del portafolio se define:

$$L(w) = \sum_{i=1}^n w_i l_i = w^T l \quad (2)$$

Esta medida representa el nivel de liquidez del portafolio considerando los pesos asignados a cada activo, así como su puntaje de iliquidez asociado.

3.3 Curva de penalización marginal por iliquidez

Para incorporar los costos de iliquidez asociados al impacto en el precio de cada Asset Class en el proceso de Asset Allocation, modificamos el modelo de media-varianza incorporando una función de penalización por iliquidez marginal para todo el portafolio, denotado $c(L)$.

La característica principal de esta curva es que captura el costo marginal de nuevas inversiones en activos ilíquidos como una función del grado de iliquidez del portafolio denotado previamente como $L(w)$.

Como ejemplificación, un portafolio con 5% en posición en inversiones de Private Equity. La prima que el gestor debe demandar por sobre una inversión líquida

es pequeña. Esto dado que solamente el 5% está destinado a activos ilíquidos y por tanto es muy improbable que sea afectado por shocks de demanda de liquidez. Por otro lado, si consideramos un portafolio con 80% de posición en Private Equity, es más probable que este sea más vulnerable ante shocks de liquidez y por tanto se dificulta afrontar sus necesidades de corto plazo (Hayes 2015).

En resumen, los costos de adicionar posiciones más ilíquidas en un portafolio con 80% de posición en Private Equity son mayores en comparación a los costos de adicionar posiciones ilíquidas en un portafolio con 5% de posición en Private Equity.

3.4 Modificación del modelo de media-varianza

Para la incorporación de la curva de costo marginal de iliquidez dentro del modelo de media varianza, sustraemos la penalización de iliquidez acumulada $T(L(w))$,

$$T(L(w)) = \int_0^{L(w)} c(x) dx$$

(3)

del modelo de media-varianza,

$$w^T \mu - \frac{\gamma}{2} w^T \Sigma w$$

(4)

Donde $w^T \mu$ es el retorno esperado del portafolio, $w^T \Sigma w$ es la varianza y “ γ ” es el coeficiente de aversión al riesgo.

Con ello, resolvemos el problema de optimización

$$\max_w w^T \mu - \frac{\gamma}{2} w^T \Sigma w - T(L(w))$$

$$s. t. \quad w^t \mathbf{1} = 1, w \geq 0$$

(5)

donde $\mathbf{1}$ es un vector de “n” elementos iguales a 1.

Se hace énfasis en que la curva de penalización $c(x)$ sigue un comportamiento exponencial que se deriva de lo evaluado en la información de las AFPs recopilada

$$c(x) = \alpha e^{bx} \quad (6)$$

Donde los coeficientes α y b son obtenidos mediante la observación del comportamiento de la liquidez de las AFPs así como su costo de liquidez asociado (ver gráfico 8 como ejemplificación de su construcción).

Como consecuencia de lo mencionado, la solución analítica de la optimización no existe, la forma de llegar al punto óptimo es mediante métodos numéricos e iteraciones que se pueden realizar mediante Python / Excel / VBA y/o otros programas computacionales.

3.5 Retornos esperados ajustados por iliquidez

Una propiedad particular de este modelo es que nos permite extraer los retornos ajustados por liquidez con derivando el modelo de la siguiente manera (Hayes 2015).

$$\begin{aligned} w^T \mu - T(L(w)) &= w^T \mu - \frac{L(w)}{L(w)} T(L(w)) \\ &= w^T \mu - \frac{w^T l}{L(w)} T(L(w)) \\ &= w^T \left(\mu - l \frac{T(L(w))}{L(w)} \right) \\ &= w^T \hat{\mu}(w) \end{aligned}$$

donde extraemos,

$$\hat{\mu}(w) = \mu - l \frac{T(L(w))}{L(w)} \quad (7)$$

que es el vector de retornos ajustado por iliquidez. Notar que los retornos ajustados por iliquidez son una función de la iliquidez del asset class y del nivel de iliquidez del portafolio, que a su vez es dependiente de los pesos dentro del portafolio.

Usando los retornos esperados ajustado por iliquidez, podemos formular el modelo de optimización de media varianza penalizado por iliquidez en la forma estándar del modelo de Markowitz de media varianza (Hayes 2015).

$$\begin{aligned} \max_w \quad & w^T \hat{\mu}(w) - \frac{\gamma}{2} w^T \Sigma w \\ \text{s. t.} \quad & w^t \mathbf{1} = 1, w \geq 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Donde el vector de retorno esperados μ es reemplazado por el retorno esperado ajustado por iliquidez $\hat{\mu}$. De esta manera podemos obtener un resultado que refleje el impacto de la liquidez a nivel de retornos dentro del portafolio de las AFPs.

4. Data

Para el presente trabajo de investigación, se eligieron todos los instrumentos en los que el SPP invierte y se clasificaron los instrumentos en los Asset Class y Sub-asset class que refiere la Cuadro 2. La segmentación de las variables es en base a lo presentado en los reportes mensuales de la SBS.

Tabla 4

Asset Class - Sub Asset Class

Asset Class Sub Asset Class	Precios	Retornos	Promedio Negociado	Nivel de iliquidez (I)
1. Renta Variable	Bloomberg	Cálculo	Bloomberg	Cálculo
1.1. Renta Variable Local	Bloomberg	Cálculo	Bloomberg	Cálculo
1.1.1. Acciones	Bloomberg	Cálculo	Bloomberg	Cálculo
1.1.2. Fondos Mutuos	Bloomberg	Cálculo	Bloomberg	Cálculo
1.2. Renta Variable Extranjera	Bloomberg	Cálculo	Bloomberg	Cálculo
1.2.1. Acciones	Bloomberg	Cálculo	Bloomberg	Cálculo
1.2.2. Fondos Mutuos	Bloomberg	Cálculo	Bloomberg	Cálculo
2. Renta Fija	-	Índice de referencia	BCRP / Bloomberg	Cálculo
2.1. Renta Fija Local	-	Índice de referencia	BCRP	Cálculo
2.1.1. Gobierno	Bloomberg	Cálculo	Bloomberg	Cálculo
2.1.2. Corporativa	-	Índice	BCRP	Cálculo
2.1.3. Fondos Mutuos	SMV	SMV / Índice	SMV / BCRP	Cálculo
2.2. Renta Fija Extranjera	Bloomberg	Cálculo	Bloomberg	Cálculo
2.2.1. Gobierno	Bloomberg	Cálculo	Bloomberg	Cálculo
2.2.2. Corporativo	Bloomberg	Cálculo	Bloomberg	Cálculo
2.2.3. Fondos Mutuos	Bloomberg	Cálculo	Bloomberg	Cálculo
3. Instrumentos Alternativos	-	-	-	1
3.1. Alternativos Locales	-	-	-	1
	Bloomberg /			
3.2. Alternativos Extranjeros	Yahoo Finance	Cálculo	-	1
	Bloomberg /			
3.2.1. Real Estate	Yahoo Finance	SMV/ Índice	-	1
	Bloomberg /			
3.2.2. Private Equity	Yahoo Finance	SMV/ Índice	-	1
	Bloomberg /			
3.2.3. Private Debt	Yahoo Finance	SMV/ Índice	-	1
	Bloomberg /			
3.2.4. Infraestructure	Yahoo Finance	SMV/ Índice	-	1
	Bloomberg /			
3.2.5. Venture Capital	Yahoo Finance	SMV/ Índice	-	1
	Bloomberg /			
4. Activos en efectivo	Yahoo Finance	SMV/ Índice	-	0

Fuente: Elaboración propia

5. Metodología y Resultados

En base al modelo propuesto, desarrollamos la siguiente metodología de optimización de cartera considerando la iliquidez de los activos. Para ejemplificar se usó la cartera de Integra AFP.

5.1 Clasificación de los instrumentos en la cartera

Se clasificaron los instrumentos de acuerdo con su tipología (ver tabla 5). Con ello, se asignó a cada activo una categoría representada por un ETF con el objetivo de simular sus retornos.

Tabla 5

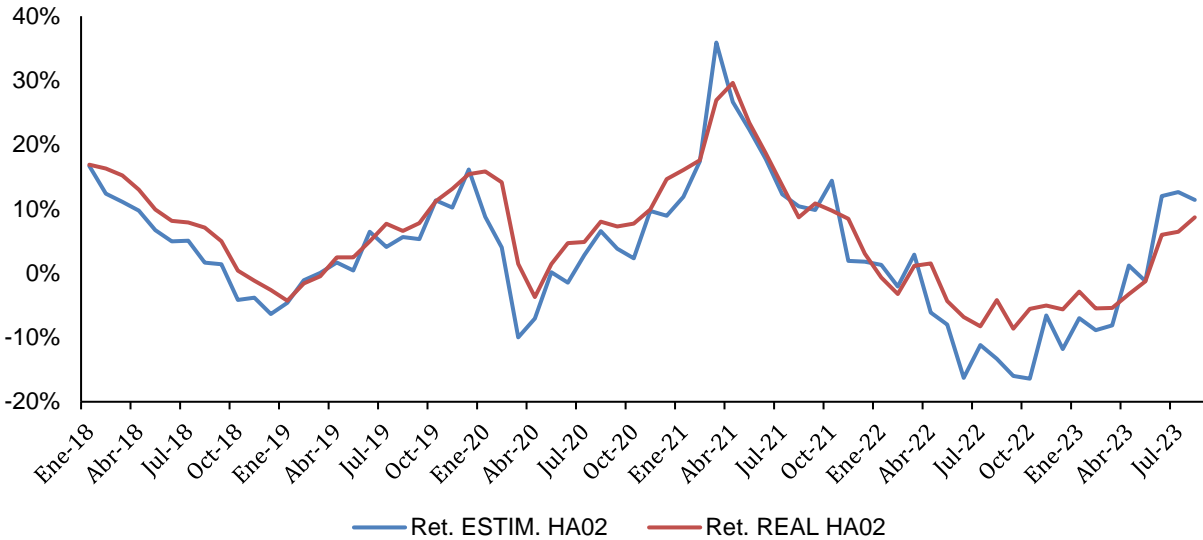
Clases de Activos y ETF asociado

Clase de activo	ETFs - Índice	Retorno anual	Desviación Estándar	Costo Liquidez
Efectivo	Tasa Pasiva BCRP Promedio - MN	2.15%	0.0%	0.0%
Efectivo	Tasa Pasiva BCRP Promedio - ME	1.05%	0.0%	0.0%
Rv Local	iShares MSCI Peru ETF	3.07%	1.6%	-10.2%
Rv Extranjero	iShares Latin America 40 ETF	1.68%	2.1%	-1.3%
Rv Extranjero	SPDR S&P 500 ETF Trust	10.71%	1.4%	-0.8%
Rv Extranjero	iShares MSCI United Kindom ETF	2.34%	1.4%	-4.2%
Rv Extranjero	iShares MSCI Canada ETF (EWC)	5.71%	1.4%	-3.4%
Rf Local Corporativa	iShares J.P Morgan EM Corporate Bond ETF	3.02%	0.5%	-6.2%
Rf Local Gobierno	Vanguard Emerging Markets Government Bond ETF	8.61%	0.7%	-7.3%
Rf Extranjera Corp.	SPDR Portfolio Corporate Bond ETF	2.15%	0.6%	-6.2%
Rf Extranjera Gob.	iShares TIPS Bond ETF	2.03%	0.5%	-3.0%
Rf Extranjero	Invesco International Corporate Bond ETF	-1.08%	0.7%	-3.0%
Rv Extranjero	iShares MSCI Japan ETF	6.27%	1.2%	-6.9%
Rv Extranjero	iShares MSCI China ETF	0.71%	1.9%	-3.8%
Rv Extranjero	ACWI US Equity	8.82%	1.3%	-1.4%
Rv Extranjero	iShares MSCI Europe ex - UK ETF	7.39%	1.1%	-2.5%
Rv Extranjero	iShares MSCI All country Asia ex Japan ETF	3.35%	1.4%	-5.6%
Metales Preciosos	SPDR Gold Shares	5.57%	0.9%	-2.6%
Rf Extranjera Corp.	JPM EM LC Bond	-1.46%	0.7%	-4.2%
Rf Corporativa	iShares Broad USD Investment Grade Corporate Bond	2.48%	0.5%	-5.6%
Rf High Yield	iShares iBoxx \$ High Yield Corporate Bond ETF	3.33%	0.7%	-1.7%
Rf Convertible	iShares Convertible Bond ETF (ICVT)	6.54%	1.2%	-8.8%
Rf High Yield	VanEck International High Yield Bond ETF (IHY)	1.87%	0.6%	-3.7%
Alternativo	Global X Alternative Income ETF	4.99%	1.4%	-10.8%
Alternativo	Virtus Private Credit ETF	8.05%	1.6%	-10.3%
Alternativo	Invesco Global Listed Private Equity ETF	6.95%	1.7%	-10.2%
Alternativo	Vanguard Real Estate Index Fund	4.99%	1.6%	-8.5%
Alternativo	iShares Global Infrastructure ETF	4.44%	1.3%	-8.5%

Fuente: Elaboración propia

Para evidenciar que, efectivamente, los ETFs seleccionados sean representativos de las clases de activos que presentamos, se realizó la comparación del cálculo de los retornos reales anualizados de las AFPs para los fondos 1, 2 y 3 con lo obtenido con las selecciones de los ETFs multiplicando su retorno anual con el peso real de la AFP en esa clase de activo.

Gráfico 6
Retorno histórico vs retorno estimado Habitat fondo 2



Fuente: Elaboración propia

Se puede apreciar que, en el caso de Habitat AFP fondo 2, la selección de ETFs propuesta logra una correlación de 0.93 vs los retornos reales anualizados dentro del periodo de enero 2018 – agosto 2023. El resultado se replica para las demás AFPs (Anexo 17,18,19 y 20), obteniendo coeficientes de correlación por encima de 0.7 hasta 0.9, lo que evidencia robustez dentro de la selección de ETFs para clasificar la cartera.

5.2 Costo de iliquidez

Una vez clasificados los activos, se calcula el costo de iliquidez usando el precio y el Net Asset Value para cada uno de los ETFs. Se usaron datos diarios desde el 2018 al 2023.

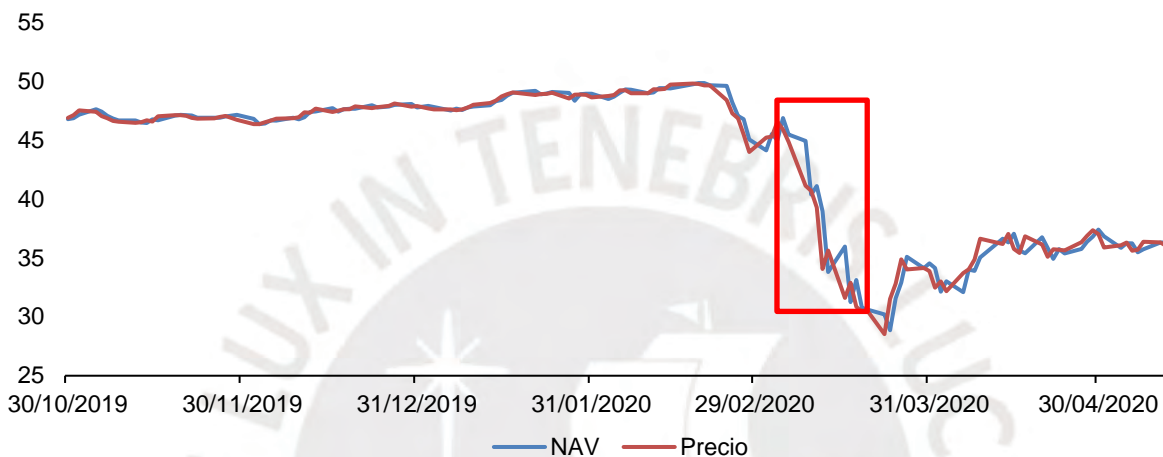
$$C_i = \frac{P_t}{NAV_t} - 1 \tag{8}$$

Donde,

- C_i = costo de iliquidez del ETF “i”
- P_t = precio del ETF “i” en el día “t”
- NAV_t = Nat Asset Value en el día “t”

Gráfico 7

Precio vs NAV en USD de iShares Global Infraestructura ETF



Fuente: Elaboración propia

Se utiliza el costo de iliquidez mínimo del periodo de análisis porque es ahí donde se encuentran los periodos de estrés en los cuales el precio del ETF y su NAV disocian con mayor intensidad, capturando de esta manera el descuento por iliquidez de los activos. En momentos de calma, la diferencia no es significativa. Por ejemplo, durante del 2019 en el ETF iShares Global Infrastructure era prácticamente imposible visualizar los descuentos de iliquidez, mientras que en el shock post COVID-19 se manifiesta la naturaleza ilíquida del activo. De esta manera, se calculó el costo de iliquidez para cada ETF (ver Tabla 5)

5.3 Perfil de liquidez

Dado la cartera de Integra AFP a corte de cada mes desde enero del 2021 hasta agosto del 2023, se calculó el Time To Liquidity (TTL) de cada activo para cada periodo y se le asignó un puntaje de iliquidez según la Tabla 3. Este perfil de perfil de liquidez se puede interpretar como qué tan liquido o líquido es el portafolio según la clase de activos que este tenga dentro.

Tabla 6

Perfil de liquidez promedio por Asset Class

Asset Class	Fondo 01		Fondo 02		Fondo 03	
	Perfil de Liquidez promedio	Time to Liquidity promedio	Perfil de Liquidez promedio	Time to Liquidity promedio	Perfil de Liquidez promedio	Time to Liquidity promedio
Renta Fija	62.61%	1,652.95	41.16%	1,336.54	2.85%	75.47
Renta Variable	3.61%	12.85	14.14%	269.42	41.29%	409.66
Efectivo	0.00%	No Aplica	0.00%	No Aplica	0.00%	No Aplica
Alternativo	0.00%	No Aplica	25.11%	No Aplica	28.41%	No Aplica
Liquidez prom.	66.22%		80.41%		72.55%	

Fuente: Elaboración propia

Tabla 7

Perfil de liquidez promedio por Sub Asset Class

Sub Asset Class	Fondo 01		Fondo 02		Fondo 03	
	Perfil de Liquidez promedio	Time to Liquidity promedio	Perfil de Liquidez promedio	Time to Liquidity promedio	Perfil de Liquidez promedio	Time to Liquidity promedio
Rf Extranjero	13.96%	225.21	3.63%	78.95	0.60%	3.42
Rv Extranjero	0.00%	0.00	0.08%	0.16	0.00%	0.06
Efectivo Local	0.00%	0.00	0.00%	0.00	0.00%	0.00
Efectivo Extranjero	0.00%	0.00	0.00%	0.00	0.00%	0.00
Rf Local	46.69%	1,427.72	36.91%	1,257.59	1.71%	72.04
Rv Local	3.61%	12.84	13.83%	269.26	40.98%	409.60
Alt. Local	1.96%	120 a más	3.81%	120 a más	12.02%	120 a más
Alternativo	0.00%	120 a más	10.14%	120 a más	10.32%	120 a más
Private Debt	0.00%	120 a más	1.90%	120 a más	2.14%	120 a más
Private Equity	0.00%	120 a más	8.82%	120 a más	3.85%	120 a más
Real Estate	0.00%	120 a más	0.12%	120 a más	0.00%	120 a más
Infraestructure	0.00%	120 a más	0.95%	120 a más	0.62%	120 a más
Alt. Localrv	0.00%	120 a más	0.23%	120 a más	0.31%	120 a más
Local						
Liquidez prom.	66.22%		80.41%		72.55%	

Fuente: Elaboración propia

Luego, se calculó el puntaje de iliquidez mensual del portafolio.

$$L(w_j) = \sum_{i=1}^n w_{ij} l_{ij}, \text{ para } i = \{1, 2, 3, \dots, T\}$$

Donde,

- w_i = pesos del activo "i" en el mes "j".

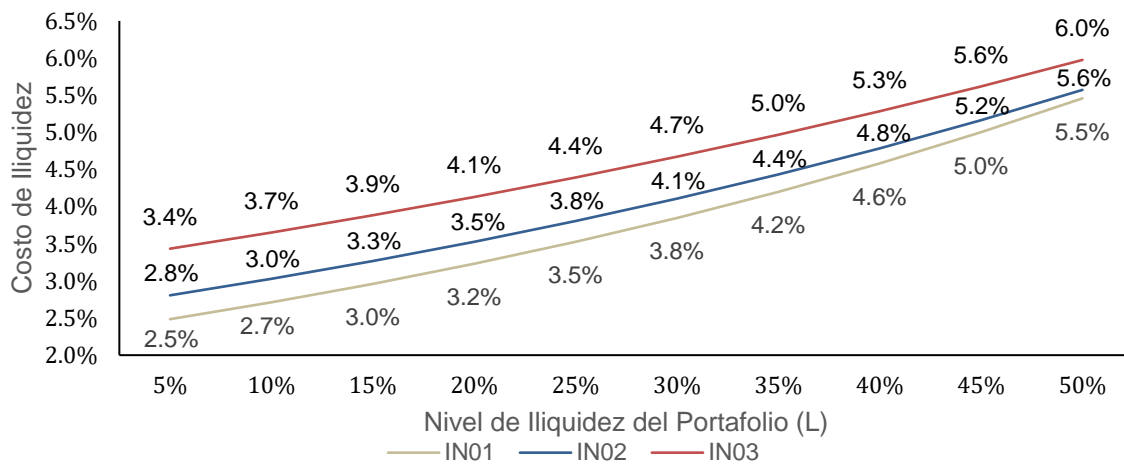
- l_{ij} = puntaje de iliquidez del activo “i” en el mes “j”.

5.4 Curva por iliquidez

La curva de iliquidez se obtiene implícitamente al plotear los diferentes puntajes de iliquidez mensuales.

Gráfico 8

Curva de penalidad marginal de iliquidez para los fondos de AFP Integra



Fuentes: Elaboración propia

La interpretación de esta gráfica es que, si se tiene un nivel de iliquidez $L=25\%$ para el Fondo 2 de AFP Integra (línea azul), la penalización marginal del retorno debe ser aproximadamente 3.7%.

5.5 Retornos

Los retornos de equilibrio fueron calculados usando ingeniería inversa. Para ello se multiplicó la aversión al riesgo asociado, matriz de varianza y covarianza; y los pesos de las clases de activo según cada AFP con corte de agosto 2023

$$\Pi = \delta \Sigma w$$

Donde,

δ : Coeficiente de aversión al riesgo

Σ : Matriz de Varianza y covarianza

W : Pesos de los activos dentro del portafolio de las AFPs – Agosto 2023

6. Resultados de la Optimización

Se realizaron las optimizaciones tanto para el modelo propuesto de iliquidez (I) como para el de Media Varianza (MV) para Integra (IN), Profuturo (PR), Prima (RI) y Hábitat (HA) considerando los límites regulatorios por Fondo en el que incluimos el límite de 50% del portafolio destinado a inversiones del exterior

Tabla 8

Límites regulatorios

Estrategia de Inversión	Límites regulatorios		
	Fondo 01	Fondo 02	Fondo 03
Efectivo	40%	30%	30%
EFFECTIVO LOCAL	40%	30%	N/A
EFFECTIVO EXTRANJERO	40%	30%	N/A
Alternativo	0%	15%	20%
Private Debt	0%	10%	12%
Private Equity	0%	10%	12%
Real Estate	0%	6%	8%
Infraestructure	0%	12%	15%
Alternativo	0%	10%	12%
Alternativo Local	0%	10%	12%
Renta Variable	10%	45%	80%
RV Local	N/A	N/A	N/A
RV Extranjero	N/A	N/A	N/A
Límite Renta Fija	100%	75%	70%
RF Local	N/A	N/A	N/A
RF Extranjero	N/A	N/A	N/A

Fuente: Título VI del Reglamento de Texto Único Ordenado de la Ley del Sistema Privado de Administración de Fondos de Pensiones (DS 004-98-EF).

A continuación, presentamos los resultados de la optimización considerando las restricciones regulatorias.

Tabla 9

Fondo 1 - Preservación de Capital

	IN01 (I)	IN01 (MV)	Var. (pb)
Retornos (μ)	2.721%	2.725%	-0.40
Retornos Ajustados (\hat{u})	1.379%	1.380%	-0.10
Des. Estándar (σ)	5.688%	5.688%	-
Utilidad ($E(U)$)	-22.72%	-22.72%	0.00%
Ilquidez (L)	40.508%	40.573%	-6.58

	PR01 (I)	PR01 (MV)	Var. (pb)
Retornos (μ)	3.137%	3.141%	-0.44
Retornos Ajustados (\hat{u})	1.775%	1.772%	0.34
Des. Estándar (σ)	5.946%	5.946%	-
Utilidad ($E(U)$)	-22.01%	-22.01%	0.00%
Ilquidez (L)	40.878%	41.043%	-16.53

	RI01 (I)	RI01 (MV)	Var. (pb)
Retornos (μ)	2.643%	2.650%	-0.71
Retornos Ajustados (\hat{u})	1.314%	1.316%	-0.16
Des. Estándar (σ)	5.681%	5.681%	-
Utilidad ($E(U)$)	-22.74%	-22.74%	0.00%
Ilquidez (L)	40.667%	40.785%	-11.88

	HA01 (I)	HA01 (MV)	Var. (pb)
Retornos (μ)	2.921%	2.933%	-1.25
Retornos Ajustados (\hat{u})	1.580%	1.584%	-0.37
Des. Estándar (σ)	5.705%	5.705%	-
Utilidad ($E(U)$)	-22.72%	-22.72%	0.49
Ilquidez (L)	40.489%	40.681%	-19.19

Fuente: Elaboración propia

Tabla 10

Fondo 2 - Balanceado o mixto

	IN02 (I)	IN02 (MV)	Var. (pb)
Retornos (μ)	3.218%	3.255%	-3.76
Retornos Ajustados (\hat{u})	1.743%	1.730%	1.27
Des. Estándar (σ)	5.989%	5.989%	-
Utilidad ($E(U)$)	-16.86%	-17.02%	16.36
Ilíquidez (L)	40.877%	41.906%	-102.91

	PR02 (I)	PR02 (MV)	Var. (pb)
Retornos (μ)	3.305%	3.358%	-5.30
Retornos Ajustados (\hat{u})	1.838%	1.819%	1.88
Des. Estándar (σ)	6.006%	6.006%	-
Utilidad ($E(U)$)	-13.18%	-13.20%	1.88
Ilíquidez (L)	40.784%	42.252%	-146.87

	RI02 (I)	RI02 (MV)	Var. (pb)
Retornos (μ)	2.902%	2.906%	-0.46
Retornos Ajustados (\hat{u})	1.478%	1.476%	0.23
Des. Estándar (σ)	5.951%	5.951%	-
Utilidad ($E(U)$)	-13.400%	-13.40%	2.30
Ilíquidez (L)	40.135%	40.279%	-14.38

	HA02 (I)	HA02 (MV)	Var. (pb)
Retornos (μ)	3.644%	3.699%	-5.56
Retornos Ajustados (\hat{u})	2.146%	2.122%	2.45
Des. Estándar (σ)	6.053%	6.053%	-
Utilidad ($E(U)$)	11.43%	9.87%	157
Ilíquidez (L)	41.339%	42.959%	-162.04

Fuente: Elaboración propia

Tabla 11

Fondo 3 - Apreciación de capital

	IN03 (I)	IN03 (MV)	Var. (pb)
Retornos (μ)	4.422%	4.437%	-1.45
Retornos Ajustados (\hat{u})	2.763%	2.466%	29.63
Des. Estándar (σ)	7.001%	7.001%	-
Utilidad ($E(U)$)	-4.210%	-4.495%	28.53
Ilíquidez (L)	39.826%	45.518%	-569.20

	PR03 (I)	PR03 (MV)	Var. (pb)
Retornos (μ)	4.671%	4.803%	-13.22
Retornos Ajustados (\hat{u})	3.136%	2.880%	25.59
Des. Estándar (σ)	7.106%	7.106%	-
Utilidad ($E(U)$)	-3.97%	-4.23%	25.59
Ilíquidez (L)	39.701%	47.069%	-736.73

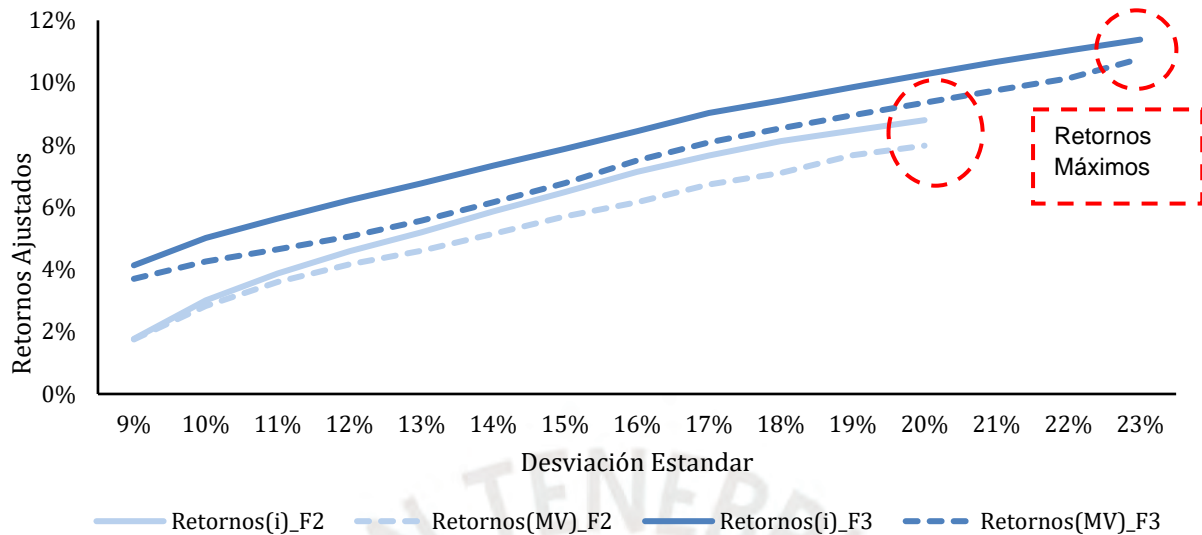
	RI03 (I)	RI03 (MV)	Var. (pb)
Retornos (μ)	4.051%	4.176%	-12.49
Retornos Ajustados (\hat{u})	2.485%	2.248%	23.71
Des. Estándar (σ)	6.775%	6.775%	-
Utilidad ($E(U)$)	-4.290%	-4.527%	23.71
Ilíquidez (L)	40.113%	46.946%	-683.27

	HA03 (I)	HA03 (MV)	Var. (pb)
Retornos (μ)	5.931%	6.083%	-15.22
Retornos Ajustados (\hat{u})	4.251%	3.949%	30.13
Des. Estándar (σ)	7.849%	7.849%	-
Utilidad ($E(U)$)	-3.488%	-4.459%	97.04
Ilíquidez (L)	40.222%	48.361%	-813.96

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 9

Frontera eficiente ajustada por liquidez para AFP Integra



Fuente: Elaboración propia

Según el Gráfico 9, tanto para el Fondo 2 como para el Fondo 3, el modelo exhibe rendimientos superiores ajustados por iliquidez en comparación con el modelo de media-varianza de Markowitz (1952). Al considerar la desviación estándar mínima dentro de los límites regulatorios para el Fondo 2, se observa que los rendimientos ajustados por iliquidez son similares, debido a que la combinación de activos que optimiza la cartera es idéntica en ambos modelos por la carencia de diversificación. Sin embargo, a medida que incrementa la desviación estándar de la cartera, se evidencia una mejora sustancial al comparar los rendimientos ajustados por iliquidez del modelo propuesto frente a los rendimientos ajustados del modelo de optimización de Markowitz. Esta mejora se atribuye a que el modelo de Markowitz no incorpora escenarios de estrés en los que los activos pueden enfrentar una disminución significativa en su valor intrínseco o su maduración puede ser interrumpida por eventos externos imprevistos. Este efecto se repite para todas las AFPs.

Si analizamos los resultados en términos de liquidez de ambas optimizaciones (Modelo con penalización y Modelo de Markowitz), podemos evidenciar que hay una mejora significativa no solo en términos de retornos, sino también en la términos de liquidez debido a que considera una mejor selección de activos según la iliquidez de los mismos. En términos numéricos podemos ver una mejora de hasta un 30% en la liquidez de los portafolios optimizados.

En resumen, el aporte fundamental de este trabajo presenta dos ejes principales: los retornos ajustados por iliquidez y el nivel de iliquidez del portafolio. Por un lado, los retornos ajustados por iliquidez del modelo propuesto demuestran una mayor resiliencia y estabilidad en comparación con el modelo de Markowitz, especialmente en escenarios de mayor riesgo y volatilidad. Por otro lado, el nivel de iliquidez del portafolio se ve significativamente reducido, gracias a una selección más eficiente y estratégica de los activos, lo que resulta en una mayor disponibilidad de liquidez y flexibilidad para enfrentar imprevistos. Estos hallazgos destacan la importancia de considerar la iliquidez en la optimización de portafolios y aportan un enfoque más robusto y realista para la gestión de inversiones en entornos complejos y dinámicos.



Conclusiones

Los resultados obtenidos en este estudio evidencian de manera clara la relevancia de incorporar la iliquidez como un factor explícito en los modelos de optimización de portafolio para fondos de pensiones. Al comparar el modelo tradicional de media-varianza de Markowitz con el modelo propuesto —basado en el enfoque de penalización por iliquidez— se observa una mejora sistemática tanto en los retornos ajustados como en los niveles de liquidez de las carteras, especialmente en los fondos con mayor exposición al riesgo (Fondo 2 y Fondo 3).

En particular, los portafolios optimizados bajo el modelo con penalización presentan una reducción significativa en la exposición a activos ilíquidos, lo que incrementa la capacidad de respuesta del fondo ante situaciones de estrés financiero. Esta característica no solo contribuye a una gestión más prudente, sino que también abre la posibilidad de construir portafolios más sólidos y sostenibles en el tiempo, alineados con los objetivos de protección previsional de largo plazo.

Asimismo, el modelo propuesto demuestra una mayor estabilidad en términos de utilidad esperada, aun cuando se incrementa la volatilidad permitida dentro del marco regulatorio. Esta robustez del resultado brinda la ventaja de representar un portafolio de inversión de una manera más realista, que no solo busca maximizar retornos, sino también aprovechar de manera eficiente las oportunidades de inversión disponibles, manteniendo al mismo tiempo un nivel adecuado de liquidez.

En conjunto, este trabajo ofrece una contribución concreta a la literatura sobre gestión de inversiones institucionales, proporcionando una herramienta práctica que mejora la eficiencia del portafolio sin comprometer su viabilidad operativa. Más allá campo regulatorio, los hallazgos ponen en evidencia que es posible diseñar estrategias que fortalezcan la sostenibilidad del sistema de pensiones en el largo plazo, al integrar de manera equilibrada rentabilidad, riesgo y liquidez. De esta forma, el estudio no solo resalta un problema, sino que propone un camino viable y positivo hacia una gestión previsional más robusta y orientada al bienestar de los afiliados.

Referencias bibliográficas

- Abensur, E. O., & de Carvalho, W. P. (2022). Improving portfolio selection by balancing liquidity-risk-return: Evidence from stock markets. *Theoretical Economics Letters*, *12*, 479–497.
- Amihud, Y., & Mendelson, H. (1986). Asset pricing and the bid-ask spread.
- Ang, A., Papanikolaou, D., & Westerfield, M. (2014). Portfolio choice with illiquid assets. *Management Science*, *60*, 2737–2761.
- Banco Mundial. (2019). *Diagnóstico de apoyo para el desarrollo de una hoja de ruta del mercado de valores de cara al financiamiento del sector corporativo*.
- Bazgour, T., Heuchenne, C., & Sougne, D. (2015). Conditional portfolio allocation: Does aggregate market liquidity matter?
- Brito, D. L. (1977). The single period portfolio problem and its continuous time limit.
- Brennan, M. J., & Subrahmanyam, A. (1996). Market microstructure and asset pricing: On the compensation for illiquidity in stock returns. *Journal of Financial Economics*, *41*, 441–464.
- Constantinides, G. M. (1986). Capital market equilibrium with transaction costs.
- Chavalle, L., & Chavez-Bedoya, L. (2022). The impact of transaction costs in portfolio optimization. *Journal of Portfolio Management*, *48*, 72–84.
- Davis, P. E., & Norman, P. (1990). Bond trading profits and the cost of liquidity. *The Journal of Finance*, *45*, 1153–1172.
- Diamond, D. W., & Rajan, R. G. (2011). Fear of fire sales, illiquidity seeking, and credit freezes. *The Quarterly Journal of Economics*, *126*, 557–591.
- Dumas, B., & Luciano, E. (1991). A generalized theory of the bid-ask spread with asymmetric information. *Review of Financial Studies*, *4*, 871–898.
- Easley, D., & O'Hara, M. (1987). Price, trade size, and information in securities markets. *Journal of Financial Economics*, *19*, 69–90.
- Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, *25*, 383–417.
- Glosten, L. R., & Milgrom, P. R. (1985). Bid, ask, and transaction prices in a specialist market with heterogeneously informed traders. *Journal of Financial Economics*, *14*, 71–100.
- Glosten, L. R. (1987). Components of the bid–ask spread and the statistical properties of transaction prices. *The Journal of Finance*, *42*, 1293–1307.

Glosten, L. R., & Harris, L. (1988). Estimating the components of the bid/ask spread. *Journal of Financial Economics*, 21, 123–142.

Grossman, S. J., & Laroque, G. (1990). Trading volumes and transaction costs in securities markets. In G. M. Constantinides, M. Harris, & R. M. Stulz (Eds.), *Handbook of the economics of finance* (Vol. 1, pp. 181–227). Elsevier.

Hasbrouck, J. (1988). Trades, quotes, informed trading, and the bid-ask spread.

Hayes, M., Primbs, J. A., & Chiquoine, B. (2015). A penalty cost approach to strategic asset allocation with illiquid asset classes.

Jansen, K., & Tuijp, P. (2021). A survey of institutional investors' investment and management decisions on illiquid assets.

Kyle, A. S. (1985). Continuous auctions and insider trading.

Longstaff, F. A. (2009). Portfolio claustrophobia: Asset pricing in markets with illiquid assets.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection.

Merton, R. C. (1969). Lifetime portfolio selection under uncertainty: The continuous-time case.

Merton, R. C. (1971). Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model.

Pastor, L., & Stambaugh, R. F. (2006). Liquidity risk and expected stock returns.

Pastor, L., & Stambaugh, R. F. (2013). Asset pricing and the impact of liquidity.

Roll, R. (1984). A simple implicit measure of the effective bid-ask spread in an efficient market.

Willis Towers Watson. (2018). *Global pension assets study 2018*.

Superintendencia de Banca, Seguros y AFP. (2023). *Boletín mensual febrero 2023*.

Superintendencia de Banca, Seguros y AFP. (2023). *La pandemia y el acceso anticipado a los fondos de pensiones del SPP 2020–2022*.

Stoll, H. R. (1989). Inferring the components of the bid-ask spread: Theory and empirical tests. *The Journal of Finance*, 44, 115–134.

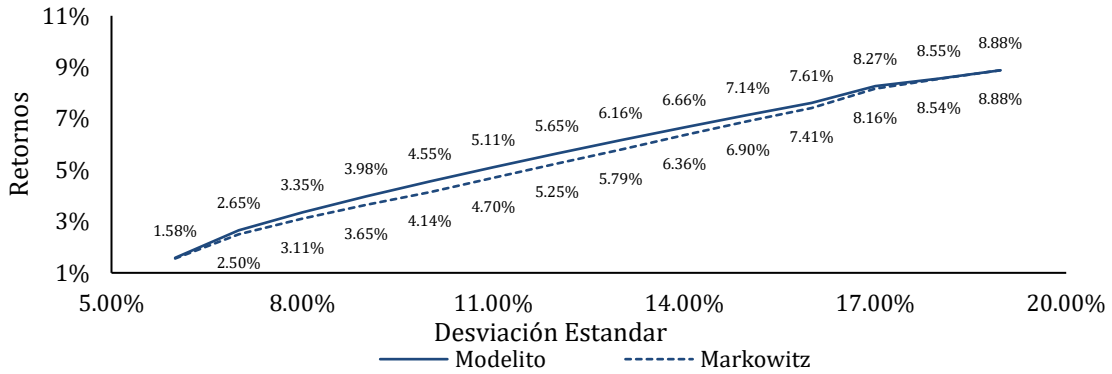
Villavicencio, J., & Segura, A. (2019). Análisis de los posibles impactos de una reclasificación de MSCI Perú de mercado emergente a frontera y propuestas para reducir la probabilidad que suceda.

Superintendencia de Banca, Seguros y AFP. (2023). *Boletín semanal SBS N° 38*.

Anexos

Gráfico 10

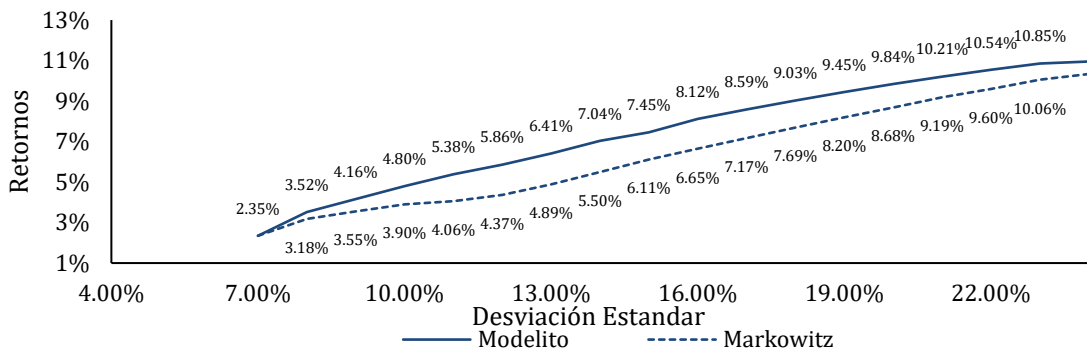
Curva de retornos ajustados por iliquidez para Prima AFP fondo 2



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 11

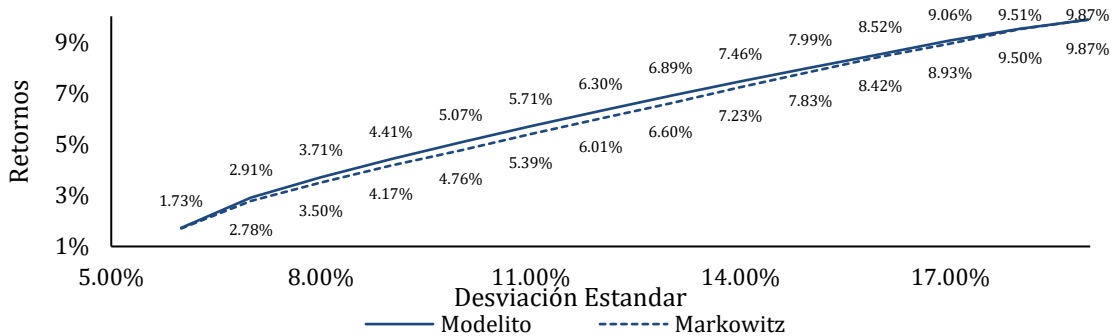
Curva de retornos ajustados por iliquidez para Prima AFP fondo 3



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 12

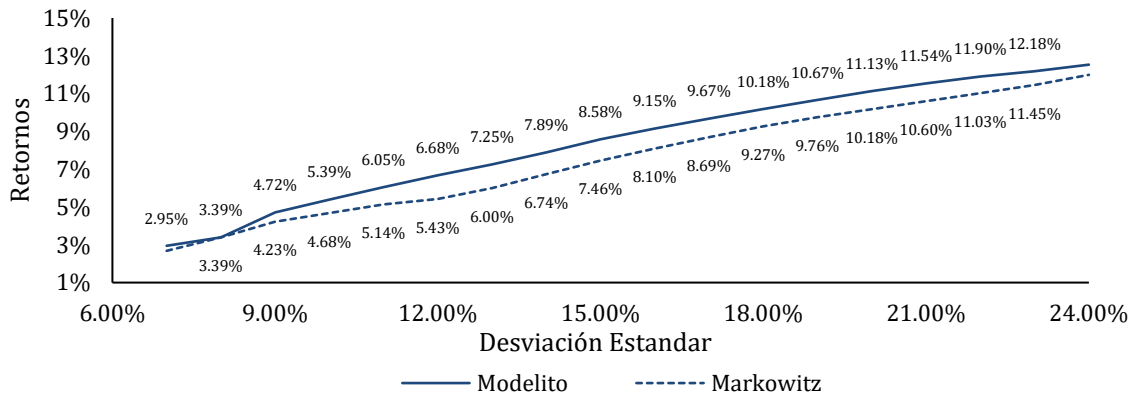
Curva de retornos ajustados por iliquidez para Profuturo AFP fondo 2



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 13

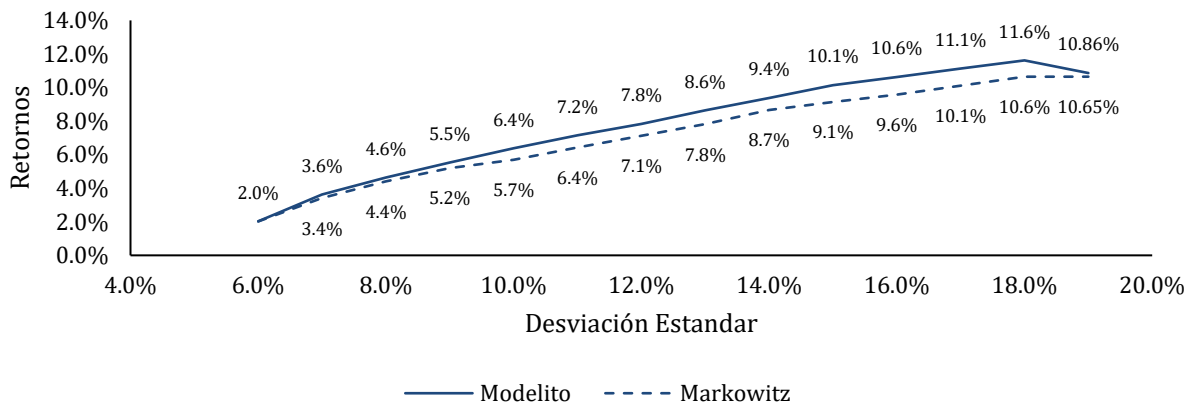
Curva de retornos ajustados por iliquidez para Profuturo AFP fondo 3



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 14

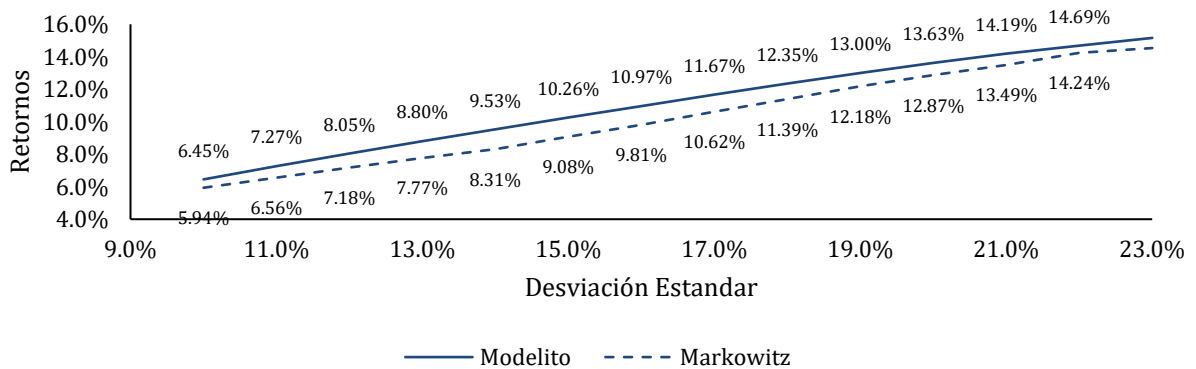
Curva de retornos ajustados por iliquidez para AFP Habitat fondo 2



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 15

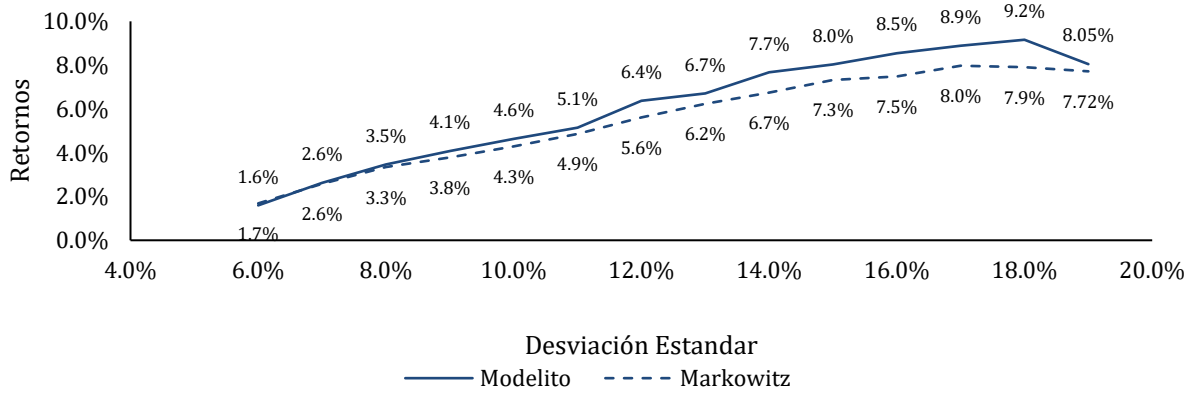
Curva de retornos ajustados por iliquidez para AFP Habitat fondo 3



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 16

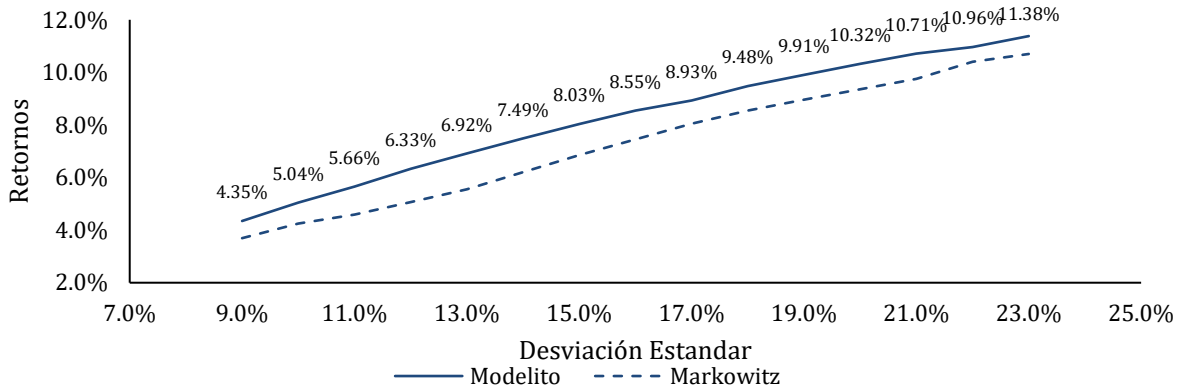
Curva de retornos ajustados por iliquidez para AFP Integra fondo 2



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 17

Curva de retornos ajustados por iliquidez para AFP Integra fondo 3



Fuente: Elaboración propia

Tabla 12

Optimización AFP Integra - Fondo 2

Modelo - Iliquidez							Markowitz						
F2							F2						
Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus	Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus
3.2%	1.8%	6%	40.79%	1.47%	-13.4%	0.50%	3.3%	1.8%	6.00%	42.10%	1.53%	-13.3%	0.54%
4.4%	3.0%	7%	38.88%	1.38%	-14.9%	0.45%	4.6%	2.8%	7.00%	46.15%	1.74%	-14.9%	0.68%
5.3%	3.9%	8%	40.01%	1.43%	-16.5%	0.48%	5.4%	3.6%	8.00%	47.73%	1.82%	-16.7%	0.74%
6.0%	4.6%	9%	39.34%	1.40%	-18.4%	0.46%	6.2%	4.2%	9.00%	51.44%	2.03%	-18.7%	0.90%
6.7%	5.2%	10%	42.16%	1.54%	-20.4%	0.55%	6.9%	4.6%	10.00%	56.34%	2.32%	-20.7%	1.14%
7.3%	5.9%	11%	40.39%	1.45%	-22.4%	0.49%	7.7%	5.1%	11.00%	59.37%	2.51%	-22.6%	1.31%
8.0%	6.5%	12%	41.68%	1.51%	-23.6%	0.53%	8.4%	5.7%	12.00%	61.54%	2.65%	-24.4%	1.44%
8.7%	7.1%	13%	42.71%	1.56%	-25.8%	0.56%	9.0%	6.2%	13.00%	64.85%	2.88%	-26.3%	1.65%
9.3%	7.7%	14%	44.04%	1.63%	-27.3%	0.61%	9.6%	6.7%	14.00%	65.24%	2.90%	-28.3%	1.68%
9.8%	8.1%	15%	45.35%	1.70%	-29.5%	0.65%	10.1%	7.1%	15.00%	67.17%	3.04%	-30.2%	1.82%
10.1%	8.5%	16%	44.02%	1.63%	-31.5%	0.61%	10.8%	7.7%	16.00%	68.62%	3.15%	-32.5%	1.93%
10.5%	8.8%	17%	44.64%	1.66%	-33.6%	0.63%	11.3%	8.0%	17.00%	70.98%	3.33%	-34.5%	2.12%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 13

Optimización AFP Integra - Fondo 3

Modelo - Iliquidez							Markowitz						
F3							F3						
Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus	Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus
6.01%	4.13%	9.00%	43.94%	1.88%	-4.7%	0.55%	6.21%	3.70%	9.00%	54.53%	2.51%	-5.3%	0.94%
6.66%	5.01%	10.00%	39.63%	1.65%	-5.0%	0.43%	6.96%	4.26%	10.00%	57.58%	2.71%	-5.8%	1.07%
7.30%	5.63%	11.00%	40.01%	1.67%	-5.3%	0.44%	7.53%	4.65%	11.00%	60.32%	2.89%	-6.4%	1.20%
7.96%	6.23%	12.00%	41.17%	1.73%	-5.7%	0.48%	8.37%	5.06%	12.00%	66.43%	3.32%	-6.9%	1.54%
8.70%	6.76%	13.00%	44.99%	1.94%	-6.1%	0.59%	9.06%	5.57%	13.00%	68.80%	3.49%	-7.4%	1.69%
9.25%	7.34%	14.00%	44.49%	1.91%	-6.5%	0.57%	9.71%	6.16%	14.00%	69.53%	3.55%	-7.8%	1.73%
9.83%	7.88%	15.00%	45.19%	1.95%	-7.0%	0.59%	10.32%	6.77%	15.00%	69.48%	3.55%	-8.1%	1.73%
10.51%	8.44%	16.00%	47.23%	2.07%	-7.5%	0.66%	10.89%	7.50%	16.00%	67.37%	3.39%	-8.6%	1.60%
11.04%	9.02%	17.00%	46.32%	2.02%	-8.1%	0.63%	11.46%	8.08%	17.00%	67.27%	3.38%	-9.0%	1.59%
11.63%	9.42%	18.00%	49.49%	2.20%	-8.5%	0.74%	11.98%	8.53%	18.00%	68.24%	3.45%	-9.5%	1.65%
12.13%	9.85%	19.00%	50.77%	2.28%	-9.1%	0.78%	12.49%	8.95%	19.00%	69.27%	3.53%	-10.0%	1.72%
12.61%	10.26%	20.00%	51.99%	2.35%	-9.7%	0.83%	12.97%	9.35%	20.00%	70.41%	3.62%	-10.6%	1.79%
13.05%	10.66%	21.00%	52.52%	2.38%	-10.3%	0.85%	13.44%	9.76%	21.00%	71.28%	3.68%	-11.3%	1.85%
13.41%	11.03%	22.00%	52.45%	2.38%	-11.0%	0.85%	13.90%	10.14%	22.00%	72.31%	3.76%	-11.6%	1.92%
13.74%	11.38%	23.00%	52.05%	2.36%	-11.6%	0.83%	14.23%	10.77%	23.00%	68.38%	3.46%	-12.3%	1.66%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 14

Optimización AFP Habitat - Fondo 2

Modelo - Ilíquidez							Markowitz						
F2							F2						
Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus	Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus
3.5%	2.0%	6.0%	41.6%	1.5%	0.5%	-13.0%	3.5%	2.0%	6.0%	42.2%	1.5%	-13.00%	0.60%
5.1%	3.6%	7%	40.72%	1.44%	0.51%	-13.88%	5.2%	3.4%	7.00%	46.95%	1.75%	-14.10%	0.72%
6.1%	4.6%	8%	41.20%	1.46%	0.52%	-15.37%	6.2%	4.4%	8.00%	47.93%	1.81%	-15.60%	0.76%
7.0%	5.5%	9%	41.27%	1.47%	0.52%	-16.96%	7.2%	5.2%	9.00%	50.55%	1.95%	-17.30%	0.87%
7.9%	6.4%	10%	41.38%	1.47%	0.53%	-18.62%	8.1%	5.7%	10.00%	57.81%	2.38%	-19.30%	1.24%
8.7%	7.2%	11%	42.85%	1.54%	0.58%	-20.35%	8.9%	6.4%	11.00%	59.93%	2.51%	-21.10%	1.36%
9.5%	7.8%	12%	44.50%	1.63%	0.63%	-22.17%	9.8%	7.1%	12.00%	62.01%	2.65%	-22.90%	1.49%
10.3%	8.6%	13%	45.87%	1.70%	0.68%	-23.86%	10.6%	7.8%	13.00%	63.90%	2.78%	-24.70%	1.62%
11.2%	9.4%	14%	47.81%	1.80%	0.76%	-25.62%	11.4%	8.7%	14.00%	63.65%	2.76%	-26.30%	1.60%
11.9%	10.1%	15%	47.14%	1.76%	0.73%	-27.36%	12.2%	9.1%	15.00%	67.98%	3.07%	-28.40%	1.92%
12.5%	10.6%	16%	48.41%	1.83%	0.78%	-29.38%	12.9%	9.6%	16.00%	71.88%	3.36%	-30.40%	2.24%
13.0%	11.1%	17%	49.10%	1.87%	0.81%	-31.37%	13.6%	10.1%	17.00%	73.75%	3.51%	-32.40%	2.41%
13.5%	11.6%	18%	49.73%	1.90%	0.84%	-33.38%	14.2%	10.6%	18.00%	74.90%	3.60%	-34.40%	2.51%
14.67%	10.86%	19.00%	77.40%	3.81%	2.76%	-36.64%	14.77%	10.65%	19.00%	80.93%	4.12%	-36.90%	3.14%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 15

Optimización AFP Habitat - Fondo 3

Modelo - Ilíquidez							Markowitz						
F3							F3						
Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus	Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus
7.86%	6.45%	10.00%	40.28%	1.41%	0.50%	-3.55%	6.21%	3.70%	9.00%	54.53%	2.51%	-5.3%	0.94%
8.68%	7.27%	11.00%	40.37%	1.41%	0.50%	-3.73%	6.96%	4.26%	10.00%	57.58%	2.71%	-5.8%	1.07%
9.47%	8.05%	12.00%	40.52%	1.42%	0.51%	-3.96%	7.53%	4.65%	11.00%	60.32%	2.89%	-6.4%	1.20%
10.26%	8.80%	13.00%	41.23%	1.45%	0.53%	-4.20%	8.37%	5.06%	12.00%	66.43%	3.32%	-6.9%	1.54%
11.05%	9.53%	14.00%	42.49%	1.52%	0.57%	-4.47%	9.06%	5.57%	13.00%	68.80%	3.49%	-7.4%	1.69%
11.80%	10.26%	15.00%	42.90%	1.54%	0.58%	-4.74%	9.71%	6.16%	14.00%	69.53%	3.55%	-7.8%	1.73%
12.56%	10.97%	16.00%	44.01%	1.59%	0.62%	-5.04%	10.32%	6.77%	15.00%	69.48%	3.55%	-8.1%	1.73%
13.29%	11.67%	17.00%	44.64%	1.62%	0.65%	-5.33%	10.89%	7.50%	16.00%	67.37%	3.39%	-8.6%	1.60%
14.09%	12.35%	18.00%	46.91%	1.74%	0.73%	-5.65%	11.46%	8.08%	17.00%	67.27%	3.38%	-9.0%	1.59%
14.83%	13.00%	19.00%	48.48%	1.82%	0.79%	-6.00%	11.98%	8.53%	18.00%	68.24%	3.45%	-9.5%	1.65%
15.54%	13.63%	20.00%	50.21%	1.92%	0.87%	-6.38%	12.49%	8.95%	19.00%	69.27%	3.53%	-10.0%	1.72%
16.14%	14.19%	21.00%	50.64%	1.94%	0.89%	-6.81%	12.97%	9.35%	20.00%	70.41%	3.62%	-10.6%	1.79%
16.73%	14.69%	22.00%	52.43%	2.04%	0.97%	-7.31%	13.44%	9.76%	21.00%	71.28%	3.68%	-11.3%	1.85%
17.36%	15.16%	23.00%	55.11%	2.20%	1.11%	-7.84%	13.90%	10.14%	22.00%	72.31%	3.76%	-11.6%	1.92%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 16

Optimización Profuturo AFP - Fondo 2

Modelo - Ilíquidez							Markowitz						
F3							F3						
Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus	Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus
6.01%	4.13%	9.00%	43.94%	1.88%	-4.7%	0.55%	6.21%	3.70%	9.00%	54.53%	2.51%	-5.3%	0.94%
6.66%	5.01%	10.00%	39.63%	1.65%	-5.0%	0.43%	6.96%	4.26%	10.00%	57.58%	2.71%	-5.8%	1.07%
7.30%	5.63%	11.00%	40.01%	1.67%	-5.3%	0.44%	7.53%	4.65%	11.00%	60.32%	2.89%	-6.4%	1.20%
7.96%	6.23%	12.00%	41.17%	1.73%	-5.7%	0.48%	8.37%	5.06%	12.00%	66.43%	3.32%	-6.9%	1.54%
8.70%	6.76%	13.00%	44.99%	1.94%	-6.1%	0.59%	9.06%	5.57%	13.00%	68.80%	3.49%	-7.4%	1.69%
9.25%	7.34%	14.00%	44.49%	1.91%	-6.5%	0.57%	9.71%	6.16%	14.00%	69.53%	3.55%	-7.8%	1.73%
9.83%	7.88%	15.00%	45.19%	1.95%	-7.0%	0.59%	10.32%	6.77%	15.00%	69.48%	3.55%	-8.1%	1.73%
10.51%	8.44%	16.00%	47.23%	2.07%	-7.5%	0.66%	10.89%	7.50%	16.00%	67.37%	3.39%	-8.6%	1.60%
11.04%	9.02%	17.00%	46.32%	2.02%	-8.1%	0.63%	11.46%	8.08%	17.00%	67.27%	3.38%	-9.0%	1.59%
11.63%	9.42%	18.00%	49.49%	2.20%	-8.5%	0.74%	11.98%	8.53%	18.00%	68.24%	3.45%	-9.5%	1.65%
12.13%	9.85%	19.00%	50.77%	2.28%	-9.1%	0.78%	12.49%	8.95%	19.00%	69.27%	3.53%	-10.0%	1.72%
12.61%	10.26%	20.00%	51.99%	2.35%	-9.7%	0.83%	12.97%	9.35%	20.00%	70.41%	3.62%	-10.6%	1.79%
13.05%	10.66%	21.00%	52.52%	2.38%	-10.3%	0.85%	13.44%	9.76%	21.00%	71.28%	3.68%	-11.3%	1.85%
13.41%	11.03%	22.00%	52.45%	2.38%	-11.0%	0.85%	13.90%	10.14%	22.00%	72.31%	3.76%	-11.6%	1.92%
13.74%	11.38%	23.00%	52.05%	2.36%	-11.6%	0.83%	14.23%	10.77%	23.00%	68.38%	3.46%	-12.3%	1.66%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 17

Optimización Profuturo AFP - Fondo 3

Modelo - Ilíquidez							Markowitz						
F3							F3						
Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus	Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus
6.01%	4.13%	9.00%	43.94%	1.88%	-4.7%	0.55%	6.21%	3.70%	9.00%	54.53%	2.51%	-5.3%	0.94%
6.66%	5.01%	10.00%	39.63%	1.65%	-5.0%	0.43%	6.96%	4.26%	10.00%	57.58%	2.71%	-5.8%	1.07%
7.30%	5.63%	11.00%	40.01%	1.67%	-5.3%	0.44%	7.53%	4.65%	11.00%	60.32%	2.89%	-6.4%	1.20%
7.96%	6.23%	12.00%	41.17%	1.73%	-5.7%	0.48%	8.37%	5.06%	12.00%	66.43%	3.32%	-6.9%	1.54%
8.70%	6.76%	13.00%	44.99%	1.94%	-6.1%	0.59%	9.06%	5.57%	13.00%	68.80%	3.49%	-7.4%	1.69%
9.25%	7.34%	14.00%	44.49%	1.91%	-6.5%	0.57%	9.71%	6.16%	14.00%	69.53%	3.55%	-7.8%	1.73%
9.83%	7.88%	15.00%	45.19%	1.95%	-7.0%	0.59%	10.32%	6.77%	15.00%	69.48%	3.55%	-8.1%	1.73%
10.51%	8.44%	16.00%	47.23%	2.07%	-7.5%	0.66%	10.89%	7.50%	16.00%	67.37%	3.39%	-8.6%	1.60%
11.04%	9.02%	17.00%	46.32%	2.02%	-8.1%	0.63%	11.46%	8.08%	17.00%	67.27%	3.38%	-9.0%	1.59%
11.63%	9.42%	18.00%	49.49%	2.20%	-8.5%	0.74%	11.98%	8.53%	18.00%	68.24%	3.45%	-9.5%	1.65%
12.13%	9.85%	19.00%	50.77%	2.28%	-9.1%	0.78%	12.49%	8.95%	19.00%	69.27%	3.53%	-10.0%	1.72%
12.61%	10.26%	20.00%	51.99%	2.35%	-9.7%	0.83%	12.97%	9.35%	20.00%	70.41%	3.62%	-10.6%	1.79%
13.05%	10.66%	21.00%	52.52%	2.38%	-10.3%	0.85%	13.44%	9.76%	21.00%	71.28%	3.68%	-11.3%	1.85%
13.41%	11.03%	22.00%	52.45%	2.38%	-11.0%	0.85%	13.90%	10.14%	22.00%	72.31%	3.76%	-11.6%	1.92%
13.74%	11.38%	23.00%	52.05%	2.36%	-11.6%	0.83%	14.23%	10.77%	23.00%	68.38%	3.46%	-12.3%	1.66%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 18

Optimización Prima AFP - Fondo 2

Modelo - Ilíquidez							Markowitz						
F3							F3						
Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus	Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus
6.01%	4.13%	9.00%	43.94%	1.88%	-4.7%	0.55%	6.21%	3.70%	9.00%	54.53%	2.51%	-5.3%	0.94%
6.66%	5.01%	10.00%	39.63%	1.65%	-5.0%	0.43%	6.96%	4.26%	10.00%	57.58%	2.71%	-5.8%	1.07%
7.30%	5.63%	11.00%	40.01%	1.67%	-5.3%	0.44%	7.53%	4.65%	11.00%	60.32%	2.89%	-6.4%	1.20%
7.96%	6.23%	12.00%	41.17%	1.73%	-5.7%	0.48%	8.37%	5.06%	12.00%	66.43%	3.32%	-6.9%	1.54%
8.70%	6.76%	13.00%	44.99%	1.94%	-6.1%	0.59%	9.06%	5.57%	13.00%	68.80%	3.49%	-7.4%	1.69%
9.25%	7.34%	14.00%	44.49%	1.91%	-6.5%	0.57%	9.71%	6.16%	14.00%	69.53%	3.55%	-7.8%	1.73%
9.83%	7.88%	15.00%	45.19%	1.95%	-7.0%	0.59%	10.32%	6.77%	15.00%	69.48%	3.55%	-8.1%	1.73%
10.51%	8.44%	16.00%	47.23%	2.07%	-7.5%	0.66%	10.89%	7.50%	16.00%	67.37%	3.39%	-8.6%	1.60%
11.04%	9.02%	17.00%	46.32%	2.02%	-8.1%	0.63%	11.46%	8.08%	17.00%	67.27%	3.38%	-9.0%	1.59%
11.63%	9.42%	18.00%	49.49%	2.20%	-8.5%	0.74%	11.98%	8.53%	18.00%	68.24%	3.45%	-9.5%	1.65%
12.13%	9.85%	19.00%	50.77%	2.28%	-9.1%	0.78%	12.49%	8.95%	19.00%	69.27%	3.53%	-10.0%	1.72%
12.61%	10.26%	20.00%	51.99%	2.35%	-9.7%	0.83%	12.97%	9.35%	20.00%	70.41%	3.62%	-10.6%	1.79%
13.05%	10.66%	21.00%	52.52%	2.38%	-10.3%	0.85%	13.44%	9.76%	21.00%	71.28%	3.68%	-11.3%	1.85%
13.41%	11.03%	22.00%	52.45%	2.38%	-11.0%	0.85%	13.90%	10.14%	22.00%	72.31%	3.76%	-11.6%	1.92%
13.74%	11.38%	23.00%	52.05%	2.36%	-11.6%	0.83%	14.23%	10.77%	23.00%	68.38%	3.46%	-12.3%	1.66%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 19

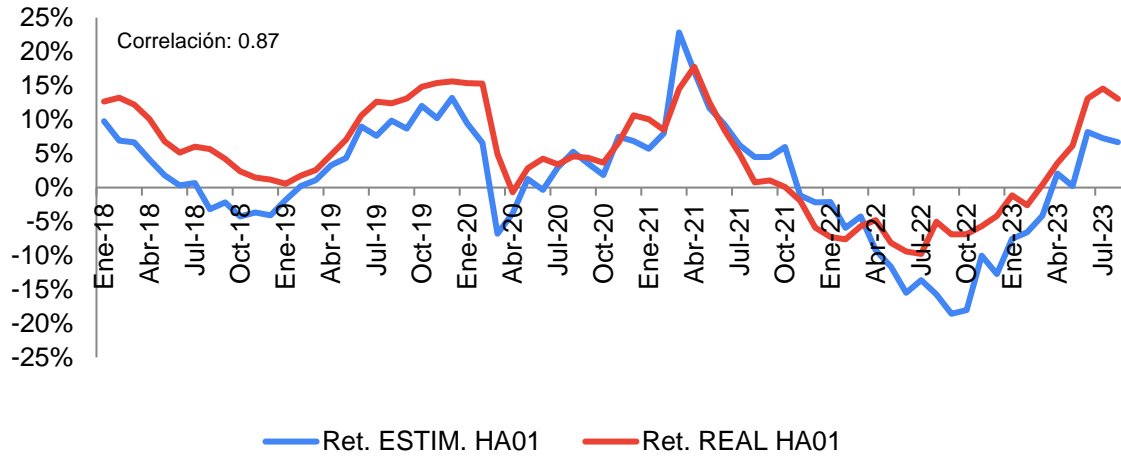
Optimización Prima AFP - Fondo 3

Modelo - Ilíquidez							Markowitz						
F3							F3						
Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus	Retornos	Retornos Ajustados	Desvest	L(w)	T(L(w))	Utilidad	Surplus
6.01%	4.13%	9.00%	43.94%	1.88%	-4.7%	0.55%	6.21%	3.70%	9.00%	54.53%	2.51%	-5.3%	0.94%
6.66%	5.01%	10.00%	39.63%	1.65%	-5.0%	0.43%	6.96%	4.26%	10.00%	57.58%	2.71%	-5.8%	1.07%
7.30%	5.63%	11.00%	40.01%	1.67%	-5.3%	0.44%	7.53%	4.65%	11.00%	60.32%	2.89%	-6.4%	1.20%
7.96%	6.23%	12.00%	41.17%	1.73%	-5.7%	0.48%	8.37%	5.06%	12.00%	66.43%	3.32%	-6.9%	1.54%
8.70%	6.76%	13.00%	44.99%	1.94%	-6.1%	0.59%	9.06%	5.57%	13.00%	68.80%	3.49%	-7.4%	1.69%
9.25%	7.34%	14.00%	44.49%	1.91%	-6.5%	0.57%	9.71%	6.16%	14.00%	69.53%	3.55%	-7.8%	1.73%
9.83%	7.88%	15.00%	45.19%	1.95%	-7.0%	0.59%	10.32%	6.77%	15.00%	69.48%	3.55%	-8.1%	1.73%
10.51%	8.44%	16.00%	47.23%	2.07%	-7.5%	0.66%	10.89%	7.50%	16.00%	67.37%	3.39%	-8.6%	1.60%
11.04%	9.02%	17.00%	46.32%	2.02%	-8.1%	0.63%	11.46%	8.08%	17.00%	67.27%	3.38%	-9.0%	1.59%
11.63%	9.42%	18.00%	49.49%	2.20%	-8.5%	0.74%	11.98%	8.53%	18.00%	68.24%	3.45%	-9.5%	1.65%
12.13%	9.85%	19.00%	50.77%	2.28%	-9.1%	0.78%	12.49%	8.95%	19.00%	69.27%	3.53%	-10.0%	1.72%
12.61%	10.26%	20.00%	51.99%	2.35%	-9.7%	0.83%	12.97%	9.35%	20.00%	70.41%	3.62%	-10.6%	1.79%
13.05%	10.66%	21.00%	52.52%	2.38%	-10.3%	0.85%	13.44%	9.76%	21.00%	71.28%	3.68%	-11.3%	1.85%
13.41%	11.03%	22.00%	52.45%	2.38%	-11.0%	0.85%	13.90%	10.14%	22.00%	72.31%	3.76%	-11.6%	1.92%
13.74%	11.38%	23.00%	52.05%	2.36%	-11.6%	0.83%	14.23%	10.77%	23.00%	68.38%	3.46%	-12.3%	1.66%

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 18

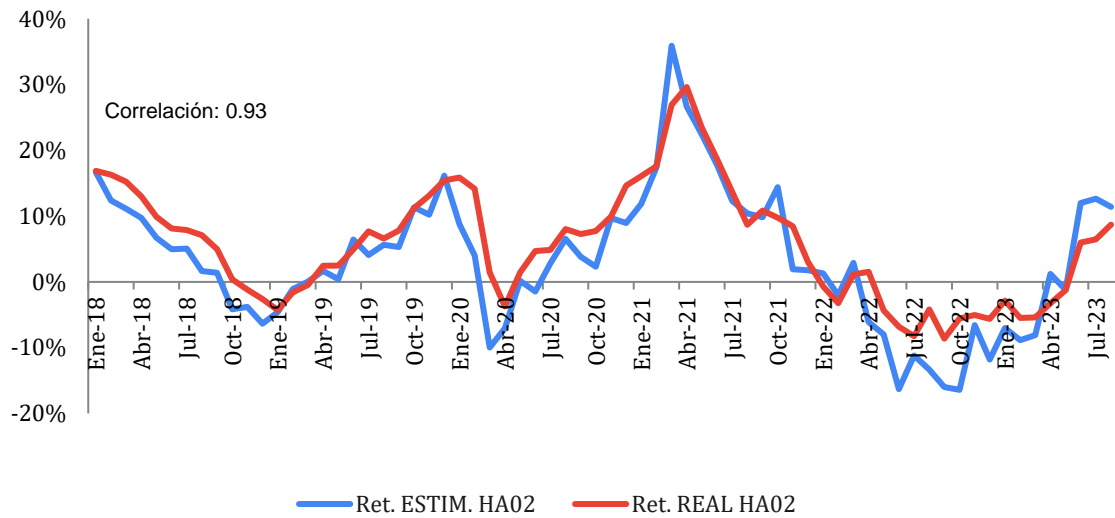
Retornos históricos vs estimados – AFP Habitat fondo 1



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 19

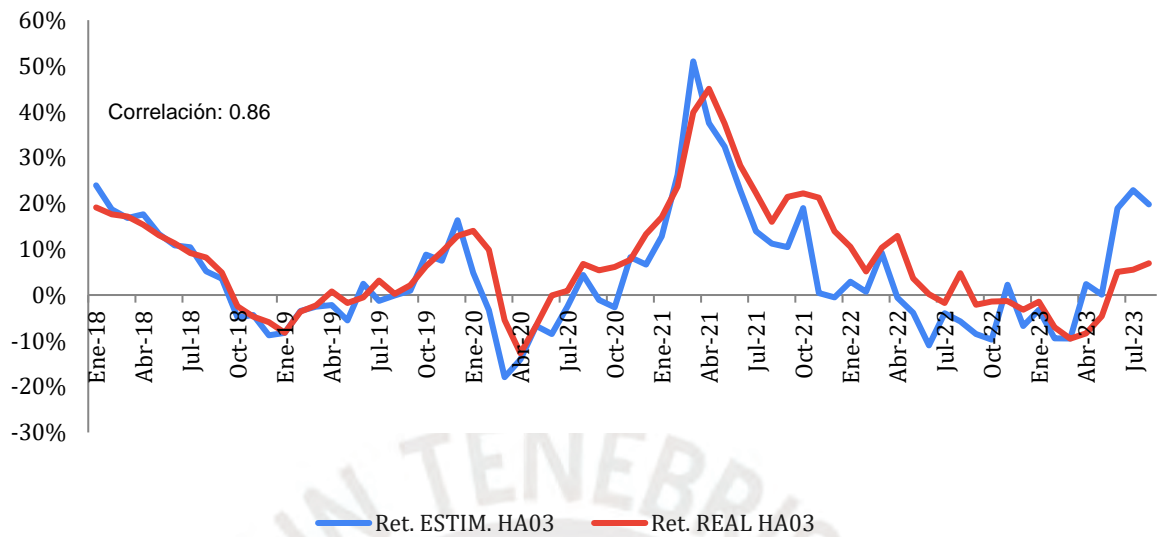
Retornos históricos vs estimados – AFP Habitat fondo 2



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 20

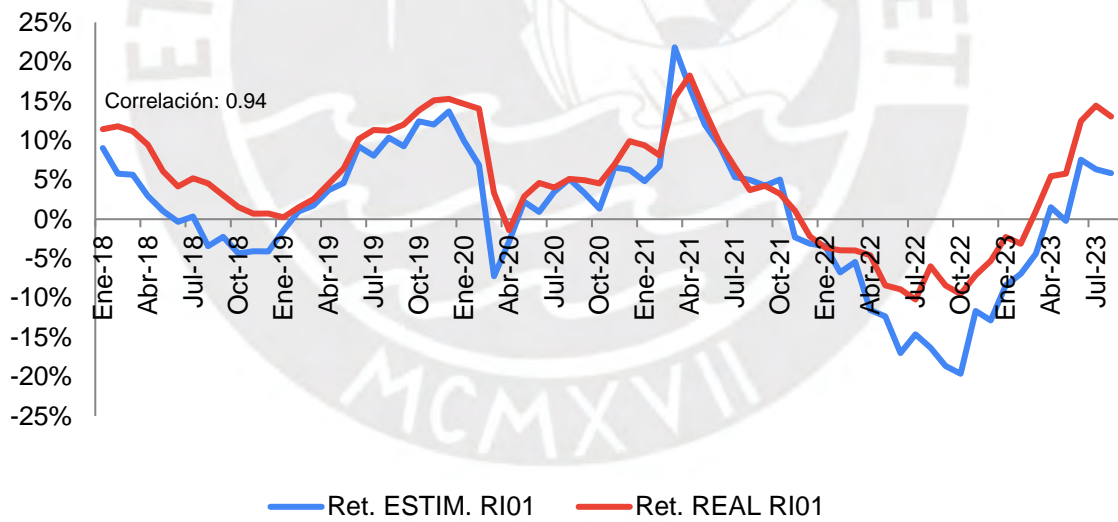
Retornos históricos vs Estimados – AFP Habitat fondo 3



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 21

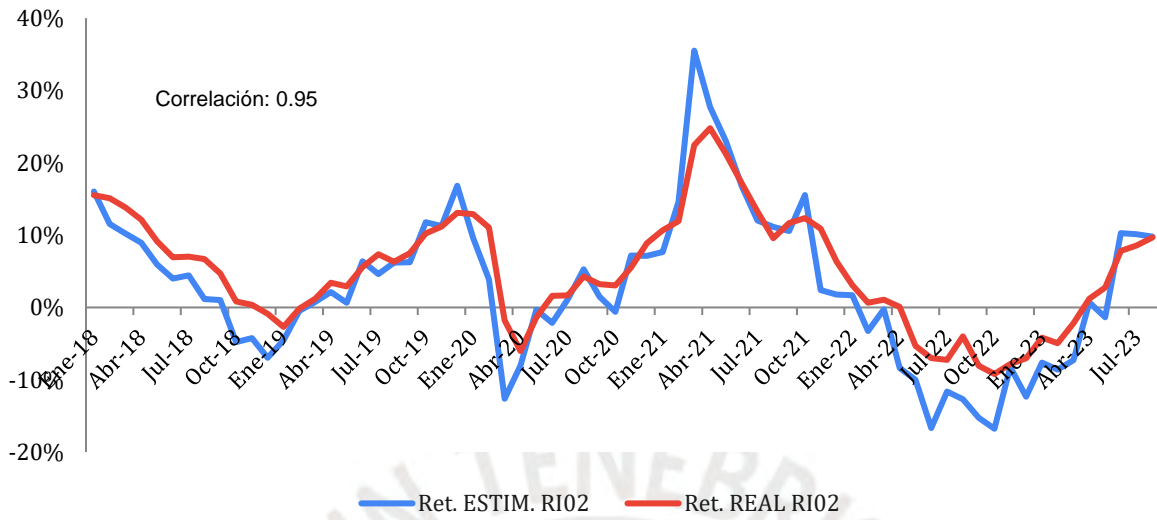
Retornos históricos vs estimados – Prima AFP fondo 1



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 22

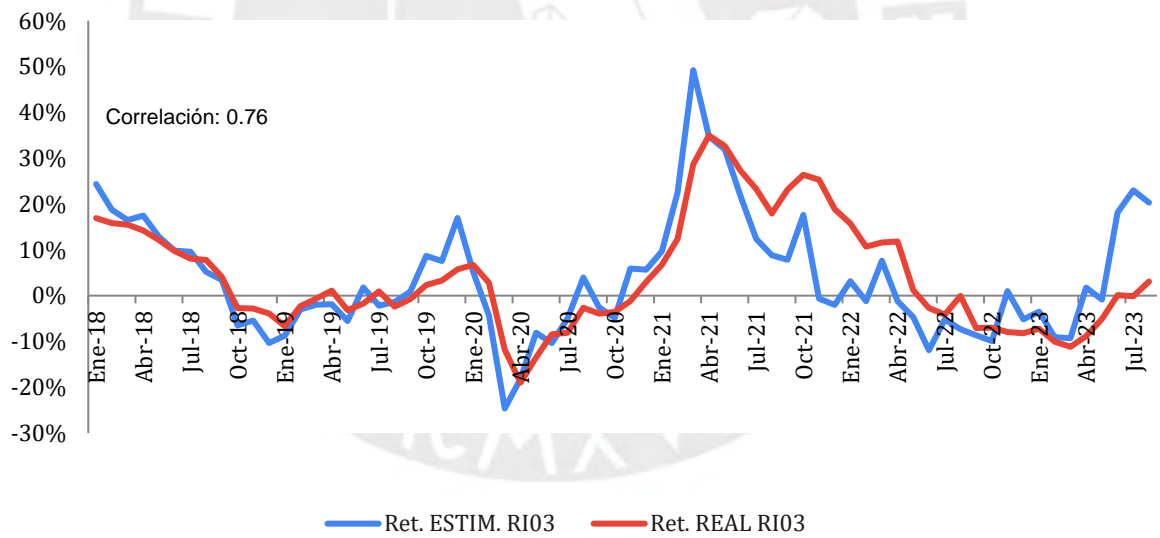
Retornos históricos vs estimados – Prima AFP fondo 2



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 23

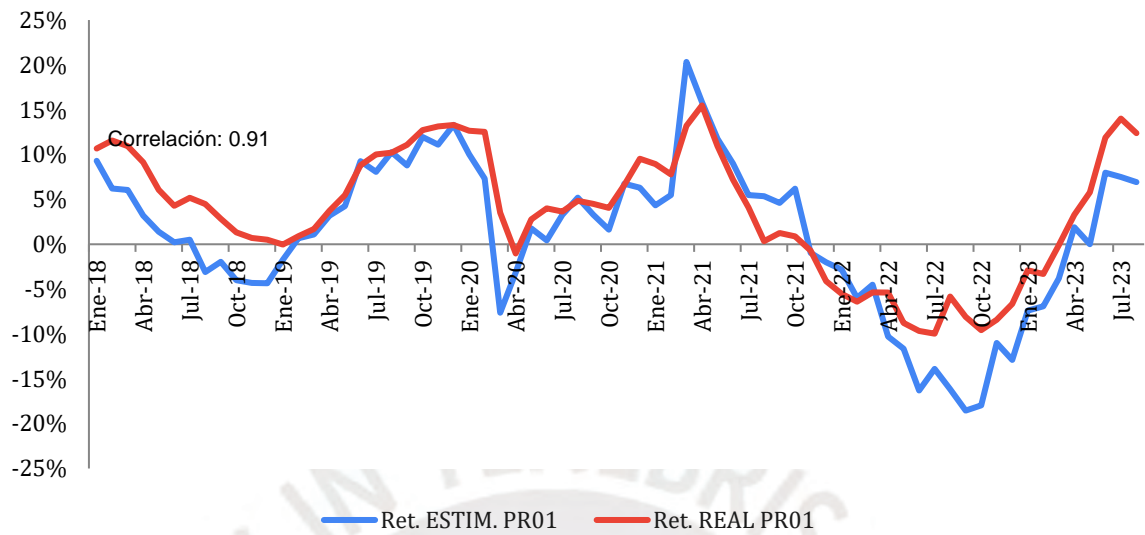
Retornos históricos vs estimados - Prima AFP fondo 3



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 24

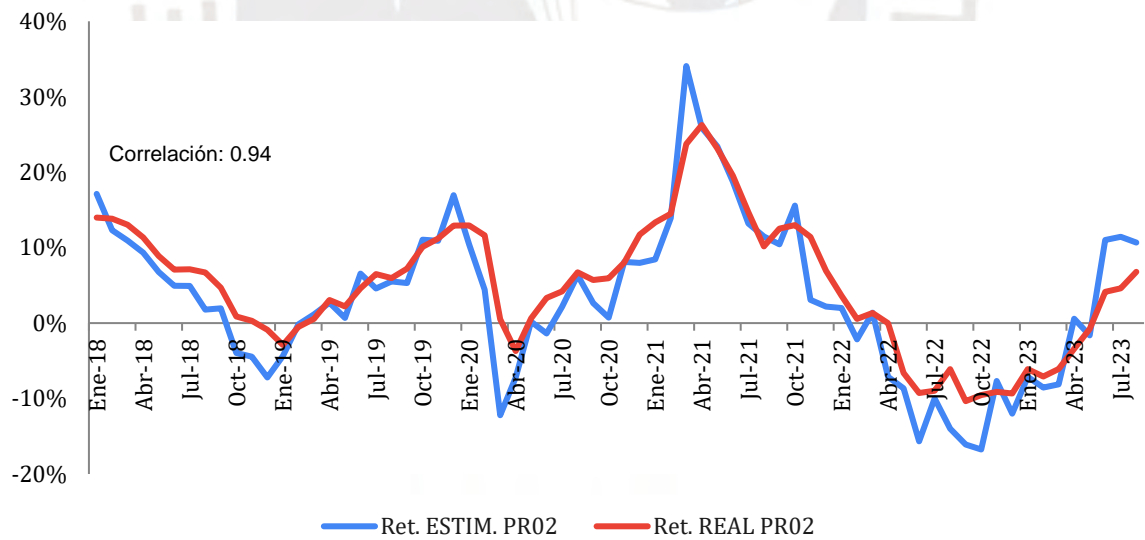
Retornos históricos vs estimados - Profuturo AFP fondo 1



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 25

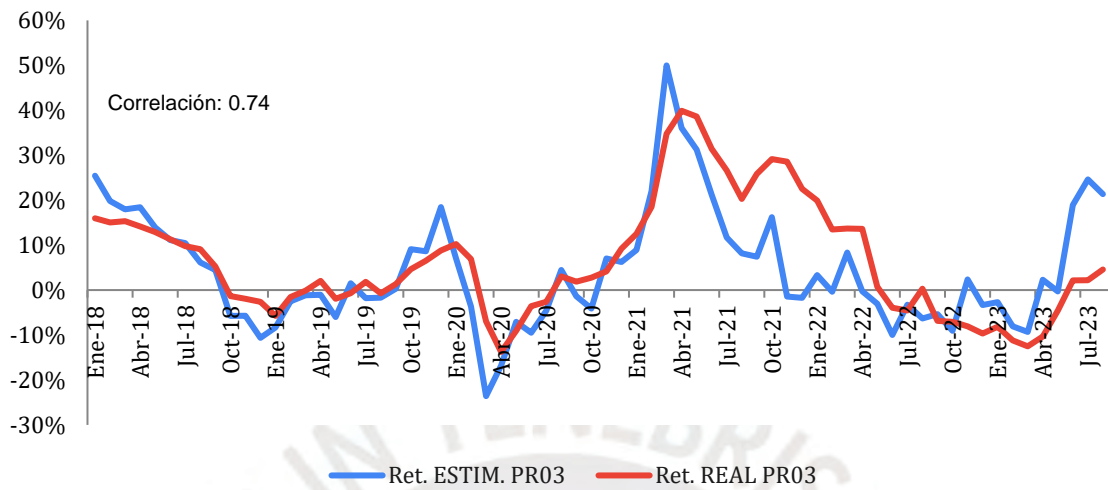
Retornos históricos vs estimados - Profuturo AFP fondo 2



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 26

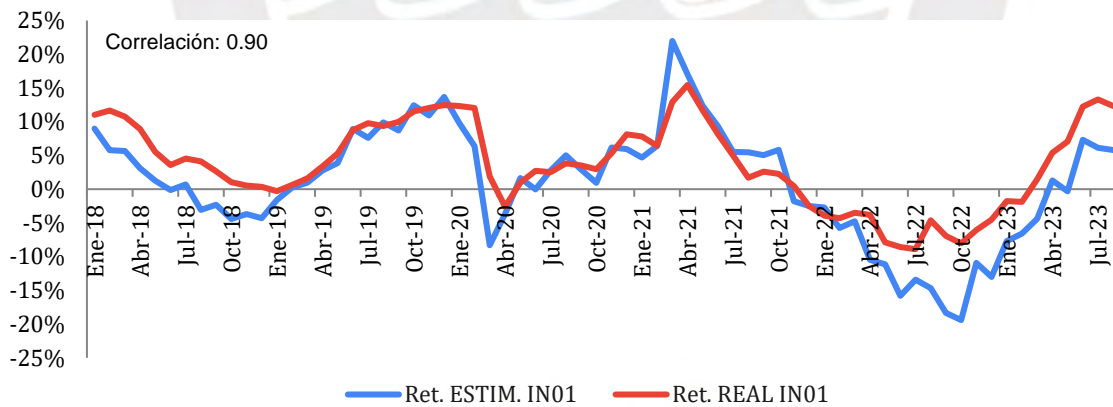
Retornos históricos vs estimados - Profuturo AFP fondo 3



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 27

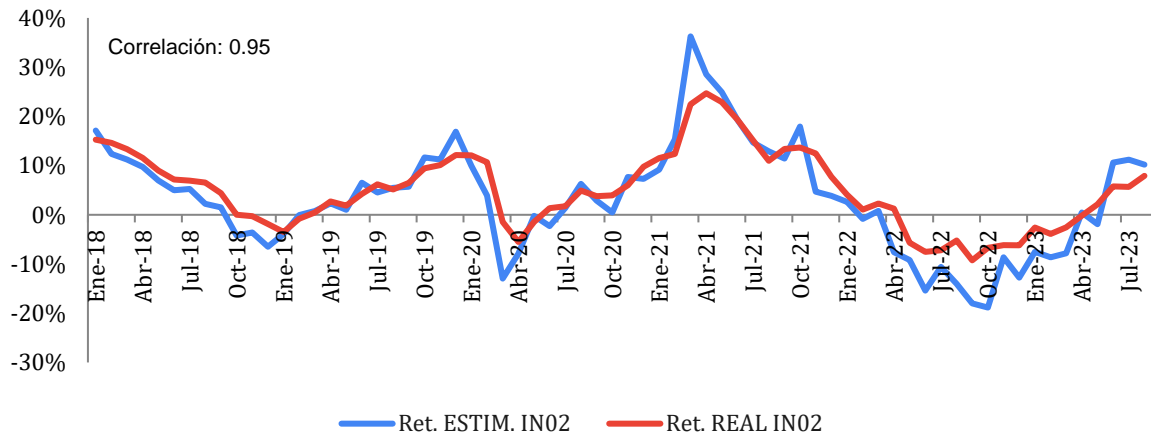
Retornos históricos vs estimados – AFP Integra fondo 1



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 28

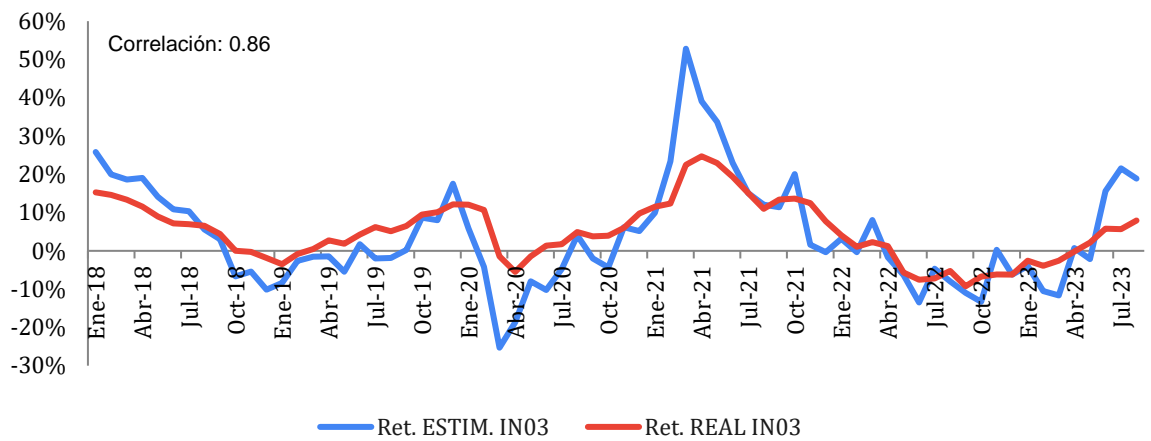
Retornos históricos vs estimados – AFP Integra fondo 2



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 29

Retornos históricos vs estimados – AFP Integra fondo 3



Fuente: Elaboración propia