PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Escuela de Posgrado

PROCESO DE ENSEÑANZA DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA DESDE LA MATEMÁTICA EN EL CONTEXTO DE LA CIENCIA EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE SECUNDARIA

Tesis para obtener el grado académico de Maestro en Enseñanza de las Matemáticas que presenta:

Oscar Roberto Pecho Ramos

Asesora:

Dra. Verónica Neira Fernández

Lima, 2025

Informe de Similitud

Yo, VERÓNICA NEIRA FERNÁNDEZ, docente de la Escuela de Posgrado de la Pontificia Universidad Católica del Perú, asesora de la tesis titulado PROCESO DE ENSEÑANZA DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA DESDE LA MATEMÁTICA EN EL CONTEXTO DE LA CIENCIA EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE SECUNDARIA, del autor Oscar Roberto Pecho Ramos, dejo constancia de lo siguiente:

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 14 %. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software Turnitin el 27/06/2025.
- He revisado con detalle dicho reporte y la Tesis o Trabajo de Suficiencia Profesional, y no se advierte indicios de plagio.
- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lugar y fecha:

Lima, 16 de julio 2025

<table>
<tr><td colspan="2">Apellidos y nombres de la asesora:
Neira Fernández Verónica</td></tr>
<tr><td>DNI:41524960</td><td rowspan="2">Firma:
</td></tr>
<tr><td>ORCID:
https://orcid.org/0000-0002-2540-3530</td></tr>
</table>

Dedicatoria:

A mis hijos, Micaela y Arturo, por acompañarme en silencio en cada página de este camino.

Agradecimientos

Quiero expresar mi gratitud y reconocimiento hacia mi asesora, la Dra. Verónica Neira Fernández, por su apoyo incondicional, exigencia y paciencia a lo largo de la elaboración de la presente investigación. Sus observaciones y sugerencias fueron determinantes para mejorar cada versión de nuestro trabajo. Gracias por alentarme en los momentos difíciles, sus palabras reforzaron mi voluntad de seguir adelante y alcanzar el objetivo trazado.

A los miembros del jurado, la Dra. Jesús Flores y la Dra. Nancy Saravia, por sus sugerencias y observaciones realizadas a nuestro trabajo, lo cual me permitió mejorar nuestra investigación.

A los profesores de la Maestría, a quienes agradezco por la contribución en mi formación profesional y personal durante mis años de estudio en la PUCP. Las valiosas lecciones adquiridas consolidaron mi versión como educador.

A la línea de investigación Tecnologías y Visualización en Educación Matemática de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas PUCP. Por su valioso aporte en mi formación.

A mi madre, por su amor incondicional, por todo el sacrificio que tuvo que hacer para encaminarme en el sendero donde la luz es radiante y mis hermanos que me enseñaron, el significado de la palabra perseverancia con sus acciones.

A mi compañera, que en silencio me acompaño en cada escrito, sus palabras de aliento siempre estuvieron presentes para seguir adelante.

A mis estudiantes, que a lo largo de los años me enseñaron a levantarme con sus logros alcanzados.

.

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo analizar, como la categorización de problemas contextualizados, permiten a los estudiantes de quinto año de secundaria comprender la nocion de función cuadrática. Para resolver esta problemática se adoptó el marco teórico Matemática en el Contexto de la Ciencias, en su fase didáctica; la cual nos permitió la elaboración de nuestra actividad didáctica y la metodología empleada, la cual es de tipo cualitativa que nos permitió describir, analizar situaciones del entorno del estudiante. Con respecto a la parte experimental se realizó a 20 estudiantes donde sus edades oscilan entre 16 y 17 años, quienes desarrollaron una actividad didáctica que abarcó tres problemas denominados, situaciones significativas de contexto, organizados adecuadamente en sus tres categorías, con el objetivo de facilitar su conversión del registro natural al algebraico. Para el análisis de los resultados de nuestro estudio, se analizó las soluciones de 4 estudiantes, además de realizarles una entrevista no estructurada que nos ayudaron a interpretar de mejor manera sus resultados. De los resultados, se concluye que mientras aumenta el nivel de la categorización, el estudiante presenta mayor dificultad. En consecuencia; la categorización ayudó parcialmente al estudiante a superar el tránsito de un lenguaje literal a uno algebraico, pero la mayoría de estudiantes que no superó la actividad fue por falencias en conocimiento intramatemáticos, como operaciones con números racionales.

Palabras clave: Función cuadrática, categorización, contextualización, Matemática en el contexto de la ciencia.

Abstract

This research aims to analyze how the categorization of contextualized problems allows fifth-year high school students to understand the notion of the quadratic function. To address this issue, the theoretical framework adopted was Mathematics in the Context of Science, in its didactic phase, which guided the design of the didactic activity and the methodology employed. A qualitative approach was used, which allowed us to describe and analyze situations related to the students' environment.

Regarding the experimental part, the study was conducted with 20 students aged between 16 and 17, who developed a didactic activity that included three problems referred to as meaningful contextual situations, appropriately organized into three categories, with the aim of facilitating their conversion from natural language to algebraic representation.

For the analysis of the results, the solutions of four students were examined in detail, and unstructured interviews were conducted to better interpret their responses. From the results, it is concluded that as the level of categorization increases, students face greater difficulty. Consequently, categorization partially helped students transition from literal to algebraic language. However, most of the students who did not succeed in the activity faced challenges due to shortcomings in intramathematical knowledge, such as operations with rational numbers.

Keywords: Quadratic function, categorization, contextualization, Mathematics in the context of science.

Índice

Lista de tablas

Lista de figuras

Introducción

Nuestro interés surge desde nuestra práctica docente, donde observamos la dificultad que presentan los estudiantes de Educación Básica Regular (EBR), al enfrentarse a problemas contextualizados y transformarlo a un lenguaje matemático, estos tipos de problemas están presentes en las fichas matemáticas, que el estudiante recibe de parte del Ministerio de Educación. Por ello, la presente investigación se enfoca en comprender las dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas contextualizados y modelarlos al lenguaje matemático en el objeto matemático función cuadrática. A continuación, se presenta la estructura de la tesis.

El primer capítulo se realiza la revisión de las investigaciones de referencia, las cuales se clasifican en tres criterios: investigaciones relacionadas a problemas de contexto en la enseñanza de la matemática, investigaciones realizadas en la enseñanza de la función cuadrática y finalmente, trabajos realizados en el marco teórico Matemática en el Contexto de las Ciencias (MCC). Además, se presenta la justificación y aspectos de la Teoría educativa Matemática en el Contexto de la Ciencia, como marco teórico de nuestra investigación, También se presenta la pregunta de la investigación junto con los objetivos y procedimientos metodológicos correspondientes.

El segundo capítulo trata sobre el objeto matemático función cuadrática. Haremos una revisión de algunos aspectos matemáticos desde la postura de diferentes autores. También presentaremos aspectos didácticos para la enseñanza de la función cuadrática mediante el análisis del libro del texto denominado “fichas matemáticas 5”, considerando su estructura y tareas presentadas en base al marco teórico de la MCC, usado en esta investigación.

El tercer capítulo está relacionado al experimento y el análisis de los resultados. Presentaremos las características del experimento y la actividad didáctica propuesta a los estudiantes, con los elementos de la categorización. Describiremos y analizaremos la actividad didáctica realizadas a estudiantes con los resultados obtenidos.

Por último, presentamos las conclusiones finales de la investigación, los cuales validan el logro de los objetivos y pregunta de la investigación. Además, presentamos recomendaciones para futuras investigaciones que puedan iniciarse a partir de nuestra investigación.

CAPÍTULO I: PROBLEMÁTICA

Desde nuestra práctica docente hemos observado la dificultad que presentan los estudiantes de Educación Básica Regular (EBR), al enfrentarse a problemas de un lenguaje literal y transformarlo a un lenguaje matemático, comprender, analizar y superar estas dificultades es motivo de nuestra investigación.

En el presente capítulo, presentamos investigaciones de referencia relacionados a la función cuadrática, desde diferentes marcos teóricos y metodologías, que nos permitirá investigar y proponer posibles soluciones cuando el estudiante se enfrente a problemas contextualizados, relacionados a la función cuadrática. Al finalizar el capítulo, mostraremos la justificación, la pregunta, y los objetivos de nuestra investigación.

1.1 Investigaciones de referencia

A continuación, presentamos investigaciones relacionadas a nuestro tema de interés; función cuadrática. Las agruparemos en relación a tres criterios, los cuales son: investigaciones relacionadas a problemas de contexto en la enseñanza de la matemática, investigaciones realizadas en la enseñanza de la función cuadrática y finalmente, trabajos realizados en el marco teórico Matemática en el Contexto de las Ciencias (MCC).

1.1.1 Investigaciones relacionadas a problemas de contexto en la enseñanza de la matemática.

Iniciaremos presentando la investigación de Castellanos (2018), donde seleccionó a 35 estudiantes de noveno grado (25 hombres y 10 mujeres) de una institución educativa privada en Colombia, donde sus edades varían entre 12 a 15 años. La elección de la muestra se basó, en la observación de estudiantes que no tenían un buen desarrollo del pensamiento crítico en matemáticas, por lo que se decidió profundizar en este aspecto específico. El objetivo de su investigación, es desarrollar una estrategia pedagógica para la enseñanza de la función cuadrática, exponencial y logarítmica que fomente el desarrollo del pensamiento crítico. Además de fomentar el uso de situaciones de contexto real para mejorar la comprensión y dar sentido al aprendizaje de las matemáticas.

Su investigación lo realiza en el marco teórico de la educación matemática crítica (EMC), este enfoque teórico se utiliza para fundamentar la importancia de conectar las matemáticas con situaciones de la vida real, promover el pensamiento crítico en los estudiantes y abordar los aspectos sociales de la enseñanza, además de un aprendizaje significativo de las matemáticas. En cuanto a la metodología aplicada, se utiliza la investigación reflexiva y participativa con un enfoque cualitativo propuesta por Taylor y Bogdan (1986).

La realización de las tareas la desarrolla en tres fases: I) Preparación, Se realizó una reflexión sobre la situación problema, se analizó la documentación existente y los instrumentos de recolección de información; se planificaron las actividades a desarrollar en las siguientes fases. II) Intervención, se analizó la planificación del área de matemáticas del año correspondiente para el noveno grado, adecuando las temáticas propuestas por la institución con las de la investigación, donde se propone 12 sesiones de clase, de las cuales las 8 primeras se relacionan a función cuadrática con un enfoque al contexto diario como: función cuadrática aplicada en los deportes, situaciones problema sobre la función cuadrática, optimización de funciones cuadráticas, etc., y los 4 restantes a función exponencial y logarítmica. Al aplicar las actividades didácticas propuestas, se recopiló la información que permitió analizar cada una de las categorías, además se aplicó una encuesta a los estudiantes para determinar qué tan apropiado es utilizar situaciones de contexto real en la enseñanza de la función cuadrática donde el 92% de los estudiantes consideran importante realizar una actividad con datos reales en la clase.

Finalmente, en la fase III) Se organizó la información, se examinaron los detalles de la clase de matemáticas donde se aplicaron las actividades basadas en situaciones de contexto real. Se evaluó la participación de los estudiantes, su comprensión de los conceptos matemáticos y su capacidad para aplicar el pensamiento crítico en la resolución de problemas. Se identificaron las habilidades cognitivas y metacognitivas que los estudiantes desarrollaron a través de las actividades de contexto real.

El autor concluye la importancia de la conexión de las matemáticas con situaciones de la vida real; es fundamental para motivar a los estudiantes y las actividades basadas en contextos reales permiten a los estudiantes comprender la utilidad y relevancia de las matemáticas en su entorno. Además, las estrategias didácticas implementadas, centradas en situaciones significativas de contexto real, han demostrado ser efectivas para promover el pensamiento crítico en los estudiantes. Los resultados de la investigación resaltan la importancia de transformar las prácticas educativas tradicionales hacia enfoques más críticos y contextualizados.

Recomienda continuar explorando y desarrollando estrategias pedagógicas que integren situaciones de contexto real en la enseñanza de las matemáticas, con el objetivo de seguir fortaleciendo el pensamiento crítico de los estudiantes y mejorando los procesos de aprendizaje en el área de matemática. Enfrentarse a un problema de lenguaje natural y poder modelarlo a un lenguaje matemático, podría superarse proponiendo problemas contextualizado, los cuales pueden ayudar al estudiante a superar el problema de modelamiento matemático.

En la misma idea donde se resalta la importancia de relacionar problemas abstractos a la vida cotidiana para darle un mayor significado, presentamos a:

Trujillo (2020) en su estudio señala, que el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes requiere que se promueva en el aula de clase, la discusión, la reflexión y la crítica a través de situaciones cotidianas. Esta investigación tiene como propósito, estimar mediante una situación problema el sentido crítico-reflexivo de los estudiantes del grado noveno, cuyas edades oscilan entre 15-16 años, de una Institución de Educación Básica de nivel Secundaria en un contexto colombiano, desde la perspectiva de las competencias matemáticas.

El modelo por competencias se centra en tres componentes: las tareas matemáticas, los procesos matemáticos y los niveles de complejidad creciente. Estos procesos son parte de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, además que el aprendizaje de los alumnos paso de ser una actividad abstracta operativa, a una actividad que permite conocimientos significativos en la matemática y utilizarlos para enfrentar a diversas situaciones de contexto.

Las tareas propuestas en la actividad se relacionan con la capacidad de los sujetos para aplicar el conocimiento matemático en la solución de problemas contextualizados, además de activar la capacidad de saberes previos del estudiante respecto al objeto matemático. En esta investigación se analiza como el estudiante hace uso de sus conocimientos en situaciones relacionadas a eventos cotidianos, de manera que no sólo se limite a realizar cálculos numéricos; por lo contrario, que comprenda como las matemáticas se aplican y funcionan en su entorno, el cual permitirá al estudiante comprender la matemática funcional dinámica y no procedimental.

La presente investigación, se basó en una metodología cualitativa (Hernández,2014), por medio del método de aprendizaje experimental o de reflexión considerado como un método pedagógico. La implementación de la tarea didáctica se realizó en un contexto real, donde el estudiante se pueda desenvolver con naturalidad. La actividad propuesta titulada “La portada”, está relacionada a la actividad económica de producción y comercialización de ladrillos, para el municipio de Campo Alegre Huila diseñada por el profesor y realizada en el aula de clase, donde el objetivo es que el estudiante alcance un sentido crítico y reflexivo. Luego se procedió al diseño y configuración de la situación problema, compuesta por tareas matemáticas desde diferentes grados de complejidad.

La aplicación de la actividad se realizó en una sesión de trabajo en el aula, donde el profesor dio lectura del enunciado estableciendo los parámetros de su desarrollo, para finalmente solucionar e interpretar la solución, permitiendo al estudiante formalizar aspectos matemáticos.

De la investigación se concluye, que el desarrollo de las competencias matemáticas se hace desde un contenido matemático que se relacione con otras disciplinas para plantear situaciones de contexto, de cómo las competencias matemáticas presentan un carácter transversal que influye en otras disciplinas y mejoran su aprendizaje si realizamos tareas cotidianas propios del estudiante, como lo indica Trujillo (2020); en nuestro caso podemos realizar una actividad didáctica en el entorno de curso de ciencia y tecnología (física y/o biología), donde el estudiante pueda comprender y resolver un problema contextualizado. Refuerza esta afirmación, Castellanos (2018) al señalar la importancia de la contextualización con la finalidad de un aprendizaje significativo. Consideramos importante para nuestra investigación aspectos como situaciones cotidianas o también llamadas de contexto, porque facilita la comprensión del problema para el estudiante y el paso de un lenguaje natural a un lenguaje puramente matemático.

En la misma idea, de proponer problemas contextualizados de su entorno diario para un mejor aprendizaje está González (2023), que realiza una investigación a 21 estudiantes de tercer grado de secundaria, en un entorno rural en la ciudad México. El investigador organizo a los estudiantes en 7 grupos de trabajo, identificados con un código E1, E2, …, E7, cada grupo conformado por tres integrantes numerados como A1, A2 y A3. Cada uno de los integrantes con diferentes responsabilidades especificas dentro de cada grupo; se proporcionaron materiales a cada equipo para llevar a cabo el experimento. La investigación se realiza en el marco teórico Educación Matemática Realista (EMR). Este marco pedagógico se centra en la construcción de significados matemáticos a partir de situaciones reales y contextualizadas, promoviendo un aprendizaje del estudiante activo. La EMR fomenta la conexión entre las matemáticas escolares y la realidad, permitiendo a los estudiantes desarrollar un entendimiento profundo de los conceptos matemáticos.

La aplicación de la tarea, se realiza en una secuencia didáctica de modelación de la trayectoria en caída libre de un móvil (balón), en la que los estudiantes exploran y desarrollan habilidades matemáticas a través de la experimentación y la construcción de modelos matemáticos. Luego se recopila datos a través de hojas de trabajo realizadas por los estudiantes, grabaciones de las sesiones, grabaciones de audios entre los equipos, fotografías del escritas en el pizarrón y archivos generados por la plataforma Tracker. Luego, se analiza los datos obtenidos de los estudiantes, considerando los aspectos más importantes de la Educación Matemática Realista, como la matematización progresiva, los niveles de comprensión y las fases de la actividad para analizar el proceso de matematización progresiva de los estudiantes.

De los resultados de la investigación, se puede concluir que la matematización progresiva, que involucra la transición de un conocimiento informal a uno formal a través de la construcción de un modelo matemático, fue efectiva en el aprendizaje del estudiante al enfrentarse a problemas relacionados a funciones. También, resalta la importancia de complementar el aprendizaje con herramientas tecnológicas, como el software Tracker, para apoyar la visualización y el análisis de datos durante la secuencia didáctica, finalmente el autor resalta la integración de representaciones matemáticas como gráficas, algebraicas, tabulares y descriptivas, para una comprensión integral de las funciones y además señala que los estudiantes demostraron avances en su habilidad para vincular estas representaciones y comprender cómo se relacionan con fenómenos físicos reales.

Proponer una actividad en la que el estudiante pueda superar el tránsito de un lenguaje natural a un lenguaje matemático, se puede realizar mediante una actividad experimental como propone Gonzales (2020), donde el estudiante conecta la realidad con el contenido puramente matemático dándole una aplicación a su actividad matemática. De lo descrito anteriormente se puede concluir de los antecedentes Castillo (2018), Trujillo (2020), la importancia de proponer problemas contextualizados relacionados a la vida diaria, resulta satisfactorios en favor del estudiante, y Gonzales (2023) señala la importancia de experimentar con otras disciplinas lo cual haría más significativo el aprendizaje y nos ayudaría a superar las dificultades de resolver problemas literales.

1.1.2 Investigaciones relacionadas a la enseñanza de la función cuadrática

Hemos citado investigaciones sobre la contextualización de problemas para la enseñanza de matemática, por lo que ahora presentaremos algunas investigaciones con respecto a la enseñanza de funciones cuadráticas, donde nos enfocaremos en el proceso de enseñanza y aprendizaje del estudiante de educación básica regular del nivel secundario.

Bellido (2023), realiza una investigación con 16 estudiantes de quinto año de educación básica regular (EBR) cuyas edades oscilan entre 15 y 17; donde su objetivo es analizar la comprensión del concepto de función, desde la Teoría de Registros de Representación Semiótica y la metodología cualitativa propuesta por Bodgan y Biklen (1994).

En la parte experimental propone un cuestionario de 13 preguntas relacionadas al objeto de estudio función, donde se buscan analizar los tratamientos y conversiones entre los tres registros (verbal, gráfico y algebraico). Estas preguntas buscan que los estudiantes movilicen el concepto de función; al realizar la implementación de la tarea, utilizaron dos cuestionarios: A y B, siendo la diferencia entre ellos el orden en que se han colocado las preguntas. También utilizaron preguntas abiertas en las cuales cada respuesta del alumno será clasificada en algún registro. En algunas preguntas el estudiante elige si usar función lineal o función cuadrática, estas preguntas les da información de con qué tipo de función el alumno se siente preparado en dar una respuesta. También, se analiza la conversión y tratamientos entre registros, mediante tres tablas de doble entrada donde, en la primera, segunda y tercera tabla se presenta preguntas asociadas, al concepto de función, función lineal, función cuadrática respectivamente.

De las 13 preguntas propuestas en la presente investigación, se observó que 3 preguntas se relacionan con una conversión de registro verbal al algebraico, éstas son la pregunta 7, 10 y 13. Respecto a la pregunta 7 ningún estudiante logró construir el modelo matemático relacionado a función cuadrática; respecto a la pregunta 10, que se relaciona al modelamiento de una función lineal, de los 16 estudiantes solo uno llega a transitar del registro verbal al algebraico. Finalmente, en la pregunta 13, algunos estudiantes logran transitar del registro verbal al tabular, sin llegar al modelo algebraico.

De la investigación, el autor concluye que las estudiantes no poseen una definición completa para la función, sus justificaciones muestran que confundían la definición con el mismo ejemplo. Así también señala, algunas conversiones, como del registro algebraico al gráfico son realizadas de manera natural, pero al realizar la conversión inversa se presenta gran dificultad tanto en la función lineal y cuadrática.

Consideramos que el trabajo del autor es importante para nuestra investigación, porque nos muestra como a partir de una serie de actividades, se puede enfocar el objeto matemático función cuadrática. Estas actividades didácticas pueden ser replicadas y adaptadas a nuestra investigación.

El estudiante presenta dificultad al transitar de un registro verbal a un modelo matemático, señala Bellido (2023), esta investigación refuerza lo observado en nuestra práctica docente, en las aulas de nivel secundaria. Y nos motiva a indagar en posibles alternativas para poder superar esta problemática que se da seguramente en la mayoría de los grados de la educación básica regular.

En la búsqueda de soluciones, podemos indagar en un proceso intermedio entre el registro natural y el algebraico, el cual podría ayudar a construir el modelo matemático esperado. En esa idea podemos citar a, Díaz (2022) que presenta una investigación descriptiva con metodología mixta, aplicada a 275 estudiantes de cuatro liceos de dos regiones de Chile (Región de Los Lagos y de la Región de Los Ríos). Su estudio se basa en un enfoque cualitativo con estudio de casos (Hernández et al., 2010), con el objetivo de determinar el rendimiento académico y errores en la resolución de problemas de aplicación de la función cuadrática. En la tarea asignada a los estudiantes, se aplica una prueba de 11 problemas contextualizados referidos a función cuadrática, La distribución de problemas fue según la clasificación de tipos de problemas matemáticos (5 problemas rutinarios de contexto realista, 2 problemas de contexto puramente matemático, 2 problemas rutinarios de contexto fantasista y 2 problemas no rutinarios) y de respuesta abierta. Para su resolución se dispuso de 2 horas y 30 minutos, estas preguntas fueron validadas por 10 expertos en resolución de problemas matemáticos y se validó el instrumento por el coeficiente de alfa de Cronbach que resultó 0,79.

Para describir el tipo de error que presenta su origen en actitudes afectivas y emocionales se requirió la elaboración de un cuestionario de opinión de 23 proposiciones y 5 dimensiones (bloqueo, falta de motivación, falta de concentración, olvidos, omisión asociada a su disposición por las matemáticas), el objetivo de este cuestionario era medir la percepción de los estudiantes frente a la resolución de problemas, este cuestionario fue validado por 8 expertos en dominio afectivo, y se validó el instrumento por el coeficiente de alfa de Cronbach que resulto 0,84.

De los resultados, en relación con el tipo de problema contextualizado a la función cuadrática y asociado al desempeño académico, podemos indicar que, los de mayor rendimiento en todos los casos de estudio, fueron los rutinarios de contexto puramente matemático, porque están relacionados a objetos matemáticos, números, relaciones, operaciones aritméticas y figuras geométricas, etc. Seguidos con una menor frecuencia de los problemas rutinarios de contexto fantasista (sin fundamento en la realidad y fruto de la imaginación). Con evidente dificultad en los problemas no rutinarios. En este tipo de problemas el estudiante no conoce una respuesta ni un procedimiento previamente establecido o rutina para realizarlo (aquellos problemas que requiere diferentes tipos de habilidades como: organizar, clasificar datos, descubrir relaciones, determinar las reglas y generalidades).

Finalmente, el análisis de la prueba y respuestas al cuestionario de opinión, revela que los errores más comunes en los alumnos se deben a dificultades tanto procedimentales como conceptuales. Los estudiantes muestran conocimiento en la aplicación de la fórmula de la ecuación cuadrática~~,~~ pero tienen dificultades para comprender conceptos como el punto máximo o mínimo de la función cuadrática y la diferenciación entre variables dependientes e independientes. Su resolución de problemas se limita a aplicar procedimientos algebraicos básicos de manera algorítmica. Los estudiantes tienden a desarrollar procesos algebraicos y memorísticos en lugar de trabajar en la interpretación de la función cuadrática como un objeto matemático, lo que afecta su habilidad para resolver problemas. Superar estos errores, requiere una intervención tanto del profesor como del estudiante para mejorar la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos.

Se puede observar en la investigación de Diaz (2022) que en uno de sus problemas de contexto fantasista. Se escribe *"La función cuadrática $s(t) = -3t^2 + 36t$, describe el salto de un grillo de manera que indica la altura (s) en centímetros que alcanza el grillo a los (t) segundos".* Este tipo de problemas de contexto fantasista, sin fundamento en la realidad y propios de la imaginación, son problemas que, conteniendo objetos matemáticos claramente definidos como la función cuadrática dentro del problema como, $s(t) = -3t^2 + 36t$, resultan motivantes para los alumnos. Este tipo de problemas son los que más se superaron en la actividad propuesta. De la presente investigación, se puede replicar la idea de poder proponer un registro intermedio entre el verbal y el algebraico, donde se presente al estudiante un modelo ya construido como $s(t)$, donde el estudiante relacione las variables presentes en la ecuación y pueda dar solución al problema contextualizado.

1.1.3 Investigaciones relacionadas al marco teórico Matemática en el Contexto de la Ciencia (MCC).

Finalmente, es necesario también un marco teórico que se alinee a nuestra problemática, además de darnos herramientas para poder desarrollar nuestra investigación. Por tal razón, en la presente investigación, se revisan los antecedentes referidos al marco teórico Matemática en el Contexto de la Ciencia (MCC).

Podemos citar a, Jaramillo (2018), donde diseña una propuesta didáctica en el marco teórico de la Matemática en Contexto de la Ciencia (MCC) y la metodología denominada, Diseño de Programas de estudio de las Ciencias básicas en Ingeniería (DIPCING) que es propio del marco teórico de la MCC. Realizó su investigación con un grupo de 20 estudiantes del quinto año de educación secundaria, de la Institución Educativa Pública 1224, “El Paraíso de Huachipa”, con el objetivo de estudiar el aprendizaje del sistema de ecuaciones lineales con dos variables, por medio de la categorización de problemas contextualizados según la MCC.

En la implementación de la propuesta didáctica, se propusieron eventos contextualizados de primera y segunda categoría, correspondientes a situaciones de la vida cotidiana y en contexto relacionado a las ciencias, para que el estudiante logre construir un modelo matemático, luego lo resuelva y finalmente lo interprete.

Se analizaron los resultados de tres estudiantes, seleccionados aleatoriamente en relación a la resolución de problemas matemáticos utilizando los sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Se recopilaron datos sobre el desempeño de los estudiantes, sus dificultades y logros en la resolución de problemas matemáticos contextualizados. Estos datos fueron analizados para evaluar el impacto de la propuesta didáctica en el aprendizaje del estudiante y para identificar posibles mejoras en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Finalmente, Jaramillo (2018), menciona que los estudiantes presentan dificultades en realizar representaciones gráficas, modelar problemas propuestos e interpretar los resultados de problemas contextualizados, destaca también que la teoría matemática MCC expuesto en su investigación, facilitan la traducción de problemas contextualizados del lenguaje verbal al matemático y viceversa. Sugiere ampliar la investigación a otros niveles educativos, como inicial y primaria para mejorar los procesos de aprendizaje, en los diferentes objetos matemáticos, considerando el diseño de problemas contextualizados acordes al nivel de estudios.

Por lo descrito, se resalta el uso de la Matemática en el Contexto de la Ciencia (MCC) y la metodología DIPCING nos muestran una nueva perspectiva innovadora y diferente de proponer la enseñanza de las matemáticas. Darle valor funcional a la matemática, donde ayude a construir un modelo matemático, de ahí su importancia para nuestro trabajo.

Superar las dificultades de transitar de un lenguaje natural al algebraico, la podemos realizar categorizando los problemas como lo presenta Olazábal (2005), que realizó su investigación con estudiantes de primer semestre de la facultad de Química de la Universidad Autónoma del estado de México, quienes presentaban dificultad al construir un modelo matemático a partir de un problema contextualizado, su estudio lo realiza en el marco teórico Matemática en el contexto de la ciencia (MCC), y como metodología el análisis de textos propios de la matemática, donde se analiza los elementos que presentan los enunciados de los problemas que se matematizan como son los objetos, problemas, situaciones y fenómenos. Los textos analizados son de diferentes tipos como: Baldor (2000), Lehmann (1979), Larson (1999), Zill (1987) y Haeussler & Paul (1997); estos libros en estudio se relacionan al Algebra y al Calculo Diferencial. En el análisis de los textos se examinaron los problemas desde la parte literal y matemática con el objetivo de encontrar alguna relación entre estos, para posteriormente clasificarlos considerando la caracterización de los modelos matemáticos que emplea Camarena (2002).

Los problemas seleccionados para su análisis, son problemas matemáticos contextualizados, donde en su enunciado no hay presencia de una expresión algebraica. Esto con el objetivo de que la traducción sea completa y que esté presente la matemática relacionada a la vida cotidiana como lo establece la teoría Matemática en el Contexto de la Ciencia.

De los 15 problemas analizados en los diferentes textos, la autora los agrupa en tres categorías. Problemas de primera categoría, también denominados problemas con enunciado literal, son problemas cuyo enunciado expresa literalmente a los conceptos de forma directa. Problemas de segunda categoría, denominados también problemas con enunciado evocador, son problemas donde su enunciado no es suficiente para establecer el modelo matemático, es necesarios otros modelos que evoca el mismo enunciado; y problemas de tercera categoría llamados problemas con enunciado complejo, son problemas donde el enunciado no es suficiente para establecer el modelo matemático, depende directamente de la estructura cognitiva del individuo el cual evoca a herramienta matemática que ayude a construir el modelo matemático.

De las investigaciones presentadas, se puede evidenciar elementos importantes que nos ayudaran a elaborar el presente estudio. A continuación, presentamos aspectos relevantes que justifican nuestra investigación, que contiene aspectos académicos en la enseñanza de la función cuadrática en estudiantes de educación básica regular.

1.2 Justificación

Por lo expuesto, consideramos pertinente investigar en posibles soluciones, donde el estudiante pueda comprender problemas contextualizados y modelarlos a uno puramente matemático. Podemos iniciar considerando investigaciones de referencia y artículos científicos mencionados anteriormente, que nos han proporcionado información relevante que nos sirve de base para realizar el presente estudio.

Investigar en posibles soluciones; es la que nos proporciona Castillo (2018) donde menciona la importancia de la conexión de las matemáticas con situaciones de la vida real y las actividades basadas en contextos reales, que permiten a los estudiantes comprender la utilidad y relevancia de las matemáticas en su entorno. Además, señala, que las estrategias pedagógicas implementadas, centradas en situaciones de contexto real, han demostrado ser efectivas para promover el pensamiento crítico en los estudiantes, y resaltan la importancia de transformar las prácticas educativas tradicionales hacia enfoques más críticos y contextualizados.

También, Trujillo (2020) resalta la importancia de relacionar problemas abstractos a la vida cotidiana para darle un mayor significado; señala en su investigación, que el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes requiere que se promueva en el aula de clase, la discusión, la reflexión y la crítica a través de situaciones cotidianas. Señala que los procesos son fundamentales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, permitiendo a los alumnos pasar de una actividad abstracta a una práctica que genera conocimientos significativos y aplicable a su entorno.

Considerar proponer una actividad didáctica en un lenguaje natural, con base en una situación real, donde el estudiante se ubique en contexto, y su modelamiento al lenguaje puramente matemático tendría más significativo, señala Castellanos (2018) y Trujillo (2020). Complementado a estas investigaciones, Gonzales (2023) señala que la implementación de una secuencia didáctica de modelación de la caída libre de un balón, los estudiantes exploran habilidades matemáticas a través de la experimentación y la formulación de modelos matemáticos. Concluye relacionar los conceptos matemáticos con otras áreas, mejora el aprendizaje del estudiante, en su caso lo desarrolló en el área de física. Además, indica que la matematización progresiva fue efectiva en el aprendizaje de funciones, permitiendo a los estudiantes desarrollar habilidades de modelado y formulación matemática y que los estudiantes mejoraron en vincular estas representaciones y comprender su relación con fenómenos físicos reales.

En consecuencia, podemos señalar la importancia de la conexión de las matemáticas con situaciones cotidianas, es fundamental para motivar a los estudiantes, y las actividades basadas en contextos reales permiten a los estudiantes comprender la utilidad y relevancia de las matemáticas en su entorno. Además, las estrategias pedagógicas implementadas centradas en situaciones de contexto real, han demostrado ser efectivas para promover el pensamiento crítico en los estudiantes. Los resultados de la investigación Castellanos (2018), Trujillo (2020) y Gonzales (2023), resaltan la importancia de transformar las prácticas educativas tradicionales hacia enfoques más críticos y contextualizados.

También podemos considerar a Jaramillo (2018), donde menciona que los estudiantes presentan dificultades al modelar problemas propuestos e interpretar los resultados de problemas contextualizados, señala que la teoría Matemática en el Contexto de la Ciencia (MCC) propuesta en su investigación, facilitan la traducción de problemas contextualizados del lenguaje verbal al matemático, el autor considera que la categorización de los problemas contextualizados ayudan a resolver y comprender el problema para su posterior solucion e interpretación.

En el año 2022, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OECD), indica que el individuo debe razonar matemáticamente, emplear y formular las matemáticas para resolver problemas en una variedad de contextos del mundo real, donde estas herramientas matemáticas puedan ayudar a explicar y predecir fenómenos, además de desarrollar las habilidades del siglo XXI como la tecnología; a esto denomina la (OECD), competencia matemática (OECD, 2022, p.10). Formar individuos capaces de darle significado a matemática, no como una herramienta de resolución; por lo contrario, que sea parte de nuestras habilidades para poder enfrentar una situación de contexto.

En los últimos años, la educación peruana ha estado cambiando su perspectiva pedagógica de enseñanza, con su enfoque socio constructivista, donde el docente no es un facilitador de conocimiento, por lo contrario, es el que guía al estudiante en la construcción de su propio aprendizaje, donde el estudiante tiene un rol activo y reflexiona en conjunto con su entorno social. Esto se puede evidenciar en la forma como están proponiendo los problemas en los textos escolares, que se hace entrega anualmente por el estado peruano, denominado situación significativa.

En el año 2024, se repartieron textos escolares a los estudiantes de quinto año secundaria de Educación Básica Regular (EBR). Con el título "Fichas de Matemática 5". Con el objetivo que el estudiante tenga un material complementario a su aprendizaje, además de promover el desarrollo de sus cuatro competencias del área de matemática, establecidas en el Currículo Nacional de Educación Básica del 2016. El presente texto escolar, Fichas de Matemática 5 (2024, p.3) está organizado en tres secciones que son las siguientes:

En la primera sección "Construimos nuestros aprendizajes", presenta una situación relacionada a la vida cotidiana, que se desarrolla a través de interrogantes, que tiene por objetivo desarrollar las capacidades, para diseñar, seleccionar una estrategia y reflexionar sobre el camino hacia la solución, esto ayudará al estudiante a gestionar su aprendizaje de forma autónoma.

En la segunda sección: “Comprobamos nuestros aprendizajes”, se presenta tres situaciones de contexto, donde se establece una secuencia de pasos que resuelve la situación, donde el estudiante describirá el procedimiento utilizado, este análisis le permitirá plantear otro camino de resolución, así como identificar errores, aprender de ellos y construir su conocimiento.

En la tercera sección: “Evaluamos nuestros aprendizajes” se propone 10 situaciones de diversos grados de dificultad. Al desarrollar las actividades el estudiante podrá medir su progreso considerando los criterios de evaluación.

De las 8 fichas presentes en el texto, se puede observar que cada ficha presenta 12 problemas, de los cuales un promedio de 8 problemas está relacionado a buscar algún modelo matemático, esto representa aproximadamente el 75% del total, además 4 problemas presentan un modelo matemático construido, donde el estudiante debe relacionar las variables con el contexto del problema. Estas cifras nos dan un indicador hacia donde debemos enfocar nuestra práctica docente. Al enfrentarnos a este tipo de situaciones contextualizadas, he observado la dificultad que presentan los estudiantes al modelar este tipo de situaciones de un lenguaje natural a uno algebraico.

Esta problemática que consideramos, no solamente es propia de un salón de clase, estas dificultades de la modelación matemática se presentan en los diferentes exámenes a nivel nacional. Esto se ve reflejado en los últimos resultados la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE,2022) aplicados a alumnos de segundo grado de educación secundaria en el año 2022, donde el 30.3% se encuentra previo al inicio y 36,8% en proceso de inicio representando un total de 67,1% de estudiante que presenta dificultades elementales en el aprendizaje por competencias en el área de matemática. Complementando a esta información, el año 2019 los resultados obtenidos del examen realizado por el programa de Evaluación Internacional de alumnos (OCDE,2019), indica que la medida promedio y niveles de desempeño aplicados a estudiantes peruanos arroja un 63% que no se encuentra en logro esperado, ubicándonos en el puesto 64 de 77 países participantes, alarmantes resultados que son de un problema a resolver.

Como docentes no podemos ser indiferentes a esta realidad y debemos investigar posibles soluciones a esta problemática. Se dice que un país que no invierte en su educación está destinado al subdesarrollo. En busca de soluciones debemos adecuarnos a estos cambios, en favor de nuestros estudiantes indagando en nuevos métodos que conduzcan a un aprendizaje significativo. La forma de cómo se enfoca la enseñanza en diferentes niveles de formación, depende en gran parte de los lineamientos marcados por organismos que dirigen la educación en nuestro país, en nuestro caso el Ministerio de Educación, pero el centro dinámico del conocimiento es el aula básica, donde el profesor y los estudiantes deben cumplir con el objetivo de un aprendizaje significativo y la forma de cómo conduces la enseñanza hacia tus estudiantes es determinante en su formación. La pregunta es ¿Qué tipo de habilidades debemos desarrollar en los estudiantes hacia el futuro?, donde la matemática pueda ayudar a resolver situaciones cotidianas.

El Currículo Nacional de Educación Básica Regular, está estructurado en función a cuatro definiciones curriculares importantes que permiten cumplir al estudiante, con sus objetivos al egresar de su educación básica. Estas definiciones son: Competencias, capacidades, estándares de aprendizaje y desempeño. La competencia según el (Currículo Nacional 2016) se define como la facultad que tiene una persona de combinar un conjunto de capacidades a fin de lograr un objetivo específico. Además, indica que una capacidad es un recurso (conocimientos, actitudes habilidades) para actuar de manera competente en una situación determinada. A continuación, mostramos en la Tabla 1, las cuatro competencias matemáticas y sus respectivas capacidades.

Tabla 1

Competencias y capacidades del área de matemática

Competencia	Capacidad
Resuelve problemas de cantidad	• Traduce cantidades a expresiones numéricas • Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones • Usa estrategias y procedimientos de estimación y calculo • Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia, cambio	• Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. • Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. • Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	• Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas. • Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos. • Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. • Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	• Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. • Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. • Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas

Nota. Perú, Ministerio de Educación, 2016, p.105

Además, en el Currículo Nacional de Educación del Perú (2016), se indica que los estudiantes en el área de Matemática deben desarrollar diversas competencias de acuerdo a los ciclos en la que pertenecen. En nuestro caso, el quinto de secundaria se encuentra en el VII como se muestra la figura 1.

Figura 1.

Niveles, ciclos y grados de la educación básica regular

EDUCACIÓN BÁSICA REGULAR													
NIVELES	Inicial		Primaria						Secundaria				
CICLOS	I	II	III		IV		V		VI		VII		
GRADOS	años	años											
	0-2	3-5	1º	2º	3º	4º	5º	6º	1º	2º	3º	4º	5º

Nota. Tomado del Currículo nacional, 2016, p.159

Debemos considerar que nuestro objeto de estudio función cuadrática, se encuentra dentro de la competencia "Resuelve Problemas de Regularidad Equivalencia y Cambio". Además, se puede observar en la tabla 2, el nivel de desarrollo que pide esta competencia en el VII ciclo.

Tabla 2

Estándar de Aprendizaje del Nivel VII en el Currículo Nacional Peruano

Competencia	**Descripción del nivel de desarrollo de la competencia**
Resuelve Problemas de Regularidad, Equivalencia y Cambio	Resuelve problemas referidos a analizar cambios continuos o periódicos, o regularidades entre magnitudes, valores o expresiones, **traduciéndolas a expresiones algebraicas** que pueden contener la regla general de progresiones geométricas, sistema de ecuaciones lineales, ecuaciones y **funciones cuadráticas** y exponenciales. Evalúa si la expresión algebraica reproduce las condiciones del problema. Expresa su comprensión de la regla de formación de sucesiones y progresiones geométricas; la solución o conjunto solución de sistemas de ecuaciones lineales e inecuaciones; la diferencia entre una función lineal y una **función cuadrática** y exponencial y sus parámetros; las usa para interpretar enunciados o textos o fuentes de información usando lenguaje matemático y gráficos. Selecciona, combina y adapta variados recursos, estrategias y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos en progresiones geométricas, solucionar ecuaciones lineales o cuadráticas, simplificar expresiones usando identidades algebraicas; evalúa y opta por aquellos más idóneos según las condiciones del problema. Plantea afirmaciones sobre enunciados opuestos o casos especiales que se cumplen entre expresiones algebraicas; así como predecir el comportamiento de variables; comprueba o descarta la validez de la afirmación mediante contraejemplos y propiedades matemáticas.

Nota. Adaptado del Currículo Nacional de Educación Básica Regular, 2016, p. 77

De nuestros antecedentes presentados y las informaciones obtenidas del Currículo Nacional de Perú, respaldan la importancia de nuestra investigación sobre el estudio del objeto matemático función cuadrática. En consecuencia, nace nuestro interés de investigar cómo los estudiantes del quinto año de educación básica regular del nivel secundaria de un colegio público, construyen un modelo matemático a partir de una situación de contexto escrito en un lenguaje natural, en particular problemas relacionados a función cuadrática.

A continuación, presentamos aspectos importantes de la teoría matemática MCC, donde se realiza una descripción de sus cinco fases, avocándonos de manera más profunda en la fase didáctica y su metodología denominada, Diseño de Programas de estudio de las Ciencias básicas en Ingeniería (DIPCING) que es propio del marco teórico.

1.3 Aspectos teóricos de la investigación

Considerando las investigaciones de referencias presentadas, podemos suponer que, para construir un modelo matemático, es importante contextualizar el problema a la realidad del estudiante, en la cual el individuo se pueda desenvolver con naturalidad y superar el problema. Por lo tanto, considerar realizar esta investigación en el marco teórico de la Matemática en Contexto de la Ciencia (MCC); donde esta teoría, reflexiona del vínculo que debe estar presente entre la matemática y las actividades de la vida cotidiana.

A continuación, presentamos aspectos importantes de la teoría educativa Matemática en el Contexto de Las Ciencias (MCC). Esta teoría educativa fue desarrollada por la Dr. Patricia Camarena Gallardo, en el año 1982 en el Instituto Politécnico Nacional (IPN) de México. Donde la Matemática en el Contexto de las Ciencias reflexiona acerca de la relación existente entre la matemática y otras disciplinas, así como con la resolución de problemas contextualizados que son categorizados de acuerdo a las características que cumplen sus enunciados. Esta teoría educativa, se fundamenta en los siguientes tres paradigmas: la matemática es una herramienta de apoyo y disciplina formativa para los profesionistas, la matemática tiene una función específica en el nivel universitario y, por último, los conocimientos nacen integrados.

Camarena (2013,p.20), señala que construir en el estudiante una matemática social para la vida, donde el estudiante actúe con la razón considerando la lógica, la analítica, los aspectos que afectan los problemas y situaciones de su entorno, así como en la vida cotidiana; es decir, las matemáticas no sólo es una herramienta, por lo contrario tenga una aplicación en su práctica diaria, complementando a ello se tiene la teoría de Ausubel (1990), menciona que en el caso de los niños, se ha observado que la enseñanza tradicional, genera conocimientos aislados y sin significados para el estudiante, porque carecen de objetividad en las disciplinas que se estudia; es decir, que los estudiante obtienen conocimientos matemáticos, pero no se resalta la importancia de relacionarlo con contexto y su actividad diaria. También Trejo (2013, p.76) manifiesta lo que se aprende en la escuela debe ser productivo en su vida diaria. Esta problemática, de la importancia y su aplicación de la matemática, se ve reflejado en las aulas, cuando los estudiantes preguntan, ¿Para qué sirve la matemática?, ¿Dónde las puedo aplicar? y muchas preguntas más relacionadas a su utilidad; que nos hacen reflexionar de la forma cómo estamos enfocando nuestra práctica docente en la actualidad.

Para poder implementar esta teoría en nuestra investigación, necesitamos apropiarnos de los términos del marco teórico (MCC), estos son los siguientes.

- Lenguaje verbal: También denominado lenguaje natural o registro algebraico, es el problema que esta formulado dentro de una situacion contextualizada relacionado a la vida cotidiana.
- Lenguaje matemático: Se refiere a los problemas escritos en los registros algebraico, que presentaremos en nuestra investigación.
- Categorización de problemas: Es la clasificación de problemas contextualizados en relación a sus enunciados escritos en un lenguaje natural.
- Matemática contextualizada: Son los conocimientos matemáticos relacionados al contexto del estudiante.
- Transposición contextualizada: Es el proceso que modifica un saber a un contexto determinado.
- Modelación matemática: Es el tratamiento del registro natural al registro algebraico en una situacion de contexto.
- Evaluación: Es la verificación del cumplimiento de las etapas de la fase didáctica de la MCC.
- Modelo matemático: Es la representación matemática construida a partir de la situacion de contexto.
- Planeación didáctica: Es el diseño de la actividad didáctica, considerando los elementos de la MCC.

Esta teoría educativa, toma el proceso del aprendizaje y la enseñanza como un sistema en el que intervienen las cinco fases. Estas no están aisladas unas de las otras, y tampoco son independientes de las condiciones sociológicas de los actores del proceso educativo, pero para exponer la teoría es necesario dividir en estas fases, como se indica en la figura 2. Como teoría social, en cada fase incluye su metodología con fundamento teórico que se relaciona con los paradigmas en los que se sustenta, donde se describen los pasos a seguir para realizar el diseño curricular. A continuación, detallaremos cada una de las fases de la MCC.

Figura 2.

Fases de la Matemática en el Contexto de la Ciencias.

Nota. Tomado de *Camarena*,2013, p.37

Fase curricular

Se fundamenta en el paradigma educativo con los cursos de matemáticas, el estudiante trabajará con una matemática para el ámbito social de su futura profesión. La implementación de esta fase consta de tres etapas:

- Etapa central: Realizar un análisis de los objetos matemáticos, donde se analiza su profundidad del tema, la forma como se presenta y aplicaciones.
- Etapa precedente: Observar el nivel académico que muestra el estudiante al iniciar a la carrera profesional.
- Etapa consecuente: Realizar una encuesta a los ingenieros en ejercicio sobre el uso de la matemática en su práctica profesional, con el objetivo de identificar las competencias laborales y profesionales. Los resultados de esta etapa permiten jerarquizar mejor la importancia que debe darse a los contenidos matemáticos en el currículo.

En la investigación, aplicaremos la etapa central, donde analizaremos los contenidos matemáticos, profundidad del tema y el lenguaje el cual está escrito, la ficha matemática 5 que utilizan los estudiantes como material de apoyo.

Fase cognitiva

Se sustenta en la teoría del aprendizaje significativo. La teoría Matemática en el Contexto de las Ciencia contribuye a que el estudiante construya su propio conocimiento que permanece a travez de tiempo, siendo este más duradero y no superficial; además de contribuir al desarrollo de habilidades cuando la situacion problema esta contextualizada a la vida cotidiana del estudiante. En esta fase, busca que los estudiantes adquieran conocimientos estructurados y enlazados, en nuestra actividad didáctica consideremos situaciones contextualizadas al estudiante, con el objetivo de construir conocimientos sólidos y duraderos.

Fase epistemológica

En la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, muestra como el conocimiento de otras ciencias le dan sentido a la matemática, complementando el aprendizaje del estudiante; además de proporcionar elementos del génesis de cada contenido matemático enfocado a su praxis social además de centrarse en el concepto de transposición contextualizada, (ver figura 3). En la presente fase, se analiza cómo el conocimiento matemático adquirido por el estudiante en su formación se transforma para adaptarse a la realidad de su entorno. También se busca comprender cómo el conocimiento matemático se aplica y se transforma en diferentes contextos, contribuyendo a la formación de competencias profesionales y laborales.

Figura 3.

Trasposición de conocimientos

Conocimiento científico	Transposición →	Conocimiento escolar	Transposición →	Conocimiento a ser aplicado en el ámbito social.
Transposición didáctica		Transposición contextualizada		

Nota. Tomado *Camarena*, 2013, p.45

Fase docente

La presente fase se enfoca en mejorar la formación de los profesores que imparten cursos de matemáticas, especialmente en el ámbito de la ingeniería. Se identifica que las deficiencias en la enseñanza de las matemáticas están relacionadas con la formación de los docentes, muchos de los cuales no son matemáticos de formación. Para abordar esta situación, se ha diseñado programas de especialización en docencia de la ingeniería matemática en electrónica, donde se vinculan las asignaturas de matemáticas con otras disciplinas propias de la ingeniería. El objetivo es que los profesores adquieran conocimientos sobre la interdisciplinariedad de las matemáticas con la ingeniería y mejoren su enseñanza en contextos profesionales específicos.

Fase didáctica

La presente fase contempla un Modelo Didáctico de la Matemática en Contexto (MODIMACO), enfocado en una praxis social y desarrolla una matemática formativa y habilidades en el estudiante para una transferencia de conocimiento en otras disciplinas (Camarena, 2013), esta fase incluye tres etapas estas se visualizan en la figura 4.

Figura 4.

Bloques de Modimaco

Nota. Tomado *Camarena.*2013, p.58

I. En clase, usar la estrategia didáctica del contexto. Que consiste en presentar al estudiante una matemática contextualizada, relacionadas con las diferentes disciplinas de conocimiento; además de actividades relacionadas al estudiante, a través de actividades contextualizados que propicien conflictos cognitivos en los estudiantes. Los eventos contextualizados tienen por finalidad la introducción de nuevos conceptos, construcción de conocimientos y evaluación diagnostica.

La Matemática en Contexto, consta de nueve etapas que se desarrollan en equipos de tres estudiantes con roles específicos: líder académico, líder emocional y líder de trabajo.

1. Identificar los eventos contextualizados.
2. Plantear el evento contextualizado.
3. Determinar las variables y las constantes del evento.
4. Incluir los temas, conceptos matemáticos, del contexto necesarios para desarrollar el modelo matemático y la solución del evento.
5. Determinar el modelo matemático.
6. Dar la solución matemática del evento.
7. Determinar la solución requerida por el evento.

8. Interpretar la solución en términos del evento.
9. Presentar una matemática descontextualizada.

El paso 5, es donde se realiza la traducción del lenguaje natural al matemático, mientras que la interpretación del modelo matemático construido en el paso 8. Es importante considerar la modelación matemática que se define como el proceso cognitivo que se tiene que realizar para llegar a la construcción del modelo matemático. La modelación matemática consta de tres momentos (Camarena, 2000, p.24):

1. Identificar variables y constantes del evento.
2. Establecer relaciones entre las variables y constantes a través de conceptos involucrados en el evento contextualizado que se presenta.
3. Validar el modelo matemático del evento verificando los resultados cuando se han dado las soluciones de los problemas planteados.

Un elemento importante que debemos tener en cuenta es que el modelo matemático no es único, ya que existen diversas formas de representar el mismo evento; por ello, puede ser resuelto de diferentes maneras que dependerá de los conocimientos del estudiante.

II. Implementar cursos interdisciplinarios en donde se desarrollen actividades didácticas para el desarrollo del pensamiento y habilidades cognitivas del estudiante. Desarrollar actitudes intramatemáticos para facilitar la resolución de problemas contextualizados, además promover el trabajo colaborativo entre los estudiantes. La presente fase le dará contenido y aplicación al objeto matemático en estudio.

III. Implementar un taller integral e interdisciplinario; es la parte final del proceso didáctico donde se analizarán las aplicaciones de los conocimientos recibidos. Es importante considerar el compromiso de los maestros con la aplicación de las tareas dirigidas a los estudiantes. Además, tener en cuenta que, para obtener resultados sobresalientes, se necesita proponer a los estudiantes problemas de diferentes contextos sobre todo de su vida diaria; así los estudiantes relacionarán sus conocimientos adquiridos, tal como lo propone el Modelo Didáctico de la Matemática en Contexto (MODIMACO). En la teoría de las Matemáticas en el Contexto de las Ciencias (MCC) se resalta los siguientes aspectos:

- El modelo se desarrolla centrado en el alumno como constructor de su propio aprendizaje.
- En esta teoría, se considera la categorización y las variables que intervienen en el proceso de aprendizaje del estudiante.
- Se desarrolla un trabajo más colaborativo en favor de un aprendizaje significativo.

En cuanto a la categorización, Olazábal (2005), se basa en la relación entre los enunciados de los problemas (en lenguaje natural, ya existente y específicamente relevante en la estructura cognoscitiva del individuo) y el lenguaje matemático, hasta relacionar mediante un modelo matemático para facilitar la tarea de la traducción, presentamos la categorización en la tabla 3.

Tabla 3:

Categorización de los problemas contextualizados

PRIMERA CATEGORÍA: Problemas con enunciado literal	Son problemas cuyo enunciado expresa literalmente a los conceptos, situaciones, objetos y/o fenómenos y la relación entre ellos, para llegar al modelo matemático del problema. Para realizar la traducción es necesario conocer las representaciones algebraicas de los términos que se nombran en el mismo enunciado. Son problemas que con el tiempo se convierten en ejercicios para el alumno.
SEGUNDA CATEGORÍA: Problemas con enunciado evocador	Son problemas donde su enunciado no es suficiente para establecer el modelo matemático que permita solucionar el problema, a través de las situaciones que se expresa literalmente, sino que son necesarios otros modelos que evoca el mismo enunciado, nombrándolos de forma directa o indirecta. El modelo evocado complementa la información del enunciado.
TERCERA CATEGORÍA: Problemas con enunciado complejo	Son problemas donde el enunciado no es suficiente para establecer el modelo matemático a través, ni de los conceptos, situaciones, objetos y/o fenómenos y la relación entre ellos que expresa literalmente, ni de los que evoca, sino que se necesita que el individuo está resolviendo el problema, conozca un modelo que se adapte a las condiciones del mismo y lo sepa aplicar adecuadamente. Así el modelo no surge ni literalmente ni por evocación del enunciado, sino que surge de la estructura cognoscitiva del individuo. En esta categoría también hay evocación, pero con la diferencia de que es el individuo el que evoca y no es el problema.

Nota. Adaptado de Olazábal, 2005, p.36

Por todo lo expuesto en el presente capítulo, el marco teórico Matemática en el Contexto de la Ciencia, nos brindará elementos de la fase didáctica para la elaboración de nuestra actividad didáctica donde el estudiante construirá un modelo matemático, a partir de una situación contextualizada.

Por lo descrito, nos planteamos la pregunta para nuestra investigación, así como los objetivos, con la finalidad de aportar al conocimiento científico sobre el objeto matemático función cuadrática desde una perspectiva de contexto.

1.4 Pregunta y objetivos de la investigación

Considerando los antecedentes de referencia, en relación al objeto matemático función cuadrática, y que los estudiantes de educación básica regular de nivel secundario se enfrentan a problemas contextualizados se plantea la siguiente pregunta de investigación:

Pregunta de Investigación.

¿Cómo la categorización de problemas contextualizados, permiten a los estudiantes de quinto año de secundaria comprender la noción de función cuadrática?

Objetivo General.

Analizar como la categorización de problemas contextualizados, permiten a los estudiantes de quinto año de secundaria comprender la noción de función cuadrática.

Con el propósito de lograr el objetivo general, plantearemos los siguientes objetivos específicos:

Objetivos Específicos.

- Categorizar los problemas contextualizados presentes en el texto escolar matemáticas número 5, referente a función cuadrática.
- Diseñar una actividad didáctica en base a la categorización de la MCC, que induzcan a los estudiantes a traducir problemas contextualizados dirigidas a función cuadrática.
- Analizar los resultados obtenidos por los estudiantes en el desarrollo de la aplicación de la actividad didáctica.

A continuación, se presentan los procedimientos metodológicos de la investigación.

1.5 Aspectos metodológicos de la investigación

Para alcanzar los objetivos propuestos, nuestra investigación es cualitativa la cual pretende comprender la importancia de la influencia de la categorización que enfrentan estudiantes de nivel secundario al resolver problemas literales y modelarlos a un lenguaje algebraico llevados a cabo por estudiantes de nivel secundario. Nos enfocaremos en los procesos observados, en la investigación y no sólo en los resultados. Se sabe que las metas de una investigación cualitativa son: Describir, comprender e interpretar los fenómenos, a través de las percepciones y significados producidos por las experiencias de los participantes (Hernández-Sampieri et al., 2014, p. 11). Lo cual se evidencia en nuestra investigación, ya que analizaremos y trabajaremos en base diferentes tareas que se les asigna a los estudiantes, pero también se analizará los resultados para su posterior análisis.

En el marco teórico que utilizamos (MCC), de las cinco fases descritas, nos enfocaremos en la Fase Didáctica, además se desea elaborar una propuesta didáctica que permita mejorar la enseñanza y el aprendizaje en la modelación, del lenguaje verbal al matemático, de problemas contextualizados en el objeto matemático función cuadrática, en la educación básica regular, en estudiantes de quinto año de secundaria.

La metodología propuesta recibe el nombre de Diseño de Programas de estudio de las Ciencias básicas en Ingeniería (DIPCING) se muestra en la tabla 4, que es propia de la teoría educativa de las Matemáticas en el Contexto de las Ciencias (MCC), es la metodología DIPCING, además de ser única en el mundo (Camarena 1984, 2002).

Tabla 4

Etapa del Diseño de Programas de estudio de las Ciencias básicas en Ingeniería (DIPCING)

Etapas	Contenidos
Central	Hacer un análisis de los contenidos matemáticos, que estén relacionados con el objeto matemático funciones cuadráticas. Se realizará un análisis del contenido al texto escolar de quinto de secundaria, el análisis se centra en categorizar los problemas contextualizados que en este texto se proponen a los estudiantes.
Precedente	El trabajo se desarrollará en la etapa precedente de la metodología del Diseño de Programas de estudio de las Ciencias básicas en Ingeniería (DIPCING). En esta etapa, aplicamos un examen para validar el aprendizaje de los estudiantes del quinto de secundaria, además de recoger los conocimientos previos del alumnado sobre el tema de funciones cuadráticas y su respectiva categorización.
Consecuente	En este punto en particular, no se desarrolló ya que el nivel en el cual se realizó esta tesis fue con escolares de Educación Básica Regular y esta etapa consecuente se desarrolla para verificar el desempeño Laboral.

Nota. Adaptado de Camarena,1984, p.24

Esta metodología, descrita en la fase curricular, diseña programas de estudio de matemática en carreras de ingeniería, en nuestro caso relacionaremos la matemática con otras áreas que son propios de la educación básica regular nivel secundario, como Ciencia y Tecnología (Física- Bilogía).

DIPCING, consta de tres etapas: 1) Etapa central, donde se realiza un análisis detallado del contenido matemático. 2) Etapa precedente, nos indica el nivel de conocimiento con que inicia el estudiante. 3) Etapa precedente, es preguntar a los profesionales en ejercicio, la importancia de la matemática en su actividad profesional; en nuestra investigación no desarrollaremos esta etapa, porque nuestro trabajo está orientado a la educación básica regular.

Nos enfocaremos en la etapa central, en la cual nos permitirá identificar eventos contextualizados, además de permitirnos realizar las siguientes actividades:

- En el texto académico del estudiante titulado "ficha matemática 5", en la competencia matemática "Resuelve problemas de regularidad y cambio" identificaremos problemas contextualizados relacionados a función cuadrática, las cuales analizaremos y las categorizaremos.
- Diseñar una actividad didáctica, considerando la estrategia Didáctica de la Matemática en Contexto, además de la categorización.
- Analizar los resultados de los estudiantes, al enfrentarse a problemas contextualizados

A continuación, se presenta el estudio de la función cuadrática, el cual constituye una parte fundamental de la investigación.

CAPÍTULO II: Función Cuadrática

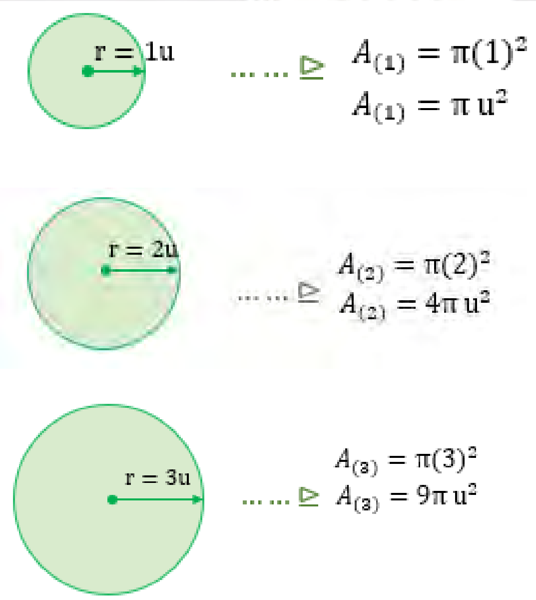
En el presente capítulo, realizaremos una revisión del objeto matemático en estudio, donde organizaremos y seleccionaremos la información que nos servirá de sustento para el diseño de nuestra propuesta didáctica. Analizaremos desde diferentes perspectivas la forma cómo presentan los autores el estudio de este objeto matemático, además de incluir un análisis detallado del contenido del texto de quinto año de secundaria del año 2024.

2.1. Función cuadrática

Una función es un conjunto de parejas ordenadas de números $(x; y)$, que satisfacen el principio de unicidad, donde no hay dos parejas ordenadas distintas que tengan el mismo primer componente (Leithold,1987). También (James, 2010) señala que las funciones surgen siempre que una cantidad depende de otra, y define a la función como una regla que asigna a cada elemento $\boldsymbol{x}$ de un conjunto de partida, exactamente un único elemento en el conjunto de llegada llamado $f(x)$. En la figura 5, se puede observar la relación de correspondencia del área A de un círculo que depende de su radio r, la regla que relaciona A con $\mathbf{r}$ está dada por la ecuación $A_{(r)} = \pi \mathrm{r}^2$; por lo que afirmamos A es una función de r.

Figura 5.

Relación de correspondencia.



Nota. Tomado de *Cálculo de una variable* (p.10), por James, 2010.

Así mismo (James, 2010), representa una función como una máquina. Si $\boldsymbol{x}$ está en el dominio de la función f, cuando x entra en la máquina, que se acepta como una entrada, la máquina produce una salida $f(x)$ de acuerdo con la regla de correspondencia de la función. Así, este concepto se puede observar en la figura 6, podemos pensar el dominio como el conjunto de todas las posibles entradas, y en el rango como el conjunto de todas las posibles salidas.

Figura 6.

Representación de una función

Nota. Tomado de *Cálculo de una variable* (p.11), por James, 2010.

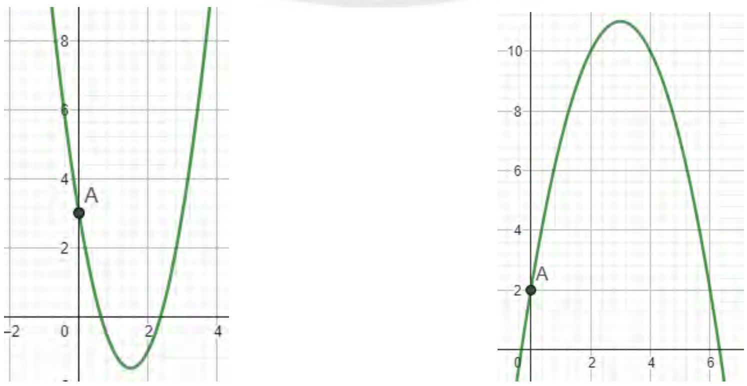
La regla de correspondencia $f(x)$ es variada y es la que determinará el comportamiento de la gráfica y sus características. En particular para nuestra investigación describiremos la función cuadrática de la siguiente manera:

Una función P polinomial de grado n es dado por un polinomio de la forma, $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ donde n es un número entero no negativo y $a_0; a_1; a_2, \ldots, a_n$,son constantes llamadas coeficientes de la función polinomial. El dominio de la función polinomial es el conjunto de los números reales.

Una función polinomial de grado 2, también conocida como función cuadrática es de la forma: $P(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$ y $a, b, c \in \mathbb{R}$; donde a se define como coeficiente principal de $P(x)$. Su gráfica de la función cuadrática es siempre una parábola obtenida por desplazamientos, donde la parábola abre hacia arriba si $a > 0$, como la figura 7a y hacia abajo si $a < 0$ como la figura 7b. (James, 2010).

Figura 7.

Gráfica dependiente del coeficiente principal



$f(x) = 2x^2 - 6x + 3$

(a)

$f(x) = -x^2 + 6x + 2$

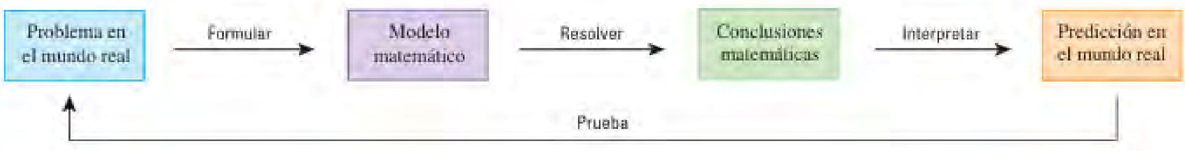
(b)

James (2010), señala que toda función se puede representar de 4 maneras diferentes: Verbalmente (por una descripción en palabras), numéricamente (por una tabla de valores), visualmente (por una gráfica) y algebraicamente (por una fórmula explícita). En nuestra investigación nos enfocamos en la forma verbal, con situaciones contextualizadas y con los elementos de la categorización del marco teórico Matemática en el Contexto de la Ciencia.

También señala el autor que el paso de una situación descrita verbalmente a uno algebraicamente se denomina modelado como lo indica en la figura 8.

Figura 8.

Construcción del modelo matemático



Nota. Tomado de *Cálculo de una variable* James, 2010, p.23

Mediante la representación de ciertas transformaciones de la gráfica de una función dada, podemos obtener otras gráficas de algunas funciones relacionadas. Esto nos ayudará a esbozar rápidamente a mano las gráficas de muchas funciones como se observa en la figura 9.

Con desplazamiento vertical y horizontal, suponga que $c > 0$. Para obtener la gráfica:

$y = f(x) + c$, desplace verticalmente c unidades hacia arriba la gráfica de $y = f(x)$

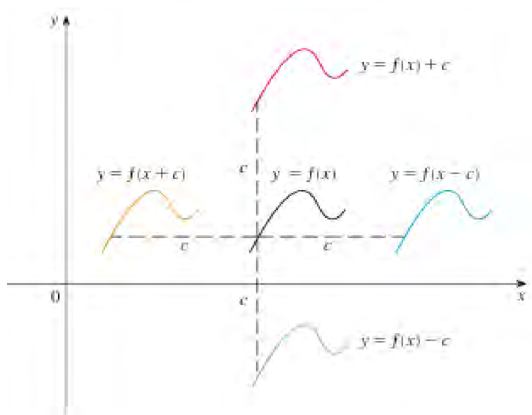
$y = f(x) - c$, desplace verticalmente c unidades hacia abajo la gráfica de $y = f(x)$

$y = f(x - c)$, desplace horizontalmente c unidades a la derecha la gráfica de $y = f(x)$

$y = f(x + c)$, desplace horizontalmente c unidades a la izquierda la gráfica de $y = f(x)$

Figura 9.

Técnicas de desplazamiento



Nota. Tomado *Calculo de una variable* James, 2010, p.36

Ejemplos de aplicación: Deslazamiento vertical

Observación: A partir de la función $g(x) = x^2$, se pueden obtener las funciones $f(x)$ y $h(x)$ desplazando la cantidad de unidades que se adicione a la función $g(x) = x^2$.

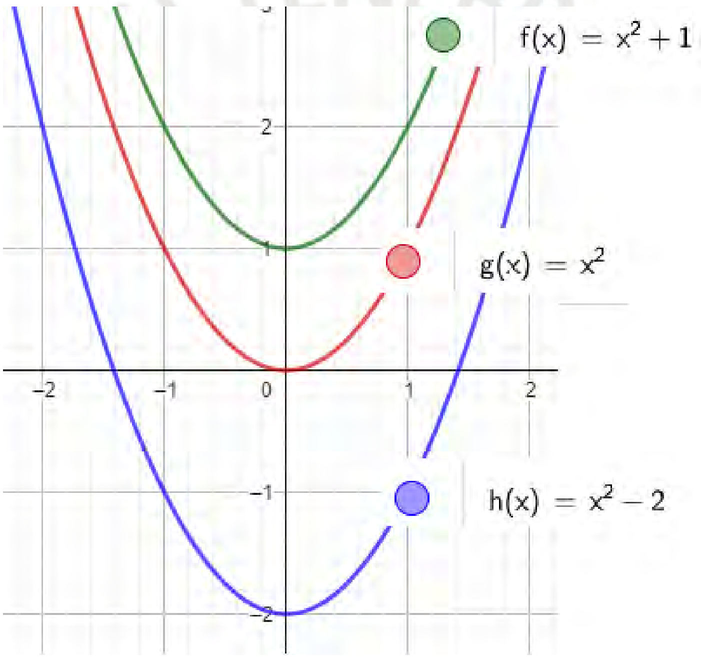
La grafica de la función $f(x) = x^2 + 1$, se desplaza una unidad verticalmente hacia arriba con respecto a la gráfica de la función $g(x) = x^2$.

La grafica de la función $h(x) = x^2 - 2$, se desplaza dos unidades verticalmente hacia abajo con respecto a la gráfica de la función $g(x) = x^2$.

Se puede observar en la figura 10, los desplazamientos de las graficas $f(x)$ y $h(x)$,.

Figura 10.

Aplicación de las técnicas de desplazamiento



Deslazamiento horizontal

Observación: A partir de la función $g(x) = x^2$, se pueden obtener las funciones $f(x)$ y $h(x)$ desplazando horizontalmente si la constante esta dentro de la potencia $g(x) = x^2$

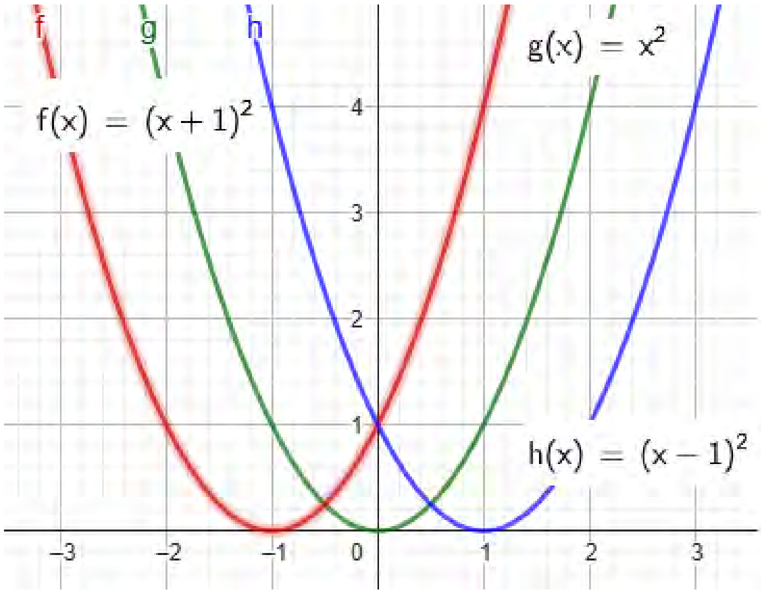
La grafica de la función $f(x) = (x + 1)^2$, se desplaza una unidad a la izquierda con respecto a la gráfica de la función $g(x) = x^2$.

La grafica de la función $h(x) = (x - 1)^2$, se desplaza dos unidades a la derecha con respecto a la gráfica de la función $g(x) = x^2$.

Se puede observar en la figura 11, los desplazamientos horizontales de las graficas $f(x)$ y $h(x)$.

Figura 11.

Aplicación de las técnicas de desplazamiento

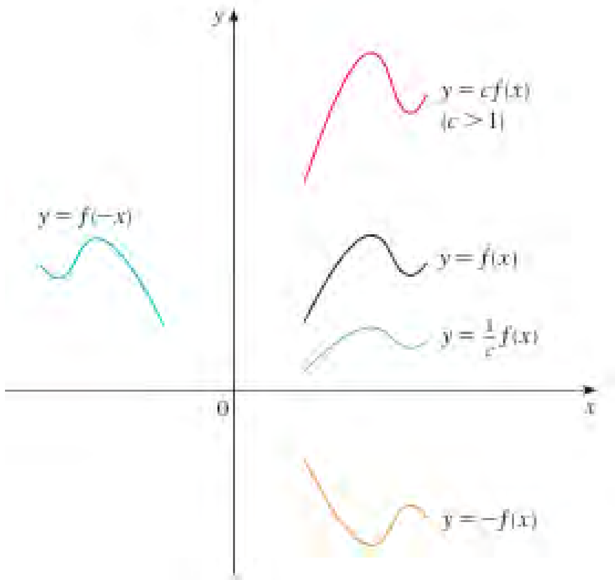


Ahora las transformaciones por estiramiento y reflexión. Si $c > 1$, entonces la gráfica de $y = cf(x)$ es la gráfica de $y = f(x)$ alargada verticalmente por un factor de c (porque cada coordenada y, se multiplica por el número c.

La gráfica de $y = -f(x)$ es la gráfica de $y = f(x)$ reflejada en relación con el eje x porque el punto (x, y) , se reemplaza por el punto $(x, -y)$. Este principio se puede observar en la figura 12, donde se aplica la técnica de la simetría.

Figura 12.

Técnicas de simetría



Nota. Tomado Calculo de una variable James, 2010, p.37

Estiramiento y reflexión

Observación: A partir de la función $g(x) = x^2$, se pueden obtener las funciones $f(x)$ y $h(x)$

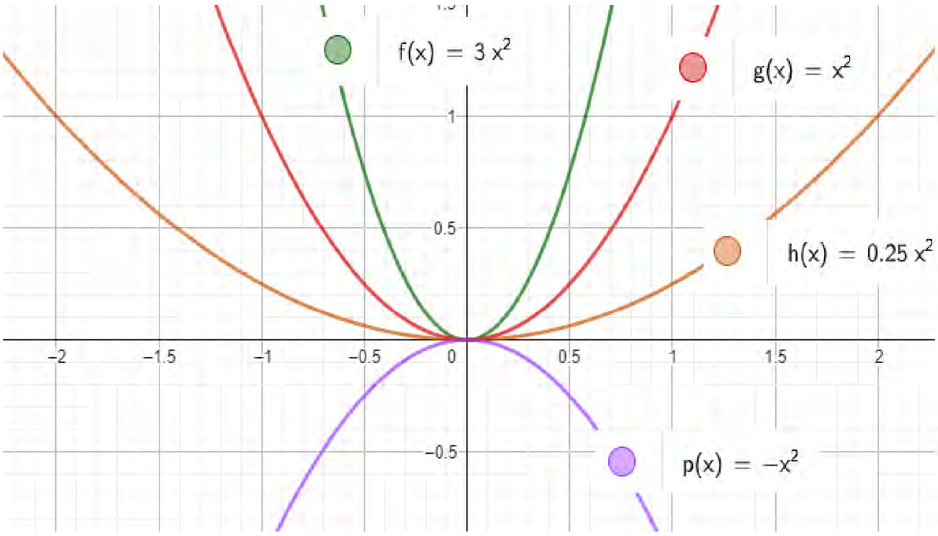
Si el coeficiente principal "a" es mayor a cero, la gráfica de la función $f(x) = 3x^2$ se comprime respecto a la gráfica de la función $g(x) = x^2$.

Si el coeficiente principal "a" es $0 < a < 1$, la gráfica de la función $h(x) = 0{,}25x^2$ se dilata respecto a la gráfica de la función $g(x) = x^2$.

Si el coeficiente principal "a" es $a < 0$, la se realiza una simetría respecto al eje de las abscisas $p(x) = -x^2$, estos procedimientos se observan en la figura 13.

Figura 13.

Aplicación de las técnicas de estiramiento



2.2 Aspectos didácticos de la enseñanza de funciones cuadráticas en los libros didácticos.

A continuación, analizamos los problemas propuestos en las fichas de matemática de los estudiantes del quinto de secundaria entregados por el MINEDU el año 2024.Para el presente análisis aplicaremos la metodología DIPSING (Diseño de programas de estudio de matemáticas en carreras de ingeniería) que es propio del marco teórico MCC.

La presente metodología comprende tres etapas (central, precedente y consecuente), en el particular aplicaremos la etapa central, que consiste en realizar un análisis de los contenidos matemáticos~~,~~ escritos explícitamente e implícitamente en la ficha de matemática del estudiante de quinto de secundaria.

En el análisis se debe identificar: El enfoque de cada tema, la profundidad de cada tema, la notación con la que se describe.

- En el enfoque de cada tema, se va a considerar el contexto del problema, la relación que existe con otras áreas.
- La profundidad del tema, se considerará aspecto cognitivo que se quiere desarrollar en el estudiante, además de considerar las estrategias, técnicas y conceptos que utilizará el estudiante para dar solución a la situación de contexto.
- La notación con la que se describe. Análisis detallado de los registros utilizados para modelar la situación significativa.

Luego de realizar un análisis en la etapa central de la metodología DIPSING, se procederá a categorizar los problemas de la ficha de matemática, considerando los elementos de la Categorización Olazábal (2005, p.36), como se muestra en la tabla 5.

Tabla 5:

Categorización de los problemas contextualizados

PRIMERA CATEGORÍA: Problemas con enunciado literal	Son problemas cuyo enunciado expresa literalmente a los conceptos, situaciones, objetos y/o fenómenos y la relación entre ellos, para llegar al modelo matemático del problema. Para realizar la traducción es necesario conocer las representaciones algebraicas de los términos que se nombran en el mismo enunciado. Son problemas que con el tiempo se convierten en ejercicios para el alumno.
SEGUNDA CATEGORÍA: Problemas con enunciado evocador	Son problemas donde su enunciado no es suficiente para establecer el modelo matemático que permita solucionar el problema, a través de las situaciones que se expresa literalmente, sino que son necesarios otros modelos que evoca el mismo enunciado, nombrándolos de forma directa o indirecta. El modelo evocado complementa la información del enunciado.
TERCERA CATEGORÍA: Problemas con enunciado complejo	Son problemas donde el enunciado no es suficiente para establecer el modelo matemático a través, ni de los conceptos, situaciones, objetos y/o fenómenos y la relación entre ellos que expresa literalmente, ni de los que evoca, sino que se necesita que el individuo está resolviendo el problema, conozca un modelo que se adapte a las condiciones del mismo y lo sepa aplicar adecuadamente. Así el modelo no surge ni literalmente, ni por evocación del enunciado, sino que surge de la estructura cognoscitiva del individuo. En esta categoría también hay evocación, pero con la diferencia de que es el individuo el que evoca y no es el problema.

Nota. Adaptado de Olazábal ,2005, p.36

En el año 2024, el estado peruano a través del Ministerio de Educación repartió textos escolares con el título "Fichas de matemática 5" a los estudiantes de quinto de secundaria de los colegios públicos. Con el objetivo que el estudiante tenga un material complementario a su aprendizaje, además de promover el desarrollo de sus cuatro competencias del área de matemática que son: "Resuelve problemas de cantidad", "Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio", "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre", "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización", establecidas en el Currículo Nacional de Educación Básica del 2016.

La ficha matemática 5 (2024, p,3) clasifica a los problemas de la siguiente manera: En la primera sección: "Construimos nuestros aprendizajes", presenta una situación relacionada a la vida cotidiana, que se desarrolla a través de interrogantes, que tiene por objetivo desarrollar las capacidades, para diseñar, seleccionar una estrategia y reflexionar sobre el camino hacia la solución, esto ayudará al estudiante a gestionar su aprendizaje de forma autónoma.

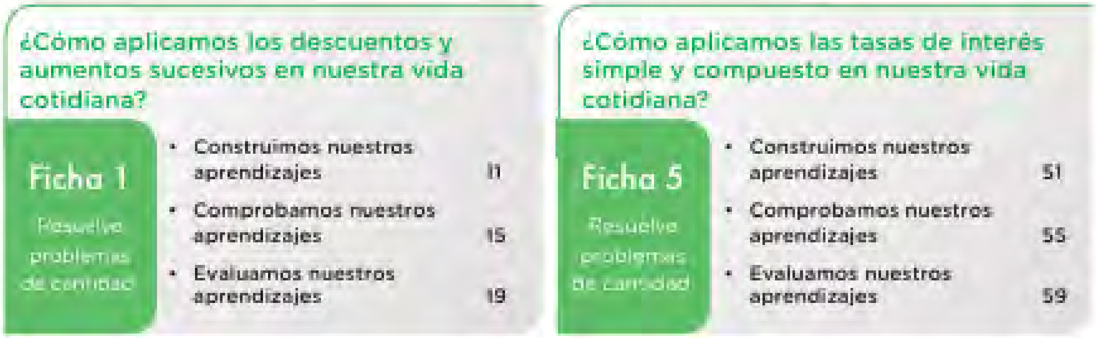
La segunda sección: "Comprobamos nuestros aprendizajes", se presenta tres situaciones de contexto, donde se establece una secuencia de pasos que resuelve la situación, donde el estudiante describirá el procedimiento utilizado, este análisis le permitirá plantear otro camino de resolución, así como identificar errores, aprender de ellos y construir su conocimiento.

En la tercera sección: "Evaluamos nuestros aprendizajes" se propone situaciones de diversos grados de dificultad. Al desarrollar las actividades el estudiante podrá medir su progreso considerando los criterios de evaluación.

El contenido del texto está organizado en las 4 competencias antes descritas, organizadas en 8 situaciones de contexto con sus respectivas actividades. Como se observa en la figura 14,15,16 y 17.

Figura 14.

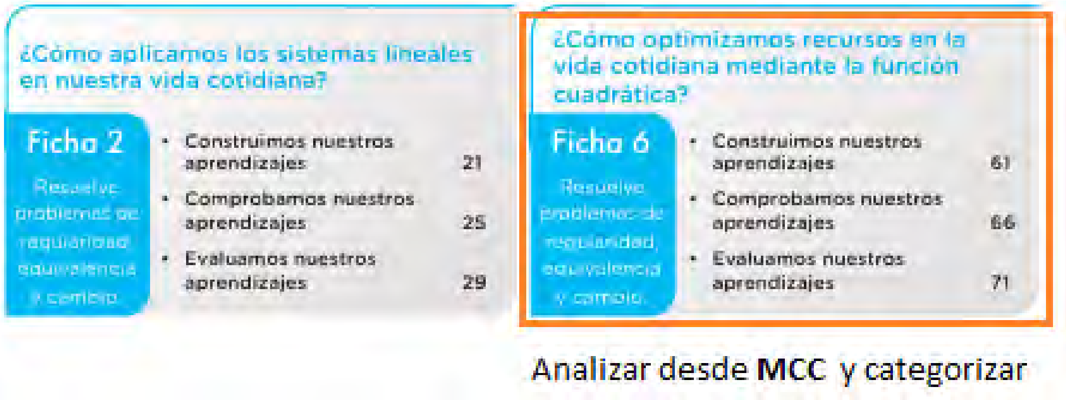
Competencia: "Resuelve problemas de cantidad"



Nota. Ficha de matemática 5, 2024, p.4

Figura 15.

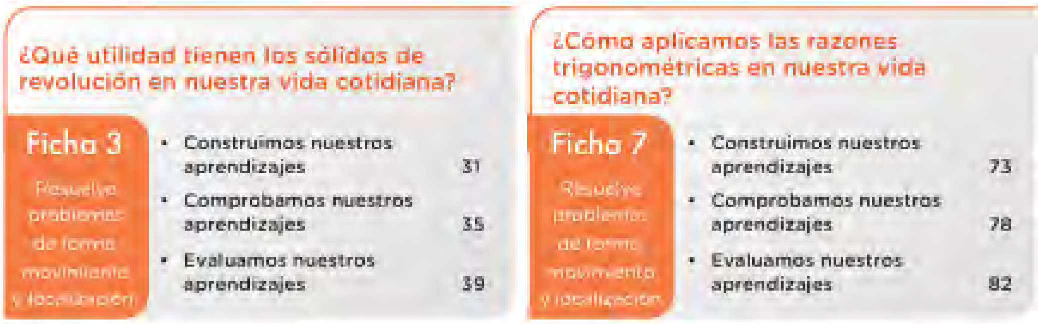
Competencia “Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio”



Nota. Ficha de matemática 5, 2024, p.4

Figura 16.

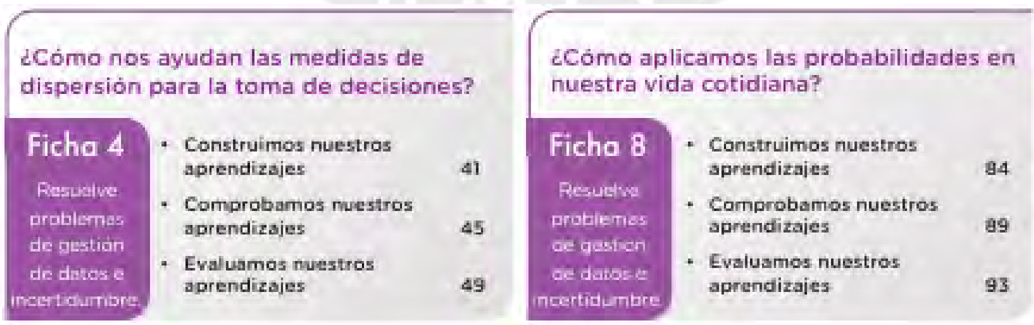
Competencia “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización”



Nota. Ficha de matemática 5, 2024, p.4

Figura 17.

Competencia “Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre”



Nota. Ficha de matemática 5, 2024, p.4

De las 8 fichas presentes en el texto, analizaremos la ficha número 6 relacionada a la competencia “Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio”, además de estar relacionado a nuestro objeto matemático de investigación “Función cuadrática”. La ficha número 6 está organizada en tres secciones:

- La primera sección comprende sólo 1 problema relacionado a la vida diaria que titula “¿Cómo optimizamos recursos en la vida cotidiana mediante la función cuadrática?”. En la que el propósito de la actividad es “Establecer relaciones entre datos y valores desconocidos~~,~~ y las trasformamos en expresiones algebraicas; además, combinamos y adaptamos procedimientos diversos para calcular los valores que definen una función cuadrática” ficha de matemática 5 (2024, p.61).

2.3 Análisis del texto escolar “ficha matemática 5”

Análisis del problema de la primera sección

El primer problema del texto, titula “Construimos canaletas de máximo volumen”, se puede observar en la figura 18.

Figura 18.

Actividad. “Construimos canaletas de máximo volumen”

Construimos canaletas de máximo volumen

Martín Fernández necesita diseñar y elaborar canaletas para el techo de su casa y así enfrentar las inminentes lluvias que el Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú (Senamhi) ha pronosticado. Para ello, cuenta con planchas metálicas delgadas de 300 cm de largo por 16 cm de ancho con recubrimiento de zinc, que las hace resistentes a la acción corrosiva de la humedad. Para concretar su proyecto, él decide doblar hacia arriba algunos centímetros a cada lado de la plancha, como se muestra en la figura.

Tomando en cuenta la información brindada, responde las siguientes preguntas:

a. ¿Qué valores puede tomar la altura de la canaleta en el diseño que muestra la figura?

b. ¿Cuál es la función que modela el volumen que tendrá la canaleta?

c. ¿Qué tipo de función es y qué forma tiene su gráfica?

d. ¿Cuántos centímetros debe tener la altura de la canaleta para que su volumen sea mayor?

Nota. Ficha de matemática, 2024, p.61

En esta actividad, el profesor presenta al estudiante una situación significativa (problema relacionado a un contexto de la vida diaria). Se observa que la actividad está escrita en un lenguaje literal y se debe construir un modelo matemático, esto se logrará en base a una serie de interrogantes, que despierten el interés del estudiante, enseguida, se recoge las ideas que se relacionan con la solución y la actividad, el docente acompaña al estudiante a construir la mejor solución.

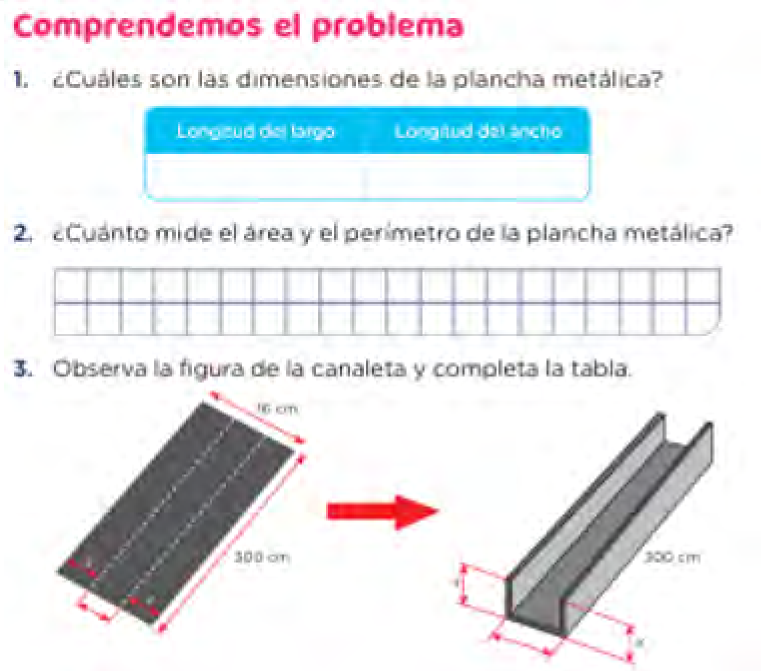
El contexto de la actividad se desarrolla en un ambiente cotidiano del estudiante, relacionado con las condiciones climáticas en la sierra peruana. El problema está enfocado directamente a construir un modelo matemático utilizando conceptos intramatemáticos como área, volumen y el cálculo del vértice de una parábola.

Para analizar la profundidad del tema, procederemos a revisar las preguntas que se propone en la actividad.

Se puede observar en la figura19, respecto a la primera pregunta ¿Qué valores puede tomar la altura de la canaleta en el diseño que muestra la figura? Para dar solución el profesor, interactúa con el estudiante realizando las siguientes preguntas ¿Cuáles son las dimensiones de la plancha metálica? Esta interrogante es resuelta por el estudiante observando la figura 19, donde el largo es 300 cm equivalente a 3 metros, y un ancho de 16 cm.

Figura 19:

Procedimiento propuesto a la actividad 1



Nota. Ficha de matemática, 2024, p.62

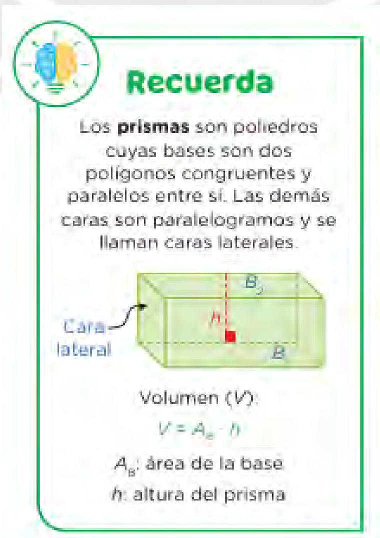
Según la figura 19, se observa que se le asigna una variable “x” que representa la altura de la canaleta. Esta debe tener un valor positivo en consecuencia $x > 0$ además, el valor “x” debe tener un máximo, ¿Cómo se puede saber este máximo valor?, en la ficha no indica como determinar el máximo valor, no se visualiza procedimiento alguno, pero se observa un resumen de intervalos que ayudará al estudiante a encontrar dicho valor. Para superar esta pregunta el estudiante debe conocer conceptos como desigualdades, operaciones con inecuaciones de primer grado, y así para poder acotar los valores de la variable “x” que representa la altura de la canaleta. Los estudiantes participan compartiendo sus ideas, y se fomenta su creatividad y la interacción entre ellos, según indica el procedimiento del texto. Por diferencia de segmentos $16 - 2x > 0$, resolviendo la inecuación $8 > x$; en consecuencia, los valores de la variable altura serian $0 < x < 8$. En este punto el estudiante ya tendría una barrera para plantear los posibles valores de x.

En relación a la segunda pregunta, ¿Cuál es la función que modela el volumen que tendrá la canaleta? Se busca saberes previos en el estudiante con las preguntas ¿Cuánto mide el área y el perímetro de la plancha metálica? En el libro se presentan, de manera superficial, el concepto de área, perímetro del rectángulo y el volumen de un prisma, el docente tiene que desarrollar una teoría más elaborada con ejemplos prácticos para entender estos conceptos matemáticos, como área, perímetro y volumen.

Los conocimientos para afrontar este problema, se recuerda al estudiante figura 20, donde se indica el volumen de un prisma. La estrategia es construir el modelo a partir del cálculo del área de la base y multiplicarlo por la altura x, para obtener la función volumen.

Figura 20:

Volumen de un Prisma



Nota. Ficha de matemática, 2024, p.63

Respecto a la tercera pregunta ¿Qué tipo de función es y qué forma tiene su gráfica? En el texto se utiliza el registro tabular para obtener la gráfica que modela la función volumen. Pero la solución también se podría utilizar el cálculo del vértice, para lo cual el estudiante tiene que modelar la situacion significativa, y construir una expresión en lenguaje algebraico para su posterior resolución.

En esta pregunta se puede utilizar el registro tabular, el registro gráfico o el algebraico, en el texto se predomina el registro tabular, a partir de los posibles valores que se obtiene de la altura (ver figura 21).

Figura 21:

Registro tabular

Altura (x)	Área de la base (4800 - 600x)	Volumen
0	4800 - 600(0) = 4800	4800(0) = 0
1	4800 - 600(1) = 4200	4200(1) = 4200
2	4800 - 600(2) =	
3		
4		
5		
6		
7		
8		
x	4800 - 600____	

Nota. Ficha de matemática, 2024, p.64

En la cuarta pregunta ¿Cuántos centímetros debe tener la altura de la canaleta para que su volumen sea mayor? El estudiante, a partir de los resultados que se obtiene de la figura 21, podrá interpretar sus resultados e indicar el volumen mayor.

Del análisis del primer problema, se puede concluir que su enfoque es correcto y las preguntas que proponen son pertinentes desarrollando el conflicto cognitivo en el estudiante. El problema se propone en un lenguaje natural y solicita construir el modelo matemático. Por las características que presenta, es un problema de tercera categoría, por tener un enunciado complejo, donde intervienen conocimientos intramatemáticos.

- La segunda sección comprende 3 problemas contextualizados en cuyo desarrollo el estudiante podrá explicar el proceso de resolución, identificando las estrategias propuestas y describiendo cada etapa de la solución.

  Esta sección titula "Comprobamos nuestros aprendizajes", en que el propósito de la actividad es "Expresamos con diversas representaciones tabulares y con un lenguaje algebraico nuestra comprensión sobre los valores máximos y mínimos de la función cuadrática, asimismo justificamos o comprobamos la validez de una afirmación mediante conocimientos algebraicos; además corregimos errores si los hubiera" ficha de matemática (2004, p.66).

Análisis de problemas de la segunda sección

El primer problema de la segunda sección, denominada situación A. Donde titula modelamos el salto de una rana, se observa en la figura 22 que debemos construir el modelo matemático a partir del registro tabular que nos indican.

Figura 22.

Actividad, Modelamos el salto de una rana

Situación A: Modelamos el salto de una rana

Un experto en anfibios realizó observaciones del salto de una rana y las registró en una tabla. Luego de analizar los resultados, se dio cuenta de que la altura que alcanzaba la rana en cada instante del salto podía modelarse con una función cuadrática. En la tabla adjunta, se muestra la altura (h) en metros que alcanza la rana, en un mismo salto, en cinco tiempos (t) diferentes expresados en segundos.

[illegible]	0	0,5	1	1,5	2
[illegible]	0	0,75	1	0,75	0

a. Halla la función cuadrática que modela la situación que planteó el experto en anfibios.

b. Determina algebraicamente la mayor altura que alcanza la rana y el tiempo que emplea en llegar ahí.

c. ¿Cuánto demora la rana en volver a tocar el suelo? ¿De qué modo algebraico lo podrías determinar?

Nota. ficha de matemática 5, 2024, p.66

La presente actividad muestra una secuencia de pasos ya establecidos en el texto priorizando el registro algebraico, donde a partir de estos conocimientos preestablecidos, el estudiante construirá el modelo matemático.

El enfoque del problema, se desarrolla en un contexto cotidiano relacionado con el curso de Ciencia y Tecnología; donde se define las variables: altura(h) y tiempo(t), además, una tabla en la cual se registra la relación entre las dos variables, lo cual facilita la construcción del modelo matemático.

Debemos considerar que en la figura 23, se muestran los pasos que el estudiante debe seguir y una teoría resumida que le ayudará a resolver las interrogantes propuestas. Debemos considerar que el desarrollo parcial limita la posibilidad del estudiante, donde el estudiante deberá superar la situacion significativa utilizando el registro algebraico como lo indica el texto.

Figura 23.

Planteamiento de la situación significativa 2

a. La función cuadrática tendrá la forma $h(t) = at^2 + bt + c$, donde h es la altura en metros y t es el tiempo en segundos.

De los datos de la tabla, tomamos $t = 0$; $h = 0$.

Reemplazamos y obtenemos $0 = a(0)^2 + b(0) + c \rightarrow c = 0$

Similarmente con $t = 1$; $h = 1$:

$1 = a(\quad)^2 + b(\quad) + c \rightarrow 1 = \qquad$ ... (I)

Ahora con $t = 2$; $h = 0$:

$0 = a(\quad)^2 + b(\quad) + c \rightarrow 0 = 4a + 2b \rightarrow 0 = \quad + \qquad$ ... (II)

Luego de resolver el sistema, obtenemos $b = 2$ y $a = -1$

Por lo tanto, la función es $h(t) = \qquad$.

Nota. ficha de matemática 5, 2024, p.66

Respecto a la primera pregunta "Hallar la función cuadrática que modela la situación que planteó el experto en anfibios". El término función cuadrática evoca a la regla de correspondencia de la función cuadrática, $h(t) = at^2 + bt + c$, donde se definen las variables altura(h) y tiempo(t). Al reemplazar los valores convenientemente de la tabla que muestra en la situación de contexto, en $h(t)$ se obtendrá los valores de las constantes $a, b, y\, c$; y de esa manera se modela la función $h(t) = -t^2 + 2t$.

Es importante resaltar que, para superar la construcción del modelo matemático, la técnica que podría utilizar el estudiante para resolver el sistema de ecuaciones no se describe en el texto.

En la segunda pregunta (ver figura 24), la pregunta es "*Determine algebraicamente la mayor altura que alcanza la rana y el tiempo que emplea en llegar ahí*".

Conociendo el modelo matemático que describe la trayectoria de la rana: $h(t) = -t^2 + 2t$, se puede determinar la altura máxima, reemplazando los valores en la ecuación que nos da las coordenadas del vértice $(h, f(h))$. Esa ecuación $h = -\frac{b}{2a}$, está presente en la ficha de trabajo, lo cual facilitará el desarrollo de la pregunta. Debemos considerar que los principales obstáculos a superar son las operaciones en el campo de los enteros, como dividir $-\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2(-1)}$ en nuestro problema. Este problema también se sugiere utilizar el registro tabular al conocer la función $h(t) = -t^2 + 2t$.

Figura 24.

Planteamiento de la situación significativa 2

b. En $h(t) = -t^2 + 2t$, vemos que $a = -1 < 0$; entonces la parábola se abre hacia abajo. Por lo tanto, la altura h tendrá su máximo valor en el vértice de la parábola.

Hallamos el vértice $V(m, n) \in h$, donde $b = 2$ y $a = -1$.

$$m = -\frac{b}{2a} = -\frac{\quad}{2(\ldots)} = \frac{\quad}{\quad} =$$

Hallamos n; para ello, reemplazamos $m =$ ... en la función $h(t) = -t^2 + 2t$. Entonces, $n = -(\ldots)^2 + 2(\ldots) \rightarrow n = \ldots = \ldots$

Luego, obtenemos que $n =$ ...; por lo tanto, el vértice es $V(1; 1)$.

A partir del vértice, podemos afirmar que la mayor altura alcanzada por la rana es ... m en un tiempo de ... segundo.

Nota. ficha de matemática 5, 2024, p.66

En la tercera pregunta, que se observa su desarrollo en la figura 25, menciona ¿Cuánto demora la rana en volver a tocar el suelo? ¿De qué modo algebraico lo podrías determinar? Para superar esta pregunta se propone $h(t) = 0$ en la función $h(t) = -t^2 + 2t$ y al factorizar $0 = t(-t + 2)$ se obtiene los valores de $t = 0\, y\, t = 2$ y en consecuencia se concluye del problema. Tomamos el valor de 2 porque el tiempo 0 corresponde al punto de inicio del salto. Por lo tanto, a los dos segundos la rana llega al suelo nuevamente.

Por las características del problema, se requiere comprensión de los conceptos intramatemáticos, además que el problema evoca a la función cuadrática. Por lo tanto, la situación presentada es un problema de segunda categoría.

Figura 25.

Desarrollo de la situación significativa

c. Para hallar el tiempo que demora en volver a tocar el suelo la rana, debemos considerar que en ese instante la altura es 0 metros ($h = 0$).

Reemplazamos $h = 0$ en $h(t) = -t^2 + 2t$.

Obtenemos $0 = -t^2 + 2t \rightarrow 0 = t(-t + 2)$.

Luego de resolver lo anterior, tenemos $t = 0$; $t = 2$.

Tomamos el valor 2 porque el tiempo 0 corresponde al punto de inicio del salto. Por tanto, a los 2 segundos, la rana llega al suelo nuevamente.

Nota. ficha de matemática 5, 2024, p.67

El segundo problema del texto se observa en la figura 26, titula: Situación B “Beneficios en una empresa”.

Figura 26.

Actividad, Beneficios en una empresa

Situación 8: Beneficios en una empresa

El contador de una empresa de comida rápida, especializada en la venta de pizzas, concluyó que los beneficios anuales dependen del número de repartidores con los que cuenta; además, que estos beneficios se determinan según el siguiente modelo matemático: $B(x) = -27x^2 + 1890x + 9855$, donde $B(x)$ es el beneficio anual en soles para x repartidores.

a. ¿Cuántos repartidores debe tener la empresa para que su beneficio anual sea máximo?

b. ¿Cuál será el valor de dicho beneficio máximo?

Nota. Ficha de matemática 5, 2024, p.68

En esta actividad, se muestra una secuencia de pasos ya establecidos como se puede observar en la figura 27 priorizando, en la resolución de la situación significativa. El problema está contextualizado, lo que facilitaría su solución, además que nos muestran la función $B(x) = -27x^2 + 1890x + 9855$ ya modelada, este modelo ya construido ayuda a responder a las preguntas de la actividad. A continuación, analizaremos las preguntas que proponen en la actividad.

Figura 27.

Desarrollo de la actividad 3

Tenemos la función cuadrática $B(x) = -27x^2 + 1890x + 9855$.

Vemos en la función que $a = -27 < 0$, entonces, la parábola se abre hacia abajo, y tendrá un valor máximo cuando se determinen las coordenadas del vértice.

Dividimos a la función entre para que el coeficiente del término cuadrático sea +1.

$$\frac{B(x)}{\quad} = \frac{-27x^2}{\quad} + \frac{1890x}{\quad} + \frac{9855}{\quad}$$

Obtenemos

$$\frac{B(x)}{\quad} = x^2 - 70x - 365$$

En el segundo miembro sumamos y restamos el cuadrado de la mitad del coeficiente del término lineal $\left(\frac{70}{2} = 35\right)$

$$\frac{B(x)}{-27} = x^2 - 70x + 35^2 - 35^2 - 365$$

Formamos el trinomio cuadrado perfecto:

$$\frac{B(x)}{-27} = (\qquad)^2 - 1590$$

Damos forma

$$B(x) = -27(\qquad)^2 - 1590(-27)$$

$$B(x) = -27(\qquad)^2 + 42\,930$$

Hallamos el vértice:

$$V(h; k) = V(35; 42\,930)$$

Nota. Ficha de matemática 5, 2024, p.68

Respecto a la primera pregunta "*Cuántos repartidores debe tener la empresa para que su beneficio sea máximo*".

El método que utiliza el texto es completar cuadrados, además de buscar una relación entre variables. La solución inicia con la función cuadrática ya definida $B(x) = -27x^2 + 1890x + 9855$. Donde $B(x)$ es la variable beneficio anual, y x la cantidad de repartidores. Por el concepto de coeficiente principal ($-27 < 0$) se deduce que la parábola se abre hacia abajo, y se podrá obtener el máximo beneficio determinando las coordenadas del vértice. En la ficha se realiza por el método "completar cuadrados".

Es importante resaltar que el estudiante debe conocer el método "completar cuadrados", también conocer la técnica del vértice de la parábola $(h; k)$ donde $h = -\frac{b}{2a}$ y $k = f(h)$. Respecto a la segunda pregunta "¿Cuál es el valor de dicho beneficio máximo?". Al obtener el vértice de la parábola $(v;\ k)$, ya se puede determinar el máximo beneficio, este proceso lo puede realizar en el registro tabular y/o gráfico, enriqueciendo más su solución. El término vector, utilizado en el planteamiento del problema, puede confundir al estudiante ya que es un término propio de la física, del área de Ciencia y Tecnología.

Por las características del problema, donde ya se establece un modelo matemático $B(x) = -27x^2 + 1890x + 9855$ se puede afirmar que es un problema de primera categoría.

El tercer problema del texto, se titula: Situación C "Trayectoria del lanzamiento de un balón", como se observa en la figura 28.

Figura 28.

Actividad. Trayectoria del lanzamiento de un balón

Situación C: Trayectoria del lanzamiento de un balón

El profesor Manuel, para motivar a sus estudiantes a quienes les gusta el fútbol, plantea el siguiente problema:

Un jugador se encuentra a 8 m del arco. El arquero, que es capaz de saltar hasta los 2,5 m de altura, está adelantado 4 m del arco. Para realizar el lanzamiento del balón, el jugador puede escoger entre las dos trayectorias siguientes, donde f y g representan la altura en metros, y x, el tiempo en segundos.

$$f(x) = 0{,}4x - 0{,}05x^2$$

$$g(x) = 1{,}6x - 0{,}2x^2$$

¿Cuál de los dos modelos matemáticos presentados es el más adecuado para que el jugador anote el gol?, ¿por qué?

Nota. Ficha de trabajo 5, 2024, p.70

En esta actividad significativa, se muestra una secuencia de pasos ya establecidos en el texto priorizando el registro algebraico como se puede observar en la figura 28. El objetivo de esta pregunta es buscar un conflicto cognitivo en el estudiante, donde se le pide buscar otra forma de solución, o si la solución es correcta, o corregirlo si fuese el caso.

El enfoque del problema, se desarrolla en un contexto cotidiano: “Trayectoria de un balón” el cual facilitará la resolución de la situación significativa, este problema se relaciona al área de Ciencia y Tecnología (física), específicamente al contenido físico movimiento parabólico. Respecto a la pregunta ¿Cuál de los modelos matemáticos presentados es el más adecuado para que el jugador anote el gol? ¿por qué?, el estudiante analizará los dos modelos ya establecidos en la situación significativa. Si el procedimiento es correcto, el estudiante buscará otra forma de solución, si es incorrecto o está incompleto, el estudiante corregirá o completará según sea el caso.

En consecuencia, al analizar el problema donde su desarrollo se puede observar en la figura 29, se puede concluir que es un problema de primera categoría, porqué ya está establecido el modelo matemático y sólo el estudiante debe analizar el resultado.

Figura 29.

Solución parcial de la situación significativa´

Ambas funciones tienen como gráfica una parábola que se abre hacia abajo. Entonces, luego de hallar la abscisa del vértice, determinaremos la altura máxima que alcanza cada modelo de trayectoria.

- Para $f(x) = 0{,}4x - 0{,}05x^2 \rightarrow a = -0{,}05$ y $b = 0{,}4$

  Aplicamos la fórmula: $h = -\frac{b}{2a} = -\frac{0{,}4}{2(-0{,}05)} = \frac{0{,}4}{0{,}1} = 4$

- Para $g(x) = 1{,}6x - 0{,}2x^2 \rightarrow a = -0{,}2$ y $b = 1{,}6$

  Aplicamos la fórmula: $h = -\frac{b}{2a} = -\frac{1{,}6}{2(-0{,}2)} = \frac{1{,}6}{0{,}4} = 4$

Respuesta: Es indistinto aplicar cualquier modelo, porque se obtiene el mismo resultado.

Nota. Ficha de trabajo 5, 2024, p.70

Análisis de problemas de la tercera sección

- La tercera sección comprende 8 problemas en diferentes registros, donde el estudiante evaluará sus aprendizajes. El propósito de esta sección es: “Establecer relaciones entre datos y valores desconocidos, y las modelamos mediante la función cuadrática; además el estudiante debe expresar la comprensión sobre sus parámetros adaptando procedimientos para calcular sus valores y representándolos en el plano cartesiano y justificar su procedimiento “, ficha de matemática (2004, p.71).

En la tercera sección, se titula. Evaluamos nuestros aprendizajes, se presenta situaciones de diversos grados de complejidad en contextos variados y apoyadas en gráficos. Al desarrollar las actividades que contienen, el estudiante podrá medir su progreso de aprendizaje.
El primer problema de la tercera sección, se puede observar en la figura 30.

Figura 30.

Actividad. Evaluamos nuestro aprendizaje

1. Escribe V si la proposición es verdadera o F si es falsa.

- La gráfica de una función cuadrática es una parábola que se abre hacia arriba si el coeficiente del término cuadrático es mayor que cero y se abre hacia abajo si es menor que cero. ( )
- La función cuadrática está bien definida cuando su representación simbólica es de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$. ( )
- En la función cuadrática de la forma $f(x) = -x^2$, el vértice se encuentra en el origen de coordenadas y la parábola que la representa se abre hacia abajo. ( )

Nota. Ficha de trabajo 5 2024, p.71

El primer problema de la tercera sección, no cumple con los elementos de la categorización, por no estar expresado en un lenguaje literal. Se observa que esta situación de aprendizaje está en un lenguaje algebraico. Las preguntas se relacionan con los conocimientos relacionados, la forma general que presenta la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, y su coeficiente principal a. En consecuencia, el problema no puede ser categorizado desde la MCC.

El segundo problema del texto, se observa en la figura 31.

Figura 31.

Actividad evaluamos nuestro aprendizaje

Un delfín salta con trayectoria parabólica dada por la función cuadrática $f(t) = -t^2 + 6t$, donde $0 \leq t \leq 6$; además, t es el tiempo en segundos y $f(t)$ es la altura en metros que alcanza el delfín en determinado instante.

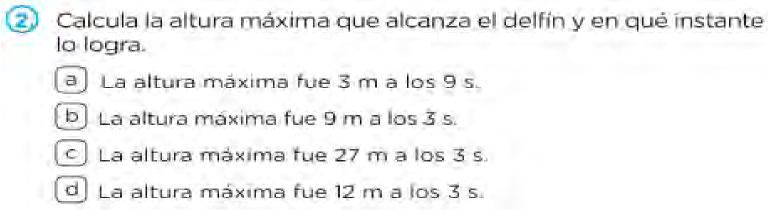
Con la información dada, responde las preguntas 2 y 3.

Nota. Ficha de trabajo 5, 2024, p.71

Nos presenta una situación de contexto, en el que el enfoque del problema se trata de aplicar la función $f(x) = -t^2 + 6t$, en la descripción de la trayectoria parabólica del delfín, relacionándola con el área de ciencia y tecnología particularmente al área de física. Analicemos las preguntas para indagar en el aspecto cognitivo. Respecto a la primera pregunta que se puede observar en la figura 32.

Figura 32.

Actividad. Evaluamos nuestro aprendizaje


2. Calcula la altura máxima que alcanza el delfín y en qué instante lo logra.

a) La altura máxima fue 3 m a los 9 s.
b) La altura máxima fue 9 m a los 3 s.
c) La altura máxima fue 27 m a los 3 s.
d) La altura máxima fue 12 m a los 3 s.

Nota. Ficha de trabajo 5, 2024, p.71

La respuesta a esta pregunta se dará aplicando la ecuación del vértice de la parábola, se determina el valor de h, con la ecuación de $h = \frac{-b}{2a}$,donde $a = -1,\ b = 6\ y\ c = 0$, y se reemplaza para determinar el valor $h = 3$, después se procede a determinar el valor de k, evaluando en la función $f(t) = -t^2 + 6t$ se puede determinar el valor de $k = 9$. El registro utilizado para resolver este problema es el algebraico, pero también se puede resolver utilizando el registro tabular ya que nos dan el intervalo de t $0 \leq t \leq 6$. Respecto a segunda pregunta se puede observar en la figura 31.

Figura 33.

Actividad. *Evaluamos nuestro aprendizaje*


3. Averigua cuánto tiempo demora en caer el delfín desde que alcanza la altura máxima.

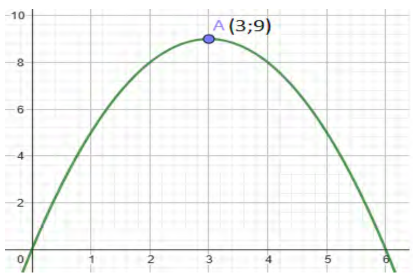
a) 6 s b) 9 s c) 3 s d) 12 s

Nota. Ficha de trabajo 5, 2024, p.71

Si se realiza un gráfico como se muestra en la figura 34, se puede observar que después de alcanzar su altura máxima, pasan 3 segundos para llegar al suelo, también se puede construir la gráfica asignándole valores a la función $f(t) = -t^2 + 6t$, además nos presentan los valores del dominio $0 \leq t \leq 6$.

Figura 34.

Gráfico de altura máxima

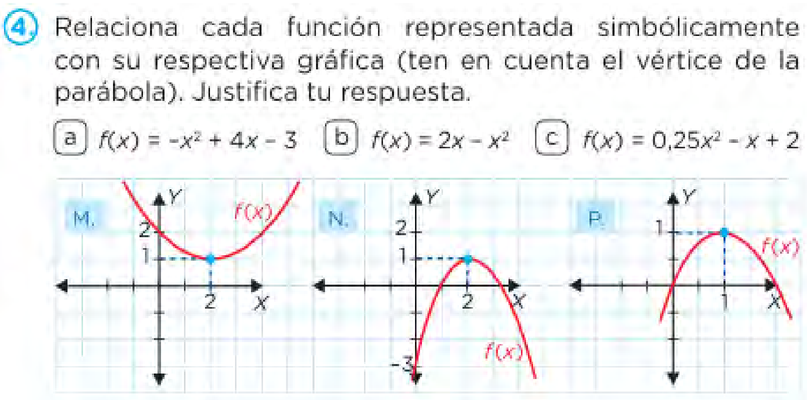


De los elementos que presenta el problema, se puede concluir que es un problema de primera categoría, porque ya está establecido el modelo matemático que es $f(t) = -t^2 + 6t$.

El cuarto problema del texto, se puede observar en la figura 35, que está escrito en un lenguaje algebraico.

Figura 35.

Actividad. Evaluamos nuestro aprendizaje



Nota: Ficha de trabajo 5, 2024, p.71

Respecto al problema 4, está escrito en un lenguaje algebraico, en cuanto al enfoque del problema pide transitar del lenguaje algebraico al gráfico, se podría resolver este problema con la técnica de llevar a su forma canónica $f(x) = a(x-h)^2 + k$, de esa forma obtener el vértice de la función cuadrática y poder representarlo gráficamente, otra manera es la técnica de determinar el vértice $(h;k)$ de la parábola por la ecuacion $h = \frac{-b}{2a}$ y $k = f(h)$.También se podría resolver usando la técnica del desplazamiento, como lo señala James (2010).
Desplazamientos vertical y horizontal Suponga que $c > 0$.

Para obtener la gráfica

$y = f(x) + c$, desplace verticalmente c unidades hacia arriba la gráfica de $y = f(x)$
$y = f(x) - c$, desplace verticalmente c unidades hacia abajo la gráfica de $y = f(x)$
$y = f(x - c)$, desplace horizontalmente c unidades a la derecha la gráfica de $y = f(x)$
$y = f(x + c)$, desplace horizontalmente c unidades a la izquierda la gráfica de $y = f(x)$
Para el ejercicio 4a

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

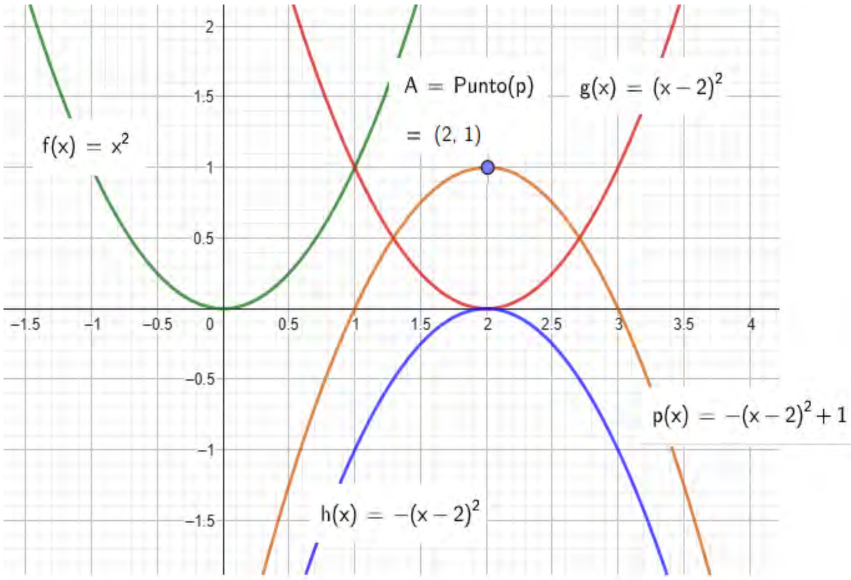
$$f(x) = -(x^2 - 4x + 4) + 1$$

$$f(x) = -(x-2)^2 + 1$$

Aplicando la técnica del desplazamiento se puede observar en la figura 36.

Figura 36.

Solución de la actividad



En consecuencia, el problema no pertenece a ninguna categoría ya que está escrito en un lenguaje algebraico. Además, según la teoría educativa, no cumple con las características de un problema contextualizado.

El quinto problema del texto que se observa en la figura 37.

Figura 37.

Actividad. Evaluamos nuestro aprendizaje

5. En un partido de fútbol, un jugador patea un tiro libre de modo que la trayectoria de la pelota forma la parábola correspondiente a la función $y = -0{,}05x^2 + 0{,}7x$, donde y es la altura en metros que alcanza la pelota, y x representa la distancia horizontal que hay desde el punto en el que fue lanzada la pelota. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota y a cuántos metros del punto de lanzamiento se debe patear la pelota, respectivamente?

a) 2,45 m y 7 m
c) 4,2 m y 7 m
b) 7,35 m y 7 m
d) 5,6 m y 7 m

Nota. Ficha de trabajo 5, 2024, p.71

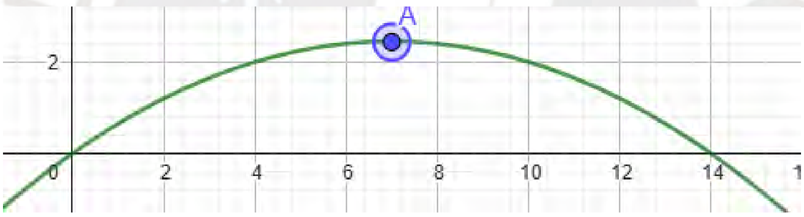
El quinto problema está expresado en lenguaje natural, en un contexto cotidiano relacionado a la trayectoria de un balón. Para analizar la profundidad del tema, desde la teoría educativa MCC~~,~~ debemos considerar la pregunta que se realiza al estudiante ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota y a cuántos metros del punto de lanzamiento se debe patear la pelota, respectivamente? Se puede observar que el problema ya presenta el modelo matemático, sería importante relacionar las variables que presenta el problema.

1) Identificar variables y constantes del evento contextualizados. Del problema es "y" altura en metros, "x" representa el alcance horizontal y esa relación se presenta en la siguiente función $y = -0{,}05x^2 + 0{,}7x$, en consecuencia, la relación entre variables ya está establecida.

2) Para validar la "relación matemática" que modela al evento, es necesario dar la solución matemática. Para nuestro problema debemos determinar el vértice de la parábola $y = -0{,}05x^2 + 0{,}7x$ y el registro podría ser el algebraico, $v(h;k) = (7;2{,}45)$. De lo descrito se puede observar que cumple los elementos de la modelación. El presente problema corresponde a un problema de primera categoría por la evocación del término "trayectoria parabólica". Además, el estudiante puede transitar al lenguaje gráfico para complementar su respuesta como se observa la figura 38.

Figura 38.

Altura máxima



El sexto problema del texto que se observa en la figura 39.

Figura 39.

Actividad. *Evaluamos nuestro aprendizaje*

6 Una empresa brinda servicio de cable y actualmente cuenta con 8000 clientes, a quienes cobra S/50 mensuales. Para incrementar el número de clientes rebajará en S/5 el cobro mensual, con lo cual tendría 1000 nuevos clientes.

Determina el modelo cuadrático para calcular el número de clientes que tendrá la empresa.

Nota. Ficha de trabajo 5, 2024, p.72

El problema propuesto se plantea en un contexto cotidiano y está expresado en un lenguaje natural, debemos construir el modelo matemático para resolverlo, se observa que hay un elemento evocador que literal se escribe "determine el modelo cuadrático", con esa característica el problema pertenece a la segunda categoría.

Olazábal (2005) señala que los problemas en los que su enunciado no es suficiente para establecer el modelo matemático que permita solucionar el problema, a través de las situaciones que se expresan literalmente, sino que son necesarios otros modelos que evoca el mismo enunciado, nombrándolos de forma directa o indirecta. El modelo evocado complementa la información del enunciado.

Para analizar la profundidad del tema desde la teoría educativa MCC, debemos considerar la pregunta que se realiza al estudiante, "determine el modelo cuadrático para calcular el número de clientes". El estudiante debe construir el modelo matemático considerando las tres etapas:

1) Identificar variables y constantes del evento contextualizados.

Del texto "Una empresa brinda servicio de cable y actualmente cuenta con 8000 clientes, a quienes cobra S/50 mensuales. Para incrementar el número de clientes rebajará en S/5 el cobro mensual, con lo cual tendría 1000 nuevos clientes."

Se identifica las variables $x = costo\ mensual$,$y = numero\ de\ clientes$

2) Establecer relaciones entre variables a través de los conceptos involucrados en el evento contextualizado.

Se puede utilizar el cambio de registro donde los valores se pueden colocar en una tabla, también si no hay clientes no hay costo mensual que sería un nuevo par ordenado $(0; 0)$

$\boldsymbol{x}$	**0**	**50**	**45**
$\boldsymbol{y = f(x)}$	0	8000	9000

Estos valores se deben reemplazar en modelo cuadrático $y = ax^2 + bx + c$,

Y se obtiene $f(x) = y = -8x^2 + 560x$, y de esa manera se ha encontrado la relación entre las variables.

3) Para validar la "relación matemática" que modela al evento, es necesario dar la solución matemática. Para nuestro problema no pide determinar, sólo se quiere el modelo, en consecuencia, no cumple con los elementos de la modelación matemática.

El séptimo problema del texto se observa en la figura 40

Figura 40.

Actividad. *Evaluamos nuestro aprendizaje*

7. Para economizar malla metálica, Julia García construye un corral rectangular utilizando uno de sus muros. Ella emplea 18 m de malla metálica para cercar el corral. ¿Cuántos metros cuadrados tiene el corral si Julia usó el área máxima?

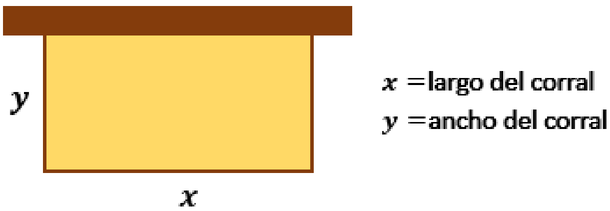
a) 20,12 m² b) 20,05 m² c) 20,25 m² d) 40,5 m²

Nota. Ficha de trabajo 5, 2024, p.72

El séptimo problema está expresado en lenguaje natural, en un contexto cotidiano relacionado con la malla metálica, donde se desea optimizar para cercar un corral de área máxima. Para analizar la profundidad del tema, desde la teoría educativa MCC~~,~~ debemos considerar la pregunta que se realiza al estudiante ¿Cuántos metros cuadrados tiene el corral, si Julia usó su área máxima? El estudiante debe construir el modelo matemático considerando las tres etapas.

1) Identificar variables y constantes del evento contextualizados.

A partir del dato contextualizado *“Para economizar malla metálica, Julia García construye un corral rectangular utilizando uno de sus muros. Ella emplea 18 m de malla metálica para cercar el corral”.*



De esta manera en el problema hay presencia de variables, con ello, se buscará una relación como lo indica el concepto de modelación.

2) Establecer relaciones entre variables a través de los conceptos involucrados en el evento contextualizado. Se puede establecer esta relación a partir del siguiente dato: *“Ella emplea 18 m de malla metálica para cercar el corral”*, por tratarse de un rectángulo se puede escribir para cercar el corral se puede expresar $2y + x = 18$, en consecuencia, hay una relación entre variables que se puede escribir $y = -\frac{x}{2} + 9$.

3) Para validar la “relación matemática” que modela al evento, es necesario dar la solución matemática. Para nuestro problema debemos determinar el área del rectángulo. $A(x) = xy$ reemplazando $A(x) = x(-\frac{x}{2} + 9)$ y se tendría el modelo parta optimizar $A(x) = -\frac{x^2}{2} + 9x$, el estudiante podría optar por tres registros el tabular, gráfico y algebraico donde $x = 9, y = 40{,}5$. De lo descrito, se puede observar que cumple con los elementos de la modelación, El presente problema corresponde a un problema de segunda categoría por la evocación del término de “máxima área”.

El octavo problema del texto se muestra en la figura 41.

El problema está expresado en lenguaje natural, en un contexto cotidiano relacionado a optimizar un área. Para analizar la profundidad del tema desde la Matemática en el Contexto de la Ciencia, debemos considerar la pregunta que se realiza al estudiante ¿Será cierta esta afirmación? Justifica su respuesta.

Figura 41.

Actividad. *Evaluamos nuestro aprendizaje*

8 Un granjero ha comprado 80 m de listones de madera para cercar el establo contiguo a su granero. Él afirma que con esta cantidad de madera le basta para cercar su establo de forma rectangular, que tiene un área máxima de 800 m², 40 m de largo y 20 m de ancho. ¿Será cierta esta afirmación? Justifica tu respuesta.

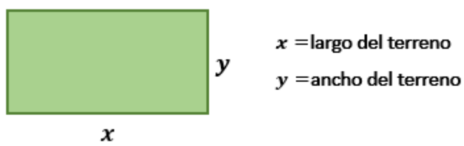
Fuente: Shutterstock

Nota. Ficha de trabajo 5, 2024, p.72

Necesariamente el estudiante debe construir el modelo matemático considerando las tres etapas:

1) Identificar variables y constantes del evento contextualizados.

El granjero ha comprado 80m de listones para cercar su establo de forma rectangular



De esta manera en el problema hay presencia de variables, con ello, se buscará una relación como lo indica el concepto de modelación

2) Establecer relaciones entre variables a través de los conceptos involucrados en el evento contextualizado. Se puede establecer esta relación a partir del siguiente dato: "El granjero ha comprado 80m de listones", por tratarse de un rectángulo se puede escribir que el perímetro a cercar está relacionado por la siguiente ecuación $2x + 2y = 80$, y simplificado seria $x + y = 80$; en consecuencia, hay una relación entre variables que se puede escribir $y = 80 - x$ despejando en función de y, se tendría $y = 80 - x$.

3.) Para validar la "relación matemática" que modela al evento, es necesario dar la solución matemática, para nuestro problema debemos determinar el área del rectángulo. $A(x) = xy$ reemplazando $A(x) = x(80 - x)$ y se tendría el modelo parta optimizar $A(x) = -x^2 + 80x$, el estudiante podría optar por tres registros el tabular, gráfico y algebraico donde $x = 20, y = 20$, del resultado se puede concluir que la afirmación: "Él afirma que con esta cantidad de madera le basta para cercar su establo de forma rectangular, que tiene un área máxima de 800 m^2, 40 m de largo y 20 m de ancho", es incorrecta. De lo descrito se puede observar que cumple los elementos de la modelación, El presente problema corresponde a un problema de segunda categoría por la evocación del término de "máxima área".

En resumen, podemos observar en la tabla 6 que de los 13 problemas propuestos en el texto titulado “Ficha de matemática 5”, 10 problemas se presentan en un lenguaje natural y piden transitar a un lenguaje matemático, además de presentar 5 problemas de primera categoría, 2 problemas de segunda categoría y 2 problemas de tercera categoría. Se puede observar que en el análisis existe poca presencia de problemas relacionados en un lenguaje algebraico.

Tabla 6

Resumen de los problemas categorizados

pregunta	Problema está escrito	categoría
Primera sección	1.1 Lenguaje natural	tercera
Segunda sección	2.1 Lenguaje natural	segunda
	2.2 Lenguaje natural	primera
	2.3 Lenguaje natural	primera
Tercera sección	3.1 Lenguaje algebraico	Ninguna
	3.2 Lenguaje natural	primera
	3.3 Lenguaje natural	primera
	3.4 Lenguaje algebraico	ninguna
	3.5 Lenguaje natural	primera
	3.6 Lenguaje natural	tercera
	3.7 Lenguaje natural	segunda
	3.8 Lenguaje natural	segunda

Capítulo III. Parte experimental y Análisis

En el presente capítulo, describiremos las características de los participantes de nuestra investigación, el diseño de nuestra actividad didáctica considerando información de cada uno de los problemas propuestos en nuestra actividad, categorizados y considerando las etapas de la fase didáctica del marco teórico Matemática en Contexto de la Ciencia. Finalmente, se realizará un análisis de los resultados esperados de la actividad didáctica, para destacar los resultados más relevantes.

3.1 Descripción de los participantes en la actividad didáctica

Nuestra investigación se realizó con 20 estudiantes de quinto año de educación de secundaria, que pertenecen a un centro educativo público del distrito de Villa María del Triunfo de la ciudad de Lima. Sus edades se encuentran entre 16 y 17 años. A continuación, presentamos referencias académicas de años anteriores de los estudiantes.

En el año 2020 y 2021 los estudiantes cursaron el primero y segundo año de educación secundaria respectivamente en situación de emergencia sanitaria covid-19, donde las clases se desarrollaron en manera virtual. Aspecto importante que se debe considerar porque muchos de los estudiantes, no se conectaba por diferentes motivos como: No contaban con conexión a internet, no tenían ningún aparato electrónico, su situación económica para realizar una recarga a su dispositivo electrónico, algunos mencionan que no sabían usar las plataformas virtuales, o simplemente mencionan que las clases virtuales no aprendían como en las clases presenciales, en algunos casos no se conectaban por estado emocional de la situación que se vivía, muchas veces por la pérdida de algún familiar.

El año 2022, al cursar el tercero de secundaria se retoma las clases presenciales progresivas donde a los estudiantes se les entrega el libro que se titula “Cuaderno de trabajo de matemáticas resolvemos problemas 3”, donde estaba organizado en 16 fichas, de las cuales la ficha número 2 estaba presente nuestro objeto matemático en estudio, función cuadrática que está dentro de la competencia resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio. En una consulta a los estudiantes, indican que no llegaron a desarrollar este contenido matemático, esta información es cotejada con el maestro que les enseño el año 2022, que menciona, que sólo se llegó a desarrollar contenidos básicos como operaciones básicas, sucesiones, estadística, etc., con el objetivo de nivelarlos.

En el año 2023, al cursar el cuarto de secundaria, en la entrevista realizada a los estudiantes, mencionaron~~,~~ que sí se llegó a desarrollar de forma superficial el concepto de función, realizaron graficas de funciones lineales y cuadráticas utilizando el método de tabulación y su representación en el plano cartesiano, además alcanzaron a desarrollar algunos problemas del texto titulado “Ficha de matemática 4”, que estaban escritos en lenguaje natural y pedían modelarlos en lenguaje algebraico; en consecuencia, se alcanzó parcialmente el propósito esperado en el estudiante, que decía:

- Establecemos relaciones entre magnitudes y las transformamos en expresiones algebraicas o gráficas que incluyen funciones cuadráticas $f(x) = ax^2 + bx + c,$ $a \neq 0 \, y \, a \in \mathbb{Z}$. Expresamos con diversas representaciones la relación entre la variación de los coeficientes de una función cuadrática; asimismo, justificamos afirmaciones sobre una función cuadrática~~,~~ y corregimos errores si los hubiera. Ficha matemática 4 (2023, p.28).

De lo descrito, se puede evidenciar la condición académica que presentan nuestros estudiantes que serán parte de nuestra investigación.

En el presente año 2024, en la programación anual del área de matemática, se ha establecido que el objeto matemático funciones cuadráticas se desarrollará en el tercer bimestre. Donde la competencia que se debe alcanzar sería que, resuelve problemas referidos a analizar cambios continuos o periódicos, regularidades entre magnitudes, valores o expresiones, **traduciéndolas a expresiones algebraicas** que pueden contener la regla general de progresiones geométricas, sistema de ecuaciones lineales, ecuaciones y **funciones cuadráticas** y exponenciales. Evalúa si la expresión algebraica reproduce las condiciones del problema. Expresa su comprensión de la regla de formación de sucesiones y progresiones geométricas; la solución o conjunto solución de sistemas de ecuaciones lineales e inecuaciones; la diferencia entre una función lineal y una **función cuadrática,** y exponencial. Como lo indica el Currículo Nacional de Educación Básica Regular (2016, p. 77). La actividad didáctica que propondremos, se aplicará después de realizar en clase el contenido matemático función cuadrática.

De los 20 estudiantes se seleccionó a aquellos estudiantes que su solución nos brinde información diferenciada, para luego realizar un análisis de estos resultados, y destacar los resultados en nuestra investigación. Las identidades de los estudiantes se mantendrán en reserva y serán representados con seudónimos E1, E2, E3, …, E20. Luego, se realizará una entrevista no estructurada con el objetivo de complementar los resultados en sus escritos de su actividad.

A continuación, exponemos la descripción de nuestra actividad didáctica, diseñada en base a los elementos de la fase didáctica de la MCC, así como su materialización.

3.2 Características de la actividad didáctica

La elaboración de la actividad didáctica presenta los siguientes elementos:

I. El diseño de la actividad presenta un enfoque contextualizado relacionado a la vida cotidiana del estudiante, y en su elaboración está presente las etapas de la fase didáctica de la Matemática en el Contexto de la Ciencia, y considerando su Modelo Didáctico de la

Matemática en Contexto (MODIMACO) en su primera fase, donde desarrollaremos la estrategia matemática en contexto.

Dentro de la estrategia didáctica presentamos sus nueve etapas como lo señala Camarena (2000), las cuales nos ayudarán a diseñar nuestras actividades propuestas. Estas etapas son:

1.Identificar los eventos contextualizados.
2. Plantear el evento contextualizado.
3. Determinar las variables y las constantes del evento.
4. Incluir los temas y conceptos matemáticos y del contexto necesarios para desarrollar el modelo matemático y la solución del evento.
5. Determinar el modelo matemático.
6. Dar la solución matemática del evento.
7. Determinar la solución requerida por el evento.
8. Interpretar la solución en términos del evento.
9. Presentar una matemática descontextualizada.

Estos eventos de su vida cotidiana, ayudan al estudiante a desarrollarse con naturalidad mencionan Castellanos (2018) y Trujillo (2020).

II. En los tres problemas de la actividad se priorizará el tránsito del lenguaje natural al algebraico, este proceso según el marco teórico MCC, se denomina modelación.

El estudiante debe construir el modelo matemático, considerando el proceso cognitivo que presenta tres momentos:

- Identificar variables y constantes del evento, se incluye la identificación de lo que varía y lo que permanece constante.
- Establecer relaciones entre variables a través de los conceptos involucrados en el evento.
- Validar la "relación matemática" que modela al evento, indicando la solución matemática en relación al contexto del problema.

III. En la actividad didáctica, se propone un total de 3 problemas, un problema de cada categoría (primera, segunda y tercera categoría).

Los problemas de primera y segunda categoría, estarán relacionados al área de ciencia y tecnología (Física) donde el elemento predominante es el movimiento parabólico, y el problema de tercera categoría relacionada al área de matemática (geometría-algebra), específicamente orientado a la capacidad de un cuerpo (volumen), donde el estudiante construirá un modelo matemático a partir de los conceptos que se pueda extraer del problema contextualizado; la presente actividad tiene como objetivo, analizar como la categorización de problemas contextualizados, permiten a los estudiantes de quinto año de secundaria comprendan la noción de función cuadrática.

Para la implementación de nuestra investigación realizaremos una actividad didáctica con tres preguntas una de cada categoría, las actividades están relacionadas al concepto de función cuadrática, como se observa en la tabla 7.

Tabla 7

Características de los problemas en la actividad didáctica

Categorías	Características
Primera categoría	Funciones cuadráticas
Segunda categoría	Funciones cuadráticas, Sistema de ecuaciones
Tercera categoría	Funciones cuadráticas, desigualdades, área, volumen.

3.3 Elaboración de la actividad didáctica

A continuación, mostramos la elaboración de la actividad didáctica, considerando la fase Didáctica de la teoría Matemática en el contexto de la Ciencia.

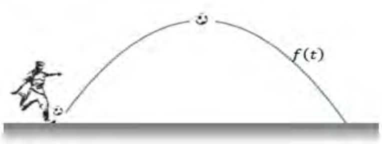
Elaboración y solución del problema de primera categoría (enunciado literal)

La elaboración del primer problema, se considera las etapas de la fase didáctica de la MCC. Las etapas que se ha considerado para su elaboración se muestran en la tabla 8.

Tabla 8

Elaboración del problema de primera categoría

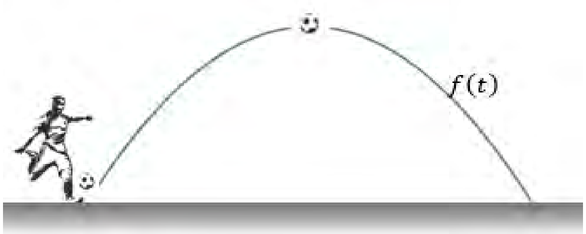
Etapas	Indicadores
1.Identificar los eventos contextualizados	En el quinto año "B" de educación secundaria, uno de sus estudiantes pertenece a la selección de futbol de la institución.
2. Plantear el evento contextualizado	Leonardo es integrante de la selección de futbol de nuestra institución, y en un encuentro deportivo lanza un balón que describe una trayectoria curvilínea que representa una función cuadrática $f(t) = -t^2 + 4t$
3. Determinar las variables y las constantes del evento	▪ (t) el tiempo en segundos ▪ $f(t)$ la altura en metros
4.Incluir temas y conceptos matemáticos y del contexto necesarios para desarrollar el modelo y solución.	La situación se relaciona al área de ciencia y tecnología del área de física. Donde se describe la trayectoria de un balón.

5.Determinar el modelo matemático	Ya está establecido el modelo y es $f(t) = -t^2 + 4t$
6.Dar solución matemática del evento	¿En qué tiempo el balón alcanza su altura máxima? si $(0 \leq t \leq 4)$.
7.Determinar la solución requerida del evento	La **solución** se puede realizar en el: ▪ Registro algebraico ▪ Registro gráfico ▪ Registro tabular
8. Interpretar la solución en términos del evento 	Al finalizar el problema el estudiante, debe dar la **solución** en relación al evento. En dos segundos el balón de alcanza su altura máxima.

Considerando los elementos de la fase didáctica; el problema de primera categoría de nuestra actividad didáctica, quedaría establecido de la siguiente manera:

Problema de primera categoría de la actividad didáctica

Leonardo es integrante de la selección de futbol de nuestra institución, y en un encuentro deportivo lanza un balón que describe una trayectoria curvilínea que representa una función cuadrática $f(t) = -t^2 + 4t$ siendo (t) el tiempo en segundos y $f(t)$ la altura en metros. ¿En qué tiempo el balón alcanza su altura máxima? si $(0 \leq t \leq 4)$.



Solución esperada:

El estudiante al enfrentarse al problema de situación de contexto, debe transitar de un lenguaje natural a un lenguaje algebraico, que se denomina modelación bajo los términos de la matemática en el contexto de la ciencia, este proceso cognitivo presenta tres momentos como señala Camarena (2011, p.7).

1. Identificar variables y constantes del problema.

Definimos explícitamente las variables del problema que son: (t) el tiempo en segundos y $f(t)$ la altura en metros, además se visualiza en el problema el intervalo de tiempo $(0 \leq t \leq 4)$.Con estos datos el alumno debe superar el primer momento de la modelación y la etapa (3) de la fase didáctica.

- El estudiante debe escribir: (t) es el tiempo en segundos y además nos muestra un intervalo de tiempo $(0 \leq t \leq 4)$ y $f(t)$ es la altura en metros, es importante que el estudiante relacione las variables independiente y dependiente

Con estos datos el alumno debe superar el primer momento de la modelación y la etapa (3) de la fase didáctica.

2. Establecer relaciones entre variables a través de conceptos presentes en el problema. En el problema piden determinar ¿En qué tiempo el balón alcanza su altura máxima?

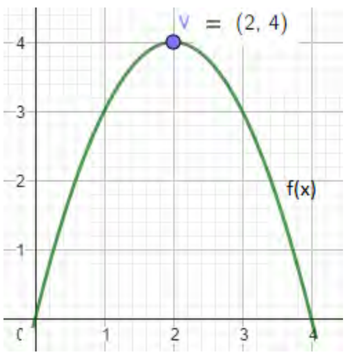
- El estudiante debe recordar que, para determinar la altura máxima en un movimiento parabólico, podría realizarlo determinando el vértice de la parábola.
  Se sabe que el vértice de una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$. El vértice representado por las coordenadas $v(h;k)$, donde $h = -\frac{b}{2a}$, y el valor de $k = f(h)$ .Se observa que la función que modela la trayectoria de la pelota está representada por $f(t) = -t^2 + 4t$, donde los coeficientes del polinomio de segundo grado son $a = -1, b = 4, \ c = 0$. Calculando el vértice de la parábola $v(h;k)$, se determina $h = -\frac{b}{2a}$, reemplazando las constantes $h = -\frac{4}{2(-1)}$, resultando $h = 2$, evaluando en $f(h) = f(2) = -(2)^2 + 4(2) = 4$, en consecuencia, el vértice de la parábola es $v(2;4)$.
  También el estudiante puede resolver el problema utilizando el intervalo $(0 \leq t \leq 4)$ y poder realizar un registro tabular.

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0	3	4	3	0

Posteriormente, el estudiante realizará un tránsito al registro gráfico para su mejor interpretación, como se puede observar en la figura 42.

Figura 42.

Gráfica de la función $\boldsymbol{f(t) = -t^2 + 4t}$



Con este proceso el estudiante habrá superado el segundo momento de la modelación.

3. Indicar la solución matemática en términos del evento.

Finalmente, el estudiante interpretara su resultado:

- En dos segundos el balón alcanza su altura máxima.

Con este resultado el estudiante ha superado el tercer momento de la modelación.

Elaboración y solución del problema de segunda categoría (enunciado evocador)

La elaboración del segundo problema, se considera en su elaboración las etapas de la fase didáctica de la MCC, como se muestran en la tabla 9.

Tabla 9

Elaboración del problema de segunda categoría

Etapas	Indicadores
1.Identificar los eventos contextualizados	El presente problema la adaptamos de la "ficha de matemática 5" (2023, p.66), considerando los aspectos cotidianos de los estudiantes.
2. Plantear el evento contextualizado	Los estudiantes de quinto de secundaria en la clase de Ciencia y Tecnología, observaron el salto de una rana que describía una **trayectoria parabólica**. Luego de analizar los resultados, se dieron cuenta de que la altura que alcanzaba cada rana en cada instante del salto podía modelarse como una función.
3.Determinar las variables y las constantes del evento	altura (h) en metros, tiempos (t) en segundos.
4.Incluir temas y conceptos matemáticos y del contexto necesarios para desarrollar el modelo y solución	La situación se relaciona al área de Ciencia Tecnología (física). Donde la rana describe una trayectoria parabólica
5.Determinar el modelo matemático	Se establece una relación de variables mediante una tabla El estudiante debe transitar del lenguaje tabular al algebraico o al grafico
6. Dar la solución matemática del evento	Se debe obtener el siguiente modelo matemático: $h(t) = at^2 + bt + c$ y conocer las constantes a, b y c
7.Determinar la solución requerida del evento	Se puede realizar utilizando el registro algebraico, o el grafico
8. Interpretar la solución en términos del evento	la mayor altura que alcanza la rana es 1m y lo alcanza en 1 segundo.

A continuación, presentamos el problema propuesto de segunda categoría (enunciado evocador), en un contexto cotidiano los estudiantes se enfrentan a un problema de la trayectoria que describe una rana, y la realizan en el curso de Ciencia y Tecnología los estudiantes de quinto año de secundaria. Se considera el término “trayectoria parabólica” como enunciado evocador que es característica del problema de segunda categoría. Este ejercicio está adaptado a la ficha de trabajo número 5, del texto utilizado por los estudiantes el presente año 2024.

Problema de segunda categoría de la actividad didáctica

Los estudiantes de quinto de secundaria en la clase de Ciencia y Tecnología, observaron el salto de una rana que describía una trayectoria parabólica. Luego de analizar los resultados, se dieron cuenta de que la altura que alcanzaba cada rana en cada instante del salto podía modelarse como una función. En la tabla (1), se muestra la altura (h) en metros, que alcanza la rana en un mismo salto, en 5 tiempos (t) diferentes expresados en segundos.

t	0	$0,3$	1	$1,5$	2
h	0	0,51	1	0,75	0

tabla (1)

a) Indicar la función para modelar la trayectoria de la rana.

b) Determine la mayor altura que alcanza la rana y el tiempo que demora en llegar ahí.

Solución esperada

Para superar la modelación bajo los términos de la matemática en el contexto de la ciencia, el estudiante debe realizar el proceso cognitivo, que presenta tres momentos como señala Camarena (2011, p.7). Estos momentos son:

1. Identificar variables y constantes del problema:

Definimos explícitamente las variables del problema que son: el estudiante del problema debe identificar que ya están escritas en el problema como son, altura (h) en metros y tiempo (t) en segundos que son parte del problema y relacionarlas.

- El estudiante debe escribir o relacionar, altura (h) en metros y tiempo (t) en segundos

Con estos datos el alumno debe superar el primer momento de la modelación y la etapa (3) de la fase didáctica.

2. Establecer relaciones entre variables a través de conceptos presentes en el problema:

En el problema piden determinar ¿En qué tiempo el balón alcanza su altura máxima? La parte fundamental del problema es el enunciado evocador que es *“trayectoria parabólica”*, donde evoca a la función cuadrática, donde su gráfica es una parábola. En consecuencia, el estudiante utilizará los datos de la tabla para buscar una relación entre la variable tiempo y altura.

El estudiante debe recordar que, para determinar la altura máxima en un movimiento parabólico, podría realizarlo determinando el vértice de la parábola.

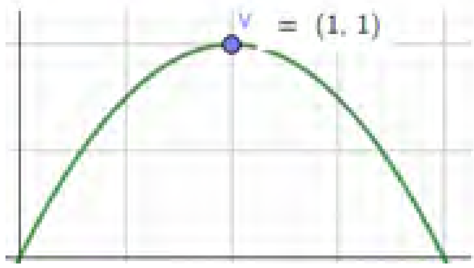
- Se sabe que la función cuadrática presenta la siguiente forma $h(x) = at^2 + bt + c$, donde $a \neq 0$, además h es la altura (h en metros) y t es el tiempo. Evaluando cada uno de los pares ordenados de la tabla:
  El par ordenado $(0; 0)$ reemplazando $h(0) = a(0)^2 + b(0) + c$, se obtiene $c = 0$
  El par ordenado $(1; 1)$ reemplazando $h(1) = a(1)^2 + b(1) + 0$, se obtiene $a + b = 1 \ldots .(\mathrm{I})$
  El par ordenado $(2; 0)$ reemplazando $h(2) = a(2)^2 + b(2) + 0$, se obtiene $2a + b = 0 \ldots .(\mathrm{II})$
  Al escribir la ecuación (I) y (II) el estudiante ha superado la etapa (3) donde determina la relación entre variables y las constantes del evento.
  Resolver el sistema de ecuaciones (Igualación, sustitución, cancelación).
  De la ecuación $(\mathrm{I})\ y\ (\mathrm{II})$ se obtiene los valores $a = -1\ \ y\ \ b = 2$. Estaría superando la etapa (6) de la fase didáctica, donde da solución matemática del evento.
  Al reemplazar estos valores $a = -1\ \ y\ \ b = 2$ en la función $h(t) = at^2 + bt + c$, se obtiene el modelo matemático del evento $h(t) = -t^2 + 2t$, esta función modela la trayectoria de la rana, con lo escrito se superaría la etapa (5).
  Para responder a la segunda pregunta donde piden determinar la mayor altura que alcanza la rana. El estudiante debe determinar el vértice de la parábola. Donde se sabe que el vértice de la parábola está representado por el par ordenado $v(h; k)$. Además, se sabe que $h = -\frac{b}{2a}$, evaluando valores de $a = -1\ \ y\ \ b = 2$ se obtiene $h = -\frac{2}{2(-1)} = 1$ resultando $h = 1$, evaluando en $h(t) = -t^2 + 2t$

$$h(1) = -(1)^2 + 2(1)$$
$$h(1) = 1$$

  En consecuencia, el vértice de la parábola es $v(1; 1)$, con este resultado ya se puede dar solucion a la segunda pregunta. Pero para su mejor interpretación del resultado se puede ubicar el vértice en el plano cartesiano, esta representación se puede visualizar en la figura 43.

Figura 43.

Gráfica de la función $\boldsymbol{f(t) = -t^2 + 2t}$



Con este proceso el estudiante habrá superado el segundo momento de la modelación.

3. Indicar la solución matemática en términos del evento.

Finalmente, el estudiante interpretará su resultado:

- Determine la mayor altura que alcanza la rana y el tiempo que demora en llegar ahí. La respuesta esperada sería, *la mayor altura que alcanza la rana es 1m y lo alcanza en 1 segundo.*

Con esta interpretación de su resultado, el estudiante ha superado el tercer momento de la modelación.

Elaboración y solución del problema de tercera categoría (enunciado complejo)

La elaboración del segundo problema, se considera en su elaboración las etapas de la fase didáctica de la MCC, como se muestran en la tabla 10.

Tabla 10

Elaboración del problema de tercera categoría

Etapas	Indicadores
1.Identificar los eventos contextualizados	El presente problema la adaptamos de la “ficha de matemática 5” (2023, p.61), considerando los aspectos cotidianos de los estudiantes.
2. Plantear el evento contextualizado	Por las lluvias intensas en el mes de junio previstas por el Senamhi (Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú), en el distrito de Villa María del Triunfo. El alcalde construirá canaletas para los techos de las casas. Para ello, cuenta con planchas de 300 cm de largo por 16 cm de ancho con recubrimiento de zinc, que hace resistentes a la corrosiva del medio ambiente.
3.Determinar las variables y las constantes del evento	A partir de las siguientes variables: altura (x) y en y el volumen V(x), se construirá el modelo matemático.
4.Incluir temas y conceptos matemáticos y del contexto necesarios para desarrollar el modelo y solución	En el presente problema se incluye conceptos como desigualdades, sistema de ecuaciones, área, volumen, que al relacionarse construirán el modelo requerido.

5.Determinar el modelo matemático	Buscar una relación entre variables que podría realizarse en el registro algebraico o en el gráfico, eso va a depender de los conocimientos intramatemáticos del estudiante.
6. Dar la solución matemática del evento	La ecuación que da solución matemática está relacionada a una función cuadrática, donde la variable independiente es la altura y la dependiente es el volumen.
7.Determinar la solución requerida del evento	Puede realizarse en el registro algebraico y el volumen está en función a la altura: $v(x) = 4800x - 600x^2$
8. Interpretar la solución en términos del evento	El estudiante debe responder, se debe doblar 4cm, para obtener el mayor volumen.

A continuación, presentamos el problema propuesto de tercera categoría (Enunciado complejo), en un contexto cotidiano los estudiantes se enfrentan a un problema de contenido geométrico – algebraico; este problema está adaptado del cuaderno de trabajo del 5to de secundaria del año 2024, que titula “Construimos canaletas para maximizar su volumen”.

Problema de tercera categoría de la actividad didáctica

Por las lluvias intensas en el mes de junio previstas por el Senamhi (Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú), en el distrito de Villa María del Triunfo. El alcalde construirá canaletas para los techos de las casas. Para ello, cuenta con planchas de 300 cm de largo por 16 cm de ancho con recubrimiento de Zinc, que hace resistentes a la corrosiva del medio ambiente. Cada canaleta tendrá forma de la figura (1).

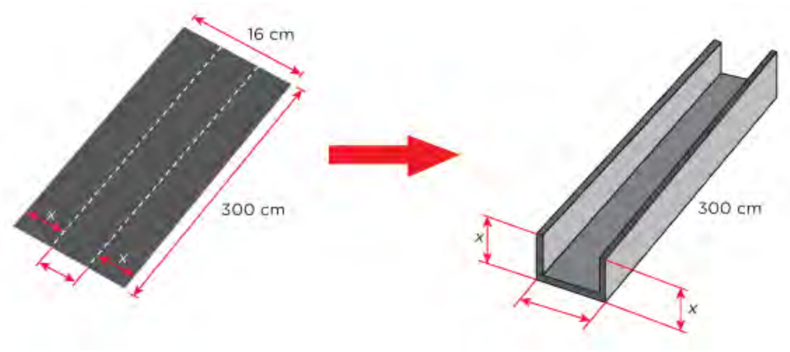


figura (1).

a) ¿Qué valores puede tomar las pestañas que se van a doblar hacia arriba para obtener las canaletas del diseño que se muestra en la figura?

b) ¿Cuál es la función que modela la capacidad que va a tener la canaleta elaborada?

c) ¿Qué tipo de función es y qué forma tiene su gráfica?

d) ¿Cuántos centímetros deben doblarse para que la canaleta tenga mayor volumen?

Solución esperada

El estudiante al enfrentarse a un problema de tercera categoría, donde el enunciado no es suficiente para establecer el modelo matemático a través, ni de los conceptos, situaciones, objetos y/o fenómenos y la relación entre ellos que expresa literalmente, ni de los que evoca, sino que se necesita que el individuo que está resolviendo el problema, conozca un modelo que se adapte a las condiciones del mismo y lo sepa aplicar adecuadamente. Así el modelo no surge ni literalmente, ni por evocación del enunciado, sino que surge de la estructura cognoscitiva del individuo. En esta categoría también hay evocación, pero con la diferencia de que es el individuo el que evoca y no es el problema, Olazábal (2005, p.36). Además, debemos considerar que el estudiante debe superar las tres etapas de su modelamiento, estas son:

1. Identificar variables y constantes del problema.

El estudiante debe identificar las variables que participan en la situación significativa, y los gráficos que muestra en el problema ayudarán en esa tarea. Respecto a la pregunta: ¿Qué valores puede tomar las pestañas que se van a doblar hacia arriba para obtener las canaletas del diseño que se muestra en la figura?

El estudiante puede observar que le piden la altura; en consecuencia, puede definir su primera variable~~,~~ pero los posibles valores que se le asigne a la altura(x), hará que varie el valor de la capacidad de la canaleta; por tanto, la capacidad (volumen) sería la otra variable, y estas dos variables estarían relacionadas

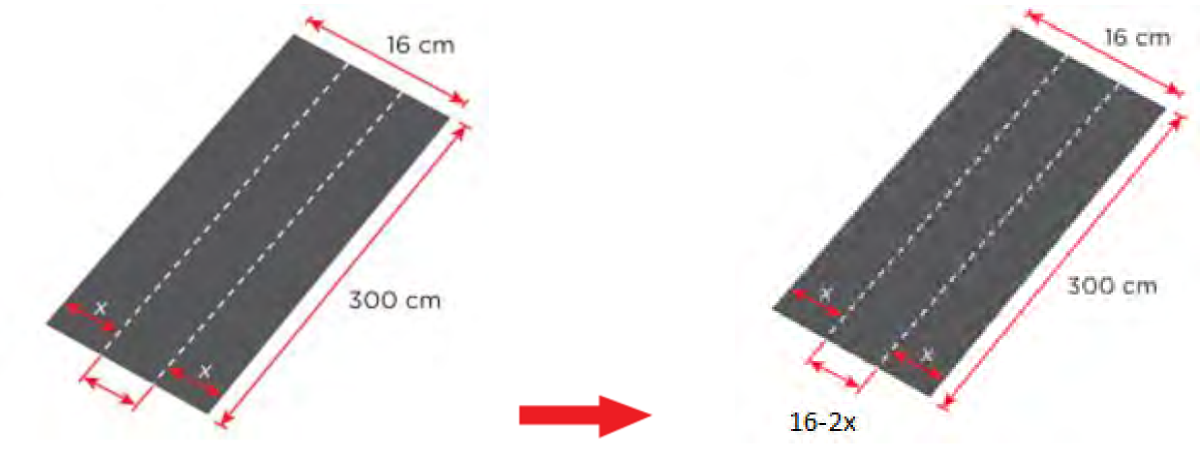
- Se define las variables altura (x) en y la capacidad (volumen) $V(x)$.

Con estos datos el alumno debe superar el primer momento de la modelación y la etapa (3) de la fase didáctica.

2. Establecer relaciones entre variables a través de conceptos presentes en el problema. Una vez determinado las variables, el estudiante debe construir una relación entre las mismas, para lograr el modelamiento.

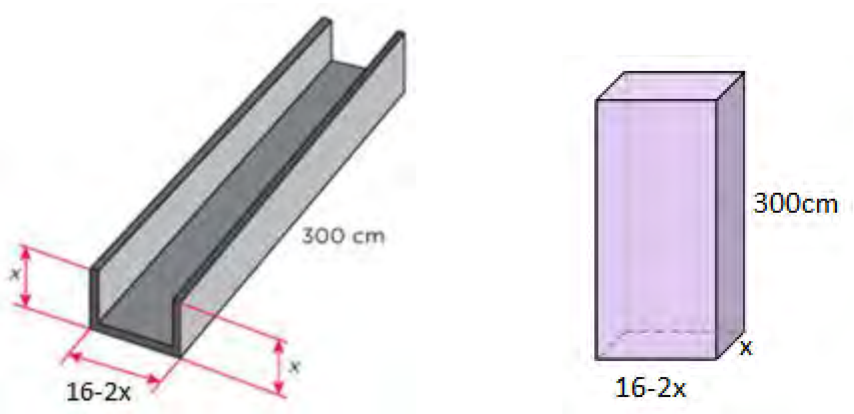
En el problema piden determinar ¿Qué valores puede tomar las pestañas que se van a doblar hacia arriba para obtener las canaletas del diseño que se muestra en la figura?

Se sabe que, las dimensiones de la canaleta deben ser valores positivos, entonces se podría plantear como una inecuación donde $x > 0$. Al observar el gráfico.



Por diferencia de segmentos se obtiene $16-2x$, que además es $16-2x>0$, resolviendo esta desigualdad $16>2x$ se obtiene $x<8$.Entonces se puede concluir que los posibles valores de x que representa la altura es $0<x<8$.

Respecto a la segunda pregunta donde piden ¿Cuál es la función que modela la capacidad que va a tener la canaleta elaborada? Se sabe que la capacidad representa el volumen de la canaleta. Además, se observa que, al doblar la plancha, la canaleta adquiere forma de un prisma de base cuadrangular, se debe recordar el cálculo del volumen de un prisma de base rectangular.



El volumen de un prisma se determina con la ecuación $v = area\ de\ la\ base \times altura$

$$v(x) = 300(16-2x)x$$

Con el procedimiento realizado el estudiante ha superado la etapa 2, plantear el evento contextualizado a partir de su contenido. Determinar la relación entre variables y las constantes del evento. Que son las etapas de la fase didáctica en contexto de la MCC. Al resolver la ecuación propuesta del volumen de $v(x) = 300(16 - 2x)x$

Al resolver la operación $v(x)$, se supera la etapa de la modelación $v(x) = (4800 - 600x)x$ $v(x) = 4800x - 600x^2$.

La función que modela la capacidad del volumen es $v(x) = 4800x - 600x^2$, donde es la variable atura y v(x) representa el volumen. Respecto a la pregunta c) ¿Qué tipo de función es y qué forma tiene su gráfica? Para saber qué tipo de gráfica se puede asignar valores a la variable x, y obtener valores para $v(x)$. Se sabe que los valores de x se encuentran en el intervalo $0 < x < 8$. Evaluando algunos valores enteros para x en la función volumen, $v(x) = 4800x - 600x^2$

$x = 1, \quad v(1) = 4800(1) - 600(1)^2 = 4200$

$x = 2, \quad v(2) = 4800(2) - 600(2)^2 = 7200$

$x = 3, \quad v(3) = 4800(3) - 600(3)^2 = 9000$

$x = 4, \quad v(4) = 4800(4) - 600(4)^2 = 9600$

$x = 5, \quad v(5) = 4800(5) - 600(5)^2 = 9000$

$x = 6, \quad v(6) = 4800(6) - 600(6)^2 = 6400$

$x = 7, \quad v(7) = 4800(7) - 600(7)^2 = 4200$

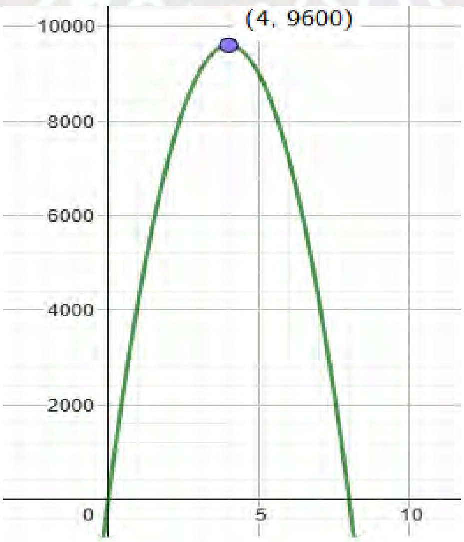
De los pares ordenados obtenidos, se representa en el registro tabular

x	1	2	3	4	5	6	7
$v(x)$	4200	7200	9000	9600	9000	6400	4200

Para luego transitar al lenguaje gráfico (Ver figura 44)

Figura 44.

Registro gráfico del problema de tercera categoría



La gráfica representa una función cuadrática y la forma es una parábola cóncava hacia abajo. Con este proceso el estudiante habrá superado el segundo momento de la modelación.

3. Indicar la solución matemática en términos del evento.

Finalmente, el estudiante interpretará su resultado:

- Respecto a la pregunta ¿Cuántos centímetros deben doblarse para que la canaleta tenga mayor volumen? Se puede observar que el vértice de la función cuadrática está dado por $(4;\ 9600)$; en consecuencia, se debe doblar 4cm, para obtener el mayor volumen. Con esta respuesta se superaría la etapa 8, que es interpretar la solución en términos del evento.
- En esta pregunta en particular el estudiante, podría realizar un tratamiento algebraico como ya tiene la función volumen $v(x) = 4800x - 600x^2$, determinando el vértice de la parábola $(h; k)$, de una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$; se puede observar que $v(x) = -600x^2 + 4800x$, representa la función cuadrática, y se determinar el valor de h, con la ecuación de $h = \frac{-b}{2a}$, donde $a = -600,\ b = 4800\ \ y\ \ c = 0$, y reemplaza para determinar el valor de h. Al determinar el valor de $h\ = 4$, procede a determinar el valor de k, evaluando en la función $v(4) = -600(4)^2 + 4800(4)$, donde en resultado de $k = 9600$. En consecuencia, se debe doblar 4cm para obtener el mayor volumen que es 9600cm^3

Con esta interpretación del resultado el estudiante ha superado el tercer momento de la modelación.

Luego de la aplicación de la actividad didáctica se aplicará una entrevista semiestructurada, que nos dará la posibilidad que los estudiantes expresen su solución con sus propias palabras y perspectiva. La cual nos posibilitará complementar sus ideas plasmadas en su escrito, haciendo más significativo sus soluciones.

3.4. Desarrollo de la actividad didáctica

La actividad didáctica compuesta por 3 preguntas se realizó en dos sesiones diferentes, la primera sesión (prueba piloto) se evaluó a 8 estudiantes de 5° A de secundaria seleccionados aleatoriamente, esta prueba se realizó con el objetivo de validar las preguntas en su entendimiento, dificultades, redacción y ordenar los tiempos de evaluación que se presentase en el estudiante. Respecto a nuestra prueba piloto se observó la dificultad que tenían los estudiantes de trabajar números racionales en sus diferentes representaciones y tratamientos, además de no entender conceptos como capacidad, en algunos casos la ubicación de pares ordenados en el plano cartesiano, la cual fue un obstáculo para superar los problemas de primera, segunda y tercera categoría. En cuanto al tiempo estimado por 180 minutos que equivale a dos horas pedagógicas fueron las correctas.

La actividad didáctica se aplicó a 20 estudiantes de quinto “B” de secundaria una semana después de la primera prueba piloto. Las 3 preguntas propuestas son resueltas en hoja escrita y lapicero, donde el estudiante desarrolló su solución prueba de manera individual en un tiempo de 2 horas pedagógicas equivalente a 180 minutos, monitoreado por el investigador.

En la actividad didáctica, se propusieron problemas de la primera, segunda y tercera categoría. Considerando en su elaboración aspectos de la fase didáctica, del marco teórico de la Matemática en el Contexto de la Ciencia (MCC).

El estudiante para superar la actividad didáctica, debe evidenciar en su solución escrita los tres momentos que presenta la modelación matemática, o complementar sus escritos en la entrevista semiestructurada que se realizará luego de terminar la actividad didáctica. Los resultados esperados de la actividad didáctica tienen como objetivo, analizar cómo la categorización de problemas contextualizados, permiten a los estudiantes de quinto año de secundaria comprendan la noción de función cuadrática.

3.5 Resultados y análisis

A continuación, realizaremos el análisis de la actividad didáctica y mostraremos los resultados más relevantes; de los 20 estudiantes que resolvieron la actividad didáctica, se seleccionaron a 4 estudiantes considerando los siguientes criterios, estudiantes donde su solución y técnica sea diferente a la esperada, y dificultades más comunes a los que se enfrentaron.

Esta información será relevante para nuestra investigación, el análisis lo realizaremos desde el marco educativo Matemática en el Contexto de la Ciencia. Además de considerar los tres momentos de la modelación matemática.

Las identidades de los estudiantes se reservarán y serán identificados con los siguientes seudónimos: Estudiante 1 (E1), Estudiante 2 (E2), Estudiante 3 (E3), Estudiante (E4). A continuación, presentamos de los cuatro estudiantes, analizando su procedimiento desde el marco teórico MCC.

Respecto a la primera pregunta de la actividad didáctica.

El problema de primera categoría (enunciado literal), el estudiante debe superar la modelación matemática en sus tres momentos:

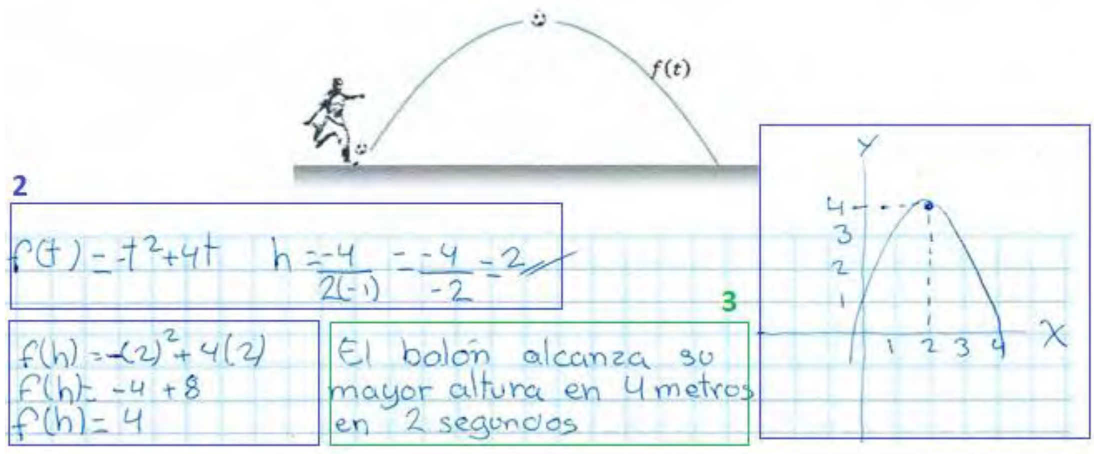
- Identificar variables y constantes del evento, se incluye la identificación de lo que varía y lo que permanece constante.

- Establecer relaciones entre éstas a través de los conceptos involucrados en el evento, implícita o explícitamente, ya sean del área de la matemática o del contexto.
- Validar la “relación matemática” que modela al evento.

Resultado y análisis de estudiante 1

Figura 45.

Desarrollo del estudiante E1.



El desarrollo del E1, se puede observar en la figura 45, identificamos los tres momentos del proceso cognitivo, los que constituyen los indicadores de la modelación matemática.

1.Identificar variables y constantes del problema.

Se observa que en su desarrollo no indica las variables de problema, ante esta ausencia, en la entrevista no estructurada preguntamos al (E1).

Investigador: ¿Qué significado le encuentras a la siguiente expresión, $f(t) = -t^2 + 4t$?

Estudiante 1: Es una función cuadrática, Investigador: ¿Que entiende por función?

Estudiante 1: Es una relación que se da entre valores, variables y mucho más

Investigador: En esta función el cual Ud. define $f(t) = -t^2 + 4t$ ¿Cuáles serían las variables que observas? Si fuera el caso, las puedes mencionar.

Estudiante 1: el tiempo,

Investigador: Alguna otra variable

Estudiante 1: $f(t)$, Investigador: y que representa $f(t)$ para el problema

Estudiante 1: la altura de la pelota

Investigador: En estas dos variables que tu mencionan, ¿Quién es la variable independiente y dependiente?

Estudiante 1: El estudiante duda,

Investigador: Le indicó que observe la función $f(t) = -t^2 + 4t$, ¿Qué representa esa expresión matemática?

Estudiante 1: que el tiempo está en función de $f(t)$, Investigador: ¿Qué representa f(t)?
Estudiante 1: La altura, Investigador: Ahora pueden mencionarme ¿Quién es la variable independiente y dependiente?
Estudiante 1: El tiempo está en función de la altura, la independiente sería el tiempo y la dependiente, es la altura.
Investigador: porque no escribiste las variables en el problema, en tu resolución.
Estudiante 1: No creí que era necesario escribirlas.
Del diálogo se puede concluir que el E1, reconoce las variables, que son parte del problema~~,~~ pero no las escribe porque no considera relevante. También considerar que saber definir la independencia o dependencia de variables es un paso importante para comprender la modelación según la MCC; se debe considerar trabajar en clase aspectos teóricos con mayor profundidad.

Respecto al segundo momento de la modelación se puede analizar lo siguiente: Establecer relaciones entre variables a través de conceptos presentes en el problema; El estudiante respecto a la pregunta: ¿En qué tiempo el balón alcanza su altura máxima? El (E1) logró determinar la altura máxima que alcanza el balón, aplicando el concepto de cálculo del vértice $(h;k)$ de una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$; se puede observar que representa la función cuadrática $f(t) = -t^2 + 4t$, y procede a determinar el valor de h, con la ecuacion de $h = \frac{-b}{2a}$, el estudiante reconoce correctamente las constantes de la forma general $a = -1,\ b = 4\ y\ c = 0$, y reemplaza para determinar el valor de h, y se demuestra su dominio intramatemáticos de operaciones en los racionales. Al determinar el valor de $h = 2$, procede a determinar el valor de k, evaluando en la función $f(t) = -t^2 + 4t$, donde en resultado de $k = f(2) = -(2)^2 + 4(2)$,se puede evidenciar el resultado de $k = 4$. Del desarrollo del estudiante se puede evidenciar que reconoce las variables y las relaciona; en consecuencia, E1 ha superado la etapa (6) donde da solucion matemática al modelo y la etapa (7) donde termina la solución requerida del evento.

También se observa que el estudiante intentó transitar del registro algebraico al gráfico, logrando parcialmente su cometido, porque el gráfico no pasa por el par ordenado $(0; 0)$. Respecto a este aspecto se indaga en la entrevista realizada al estudiante E1:
Investigador: ¿Cuál fue tu objetivo de realizar la gráfica?
Estudiante: Al resolver el punto de la parábola (2;4), y ubicar en el plano, me dio una mejor idea para poder determinar la altura máxima.
Investigador: Al realizar la gráfica, se puede observar que es cóncava hacia abajo, pero la gráfica no para por el origen.
Estudiante1: ¿Por qué tiene que pasar?
Investigador: Si evalúas el valor de cero en la $f(t) = -t^2 + 4t$. ¿Cuánto obtienes?

Estudiante1: se obtiene cero

Investigador: ¿El anterior proceso alterar tú respuesta?

Estudiante1: No profesor

Investigador: Pensaste otra manera de resolver

Estudiante1: No profesor

Investigador: Hay un dato en el problema $(0 \leq t \leq 4)$.¿Qué significará?

Estudiante1: Dar valores a t, y poder tabular,

Investigador: si, eso es verdad

Estudiante1: Poder graficar asignándole valores

Con este proceso el estudiante habrá superado el segundo momento de la modelación y la etapa (6) y (7) de la fase didáctica del MCC.

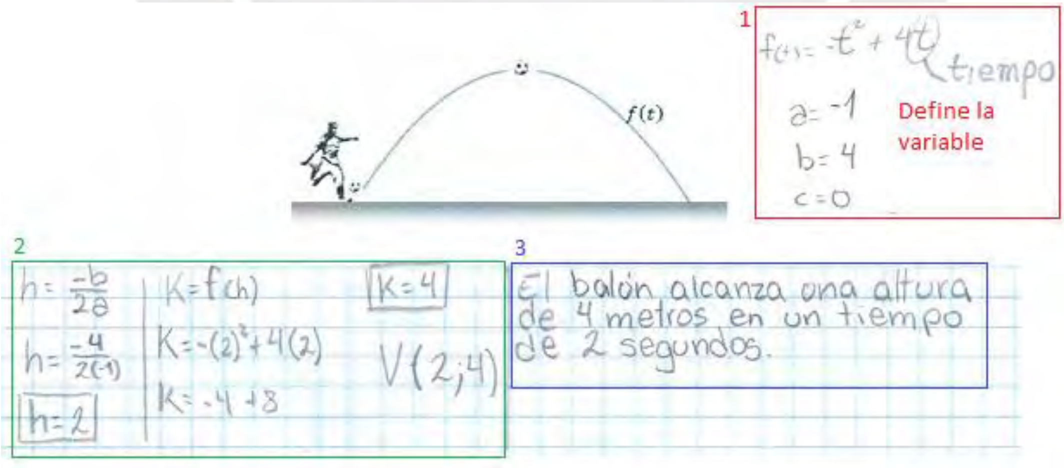
3. Indicar la solución matemática en términos del evento.

Posteriormente E1, interpreta su resultado y escribe *“El balón alcanza su mayor altura en 4 m en 2 segundos”* Cumpliendo con la etapa (8) de la estrategia didáctica, donde interpretar la solución de términos del evento y disciplina del contexto. Se puede concluir que el estudiante ha superado el problema de primera categoría.

Resultado y análisis de estudiante 2

Figura 46.

Desarrollo del estudiante 2



Se observa en la figura 46, el desarrollo E2; en el análisis, identificaremos los tres momentos del proceso cognitivo, los que constituyen los indicadores de la modelación matemática:

1.Identificar variables y constantes del problema.

Se puede observar que indica parcialmente las variables de problema, ante la ausencia de la otra variable, en la entrevista preguntamos al (E2).

Investigador: ¿Cuántas variables observas en el problema ?

Estudiante 2: Puedo ver que hay dos

Investigador: ¿Cuáles son?

Estudiante 2: tiempo y altura

Investigador: ¿Dónde se observa la altura?

Estudiante 2: F(t), es la altura

De la entrevista se puede concluir que el E2, reconoce las variables, pero no escribió la variable f(t).

2. Establecer relaciones entre variables a través de conceptos presentes en el problema.

Para resolver la primera pregunta, el estudiante debe superar la etapa (3) donde, tiene que determinar la relación entre variables y las constantes del evento.

Respecto a la pregunta: ¿En qué tiempo el balón alcanza su altura máxima?

La estudiante logró determinar la altura máxima que alcanza el balón, aplicando el concepto de cálculo del vértice $(h;k)$ de una función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$; se puede observar que representa la función cuadrática $f(t) = -t^2 + 4t$, además de indicar que t es el tiempo, identificando la variable independiente del evento contextualizado y procede a determinar el valor de h, con la ecuacion de $h = \frac{-b}{2a}$ que escribe en su resolución; además de reconocer y escribir las constantes de la forma general $a = -1,\ b = 4\ y\ c = 0$,reemplaza para determinar el valor de h,se demuestra su dominio intramatematico de operaciones en los racionales, al determinar el valor de $h\ = 2$, procede a determinar el valor de k, evaluando en la función $f(t) = -t^2 + 4t$, donde en resultado de $k = f(2) = -(2)^2 + 4(2)$, donde se puede evidenciar el resultado de $k = 4$. Además de indicar el vértice de la parábola $v = (2;4)$; es el punto donde la parábola curva hacia arriba o hacia abajo, este concepto podría ayudar a transitar del registro algebraico al gráfico. De lo descrito se puede evidenciar que el estudiante reconoce las variables y las relaciona cumpliendo con la etapa (6) y (7) de la fase didáctica, donde indica que se debe dar solución matemática del modelo matemático y dar solución al evento respectivamente.

En la entrevista realizada a la estudiante:

Investigador: ¿Por qué no ubicó el vértice en el plano cartesiano para dar solución al problema?

Estudiante 2: Pude recordar en una de la clase que, al conocer el vértice, me di cuenta que es el punto donde da vuelta la parábola, y me da la altura máxima. Es la que respondí.

Investigador: En tu solución no utilizaste el dato $(0 \leq t \leq 4)$.¿qué crees que significa?

Estudiante 2: que t es menor o igual a 4 o mayor o igual que cero

Investigador: ¿Qué valores podría tomar?

Estudiante 2: 1,2,3,4

Investigador: Algún valor más que pueda tomar la variable t (El estudiante analiza su respuesta)

Estudiante2 : si puede tomar más valores (menciona 1,5 y 2, 8…y más)

Con este proceso el estudiante habrá superado el segundo momento de la modelación y la etapa (6) y (7) de la fase didáctica del MCC.

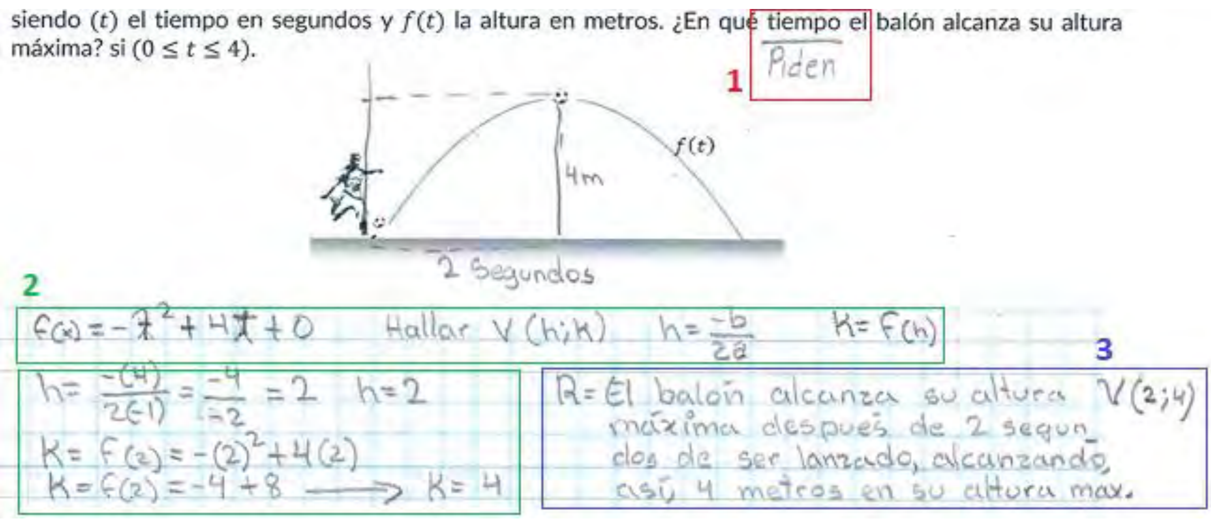
3.Indicar la solución matemática en términos del evento.

También, interpreta su resultado y escribe *"El balón alcanza una altura en 4m en un tiempo de 2 segundos"*. Cumpliendo con la etapa (8), donde interpretar la solución de términos del evento y disciplina del contexto.

Resultado y análisis de estudiante 3

Figura 47.

Desarrollo del estudiante E3



1. Identificar variables y constantes del problema. Se puede observar en la figura 47 que el estudiante, indica parcialmente la variable tiempo, para complementar esta respuesta en la entrevista, él menciona:

Investigador. Me puede mencionar cuales son las variables del problema.

Estudiante 3. Las variables son el tiempo y la altura.

Investigador: En el problema, qué variable representa la altura.

Estudiante 3. En la formula $f(\boldsymbol{x}) = -t^2 + 4t$, f(x) representa la altura.

De la entrevista, se puede destacar que el estudiante reconoce las variables~~,~~ pero existe un error en la representación, dice f(x) pero debió escribir $f(t)$.

2. Establecer relaciones entre variables a través de conceptos presentes en el problema. El estudiante reconoce a la función cuadrática $f(\boldsymbol{x}) = -t^2 + 4t$ y la relaciona con la forma general de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde coloca $f(\boldsymbol{x})$ en vez de $f(\boldsymbol{t})$ eso no dificulta su resolución~~,~~ pero queda en evidencia la importancia de la correspondencia de las variables independiente y dependiente. Con la función $f(t) = -t^2 + 4t$, procede a determinar el valor de h, con la ecuacion de $h = \frac{-b}{2a}$, el estudiante reconoce correctamente las constantes de la forma general $a = -1,\ b = 4\ y\ c = 0$, y reemplaza para determinar el valor de h, y se demuestra su dominio intramatematico de operaciones en los racionales. Al determinar el valor de $h\ = 2$, procede a determinar el valor de k, evaluando en la función $f(t) = -t^2 + 4t$, donde en resultado de $k = f(2) = -(2)^2 + 4(2)$,se puede evidenciar el resultado de $k = 4$. De lo descrito, se puede evidenciar el estudiante reconoce las variables y las relaciona, además de señalar el valor del vértice $v(h; k)$ equivalente $(2; 4)$ cumpliendo con la etapa (6) y (7) de la fase didáctica, donde indica que se debe dar solución matemática del modelo matemático.

3. Indicar la solución matemática en términos del evento. Posteriormente E3, interpreta su resultado y escribe *"El balón alcanza su altura máxima después de dos segundos de ser lanzado, alcanzando así 4 metros en su altura máxima"* Cumpliendo con la etapa (8), donde interpretar la solución de términos del evento y disciplina del contexto. También se observa que el estudiante intentó transitar del registro algebraico al gráfico, colocando los valores de 2 segundos sobre el eje de las abscisas y 4 sobre el eje de las ordenadas, logrando comprender el problema de primera categoría.

En la entrevista realizada al estudiante: Se le realizó las siguientes preguntas para complementar sus escritos en la actividad didáctica:

Investigador: Observo en tu solución, que ubicaste 2 segundos y 4 metros, en la gráfica inicial. ¿porque lo hiciste?

Estudiante 3: Para dar solución a la respuesta

Investigador: Era necesario realizar escribir 2 segundos y 4 metros

Estudiante 3: Si, porque me ayudó a resolver el problema de la altura máxima

Investigador: ¿Y sin gráfico lo hubiese podido interpretar?

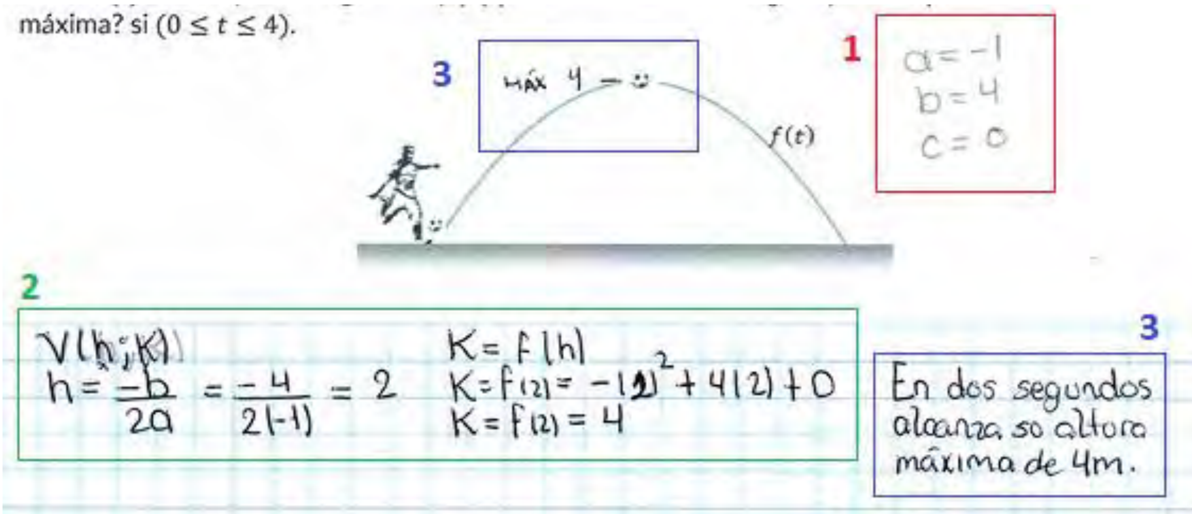
Estudiante3 : (Duda de su respuesta) Tal vez sí.

De la actividad resuelta por el estudiante se puede afirmar que ha superado el problema de primera categoría.

Resultado y análisis de estudiante 4

Figura 48.

Desarrollo del estudiante E4



1.Identificar variables y constantes del problema. En el presente problema el objetivo era que el alumno supere la etapa 6 de la fase didáctica, se observar que el E4 no define las variables; en la entrevista el E4 menciona:

Investigador: Me podría mencionar qué variables presenta el problema contextualizado.

Estudiante 4: Son a, b, c.

Investigador: ¿Por qué a, b, c?

Estudiante: No, No, ..., esas son constantes. Es la altura y el tiempo.

Investigador: ¿Cómo se relacionan esas variables?

Estudiante 4: Está en el ejercicio por la fórmula que indica en el problema que es $f(t) = -t^2 + 4t$.De su respuesta, se puede validar que identifica las variables y como éstas se relacionan mediante la regla de correspondencia $f(t) = -t^2 + 4t$.

2. Establecer relaciones entre variables a través de conceptos presentes en el problema. El E4, inicia su solución y reconociendo los coeficientes $a = -1,\ b = 4\ y\ c = 0$, de la forma general de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, luego determina el valor de h, con la ecuacion de $h = \frac{-b}{2a}$, obteniendo el valor de $h = 2$, procede a determinar el valor de k, evaluando en la función $f(t) = -t^2 + 4t$, donde en resultado de $k = f(2) = -(2)^2 + 4(2)$, donde se puede evidenciar el resultado de $k = 4$. De lo descrito se puede evidenciar que el estudiante reconoce las variables y las relaciona, además de señalar el valor del vértice $v(h; k)$ equivalente $(2; 4)$ cumpliendo con la etapa (6) y (7) de la fase didáctica, donde indica que se debe dar solución matemática del modelo matemático.

3. Indicar la solución matemática en términos del evento. Posteriormente E4, interpreta su resultado y escribe *“en 2 segundos alcanza la altura máxima de 4m”* Cumpliendo con la etapa (8), donde interpretar la solución de términos del evento y disciplina del contexto. También realiza una anotación en la parte superior de la gráfica. Escribe Max=4m. Respecto a esta anotación en la entrevista realizada a la estudiante:

Investigador: Observo en tu solución, que escribiste Max 4m, ¿A qué se debe eso?

Estudiante 4: La gráfica me ayudó a entender más rápido lo que nos pedía el problema. Me ayudo a dar la respuesta final; Ud. nos mencionaba en clase que las gráficas pueden ayudar a la solución, eso recuerdo de la clase.

Investigador: A ti se te ayudó

Estudiante 4: Si me ayudó para dar la solución del problema.

Del análisis se puede concluir que el estudiante ha superado el problema de primera categoría.

Respecto a la segunda pregunta de la actividad didáctica:

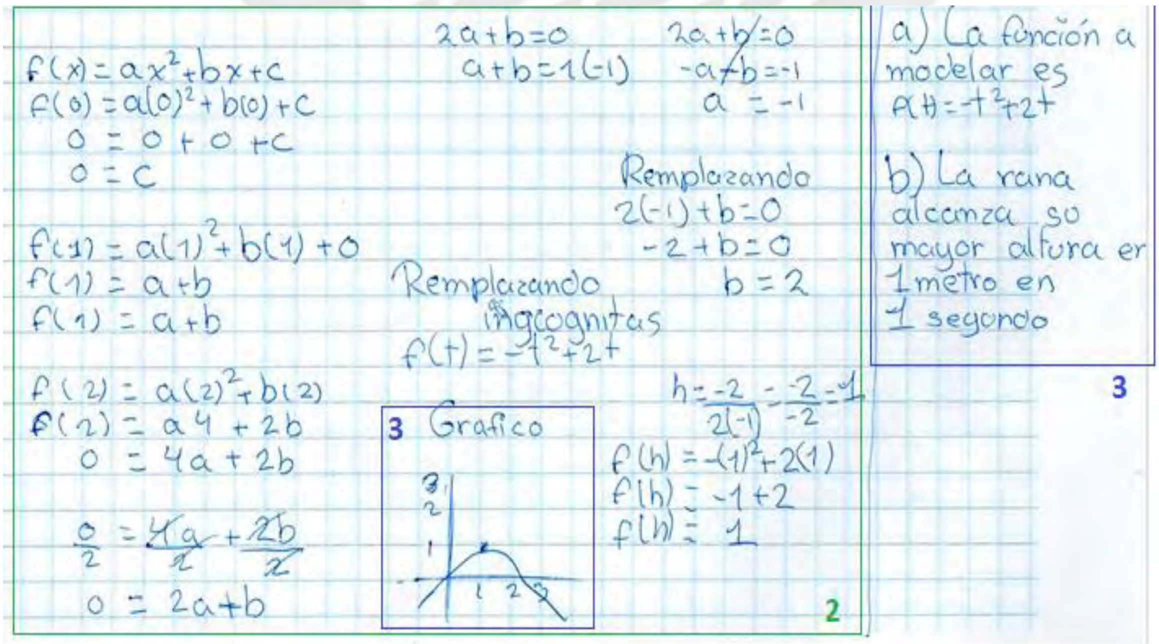
El problema es de segunda categoría (Problemas con enunciado evocador). En la fase didáctica del marco teórico MCC.

A continuación, analizaremos los procedimientos de los cuatro estudiantes, considerando los momentos de la modelación matemática.

Resultado y análisis de estudiante 1

Figura 49.

Desarrollo del estudiante E1



Del desarrollo del estudiante (ver figura49), resolvió la pregunta en 4 pasos el cual detallaremos a continuación: Identificaremos, los tres momentos del proceso cognitivo, los que constituyen los indicadores de la modelación matemática:

1.Identificar variables y constantes del problema. Se puede observar que no indica las variables de problema, ante esta ausencia, en la entrevista preguntamos al (E1).

Investigador: ¿Cuántas variables observas en el problema ?

Estudiante 1: observo dos variables.

Investigador: ¿Cuáles son?

Estudiante 1: el tiempo y la altura. Con esta respuesta se evidencia que reconoce las variables del problema, pero no las escribió en su desarrollo.

2. Establecer relaciones entre variables a través de conceptos presentes en el problema. Para resolver la primera pregunta el estudiante debe superar la etapa (3) donde, debe determinar la relación entre variables y las constantes del evento. Este problema de segunda categoría presenta dos preguntas; respecto a la primera pregunta, pide indicar la función que modela la trayectoria de la rana, el estudiante 1 para modelar la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, evalúa los datos de la tabla, donde los pares ordenados $(0;0)$ $(1;1)$ $(2;0)$ en la función $f(x)$.$(0;0)$ evalúa $f(0) = a(0)^2 + b(0) + c$, donde de $f(0) = c$, en consecuencia $c = 0$ y el par ordenado $(1;1)$ evalúa en $f(1) = a(1)^2 + b(1) + 0$, donde $f(1) = a + b$ en consecuencia $1 = a + b$. Luego $(2;0)$ evalúa $f(2) = a(2)^2 + b(2) + 0$, donde $f(2) = 4a + 2b$ y obtiene $2 = 4a + 2b$. Esta ecuación divide a todos entre dos y obtiene una ecuación equivalente a $1 = 2a + b$. De las ecuaciones $1 = a + b$ y $1 = 2a + b$, procede a resolver el sistema utilizando el método de reducción como se indica multiplicando por (-1) a la ecuacion $-1 = -2a - b$, al sumar el sistema de ecuaciones obtiene $a = -1$ y $b = 2$. Luego reemplaza en la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde obtiene la modelación de la trayectoria que describe la rana $f(t) = -t^2 + 2t$.

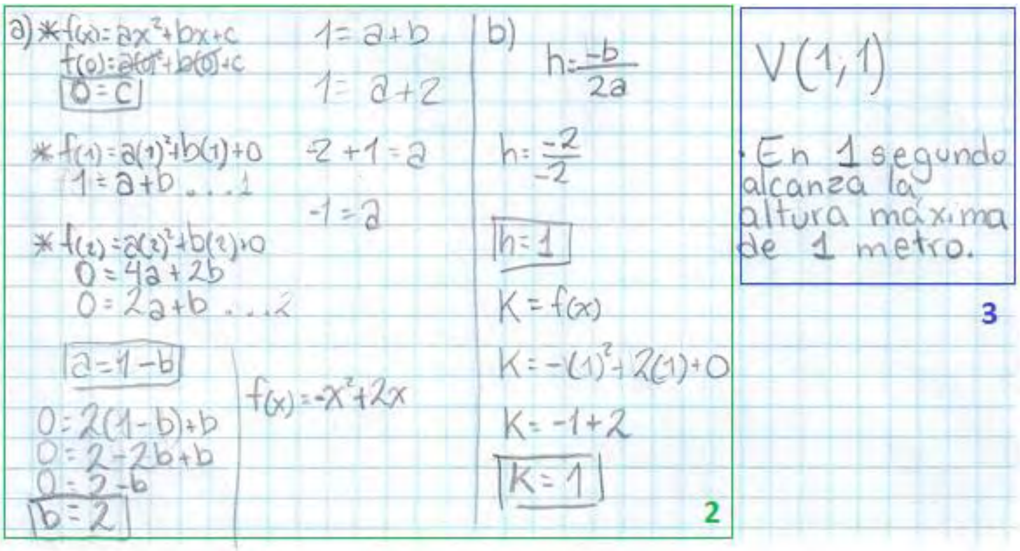
Respecto a la segunda pregunta, donde se les pide que determine la mayor altura que alcanza la rana y el tiempo que demora llegar ahí. El E1 para responder a esta pregunta calculando el valor del vértice $(h;k)$ de la función $f(t) = -t^2 + 2t$, donde determina el valor de h, con la ecuacion de $h = \frac{-b}{2a}$, el estudiante reconoce correctamente las constantes de la forma general $a = -1,\ b = 2$, y reemplaza en $f(t) = -t^2 + 2t$ para determinar el valor de h, Al determinar el valor de $h = 1$, procede a determinar el valor de k, evaluando en la función $f(t) = -t^2 + 2t$, donde en resultado de $k = f(1) = -(1)^2 + 2(1)$, obteniendo como resultado $k = 1$. En consecuencia, el estudiante a superado la etapa 2, 3, 4 de la fase didáctica.

3.Indicar la solución matemática en términos del evento. Finalmente, escribe *“La rana alcanza su mayor altura en 1 metro en 1 segundo”* con esta respuesta supera la etapa 5 de la fase didáctica y en consecuencia ha resuelto el problema de segunda categoría de enunciado evocador.

Resultado y análisis de estudiante 2

Figura 50.

Desarrollo del estudiante E2



1. Identificar variables y constantes del problema. El E2 (ver figura 50) en su escrito no define las variables. En la entrevista se le pregunta a E2 ¿Porque no escribe las variables?

Estudiante 2: Las variables son tiempo y altura; con esta respuesta, el estudiante identifica las variables.

2.Establecer relaciones entre variables a través de conceptos presentes en el problema. Respecto a la primera pregunta, donde pedimos indicar la función que modela la trayectoria de la rana, el E2 responde a esta pregunta, evaluando los datos de la tabla donde los pares ordenados $(0;0)$ $(1;1)$ $(2;0)$ en la función $f(x)=ax^2+bx+c$, obteniendo los siguientes resultados:

$(0;0)$ evalúa $f(0)=a(0)^2+b(0)+c$, donde de $f(0)=c$,en consecuencia $c=0$, luego

$(1;1)$ evalúa $f(1)=a(1)^2+b(1)+0$, donde $f(1)=a+b$ en consecuencia $1=a+b$, donde a esta ecuación se la denomina ecuación (1). Luego evalúa el siguiente par ordenado.

$(2;0)$ evalúa $f(2)=a(2)^2+b(2)+0$, donde $f(2)=4a+2b$ en consecuencia $0=4a+2b$, donde no menciona, pero escribe la ecuación reducida $0=2a+b$. Ella denomina ecuación (1) a la ecuacion $1=a+b$, despejando la variable a, y obtiene $a=1-b$, para luego reemplazar en la ecuacion (2), $1=2a+b$ y obtiene una sola ecuación con una sola incógnita que sería $1=2(1-b)+b$, determinando el valor de $b=2$; finalmente por sustitución obtiene $a=-1$, puede notarse que el método que utilizó para resolver el sistema de ecuaciones lineales es la de sustitución. Finalmente llega a la modelación de la función cuadrática $f(\boldsymbol{x}) = -x^2 + 2x$, tener en cuenta que no está utilizando la variable t en su modelación, la cual no implica que pueda determinar la altura máxima.

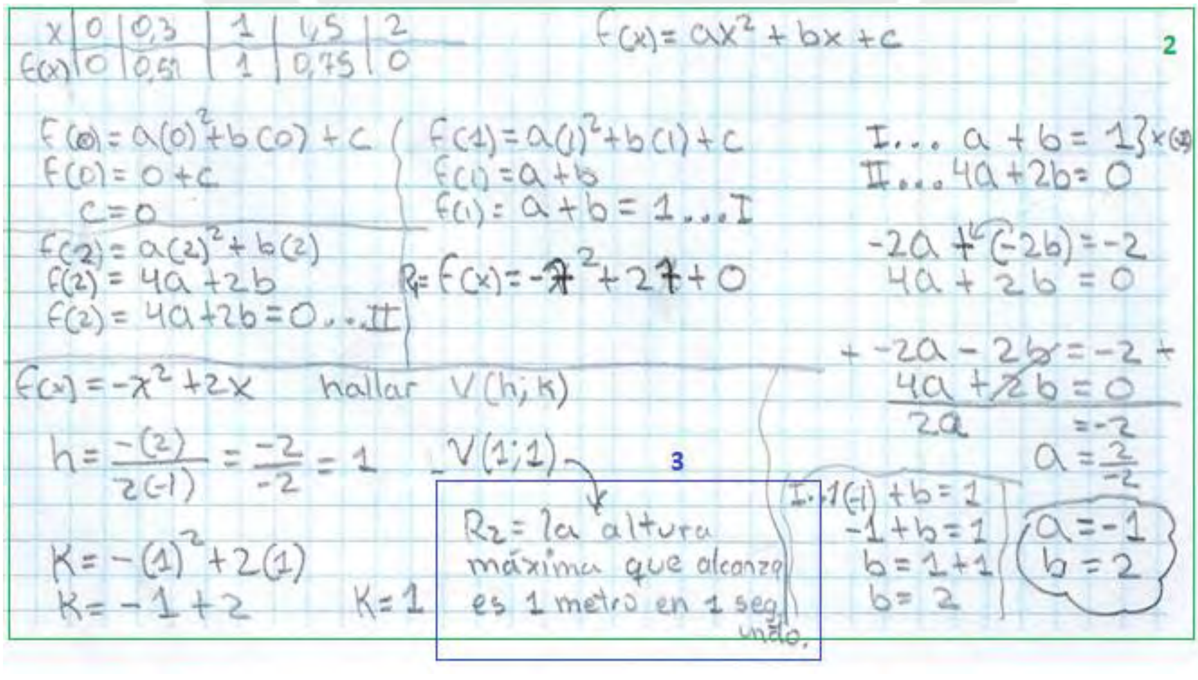
Respecto a la segunda pregunta, donde se les pide que determine la mayor altura que alcanza la rana y el tiempo que demora llegar ahí. El E2 para responder a esta pregunta, calculando el valor del vértice $(h; k)$ de la función $f(x) = -x^2 + 2x$, donde determina el valor de h, con la ecuacion de $h = \frac{-b}{2a}$, el estudiante reconoce correctamente las constantes de la forma general $a = -1,\ b = 2$, y reemplaza en $f(x) = -x^2 + 2x$ para determinar el valor de h; al determinar el valor de $h = 1$, procede a determinar el valor de k, evaluando en la función $f(x) = -x^2 + 2x$, donde en resultado de $k = f(1) = -(1)^2 + 2(1)$, obteniendo como resultado $k = 1$ .En consecuencia, el estudiante a superado la etapa 2,3,4 de la fase didáctica. Y el segundo momento de la modelación matemática.

3. Indicar la solución matemática en términos del evento. Finalmente, él escribe. *"En un segundo alcanza la altura máxima de un metro"* con esta respuesta supera la etapa 5 de la fase didáctica y en consecuencia ha resuelto el problema de segunda categoría de enunciado evocador.

Resultado y análisis de estudiante 3

Figura 51.

Desarrollo del estudiante E3



1. Identificar variables y constantes del problema. El E3 en su escrito no define las variables. En la entrevista se le pregunta ¿Por qué no escribe las variables?

Estudiante 3: Hay una variable que es altura.

Investigador: Sólo hay una variable, ¿Está seguro?

Estudiante 3: El tiempo también creo que es variable.

Investigador: ¿Está seguro?

Estudiante 3: Si profesor, estoy seguro.

Se observa de su respuesta, que el estudiante tiene conocimiento de variable~~,~~ pero no las escribe porque menciona que no es necesario para la solución de la situación contextualizada.

2.Establecer relaciones entre variables a través de conceptos presentes en el problema. Respecto a la primera pregunta, donde pedimos indicar la función que modela la trayectoria de la rana, el E3 responde a esta pregunta, a partir de los pares ordenados que se muestra en la tabla, evaluando los pares ordenados $(0;0)$ $(1;1)$ $(2;0)$ en la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, obteniendo los siguientes resultados.

$(0;0)$ evalúa $f(0) = a(0)^2 + b(0) + c$, donde de $f(0) = c$,en consecuencia $c = 0$, luego $(1;1)$ evalúa $f(1) = a(1)^2 + b(1) + 0$, donde $f(1) = a + b$ en consecuencia $1 = a + b$, donde a esta ecuacion la denomina ecuacion (I). Luego evalúa el siguiente par ordenado.

$(2;0)$ evalúa $f(2) = a(2)^2 + b(2) + 0$, donde $f(2) = 4a + 2b$ en consecuencia $0 = 4a + 2b$ a esta ecuación la denomina (II), puede notarse que el método que utilizó para resolver el sistema de ecuaciones lineales es reducción. Finalmente llega a la modelación de la función cuadrática $f(\boldsymbol{x}) = -t^2 + 2t$, se puede observar que en vez de colocar $f(\boldsymbol{t})$ coloca $f(\boldsymbol{x})$.

Respecto a la segunda pregunta, donde se les pide determine la mayor altura que alcanza la rana y el tiempo que demora llegar ahí. El E3, para responder a esta pregunta calculando el valor del vértice $(h;k)$ de la función $f(x) = -x^2 + 2x$, donde determina el valor de h, con la ecuacion de $h = \frac{-b}{2a}$, el estudiante reconoce correctamente las constantes de la forma general $a = -1$, $b = 2$, y reemplaza en $f(x) = -x^2 + 2x$ para determinar el valor de h; al determinar el valor de $h = 1$, procede a determinar el valor de k, evaluando en la función $f(x) = -x^2 + 2x$, donde el resultado de $k = f(1) = -(1)^2 + 2(1)$, obteniendo como resultado $k = 1$ .En consecuencia, el estudiante a superado la etapa 2, 3, 4 de la fase didáctica. Y el segundo momento de la modelación matemática.

3. Indicar la solución matemática en términos del evento.

Finalmente, él escribe. *"La altura máxima que alcanza es 1 metro en un segundo"* con esta respuesta supera la etapa 5 de la fase didáctica y en consecuencia ha resuelto el problema de segunda categoría de enunciado evocador.

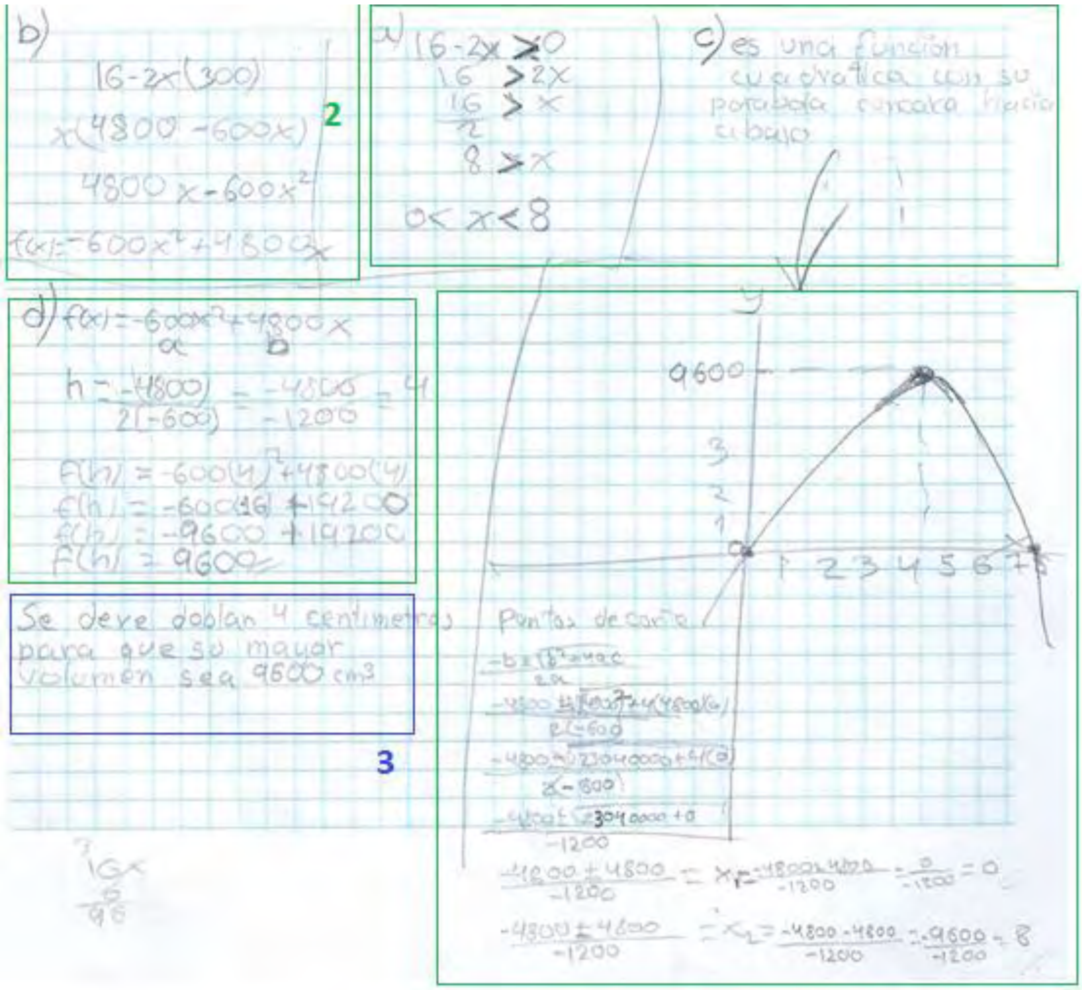
Tercera categoría: Problemas con enunciado complejo

Según la fase didáctica se muestran en forma general en la siguiente.

Resultado y análisis de estudiante 1

Figura 52.

Desarrollo del estudiante E1



1.Identificar variables y constantes del problema.

Se puede observar (ver figura 52) que el E1 escribe $f(x)$, respecto a lo observado se pregunta al estudiante, en la entrevista

Investigador: ¿Qué significa para ti, $f(x)$ el cual está escrita en tu solución?

Estudiante 1: $f(x)$, es una función

Investigador: Para Ud. ¿ $f(x)$,representa alguna variable?

Estudiante 1: Si

Investigador: ¿Qué representa?

Estudiante 1: área profesor. Ante su respuesta equivocada preguntó.

Investigador ¿Está seguro?

Estudiante 1: Creo que es el volumen, ante esta respuesta pregunté

Investigador: ¿Por qué cree que es el volumen?

Estudiante 1: Porque en el problema nos habla de capacidad.

Investigador: Alguna otra variable que observas

Estudiante1: Altura, largo, ancho, x. De la entrevista se puede concluir que el E1 reconoce las variables.

2.Establecer relaciones entre variables a través de conceptos presentes en el problema.

Para resolver las preguntas de la situación significativa, el estudiante debe relacionar las variables para construir el modelo matemático.

El E1 determina el área y el volumen $f(x) = -600x^2 + 4800x$, y posteriormente determina el vértice de la parábola $v = (4; 9600)$; con esta respuesta ya se podría dar solucion al problema~~,~~ pero el estudiante E1, transitó al lenguaje gráfico donde indica el vértice de la parábola $v = (4; 9600)$;

Investigador: ¿Por qué realizaste la gráfica?,

Estudiante 1: Porque nos pedía que tipo de función es, y al graficar podía responder a esa pregunta.

Investigador: Y los puntos de corte en el eje de las abscisas, la realizaste con la fórmula general, donde llegas a $x = 0$ y $x = 8$ ¿Por qué lo hiciste?

Estudiante 1: Para saber por qué puntos pasa la gráfica, por el eje x.

Para responder a la pregunta ¿Qué valores puede tomar las pestañas que se van a doblar hacia arriba para obtener las canaletas? El E1 aplica sus conocimientos intramatemáticos sobre desigualdades donde señala $16 - 2x > 0$, al resolver $8 > x$, y luego escribe $0 < x < 8$. Ante la ausencia de este procedimiento, preguntó:

Investigador: ¿Como llegas a $0 < x < 8$.?

Estudiante 1: Como x es la altura de la caja, esta es positivo. Con su respuesta demuestra dominio y comprensión en la construcción del intervalo $0 < x < 8$.

Con este proceso el estudiante habrá superado el segundo momento de la modelación.

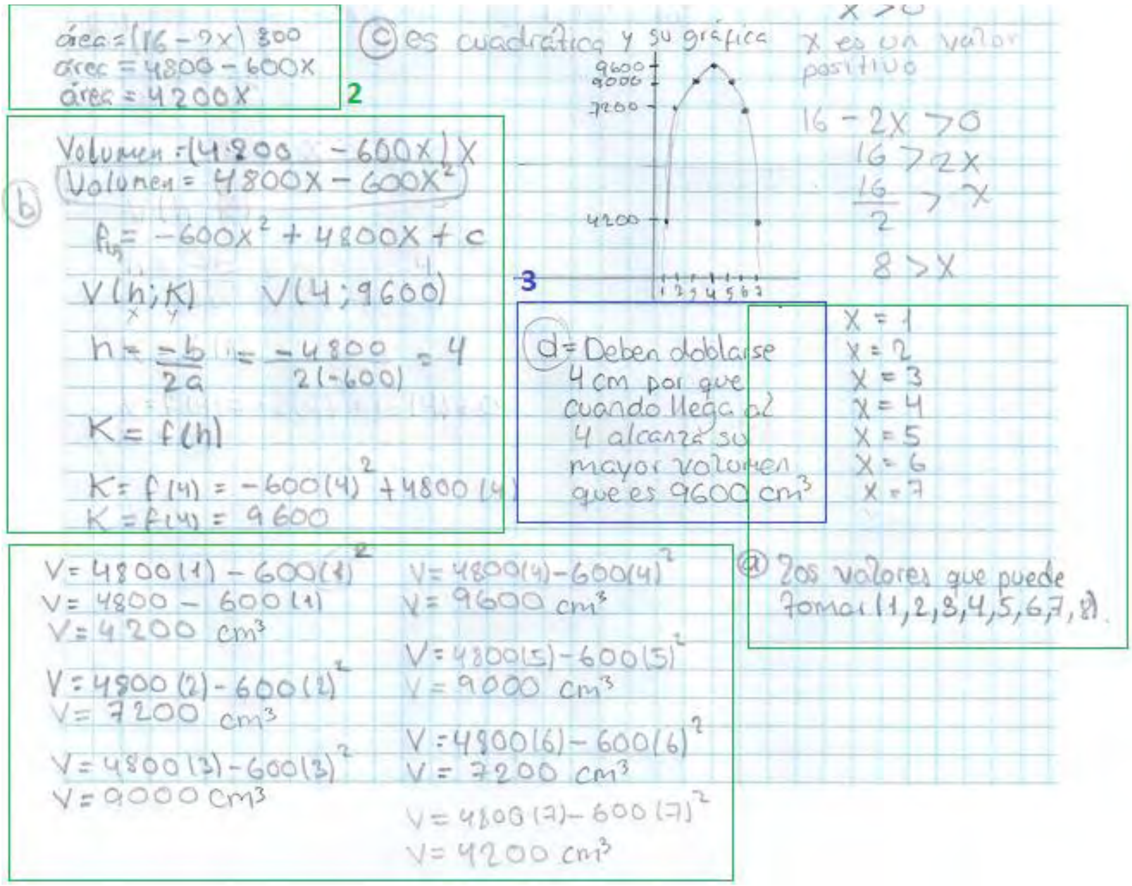
3. Indicar la solución matemática en términos del evento.

También, interpreta su resultado y escribe *“Debe doblarse 4cm porque cuando llega al 4, alcanza su mayor volumen”* Cumpliendo con la etapa (8), donde interpretar la solución de términos del evento y disciplina del contexto.

Resultado y análisis de estudiante 4

Figura 53.

Desarrollo del estudiante E4



1. Identificar variables y constantes del problema.

Se puede observar (ver figura 53) que el E4 escribe área, volumen, valores que toma, y escribe f(x), respecto a lo observado se pregunta al estudiante, en la entrevista:

Investigador: ¿Qué significa para ti, $f(x)$, el cual está escrita en tu solución?

Estudiante 4: $f(x)$, significa volumen,

Investigador: Para Ud. $f(x)$, ¿representa una variable?

Estudiante 4: Si,

Investigador: ¿Por qué $f(x)$, es una variable?

Estudiante 4: Cuando se va dando valores a x, y se reemplaza a f(x), salen otros valores.

Investigador: Me podrías indicar qué variables observas en tu actividad.

Estudiante 4: El área, longitud, volumen. Por las respuestas que da E4, se puede afirmar que tiene idea de lo que representa una variable.

2. Establecer relaciones entre variables a través de conceptos presentes en el problema.

Para resolver las preguntas de la actividad didáctica, el estudiante debe relacionar las variables para construir el modelo matemático.

El estudiante determina el área y el volumen $f(x) = 4800x - 600x^2$, y posteriormente determina el vértice de la parábola $v = (4; 9600)$; con esta respuesta ya se podría dar solución al problema, pero el estudiante E4, transitó al lenguaje gráfico, inclusive transito lenguaje tabular.

Duval (2006), menciona que cambiar la de registro un objeto matemático de un sistema semiótico a otro, siempre permite que el individuo desarrolle más su proceso cognitivo, a diferencia de un tratamiento. Estos cambios de registros nos llamaron la ~~a~~ atención, Y en la entrevista el E4, menciona.

Investigador: ¿Por qué realizaste la gráfica?,

Estudiante 4: Porque me di cuenta que en la primera pregunta pedían ¿Qué valores puede tomar las pestañas que se van a doblar hacia arriba para obtener las canaletas del diseño que se muestra en la figura?, y al obtener los valores empecé a reemplazar en $f(x)$ y los valores de resultaron los grafiqué. Cómo determinaste los valores que le vas a signar a x.

Estudiante 4: por desigualdades

Y se puede observar en su desarrollo $x > 0$, ella escribe "*x es un valor positivo*" además señala $16 - 2x > 0$, al resolver $8 > x$, donde ella concluye que x solo puede tomar valores enteros $x = \{1,2,3,4,5,6,7\}$. Resuelve parcialmente la desigualdad ya que la variable x admite infinitos valores que se encuentran $0 < x < 8$. La estudiante reconoce las variables que conducirán a la respuesta de la modelación de la función, determinando el $área = (16 - 2x).300 = 4200x$, con el presente procedimiento ha superado las etapas (2) y (3) de la fase didáctica, al multiplicar el valor del área por x, obtiene el modelo matemático buscado relacionado con volumen que representa la capacidad de la canaleta $volumen = 4800x - 600x^2$, superando la etapa (5), para dar solucion al evento y superar la fase (6), el E4 evalúa los valores $x = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, en la función volumen, esto da consecuencia a la construcción de pares ordenados , el cual lo lleva al registro gráfico y obtiene una parábola cóncava hacia abajo superando la etapa (6) y determina el vértice de la parábola $(4; 9600)$, superando la fase (7). Finalmente, la estudiante escribe: Con este proceso el estudiante habrá superado el segundo momento de la modelación.

3. Indicar la solución matemática en términos del evento.

También, interpreta su resultado y escribe *"Debe doblarse 4cm porque cuando llega al 4 alcanza su mayor volumen que es 9600 cm^3"*. Cumpliendo con la etapa (8), donde interpretar la solución de términos del evento y disciplina del contexto.

Se puede concluir que la estudiante ha superado la modelación matemática.

En resumen, respecto al problema propuesto de primera categoría, del análisis de resultados de los siete estudiantes lograron superar esta categoría, la mayoría de los estudiantes superó el problema utilizando el registro algebraico seguido del registro gráfico. Las principales causas de los estudiantes que no pudieron superar esta categoría fueron dificultad en operaciones básicas en el campo de los números racionales, eso se pudo evidenciar en sus escritos.

Respecto al segundo problema propuesto de segunda categoría, lograron superar esta categoría 4 estudiantes de un total de 20 estudiantes. Las principales dificultades que presentaron, fueron que reconocer las variables, y buscar una relación entre ellas, además 4 estudiantes no pudieron resolver el problema de segunda categoría por no presentar conocimientos intramatemáticos como sistema de ecuaciones con dos variables, también mencionar que al momento de ubicar las coordenadas $(x; y)$ confunden y colocan$(y; x)$.

Al analizar dichos resultados se puede concluir, cuando se va a iniciar un tema de modelación matemática donde el estudiante desea transitar de un lenguaje natural y llevarlo a un lenguaje algebraico, es necesario que el estudiante se familiarice con operaciones básicas, ya que eso ayudaría a superar dificultades en la comprensión de la función cuadrática.

Respecto al problema de tercera categoría lograron superarla 3 estudiantes del total; debemos considerar que este problema es de enunciado complejo, donde el enunciado no es suficiente para establecer el modelo matemático, sino que se necesita que el individuo está resolviendo el problema, conozca un modelo que se adapte a las condiciones del mismo. Así el modelo no surge, ni literalmente, ni por evocación del enunciado, sino que surge de la estructura cognoscitiva del individuo Olazábal (2005). Las dificultades que presentaron fueron, que no pudieron identificar las variables, buscar una relación entre estas variables fue la principal dificultad porque la mayoría de estudiantes no recordaban el volumen de un prisma de base rectangular, esta información la recogimos de la entrevista no estructurada que se realizó a los estudiantes. También se pudo observar que la mayoría intentó transitar al registro algebraico mas no al registro tabular, en la entrevista realizada a los estudiantes, la mayoría indica, que se siente más identificado con el registro algebraico.

CONCLUSIONES

A continuación, presentamos nuestras conclusiones con respecto a nuestra pregunta de investigación, objetivo general y específicos. Asimismo, mostraremos la importancia de los elementos del marco teórico que confirman la validez de los resultados de nuestro trabajo. Finalmente consideramos aportes, dificultades, limitaciones encontradas en el proceso de investigación y alcances a futuras investigaciones.

Sobre los antecedentes de esta investigación

El rol protagónico de nuestros antecedentes fue determinante para iniciar nuestra investigación, nos mostraron resultados importantes, se pudo observar que el problema de transitar de un problema contextualizado a uno matemático, no sólo se presentaba en mi aula; por lo contrario, sucedía lo mismo en otras escuelas. En la investigación Bellido (2023), señala que los estudiantes muestran dificultad en transitar de un registro verbal al algebraico, esta conclusión reforzó nuestro motivo de investigar en posibles soluciones. En esa búsqueda encontramos las investigaciones de, Trujillo (2020) donde señala que las competencias matemáticas presentan carácter transversal, si se propone actividades cotidianas propios del estudiante. Además, Castellanos (2018) señalar la importancia de la contextualización con la finalidad de un aprendizaje significativo.

Considerando los aportes de estas investigaciones, implementamos una actividad didáctica con problemas relacionados a un contexto cotidiano del estudiante, para facilitar su interpretación como señala Castellanos (2018). Es así, que nos avocamos a identificar problemas relacionados a la función cuadrática contextualizados en torno a su actividad diaria del estudiante.

También podemos citar, Gonzales (2023) donde señala la importancia experimentar con otras disciplinas lo cual haría más significativo el aprendizaje, y nos ayudaría a superar las dificultades de resolver problemas literales. Una vez contextualizado el problema buscamos relacionarlo con otras áreas como Ciencia y Tecnología. Diaz (2022) en su estudio señala problemas de contexto fantasista, que donde en el problema está presente el contenido de los objetos matemáticos claramente definidos y concluye que este tipo de problemas son los que más se superaron en la actividad propuesta. Nos ayudó a proponer problemas donde esté presente una ecuación definida (problema de primera categoría) que facilite su resolución e interpretación.

En Relación al Marco Teórico y Metodológico

Al proponer la Matemática en el Contexto de la Ciencia de Camarena (2013) como marco teórico de nuestra investigación, apoyado de la categorización de Olazábal (2005), nos han permitido elaborar la actividad didáctica considerando los dos bloques de fase didáctica de la MCC que son: 1) Estrategia didáctica de la matemática en contexto, que contempla 9 etapas que se desarrollan en el ambiente de aprendizaje. Estas etapas ayudaron a organizar la secuencia de nuestra actividad didáctica, contemplando las habilidades heurísticas, la metacognición y desarrollo de habilidades operativas, 2) Relacionar los contenidos con otras áreas. Este bloque nos ayudó a implementar y relacionar los problemas con otras áreas como Ciencia y tecnología.

La importancia de la categorización de Olazábal (2005) presente en cada uno de nuestros problemas propuestos en la actividad didáctica, nos brindó herramientas para organizar las características heurísticas que debe presentar cada problema, considerando su respectiva finalidad. Además de proporcionarnos elementos como la planeación didáctica y la modelación que nos ayudó a analizar los resultados de la actividad, donde se identificó que el estudiante tiene dificultad al enfrentarse a problemas contextualizados de segunda y tercera categoría, 7 estudiantes superaron el problema de primera categoría porque se les proporciono un modelo matemático en la situación de contexto, mientras solo 4 estudiantes superaron el problema de segunda categoría y 3 estudiantes el problema de la tercera categoría.

Se observó que mientras aumenta el nivel de la categorización el estudiante presenta mayor dificultad. En consecuencia, la categorización ayudó al estudiante a superar el tránsito de un lenguaje literal a uno algebraico. Pero se debe considerar implementar cambios en los elementos en la modelación matemática, como, no considerar el primer momento (Identificar variables y constantes del evento), ya que este momento se relaciona de manera directa con el tercer momento (Validar la relación matemática que modela al evento).

En cuanto a la propuesta metodológica aplicada a nuestra investigación, fue de carácter cualitativo, que nos permitió describir, analizar situaciones del entorno del estudiante, conductas observadas y otros elementos manifestados por los sujetos que forman parte de la investigación como señala Hernández et al (2014). Además, complementamos esta propuesta con la Método *“Diseño de Programas de estudio de ciencias básicas en Ingeniería”* que es propia del marco teórico MCC, que fue determinante en el análisis del contenido del texto titulado ficha matemática 5 y su posterior categorización de cada uno de los problemas.

Debemos resaltar que la entrevista no estructurada realizada a los estudiantes, ayudaron a interpretar de mejor manera sus resultados, y en la mayoría de los casos ayudaron a validar sus respuestas; como el reconocimiento de variables en el primer momento de la modelación matemática en cada uno de los problemas propuestos.

En nuestra investigación nos planteamos responder a esta pregunta ¿Cómo la categorización de problemas contextualizados, permiten a los estudiantes de quinto año de secundaria comprendan la noción de función cuadrática? Y para responder a la pregunta de investigación planteamos el objetivo general. “Analizar como la categorización de problemas contextualizados, permiten a los estudiantes de quinto año de secundaria comprendan la noción de función cuadrática”. Para alcanzarlo, se propusieron tres objetivos específicos:

Categorizar los problemas contextualizados presentes en el texto escolar Matemáticas número 5, referente a función cuadrática.

Se analizó la ficha número 6, que presenta 12 problemas relacionados a la función cuadrática que se encuentra dentro de la competencia resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio. Los cuales se analizó, con las herramientas del marco teórico de la MCC y el método “Diseño de Programas de estudio de ciencias básicas en Ingeniería”.
De los 12 problemas presentes en el texto 10 problemas están relacionados a situaciones de contexto y para superarlo se debe trasformar a una expresión matemática.

El texto en la primera sección comprende un solo problema, donde el propósito es “Establecer relaciones entre datos y valores desconocidos y transformarlos a expresiones algebraicas”. Este problema en particular es de tercera categoría por su enunciado complejo, y enfrentarlo al estudiante con un objeto matemático nuevo y a la vez complejo, dificultaría su resolución y aprendizaje. Sabemos que aprendizaje debe ser progresivo y por etapas, donde se busca desarrollar habilidades del pensamiento en el estudiante.

La segunda sección comprende tres problemas, donde su propósito es “expresar con diversas representaciones tabulares y con lenguaje algebraico nuestra comprensión sobre valores máximos y mínimos de una función cuadrática”. Los problemas están escritos en un lenguaje natural y están contextualizados en aspectos cotidianos del estudiante y cumple con lo descrito en la fase didáctica de la MCC. Se observó que esta sección del libro ya indica los pasos a seguir, limitando al estudiante a construir sus propias soluciones.

La tercera sección comprende 8 problemas diversos, en los que el predominio sigue siendo la escritura de estos en lenguaje natural, y solamente 2 problemas propuestos en lenguaje algebraico, al respecto debemos reflexionar que el sustento en la resolución de problemas es conocer los conocimientos necesarios en operaciones, pero debemos considerar en equilibrar la diversidad de registros en el estudio de los objetos matemáticos. No podemos desligarnos de la parte algebraica que es fundamental en el aprendizaje, en nuestra investigación se ha evidenciado que fue un motivo para que los estudiantes no superaran los problemas contextualizados. Además de evidenciar que en el texto existe una teoría escasa, superficial e insuficiente para el estudiante.

Se pudo observar que la forma como se presenta los problemas no está ordenada progresivamente en grado de dificultad. Se sugiere una reestructuración de la ficha matemática 5, en términos de la categorización la cual facilitaría su interpretación, además de considerar mayor presencia de problemas escritos un lenguaje matemático para desarrollar el conocimiento intramatemáticos.

Diseñar una actividad didáctica en base a la categorización de la MCC, que induzcan a los estudiantes a traducir problemas contextualizados dirigidas a función cuadrática.

Se ha investigado en diferentes textos problemas didácticos, que nos sirvan de base o en su defecto poder adaptarlas a nuestra actividad didáctica, también revisamos problemas relacionados a nuestro objeto función cuadrática en las fichas de matemática de 4to y 5to de secundaria del año 2024. De los cuales dos problemas de quinto de secundaria los adaptamos con los elementos de la fase Didáctica de la categorización de la MCC, donde la estrategia consiste en presentar al estudiante una actividad matemática interdisciplinaria, contextualizada en actividades de la vida cotidiana. Se consideró en la actividad que el estudiante movilice sus registros con el objetivo que desarrollen las habilidades de pensamiento como la observación, identificación, la comparación, la clasificación y el razonamiento. Podemos afirmar que se cumplió con el objetivo de diseñar una actividad didáctica en base a la categorización.

Analizar los resultados obtenidos por los estudiantes en el desarrollo de la aplicación de la actividad didáctica.

La actividad didáctica presentada en la fase experimental abarcó tres problemas denominados, situaciones significativas de contexto, categorizados adecuadamente en sus tres categorías, aplicadas a 20 estudiantes de educación básica regular de quinto de secundaria de un colegio público, hemos podido analizar lo siguiente:

De lo expuesto se puede concluir la necesidad de trabajar los conceptos intramatemáticos sobre todo los operativos para poder transitar de registro verbal al algebraico. La tendencia actual es que a partir de una situación significativa se construya los conocimientos, pero también es cierto por más que entendamos la situación del problema, sino contamos con herramientas que pueden relacionar las variables y resolverlas, el estudiante no podría transitar a un modelo matemático.

Los resultados de esta investigación utilizando la categorización de la MCC, son parcialmente alentadores ya que se puede observar la tendencia de número de alumnos que superaron la categoría en relación al nivel de la categoría propuesta. También se observa que los resultados no son los más óptimos, esto se debe en parte a los conocimientos intramatemáticos previos que debe tener el estudiante.

De todo lo anterior, podemos confirmar que se logró el objetivo general, “Analizar cómo la categorización de problemas contextualizados, permiten a los estudiantes de quinto año de secundaria comprendan la noción de función cuadrática, al resolver una actividad didáctica”. Por tanto, se respondió a la pregunta de investigación, ¿Cómo la categorización de problemas contextualizados, permiten a los estudiantes de quinto año de secundaria comprendan la noción de función cuadrática?, esta metodología fomenta una comprensión más significativa y profunda al relacionar funciones cuadráticas con situaciones de contexto.

Sobre problemas abiertos para futuras investigación

La categorización de Olazábal (2005), es el inicio de una propuesta didáctica que brinda al docente y estudiante una herramienta para transitar de un lenguaje natural a un lenguaje matemático, pensada inicialmente para un nivel superior, y adaptada con el tiempo al nivel secundario con la investigación de Jaramillo (2018), y la nuestra el presente año 2024.

Por los resultados obtenidos, creemos que se debe ampliar el estudio de la categorización para el nivel secundario, donde estén presentes sus propios paradigmas, elementos propios del nivel secundario, ya que la realidad es diferente en este nivel.

De la presente investigación podemos proponer una categorización mixta, donde se asigne a la situación de contexto un modelo matemático ya construido, donde el estudiante interprete y pueda dar solución al problema contextualizado relacionando las variables y su posterior interpretación.

Debemos considerar, investigar sobre la importancia que tiene los elementos intramatemáticos como los números enteros, racionales al enfrentarnos a problemas contextualizados, ya que en la presente investigación fue el motivo que algunos estudiantes no lograron superar la actividad. En la actualidad la enseñanza se está contextualizando para darle sentido real al número y operaciones, en ese camino se está descuidando el aspecto operacional-algebraico.

En los países que alcanzan notas sobresalientes en el área de matemática, en sus primeros grados utilizan la calculadora como medio para superar y comprobar resultados cuando se enfrenten a una situación significativa, en nuestra actividad algunos estudiantes pedían utilizar la calculadora, para superar el problema de las diferentes categorías. Debemos considerar la posibilidad de investigar sobre esta herramienta tecnológica y su importancia en la construcción de un conocimiento significativo del estudiante.

REFERENCIAS

Bellido, R. (2023). *La comprensión del concepto de función en estudiantes de educación básica regular del Perú*. (Tesis de maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú). http://hdl.handle.net/20.500.12404/26531

Camarena, P. (1999). *La Matemática en el Contexto de las Ciencias Modelo: Modelo didáctico* Documento de trabajo de la Red Internacional de investigación, MACOCIENCIAS (2000). Capitulo: La fase Didáctica de la Matemática en el Contexto de las Ciencias.

Camarena, P. (2009). La Matemática en el Contexto de las Ciencias, Revista Innovación Educativa: vol. 9, núm. 46, enero-marzo, 2009, pp. 15-25 https://www.redalyc.org/pdf/1794/179414894008.pdf

Camarena, P. (2011). *La Matemática en el Contexto de las Ciencias y la modelación, XIII* CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011. https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2716/1178

Camarena, P. (2012). *La Matemática en el Contexto de las Ciencias y la modelación. Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática*. https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/10568

Camarena, P. (2013). A treinta años de la teoría educativa "Matemática en el Contexto de la Ciencia". Revista Innovación Educativa, número. https://www.ipn.mx/assets/files/innovacion/docs/Innovacion-Educativa-62/IE-62.pdf

Castellanos, R. (2018). matemáticas en situaciones de contexto real y el desarrollo del pensamiento crítico. (Tesis de maestría. Universidad Autónoma de Bucaramanga) http://hdl.handle.net/20.500.12749/2502

Díaz, V. (2021). Resolución de tipos de problemas contextualizados y análisis de errores: un estudio de casos. https://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-07052022000200009&script=sci_abstract

Duval, R. (2006) Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, 9(1), 143 168. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1984436

Duval, R. (2012). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Revemat, 7(2), 266-297. https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266

Gonzales, P. (2023). Aprender funciones como un proceso de matematización progresiva: estudiantes de secundaria enfrentado una secuencia didáctica de caída libre. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. https://doi.org/10.12802/relime.23.2621

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). Metodología de la Investigación (6ta ed.) Ed. Mc Graw-Hill Interamericana.

James, S., (2010). Cálculo de una variable conceptos y contextos, México DF, México: Cengage Learning Editores, S. A. de C.V.

Jaramillo, G. (2018). Ecuaciones lineales con dos variables: una visión desde la matemática en el contexto de las ciencias con estudiantes del cuarto grado de secundaria. (Tesis de maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú). http://hdl.handle.net/20.500.12404/12599

Ministerio de Educación (2024). Ficha de matemática 4, Secundaria: cuaderno de trabajo de Matemática 2024. Recuperado de https://hdl.handle.net/20.500.12799/10095

Ministerio de Educación (2024). Ficha de matemática 5, Secundaria: cuaderno de trabajo de Matemática 2024. Recuperado de https://hdl.handle.net/20.500.12799/10096

Ministerio de Educación del Perú. (2016). Currículo Nacional de la Educación Básica Secundaria. Lima. https://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf

Ministerio de Educación (2016). Educación básica regular programa curricular de educación secundaria. Recuperado de https://bit.ly/3tiu1hL

Ministerio de Educación del Perú. (2022). Educación Básica Regular: Resultados de evaluaciones. http://umc.minedu.gob.pe/resultadospisa2022/

Olazábal, A. (2005). Categorías en la traducción del lenguaje natural al algebraico de la Matemática en contexto (tesis de maestría en el área de educación matemática). https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/94681130/olazabal_2005

Organización para la cooperación y Desarrollo Económico (2019) PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do. Paris: PISA OECD. https://doi.org/10.1787/5f07c754-en

Organisation for Economic Cooperation and Development (2020). ¿PISA 2018 Results (Volumen IV) Are students smart about money? Paris: PISA, OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/48ebd1ba-en

Perú, Ministerio de Educación (2016). Programación curricular de Educación Secundaria. http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/03062016-programa-nivel-secundaria ebr.pdf

Trejo, E. (2013). La transposición contextualizada: un ejemplo en el área técnica. Revista Innovación Educativa. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4707722

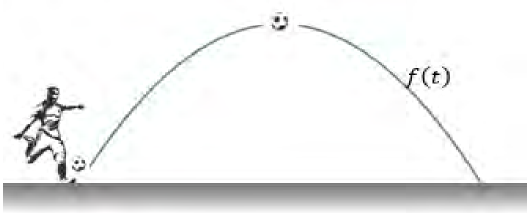
Trujillo, A. (2020). Aproximación al desarrollo de la competencia matemática resolver problemas: un aporte desde la función cuadrática. Tangram, Revista de educación matemática: https://doi.org/10.30612/tangram.v5i1.15770

ANEXOS

ACTIVIDAD DIDÁCTICA

NOMBRES: ____**GRADO:** _______

1. Leonardo es integrante de la selección de futbol de nuestra institución, y en un encuentro deportivo lanza un balón que describe una trayectoria curvilínea que representa una función cuadrática $f(t) = -t^2 + 4t$ siendo (t) el tiempo en segundos y $f(t)$ la altura en metros. ¿En qué tiempo el balón alcanza su altura máxima? si $(0 \leq t \leq 4)$.



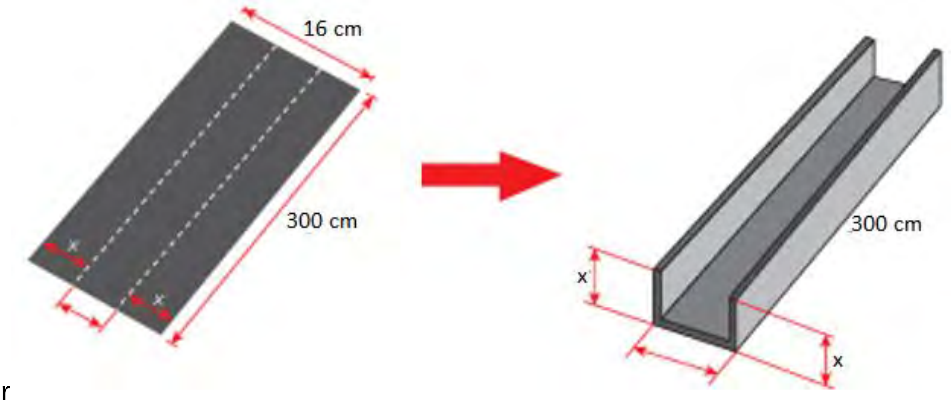
2. Los estudiantes de quinto de secundaria en la clase de Ciencia y Tecnología, observaron el salto de una rana que describía una trayectoria parabólica. Luego de analizar los resultados, se dieron cuenta de que la altura que alcanzaba cada rana en cada instante del salto podía modelarse como una función. En la tabla (1), se muestra la altura (h) en metros, que alcanza la rana en un mismo salto, en 5 tiempos (t) diferentes expresados en segundos.

t	0	0,3	1	1,5	2
h	0	0,51	1	0,75	0

tabla (1)

a) Indicar la función para modelar la trayectoria de la rana.
b) Determine la mayor altura que alcanza la rana y el tiempo que demora en llegar ahí.

3. Por las lluvias intensas en el mes de junio previstas por el Senamhi (Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú), en el distrito de Villa María del Triunfo. El alcalde construirá canaletas para los techos de las casas. Para ello, cuenta con planchas de 300 cm de largo por 16 cm de ancho con recubrimiento de zinc, que hace resistentes a la corrosiva del medio ambiente. Cada canaleta tendrá forma de la figura (1).



dr

figura (1).

a) ¿Qué valores puede tomar las pestañas que se van a doblar hacia arriba para obtener las canaletas del diseño que se muestra en la figura (1)?
b) ¿Cuál es la función que modela la capacidad que va a tener la canaleta elaborada?
c) ¿Qué tipo de función es y qué forma tiene su gráfica?
d) ¿Cuántos centímetros deben doblarse para que la canaleta tenga mayor volumen?

ANEXO 2:

Resultados generales del problema de primera categoría

	Seudónimo	Momento 1	Momento 2	Momento 3
1	Estudiante 1	1	1	1
2	Estudiante 2	1	1	1
3	Estudiante 3	1	1	1
4	Estudiante 4	1	1	1
5	Estudiante 5	0	0	0
6	Estudiante 6	1	1	1
7	Estudiante 7	0	1	0
8	Estudiante 8	1	1	1
9	Estudiante 9	0	0	1
10	Estudiante 10	1	1	1
11	Estudiante 11	0	1	1
12	Estudiante 12	0	0	0
13	Estudiante 13	0	0	0
14	Estudiante 14	0	1	0
15	Estudiante 15	0	0	0
16	Estudiante 16	0	0	0
17	Estudiante 17	0	0	0
18	Estudiante 18	0	0	0
19	Estudiante 19	0	0	0
20	Estudiante 20	0	0	0
	Total	**7**	**8**	**8**

Momentos de la modelación de problemas de primera categoría

	Momento 1		**Momento 2**		**Momento 3**	
	Identificar variables y constantes		Establecer relaciones entre estas variables		Validar la "relación matemática" que modela al evento.	
Primera categoría	7/20	35%	8/20	40%	8/20	40%

ANEXO 3:

Resultados generales del problema de segunda categoría

	Seudónimo	Momento 1	Momento 2	Momento 3
1	Estudiante 1	1	1	1
2	Estudiante 2	1	1	1
3	Estudiante 3	1	1	1
4	Estudiante 4	1	1	1
5	Estudiante 5	0	1	1
6	Estudiante 6	0	0	1
7	Estudiante 7	0	0	0
8	Estudiante 8	0	0	0
9	Estudiante 9	0	1	0
10	Estudiante 10	0	0	0
11	Estudiante 11	0	0	0
12	Estudiante 12	0	0	0
13	Estudiante 13	0	0	0
14	Estudiante 14	0	1	0
15	Estudiante 15	0	0	0
16	Estudiante 16	0	0	0
17	Estudiante 17	0	0	0
18	Estudiante 18	0	0	0
19	Estudiante 19	0	0	0
20	Estudiante 20	0	0	0
	Total	**4**	**8**	**6**

En resumen, de las soluciones esperadas de los problemas de la segunda categoría

Momentos de la modelación de problemas de segunda categoría

	Momento 1		**Momento 2**		**Momento 3**	
	Identificar variables y constantes		Establecer relaciones entre estas variables		Validar la relación matemática que modela al evento.	
Segunda categoría	4/20	20%	8/20	40%	6/20	30%

ANEXO 4:

Resultados generales del problema de tercera categoría

	Seudónimo	Momento 1	Momento 2	Momento 3
1	Estudiante 1	1	1	1
2	Estudiante 2	1	1	1
3	Estudiante 3	1	0	0
4	Estudiante 4	1	1	1
5	Estudiante 5	0	0	0
6	Estudiante 6	0	0	0
7	Estudiante 7	0	0	0
8	Estudiante 8	0	0	0
9	Estudiante 9	0	0	0
10	Estudiante 10	0	0	0
11	Estudiante 11	0	0	0
12	Estudiante 12	0	0	0
13	Estudiante 13	0	0	0
14	Estudiante 14	0	0	0
15	Estudiante 15	0	0	0
16	Estudiante 16	0	0	0
17	Estudiante 17	0	0	0
18	Estudiante 18	0	0	0
19	Estudiante 19	0	0	0
20	Estudiante 20	0	0	0
	Total	**4**	**3**	**3**

Momentos de la modelación de problemas de tercera categoría

	Momento 1		**Momento 2**		**Momento 3**	
	Identificar variables y constantes		Establecer relaciones entre estas variables		Validar la relación matemática que modela al evento.	
Tercera categoría	4/20	20%	3/20	15%	3/20	15%