PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE POSGRADO

ELABORACIÓN DE LA PRUEBA MATHKOU VI PARA ESTUDIANTES DE 6to GRADO DE PRIMARIA DE LIMA METROPOLITANA.

Tesis para optar el grado de Magíster en Educación con mención en Dificultades de Aprendizaje.

Hugo Andrés Ramos Huaita

Danny Manuel Trujillo Cabrera

Karol Paola Valdivia Rojas.

Asesores de Tesis

Dr. Jaime Ramiro Aliaga Tovar.

Mg. Meybol Calderón Falcón

Miembros del Jurado

Mg. Aylin Bayro Nieves

Mg. Marcela Sandoval Palacios

Lima – Perú

2013

Dedicatoria**:**

A Dios por sobre todas las cosas, a nuestros padres por su apoyo incondicional durante nuestra trayectoria académica, porque gracias a ellos somos personas con valores, principios y perseverantes.

Agradecimiento:

A nuestros asesores por su paciencia y apoyo durante la ejecución de la tesis. A los directores de las I.E nacionales y privadas quienes colaboraron de forma incondicional para realizar nuestro estudio.

TABLA DE CONTENIDO

CAPITULO III

METODOLOGÍA

CAPITULO IV

RESULTADOS

CAPITULO V

CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

ÍNDICE DE CUADROS

ÍNDICE DE TABLAS

RESUMEN

El objetivo de este estudio fue elaborar el instrumento de evaluación de matemáticas Mathkou VI para alumnos de 6to grado de primaria de Lima Metropolitana. La muestra se obtuvo por un muestreo probabilístico de conglomerados polietápico, conformada por 681 alumnos de 14 colegios, 7 estatales y 7 particulares. Se estableció la fiabilidad por medio de la técnica de consistencia interna, se estimó la validez de constructo mediante el análisis de su contenido y el análisis de su estructura factorial y se elaboró los baremos en percentiles para la interpretación de la puntuación. La prueba consta de 14 preguntas y fue elaborada en base a las capacidades y competencias que propone el Diseño Curricular Nacional del 2009.

Palabras claves*: Elaboración de instrumento, evaluación de matemáticas, capacidades y competencias, Diseño Curricular Nacional.*

ABSTRACT

The objective of the present study was to elaborate the standardized test of Mathematics Mathkou VI for 6^{th} Grade Primary school students in Lima. Students in the sample were selected according to the multistage cluster probability design. The sample was composed of 681 sixth graders of 14 schools, seven public schools and seven private schools. Reliability was established through the internal consistency technique, the construct validity was estimated by the analysis of its content and its factorial structure analysis. Finally, the scales were developed in percentiles for the score interpretation. The test has 14 questions and it was elaborated according to the skills and competences suggested by the National Curriculum Design of 2009.

Keywords: Elaboration of standardized test, math assessment, skills and competences, National Curriculum Design.

INTRODUCCION.

La presente investigación está referida a la elaboración de la prueba Mathkou VI para detectar si los niños que culminan el sexto grado de primaria en colegios nacionales y privados distribuidos en las siete Ugeles de Lima Metropolitana han adquirido las capacidades matemáticas propuestas por el Diseño Curricular Nacional (DCN) 2009 basadas en las competencias matemáticas como: números, relaciones y funciones; geometría y medición; y estadística.

Esta investigación surge en nuestro contexto debido a la problemática que se evidencia en las matemáticas en el sistema educativo peruano según las evaluaciones nacionales e internacionales (MINEDU y PISA). En consecuencia se construye dicha prueba con el propósito de evidenciar posibles dificultades en las matemáticas de los alumnos que culminan el nivel primario.

La investigación está organizada en cinco capítulos:

En el primer capítulo se realiza el planteamiento del problema, la formulación de los objetivos y la justificación; en el segundo capítulo, se presentan los antecedentes del estudio y las bases teóricas científicas del mismo; en el tercer capítulo, se desarrolla la metodología que comprende el tipo y diseño de la investigación, la descripción de de la población y la muestra, la identificación de las variables, la descripción del instrumento y el procedimiento de recolección de datos; en el cuarto capítulo, se presentan, analizan y discuten los resultados. Finalmente en el último capítulo se dan a conocer las conclusiones y las sugerencias que en nuestro entender se desprenden del estudio.

CAPITULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE ESTUDIO

1.1. Formulación del problema.

1.1.1. Fundamentación del problema.

La matemática como campo de investigación es aún joven; sin embargo, es fuente de muchos estudios con métodos y paradigmas variados; este aspecto es consecuencia de que recibe aportaciones de diversas áreas como la psicología, pedagogía, historia de las ciencias, entre otras. Tal variedad de contribuciones hace que afloren distintas facetas y consideraciones dinámicas entre la teoría y la práctica en educación matemática (Torralbo, 2001); asimismo hay enriquecimiento con las interacciones que se establecen en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas como consecuencia de esta múltiple conexión de la educación matemática.

Estas interacciones le permiten plantear hipótesis, encontrar regularidades, hacer transferencias, establecer generalizaciones, representar y evocar aspectos diferentes de la realidad vivida, interiorizarlas en operaciones mentales y manifestarlas utilizando símbolos.

Ser competente en matemáticas supone usar los conocimientos con flexibilidad y aplicarlos con propiedad en diferentes contextos. Desde el enfoque cognitivo, las matemáticas permiten al estudiante construir un razonamiento ordenado y sistemático. Desde el enfoque social y cultural, le dota de capacidades y recursos para abordar problemas, explicar los procesos seguidos y comunicar los resultados obtenidos.

Actualmente los resultados de las pruebas de rendimiento de los alumnos de 2do grado de primaria sobre matemáticas, indican que a nivel nacional el número de alumnos que logran un rendimiento adecuado es bajo. Los progresos alcanzados entre los años 2010 y 2011 son poco significativos en matemáticas, debido a que descendió 0,6%, es decir de 13,8% a 13,2%; puede decirse que los niños de 2do grado se encuentran limitados en sus habilidades matemáticas, lo que revela que en los años anteriores, en la educación inicial y primer grado no se logran cubrir los objetivos previstos.

El nivel primario finaliza en sexto grado, periodo en que las edades de los alumnos fluctúan entre 11 y 12 años y que Piaget denomina etapa de las operaciones formales, en esta etapa el alumno se caracteriza por ser reflexivo y posee un sistema de aprendizaje abstracto del pensamiento que le permite usar la lógica proporcional, el razonamiento científico y el razonamiento proporcional. Paralelamente a este hecho psicológico, desde el punto de vista educativo se plantea la enseñanza y el aprendizaje de capacidades que formalmente se condensan en el Diseño Curricular Nacional (DCN). Es evidente que estas capacidades deben ser evaluadas para determinar si han sido o no desarrolladas. Existen varias técnicas para hacer esta apreciación, una de ellas es la de los test estandarizados. En el país, salvo algunos instrumentos originados por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa del MINEDU, no hay instrumentos que contribuyan a evaluar el logro de las capacidades matemáticas.

En este contexto, debido a que las matemáticas cumplen un rol fundamental en el desarrollo del ser humano y en la construcción del pensamiento abstracto, creemos que es importante que haya una prueba estandarizada que evalúe a los alumnos al finalizar la etapa primaria. Con esta prueba también se pretende verificar si el alumno está apto o no para entrar a la secundaria.

1.1.2. Formulación del problema especifico.

En este conjunto de ideas nos hemos propuesto dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación:

¿Será factible la elaboración y la estandarización de la prueba Mathkou VI en alumnos de sexto grado primaria de Lima Metropolitana?

1.2. Formulación de objetivo.

1.2.1. Objetivo general.

- Elaborar el instrumento de evaluación de matemáticas Mathkou VI para alumnos de 6to grado de primaria de Lima Metropolitana.

1.2.2. Objetivos específicos.

- Establecer la fiabilidad del Mathkou VI mediante la técnica de la consistencia interna.
- Estimar la validez de constructo del Mathkou VI mediante el análisis de su contenido y de su estructura factorial.
- Elaborar baremos en percentiles para la interpretación de la puntuación del Mathkou VI en la población investigada.

1.3. Importancia y justificación del estudio.

El estudio se justifica pues en el actual contexto del bajo rendimiento en matemáticas de nuestros alumnos, sea de educación primaria o secundaria, surge como necesidad del logro de las capacidades matemáticas. En este sentido la elaboración del Mathkou VI y la construcción de sus respectivas normas, entre otros datos, pretende ser una contribución al campo de la pedagogía, psicopedagogía y psicología de nuestro país, entregando un instrumento que permita detectar posibles dificultades en las matemáticas y dar a conocer el grado en que los alumnos lograron la adquisición de las capacidades requeridas en la educación primaria (1er grado a 6to grado) y si serán capaces de enfrentar nuevos aprendizajes en las matemáticas en la educación secundaria, nivel educativo donde por diferentes limitaciones y dificultades se adopta el uso de pruebas construidas en otros contextos, pero no se adaptan psicométricamente a la realidad de Lima Metropolitana con los consiguientes riesgos no solo para los posibles examinados sino también para el desarrollo y producción de conocimientos y la investigación en el Perú.

1.4. Limitaciones de la investigación.

La presente investigación se ha visto limitada en cierta medida en la elaboración del marco teórico, debido a la poca investigación que se realiza en nuestro país acerca de las matemáticas y específicamente sobre la estandarización de instrumentos elaborados en base al DCN, en contraste con otros países como España y Argentina. Asimismo, se enfrentaron múltiples dificultades en relación al acceso a las instituciones privadas, ya que aparte de las cartas de presentación de la Universidad nos solicitaban entrevistas con los miembros de la coordinación académica; dificultades que requirieron tiempo y paciencia para superarlas.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

En el presente capítulo se busca presentar información relevante que sustente la viabilidad de esta investigación a partir de trabajos similares a nivel nacional e internacional, además de trabajar toda una recopilación teórica fundamental de los temas pilares de este trabajo.

2.1. Antecedente de estudio.

2.1.1. Investigaciones nacionales.

El Ministerio de Educación a través de la UMC (Unidad de Medición de la Calidad Educativa), realiza evaluaciones nacionales censales anuales en matemáticas desde el 2007 a los estudiantes de segundo grado de primaria de instituciones educativas con cinco o más alumnos que no aplican en la Educación Intercultural Bilingüe (EIB), obteniéndose los siguientes resultados:

En el 2011 el 13,2% de los alumnos se ubicó en el nivel 2, es decir el estudiante resuelve situaciones matemáticas diversas según lo esperado para el grado, el 35,8% se ubicó en el nivel 1, es decir, el estudiante solo resuelve situaciones matemáticas sencillas y el 51,0% se ubicó debajo del nivel 1, es decir los alumnos tienen dificultades hasta para responder las preguntas más fáciles de la prueba.

En el 2010 el 13,8% de los alumnos se ubicó en el nivel 2, el 32,9% se ubicó en el nivel 1 y el 53,3% se ubicó debajo del nivel 1.

En el 2009 el 13,5% de los alumnos se ubicó en el nivel 2, el 37,3% se ubicó en el nivel 1 y el 49,2% se ubicó debajo del nivel 1.

En el 2008 el 9,4% de los alumnos se ubicó en el nivel 2, el 35,9% se ubicó en el nivel 1 y el 54,7% se ubicó debajo del nivel 1.

En el 2007 el 7,2% de los alumnos se ubicó en el nivel 2, el 36,3% se ubicó en el nivel 1 y el 56,5% se ubicó debajo del nivel 1.

Asimismo se han realizado cuatro evaluaciones muestrales nacionales del rendimiento escolar: Evaluación Nacional 2004 y 2001, CRECER (Crecer con Calidad y Equidad en el Rendimiento). 1998 y 1996; todas fueron diseñadas e implementadas por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC).

En el 2004 se evaluó a los alumnos del 2do y 6to grado de primaria así como de 3ero y 5to de secundaria. Los resultados obtenidos por los estudiantes de 6to grado de primaria se ubicaron en los niveles de: suficiente 7,9%, básico 34,7%, previo 12,7% y 44,7% por debajo de previo.

En el 2001 se evaluó a los alumnos del 4to y 6to grado de primaria, así como 4to de secundaria. Los resultados obtenidos por los estudiantes de 6to grado de primaria se ubicaron en los niveles de: suficiente 7,1%, básico 40,6% y debajo del básico 52,3%.

En 1998 se realizó la segunda evaluación nacional del rendimiento estudiantil CRECER 1998. En primaria, se evaluaron a los estudiantes de cuarto y sexto grado, mientras que en secundaria, se evaluaron a estudiantes de cuarto y quinto grado en el área de matemáticas. En cada grado fueron evaluados alrededor de 17 000 estudiantes distribuidos en, aproximadamente 578 centros educativos.

En 1996 se realizó la primera evaluación nacional del rendimiento estudiantil CRECER 1996. Esta se aplicó a los estudiantes de cuarto grado de primaria en el área de matemáticas. La muestra, representativa a escala nacional y regional, estuvo conformada por aproximadamente 45 000 estudiantes distribuidos en 1 420 centros educativos polidocentes completos de primaria de todo el país, la mayoría de ellos localizados en áreas urbanas.

2.1.2. Investigaciones internacionales.

El Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes o Informe PISA por sus siglas en inglés (Program for International Student Assessment) se basa en el análisis del rendimiento de estudiantes a partir de unos exámenes mundiales que se realizan cada tres años y que tienen como fin la valoración internacional de los alumnos. Este informe es llevado a cabo por la OCDE, que se encarga de la realización de pruebas estandarizadas a estudiantes de 15 años. Perú fue incluido en la extensión de la prueba PISA 2000+ (conocida como PISA 2000 plus). Sin embargo, en las siguientes dos pruebas (PISA 2003 y PISA 2006) no participó.

En el 2009, el Perú se reincorporó a esta evaluación, obteniendo como resultado promedio general en matemáticas 365 puntos, lo que nos ubica en el nivel 1, es decir, los alumnos responden a preguntas relacionadas con contextos cotidianos, en los que está presente toda la información necesaria y las preguntas están claramente definidas, son capaces de identificar la información y llevan a cabo procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas, realizan acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.

La prueba de matemáticas tomada en agosto del 2009 a 7 000 estudiantes de educación secundaria de 250 colegios públicos y privados del país, muestra que, pese a haberse hecho innegables esfuerzos en materia de infraestructura y equipamiento, y haberse dictado importantes medidas en cuanto a evaluación y carrera pública magisterial y otros aspectos, nuestra educación escolar aún deja mucho que desear, debiendo mejorar en forma urgente.

2.2. Bases Científicas.

2.2.1. Las Matemáticas

2.2.1.1. Concepto.

La matemática es una ciencia exacta que se basa en principios de la lógica, y es de utilidad para una gran diversidad de campos del conocimiento, como la economía, la psicología, la biología y la física. Además, la matemática es una ciencia objetiva, pues los temas tratados por ella, no son abiertos a discusión, o modificables por simples opiniones; solo se cambian si se descubre que en ellos hay errores matemáticos comprobables.

Actualmente el concepto de matemáticas excede a su objeto de estudio de cantidad y espacio, tal como era concebida en la antigüedad; pues han aparecido nuevas ramas de esta ciencia que no poseen ese objeto de estudio, como la geometría abstracta y la teoría de conjuntos. Las matemáticas, a partir del siglo XIX, estudian los entes abstractos, como los números y las figuras de la geometría; respecto de sus propiedades, y las relaciones existentes entre ellos. A través de ello, las matemáticas buscan reglas o patrones que se repiten en los entes abstractos, y que ayudan al análisis de los mismos.

Las Matemáticas desarrollan la inteligencia y la capacidad de resolución de problemas lógicos; es un instrumento ampliamente utilizado en las operaciones de la vida cotidiana. Las operaciones matemáticas básicas son entonces: la suma, la resta, la multiplicación y la división; las mismas tienen tanta importancia como el hecho de saber leer y escribir (Torres, 2012)

2.2.1.2. Factores Instrumentales.

Desde el punto de vista educativo, es importante conocer cuáles son las habilidades matemáticas básicas que los niños deben aprender para que sean competentes en el área de matemáticas y así poder interpretar y utilizar un lenguaje matemático en la vida cotidiana.

Smith y Rivera (1991), citado por Defior (2000), agrupan en ocho grandes categorías los contenidos que deben cubrir actualmente la enseñanza de las matemáticas elementales a los niños:

Numeración: para aprender a contar y comprender el sistema numérico decimal, los niños deben haber adquirido una serie de conceptos básicos (mucho, poco, más, menos), captar el concepto de número, su uso y sentido, las diferentes órdenes de unidades y el valor posicional en los números de varias cifras o multidígitos. Los niños logran parte de estos aprendizajes a través de las experiencias informales y la manipulación de objetos, asociando cada número con su representación gráfica, aplicando la numeración en sus experiencias en el mundo real y, por supuesto, en sus experiencias escolares desde el comienzo de la etapa infantil.

Habilidad para el cálculo y la ejecución de algoritmos: dentro del aprendizaje numérico se han señalado sub habilidades como las combinaciones aritméticas que juegan un importante papel en el desarrollo de la habilidad aritmética (3x4=12; 6-3=3); deben practicarse hasta que se hagan automáticas, ya que su uso es constante y facilitan el aprendizaje de los algoritmos y la resolución de problemas.

Algoritmos: son los procedimientos de cálculo compuestos por una secuencia ordenada de pasos que permiten llegar a la solución correcta en operaciones con multidígitos.

Resolución de problemas: es el objetivo último de la enseñanza de las matemáticas, implica al razonamiento matemático aunque también son importantes la rapidez y precisión de cálculo.

Estimación: es una forma de cálculo mental que se utiliza con gran frecuencia en las situaciones cotidianas ya que permite verificar rápidamente los cálculos propios y ajenos. Igualmente, juega un papel importante en los procesos de control de la propia actividad matemática al poner de relieve las incoherencias entre el cálculo realizado y el estimado.

Habilidad para utilizar los instrumentos tecnológicos: incluyen dentro del currículum de matemáticas la enseñanza del uso de la calculadora y del ordenador, que consideran como instrumentos que pueden apoyar el aprendizaje de las matemáticas.

Conocimiento de las fracciones y de los decimales: aunque forman parte del sistema de numeración en su nivel avanzado, se recomienda que se inicie la enseñanza de estos conceptos desde la etapa infantil, por medio de experiencias concretas. Lo que interesa realmente es que los niños comprendan las relaciones entre las partes y el todo y la equivalencia entre fracciones y decimales.

La medida y las nociones geométricas: las diferentes unidades de medida (longitud, tiempo, peso, superficie, volumen y sistema monetario) forman parte de las situaciones cotidianas de la vida y es necesario incluirlas en el currículum de las matemáticas.

Podemos decir que estos ocho aspectos son importantes desde el punto de vista del currículum educativo, ya que sirven como guía para la planificación de los contenidos de la instrucción, sin embargo las habilidades matemáticas básicas que debe adquirir el alumno que termine el sexto grado de primaria son: numeración, cálculo y la resolución de problemas.

2.2.1.3. Teorías sobre la enseñanza de las matemáticas.

El propósito de la enseñanza de las matemáticas no es solo que los niños aprendan fracciones , decimales , unidades de medida y unas nociones geométricas, sino su principal finalidad es saber el sistema de numeración y manejar las cuatro operaciones básicas para poder resolver problemas y aplicar los conceptos y habilidades matemáticas para desenvolverse en la vida diaria.

Con el pasar de los años, según la psicología, el estudio de las matemáticas se ha realizado desde diferentes puntos de vista, a veces enfrentados, subsidiarios de la concepción del aprendizaje en la que se apoyan. Al inicio de la psicología científica hubo un enfrenamiento entre los que defendían el aprendizaje por habilidades matemáticas en base a la práctica y el ejercicio y los que defendían el aprender unos conceptos y una forma de razonar antes de pasar a la práctica y que su enseñanza, por lo que se debía basar fundamentalmente en la significación o en la comprensión de los conceptos. Hay diversas teorías que fundamentan la enseñanza de las matemáticas, como las siguientes:

Teoría del aprendizaje de Thorndike. Según Ruiz (2011), teoría asociacionista, cuya ley del efecto fue muy influyente en el diseño del currículo de las matemáticas elementales en la primera mitad de este siglo. Los conductistas propusieron un aprendizaje pasivo, producto de repetición por asociaciones estímulo-respuesta y una acumulación de partes aisladas, que estaban referidas a la práctica y refuerzo en tareas memorísticas, sin que se viera necesario conocer los factores pre - instrumentales a esta práctica ni brindar una explicación general sobre la estructura de los conocimientos a aprender.

Browell (1947), se opuso a estos aportes. Él defendía el aprendizaje significativo de las matemáticas cuyo objetivo principal tenía que ser la comprensión y no los procedimientos mecánicos del cálculo.

Piaget, también estuvo en contra de los aportes asociacionistas, y estudió las operaciones lógicas a las que consideró prerrequisitos para la comprensión del número y de la medida. Aunque a Piaget no le preocupaban las dificultades de aprendizaje de las matemáticas, muchas de sus teorías siguen activas en la pedagogía elemental incorporándose al mundo escolar de forma sustancial. No obstante, su afirmación de que las operaciones lógicas son un prerrequisito para construir los conceptos matemáticos, ha sido contestada desde teorías más recientes que defienden un modelo de integración de habilidades, siendo importantes tanto el desarrollo de los aspectos numéricos como los lógicos.

Ausubel, Bruner, Gagné y Vygotsky y otros, se preocuparon por el aprendizaje de las matemáticas y por explicar que es lo que manifiestan los niños cuando realizan una actividad matemática, para considerar aspectos cognitivos internos y no referidos a la conducta observable.

Por eso nos centramos en la teoría de la absorción y la teoría cognitiva, postulando diferencias en la naturaleza del conocimiento, cómo se adquiere este y qué significa saber.

a. Teoría de absorción.

Según Ruíz (2011), esta teoría afirma que el conocimiento se adquiere desde el mundo exterior con diferentes formas de aprendizaje:

- Aprendizaje por asociación: según la teoría de la absorción, el conocimiento matemático es, principalmente, un conjunto de datos y técnicas. En el nivel más elemental, aprender datos y técnicas es establecer asociaciones. La producción automática y precisa de una combinación numérica básica es asociar una respuesta específica a un estímulo concreto. Dicha teoría parte del supuesto de que el conocimiento matemático es un conjunto de datos y hábitos compuestos por elementos básicos denominados asociaciones.

- Aprendizaje pasivo y receptivo: Está referido a copiar datos y técnicas sin tener en cuenta los conocimientos previos de los alumnos, es decir, se trata de un proceso pasivo. El aprendizaje es registrada en la mente por repetición, se trabaja bajo el slogan: “La práctica conduce a la perfección”.

- Aprendizaje acumulativo: para la teoría de la absorción, el crecimiento del conocimiento consiste en almacenar datos y técnicas. El conocimiento se amplía mediante la memorización de nuevas asociaciones, es decir, la ampliación del conocimiento es, básicamente un aumento de la cantidad de asociaciones almacenadas.

- Aprendizaje eficaz y uniforme: la teoría de la absorción parte del supuesto de que los niños no tiene saberes previos y se les puede brindar información con facilidad, rapidez y fiabilidad. El aprendizaje debe darse de forma relativamente constante.

- Control externo: el aprendizaje debe controlarse desde el exterior. El maestro debe monitorear la respuesta del alumno mediante el empleo de premios y castigos, es decir, que la motivación para el aprendizaje es externa al niño.

b. Teoría cognitiva.

Según Ruíz (2011), la teoría cognitiva afirma que el conocimiento no es una simple acumulación de información. Lo más importante del conocimiento es la estructura, es decir, elementos de información conectados por relaciones, que forman un todo sistematizado y significativo. Esta teoría refiere que la memoria no es fotográfica, sino que almacenamos relaciones que resumen la información relativa a muchos casos particulares, de esta forma, la memoria puede registrar bastante información de una manera eficiente y económica. Al igual que en la teoría anterior, también nombraremos diferentes aspectos en la adquisición del conocimiento:

- Construcción activa del conocimiento: según esta teoría el aprendizaje no se limita a ser una simplemente absorción y memorización de información del exterior. El crecimiento del conocimiento significativo, sea por asimilación o por por integración de información ya existente, implica una construcción activa.

- Cambios en las pautas de pensamiento: según esta teoría, la adquisición del conocimiento es algo más que la simple memorización de información, en otras palabras, la comprensión aporta puntos de vista más frescos y poderosos. Los cambios de las pautas de pensamiento son esenciales para el desarrollo de la comprensión.

- Límites del aprendizaje: la teoría cognitiva señala que, dado que los niños no se limitan simplemente a absorber información, su capacidad para aprender tiene límites. Los estudiantes construyen su comprensión matemática mediante un proceso pausado. En consecuencia, la comprensión y el aprendizaje significativo dependen de la preparación individual.

- Regulación interna: la teoría cognitiva señala que el aprendizaje puede ser recompensa en sí mismo, es decir, los alumnos presentan curiosidad natural por descubrir el sentido del mundo. A medida que su conocimiento va creciendo, los alumnos buscan espontáneamente retos cada vez mayores. La mayoría de los niños pequeños abandonan las tareas que no encuentran interesantes, no obstante, cuando trabajan en problemas que captan su interés, ellos dedican una gran cantidad de tiempo hasta llegar a dominarlos.

Asimismo la teoría cognitiva se basa en que el alumno es el centro de atención, su participación es activa en clase, la comunicación entre alumno y profesor es bidireccional y el aprendizaje de los contenidos está ligado a situaciones cotidianas lo cual esto generaría en los alumnos un aprendizaje significativo.

Actualmente consideramos que la tendencia del método de enseñanza está ligada más a la teoría cognitiva que a la teoría de la absorción puesto que la memoria tiene un papel importante en el aprendizaje de las matemáticas pero no es el objetivo de la materia.

2.2.1.4. Desarrollo del pensamiento matemático.

Un referente en el desarrollo de este pensamiento es la teoría de Piaget, según Ruiz (2011), quien asume un postulado universalista sobre el desarrollo del pensamiento humano. De este modo se interpreta que los niños evolucionan a través de una secuencia ordenada de estadíos, lo que presupone una visión discontinua del desarrollo.

Según esta teoría, la interpretación que realizan las persones sobre el mundo es distinta dentro de cada estadío, alcanzando su nivel máximo de desarrollo en la adolescencia y en la etapa adulta. En consecuencia la causa del cambio es interna al individuo y que este busca de forma activa el entendimiento del mundo que lo rodea.

El conocimiento del mundo que posee la persona cambia cuando lo hace la estructura cognitiva que soporta dicha información. Es decir, el conocimiento no es un fiel reflejo de la realidad hasta que el sujeto alcance el pensamiento formal, ya que las estructuras cognitivas imponen importantes sesgos sobre la información que el sujeto percibe del medio. Así, esta particular visión del desarrollo implica la realización de un análisis sobre las diferentes estructuras cognitivas que surgen a lo largo de la evolución.

En opinión de Ruíz (2011), en la concepción de la teoría piagetiana sobre la comprensión y organización de cualquier aspecto del mundo, se puede encontrar tres niveles en el desarrollo infantil:

Nivel A: cuando un niño está en este nivel sus creencias no le permiten una correcta lectura de la experiencia.

Nivel B: en este nivel el niño realiza una adecuada lectura de la experiencia, pero se equivoca cuando se le hace una contra sugerencia.

Nivel C: el niño es seguro de lo que sabe, y por lo tanto, no sucumbe a la contra sugerencia.

En el marco de la teoría piagetiana, el niño va comprendiendo progresivamente el mundo que le rodea del siguiente modo:

- Mejorando su sensibilidad a las contradicciones.
- Realizando operaciones mentales.
- Comprendiendo las transformaciones. (Conservación de la sustancia, del peso y del volumen).
- Aprendiendo a clasificar (colecciones figúrales, no figúrales, clasificación propiamente dicha).
- Aprendiendo a realizar series.
- Adquiriendo la noción de número.

En el marco de la teoría de Piaget y la matemática moderna, Moreno y otros (1984) realizaron un estudio denominado “Los conjuntos y los niños: una intersección vacía”. En este trabajo se hace una reflexión sobre el hecho de que siempre se ha considerado a las matemáticas como una asignatura difícil pero necesaria por su gran valor formativo y reflexivo. (Ruiz, 2011).

Moreno y otros (1984), citados en Ruiz (2011), sostiene que las matemáticas tradicionales se basaban fundamentalmente en la repetición y en la memorización de resultados y operaciones, por lo que a finales de los años 50 se inicia un movimiento de renovación bajo el título de matemática moderna. Se desarrolla a finales del siglo XIX gracias a los trabajos de Cantor.

Piaget sostiene que el niño en su desarrollo realiza espontáneamente clasificaciones, compara conjuntos de elementos y ejecuta otras muchas actividades lógicas. Para ello realiza operaciones que se describen en la teoría de conjuntos. Lo que se pretende con la enseñanza de los conjuntos es que el niño tome conciencia de sus propias operaciones.

Por otro lado, el conocimiento lógico-matemático después de la obra de Piaget, fue analizado por una de sus seguidoras: Constante Kamii (1982), quien diferencia tres tipos de conocimientos: el físico, el lógico-matemático y el social. Se dice que el conocimiento físico es un conocimiento de los objetos de la realidad externa. El conocimiento lógico-matemático no es un conocimiento empírico, sino que su origen está en la mente de cada individuo. El conocimiento social depende de sus relaciones sociales y contexto. Tanto para adquirir el conocimiento físico como el social se necesita del conocimiento lógico-matemático que el niño construye.

El conocimiento lógico-matemático es el tipo de conocimiento que los niños mismos deben y pueden construir. Los algoritmos y el sistema de base decimal han sido enseñados durante mucho tiempo como si la aritmética fuera un conocimiento social o físico. Ahora podemos ver que si algunos niños comprenden el sistema decimal y los algoritmos es porque ya han construido el conocimiento lógico-matemático.

En el desarrollo del pensamiento matemático otro referente es Vigotsky, sobre todo en lo concerniente al sujeto, interacción y contexto. Según Ruiz (2011), esta teoría ha sido elaborada sobre la premisa de que el desarrollo cognoscitivo del niño está muy relacionado con el mundo social al que está inmerso. El desarrollo debe ser explicado no solo como algo que tiene lugar apoyado socialmente, mediante la interacción con los otros, sino también como algo que implica el desarrollo de una capacidad que se relaciona con instrumentos que mediatizan la actividad intelectual.

La perspectiva que adopta Vigotsky para abordar el tema de las relaciones recíprocas entre el hombre y el medio incluye el estudio de cuatro niveles de desarrollo entrelazados:

- Desarrollo filogenético: estudio del lento cambio de la historia de las especies.
- Desarrollo ontogenético: estudio de las transformaciones del pensamiento y la conducta que surgen en la historia de los individuos.
- Desarrollo sociocultural: es la cambiante historia cultural que se transmite al individuo en forma de tecnologías, además de determinados sistemas de

valores, esquemas y normas, que permiten al ser humano desenvolverse en las distintas situaciones.

- El desarrollo microgenético: es el aprendizaje que los individuos llevan a cabo, en contextos específicos de resolución de problemas, construido sobre la base de la herencia genética y sociocultural.

Vygotsky (1978), citado por Ruiz (2011), considera el contexto sociocultural como aquello que llega a ser accesible para el individuo a través de la interacción social con otros miembros de la sociedad, que conocen mejor las habilidades e instrumentos intelectuales, y menciona que, la interacción del niño con miembros más competentes de su grupo social es una característica esencial del desarrollo cognitivo.

Este autor propuso la idea de que los niños desempeñan un papel activo en su propio desarrollo. Asimismo, Vygotsky se centra en comprender los procesos mentales superiores para ampliar el pensamiento más allá del nivel “natural”.

Bruner es otro autor cuyos aportes son referencia obligatoria en el pensamiento lógico matemático. Al igual que Piaget (1952), según Ruiz (2011), Bruner, aceptó la idea de Baldwin de que el desarrollo intelectual del ser humano está modelado por su pasado evolutivo y que el desarrollo intelectual avanza mediante una serie de acomodaciones en las que se integran esquemas o habilidades de orden inferior para formar otros de orden superior.

Bruner también consideró que la cultura y el lenguaje del niño desempeñan un papel importante en su desarrollo intelectual. Según Ruiz (2011), para Bruner, las diversas capacidades biológicas que surgen durante los dos primeros años de vida son las de: codificación inactiva, icónica y simbólica. Éstas aparecen entre los 6 y 18 meses de vida. Adquieren importancia porque permiten a los niños pequeños elaborar sistemas representacionales, es decir sistemas para codificar y transformar la información a la que están expuestos y sobre la que deben actuar.

Según Bruner, citado por Ruiz (2011), en el niño se produce el aprendizaje por descubrimiento, en el que el profesor debe motivar a los estudiantes a que ellos mismos descubran relaciones entre conceptos y construyan proposiciones. Esta perspectiva del aprendizaje ha ejercido una gran influencia en el campo de la enseñanza de las matemáticas. Esta influencia se observa en los análisis que se realizan sobre el tipo de representación que utilizará el alumno y el tipo de lenguaje utilizado.

La matemática no escolar o matemática informal de los niños se desarrollaba a partir de las necesidades prácticas y experiencias concretas. Como ocurrió en el desarrollo histórico, contar desempeña un papel esencial en el desarrollo de este conocimiento informal, a su vez, el conocimiento informal de los niños precede al conocimiento formal que se aprende en la escuela.

A continuación vamos definir distintos modos de conocimiento de los niños en el campo de la matemática según Ruíz (2011).

a. Conocimiento Intuitivo

- Sentido natural del número: desde hace mucho tiempo se tiene la creencia que los niños pequeños presentan carencias esencialmente de pensamiento matemático. Para poder saber si el niño pequeño es capaz de diferenciar entre conjuntos de cantidades variantes se realiza un experimento que consiste en mostrar al niño 3 objetos, por ejemplo por un tiempo determinado. Pasado un tiempo, se le añade o se le quita un objeto y si el niño no le presta atención, será porque no se ha percatado de la diferencia incluso le pondrá más atención porque le parecerá algo nuevo. El sentido numérico de un niño pequeño es limitado. Los niños pequeños no pueden diferenciar entre números pequeños y de igual forma no puedan ordenarlos por orden de magnitud.

- Nociones intuitivas de magnitud y equivalencia: pese a todo, el sentido numérico básico de los niños constituye la base del desarrollo matemático. Cuando los niños empiezan a andar no solo diferencia entre conjuntos de tamaño diferente sino que también puede realizar comparaciones gruesas entre magnitudes. Ya a los dos años de edad, los niños aprenden palabras para expresar relaciones matemáticas que pueden asociarse a sus experiencias concretas. Asimismo se evidencia que comprende igual, diferente y más. Respecto a la equivalencia, hemos de resaltar investigaciones que confirman que cuando a los niños se les pide que cual de dos conjuntos tienen “mas”, los preescolares atrasados y los niños pequeños de culturas no alfabetizadas pueden hacerlo rápidamente y sin contar. Casi todos los niños que son insertados a la escuela tendrían que ser capaces de distinguir y nombrar como “más” al mayor de dos conjuntos manifiestamente distintos.

- Nociones intuitivas de la adición y la sustracción: los niños reconocen rápidamente que añadir un objeto a una colección hace que sea “más” y que quitar un objeto hace que sea “menos”. Pero el problema se da con la aritmética intuitiva que es imprecisa. Ya que un niño pequeño cree que 5 + 4 es “más que” 9 + 2 porque para ellos se añaden más objetos al primer recipiente que al segundo. Evidentemente la aritmética intuitiva es imprecisa.

b. Conocimiento informal.

Con referencia a la prolongación práctica. Los niños, tienden a encontrar que el conocimiento intuitivo, no es suficiente para asumir tareas cuantitativas. Por otro lado, se apoyan cada vez más en herramientas más precisas y fiables: numerar y contar. En realidad, a poco tiempo de empezar a hablar, los niños empiezan a aprender los nombres de los números. Hacia los dos años, comienzan a emplear la palabra “dos” para designar todas las pluralidades; a los dos años y medio, los niños comienzan a hacer uso de la palabra “tres” para designar a muchos objetos. Por tanto, contar se apoya en el conocimiento intuitivo y lo complementa en gran parte. Por medio del empleo de la percepción directa juntamente con contar, los niños descubren que las etiquetas numéricas como tres no están ligadas a la apariencia de conjuntos y objetos y son útiles para especificar conjuntos equivalentes. Contar coloca el número abstracto y la aritmética elemental al alcance del niño pequeño.

Asimismo presenta limitaciones: Siendo que la matemática informal representa una elaboración fundamentalmente relevante de la matemática intuitiva, también evidencias limitaciones prácticas. El contar y la aritmética informal se hacen cada vez menos útiles a medida que los números se hacen mayores. Los métodos informales se van haciendo cada vez más propensos al error. Es por ello, los niños pueden llegar a ser completamente incapaces de realizar procedimientos informales con números mayores.

c. Conocimiento formal.

Es importante que los niños aprendan los conceptos de las órdenes de unidades de base diez. Para tratar con cantidades mayores, asimismo es importante pensar en términos de unidades, decenas, centenas… en pocas palabras, la matemática formal les permite a los niños pensar de una manera abstracta y abordar con eficacia los problemas en los que intervienen números grandes.

Desde el punto de vista educativo, es relevante tener conocimiento cuáles son las habilidades matemáticas elementales los niños deben aprender para poder así determinar donde se sitúan las dificultades y planificar su enseñanza. Desde una perspectiva psicológica, interesa estudiar los procesos cognitivos que subyacen a cada uno de estos aprendizajes. Smith y Rivera (1991) según Citoler (1996, p 189), y estos son agrupados en ocho grandes categorías los contenidos que debe cubrir actualmente la enseñanza de las matemáticas elementales son los siguientes:

- Numeración.
- Habilidad para el cálculo y la ejecución de algoritmos.
- Resolución de problemas.
- Estimación.
- Habilidad para utilizar los instrumentos tecnológicos.
- Conocimiento de las fracciones y los decimales.
- La medida.
- Las nociones geométricas.

2.2.1.5. Competencias matemáticas.

Según Ruiz (2011), los diversos autores comparten el objetivo de comprender el comportamiento, pero difieren en los niveles de análisis que acogen (sean estos cognitivo, conductual y fisiológico) y en las tres áreas de conducta (social, emocional e intelectual). Los profesionales del área educativa, no pueden dividir al alumno, puesto que el niño es un ser integral, por lo cual deben tomar en cuenta aspectos como: su estado social, emocional e intelectual, haciendo uso de los niveles de análisis, sólo así comprenderemos en muchas ocasiones cómo se ha producido el aprendizaje o por qué se ha producido el "no-aprendizaje".

Según Ruiz (2011), cuando nos referimos al aprendizaje matemático debemos distinguir entre los aspectos computacionales de las matemáticas y los aspectos conceptuales. Por tal sentido se puede afirmar que la competencia matemática está compuesta por tres aspectos: aspectos procedimentales, aspectos conceptuales y aspectos simbólicos.

Un aspecto importante que debemos de tener en cuenta es la denominación, ya que el lenguaje humano está íntimamente ligado a la formación de conceptos. A los niños se les hace dificultoso separar un concepto de su nombre. La diferencia entre un concepto y su nombre es algo fundamental. Un concepto es una idea; el nombre de un concepto es un sonido, o una marca sobre el papel asociada con él.

Se destaca la importancia que nuestro conocimiento cotidiano se aprende directamente a través de nuestro ambiente en donde nos desenvolvemos, y los conceptos que se emplean no son muy abstractos. En cuanto a los conceptos matemáticos nos referimos a su gran capacidad de abstracción y generalidad, lograda por generaciones sucesivas de sujetos especialmente inteligentes, puesto que las matemáticas no pueden aprenderse directamente del entorno cotidiano sino que se necesita un mediador, en este caso nos referimos a un profesor de matemáticas que establezca el “andamiaje” correcto, controlando lo que el alumno sabe y a qué objetivo lo quiere llevar.

a. Sub área numeración.

A través de la historia, el aprendizaje de las matemáticas es un proceso lento, constructivo, en el que los conocimientos se van integrando de forma parcial y gradualmente hasta que se constituye la habilidad global (por ejemplo, la numeración comienza con la serie hasta 9 y sucesivamente se va haciendo más compleja incorporando las órdenes de unidades y el valor posicional de los números; del mismo modo; las operaciones aritméticas con dígitos hasta 9 se complementan con las que superan la decena, integrando los procedimientos de llevada. (Citoler, 1996).

Gradualmente se tiende a desarrollar los conceptos numéricos, y eso no está referido a un cambio en las estructuras lógicas se da más bien por resultado directo que el niño tiene en su ambiente que a medida que pasa el tiempo se van haciendo más sofisticadas.

Gelman y Gallistel (1978) Dieron a conocer que los niños pueden contar objetos cuando han dominado cinco principios que participan en la habilidad de contar que son:

- Correspondencia uno a uno o correspondencia biunívoca entre los números y objetos: implica el conocimiento de que a cada objeto de una colección le corresponde un solo número.

- Ordenación estable: los hombres de los números siguen un orden estable y fijo; la asignación del número a los objetos que se cuentan debe realizarse en ese orden.
- Cardinalidad: el último número de una secuencia numérica es el cardinal o el último número que se aplica al contar una serie de objetos es el que indica el número de objetos de ese conjunto.
- Abstracción: permite saber cuáles son los objetos o fenómenos que son enumerables y que los principios anteriores se aplican a diferentes grupos de objetos independientemente de sus características o cualidades físicas (color, tamaño, forma, etc).
- Irrelevancia del orden: se refiere al carácter arbitrario de la asociación de un número con un objeto, ya que la posición del objeto en una secuencia no es importante.

Gelman y Gallistel (1978) hacen referencia que el desarrollo de estas cinco sub habilidades debe estimularse durante la etapa infantil y, obviamente, cuando se presentan dificultades en el aprendizaje de la numeración y del conteo. Si no se dominan, no es posible el progreso en la habilidad matemática puesto que es la base para comprender las operaciones aritméticas y el valor posicional de los números.

La capacidad de contar se desarrolla jerárquica y paulatinamente integrando esta serie de principios. Los niños deben practicar las habilidades de contar de manera progresiva (0,1,2,3,4,5), regresiva (5,4,3,2,1,0) y a intervalos (de 2 en 2, de 3 en 3;

etc). Por medio de la práctica la habilidad se llega a consolidar y se va haciendo cada vez más automática, lo cual genera que su ejecución requiera menor atención consciente. Los niños se dan cuenta de que el término numérico que sigue a otro significa "más" que el anterior y viceversa, lo cual da paso a la comparación de magnitudes (mayor que, menor que) y a las relaciones de equivalencia (igual que), donde ya no influye el aspecto perceptivo de los grupos de objetos a comparar sino su número.

b. Sub área cálculo.

A partir de las experiencias informales y formales de contar, los niños van elaborando una serie de conceptos aritméticos básicos, principalmente el de adición entendida como añadir y la sustracción restringida a la idea de quitar. En la realización de los cálculos se produce un paulatino desplazamiento desde los métodos matemáticos informales a los formales y se van afianzando las cuatro operaciones básicas y los algoritmos para resolverlas. (Citoler, 1998).

c. Sub área resolución de problema.

Lesh y Zawojewski (2007), la resolución de problemas fue definida por los autores como "el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual envuelve varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas". Un aspecto importante en esta caracterización es que la comprensión o el desarrollo de las ideas matemáticas implican un proceso de reflexión donde el estudiante constantemente refina o transforma sus ideas y formas de pensar como resultado de participar activamente en una comunidad de práctica o aprendizaje. Lo importante en esta visión es que el estudiante desarrolle recursos, estrategias, y herramientas que le ayude a recuperarse de dificultades iniciales y robustecer sus formas de pensar acerca de su propio aprendizaje y la resolución de problemas.

Se identifica a la resolución de problemas como una forma de pensar donde una comunidad de aprendizaje (los estudiantes y el profesor) buscan diversas maneras de resolver la situación y reconocen la relevancia de justificar sus respuestas con distintos tipos de argumentos. Es decir, el objetivo no se basa en reportar una respuesta sino que también se debe identificar y contrastar diversas maneras de representar, explorar y resolver el problema. Y tiende a contemplar actividades que permitan extender el problema inicial y formular conjeturas y otros problemas. Esta forma de pensar es consistente con los rasgos fundamentales del pensamiento matemático alrededor de la resolución de problemas.

Schoenfeld (1985, p. 12) concluye que la resolución de problemas: Aprender a pensar matemáticamente: implica más que tener una gran cantidad de conocimiento de la materia al dedillo. Incluye ser flexible y dominar los recursos dentro de la disciplina, hacer uso del conocimiento propio eficientemente, y comprender y aceptar las reglas tácitas de juego.

En esta óptica se reconoce que un aspecto central en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes es que adquieran los caminos, estrategias, recursos y una disposición para involucrarse en actividades que reflejen el quehacer matemático. Es decir, se reconoce la importancia de relacionar el proceso de desarrollar la disciplina con el aprendizaje o construcción del conocimiento matemático.

Aprender a pensar matemáticamente significa: desarrollar un punto de vista matemático que valore el proceso de matematización y abstracción y tener la preferencia de aplicarlos, y desarrollar una competencia con las herramientas de trabajo, y usarlas en el servicio de la meta de aprender estructuras del desarrollo del sentido matemático. (Schoenfeld, 1994:60)

Así el desafío de la instrucción matemática es brindar condiciones para generar un ambiente que realmente refleje los valores propios de la actividad matemática. ¿Qué condiciones son necesarias y favorecen el desarrollo de los valores del quehacer de la disciplina en los estudiantes?

Schoenfeld (1992) citado por Manuel Santos Trigo plantea que:

…Para desarrollar los hábitos matemáticos adecuados y disposiciones de interpretación y encontrar sentido [a las ideas matemáticas] también como los modos apropiados de pensamiento matemático- las comunidades de práctica en la cual ellos [los estudiantes] aprenden matemáticas deben reflejar y promover esas formas de pensamiento. Es decir, las aulas de clase deben ser comunidades en los cuales el sentido matemático, del tipo que esperamos desarrollen los estudiantes, se practique (p.345).

Los principios de resolución de problemas se relacionan con la forma en que se conceptualiza la disciplina. Schoenfeld reconoce que un punto importante en la caracterización de la naturaleza de las matemáticas es pensarla como la ciencia de los patrones.

Las matemáticas dan a conocer patrones escondidos que nos ayudan a comprender nuestro entorno por el cual estamos rodeados. El proceso de “hacer” matemáticas es más que cálculos y deducciones; implica la observación de patrones, la prueba de conjeturas, la estimación de resultados (NRC, 1989, p. 31) (citado en Schoenfeld, 1992, p. 343).

Estos patrones pueden ser numéricos, entre figuras o formas, normas de movimiento y en general patrones de comportamiento de relaciones. Además, los patrones pueden ser reales o imaginarios, visuales o mentales, dinámicos o estáticos, cualitativos o cuantitativos, de interés utilitario o de carácter recreativo.
El referente de estudio de estos patrones puede ser el mundo que nos rodea o una reflexión pura de la mente del individuo. Devlin (1994) selecciona seis temas generales para caracterizar a las matemáticas:

- Patrones numéricos conllevan al reconocimiento de propiedades de colecciones de números.
- Patrones de razonamiento y comunicación que incorpora procesos de argumentación y prueba;

- Patrones de movimiento y cambio donde las matemáticas proveen los objetos (números, puntos, líneas, ecuaciones, gráficas, etc.) para estudiar fenómenos en movimiento.
- Patrones entre figuras o formas geométricas que permiten identificar y examinar propiedades de colecciones de esas figuras;
- Patrones de simetría y regularidad que permiten capturar relaciones profundas o abstractas de las figuras u objetos; y
- Patrones de posición donde interesa analizar y describir patrones de acuerdo a su posición y no tanto bajo la consideración de sus propiedades geométricas.

La interacción es un aspecto esencial durante los problemas o contenidos matemáticos, ya que los estudiantes deben buscar, representar y describir cambios o formas de variación (incluyendo invariantes) entre los objetos o atributos asociados con la actividad que los lleven a la identificación de patrones, conjeturas o relaciones.

Según Polya en 1945, menciona cuatro componentes para la resolución de problemas:

Definir el problema, es el primer paso para comprenderlo. Implica analizar cuál es la información esencial y cuál es la irrelevante, determinar la incógnita y los datos, examinar las relaciones entre ambos y representarse la meta del problema, pueden ayudar en esta fase estrategias como formularse preguntas, expresar el problema con palabras propias, representarlo mediante ilustraciones, objetos, diagramas, etc.

Planificar la solución, implica conocer los conceptos y las estrategias de resolución. En tal sentido puede ayudar estrategias como el recuerdo de problemas similares con el cual se ha enfrentando con anterioridad, descomponer el problema en partes.

Ejecutar el problema, consiste en ejecutar una secuencia de pasos diseñadas en el plan, comprobando la corrección de cada paso. Implica el conocimiento de los procedimientos para realizar los cálculos necesarios.

Revisar, se basa en verificar la solución obtenida para comprobar el razonamiento y el resultado. Es muy importante la comparación de éste último con la estimación aproximada de la solución.

Mayer propone cuatro fases para la resolución de problemas:

- Representación del problema, para lo que se necesita traducir la información lingüística y factual del problema en una representación interna.
- Planificación de la solución.
- Ejecución de la solución.
- Guiado y control de la solución.

Desde estos planteamientos se pueden extraer una serie de sugerencias útiles de cara a la práctica educativa (Baroody, 1989, p242 – 245). Una primera implicación es la necesidad de hacer que los alumnos sean conscientes de la importancia de comprender el problema antes de pensar el modo más adecuado de resolverlo. En la práctica, esto se traduce en que lean el problema por completo, varias veces si es necesario, hasta entender cuáles son las cuestiones que se plantean y sólo entonces se empezará a la búsqueda de los procedimientos más adecuados para su resolución. Los niños, con frecuencia, ignoran la importancia de esta lectura y es imprescindible que tomen conciencia de que, en primera instancia, deben abordar el problema como si se tratara de una lectura.

2.2.2. Diseño Curricular Nacional (DCN).

Para esta investigación utilizaremos el Diseño Curricular Nacional Peruano 2009 (DCN); considerando el área de matemáticas de sexto grado de primaria, las capacidades y conocimientos de numeración, calculo y resolución de problemas.

El área curricular de matemática según el DCN peruano se orienta a desarrollar el pensamiento matemático y el razonamiento lógico del estudiante, desde los primeros grados, con la finalidad que vaya desarrollando las capacidades que requiere para plantear y resolver con actitud analítica los problemas de su contexto y de la realidad.

El razonamiento lógico, el aprendizaje de conceptos matemáticos, los métodos de resolución de problemas y el pensamiento científico son desarrollos imprescindibles para los estudiantes, quienes requieren una cultura científica para la comprensión del mundo que los rodea y sus transformaciones.

La institución educativa, mediante las matemáticas, favorece el rigor intelectual propio del razonamiento y la investigación. Ofrece a los estudiantes experiencias enriquecedoras para el desarrollo de sus capacidades y actitudes científicas, así como la adquisición y aplicación de conocimientos científicos naturales y tecnológicos, teniendo como sustento conceptual el dominio de la matemática como ciencia formal.

El desarrollo del pensamiento matemático contribuye decisivamente al planteamiento y solución de problemas de la vida. Niños, jóvenes y adultos nos encontramos inmersos en una realidad de permanente cambio como resultado de la globalización y de los crecientes avances de las ciencias, las tecnologías y las comunicaciones. Estar preparados para el cambio y ser protagonistas del mismo exige que todas las personas, desde pequeñas, desarrollen capacidades, conocimientos y actitudes para actuar de manera asertiva en el mundo y en cada realidad particular.

En este contexto, el desarrollo del pensamiento matemático y el razonamiento lógico adquieren significativa importancia en la educación básica, permitiendo al estudiante estar en capacidad de responder a los desafíos que se le presentan, planteando y resolviendo con actitud analítica los problemas de su realidad.

La matemática forma parte del pensamiento humano y se va estructurando desde los primeros años de vida en forma gradual y sistemática, a través de las interacciones cotidianas. Los niños observan y exploran su entorno inmediato y los objetos que lo configuran, estableciendo relaciones entre ellos cuando realizan actividades concretas de diferentes maneras: utilizando materiales, participando en juegos didácticos y en actividades productivas familiares, elaborando esquemas, gráficos, dibujos, entre otros. Estas interacciones le permiten plantear hipótesis, encontrar regularidades, hacer transferencias, establecer generalizaciones, representar y evocar aspectos diferentes de la realidad vivida, interiorizarlas en operaciones mentales y manifestarlas utilizando símbolos.

De esta manera el estudiante va desarrollando su pensamiento matemático y razonamiento lógico, pasando progresivamente de las operaciones concretas a mayores niveles de abstracción. Ser competente matemáticamente supone tener habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad y aplicarlos con propiedad en diferentes contextos.

Desde su enfoque cognitivo, la matemática permite al estudiante construir un razonamiento ordenado y sistemático. Desde su enfoque social y cultural, le dota de capacidades y recursos para abordar problemas, explicar los procesos seguidos y comunicar los resultados obtenidos .Las capacidades al interior de cada área se presentan ordenadas de manera articulada y secuencial desde el nivel de Educación Inicial hasta el último grado de Educación Secundaria.

En el caso del área de matemática, las capacidades explicitadas para cada grado involucran los procesos transversales de razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas, siendo este ultimo el proceso a partir del cual se formulan las competencias del área en los tres niveles.

- El proceso de razonamiento y demostración implica desarrollar ideas, explorar fenómenos, justificar resultados, formular y analizar conjeturas matemáticas, expresar conclusiones e interrelaciones entre variables de los componentes del área y en diferentes contextos.

- El proceso de comunicación matemática implica organizar y consolidar el pensamiento matemático para interpretar, representar (diagramas, graficas y expresiones simbólicas) y expresar con coherencia y claridad las relaciones entre conceptos y variables matemáticas; comunicar argumentos y conocimientos adquiridos; reconocer conexiones entre conceptos matemáticos y aplicar la matemática a situaciones problemáticas reales.

- El proceso de resolución de problemas implica que el estudiante manipule los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental, ejercite su creatividad, reflexione y mejore su proceso de pensamiento al aplicar y adaptar diversas estrategias matemáticas en diferentes contextos. La capacidad para plantear y resolver problemas, dado el carácter integrador de este proceso, posibilita la interacción con las demás aéreas curriculares coadyuvando al desarrollo de otras capacidades; asimismo, posibilita la conexión de las ideas matemáticas con intereses y experiencias del estudiante.

El desarrollo de estos procesos exige que los docentes planteen situaciones que constituyan desafíos para cada estudiante, promoviéndolos a observar, organizar datos, analizar, formular hipótesis, reflexionar, experimentar empleando diversos procedimientos, verificar y explicar las estrategias utilizadas al resolver un problema; es decir, valorar tanto los procesos matemáticos como los resultados obtenidos.

Para fines curriculares, el área de las matemáticas se organiza en función de:

Número, relaciones y operaciones: está referido al conocimiento de los números, el sistema de numeración y el sentido numérico, lo que implica la habilidad para descomponer números naturales, utilizar ciertas formas de representación y comprender los significados de las operaciones, algoritmos y estimaciones. También implica establecer relaciones entre los números y las operaciones para resolver problemas, identificar y encontrar regularidades.

La comprensión de las propiedades fundamentales de los sistemas numéricos y la vinculación entre estos y las situaciones de la vida real, facilita la descripción e interpretación de información cuantitativa estructurada, su simbolización y elaboración de inferencias para llegar a conclusiones.

Geometría y medición: se espera que los estudiantes examinen y analicen las formas, características y relaciones de figuras de dos y tres dimensiones; interpreten las relaciones espaciales mediante sistemas de coordenadas y otros sistemas de representación y aplicación de transformaciones y la simetría en situaciones matemáticas; comprendan los atributos mensurables de los objetos, así como las unidades, sistemas y procesos de medida, y la aplicación de técnicas, instrumentos y formulas apropiadas para obtener medidas.

Estadística: los estudiantes deben comprender elementos de estadística para el recojo y organización datos, y para la representación e interpretación de tablas y graficas estadísticas. La estadística posibilita el establecimiento de conexiones importantes entre ideas y procedimientos de lo referido a los otros dos organizadores del área.

Asimismo, muestra cómo pueden tratarse matemáticamente situaciones inciertas y graduar la mayor o menor probabilidad de ciertos resultados. Los estudiantes deben ser capaces de tomar decisiones pertinentes frente a fenómenos aleatorios, lo cual se articula con Educación Secundaria al introducirse elementos básicos sobre probabilidad.

En síntesis, de lo antes revisado y los aspectos teóricos tratados en propósito del estudio, podemos decir que las matemáticas tienen diferentes enfoques cognitivos según los autores mencionados en la primera parte de la investigación. Asimismo, el Diseño Curricular Nacional (DCN) ha condensado toda esta información bajo la base de los fundamentos que explican el qué, el para qué y el cómo enseñar y aprender. Propone competencias específicas para el sexto grado de primaria, las cuales se adquieren en un proceso continuo a través del desarrollo de capacidades, conocimientos, actitudes y valores debidamente organizados, que deben ser trabajados en la institución educativa con el propósito de evidenciar el saber actuar de los alumnos.

El DCN impulsa la práctica de un enfoque de logros de aprendizaje por competencias las cuales implican actuaciones y apropiaciones por parte de las personas para plantear y resolver problemas económicos, sociales, culturales y políticos, es decir, de un saber hacer, de un actuar de tipo interpretativo, argumentativo y propositivo.

Por otro lado, hay que tener en cuenta que la adquisición de una competencia supone evaluar el logro de las capacidades, conocimientos y actitudes bajo criterios más cualitativos que cuantitativos, lo que quiere decir, que el trabajo en base a competencias significa un esfuerzo mayor de aprendizaje; su logro es más exigente e implica una dedicación muchísimo mayor de lo que demanda el aprendizaje convencional. En efecto, ser competente es no solo manejar conocimientos, conocer y comprender los conceptos para ejercer una responsabilidad, sino tener la habilidad para aplicar o reproducir ese conocimiento en situaciones distintas, es decir, alcanzar un aprendizaje significativo y proyectar actitudes positivas al momento de interactuar, es decir, saber escuchar.

Por consiguiente hemos construido la prueba Mathkou VI, para alumnos de sexto grado de primaria en base a las competencias y capacidades que propone el DCN, con la finalidad de dar a conocer el desenvolvimiento matemático de los alumnos en instituciones educativas privadas y estatales de Lima Metropolitana.

2.2.2.1. Competencias de sexto grado de primaria.

Las competencias transversales a desarrollar en el sexto grado de primaria son las siguientes:

a. Numero, relaciones y operaciones.

Resuelve y formula problemas cuya solución requiera de la transformación de figuras geométricas en el plano, argumentando con seguridad, los procesos empleados y comunicándolos en lenguaje matemático.

b. Geometría y medición.

Resuelve y formula problemas cuya solución requiera de relaciones métricas y geométricas en la circunferencia, círculo, prisma recto y poliedro; argumentando con seguridad, los procesos empleados en su solución, y comunicándolos en lenguaje matemático.

c. Estadística.

Resuelve con autonomía y formula con seguridad, problemas cuya solución requiera establecer relaciones entre variables, organizarlas en tablas y graficas estadísticas, interpretarlas y argumentarlas.

2.2.2.2. Cuadro de capacidades y conocimientos.

Cuadro 1: Capacidades y contenidos del DCN

CAPACIDADES	CONOCIMIENTOS
1. Formula secuencias con números naturales y decimales exactos.	• Secuencias con números naturales y decimales.
2. Resuelve problemas que implican proporcionalidad directa y porcentaje.	• Proporcionalidad directa e inversa. • Gráficas lineales.
3. Resuelve problemas que implican equivalencias y cambios monetarios.	• Equivalencias y cambio monetario.
4. Interpreta y representa el valor posicional de los números naturales y decimales.	• Valor posicional de números decimales.
5. Compara y ordena números naturales, fracciones y números decimales exactos hasta los centésimos.	• Relación de orden entre números naturales, fracciones y decimales exactos. • Números decimales en la recta numérica.
6. Identifica y explora estrategias para el cálculo de operaciones combinadas y formulación de patrones matemáticos con uso de calculadora u otro recurso de las TIC.	• Operaciones combinadas.
7. Resuelve y formula problemas que implican operaciones combinadas con números naturales, fracciones y decimales.	• Adición, sustracción, multiplicación y división de números decimales. • Adición, sustracción, multiplicación y división con fracciones. • Operaciones combinadas con números naturales, fracciones y decimales.
8. Interpreta el Máximo Común Divisor (MCD) y el Mínimo Común Múltiplo (MCM) de números naturales.	• Múltiplos y divisores de un número.
9. Resuelve problemas que involucran el MCD.	• Máximo Común Divisor (MCD)
10. Resuelve problemas que involucran el MCM.	• Mínimo Común Múltiplo (MCM)
11. Identifica factores primos de un número natural.	• Factores primos de un número.
12. Interpreta y representa números decimales en la recta numérica, usando aproximaciones sucesivas a las decimas y	• Encuadramiento de números decimales.

centésimas.	
13. Interpreta el cuadrado y cubo de un número menor que 50, a partir de la multiplicación y suma sucesiva.	• Cuadrado de un número menor que 50. • Cubo de un número menor que 50.
14. Mide y construye ángulos utilizando instrumentos de dibujo geométrico.	• Ángulos.
15. Interpreta la rotación a 90° y 180° de figuras, estableciendo sus coordenadas de posición.	• Rotación de 90° y 180° de figuras geométricas.
16. Resuelve problemas que implican la traslación y rotación de figuras.	• Traslación y rotación de figuras geométricas.
17. Interpreta y mide la superficie de polígonos.	• Área de polígonos regulares simples y compuestos.
18. Resuelve problemas sobre polígonos.	• Área de polígonos regulares simples y compuestos.
19. Interpreta y compara circunferencias de diferentes radios.	• Circunferencia y círculo.
20. Calcula y estima el área de un círculo por composición de figuras	• Circunferencia y círculo.
21. Resuelve problemas que implican el cálculo de la circunferencia y del área del círculo.	• Circunferencia y círculo.
22. Identifica elementos en el prisma recto y en el poliedro.	• Prisma Recto y poliedro.
23. Resuelve problemas que implican el cálculo del área lateral y total de un prisma recto y de poliedros.	• Área lateral y total de prismas rectos. • Área lateral y total de poliedros regulares.
24. Mide y compara el volumen de sólidos en unidades arbitrarias de medida.	• Volumen de sólidos en unidades arbitrarias de medida.
25. Interpreta y establece relaciones causales que argumenta a partir de información presentada en tablas y gráficos estadísticos.	• Tablas y gráficas estadísticas.
26. Formula y resuelve problemas que requieren de las medidas de tendencia central.	• Frecuencia absoluta. Media aritmética y Moda.
27. Identifica e interpreta sucesos de azar.	• Probabilidad de un evento en un experimento aleatorio.

(Ministerio de Educación, 2009).

a. Actitudes del alumno.

Según el Diseño Curricular Nacional los estudiantes ingresan a este nivel educativo con un cumulo de aprendizajes, que lograron en años anteriores como parte de su vida cotidiana, del conocimiento de su entorno, de su interacción con pares, con adultos, en su vida familiar y en su comunidad. Estas vivencias son únicas y particulares para cada niño.

Las diferencias que se presentan obedecen a las particularidades lingüísticas, sociales, culturales y productivas, así como a las de su propio desarrollo. Los docentes requieren conocerlas, a fin de que el acompañamiento en el proceso enseñanza y aprendizaje, se exprese en mejores resultados. En estos casos se les ha brindado condiciones y oportunidades concretas para desarrollar capacidades, conocimientos y actitudes tales como:

- Es perseverante en la búsqueda de patrones numéricos.
- Muestra seguridad en la selección de estrategias y procedimientos para la solución de problemas.
- Muestra autonomía en la búsqueda de procedimientos y algoritmos en la solución de problemas.
- Muestra precisión en el uso del lenguaje matemático.
- Es riguroso en la formulación de problemas.
- Muestra precisión en el uso de instrumentos de medición.
- Muestra seguridad en la argumentación de los procesos de solución de problemas.

- Es riguroso en la construcción de graficas estadísticas.
- Es preciso en sus argumentaciones.
- Es seguro y autónomo al seleccionar estrategias para solucionar problemas y comunicar sus resultados.

2.2.3. Medición de las competencias y capacidades matemáticas.

Las capacidades se pueden medir mediante diferentes métodos , uno de ellos es la de los test psicométricos que es un procedimiento estandarizado compuesto por ítems seleccionados y organizados, concebidos para provocar en el individuo ciertas reacciones registrables; reacciones de toda naturaleza en cuanto a su complejidad, duración, forma, expresión y significado (Rey, 1973).

2.2.4. Definiciones metodológicas de la elaboración de la prueba.

a. Confiabilidad:

Puede ser definida como el grado de precisión con que un test mide lo que mide una población dada y en las condiciones normales de aplicación (Anstey ,1976). Existen diversos procedimientos para estimar la confiabilidad entre ellos el coeficiente de equivalencia con pruebas paralelas, el coeficiente de estabilidad o test re – test o el coeficiente de consistencia interna. En el proceso de confiabilización del Mathkou VI se ha utilizado la técnica de test re – test y la consistencia interna. Ambas técnicas generan coeficiente de confiabilidad que fluctúan de 0 – 1 donde 0 significa total inconfiabilidad, vale decir, las puntuaciones de la prueba están saturadas de error, y 1 significa la total confiabilidad, vale decir, que las puntuaciones de la prueba no tienen error alguno y representan al puntaje verdadero del sujeto. No existen reglas precisas para determinar cuál es el límite mínimo de un coeficiente de confiabilidad, pero usualmente se considera que el valor 0.70 es un buen límite (Nunnally, 1987). El coeficiente test re – test del Mathkou VI fue calculado dos veces, con un intervalo de 48 días entre ambos momentos.

La correlación entre ambas series de puntuaciones se efectuó utilizando la r de Pearson. El coeficiente de consistencia interna fue calculado utilizando el coeficiente Alpha de Cronbach. Este coeficiente arroja una estimación del grado en que los ítems del test covarian en conjunto o miden en cierta medida la misma dimensión (Aliaga, 2000).

b. Medición:

En la psicología, la educación y las ciencias sociales se trata de medir aspectos que no son físicos ni directamente observables. La medición según Nunnally (1987) consiste en reglas para la asignación de números a objetos en tal forma que representen cantidades de atributos. La palabra “objeto” se usa en un sentido amplio e incluye personas. En psicología, medir es dar la magnitud de cierta propiedad o atributo, por ejemplo, la inteligencia, el razonamiento verbal, de una o más personas, con ayuda del sistema numérico.

c. Norma o baremos:

Tornimbeni et al (2008) mencionan que, según como lo define el diccionario de la Real Academia Española, los baremos son normas establecidas por conversión para evaluar los meritos personales. Los consiguientes ambos términos (normas y baremos) poseen el mismo significado en este contexto. En la literatura psicométrica en español, las dos palabras se usan indistintamente y con similar frecuencia. En ingles, no existe esta dificultad, puesto que “norms” refiere a “baremos” así como “standards” a “normas técnicas”. Para Murat (1985), citado por Tornimbeni et al (2008), quien se propone aplicar un test tendrá que decidir entre a) construir sus propias normas de interpretación de los puntajes (baremos), o bien b) emplear los baremos elaborados por otro investigador.

En este último, caso se debe tomar precauciones especiales antes de utilizar el test, tales como confirmar que los baremos estén actualizados y que la muestra de estandarización original sea semejante la población meta de un test particular. Estas consideraciones adquieren especial relevancia en nuestro medio, dado que muchas veces no contamos con normas locales y el profesional se ve enfrentado a la difícil situación de escoger entre un baremo elaborado para una población diferente a la cual pertenecen los individuos que pretende evaluar o no hacer uso de baremo alguno.

Si se opta por el uso de baremos, la muestra de estandarización original debería ser lo más parecida posible a la población de aplicación actual del test en características demográficas tales como sexo, edad, nivel educativo y nivel socioeconómico u otras variables relacionadas con el desempeño en el test. Es muy importante que las muestras de estandarización sean cuidadosamente definidas y claramente descritas por los constructores del test para que, de esta forma, el usuario pueda escoger estos instrumentos cuyas normas sean apropiadas para su población meta.

d. Percentil:

Los percentiles expresan el porcentaje de personas en un grupo de referencia, que quedan por debajo de una puntuación original determinada. Así, como por ejemplo, si el 30 % de los individuos de una muestra de estandarización obtuvo un puntaje igual o inferior a 40 en un test, a una puntuación original de 40 le corresponderá un percentil 30(P 30). Un percentil es un punto en la escala de medición originaria que divide el total de observaciones en dos partes. De este modo, el percentil 30 dejaría por debajo el 30 % de los casos de la muestra de estandarización y por encima quedaría el 70% (Tornimbeni et al. 2008).

e. Test:

Conjunto de estímulos, reactivos o elementos seleccionados siguiendo un procedimiento metodológico psicométrico, destinados a provocar respuestas en los sujetos que constituyen un documento susceptible de ser interpretado y usado para valorar ciertos atributos del sujeto. En este sentido, atributos de los niños de sexto grado de primaria participantes de este estudio son sus capacidades matemáticas.

Todo test debe tener ciertas cualidades que lo hacen un instrumento idóneo para cumplir un determinado objetivo.

f. Validez:

Es el grado en el que una prueba mide lo que dice medir (Anstey, 1976) la estimación de la validez de una prueba responde a un conjunto de informaciones que provienen de diferentes fuentes, contenidos del test, estructura interna del test, procesos cognitivos que subyacen al test, relación del test con otros test y consecuencias sociales y éticos de la aplicación de los test, por ello es que se ha recurrido al empleo de información procedente de dos fuentes, el análisis del contenido y el análisis de su estructura interna.

g. Validez de contenido.

Es el grado en que los ítems que constituyen el instrumento tienen el dominio del contenido que se mide (Nunnally, 1973). Claridad, comprensión, congruencia.

h. Validez de constructo.

La validez de constructo intenta responder la pregunta ¿hasta dónde un instrumento mide realmente un determinado rasgo latente o una característica de las personas y con cuánta eficiencia lo hace?. En consecuencia, es necesario que podamos mostrar evidencia de que, efectivamente, el instrumento mide el rasgo o constructo (s) que pretende medir. Para estudiar la validez de constructo de un instrumento es necesario que exista una conceptualización clara del rasgo bajo estudio, con base en una "teoría" determinada. Esta nos permitirá tener una idea clara acerca de cómo se manifiesta el atributo bajo estudio (Magnusson 1991). El constructo viene a ser un concepto hipotético que forma parte de las teorías que intentan explicar la conducta humana: inteligencia, creatividad, emociones, habilidades sociales, etc (Aliaga, 2007).

i. Validez factorial:

El análisis factorial es una técnica del análisis multivariado que permite realizar una estimación de los factores que dan cuenta de una serie de variables. Se trata de una técnica de reducción de datos que permite encontrar grupos homogéneos de variables a partir de un grupo de variables mucho más numeroso. Los criterios de formación de grupos se basan en la necesidad de que las variables a agrupar correlacionen entre sí, y cumplan el requisito de ser independientes. Es decir, formarán un grupo aquellas variables que, siendo independientes entre sí, muestren un índice de correlación elevado. Así, podremos hablar de validez factorial de un constructo en aquellos casos en los que todas las medidas que se hayan diseñado para evaluarlo arrojen resultados similares al ser sometidas a un análisis factorial. Este análisis puede ser evaluativo, si se realiza con la intención de descubrir la posible estructura subyacente factorial de un conjunto de datos cualesquiera; o confirmatorio, si se realiza con base en unas expectativas y teorías previas al respecto de esa estructura. (Mabía, 2011).

2.2.5. Definición de términos básicos

Adición: operación aritmética, también llamada suma, que tiene por objeto reunir en un solo número todas las unidades o fracciones contenidas en varios otros números llamados sumandos.

Cálculo: conocimiento y dominio que posee el alumnado de las operaciones y los procedimientos para resolverlas.

División: la división es una operación aritmética de descomposición que consiste en averiguar cuántas veces un número (divisor) está contenido en otro número (dividendo). El resultado de una división recibe el nombre de cociente. De manera general puede decirse que la división es la operación inversa de la multiplicación.

Estimar: la estimación es un proceso mental donde converge la intuición y la lógica. La importancia que esta estrategia de pensamiento tiene para resolver problemas de la vida cotidiana y de las ciencias, donde si bien es necesario razonamientos correctos en la generalidad de los casos son suficiente resultados aproximados.

Multiplicación: la multiplicación es una operación matemática que consiste en sumar un número tantas veces como indica otro número. El resultado de la multiplicación de varios números se llama producto. Los números que se multiplican se llaman factores.

Numeración: conocimiento que el alumnado posee de los números y sus relaciones.

Resolución de problemas: proceso que consiste en resolver situaciones matemáticas ligadas a un contexto que tiende a ser cotidiano y que tiene un carácter cuantitativo.

Sustracción: también conocida como resta, es una operación que consiste en sacar, empequeñecer, reducir o separar algo de un todo. Restar es el proceso inverso de la adición. El primer número en una sustracción se conoce como minuendo, el segundo, como sustraendo; por lo tanto: minuendo – sustraendo = diferencia.

CAPITULO III

METODOLOGÍA

3.1. Método de investigación.

El método o enfoque utilizado en el presente estudio es el cuantitativo, en tanto que sus objetivos y marco teórico han sido elaborados antes del trabajo de campo, y los datos se analizan estadísticamente. (Hernández, Fernández y Baptista 1998).

3.2. Tipo y diseño de investigación.

El estudio es de tipo psicométrico y en tal razón es correlacional (Alarcón , 2008). La elaboración de la prueba en el área de Matemáticas Mathkou VI en alumnos de Tercer Ciclo (6to grado de primaria) aplicado a un segmento determinado de la realidad educativa peruana, incluye entre otros aspectos fundamentales los cálculos estadísticos, obtener la confiabilidad, estimar la validez, establecer las normas de interpretación o baremos, todas ellas cualidades que especifican a un test de tipo psicométrico como lo es la Prueba en el área de Matemáticas Mathkou VI en alumnos de Tercer Ciclo (6to grado de primaria).

3.3. Sujeto de investigación.

Estudiantes de educación primaria del sexto grado que cursan estudios en instituciones educativas estatales y particulares del ámbito de Lima Metropolitana.

La muestra fue obtenida por un muestreo probabilístico por conglomerados polietápico, pues la primera unidad de análisis fueron las Unidades Educativas de Gestión Local (UGEL) y como segunda unidad de análisis se seleccionaron 14 colegios, 7 estatales y 7 particulares. Posteriormente en la tercera unidad de análisis se eligieron las aulas y finalmente en la cuarta unidad de análisis se escogieron los sujetos de la muestra, empleándose una estratificación uniforme por sexo, grado y tipo de colegio. El tamaño de la muestra se determinó para precisar los parámetros poblacionales con un nivel de confianza del 95% y un margen de error del +/- 4%, lo que arroja un total 681 estudiantes.

Cuadro 2: Distribución de la muestra por Ugel en las Instituciones Educativas

UGEL	I.E NACIONAL	N° SUJETOS	I.E PARTICULAR	N° SUJETOS	TOTAL
1	I.E. República General de Alemania	53	I.E.P Mariscal Toribio Luzuriaga	49	102
2	I.E. José Ernesto Echenique Rodríguez	47	I.E.P Christian Barnard	20	67
3	I.E. Nuestra Señora del Carmen	35	I.E.P. La Salle	118	153
4	I.E. Fe y Alegría 8	66	I.E.P Señor de Burgos	51	117
5	I.E. San José 102	58	I.E.P. Stephen Hawking	33	91
6	I.E. Daniel Alcides Carrión	63	I.E.P. Abraham Lincoln	37	100
7	I.E.P San Pedro de Chorrillos	37	I.E.P Americano Miraflores	14	51
Total		**359**		**322**	**681**

Tabla 1: Distribución de la muestra por edad

Edades	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
10	13	1,9	1,9	1,9
11	445	65,3	65,3	67,3
12	189	27,8	27,8	95,0
13	24	3,5	3,5	98,5
14	8	1,2	1,2	99,7
15	2	,3	,3	100,0
Total	681	100,0	100,0	

Tabla 2: Distribución de la muestra por sexo

Sexo	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Masculino	354	52,0	52,0	52,0
Femenino	327	48,0	48,0	100,0
Total	681	100,0	100,0	

3.4. Variables de estudio.

La variable de estudio en la presente investigación son las capacidades que se evalúan a través de la prueba.

3.5. Procedimiento.

En vista que el objeto de la tesis es la construcción del test Mathkou VI, en esta sección trabajaremos muy brevemente el procedimiento requerido para tal efecto. El desarrollo completo aparece en el capitulo resultados.

La construcción de la Prueba Mathkou VI se determinó en base a las capacidades del DCN, para lo cual se eliminaron 7 capacidades porque no se contaban con los instrumentos que la evaluación de dichas capacidades requerían. Asimismo, en algunos casos, se unificaron dos capacidades en una sola, ya que el objetivo de las capacidades era similar. Se elaboró una prueba piloto que fue aplicada a 2 colegios (nacional y estatal). Se realizaron los respectivos análisis estadísticos y los ítems que no fueron discriminativos fueron eliminados. Se reconstruyó la prueba y 20 nuevos reactivos pasaron por juicio de expertos, profesionales en el área de educación y psicología que contaban con el grado de magister: Max Zegarra, Isabel Torres, Miryam Narvaez, Haruko Yamamoto y Dante Salazar. Se hizo las correcciones a las observaciones recibidas y se sometió la prueba a otro grupo piloto. Se volvió a corregir la prueba en base a los resultados de este grupo. Finalmente el test psicopedagógico se aplicó a la muestra correspondiente, se hizo el análisis estadístico y los items que no fueron discriminativas fueron eliminadas, quedando finalmente 14 reactivos.

3.6. Análisis de datos.

El análisis de los datos se realizó mediante la Estadística descriptiva: Frecuencia, porcentaje, media aritmética, desviación estándar, varianza, percentiles, gráficos. Estadística inferencial: Coeficiente de correlación de Pearson, coeficiente Alfa de Cronbach, coeficiente de Aiken. Estadística multivariada: Análisis factorial de componentes principales con notación Varimax.

CAPITULO IV

RESULTADOS

En función de los objetivos del estudio, el análisis resultante de la aplicación de los procedimientos estadísticos concernientes a la construcción de la prueba Mathkou VI se presenta en un conjunto de tablas cuyo contenido es analizado y discutido en términos de la medición de atributos psicológicos y psicopedagógicos.

4.1. Presentación y análisis de resultados

4.1.1. Elaboración de la prueba

La prueba Mathkou VI fue construida siguiendo las pautas psicométricas que son de uso profesional para la elaboración de instrumentos de medición psicológicos y educativos. En síntesis se definió conceptual y operacionalmente el constructo. Se generó los ítems después de analizar las capacidades del sexto grado contenidas en el DCN. El pre-test fue sometido a evaluación de expertos para precisar su validez de contenido. Se hizo los reajustes correspondientes. Se elaboró el formato final que fue aplicado en forma colectiva a la muestra de estudio. Se realizó la calificación manualmente y se elaboró la matriz de datos para hallar los datos estadísticos pertinentes a los objetivos de estudio. De las 27 capacidades que propone el DCN se eligieron 23 por los siguientes motivos:

La capacidad 6 menciona: “Identifica y explora estrategias para el cálculo de operaciones combinadas y formulación de patrones matemáticos con uso de calculadora u otro recurso de las Tecnologías de la información y la comunicación (TIC)” , no se consideró dicha capacidad para la evaluación, debido a que no se contaba con las calculadoras u otros recursos de las Tecnologías de la información y la comunicación (TIC) para toda la muestra utilizada en la investigación.

La capacidad 14 menciona: “Mide y construye ángulos utilizando instrumentos de dibujo geométrico”, esta capacidad no se consideró en la evaluación debido a que no disponíamos de compás y transportador para toda la muestra utilizada en la investigación.

La capacidad 17 menciona: “Interpreta y mide la superficie de polígonos”, esta capacidad no se consideró porque contábamos con reglas para toda la muestra utilizada en la investigación.

La capacidad 24 menciona: “Mide y compara el volumen de sólidos en unidades arbitrarias de medida”, esta capacidad no se consideró para la evaluación debido a que no contábamos con reglas y sólidos geométricos para toda la muestra utilizada.

De las 23 capacidades elegidas se eliminaron 3 debido a que los jueces expertos consideraron que para una evaluación eran muchas preguntas para 1 hora como tiempo de resolución. Estos tres reactivos se eliminaron bajo los siguientes criterios:

La capacidad 8 menciona: “Interpreta el máximo común divisor (MCD) y el mínimo común múltiplo (MCM) de números naturales”, esta capacidad se eliminó ya que está considerada en la capacidad 9 y 10.

La capacidad 20 menciona: “Calcula y estima el área de un círculo por composición de figuras”, esta capacidad se eliminó debido que ya está considerada en la capacidad 21.

La capacidad 22 menciona: "Identifica elementos en el prisma recto y el poliedro", esta capacidad fue eliminada debido que ya está considerada en la capacidad 23.

Finalmente nos quedamos con 20 capacidades las cuales son las siguientes:

Cuadro 3: Capacidades del DCN consideradas en el MATHKOU VI

CAPACIDADES	CONOCIMIENTOS
1. Formula secuencias con números naturales y decimales exactos.	• Secuencias con números naturales y decimales.
2. Resuelve problemas que implican proporcionalidad directa y porcentaje.	• Proporcionalidad directa e inversa. • Gráficas lineales.
3. Resuelve problemas que implican equivalencias y cambios monetarios.	• Equivalencias y cambio monetario.
4. Interpreta y representa el valor posicional de los números naturales y decimales.	• Valor posicional de números decimales.
5. Compara y ordena números naturales, fracciones y números decimales exactos hasta los centésimos.	• Relación de orden entre números naturales, fracciones y decimales exactos. • Números decimales en la recta numérica.
6. Resuelve y formula problemas que implican operaciones combinadas con números naturales, fracciones y decimales.	• Adición, sustracción, multiplicación y división de números decimales. • Adición, sustracción, multiplicación y división con fracciones. • Operaciones combinadas con números naturales, fracciones y decimales.
7. Resuelve problemas que involucran el MCD.	• Máximo Común Divisor (MCD)
8. Resuelve problemas que involucran el MCM.	• Mínimo Común Múltiplo (MCM)
9. Identifica factores primos de un número natural.	• Factores primos de un número.
10. Interpreta y representa números decimales en la recta numérica, usando aproximaciones sucesivas a las decimas y centésimas.	• Encuadramiento de números decimales.
11. Interpreta el cuadrado y cubo de un número menor que 50, a partir de la multiplicación y	• Cuadrado de un número menor que 50.

suma sucesiva.	• Cubo de un número menor que 50.
12. Interpreta la rotación a 90° y 180° de figuras, estableciendo sus coordenadas de posición.	• Rotación de 90° y 180° de figuras geométricas.
13. Resuelve problemas que implican la traslación y rotación de figuras.	• Traslación y rotación de figuras geométricas.
14. Resuelve problemas sobre polígonos.	• Área de polígonos regulares simples y compuestos.
15. Interpreta y compara circunferencias de diferentes radios.	• Circunferencia y círculo.
16. Resuelve problemas que implican el cálculo de la circunferencia y del área del círculo.	• Circunferencia y círculo.
17. Resuelve problemas que implican el cálculo del área lateral y total de un prisma recto y de poliedros.	• Área lateral y total de prismas rectos. • Área lateral y total de poliedros regulares.
18. Interpreta y establece relaciones causales que argumenta a partir de información presentada en tablas y gráficos estadísticos.	• Tablas y gráficas estadísticas.
19. Formula y resuelve problemas que requieren de las medidas de tendencia central.	• Frecuencia absoluta. Media aritmética y Moda.
20. Identifica e interpreta sucesos de azar.	• Probabilidad de un evento en un experimento aleatorio.

Luego de seleccionar las veinte capacidades del DCN, se procedió a elaborar las preguntas en base a textos escolares de 6to grado de primaria de nuestro medio, cuyas editoriales son: Santillana, Corefo, San Marcos, Lumbreras y Norma. Los reactivos seleccionados fueron sometidos a una prueba piloto en el colegio privado “Abraham Lincoln” de la Molina, se hizo el análisis de ítems a nivel de frecuencia de respuestas y fueron eliminadas las preguntas de mayor grado de dificultad. Las preguntas que fueron eliminadas fueron reformuladas en base a los textos escolares de 6to cuyas editoriales fueron citadas anteriormente. Finalmente los veinte reactivos fueron sometidos a validez de contenido.

Cuadro 4: Tabla de Especificaciones.

			PROCESOS TRANSVERSALES			TOTAL
			Razonamiento y Demostración	Comunicación Matemática	Resolución de Problemas	
COMPETENCIAS	Número, relaciones y operaciones	Enteros	2	2	4	8 (40%)
		Decimales		1		1 (5%)
		Fracciones	1		1	2 (10%)
	Geometría y medición	Geometría plana		2	3	5 (25%)
		Volumen			1	1 (5%)
	Estadística			2	1	3 (15%)
TOTAL			3 (15%)	7 (35%)	10 (50%)	20 (100%)

4.1.2. Validez de contenido

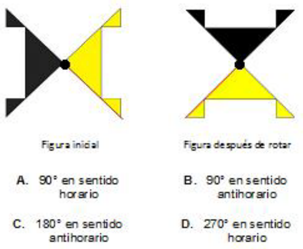
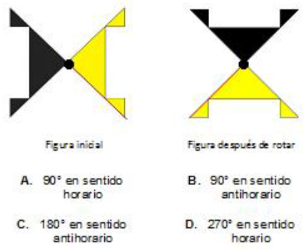
Refiere a la fidelidad con la que los items de la prueba representan el constructo que pretenden medir. Alude a la necesidad de garantizar que el test constituya una muestra adecuada y representativa de los contenidos que se trata de evaluar (Muñiz, 2001).

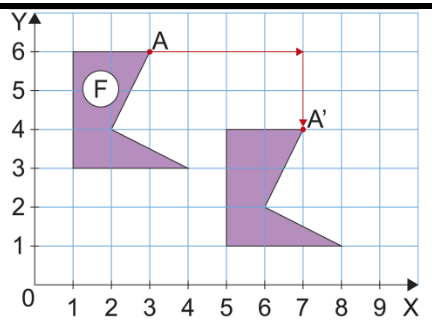
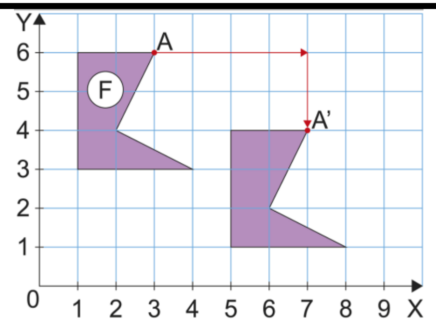
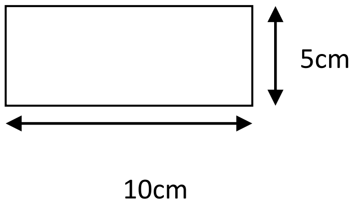
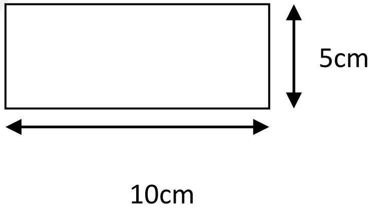
En nuestro caso, fue estimado por apreciación crítica de 4 expertos profesores de matemáticas y una psicóloga con especialización en matemáticas, todos ellos con grado de magister: Dante Salazar, Isabel Torres, Max Zegarra, Haruko Yamamoto y Miryam Narvaez, a los que se les pidió mediante documento escrito para que registren sus apreciaciones en cuanto a la calidad de los ítems. Los resultados se presentarán empleando el coeficiente de V de Aiken.

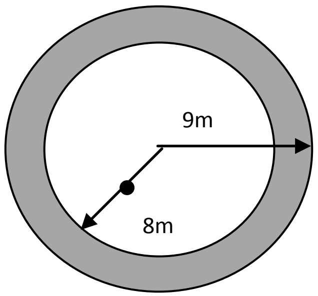
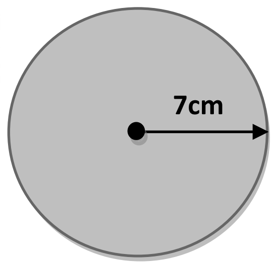
Tabla 3:Aiken de la valoración de los expertos sobre los reactivos de la prueba Mathkou VI

Item	Reactivo inicial	Contenido V aiken	Forma V aiken	Observaciones	Corrección	Contenido V aiken	Forma V aiken
1	¿Cuál es el número que sigue en esta secuencia: 7 235 – 7 220 – 7205 – 7190 - …?	0,4	0,4	Los guiones se confunden con el signo negativo. Los números deben estar con decimales	¿Cuál es el número que sigue en esta secuencia? 7,235 7,220 7,205 7,190 … ?	1	1
2	¿Cuál es el 25% de 5000?	0,4	1	Es un ejercicio de aplicación, no un problema.	El 25% de una escuela de 500 alumnos llegan en movilidad escolar. ¿Cuántos estudiantes usan movilidad escolar?	1	1
3	Pasa a litros el resultado de la siguiente operación: 7 hectolitros (hl) + 11 decalitros (dal) + 4 hectolitros (hl) + 7 decalitros (dal)	0,4	1	Es un ejercicio de aplicación, no un problema.	Para una fiesta de promoción se necesitó: 1 hectolitro (hl) de Coca Cola 12 decalitros (dal) de Inca Kola 5 litros (l) de Sprite ¿Cuántos litros de gaseosa se necesitó en total?	1	1
4	Señala la expresión que es	1	1		Señala la expresión que es	1	1

	equivalente al número que se encuentra en el tablero de valor de posición: MILLARES | UNIDADES 4 | 0 | 8 | 7 | 3 | 1				equivalente al número que se encuentra en el tablero de valor de posición: MILLARES | UNIDADES 4 | 0 | 8 | 7 | 3 | 1		
5	Ordena de menor a mayor los siguientes números fraccionarios: $\frac{23}{50}$; $\frac{23}{100}$; $\frac{23}{1}$	1	1		Ordena de menor a mayor los siguientes números fraccionarios: $\frac{23}{50}$; $\frac{23}{100}$; $\frac{23}{1}$	1	1
6	Tengo $ 1 125. Si compro 7 ipods del mismo precio y me sobran $110. ¿Cuánto me ha costado cada ipod?	1	1		Tengo $ 1 125. Si compro 7 ipods del mismo precio y me sobran $110. ¿Cuánto me ha costado cada ipod?	1	1
7	¿Cuál es el mayor número de niños entre los cuales se pueden repartir 60 caramelos 18 chocolates y 12 paquetes de galleta, para que cada niño reciba una misma cantidad de caramelo, chocolate y galleta?	1	1		¿Cuál es el mayor número de niños entre los cuales se pueden repartir 60 caramelos 18 chocolates y 12 paquetes de galleta, para que cada niño reciba una misma cantidad de caramelo, chocolate y galleta?	1	1
8	Al visitar la reserva de Pacaya-Samiria, encontramos unas tortugas. Al contarlas de 4 en 4,	1	1		Al visitar la reserva de Pacaya-Samiria, encontramos unas tortugas. Al contarlas de 4 en 4, de	1	1

	de 6 en 6 ó de 10 en 10, no quedaba ninguna suelta. ¿Cuántas tortugas había, si eran menos de 100?				6 en 6 ó de 10 en 10, no quedaba ninguna suelta. ¿Cuántas tortugas había, si eran menos de 100?		
9	Si los divisores de 12; 7; 4 y 13 son: D(12)={1; 2; 3; 4; 6; 12} D(7)={1; 7} D(4)={1; 2; 4} D(13)={1; 13} ¿Cuáles son números primos?	0,6	1	Acá no identifica factores primos, sino identifican números primos.	¿Cuáles son los factores primos de 20?	1	1
10	Señala el resultado luego de redondear 3,457 a la centésima.	1	1		Señala el resultado luego de redondear 3,457 a la centésima.	1	1
11	Calcula la siguiente potencia: 6^3	1	1		Calcula la siguiente potencia: 6^3	1	1
12	¿Cuántos grados y en qué sentido ha rotado la figura? 	1	1		¿Cuántos grados y en qué sentido ha rotado la figura? 	1	1

13	 Si la figura F se traslada (4; -2) ¿Cuáles son las coordenadas de A'?	1	1		 Si la figura F se traslada (4; -2). ¿Cuáles son las coordenadas de A'?	1	1
14	¿Cuál es el área del rectángulo cuya base es 10cm y la altura 5cm? 	0,8	0,4	Es un ejercicio de aplicación, no un problema.	¿Cuál es el área de la cancha de fútbol del estadio Nacional?, si este presenta las siguientes medidas: 	1	1

15	Teresa y Pedro participan de una carrera de bicicletas en una pista formada por dos circunferencias concéntricas cuyos radios son 7 m y 8 m respectivamente, ¿cuántos metros más que Teresa recorre Pedro?	1	0,4	El término respectivamente puede confundir a los alumnos.	Teresa y Pedro participan en una carrera de bicicletas en una pista formada por dos circunferencias concéntricas. La pista de Teresa tiene un radio de 7 m y la de Pedro 8 m, ¿Cuántos metros más recorre Pedro?	1	1
16	Si la vista superior de una piscina circular y su pasadizo tienen las medidas mostradas, ¿cuál es el área del pasadizo? 	0,8	0,4	El nivel de dificultad es un poco alto.	Calcula el área del círculo, sabiendo que su radio es 7cm. 	1	1
17	Determina el área total de una caja de borradores sabiendo que mide 10 cm de largo, 5 cm de	1	0,6	Contextualizar mejor el ejercicio.	Carla quiere forrar con celofán una caja cuyas medidas son: 10 cm de largo, 5 cm de ancho y 10	1	1

	ancho y 10 cm de alto.				cm de alto. ¿Cuántos centímetros cuadrados de celofán necesitará?		
18	El gráfico de barras muestra los televisores LCD vendidos por un agente de ventas  Si vendió cada televisor a 800 soles, ¿Cuánto recaudó por la venta de los 5 días?	1	1		El gráfico de barras muestra los televisores LCD vendidos por un agente de ventas  Si vendió cada televisor a 800 soles, ¿Cuánto recaudó por la venta de los 5 días?	1	1
19	Estos son los resultados de un alumno en 5 exámenes: 1er examen: 16 puntos 2do examen: 18 puntos 3er examen: 17 puntos 4to examen: 20 puntos 5to examen: 19 puntos ¿Cuál ha sido su nota promedio en los cinco exámenes?	1	1		Estos son los resultados de un alumno en 5 exámenes: 1er examen: 16 puntos 2do examen: 18 puntos 3er examen: 17 puntos 4to examen: 20 puntos 5to examen: 19 puntos ¿Cuál ha sido su nota promedio en los cinco exámenes?	1	1
20	En una bolsa hay 100 canicas: 60 son blancas, 30 azules y 10 rojas.	1	1		En una bolsa hay 100 canicas: 60 son blancas, 30 azules y 10 rojas.	1	1

	Señala la probabilidad de sacar una canica de color azul.				Señala la probabilidad de sacar una canica de color azul.		

Dentro de la escala de criterios que se propone a través de la valoración de juicios de expertos el puntaje máximo de la V de Aiken es de 1,00 y el mínimo es de 0,85. Según este análisis los items cuyos coeficientes son menores a 0,85 no cumplen el criterio para ser considerados como reactivos del Mathkou VI. Según el análisis realizado los ítems 1, 2, 3, 9, 14, 15, 16, 17 tenían carga Vde Aiken inferiores a 0.85 por lo que fueron reformulados en la pertinente por el equipo de trabajo bajo la supervisión del Dr. Jaime R. Aliaga Tovar.

4.1.3. Análisis de los ítems.

Este análisis nos permitirá esencialmente determinar la capacidad discriminativa de los reactivos cuyo análisis de contenido fue aprobatorio, se calculó el índice de homogeneidad o correlación ítem – test corregida que debe tener un valor mínimo de 0.20. Los ítems que mostraron un valor menor a 0,20, es decir los que fueron eliminados, son los siguientes: ítem 3, ítem 10, ítem 11, ítem 15, ítem 17 y ítem 20.

Los resultados aparecen en la siguiente tabla.

Tabla 4: Estadísticos Total-Elemento

Reactivos	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
ITEM1	7,78	10,706	,211	,670
ITEM2	8,23	10,269	,229	,668
ITEM3	8,26	10,473	,167	,675
ITEM4	8,14	10,006	,312	,658
ITEM5	8,05	10,109	,289	,661
ITEM6	8,00	10,326	,228	,668
ITEM7	8,16	10,335	,205	,671
ITEM8	7,94	10,126	,322	,658
ITEM9	8,11	9,772	,394	,649
ITEM10	8,31	10,549	,150	,677
ITEM11	8,31	10,501	,165	,675
ITEM12	8,07	9,858	,371	,652
ITEM13	8,39	10,027	,361	,654
ITEM14	8,06	9,889	,362	,653
ITEM15	8,42	10,579	,171	,674
ITEM16	8,54	10,554	,274	,665
ITEM17	8,63	11,136	,065	,678
ITEM18	8,49	10,418	,279	,663
ITEM19	8,27	9,861	,373	,651
ITEM20	8,44	10,915	,058	,684

4.1.4. Estructura factorial

Se realizó el análisis factorial exploratorio por el método de componentes principales y con rotación Varimax. Previamente se determinó la idoneidad de la matriz de correlaciones para ser sometida al análisis factorial. El cálculo del determinante, del índice KMO y del test de esfericidad de Bartlett arrojó resultados que avalan la aplicación de análisis factorial. Se encontró una estructura subyacente de tres factores o componentes, los cuales explican 36.72% de la varianza de las respuestas de los sujetos a los ítems de la prueba.

Tabla 5: Factores extraídos y varianza explicada

Componentes	Autovalores Iniciales			Porcentaje Acumulativo		
	Total	% de la varianza	% Acumulado	Total	% de la varianza	% Acumulado
1	2.817	20.119	20.119	1.858	13.269	13.269
2	1.186	8.468	28.587	1.780	12.716	25.985
3	1.140	8.140	36.727	1.504	10.742	36.727

En la tabla 5 se muestra la existencia de tres factores, de las cuales el factor 1 explica el 20,119%, el factor 2 explica el 8,46% y el factor 3 explica el 8,14% de la varianza total. Después de la rotación, para cada factor se eligieron los reactivos que tuvieron un peso o saturación factorial igual o mayor a 0.30, a continuación se presentan los pesos factoriales de cada factor en la matriz factorial rotada.

Tabla 6: Matriz de componentes rotados por factores

ítems	Factores		
	1	2	3
1	0,620		
2	0,524		
4	0,369		
5			0,556
6			0,415
7			0,748
8	0,555		
9	0,368		0,447
12	0,505		
13		0,625	
14	0,305	0,357	
16		0,646	
18		0,522	0,314
19	0,372	0,552	

Método de extracción: Análisis de componentes principales.
Método de rotación: Normalización Varimax con Kaiser.
a. La rotación ha convergido en 5 iteraciones.

En la tabla 6, se ha resaltado en negrita aquellos valores que tienen mayores pesos factoriales en cada uno de los componentes, un límite razonable que se utiliza habitualmente para determinar si los pesos factoriales son significativos es que sean mayores de 0, 30 y se consideran muy significativos conforme se aproximan a 0,50. (Comrey, 1985, citado en Cuetos, Ramos y Ruano 2004, p. 23). Por tanto, se considera que la batería demuestra poseer una adecuada validez factorial, puesto que la estructura derivada del análisis es coherente con el propósito y concepción de la prueba.

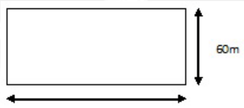
En el factor 1 se agrupan los ítems 1, 2, 4, 8 y 12; en el factor 2 se agrupan los ítems 13, 14, 16, 18 y 19, en el factor 3 se agrupan los ítems 5, 6, 7 y 9.

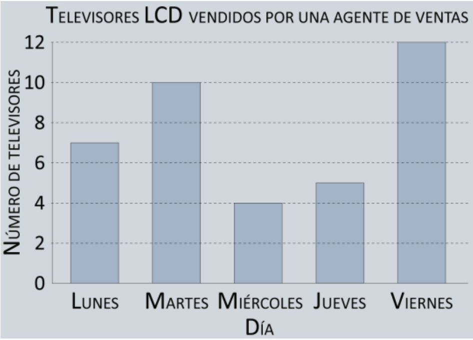
Tabla 7: Matriz de componentes rotados con detalle del contenido y saturaciones

<table>
<tr><th>FACTORES</th><th>ITEM</th><th>CAPACIDADES</th><th>REACTIVOS</th><th>SATUR</th><th>COMPARTEN</th></tr>
<tr><td rowspan="5">FACTOR 1</td><td>1</td><td>Interpreta el cuadrado y cubo de un número menor que 50, a partir de la multiplicación y suma sucesiva.</td><td>Calcula la siguiente potencia: 6^3</td><td>0,62</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>Interpreta y representa el valor posicional de los números naturales y decimales</td><td>Señala la expresión que es equivalente al número que se encuentra en el tablero de valor de posición:<table><tr><td colspan="3">MILLARES</td><td colspan="3">UNIDADES</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>4</td><td>0</td><td>8</td><td>7</td><td>3</td><td>1</td></tr></table></td><td>0,52</td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td>Formula y resuelve problemas que requieren de las medidas de tendencia central.</td><td>Estos son los resultados de un alumno en 5 exámenes:

1er examen: 16 puntos
2do examen: 18 puntos
3er examen: 17 puntos
4to examen: 20 puntos
5to examen: 19 puntos

¿Cuál ha sido su nota promedio en los cinco exámenes?</td><td>0,37</td><td></td></tr>
<tr><td>8</td><td>Formula secuencias con números naturales y decimales exactos.</td><td>¿Cuál es el número que sigue en esta secuencia?

7,235 – 7,220 – 7,205 – 7,190 - ...?</td><td>0,56</td><td></td></tr>
<tr><td>12</td><td>Resuelve problemas que implican proporcionalidad directa y porcentaje.</td><td>El 25% de una escuela de 500 alumnos llegan en movilidad escolar. ¿Cuántos estudiantes usan movilidad escolar?</td><td>0,51</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">FACTOR II</td><td>13</td><td>Interpreta y representa números decimales en la recta numérica, usando aproximaciones sucesivas a las décimas y centésimas</td><td>Señala el resultado de redondear 3,457 a la centésima.</td><td>0,63</td><td></td></tr>
<tr><td>14</td><td>Resuelve problemas sobre polígonos.</td><td>¿Cuál es el área de la cancha de fútbol del estadio Nacional?, si este presenta las siguientes medidas:
</td><td>0,36</td><td>Factor I (0,31)</td></tr>
<tr><td>16</td><td>Resuelve problemas que implican equivalencias y cambio monetario.</td><td>Para una fiesta de promoción se necesitó:
1 hectolitro (hl) de Coca Cola
12 decalitros (dal) de Inca Kola
5 litros (l) de Sprite
¿Cuántos litros de gaseosa se necesitó en total?</td><td>0,65</td><td></td></tr>
<tr><td>18</td><td>Identifica factores primos de un número natural.</td><td>Cuáles son los factores primos de 20?</td><td>0,52</td><td></td></tr>
</table>

	19	Interpreta y establece relaciones causales que argumenta a partir de información presentada en tablas y gráficos estadísticos.	El gráfico de barras muestra los televisores LCD vendidos por un agente de ventas  Si vendió cada televisor a 800 soles, ¿Cuánto recaudó por la venta de los 5 días?	0,55	Factor I (0,37)
FACTOR III	**5**	Interpreta la rotación a 90° y 180° de figuras estableciendo sus coordenadas de posición.	¿Cuántos grados y en qué sentido ha rotado la figura? 	0,56	
	6	Resuelve problemas que involucran el MCM	Al visitar la reserva de Pacaya-Samiria, encontramos unas tortugas. Al contarlas de 4 en 4, de 6 en 6 ó de 10 en 10, no quedaba ninguna suelta. ¿Cuántas tortugas había, si eran menos de 100?	0,42	
	7	Identifica e interpreta sucesos al azar.	En una bolsa hay 100 canicas: 60 son blancas, 30 azules y 10 rojas. Señala la probabilidad de sacar una canica de color azul.	0,75	
	9	Resuelve y formula problemas que implican operaciones combinadas con números naturales, fracciones y decimales.	Tengo $ 1 125. Si compro 7 ipods del mismo precio y me sobran $110. ¿Cuánto me ha costado cada ipod?	0,45	Factor I (0,37)

4.1.5. Confiabilidad.

La fiabilidad fue estimada mediante dos técnicas: el coeficiente de alfa de Crombach y test – retest.

Tabla 8: Coeficiente Alfa de Crombach

Factor	Nº de Reactivos	Alfa	Media	Desviación estándar
FACTOR I	5	0,47	3,16	1.28
FACTOR II	5	0,50	1,55	1.27
FACTOR III	4	0,40	2,33	1.18
Total	14	0,70	7,05	2.83

El valor del coeficiente alfa de Cronbach (0,701), es tipificado como el mínimo valor que debe tener un coeficiente Alfa según Nunnally (1978). Por otro lado el valor del coeficiente test retest (0,618) es inferior a 0,70 pero es estadísticamente significativo. Este valor podría explicarse en razón a que los sujetos no conservaron en el retest las posiciones que tuvieron en el test, según lo indican las medias aritméticas. Es importante recordar que el Mathkou VI evalúa conocimientos escolares que tienden a modificarse a medida que transcurre el año escolar. La primera evaluación se realizó el 10 de octubre del 2012 y la segunda evaluación se realizo el 14 de diciembre del 2012.

Tabla 9: Test – Retest

Estadísticos	Test	Retest
Media	7,02	7,91
Desviación Estándar	2,53	2,64
Correlación de Pearson	0,618	0,618

En síntesis la información concerniente a los validez y confiabilidad indican que los resultados del Mathkou VI deben ser evaluados con cautela al igual que se hace con cualquier otro instrumento de medición de capacidades en el mundo escolar.

4.1.6. Tabla de normas y baremos.

Tabla 10: Baremos en percentiles, puntajes T y Z

Puntaje Directo	**Percentiles**	**Puntaje T**	**Puntaje Z**
14	99	75	+2,46
13	99	71	+2,10
12	95	67	+1,75
11	90	64	+1,40
10	80	60	+1,04
9	70	57	+0,69
8	60	53	+0,34
7	50	50	-0,02
6	40	46	-0,37
5	30	43	-0,72
4	20	39	-1,08
3	10	36	-1,43
2	5	32	-1,78
1	1	29	-2.14
Media		7.051	
Desv. Típica.		2.83	
Población		681	

A través de esta tabla podemos interpretar los baremos en percentiles, puntaje T y Z. Por ejemplo al puntaje directo 14 corresponde al percentil 99, es decir, que está por arriba del 99 % de los otros alumnos con un puntaje T de 75 y Z de + 2,46.

4.2. Discusión de Resultados.

El análisis de los valores obtenidos a través del procesamiento estadístico de los resultados permitió determinar la efectividad de la prueba psicopedagógica elaborada como un instrumento de evaluación de las capacidades matemáticas según el DCN en estudiantes de sexto grado de primaria de Lima metropolitana. Como se ha visto, en el transcurso del estudio se eliminaron las siguientes capacidades:

- Resuelve problemas que implican el cálculo de la circunferencia y del área del círculo.
- Interpreta y compara circunferencias de diferentes radios.
- Resuelve problemas que involucran el MCD.
- Compara y ordena números naturales, fracciones y números decimales exactos hasta los centésimos.
- Resuelve problemas que implican el cálculo del área lateral y total de un prisma recto y de poliedros.
- Resuelve problemas que implican la translación y rotación de figuras.

Estas capacidades fueron eliminadas por el resultado del análisis psicométrico debido a que no alcanzaron el valor mínimo del índice discriminativo que es de 0,20; una explicación pedagógica a esta eliminación, es que estas capacidades no tuvieron poder discriminativo, pues en el momento de aplicación del instrumento no habían sido trabajados por los docentes; en efecto, están programadas para ser enseñadas a fines del cuarto bimestre del ciclo escolar (noviembre, diciembre), siendo que el grueso del proceso de aplicación de las pruebas pilotos se realizaron en el mes de octubre y principios de noviembre.

Por otro lado, en cuanto a la validez factorial, los factores hallados permiten explicar el 36,27% de la variabilidad de las puntuaciones de los sujetos en el test, porcentaje que si bien no bordea el 50% - valor indicado de la validez factorial de un test – es un valor importante en vista de las características deficitarias del rendimiento en matemática en nuestro país.

En cuanto a la confiabilidad, se le estimó los valores calculando el coeficiente de consistencia (consistencia interna 0,70 y test r-test 0,62). Si bien son relativamente bajos, son coeficientes usuales en estas pruebas y son estadísticamente significativos.

Asimismo se elaboró baremos en percentiles para la mejor interpretación de las puntuaciones que logran los sujetos en el test Mathkou. En vista de los resultados hallados podemos afirmar que se logra la elaboración, siguiendo un procedimiento psicométrico adecuado según las normas al uso, del test Mathkou VI, el mismo que tiene características de confiabilidad y validez que lo hace un instrumento útil para la medición y evaluación de las capacidades matemáticas básicas que debe dominar un estudiante al finalizar el sexto grado de primaria. Como todo instrumento de medición psicopedagógica es perfectible, por tanto sus resultados deben ser tomados con cautela.

CAPITULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

- Se logró construir la prueba de matemáticas Mathkou VI para alumnos de 6to grado de primaria de Lima Metropolitana.
- La prueba Mathkou VI mediante la consistencia interna alcanza un resultado de 0,70, es decir, tiene una fiabilidad significativa.
- La prueba Mathkou VI muestra evidencia de validez a través de juicio de expertos. Asimismo la estructura factorial señala que esta prueba permite explicar el 36,73% de la variabilidad de las puntuaciones de los sujetos en el test, indicador de la validez factorial del test que está por debajo del 50% pero que es usual en los test psicopedagógicos de matemática en el Perú.
- Se obtuvo normas de percentiles para interpretar los niveles de desempeño matemático según el total de preguntas respondidas acertadamente por los sujetos.

5.2. Sugerencias

- Replicar el estudio en muestras más representativas a nivel de Lima Metropolitana. Sobretodo que incluya a más estudiantes de los colegios de alta paga.

- Utilizar el Mathkou VI dentro de la batería de pruebas de evaluación psicopedagógica para detectar dificultades de aprendizaje en el área de matemáticas.

- Realizar la prueba en dos bloques, para así abarcar todas las capacidades que propone el DCN. Asimismo contar con recurso pedagógico como regla, transportador y compás para la muestra.

- Realizar un programa de intervención a aquellos alumnos que culminan el sexto grado de primaria y que presenten dificultades en desarrollar adecuadamente la prueba Mathkou VI.

- Se recomienda a los futuros investigadores pedir con varios meses de anticipación los permisos de autorización para aplicar la prueba.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Albarracín Mejía, E; Carranza Meza, P y Meléndez Escamillo, E. (2011). *Adaptación del test para evaluar procesos de simplificación fonológica Teprosif-R para su uso en niños de 3 a 6 años de instituciones educativas privadas y estatales de Lima Metropolitana.* (Tesis para optar el grado de Magister en Educación con mención en Fonoaudiología). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima Perú.

Defior Citoler, S. (1996). *Las Dificultades de Aprendizaje: Un enfoque cognitivo*. Chile: Ediciones Aljibe.

Depaz Cano, R y Fernández Morante, M. (2011). *Resolución de Problemas Matemáticos de Sustracción en Alumnos de 3° grado de primaria de un colegio estatal en Lima*. (Tesis para optar el grado de Magister en Educación con mención en Dificultades de Aprendizaje). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima Perú.

Fernández Baroja, M; Llopis Paret, A. y Pablo de Riesgo, C. *Niños con Dificultades para las Matemáticas*. España: Editorial Pardiñas.

Lógicamente 6 (2011). Perú: Editorial Norma.

Matemática Primaria 6to grado (2010): Perú. Editorial Corefo

Mejía Tamayo, C. (2009). *Matemática 6*. Perú: Ediciones Santillana

Ministerio de Educación de la República del Perú (2009) *Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular*. Lima Perú

Ministerio de Educación de la República del Perú (2001). Boletín UMC Nº9. *El Perú en el primer estudio internacional comparativo de la UNESCO sobre lenguaje, matemática y factores asociados en tercer y cuarto grado*. Recuperado de http://www.minedu.gob.pe/

Ministerio de Educación de la República del Perú. Unidad de Medición de la Calidad Educativa (2012) *Evaluaciones Internacionales PISA PLUS 20001*. Recuperado de: http://umc.minedu.gob.pe/?p=233

Ministerio de Educación de la República del Perú. Unidad de Medición de la Calidad Educativa (2012) *Evaluaciones Internacionales PISA 2009*. Recuperado de: http://umc.minedu.gob.pe/?p=235

Ministerio de Educación de la República del Perú. Unidad de Medición de la Calidad Educativa (2012) *Evaluaciones Nacionales Muestrales* Recuperado de: http://umc.minedu.gob.pe/?cat=8

Ministerio de Educación de la República del Perú. Unidad de Medición de la Calidad Educativa (2012) *Evaluaciones Nacionales Censales* Recuperado de: http://umc.minedu.gob.pe/?cat=11

Muñiz, J(1996) Psicometría. Madrid. Editorial Universitas.

Hernández, R; Fernández, C y Baptista,P. (2003) *Metodología de la Investigación*, México DF: Mc Graw-Hill.

Quintana, A y Montgomery, W. (Eds) (2006). *Psicometría: Tests psicométricos, confiablidad y validez. Aliaga,J.* (PP. 85-108). Psicología: Tópicos de actualidad. Lima. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Recuperado de www.unmsm.edu.pe/psicologia/.../Libro%20EAPIntro.pdf

Rojas Tolosa, S; Mora Mendieta, L. *El uso de la resolución de problemas como instrumento para la caracterización de talento en matemáticas.* Grupo de álgebra, asociación colombiana matemática (X encuentro colombiano matemático).

Ruíz, M. (2012) *Aprendizaje de las Matemáticas*. Revista digital para profesionales de la Enseñanza. Recuperado de http://www2.fe.ccoo.es/andalucia/docu/p5sd8451.pdf

Sarmiento Santan, M. (2007) *Enseñanza de las matemáticas y las NTIC. Una estrategia de formación permanente.* Universitat Rovira I Virgili, España.

Silva Laya, M; Rodríguez Fernández, A; Santillán González, O (2006) *Método y estrategias de Resolución de Problemas matemáticos utilizadas por alumnos de 6to. grado de primaria.* México

Tornimbeni, S; Pérez, E y Olaz, F. (2008). *Introducción a la psicometría.* Buenos Aires: Ediciones Paidós.

Ruiz Ahmed,Y. (2011) *Aprendizaje de las Matemáticas* Revista digital para los profesionales de enseñanza, n° 14.

Santos Trigo, M (2004) *La Resolución de Problemas Matemáticos*: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN

PRUEBA MATHKOU VI

1. **Calcula la siguiente potencia: 6^3**

A. 18 **B.** 36 **C.** 216 **D.** 108

2. **Señala la expresión que es equivalente al número que se encuentra en el tablero de valor de posición:**

MILLARES			UNIDADES		
4	0	8	7	3	1

A. 1U + 4C + 8D + 7CM + 3UM
B. 1U + 7C + 3D + 4CM + 8UM
C. 1U + 3D + 7C + 8CM + 4UM
D. 4U + 8C + 7D + 3CM + 1UM

3. **Estos son los resultados de un alumno en 5 exámenes:**

- **1er examen: 16 puntos**
- **2do examen: 18 puntos**
- **3er examen: 17 puntos**
- **4to examen: 20 puntos**
- **5to examen: 19 puntos**

¿Cuál ha sido su nota promedio de los cinco exámenes?

A. 17 puntos **B.** 18 puntos **C.** 16 puntos **D.** 19 puntos

4. ¿Cuántos grados y en qué sentido ha rotado la figura?

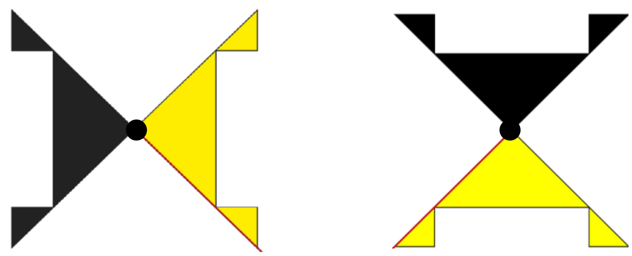


Figura inicial   Figura después de rotar

A. 90° en sentido horario

B. 90° en sentido antihorario

C. 180° en sentido antihorario

D. 270° en sentido horario

5. Al visitar la reserva de Pacaya-Samiria, encontramos unas tortugas. Al contarlas de 4 en 4, de 6 en 6 o de 10 en 10, no quedaba ninguna suelta. ¿Cuántas tortugas habían si eran menos de 100?

A. 2 **B.** 99 **C.** 120 **D.** 60

6. En una bolsa hay 100 canicas: 60 son blancas, 30 azules y 10 rojas. Señala la probabilidad de sacar una canica de color azul.

A. $\frac{70}{100}$ **B.** $\frac{30}{90}$ **C.** $\frac{30}{100}$ **D.** $\frac{30}{70}$

7. ¿Cuál es el número que sigue en esta secuencia?

7,235 7,220 7,205 7,190 … ?

A. 7,175 **B.** 7,185 **C.** 7,195 **D.** 7,180

8. Tengo $ 1 125. Si compro 7 ipods del mismo precio y me sobran $110. ¿Cuánto me ha costado cada ipod?

A. $ 145 **B.** $ 160 **C.** $ 175 **D.** $ 17

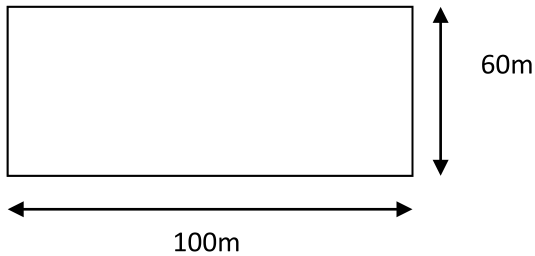
9. El 25% de una escuela de 500 alumnos llegan en movilidad escolar. ¿Cuántos estudiantes usan movilidad escolar?

A. 155 **B.** 25 **C.** 150 **D.** 125

10. Señala el resultado luego de redondear 3,457 a la centésima.

A. 3,457 **B.** 3,458 **C.** 3,45 **D.** 3,46

11. **¿Cuál es el área de la cancha de fútbol del estadio Nacional, si este presenta las siguientes medidas?**



A. 160m^2 **B.** 40m^2 **C.** 6 000m^2 **D.** 60 000m^2

12. **Para una fiesta de promoción se necesitó:**

1 hectolitro (hl) de Coca Cola
12 decalitros (dal) de Inca Kola
5 litros (l) de Sprite

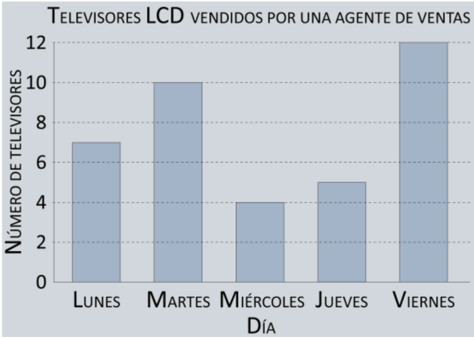
¿Cuántos litros de gaseosa se necesitó en total?

A. 225 litros **B.** 18 litros **C.** 135 litros **D.** 60 litros

13. **¿Cuáles son los factores primos de 20?**

A. 1, 4, 5 y 20 **B.** 2 y 5 **C.** 20 y 1 **D.** 1, 2, 4, 5,10 y 20

14. **El gráfico de barras muestra el número de los televisores LCD vendidos por un agente de ventas.**



Si vendió cada televisor a 800 soles, ¿cuánto recaudó por la venta de los 5 días?

A. 40 300 soles **B.** 80 000 soles **C.** 28 800 soles **D.** 30 400 soles

Espacio reservado para las operaciones