

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DEL PERÚ**

Escuela de Posgrado



**Efecto del Material Procesado en el Comportamiento Dinámico
de una Zaranda Vibratoria**

**Tesis para obtener el grado académico de Maestro en Ingeniería
Mecánica que presenta:**

Eduardo Aróstegui Castillo de la Flor

Asesor:

Jorge Hernán Alencastre Miranda

Lima, 2025

Informe de Similitud

Yo, Jorge Hernan Alencastre Miranda, docente de la Escuela de Posgrado de la Pontificia Universidad Católica del Perú, asesor de la tesis titulada Efecto del Material Procesado en el Comportamiento Dinámico de una Zaranda Vibratoria, del autor Eduardo Arostegui Castillo De La Flor, dejo constancia de lo siguiente:


El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 8%. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software *Turnitin* el 18/06/2025.

He revisado con detalle dicho reporte y la Tesis o Trabajo de investigación, y no se advierte indicios de plagio.

Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lugar y fecha:

Lima, 18 de junio de 2025.

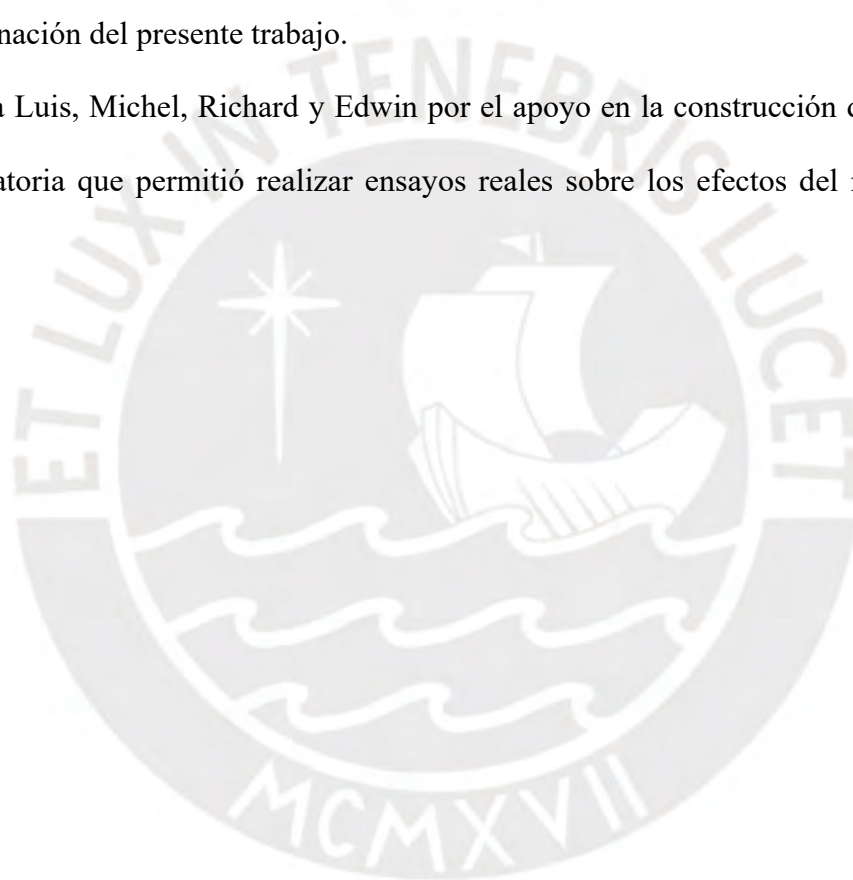
Apellidos y nombres del asesor / de la asesora: Alencastre Miranda, Jorge Hernan	
DNI: 10588073	Firma 
ORCID: 0000-0001-8442-8255	

Agradecimientos

Especial agradecimiento a los profesores de la Maestría de Ingeniería Mecánica de la PUCP por brindar una enseñanza de calidad y por su alto nivel de conocimientos, lo que ha permitido ampliar el conocimiento referente a la ingeniería mecánica, además de brindar un nuevo enfoque en el proceso de diseño mecánico a través un pensamiento innovador y analítico en favor de nuestra sociedad.

Especial agradecimiento al profesor Jorge Hernán Alencastre Miranda por su guía y entusiasmo para la culminación del presente trabajo.

Finalmente, a Luis, Michel, Richard y Edwin por el apoyo en la construcción del módulo de zaranda vibratoria que permitió realizar ensayos reales sobre los efectos del material en la zaranda.



Dedicatorias

A Dios, a mi esposa Lucero y a mi hija Amaia por ser el principal motor de mi crecimiento profesional. A mis padres Vladimir y María del Carmen; así mismo a mi hermana Claudia por su apoyo incondicional.

Eduardo Aróstegui



Resumen

Las zarandas vibratorias son activos utilizados para la segregación de material en función de una granulometría requerida, su aplicación está presente en diferentes industrias como la cementera, construcción y especialmente en minería. Los incrementos del nivel de producción traen consigo efectos dinámicos poco comprendidos por la interacción que ocurre entre el material procesado y la zaranda, que, en muchas ocasiones, son omitidos en la fase de diseño, y de no ser analizado, puede traer consigo fallos mecánicos.

En el presente trabajo busca explicar de manera analítica como se da el efecto dinámico por la interacción del material granulado con la zaranda vibratoria, para ello, se conceptualiza el movimiento del material utilizando el modelo de la bola inelástica, el alto grado de disipación de energía presente entre las partículas debido a las colisiones entre ellas permite considerar el medio granular como un cuerpo perfectamente inelástico. De este análisis, se obtendrá el comportamiento cinemático y cinético del material en la superficie vibratoria, que luego será acoplado a las ecuaciones dinámicas de la zaranda.

Mediante el uso de herramienta de simulación de elementos finitos, se obtendrá la respuesta dinámica de un módulo de zaranda aplicando los conceptos del método analítico desarrollado. Posteriormente, se realizarán ensayos vibracionales en el módulo de zaranda para confirmar el comportamiento dinámico originado por la interacción del material. Como principal resultado de la experimentación, se corrobora el efecto dinámico que produce la interacción del material con la zaranda representada en la componente sub-armónica de la frecuencia de excitación.

Abstract

Vibrating screens are assets used for the segregation of material based on a required particle size distribution. Their application is present in various industries such as cement, construction, and especially mining. Increases in production levels bring with them dynamic effects that are poorly understood due to the interaction that occurs between the processed material and the screen, which are often overlooked during the design phase and, if not analyzed, can lead to mechanical failures.

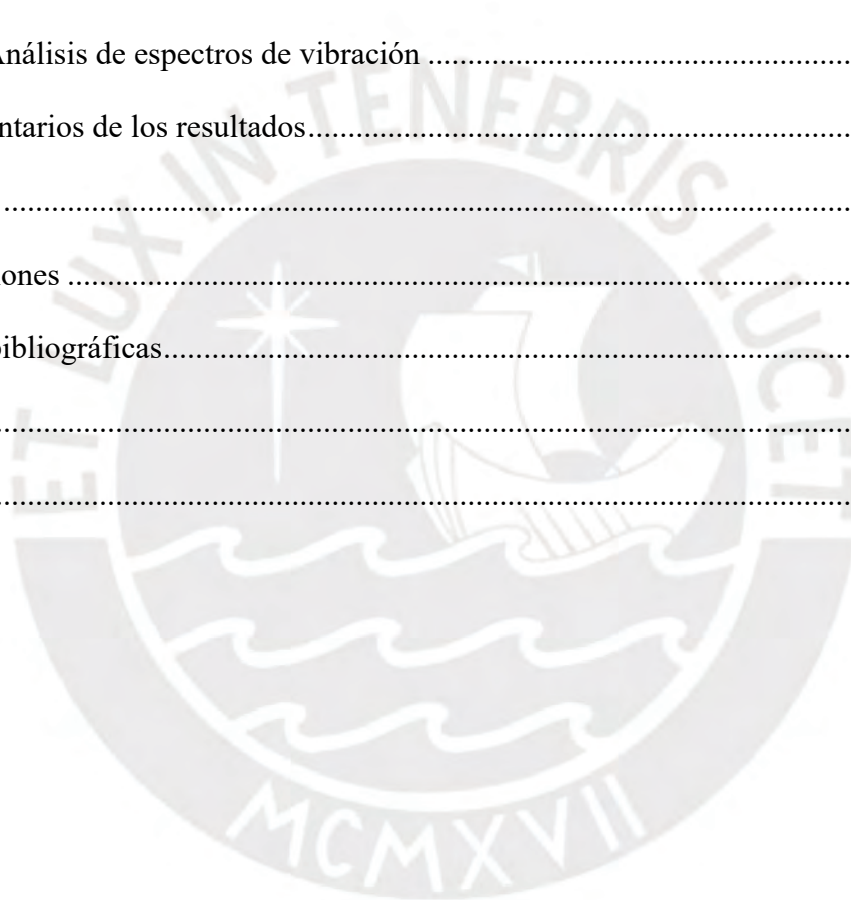
The present work aims to analytically explain the dynamic effect caused by the interaction between the granular material and the vibrating screen, to achieve this, the movement of the material is conceptualized using the inelastic ball model, the high degree of energy dissipation due to particle collisions allows the granular medium to be considered as a perfectly inelastic body. From this analysis, the kinematic and kinetic behavior of the material on the vibrating surface will be obtained, which will then be coupled to the dynamic equations of the screen.

Using finite element simulation tools, the dynamic response of a screen module will be obtained by applying the concepts developed in the analytical method. Subsequently, vibration tests will be carried out on the screen module to confirm the dynamic behavior caused by the interaction with the material. As the main result of the experimentation, the dynamic effect produced by the interaction of the material with the screen is confirmed, represented by the subharmonic component of the excitation frequency.

Índice

Resumen.....	i
Abstract.....	ii
Índice.....	iii
Lista de Tablas	v
Lista de Figuras.....	vi
Capítulo I: Introducción.....	1
1.1.Problemática.....	1
1.2. Estado del Arte.....	2
1.3. Justificación.....	8
1.4. Objetivos	10
1.4.1. Objetivo principal.....	10
1.4.2. Objetivo específicos	10
1.4. Hipótesis.....	11
1.5. Metodología	12
1.6. Alcances	13
Capitulo II: Modelo Conceptual del Efecto del Material.....	15
2.1. Análisis Cinemático del Material Procesado	15
2.2. Análisis Cinético del Material Procesado	24
2.3. Análisis de la Interacción del Material con la Zaranda.....	28
2.4. Integración del Efecto del Material en la Zaranda en las Ecuaciones Dinámicas	31
2.5. Formulación General del Movimiento del Mineral en la Zaranda Vibratoria	33
Capitulo III: Dimensionamiento del Módulo Zaranda y Simulación Virtual	38
3.1. Descripción General del Módulo de Zaranda Vibratoria.....	38
3.2. Conceptualización del Módulo de Zaranda.....	39

3.3. Análisis Modal por Elementos Finitos	44
3.4. Análisis Armónico del Módulo Zaranda con FEM.....	47
Capítulo IV: Ensayos Experimentales	60
4.1. Fabricación del Módulo de Zaranda	60
4.2. Procedimiento y Resultado de Ensayos	64
4.2.1. Ensayo prueba de impacto o Bump Test	64
4.2.2. Ensayo análisis de Stroke	66
4.2.3. Análisis de espectros de vibración	67
4.3. Comentarios de los resultados.....	69
Conclusiones	71
Recomendaciones	72
Referencias bibliográficas.....	73
Anexos	76
Planos.....	79



Lista de Tablas

Tabla 1. <i>Ensayo en una Zaranda tipo Banana</i>	35
Tabla 2. <i>Carrera y Frecuencia de trabajo Zarandas Horizontales Recomendadas</i>	39
Tabla 3. <i>Propiedades Físicas del Resorte a Compresión</i>	41
Tabla 4. <i>Características Físicas del Módulo Zaranda</i>	42
Tabla 5. <i>Frecuencias Naturales para Modulo Zaranda</i>	46
Tabla 6. <i>Tabulación de Fuerza de Excitación de 0 a 30 hz</i>	48
Tabla 7. <i>Parámetros de Operación de entrada Modulo Zaranda</i>	53
Tabla 8. <i>Resultado de las dos raíces para el Movimiento del Material</i>	54
Tabla 9. <i>Sobrecarga de Material Procesado</i>	54
Tabla 10. <i>Resultados de la Simulación para la Interacción Material – Modulo zaranda</i>	57
Tabla 11. <i>Propiedades físicas reales del Módulo Zaranda</i>	61
Tabla 12. <i>Características del Motovibrador</i>	61
Tabla 13. <i>Características de la Cinta Transportadora</i>	62
Tabla 14. <i>Resultados y Comparativa del Ensayo Bump Test</i>	65
Tabla 15. <i>Resultados y Comparativa del Ensayo de desplazamiento Stroke</i>	66
Tabla 16. <i>Resultados y Comparativa del Ensayo espectros de frecuencia</i>	69

Lista de Figuras

Figura 1. <i>Componentes principales de una Zaranda Vibratoria</i>	2
Figura 2. <i>Proceso mineralógico en Chancado – Molienda</i>	3
Figura 3. <i>Modelo de 3 grados de libertad de una Zaranda Vibratoria</i>	4
Figura 4. <i>Modelo de 6 grados de libertad de una Zaranda Vibratoria</i>	5
Figura 5. <i>Integración de la simulación DEM - MBK</i>	6
Figura 6. <i>Vista de simulación DEM de partículas procesadas</i>	7
Figura 7. <i>Fallas en Zarandas Vibratorias</i>	8
Figura 8. <i>Fisuras en Vigas transversales</i>	9
Figura 9. <i>Formulación de la Hipótesis</i>	11
Figura 10 <i>Conceptualización del movimiento de las partículas</i>	17
Figura 11. <i>Movimiento del material Primer Escenario</i>	21
Figura 12. <i>Movimiento del material Segundo Escenario</i>	22
Figura 13. <i>Tiempo de vuelo en relación al parámetro de control</i>	23
Figura 14. <i>Análisis de la interacción de material con zaranda – Primer Escenario</i>	25
Figura 15. <i>Análisis de la interacción de material con zaranda – Segundo Escenario</i>	27
Figura 16. <i>Zona 1 impacto en Zaranda Vibratoria</i>	29
Figura 17. <i>Zona 2 impacto en Zaranda Vibratoria</i>	30
Figura 18. <i>Zona 1 FFT de la Zaranda Vibratoria</i>	31
Figura 19. <i>Zona 2 FFT de la Zaranda Vibratoria</i>	31
Figura 20. <i>Simplificación de una Zaranda Vibratoria</i>	32
Figura 21. <i>Conceptualización del movimiento de las partículas con ángulo de inclinación</i> ..	33
Figura 22. <i>Ensayo del movimiento del mineral en una zaranda tipo banana</i>	35
Figura 23. <i>Resultados de movimiento para zaranda tipo banana</i>	36
Figura 24. <i>Configuración de dos ejes horizontales</i>	38

Figura 25. <i>Dimensiones generales del Módulo Zaranda</i>	40
Figura 26. <i>Dimensiones de diseño Resorte</i>	41
Figura 27. <i>Conceptualización teórica del Módulo de Zaranda Vibratoria</i>	42
Figura 28. <i>Función de respuesta 1GDL</i>	43
Figura 29. <i>Conceptualización para el software FEM</i>	44
Figura 27. <i>Modelamiento y mallado en el software FEM</i>	45
Figura 31. <i>Resultados de los modos naturales de Vibración</i>	46
Figura 32. <i>Conceptualización de la Fuerza Excitatriz en el FEM</i>	49
Figura 33. <i>Respuesta dinámica de la Fuerza Excitatriz en el FEM</i>	49
Figura 34. <i>Respuesta dinámica a la frecuencia 13.75Hz</i>	51
Figura 33. <i>Esfuerzos equivalentes Von-Mises a la frecuencia 13.75Hz</i>	52
Figura 36. <i>Trayectoria del material procesado a 13.75 hz y 6.89 mm de amplitud</i>	53
Figura 37. <i>Resultados de desplazamiento para cargas simuladas</i>	55
Figura 38. <i>Resultados de espectro de Desplazamiento pk-pk</i>	57
Figura 39. <i>Modelo y fabricación de Módulo de Zaranda</i>	60
Figura 40. <i>Motovibrador MVS1 15/100-S02</i>	61
Figura 41. <i>Variador de frecuencia CFW300</i>	62
Figura 42. <i>Instalación general de la Cinta Transportadora y Modulo Zaranda</i>	63
Figura 43. <i>Resultados del ensayo Bump Test</i>	64
Figura 44. <i>Resultados de desplazamiento Stroke</i>	66
Figura 45. <i>Trayectoria del material procesado con Resultados Experimentales</i>	67
Figura 46. <i>Resultado de Espectros Vibracionales</i>	68

Capítulo I: Introducción

1.1. Problemática

La industria minera en Perú ha tomado relevancia por el impacto económico reflejado en el incremento del nivel de exportaciones, mayores ingresos de capital, regalías, puestos de trabajo, impuestos, entre otros. A pesar de ser un motor de crecimiento en nuestra región, el sector minero aborda grandes desafíos para convertirse en una industria sostenible en el tiempo, como principal desafío está el comportamiento cíclico de los precios internacionales de los minerales, lo que obliga a las industrias a maximizar su producción cuando los precios de los metales están al alza, y, por el contrario, a ser más eficientes reduciendo costos operacionales cuando los precios están bajos.

En el procesamiento de minerales, las zarandas vibratorias son utilizadas para la segregación del mineral para obtener una granulometría requerida, por su naturaleza de funcionamiento, están sometidas a grandes esfuerzos mecánicos y a vibraciones continuas, de no ser analizadas correctamente pueden incurrir en fallos funcionales. Existe una amplia bibliografía para el diseño de una zaranda vibratoria, la cual está enfocado principalmente en maximizar la eficiencia de cribado teniendo como parámetro de entrada el flujo másico objetivo, además de ello, se cuenta con numerosos estudios que modelan y simulan dinámicamente la estructura de una zaranda para obtener los parámetros dinámicos de funcionamiento, de esta manera garantizando un nivel de confiabilidad aceptable.

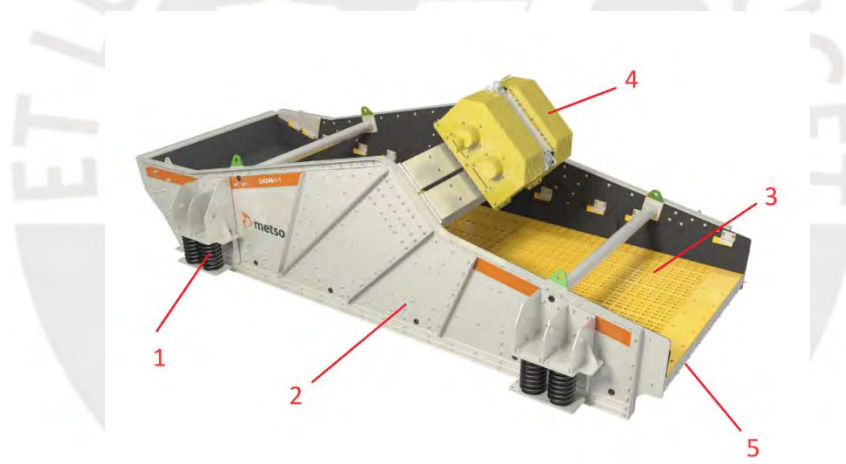
A pesar de la bibliografía, las zarandas vibratorias siguen siendo equipos críticos por su alto nivel de tasa de falla, un aspecto importante que pasa desapercibido es el efecto del material procesado, el cual puede verse incrementado por un incremento en la demanda productiva; entender la interdependencia que existe entre el flujo másico procesado y la zaranda, puede ser clave para establecer medidas de ingeniería que salvaguarden la condición óptima de este activo y evitar pérdidas económicas de los usuarios.

1.2. Estado del Arte

Las zarandas vibratorias se utilizan para la segregación de mineral entre material fino y grueso, el material es forzado a pasar por la zaranda vibratoria que posee en su interior mallas con una abertura especificada, por medio de un sistema excitatriz, la zaranda realiza movimientos oscilatorios permitiendo el paso del material que contenga una dimensión menor a la abertura de la malla, y reteniendo el material con mayor dimensión. Estos equipos son muy utilizados en la agroindustria, minería, metalurgia, industria cementera, entre otros. A continuación, en la figura 1, se detallan los principales componentes de una zaranda vibratoria.

Figura 1.

Componentes principales de una Zaranda Vibratoria



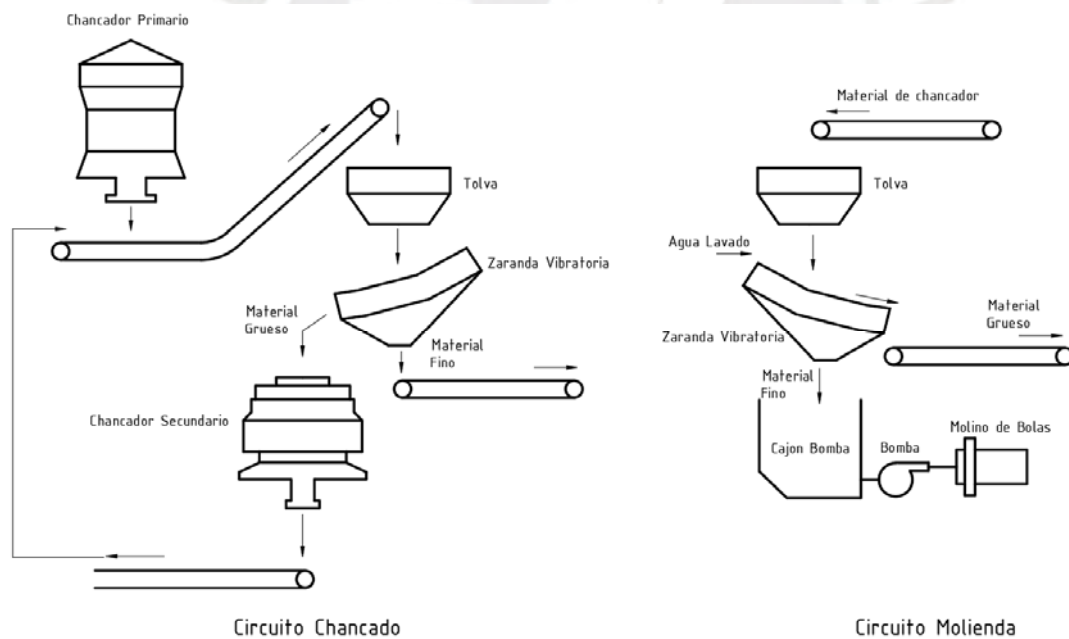
Nota. Partes principales de zaranda vibratoria, (1) Resortes, (2) Placas laterales o sideplates, (3) Mesa de mallas, (4) Excitadores y (5) Vigas transversales. Adaptado de Metso Outotec Criba de tamizado en húmedo (<https://www.directindustry.es/prod/metso-corporation/product-9344-1663888.html>)

Ampliamente utilizadas para la clasificación por tamaño de materiales, las zarandas vibratorias representan una operación crítica en la preparación del material para los procesos posteriores donde se busque tamaños específicos de material (Evgrafov, 2013). En minería, la aplicación común es no permitir que el mineral deje el proceso de conminución o de trituración hasta contar con el tamaño ideal para el siguiente proceso (Moncada, 2017), las zarandas vibratorias permiten clasificar rangos de entre 45 μ m a 300mm de tamaño de

partícula y son aptas para los diferentes circuitos en minería como son los circuitos secos y húmedos (Cotabarren, 2012). Por ejemplo, en el proceso de chancado de una minera local, el mineral extraído es reducido hasta un tamaño no mayor de 120 mm, las zarandas vibratorias reciben el producto del chancador primario y clasifican el mineral recirculando el mineral grueso a chancador secundario y permitiendo el paso de material fino para los siguientes procesos (Aguilar, 2018). En minería, otra aplicación importante es en el área de Molienda, donde las “Zarandas Húmedas” mediante agua de lavado, logran retener partículas de hasta 5.5 mm las cuales son retornadas al circuito de chancado (Escobedo, 2014). La figura 2 representa ambos circuitos en el proceso minero.

Figura 2.

Proceso mineralógico en Chancado – Molienda



Nota. Proceso de conminución seco y húmedo en minera de cobre. Adaptado de Análisis y mejoras de la gestión del área de mantenimiento mecánico molienda procesos C2 de la planta concentradora de cobre de Sociedad Minera Cerro Verde Arequipa basado en la filosofía de mantenimiento productivo total, Aguilar, 2018.

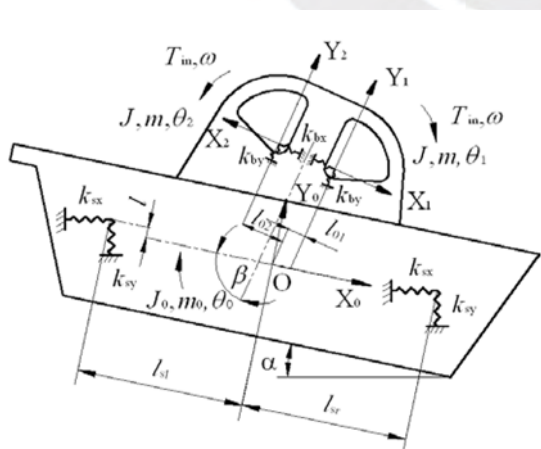
El dimensionamiento de las zarandas depende principalmente del flujo másico que se quiera procesar, se cuentan con recomendaciones del Vibrating Screen Manufactures Association, de siglas VSMA, que brinda sugerencias basado en experiencia de terreno e información de

ensayos desarrollando criterios confiables para determinar la capacidad de una zaranda considerando una adecuada eficiencia, el correcto diseño de la zaranda está en equilibrar el flujo másico TPH (Toneladas por hora) y el área de mallado (VSMA, 1998). Las recomendaciones del VSMA brindaran un primer acercamiento a las dimensiones generales de la zaranda vibratoria.

Para continuar con el diseño de la zaranda vibratoria es necesario conocer ciertas características dinámicas de su operación como son amplitud, frecuencia y forma (Rodríguez et al., 2016). Es por ello, que en la literatura existen diversos modelamientos dinámicos, basados en el cuerpo rígido, que buscan explicar este fenómeno de desplazamiento cíclicos, donde además se logra identificar parámetros como velocidad y aceleración basados en las leyes de Newton (Moncada, 2017). Pueden existir diferentes conceptos para el diseño de las zarandas, por ejemplo, se tiene el modelo lineal de Zhao, Qing y Le-Hao (2014), quienes proponen un modelo de tres grados de libertad para zarandas de mezcla de asfalto sin considerar los efectos del amortiguamiento como se ve en la figura 3, además la fuerza excitatriz está dada por una masa desbalanceada.

Figura 3.

Modelo de 3 grados de libertad de una Zaranda Vibratoria



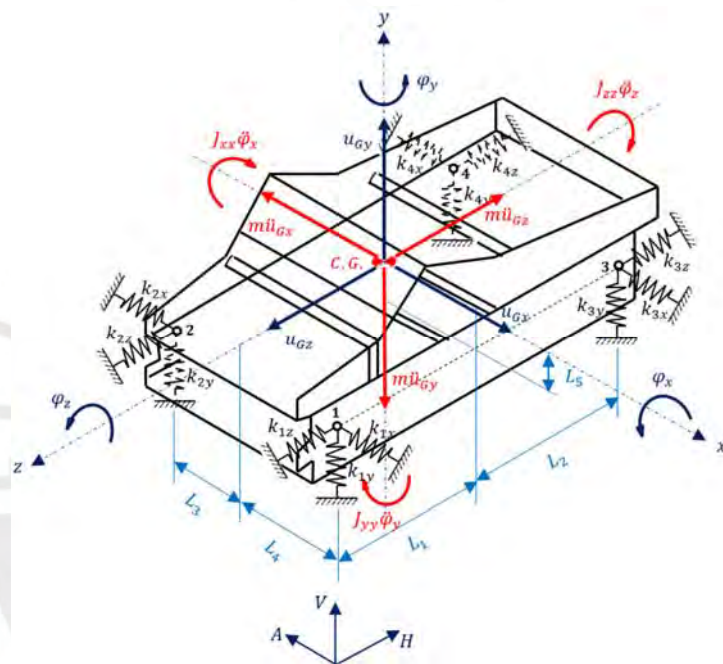
$$\begin{aligned}
 m_0 \ddot{x}_0 + 2k_x \delta_{xl} + 2k_x \delta_{xr} - k_{by} (y_1 + y_2) \cos \beta &= 0 \\
 m_0 \ddot{y}_0 + 2k_y \delta_{yl} + 2k_y \delta_{yr} - k_{by} (y_1 + y_2) \sin \beta &= 0 \\
 J_0 \ddot{\theta}_0 - 2k_x \delta_{xl} l + 2k_y \delta_{yl} l_{sl} - 2k_x \delta_{xr} l - 2k_y \delta_{yr} l_{sr} \\
 - k_{by} y_1 l_{01} + k_{by} y_2 l_{02} &= 0
 \end{aligned}$$

Nota. Tomado de Dynamics Analysis and Experiment of Vibrating Screen for Asphalt Mixing Equipment. Sensors & Transducers, 169(4), 205.de Zhao-Xia, H., Qing-Tao, L., & Le-Hao, C, 2014.

Otro caso, es el diseño de un módulo educativo presentado por León (2019), quien propone un modelo de seis grados de libertad como se aprecia en la figura 4, como resultado se identifica seis frecuencias naturales como son los desplazamientos lineales en sus tres ejes y además movimientos de cabeceo, balanceo y movimiento de lazo, estableciendo así un rango óptimo de trabajo para el diseño de la zaranda.

Figura 4.

Modelo de 6 grados de libertad de una Zaranda Vibratoria



Nota. Tomado de Diseño de un módulo educativo a escala de una zaranda vibratoria. de León, 2019.

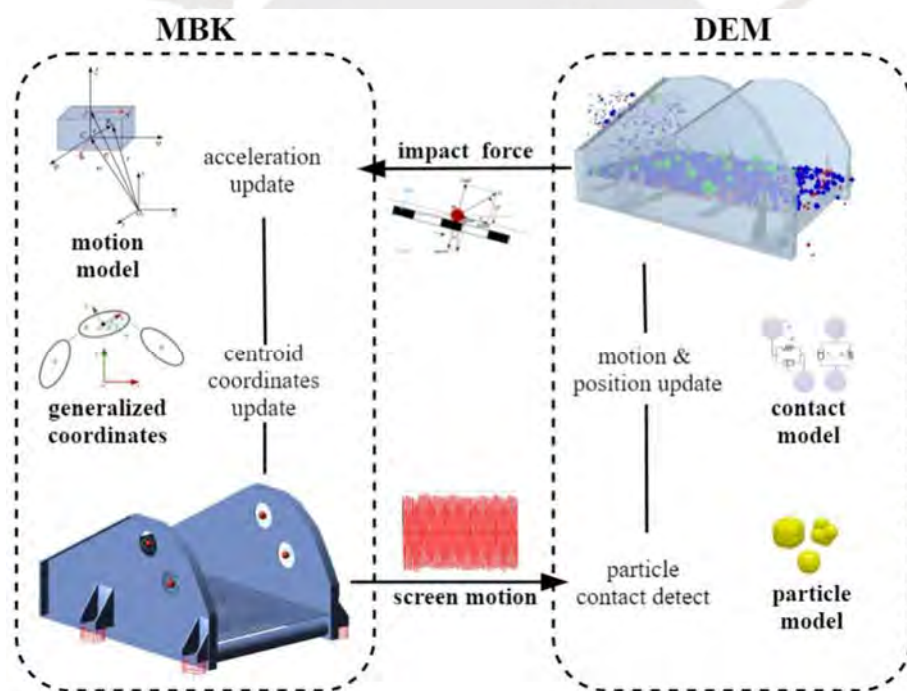
En los anteriores casos citados, es importante destacar la linealización del giro angular de la zaranda al considerar que el desplazamiento es muy pequeño, por lo que se cumple que el $\sin(\theta)$ es igual a θ , así mismo, para obtener la función de respuesta no se considera la interacción que ocurre entre el material y la zaranda, linealizando así los resultados de amplitud, velocidad y aceleración por facilidad de cálculo.

En tal sentido, se presenta un campo de estudio abierto sobre los efectos del propio material procesado en la zaranda vibratoria. Muchas de estas consideraciones sobre el material procesado son simuladas por softwares DEM. El método de elementos discretos, mediante

soluciones numéricas, logra resolver la interacción de partículas simplificadas en discos y esferas permitiendo visualizar el contacto y movimiento partícula a partícula (Cundall y Strack, 1979). Para optimizar la estabilidad dinámica de la zaranda, Xia et al. (2022) establecen un análisis integrando las simulaciones obtenidas de DEM y acoplándola a la cinemática del cuerpo rígido MBK (Multi-rigid body kinematics) de la zaranda para obtener la estabilidad dinámica frente a los impactos del mineral como se ve en la figura 5, los resultados arrojan que existen variaciones de amplitud y eficiencia al considerar el material procesado.

Figura 5.

Integración de la simulación DEM - MBK



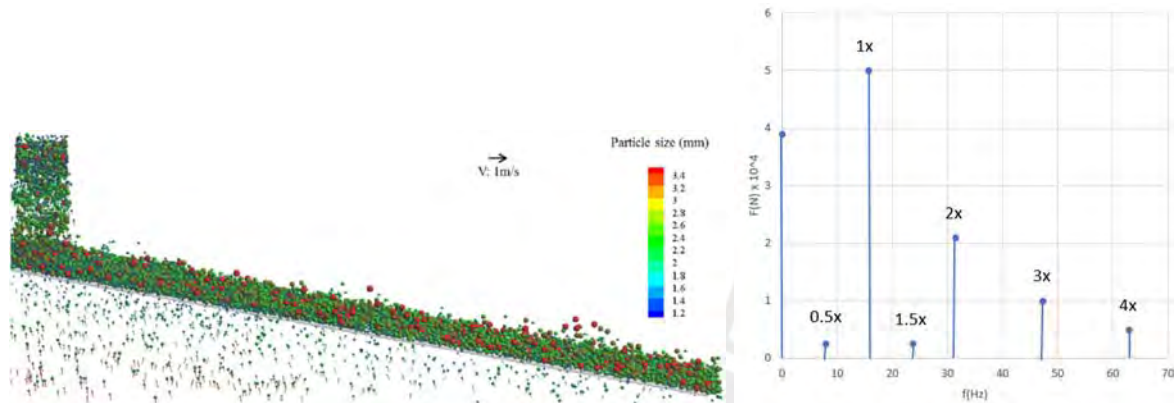
Nota. Tomado de Collaborative optimization of linear vibrating screen screening efficiency and dynamic response stability based on coupled DEM-MBK, 78, 49-61. de Xia et al., 2022.

Otra investigación como la de Moncada (2017), compara los resultados de un primer escenario donde los efectos del material procesado son linealizados versus un segundo escenario donde los efectos del material son simulados con DEM, ver figura 6, el resultado

de su investigación establece diferencias entre ambos modelos como es la respuesta dinámica de la zaranda, la amplitud y presencia de armónicos en el espectro de frecuencias.

Figura 6.

Vista de simulación DEM de partículas procesadas



Nota. Tomado de Modelación dinámica no lineal de harnero vibratorio considerando inercia del mineral y fuerza del mineral sobre el harnero calculada con elementos discretos. de Moncada, 2017.

Por otro lado, Ramatsetse et al. (2017) hace mención que las investigaciones en zarandas abordan aspectos de como incrementar su eficiencia, mas no, como hacer frente a las fallas por sobrecarga, acorde con el mismo estudio, se hace referencia que las principales fallas por sobre carga y por alteraciones en las respuestas dinámicas se ven reflejadas en daños en las vigas transversales y daños en las placas laterales respectivamente, originando así detenciones de la línea productiva para el procesamiento de minerales.

De lo expuesto, es claro que existe un campo de investigación poco abordado sobre los efectos del material en las zarandas vibratorias, en especial cuando existe sobrecarga debido a necesidades operativas de las industrias mineras, la interacción del material procesado con la zaranda generara fuerzas adicionales de excitación que deberán ser comprendidas y analizadas para establecer rangos óptimos de trabajo de manera confiable a la sobrecarga, del mismo modo permitirá proponer cambios en el diseño estructural para poder satisfacer los nuevos requerimientos de producción.

1.3. Justificación

Las zarandas vibratorias operan bajo elevadas cargas mecánico-estructurales y a vibraciones continuas, para garantizar que no existan fallos en estos equipos, las zarandas deben contar con una buena resistencia mecánica y estabilidad vibracional mientras están en funcionamiento, por lo general en la industria minera las zarandas vibratorias están expuestas a fallos estructurales por las condiciones de sobrecarga extrema a las que están sometidas.

De la investigación de Ramatsetse et al. (2017) respecto a los modos de falla de una zaranda vibratoria, encuentra que los tres primeros modos de falla más recurrentes están relacionados a problemas por desgaste, este modo de falla es inherente de la operación de estos equipos, ya que están sometidos a desgastes por abrasión del propio mineral cuando atraviesa la zaranda, pero a continuación se visualiza que el fallo mecánico principal en las zarandas está en las vigas transversales. Se presenta la figura 7.

Figura 7.

Fallas en Zarandas Vibratorias



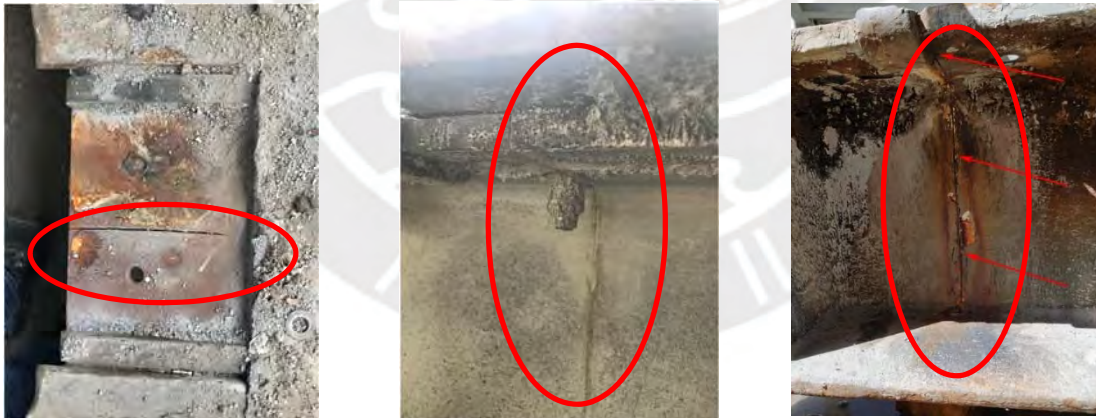
Nota. Adaptado de Failure and sensitivity analysis of a reconfigurable vibrating screen using finite element analysis. Ramatsetse et al., 2017.

Las fallas mecánicas en la estructura de la zaranda están relacionadas principalmente a fatiga de los componentes, la presencia de fisuras en las vigas transversales así lo demuestran, Steyn (1995) menciona que, para alcanzar una vida útil aceptable en las zarandas, los esfuerzos que los componentes estructurales soportan deben estar muy por debajo de los límites de resistencia a la fatiga calculados en el diseño, lo antes mencionado deja de ser válido si es que el operador minero incrementa su nivel de producción, y en consecuencia sobrecargando el equipo, por lo que no se podrá evitar las fallas por fatiga en los componentes estructurales.

Las detenciones de producción en gran minería pueden alcanzar las cifras de miles de dólares por hora detenida, las fallas en las zarandas vibratorias tienen ese impacto ya que son equipos indispensables en el circuito productivo. En la figura 8 se muestran algunas fallas en las vigas transversales de una zaranda tipo banana de 30 x 12 pies.

Figura 8.

Fisuras en Vigas transversales



Nota. Fuente propia.

En la bibliografía revisada como VSMA (1988) y Ponce et al. (2003), en la fase de diseño se hace especial atención en maximizar la eficiencia de clasificación de la zaranda donde se definen parámetros de diseño como el área de clasificación, carrera de oscilamiento y abertura del tamiz, también se definen frecuencias de vibración óptimas en concordancia con

la granulometría y flujo másico de operación. Sin abordar aspectos estructurales o de sobrealimentación de mineral a las zarandas y sus consecuencias.

Se reconoce entonces que la falla en la estructura de la zaranda son la principal variable que juega en contra de la confiabilidad del equipo, principalmente por la sobrecarga de niveles altos de producción, y al no contar con mucha investigación bibliográfica referente a los efectos del mineral en la estructura de la zaranda, se formula la siguiente interrogante: ¿Cómo afecta dinámicamente la interacción del mineral con la zaranda vibratoria?

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo principal

El trabajo de investigación busca establecer cuáles son los efectos dinámicos que ocurren entre la zaranda vibratoria y el material procesado.

1.4.2. Objetivo específicos

- Realizar una investigación bibliográfica de zarandas vibratorias, reconociendo las variables dinámicas que afectan su comportamiento.
- Proponer un modelo analítico donde se incluya el efecto del material con la zaranda basado en el movimiento de las partículas y el flujo másico procesado.
- Simular con FEM (método de elementos finitos) una zaranda vibratoria con diferentes niveles de carga, las fuerzas que se atribuyen al mineral serán analizadas de manera analítica para después ser simuladas y de esta manera obtener la respuesta dinámica.
- Realizar mediciones experimentales de una zaranda vibratoria a diferentes niveles de carga másica, para comparar los resultados obtenidos con la respuesta real de la zaranda.

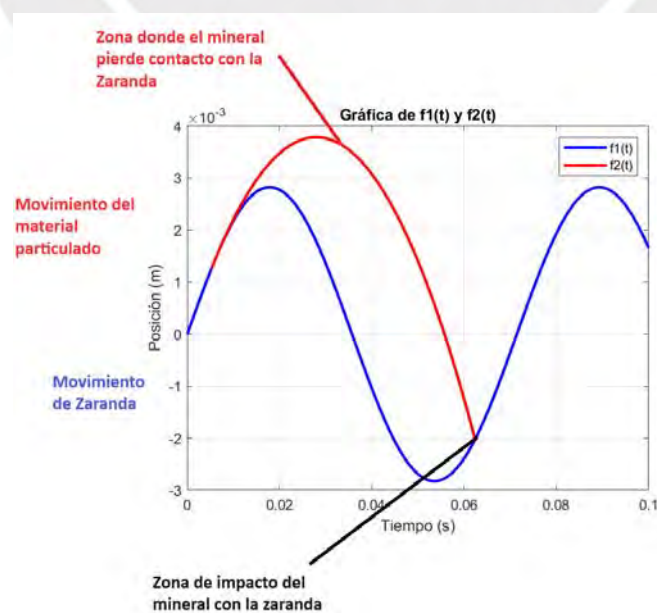
1.4. Hipótesis

De acuerdo a la literatura revisada, en el proceso de diseño dinámico de la zaranda vibratoria, no se considera el efecto del flujo másico en la zaranda, en su lugar se centra en la búsqueda de las frecuencias naturales, en otros casos el flujo másico y las cargas dinámicas que el material genera en la zaranda son linealizadas para simplificar los cálculos, esta aseveración implica suponer que el movimiento del mineral procesado posee la misma frecuencia y que está en fase con la frecuencia de trabajo de la zaranda; lo que no necesariamente ocurre en la realidad.

Basados en estudios sobre la dinámica granular como las realizadas por Pastor (2005), He, Liu y Li (2022), y Ze, Yun y Jing (2006); se puede indicar que el material granulado inicialmente está en contacto con la superficie de una zaranda vibratoria, pero a medida que el material sea acelerado llegará un instante en que el material pierda contacto con la superficie vibratoria para iniciar un movimiento parabólico en el aire, que, al finalizar, impactará con la superficie de la zaranda vibratoria, repitiendo este ciclo.

Figura 9.

Formulación de la Hipótesis



Nota Fuente propia

Este salto que se produce (en rojo), difiere en magnitud a la frecuencia de trabajo de la zaranda (representada en azul), el impacto entre el material y la zaranda depende de la trayectoria que desarrolla el material cuando inicia su vuelo, en este sentido se propone que las ecuaciones dinámicas que rigen este comportamiento están directamente relacionadas al flujo másico presente, se deduce que a mayor flujo másico el impacto en la zaranda será mayor. Para analizar la zaranda vibratoria dinámicamente se simplificará a un sistema masa resorte con amortiguamiento, la ecuación a desarrollar será como se muestra a continuación:

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = F_e(t) + F_m(t) \quad (1.1)$$

Donde:

[*M*] Matriz masa

[*C*] Matriz amortiguamiento

[*K*] Matriz rigidez

x Desplazamiento en metros (m)

\dot{x} Velocidad en (m/s)

\ddot{x} Aceleración en (m/s²)

$F_e(t)$ Fuerza de excitación de la zaranda

$F_m(t)$ Fuerza de la interacción del material procesado con la zaranda

1.5. Metodología

El presente trabajo de investigación utilizará como principal recurso la revisión bibliográfica actual donde se haya analizado el comportamiento no lineal de las partículas cuando interactúan con una base vibratoria, tomando como referencia estos postulados, se aplicarán al comportamiento del material en las zarandas vibratorias. Se utilizará el software Matlab para desarrollar los modelos no lineales y sus soluciones con la aplicación de métodos numéricos.

Actualmente existe gran avance de herramientas informáticas de simulación facilitando la obtención de soluciones confiables a muchos problemas de la ingeniería por su dificultad de análisis, la interacción del material con la zaranda es un problema que amerita ser analizada también con los métodos de elementos finitos. Se propone realizar una modelación con software CAE Ansys Mechanical para el desarrollo de las simulaciones FEM, obteniendo así la respuesta dinámica de la zaranda incluyendo la interacción del mineral con la superficie de cribado.

Por último, se procederá a realizar evaluaciones experimentales con un módulo de zaranda vibratoria, el procedimiento a llevar a cabo será: La zaranda vibratoria será sometida a flujos máscicos crecientes de alimentación de material, los ensayos iniciaran con la zaranda operando sin material, para después ser alimentada con material de manera paulatina en kg/s. Durante estos incrementos de carga, se obtendrán parámetros de vibración en desplazamiento (mm) y nivel de cama de material, todo ello se realizará con acelerómetros disponibles, definiendo de esta manera espectros vibracionales en donde la interacción del material con la zaranda sea importante.

1.6. Alcances

Principalmente se cuentan con tres entregables.

- Establecer un modelo conceptual donde se pueda identificar de manera analítica la interacción del material con la zaranda, a partir de sus parámetros vibracionales como es la frecuencia, amplitud de movimiento, ángulo de inclinación, flujo máscico y densidad del material.
- Se realizarán simulaciones con software FEM para obtener la respuesta dinámica, considerando las cargas por la interacción del material-zaranda obtenidas en el modelo conceptual, obteniendo los esfuerzos mecánicos sometidos a los componentes mecánicos de la zaranda.

- Como fase experimental, se realizarán ensayos vibratoriales en un módulo zaranda, donde se corroborará los efectos dinámicos que ocurren cuando la zaranda es sometida al flujo másico del material, se identificarán otros parámetros como la frecuencia natural, espectros de frecuencia y desplazamientos de zaranda a diferentes flujos másicos.



Capítulo II: Modelo Conceptual del Efecto del Material

Como se detalló en el capítulo previo, para el análisis dinámico de una zaranda vibratoria es necesario incluir el efecto que posee el material procesado, el cual interactúa con la superficie de la zaranda vibratoria, el material procesado puede ser considerado como un material granulado, Pastor (2005) refiere el material granulado como un medio dividido que como principal característica es la capacidad de que estas divisiones pueden interactuar entre sí. Otra definición es la presentada por Ze et.al. (2006) quienes mencionan que un medio granular consiste en un gran número de partículas sólidas que pueden moverse de forma independiente. Estas consideraciones serán tomadas para las siguientes evaluaciones.

2.1. Análisis Cinemático del Material Procesado

La interacción entre partículas de un medio granular en movimiento crea un medio altamente disipativo; es entonces que podemos definir lo que es el coeficiente de restitución, la cual mide el grado de conservación de energía cinética de los choques entre partículas, si consideramos que soltamos una partícula contra un cuerpo fijo, el suelo como ejemplo, desde una altura inicial, es lógico pensar que la velocidad antes del impacto es mayor que la velocidad con la que rebota desde el suelo, por lo que la altura del rebote será menor que la altura inicial, formulando así:

$$Cr = -\frac{v_1}{u_1} \quad (2.1)$$

Donde:

v_1 es la velocidad final de la partícula tras la colisión.

u_1 es la velocidad inicial de la partícula tras la colisión.

El coeficiente de restitución caracteriza cuanta energía pierde un objeto tras un impacto, se deduce entonces que un $Cr = 1$ representa una colisión completamente elástica, mientras que un $Cr = 0$ representara una colisión completamente inelástica.

Al considerar el medio granular altamente disipativo debido a que las partículas interactúan entre sí perdiendo energía tras colisiones, se deduce que el coeficiente de restitución dependerá de la cantidad de partículas que se estén analizando, es decir que el coeficiente de restitución será mucho menor a medida que se incremente la cantidad de partículas tendiendo hacia cero, lo que representa colisiones inelásticas. Al estudiar el comportamiento del medio granular en una zaranda vibratoria es necesario tener en cuenta que el análisis se enfoca en la interacción de material con la zaranda vibratoria, y en especial cuando la zaranda presenta sobrecarga de material debido a la exigencia productiva, por lo que se tomara como primer acercamiento que la interacción del mineral es inelástica con la zaranda vibratoria, esta consideración tendrá mayor validez ya que es común que el mineral que es procesado en una zaranda vibratoria este humedecido previamente con agua, lo que potenciara que la interacción entre el material procesado y la zaranda sea inelástica.

El modelo físico que se utilizara para describir la cinemática del mineral es el modelo de la bola inelástica, modelo utilizado por E. Fermi, la cual establece que, cuando la superficie vibratoria se mueva hacia arriba, el medio granular quedara completamente compactado no permitiendo el movimiento relativo entre partículas, esta condición se da cuando la aceleración de la zaranda es mucho mayor a la aceleración de la gravedad $-g$, y cuando la aceleración de la base sea igual al valor de la gravedad $-g$, el material iniciara un vuelo parabólico que terminara en la colisión con la base de manera inelástica, dependiendo de la zona de impacto, quedara nuevamente compactada con la base, o iniciara otro vuelo parabólico tras la colisión (Pastor, 2005). Se elige el signo negativo a la gravedad, considerando la dirección vertical hacia arriba como positivo en el sistema de coordenadas de la figura 10.

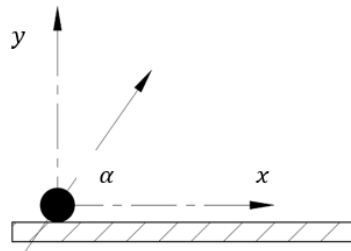
Para el análisis se considera una zaranda vibratoria con movimiento sinusoidal, con la pantalla de cribado recto, con ángulo de inclinación cero y ángulo de fuerza excitatriz α .

Como se ve en la figura 10.

Figura 10.

Conceptualización del movimiento de las partículas

$$S(t) = A \sin(\omega t) \quad (2.2)$$



Nota. Fuente propia

Donde:

A es la amplitud de movimiento de la zaranda vibratoria en metros

ω es la frecuencia de excitación de la zaranda vibratoria en rad/s

$S(t)$ es la función posición de la zaranda vibratoria en función del tiempo

De la ecuación sinusoidal presentada puede obtenerse los parámetros de velocidad y aceleración, según:

$$\dot{S}(t) = A\omega \cos(\omega t) \quad (2.3)$$

$$\ddot{S}(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t) \quad (2.4)$$

Como se mencionó, el material granulado iniciará un vuelo parabólico cuando la aceleración en el eje y de la pantalla de la zaranda sea igual a $-g$, por lo que el transcurrirá un tiempo t_0 antes de perder contacto con la zaranda, igualando las expresiones se obtiene:

$$\ddot{S}_y(t_0) = \ddot{S}(t_0) \sin \alpha = -g$$

$$-A\omega^2 \sin(\omega t_0) \sin \alpha = -g$$

$$t_0 = \frac{1}{w} \sin^{-1} \left(\frac{g}{Aw^2 \sin \alpha} \right) \quad (2.5)$$

Con la última expresión (2.5) se logra obtener el tiempo que transcurre para que el material pierda contacto con la mesa de la zaranda, después de este instante, el material desarrolla un vuelo parabólico en el aire, sin considerar otros efectos como la fricción del aire, se establece entonces las siguientes ecuaciones que describen la trayectoria del material.

$$Z_x(t - t_0) = \dot{Z}_{x0} \cdot (t - t_0) \quad (2.6)$$

$$Z_y(t - t_0) = Z_{y0} + \dot{Z}_{y0} \cdot (t - t_0) - \frac{g(t - t_0)^2}{2} \quad (2.7)$$

Donde

Z_{y0} es la posición inicial del material granulado antes de iniciar el vuelo en eje y

\dot{Z}_{x0} y \dot{Z}_{y0} son las velocidades iniciales del material granulado en la componente x y y respectivamente.

Los parámetros iniciales del material procesado son adquiridos por los parámetros físicos desarrollados por la mesa de cribado de la zaranda, por lo que se procede a igualar.

Para el eje x:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{x0} &= Aw \cos(wt_0) \cos \alpha \\ \dot{Z}_{x0} &= Aw \cos \left(\sin^{-1} \left(\frac{g}{Aw^2 \sin \alpha} \right) \right) \cos \alpha \end{aligned} \quad (2.8)$$

Para el eje y, se obtiene:

$$\begin{aligned} Z_{y0} &= S(t_0) \sin \alpha \\ Z_{y0} &= A \sin(wt_0) \sin \alpha \\ Z_{y0} &= \frac{g}{w^2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Y

$$\dot{Z}_{y0} = \dot{S}(t_0) \sin \alpha$$

$$\dot{Z}_{y0} = Aw \cos(wt_0) \sin \alpha$$

$$\dot{Z}_{y0} = Aw \cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{g}{Aw^2 \sin \alpha}\right)\right) \sin \alpha \quad (2.10)$$

Reemplazando (2.8), (2.9) y (2.10) en la expresión general (2.6) y (2.7), se obtiene.

$$Z_x(t - t_0) = Aw \cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{g}{Aw^2 \sin \alpha}\right)\right) \cos \alpha \cdot (t - t_0) \quad (2.11)$$

$$Z_y(t - t_0) = \frac{g}{w^2} + Aw \cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{g}{Aw^2 \sin \alpha}\right)\right) \sin \alpha \cdot (t - t_0) - \frac{g(t - t_0)^2}{2} \quad (2.12)$$

Las expresiones (2.11) y (2.12) expresan el trayecto del material procesado cuando este deja de tener contacto con la zaranda, el tiempo de vuelo será desde el momento t_0 hasta un tiempo t donde el material impacta con la zaranda. Será necesario trabajar en el eje y donde actúa el valor de la gravedad $-g$, en el momento de la colisión las expresiones (2.3) en y y (2.12) pueden ser igualadas.

$$Z_y(t - t_0) = S(t) \sin \alpha$$

$$\frac{g}{w^2} + Aw \cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{g}{Aw^2 \sin \alpha}\right)\right) \sin \alpha \cdot (t - t_0) - \frac{g(t - t_0)^2}{2} = A \sin(wt) \sin \alpha \quad (2.13)$$

A partir de este momento es importante notar que existen varias variables que influyen en el desplazamiento del material procesado en la zaranda, por lo que se debe establecer un parámetro de control capaz de simplificar la expresión, es por ello que se establece la aceleración adimensional Γ , con la siguiente formulación.

$$\Gamma = \frac{Aw^2}{g} \sin \alpha \quad (2.14)$$

Así mismo, se reemplaza la variable t , en términos de la fase de vibración $\phi = wt$. La expresión general (2.13) queda simplificada a:

$$\frac{g}{w^2} \left[1 + \Gamma \cos(\sin^{-1}(\Gamma^{-1}))(\phi - \phi_0) - \left(\frac{\phi - \phi_0}{2}\right)^2 \right] = A \sin(\phi) \sin \alpha$$

$$\Gamma \sin(\phi) = \left[1 + \Gamma \cos(\sin^{-1}(\Gamma^{-1}))(\phi - \phi_0) - \left(\frac{\phi - \phi_0}{2} \right)^2 \right] \quad (2.15)$$

Donde

ϕ es la fase donde las partículas colisionan con la pantalla de la zaranda

ϕ_0 es la fase inicial, donde el material procesado se desprende de la zaranda

Γ es el parámetro adimensional de aceleración de control para la ecuación planteada

Cabe señalar que la última expresión (2.15) solo puede resolverse a través de métodos numéricos al tratarse de una ecuación trascendente, el resultado será la raíz donde ambas ecuaciones se intersectan, dentro de las variables que influyen el parámetro de control, se ha decidido mantener constante la frecuencia de excitación y variar el parámetro de la amplitud.

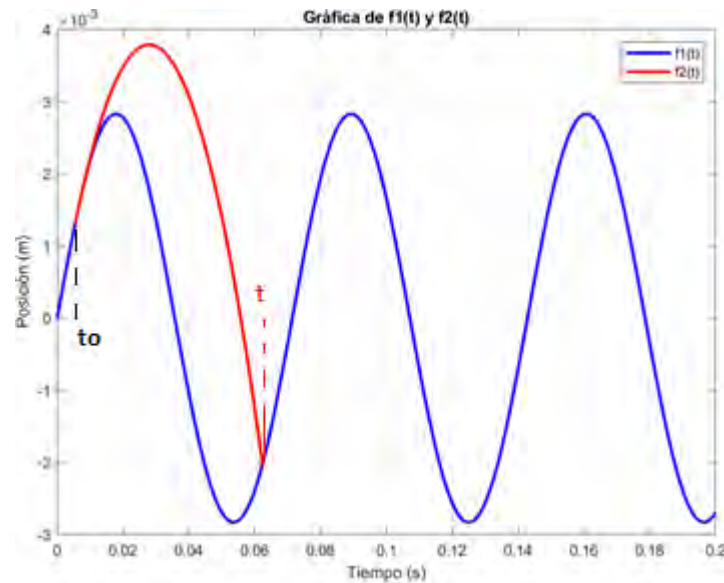
La resolución de la expresión (2.15) fue resulta utilizando el método de Newton-Raphson con ayuda de un código creado en MatLab, el cual se presenta en el Anexo A.1. La resolución cuenta con dos escenarios tras la colisión inelástica entre la zaranda y el material.

Primer escenario, cuando la aceleración de la pantalla en el momento de la colisión sea mayor a la gravedad, es decir $\ddot{S}_y(\phi) > -g$, en este caso el material permanece solidario a la pantalla de la zaranda hasta que la aceleración de la zaranda iguale a la gravedad $-g$, dando inicio otro vuelo parabólico. El tiempo de vuelo se determina con.

$$\tau = \frac{1}{w}(\phi - \phi_0) \quad \text{ó} \quad \tau = (t - t_0) \quad (2.16)$$

Cabe resaltar que, para este primer escenario, solo se encontrará una raíz que satisfaga la ecuación de igualdad de la expresión (2.15), por lo que el movimiento del material procesado será como se muestra en la siguiente figura 11.

Figura 11.

Movimiento del material Primer Escenario

Nota Fuente propia, en azul posición de la zaranda y en rojo movimiento del material procesado

Segundo escenario, cuando la aceleración de la pantalla en el momento de la colisión sea igual o menor a la gravedad, es decir $\ddot{S}_y(\phi) \leq -g$, en tal caso, el material puede inmediatamente iniciar un segundo vuelo con posición y velocidad inicial igual a la posición de la pantalla en el momento del primer impacto. Se deduce entonces la segunda ecuación.

$$A \sin(\omega t_2) \sin \alpha = z_0 + v_0(t_2 - t_1) - \frac{g}{2}(t_2 - t_1)^2 \quad (2.17)$$

Donde:

$z_0 = A \sin(\omega t_1) \cdot \sin \alpha$ es la posición inicial del primer impacto

$v_0 = A \omega \cos(\omega t_1) \cdot \sin \alpha$ es la velocidad de la zaranda en el momento del primer impacto

t_1 es el tiempo del primer impacto (primera raíz), lo que sería el tiempo inicial del segundo vuelo

t_2 es el tiempo del segundo impacto (segunda raíz)

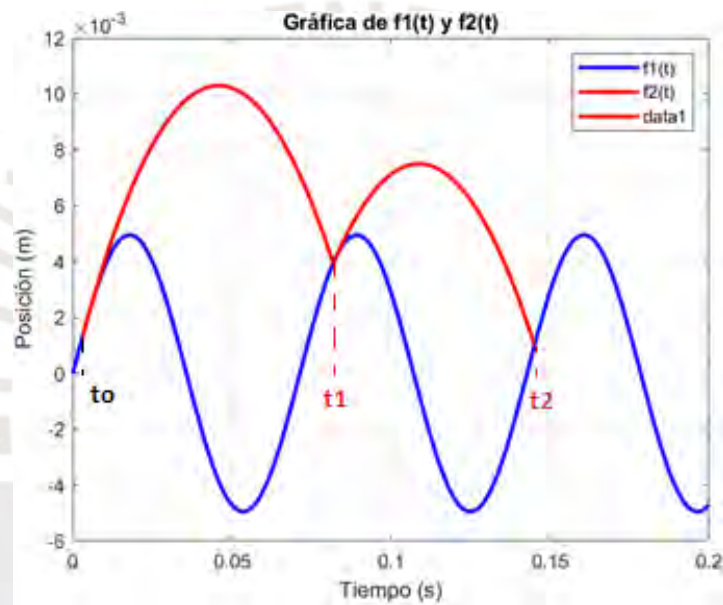
De la misma manera, simplificando la expresión por medio de la fase $\phi = \omega t$ e incluyendo el parámetro de control de aceleración adimensional, obtenemos.

$$A \sin \phi_2 = \sin \phi_1 + \cos(\phi_1)(\phi_2 - \phi_1) - \frac{1}{2\Gamma}(\phi_2 - \phi_1)^2 \quad (2.18)$$

De la misma manera, la última expresión solo es posible resolver con métodos numéricos, se utiliza Newton-Raphson en un código preparado en MatLab. Para el segundo escenario se obtendrían dos soluciones, por lo que el movimiento de las partículas tendrá la siguiente trayectoria según la figura 12.

Figura 12.

Movimiento del material Segundo Escenario

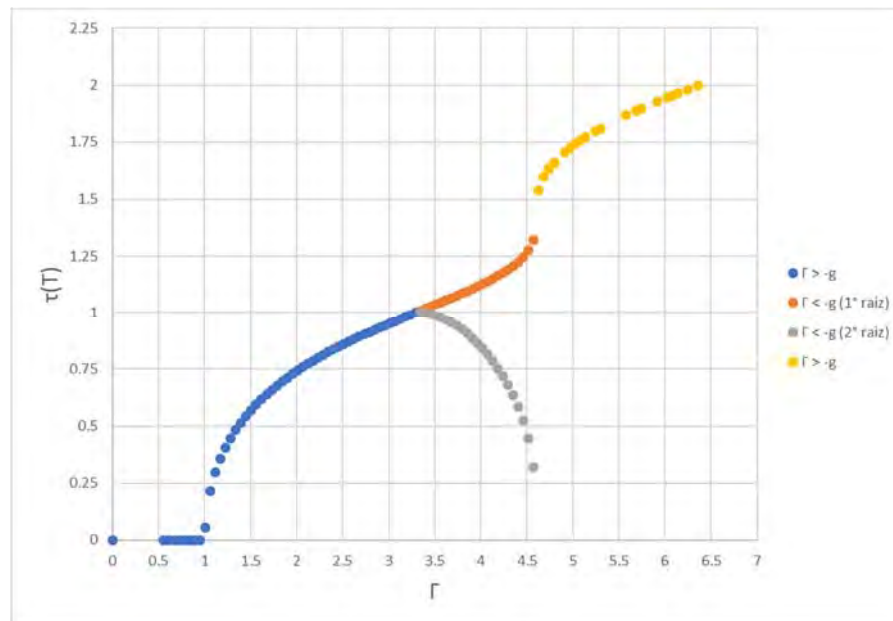


Nota. Fuente propia, en azul posición de la zaranda y en rojo movimiento del material procesado

Para realizar las iteraciones, se procedió a variar el parámetro de control adimensional Γ , manteniendo una frecuencia de excitación ω en 14 hz, lo usual en la industria, y variando la amplitud A desde 0 hasta 11.5mm, considerando un ángulo de movimiento de $\alpha = 45^\circ$. Los resultados para cada valor de Γ se detallan en la siguiente figura 13.

Figura 13.

Tiempo de vuelo en relación al parámetro de control



Nota. Fuente propia, coordenada y representa la fracción del tiempo de vuelo comparado con el periodo de la zaranda T , coordenada x representa el parámetro de control Γ

De la gráfica mostrada, se puede obtener las siguientes conclusiones.

- La primera región en azul, indica que el parámetro de aceleración adimensional debe ser igual a 1, para que el material pueda dejar de tener contacto con la pantalla de la zaranda vibratoria, a partir de ese momento, se puede registrar un tiempo de vuelo inferior al periodo de excitación de la pantalla, hasta que alcanza el mismo periodo de excitación de la zaranda ($\tau(T) = 1$), en todo ese lapso el impacto de las partículas cae en una zona donde la aceleración de la zaranda es superior a la gravedad ($\ddot{S}_y(\phi) > -g$) primer escenario.
- La segunda región es caracterizada por una bifurcación, los puntos en naranja muestran que el tiempo de vuelo supera progresivamente el periodo de la zaranda vibratoria, mientras que en paralelo se da un segundo vuelo, con menor tiempo de vuelo decreciendo hasta desaparecer en color gris, es en esta zona donde se da el primer impacto de $\ddot{S}_y(\phi) \leq -g$ para luego iniciar inmediatamente un segundo vuelo, segundo

escenario. Y, por último, en amarillo se visualiza que el segundo vuelo desaparece en su totalidad dejando únicamente un vuelo parabólico que irá creciendo progresivamente hasta alcanzar el doble del periodo de excitación de la zaranda ($\tau(T) = 2$). Se infiere que en este punto se presentara otra bifurcación.

2.2. Análisis Cinético del Material Procesado

En el análisis previo, se pudo determinar la trayectoria del material procesado en la zaranda cuando es excitada por un movimiento armónico sinusoidal, este análisis previo permitirá determinar la cinética del material procesado. Para deducir analíticamente la interacción del material se analizará el cambio que existe en la cantidad de movimiento cuando el material procesado tiene contacto con la zaranda.

Como se ve en la figura 14, el material procesado adoptará la velocidad de la zaranda inmediatamente después del primer impacto debido a su característica inelástica, de esta manera permanecerá solidaria a la zaranda hasta alcanzar la gravedad $-g$ repitiendo este ciclo, utilizando el principio de impulso y cantidad de movimiento (Hibbeler, 2010) se podrá determinar cuál es la fuerza con la que el material interactúa con la zaranda, se formula la siguiente expresión.

$$m_z \dot{S}_1 + \sum \int_{t_1}^{T+t_0} \bar{F} dt = m_z \dot{S}_2 \quad (2.20)$$

Donde:

m_z es la masa del material procesado que interactúa con la zaranda

\dot{S}_1 es la velocidad de la zaranda en el instante t_1

\dot{S}_2 es la velocidad de la zaranda en el instante $T + t_0$

\bar{F} es la fuerza resultante con la que el mineral interactúa con la zaranda

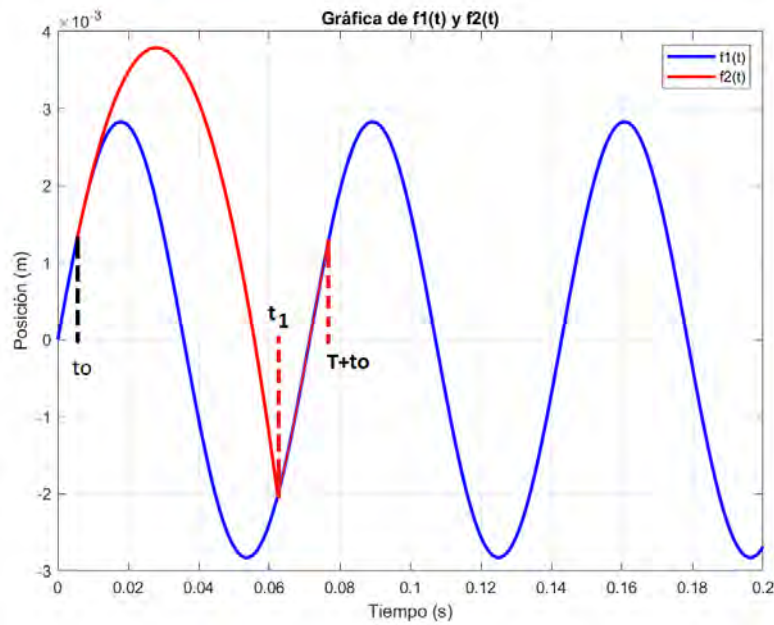
T es el periodo de trabajo de la zaranda

t_0 es el tiempo inicial cuando inicia el primer vuelo parabólico

t_1 es el tiempo donde se da la primera colisión de material con la zaranda

Figura 14.

Análisis de la interacción de material con zaranda – Primer Escenario



Nota. Fuente propia

Para simplificar la expresión (2.20), se procederá a trabajar con la fuerza promedio considerando que la sumatoria de fuerzas es constante en el tiempo que transcurre de t_1 hasta $(T + t_0)$. Por lo que la expresión se simplifica a:

$$m_Z \dot{S}_1 + \sum \bar{F} \Delta t = m_Z \dot{S}_2 \quad (2.21)$$

La expresión (2.21), deberá analizarse en las componentes x y y . Se detalla a continuación.

En la componente x :

$$m_Z \dot{S}_{1x} + \sum \bar{F} \Delta t = m_Z \dot{S}_{2x}$$

$$m_Z A w \cos(\omega t_1) \cos \alpha + F_x (T + t_0 - t_1) = m_Z A w \cos(\omega(T + t_0)) \cos \alpha$$

$$F_x = \frac{m_Z A w \cos \alpha [\cos(\omega(T + t_0)) - \cos(\omega t_1)]}{(T + t_0 - t_1)} \quad (2.22)$$

Se reemplazaran las expresiones (2.5) y $T = 2\pi/\omega$, en la expresión (2.22), se obtiene

$$F_x = \frac{m_z A w \cos \alpha [\cos(2\pi + \sin^{-1}(\Gamma^{-1})) - \cos(\omega t_1)]}{\frac{1}{w} (2\pi + \sin^{-1}(\Gamma^{-1})) - t_1} \quad (2.23)$$

En la componente y se agrega el peso del material:

$$m_z \dot{S}_{1y} + \sum \bar{F} \Delta t = m_z \dot{S}_{2y}$$

$$m_z A w \cos(\omega t_1) \sin \alpha + (F_y - m_z g)(T + t_0 - t_1) = m_z A w \cos(\omega(T + t_0)) \sin \alpha$$

$$F_y = \frac{m_z A w \sin \alpha [\cos(\omega(T + t_0)) - \cos(\omega t_1)]}{(T + t_0 - t_1)} + m_z g \quad (2.24)$$

Se reemplazaran las expresiones (2.5) y $T = 2\pi/w$, en la expresión (2.24), se obtiene

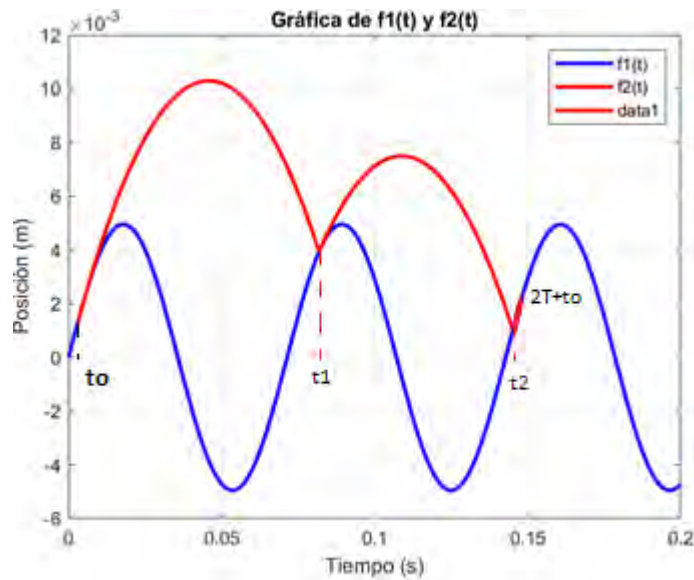
$$F_y = \frac{m_z A w \sin \alpha [\cos(2\pi + \sin^{-1}(\Gamma^{-1})) - \cos(\omega t_1)]}{\frac{1}{w} (2\pi + \sin^{-1}(\Gamma^{-1})) - t_1} + m_z g \quad (2.25)$$

Para el primer escenario donde solo se da un vuelo parabólico, la interacción del material con la zaranda puede determinarse con las expresiones (2.23) y (2.25), la masa m_z puede estimarse con las dimensiones de la mesa de cribado de la zaranda vibratoria, el flujo másico procesado y la densidad del material, recordar además que t_1 ya fue encontrada al solucionar la ecuación (2.15).

El procedimiento expuesto también es aplicable para el segundo escenario donde se da dos vuelos parabólicos seguidos, como se ve en la figura 20, la diferencia con el primer escenario radica en que habrá transcurrido dos periodos hasta que aparezca la interacción del material con la zaranda, las expresiones (2.22) y (2.24) son aplicables salvo con esa consideración.

Figura 15.

Análisis de la interacción de material con zaranda – Segundo Escenario



Nota. Fuente propia

En la componente x:

$$m_Z \dot{S}_{1x} + \sum \bar{F} \Delta t = m_Z \dot{S}_{2x}$$

$$F_x = \frac{m_Z A w \cos \alpha [\cos(w(2T + t_0)) - \cos(wt_2)]}{(2T + t_0 - t_2)} \quad (2.26)$$

Se reemplazaran las expresiones (2.5) y $T = 2\pi/w$, en la expresión (2.26), se obtiene

$$F_x = \frac{m_Z A w \cos \alpha [\cos(4\pi + \sin^{-1}(\Gamma^{-1})) - \cos(wt_2)]}{\frac{1}{w} (4\pi + \sin^{-1}(\Gamma^{-1})) - t_2} \quad (2.27)$$

En la componente y se agrega el peso del material:

$$m_Z \dot{S}_{1y} + \sum \bar{F} \Delta t = m_Z \dot{S}_{2y}$$

$$F_y = \frac{m_Z A w \sin \alpha [\cos(w(2T + t_0)) - \cos(wt_2)]}{(2T + t_0 - t_2)} + m_Z g \quad (2.28)$$

Se reemplazaran las expresiones (2.5) y $T = 2\pi/w$, en la expresión (2.28), se obtiene

$$F_y = \frac{m_z A w \sin \alpha [\cos(4\pi + \sin^{-1}(\Gamma^{-1})) - \cos(\omega t_2)]}{\frac{1}{w} (4\pi + \sin^{-1}(\Gamma^{-1})) - t_2} + m_z g \quad (2.29)$$

Recordar que el valor de t_2 fue hallado al resolver la ecuación (2.18) con métodos numéricos.

De esta manera se logra dimensionar la carga que existe por la interacción del material procesado y la zaranda vibratoria.

2.3. Análisis de la Interacción del Material con la Zaranda

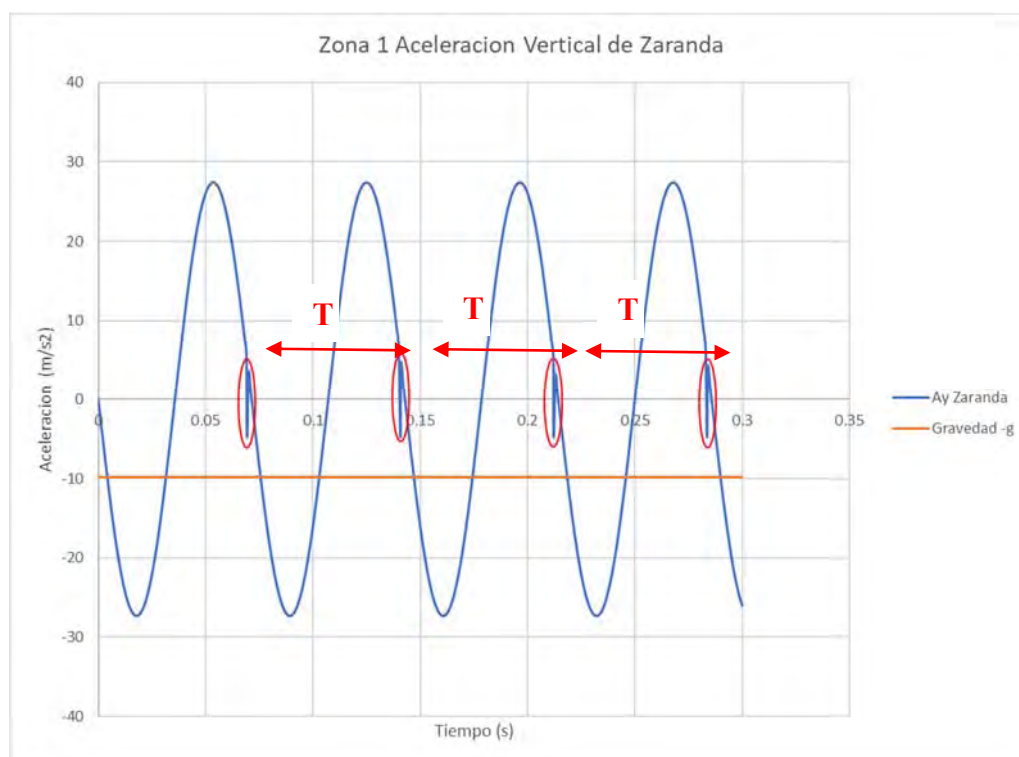
Hasta el momento se han desarrollado el análisis cinemático y cinético del material procesado a consecuencia del movimiento oscilatorio de la mesa de cribado de la zaranda, con los resultados obtenidos hasta ahora se analizará cómo es que el movimiento desarrollado por el material afecta en la respuesta dinámica de la zaranda vibratoria.

Trayendo nuevamente los resultados de la figura 13, se identifica que la bifurcación del movimiento parabólico desarrollado por el material se presenta en un valor aproximado de $\Gamma = 3.346$ con un valor de amplitud de $A = 6 \text{ mm}$, antes de este valor el material desarrolla un tiempo de vuelo menor que el periodo de excitación de la pantalla, y después de ese valor la respuesta sufre la bifurcación, incrementando el tiempo de vuelo hasta alcanzar el doble del periodo de excitación.

Para determinar cómo es la interacción del material con la pantalla, habrá que identificar cual es el periodo entre impactos para ambos escenarios, el análisis se detalla a continuación.

Para la zona 1, donde el tiempo de vuelo es inferior al periodo de excitación, las partículas perderán contacto con la pantalla cuando la aceleración en el eje vertical alcance el valor de la gravedad $-g$, iniciando así un vuelo parabólico, las partículas impactaran en la zaranda en una zona donde la aceleración vertical de la pantalla es mayor a la gravedad, por lo que se quedaran adheridas a la pantalla hasta repetir el ciclo. Se muestra la figura 16.

Figura 16.

Zona 1 impacto en Zaranda Vibratoria

Nota. Fuente propia, aceleración de zaranda en azul y gravedad $-g$ en naranja

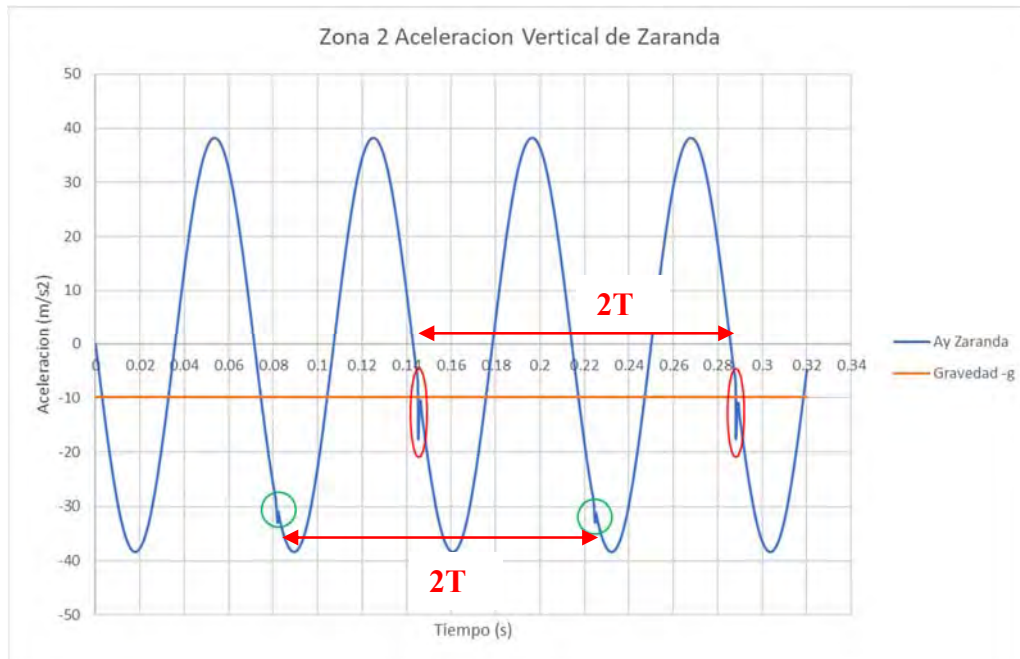
De la figura 16, se muestra que el impacto de las partículas, en círculo rojo, se da en una zona mayor que la aceleración de la gravedad -9.81 m/s^2 , por lo que queda solidaria a la pantalla de la zaranda para luego iniciar el ciclo cuando la aceleración en y de la zaranda sea igual a $-g$, línea naranja. Este fenómeno hace prever que la interacción del mineral con la zaranda tiene el mismo periodo de excitación de la zaranda (T) con un desfase correspondiente al tiempo que toma en darse el primer impacto, por lo que en el espectro vibracional estaría en 1X.

Para la zona 2, la interacción de las partículas con la pantalla mostrara un comportamiento diferente, al presentarse la bifurcación se evidenciara una duplicidad de periodo, el mineral perderá contacto con la pantalla de la zaranda una vez que alcance la aceleración $-g$, iniciando así el vuelo parabólico, a diferencia del primer caso (zona 1), las partículas en el primer vuelo, impactaran en una zona menor a la gravedad $-g$, por lo que iniciarán

inmediatamente un segundo vuelo, para el segundo impacto el mineral quedara solidario a la zaranda hasta que vuelva a alcanzar la aceleración $-g$, repitiendo el ciclo. La interacción del mineral con la pantalla de la zaranda en la zona 2 se muestra en la siguiente figura 17.

Figura 17.

Zona 2 impacto en Zaranda Vibratoria

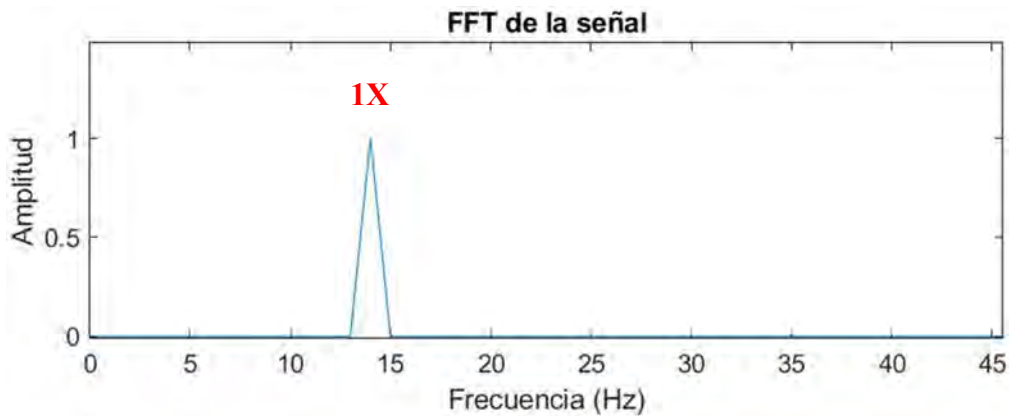


Nota. Fuente propia, aceleración de zaranda en azul y gravedad $-g$ en naranja

En la figura 17, se detalla ambos impactos en la pantalla de la zaranda, en círculo verde ocurre el primer impacto en una zona donde la aceleración vertical de la zaranda es inferior a $-g$, por lo que inicia el segundo vuelo, y en rojo se muestra el segundo impacto, donde quedara solidario a la zaranda hasta repetir el ciclo. En el espectro de frecuencias, el impacto del mineral con la zaranda se dará en el $0.5X$ ya que los impactos tendrán el doble del periodo de excitación de la zaranda, lo que representa un componente sub-armónico.

El resultado descrito anteriormente, visto desde un espectro de frecuencia utilizando la transformada rápida de Fourier (FFT), tendrá la siguiente tendencia vibracional. Claramente la frecuencia que domina el movimiento de la zaranda será la frecuencia de excitación, que en este ejemplo será $14 \text{ Hz} = 1X$.

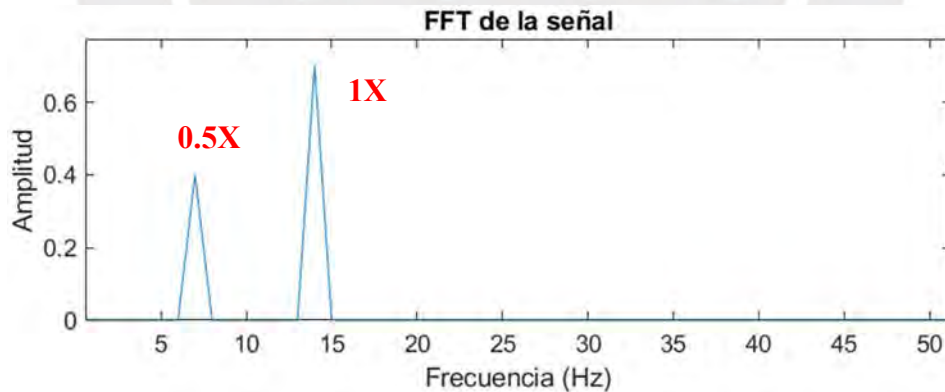
Figura 18.

Zona 1 FFT de la Zaranda Vibratoria

Nota. Fuente propia

Una vez que el material procesado tenga el comportamiento de la zona dos, en el espectro de frecuencia se mostrará el sub-armónico desarrollado por la duplicidad de periodo, del mismo modo, utilizando la transformada rápida de Fourier (FFT), tendrá la siguiente tendencia vibracional.

Figura 19.

Zona 2 FFT de la Zaranda Vibratoria

Nota. Fuente propia

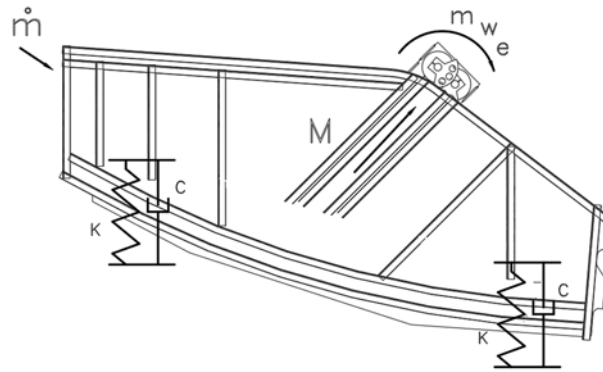
2.4. Integración del Efecto del Material en la Zaranda en las Ecuaciones Dinámicas

Para el análisis dinámico de la zaranda vibratoria suele simplificarse a un sistema masa resorte armónicamente excitada, las zarandas cuentan con sistemas excitatrices con masa desbalanceada la que permite el movimiento oscilatorio. En la figura 20 se muestran las

variables dinámicas que influyen en el movimiento oscilatorio, pero para este nuevo escenario se incluirá el efecto que tiene el mineral sobre la zaranda.

Figura 20.

Simplificación de una Zaranda Vibratoria



Nota. Fuente propia

Basándose en la ecuación (1.1), la ecuación dinámica para la zaranda sería.

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = \bar{F}_e(t) + \bar{F}_m(t)$$

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = mew^2 \sin(wt) + F_m \quad (2.30)$$

Donde:

m es la masa desbalanceada del sistema excitatriz

w es la frecuencia de excitación de la zaranda vibratoria

e es la distancia excéntrica de la masa desbalanceada

F_m representa la interacción del mineral con la zaranda

La fuerza adicional F_m en esta ecuación representa la interacción del mineral con la zaranda, la cual ya fue analizada en los apartados anteriores, determinando su magnitud tanto en las coordenadas horizontal y vertical, así como su frecuencia de su impacto que depende del parámetro de control adimensional Γ , el impacto se dará con una frecuencia igual a 1X antes de la bifurcación, y en consecuencia el impacto se dará con una frecuencia igual a 0.5X

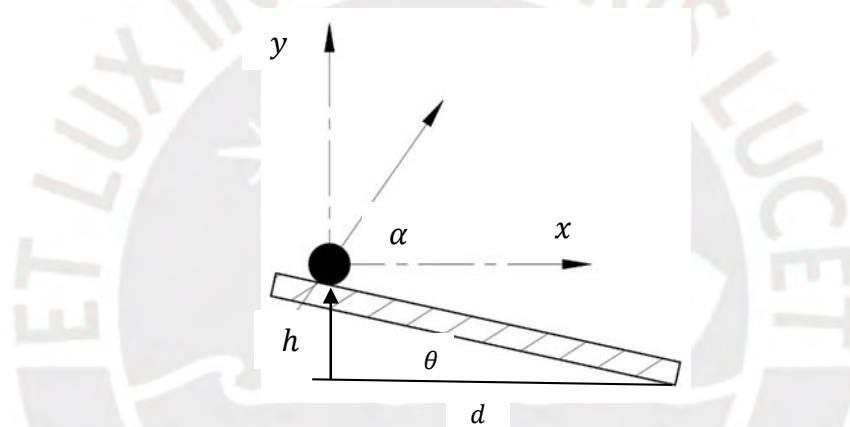
después de la bifurcación, se intuye que a medida el parámetro de control adimensional Γ siga en aumento, aparecerán más componentes sub-armónicas inferiores a 1X.

2.5. Formulación General del Movimiento del Mineral en la Zaranda Vibratoria

El desarrollo de las expresiones que describen el movimiento parabólico del mineral fueron desarrolladas considerando una zaranda de mesa recta con una inclinación igual a cero, por lo que en esta sección se abordara en formular una expresión general que contemple diferentes grados de inclinación. Se plantea la siguiente situación. Ver la figura 21.

Figura 21.

Conceptualización del movimiento de las partículas con ángulo de inclinación



Nota. Fuente propia

Al incluir un ángulo de inclinación de la mesa vibratoria θ , en las ecuaciones que describen el movimiento parabólico debe también agregarse la variable h , ya que la posición inicial antes de iniciar el vuelo parabólico se ve incrementada por esta altura, a las ecuaciones también se agrega la variable d , que representa la distancia horizontal que desarrolla el material procesado, se expresan las siguientes expresiones que relacionan las variables mencionadas.

$$h = \tan \theta \cdot d \quad (2.31)$$

Al considerar un vuelo parabólico, se deduce que la componente horizontal de la velocidad en x permanece constante, por lo que la distancia d puede quedar expresado como.

$$d = \dot{S}_x \cdot (t - t_0)$$

$$d = Aw \cos(\omega t_0) \cdot \cos \alpha \cdot (t - t_0) \quad (2.32)$$

Al juntar la expresión (2.31) y (2.32), la altura h estaría definida como.

$$h = \tan \theta \cdot Aw \cos(\omega t_0) \cdot \cos \alpha \cdot (t - t_0) \quad (2.33)$$

Al retomar la expresión (2.12) de la ecuación general del vuelo parabólico en el eje y , se debe incluir el nuevo parámetro h para el caso de una mesa inclinada. Por lo que la expresión final para el eje y quedaría según la ecuación.

$$Z_y(t - t_0) = \left(\frac{g}{w^2} + h\right) + Aw \cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{g}{Aw^2 \sin \alpha}\right)\right) \sin \alpha \cdot (t - t_0) - \frac{g(t - t_0)^2}{2} \quad (2.34)$$

Incluyendo (2.33) en (2.34) queda finalmente expresado como.

$$Z_y(t - t_0) = \frac{g}{w^2} + Aw \cos(\sin^{-1}(\Gamma^{-1})) \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha \tan \theta) \cdot (t - t_0) - \frac{g(t - t_0)^2}{2} \quad (2.35)$$

Para determinar el tiempo t cuando el material procesado tiene contacto con la mesa de la zaranda, se debe igualar (2.35) con (2.2) expresado en el eje y . Obteniendo la ecuación.

$$A \sin(\omega t) \sin \alpha = \frac{g}{w^2} + Aw \cos(\sin^{-1}(\Gamma^{-1})) \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha \tan \theta) \cdot (t - t_0) - \frac{g(t - t_0)^2}{2} \quad (2.36)$$

Al igual que en el anterior caso (2.13), la expresión (2.36), se resuelve al emplear el método Newton-Raphson ya que es una ecuación no lineal. Dependiendo de la aceleración de la zaranda en el momento del impacto, el mineral quedara solidario a la mesa de la zaranda si la aceleración es mayor a la gravedad, o caso contrario iniciara un segundo vuelo parabólico cuando la aceleración se inferior o igual a la gravedad. En el caso del segundo vuelo parabólico, debe incluirse la misma variable h , cuando se de el primer impacto, la expresión quedaría expresada.

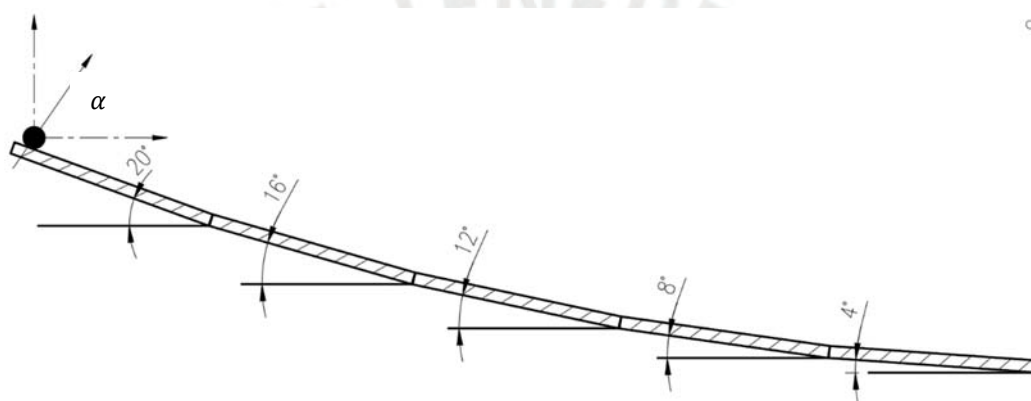
$$Z_{y2}(t - t_1) = A \sin(\omega t_1) \sin \alpha + Aw \cos(\omega t_1) \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha \tan \theta) \cdot (t - t_1) - \frac{g(t - t_1)^2}{2} \quad (2.37)$$

$$A \sin(\omega t) \sin \alpha = A \sin(\omega t_1) \sin \alpha + Aw \cos(\omega t_1) \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha \tan \theta) \cdot (t - t_1) - \frac{g(t - t_1)^2}{2} \quad (2.38)$$

A continuación se muestran diferentes ensayos variando el ángulo de inclinación θ , para que se visualice el impacto que tiene este parámetro en el comportamiento del desplazamiento del mineral en la zaranda vibratoria, es común encontrar en la industria minera diferentes tipos de diseño de zarandas donde varíe el ángulo de inclinación, un ejemplo idóneo de este caso son las zarandas tipo banana, que en su configuración interna pueden tener diferentes inclinaciones a lo largo de la mesa vibratoria. Como se observa en la figura 22.

Figura 22.

Ensayo del movimiento del mineral en una zaranda tipo banana



Nota. Fuente propia

Para el ensayo, se utilizarán los siguientes valores de entrada según la tabla 1.

Tabla 1

Ensayo en una Zaranda tipo Banana

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Ángulo de excitación	α	45	grados
Frecuencia de excitación	w	14	Hz
Amplitud de movimiento	A	5.5	mm
Ángulo de inclinación mesa 1	θ_1	20	grados
Ángulo de inclinación mesa 2	θ_2	16	grados
Ángulo de inclinación mesa 3	θ_3	12	grados
Ángulo de inclinación mesa 4	θ_4	8	grados
Ángulo de inclinación mesa 5	θ_5	4	grados

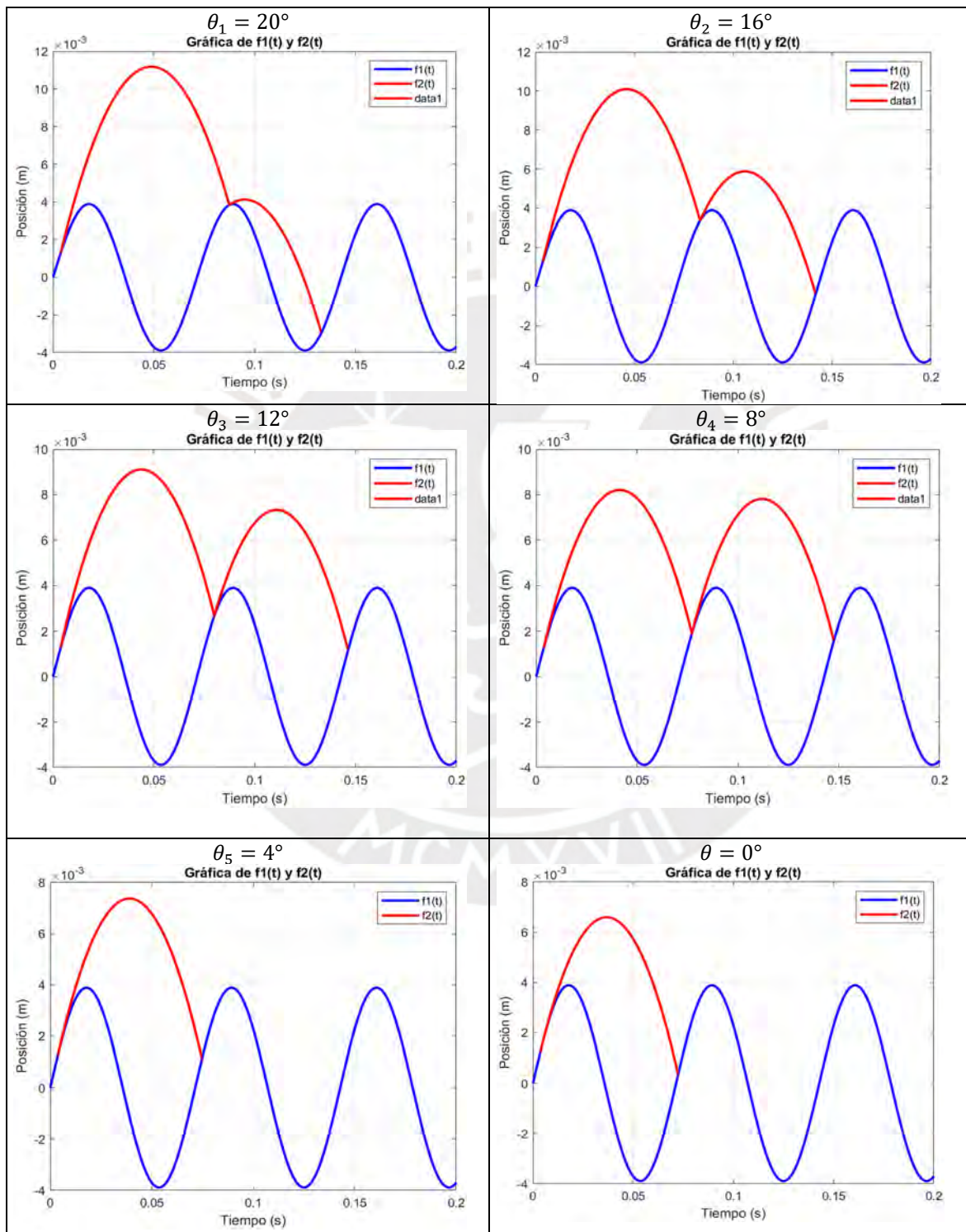
Nota. Fuente propia

Para la resolución de este ensayo, se utilizó el código de MatLab creado para la resolución de los escenarios por medio del método número Newton-Rapshon, esta vez variando

únicamente el ángulo de inclinación según la figura 22, y manteniendo los demás parámetros vibratoriales según la tabla 1, los resultados se muestran a continuación.

Figura 23.

Resultados de movimiento para zaranda tipo banana



Nota. Fuente propia

Así mismo, se agregó el resultado para un ángulo de inclinación cero, es evidente que el material procesado experimenta diferentes comportamientos al variar el ángulo de inclinación, se visualiza que en la zaranda tipo banana la interacción del mineral con la zaranda se verá reflejado en componentes sub-armónicas desde un inicio, a diferencia de la mesa recta, el movimiento en la zaranda tipo banana garantizara una alta velocidad de transporte del mineral, por lo que su capacidad será mayor pero castigando la eficiencia de tamizado.

El presente capítulo ha buscado determinar de manera analítica como es el movimiento y la interacción que tiene el mineral sobre la pantalla de la zaranda vibratoria, con la finalidad de alcanzar una expresión dinámica capaz de incluir esta variable que muchas veces no es considerada, las formulaciones brindadas están regidas bajo el modelo de impactos inelásticos considerando al material que ingresa a la zaranda como un todo, se puede asumir dicho comportamiento siempre y cuando exista una gran cantidad de material procesado lo que permita gran disipación de energía por múltiples choques entre partículas, principio que es aplicable cuando una zaranda vibratoria esta sobrecarga por encima de su capacidad de procesamiento nominal.

Capítulo III: Dimensionamiento del Módulo Zaranda y Simulación Virtual

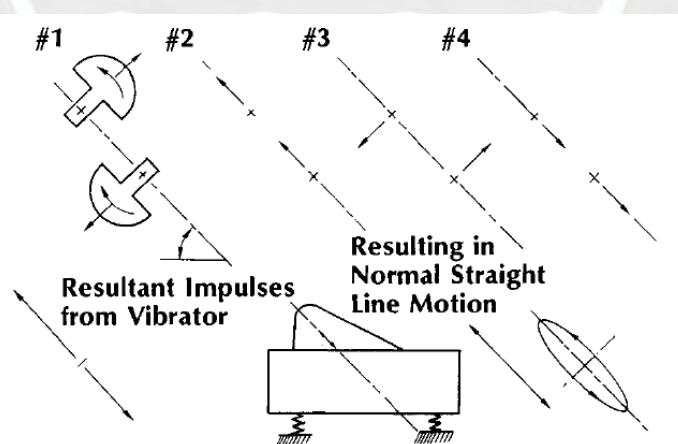
Las expresiones desarrolladas en el modelo conceptual del capítulo anterior permitirán considerar los efectos que posee la interacción del material a procesar con la zaranda, será de utilidad evaluar esta interacción tanto en el proceso de diseño del equipo, así como su desempeño real en operación. Para lo cual, se ha desarrollado un módulo de zaranda vibratoria para realizar experimentaciones virtuales, así como el levantamiento vibracional real una vez puesta en operación.

3.1. Descripción General del Módulo de Zaranda Vibratoria

Se procedió a diseñar una zaranda vibratoria capaz de trabajar con los parámetros funcionales recomendados por el VSMA, entre las recomendaciones principales se consideraron lo siguiente. La zaranda dispondrá de dos ejes horizontales con masas desbalanceadas capaces de mantener la acción excitatriz en una sola dirección, como se muestra en la figura 24.

Figura 24.

Configuración de dos ejes horizontales



Nota. Fuente Manual VSMA Vibrating Screen Handbook. Wisconsin:USA, 1998.

Es importante aclarar que la línea de acción de la fuerza excitatriz debe estar alineada el centro de gravedad de todo el conjunto, de esta manera se obtendrá un desplazamiento lo más recto posible.

Como se mencionó, la mayoría de investigaciones y recomendaciones del VSMA están enfocadas a maximizar la eficiencia de cribado del equipo, mas no recomendaciones sobre la estructura y la respuesta dinámica, por lo que brindara un primer acercamiento de las dimensiones generales de la zaranda. Otra recomendación importante para su aplicación es la frecuencia de trabajo y la carrera de desplazamiento (stroke) que la zaranda deberá realizar para optimizar el proceso de cribado, a continuación, se detalla en la siguiente tabla 2.

Tabla 2

Carrera y Frecuencia de trabajo Zarandas Horizontales Recomendadas

Carrera (stroke) in	Frecuencia Trabajo RPM	Tamaño de Tamiz Superior				
		4M a 10M	½" a 4M	1" a ½"	2" a 1"	4" a 2"
3/8	950	X	X			
7/16	900		X	X		
1/2	850			X	X	
5/8	800				X	X
3/4	750					X

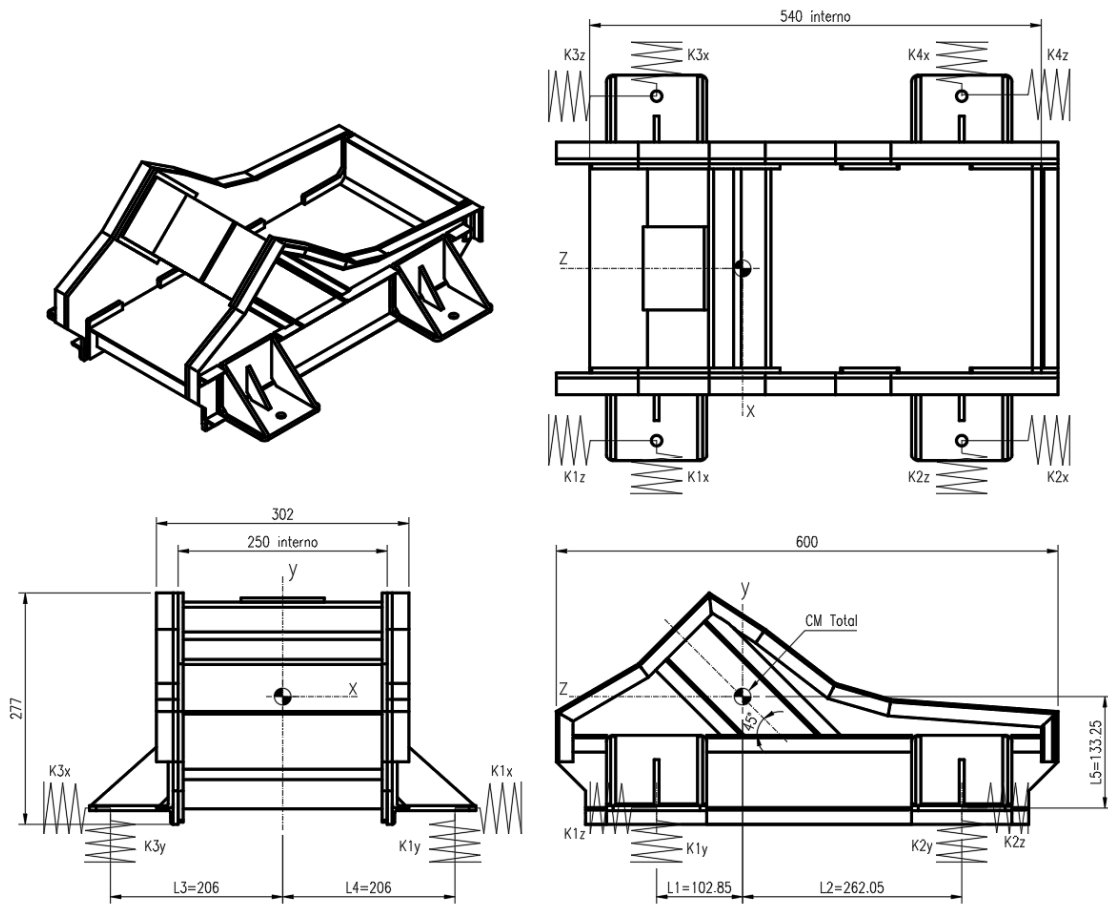
Nota. Adaptado de Manual VSMA Vibrating Screen Handbook. Wisconsin:USA, 1998.

Siguiendo las recomendaciones del VSMA según a tabla 2, se procede a trabajar con una carrera de movimiento cercano a 1/2" y una frecuencia de trabajo aproximado de 850 rpm, ya que es el parámetro de trabajo usual en la industria minera en especial en las zarandas vibratorias de la zona de molienda.

3.2. Conceptualización del Módulo de Zaranda

El módulo de zaranda será del tipo horizontal recta, con dimensiones suficientes para poder ser alimentada por material transitorio, la estructura permitirá la instalación de dos motovibradores a 45° referente a la horizontal para su accionamiento, el material elegido para la fabricación y modelamiento de la zaranda será de acero estructural A-36, y se fijará por medio de cuatro resortes. En la figura 25 se muestra las dimensiones generales de la estructura del módulo zaranda.

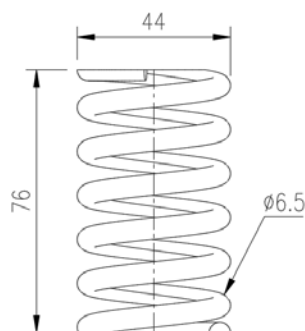
Figura 25.

Dimensiones generales del Módulo Zaranda

Nota. Fuente propia, el centro de masa incluye los dos motovibradores.

Para el accionamiento se procede a preseleccionar dos motovibradores que generan un par estático de 32.3 kg.mm cada una. Y serán instaladas en la viga principal del módulo zaranda. Toda la masa vibrante del módulo reposará en cuatro resortes fabricados de acero alambre de piano ASTM A228-51, material muy utilizado para la fabricación de resortes de compresión como es el caso, a continuación, en la figura 26, se detalla las dimensiones diseñadas.

Figura 26.

Dimensiones de diseño Resorte

Nota. Fuente propia

Dada la configuración geométrica es posible calcular de manera teórica la constante del resorte según el siguiente cálculo.

$$k = \frac{d^4 G}{8D^3 N} \quad (3.1)$$

Al aplicar la ecuación (3.1) se obtendrá la constante de rigidez lineal del resorte, así mismo, para estimar la rigidez lateral, se tomará como referencia las relaciones brindadas entre rigidez vertical y lateral del fabricante MASON, obtenido de su catálogo Free Standing Spring Mounts and Height Saving Brackets del año 2008, con la aplicación de ese procedimiento se obtiene las siguientes características físicas, según la tabla 3.

Tabla 3

Propiedades Físicas del Resorte a Compresión

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Modulo cortante del material	G	82.7	GPa
Diámetro de alambre	d	6.5	mm
Diámetro medio del resorte	D	37.5	mm
Numero de espiras totales	N_t	6.73	
Numero de espiras activas	$N = N_t - 2$	4.73	
Rigidez de resorte helicoidal vertical	$k = k_y$	73.980	N/mm
Rigidez de resorte helicoidal lateral	$k_x = k_y = 0.8 \cdot k$	59.184	N/mm

Nota. Fuente propia

A continuación, en la tabla 4, se resume las características físicas principales del módulo zaranda.

Tabla 4

Características Físicas del Módulo Zaranda

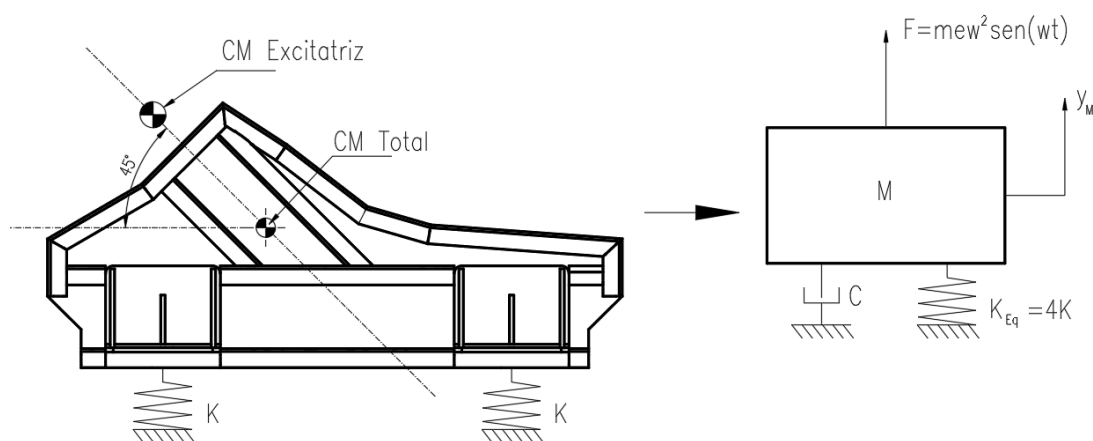
Parámetro	Valor	Unidad
Masa total del módulo (masa vibrante)	45.63	kg
Masa de la zaranda (estructura)	31.95	kg
Masa de los motovibradores	13.2	kg
Constante de resorte vertical	73,980	N/m
Constante de resorte horizontal	59,184	N/m
Valor de desbalance total (me)	64.6	Kg.mm
Largo de la mesa de cribado	540	mm
Ancho de la mesa de cribado	250	mm

Nota. Fuente propia

Por último, para encontrar la respuesta vibracional se procede a realizar una conceptualización teórica en un grado de libertad en el eje vertical, para ello se propone un sistema masa-resorte bajo la acción de la fuerza generada por los motovibradores, la conceptualización se muestra en la figura 27.

Figura 27.

Conceptualización teórica del Módulo de Zaranda Vibratoria



Nota. Fuente propia

A partir de la conceptualización presentada la ecuación del movimiento en un grado de libertad quedaría de la siguiente manera.

$$M\ddot{y} + c\dot{y} + ky = mew^2 \sin(wt) \quad (3.2)$$

De esta manera podemos encontrar la frecuencia natural para el sistema de un grado de libertad sin considerar la componente de amortiguación, tomando como valores de entrada lo expuesto en la tabla 4.

$$w_n = \sqrt{\frac{K_{eq}}{M}} \quad (3.3)$$

$$w_n = \sqrt{\frac{4(73980)}{45.63}} = 80.53 \text{ rad/s} \quad (3.4)$$

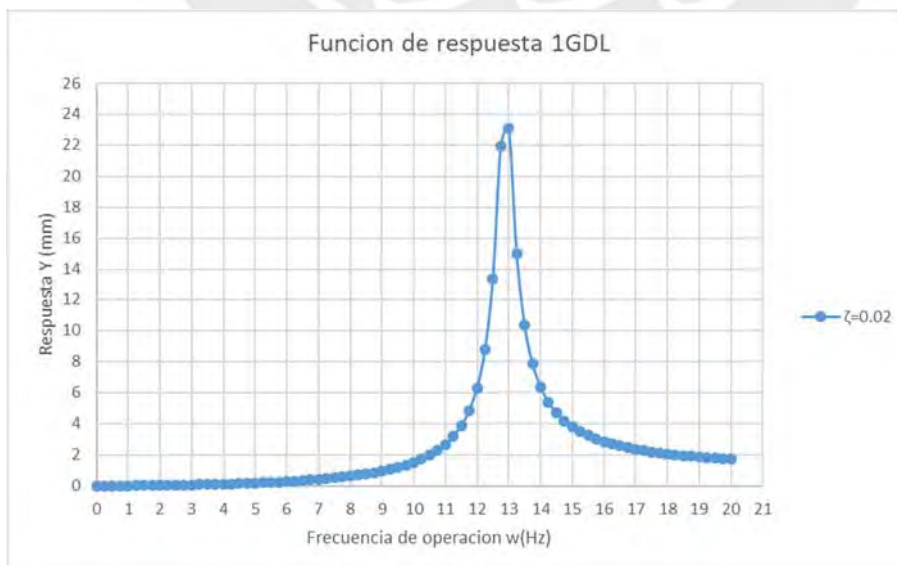
$$w_n = 12.82 \text{ Hz} \quad (3.5)$$

Utilizando la ecuación de transmisibilidad presentada por Rao (2012) para fuerzas excéntricas podemos establecer el desplazamiento de la masa vibrante generado por la carga excitatriz de los motovibradores, considerando un ratio de amortiguamiento de $\zeta = 0.02$, obtenemos la siguiente función de respuesta mostrada en la figura 28.

$$\frac{MY}{me} = r^2 \sqrt{\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (3.6)$$

Figura 28.

Función de respuesta 1GDL



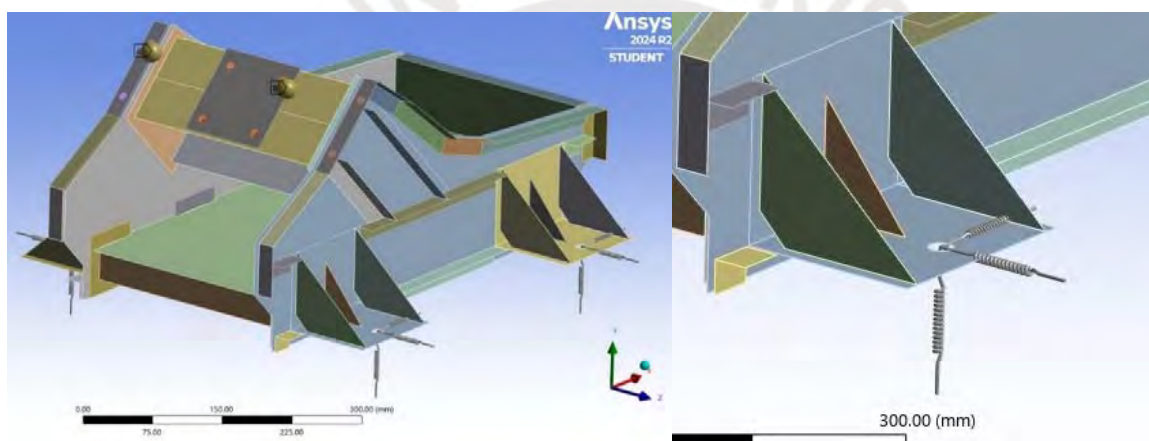
Nota. Fuente propia

3.3. Análisis Modal por Elementos Finitos

Para realizar el análisis del módulo zaranda, se ha empleado el uso de herramientas informáticas que utilizan el método de elementos finitos (FEM), con esta herramienta se obtendrán los resultados de deformación, esfuerzo y modos naturales de vibración, así como la respuesta dinámica del módulo zaranda a consecuencia de la fuerza excitatriz ejercida por las masas desbalanceadas. A continuación, en la figura 29, se muestra la conceptualización empleada para el FEM.

Figura 29.

Conceptualización para el software FEM



Nota. Se reemplaza la unidad motriz por una masa puntual y se representa el resorte con sus constantes de rigidez

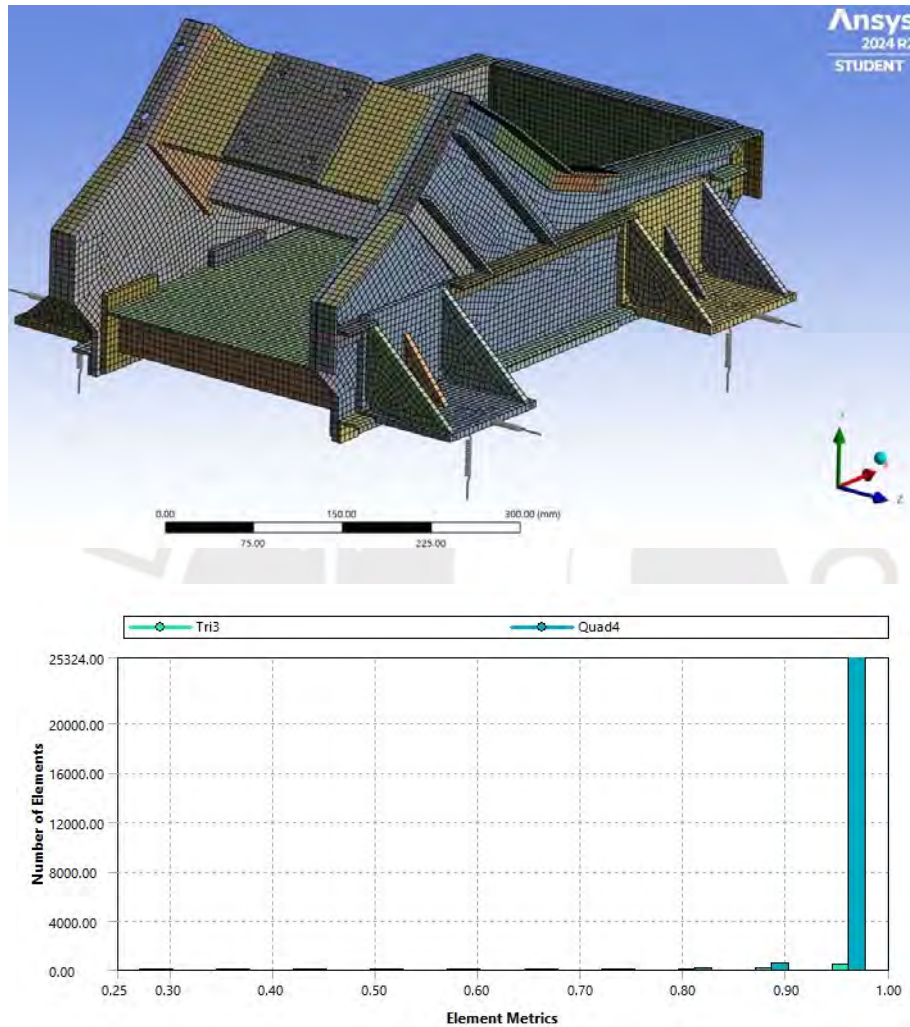
Con la simplificación propuesta, se optimiza el tiempo de procesamiento informático necesario para la solución del problema, se reemplaza el conjunto excitatriz por dos masas puntuales definidas en el centro de gravedad de las mismas, del mismo modo, se establece una conexión elástica en los cuatro apoyos del módulo zaranda, que representan a los resortes. La estimación de la constante de rigidez en vertical como en horizontal fue llevado a cabo por el procedimiento descrito anteriormente con los resultados ya indicados en la tabla 3.

Las consideraciones de los valores de los resortes en los apoyos son incluidas en el software FEM, adicional a ello, se utilizó como proceso de mallado trabajar la zaranda como cascara,

de esta manera se simplifica la cantidad de elementos en la simulación y mejorando la calidad de mallado hasta un 96.2%, como se puede observar en la figura 27.

Figura 30.

Modelamiento y mallado en el software FEM



Nota. Mallado en software FEM como Shell, se logra obtener una calidad superior al 90%

Se realiza un análisis estático preliminar solo incluyendo el peso de todo el componente con la finalidad de que los resultados sean precargados a la deformación del resorte. Se procede a realizar un análisis modal para determinar las frecuencias naturales. en la tabla 5 se detallan los valores encontrados para el modulo zaranda.

Tabla 5

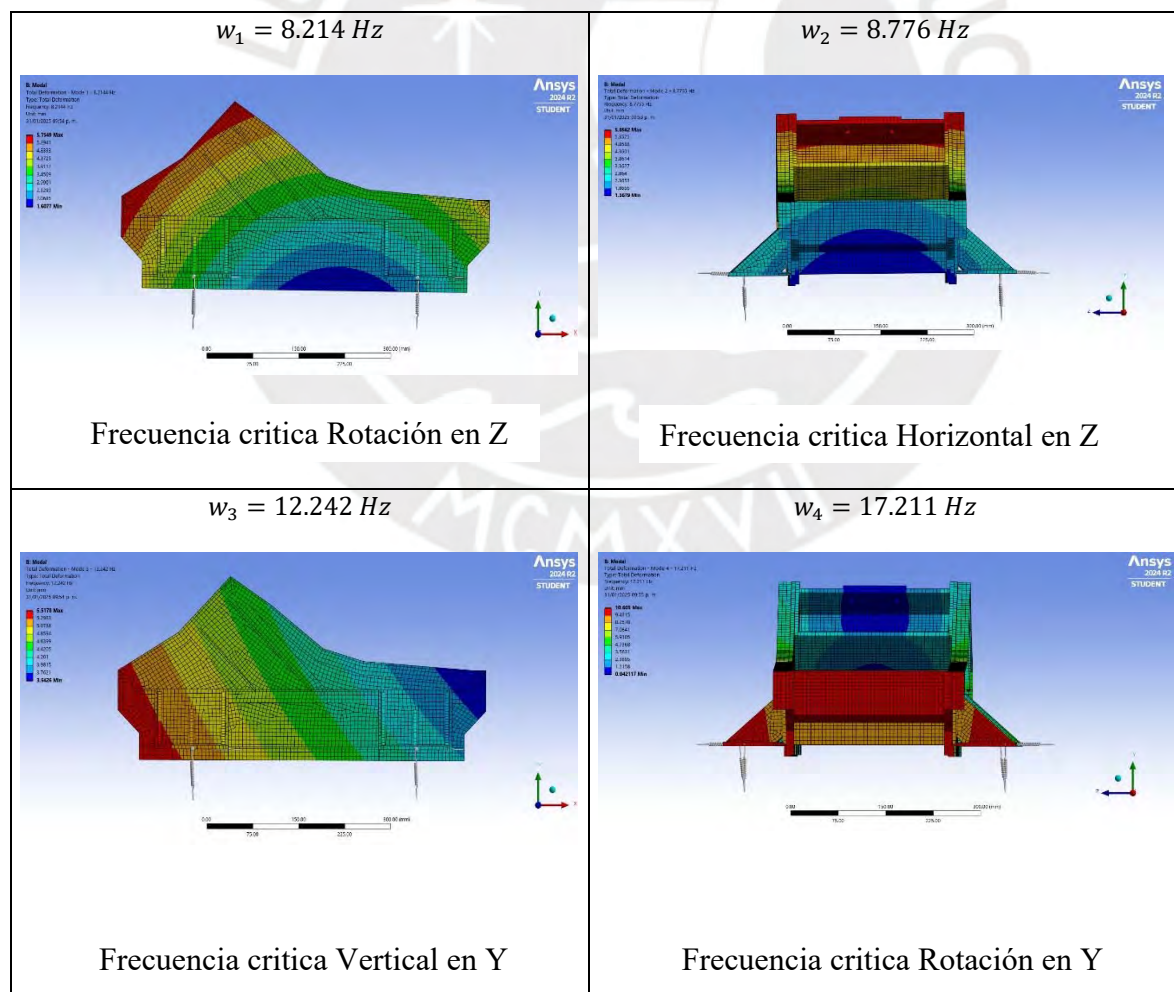
Frecuencias Naturales para Modulo Zaranda

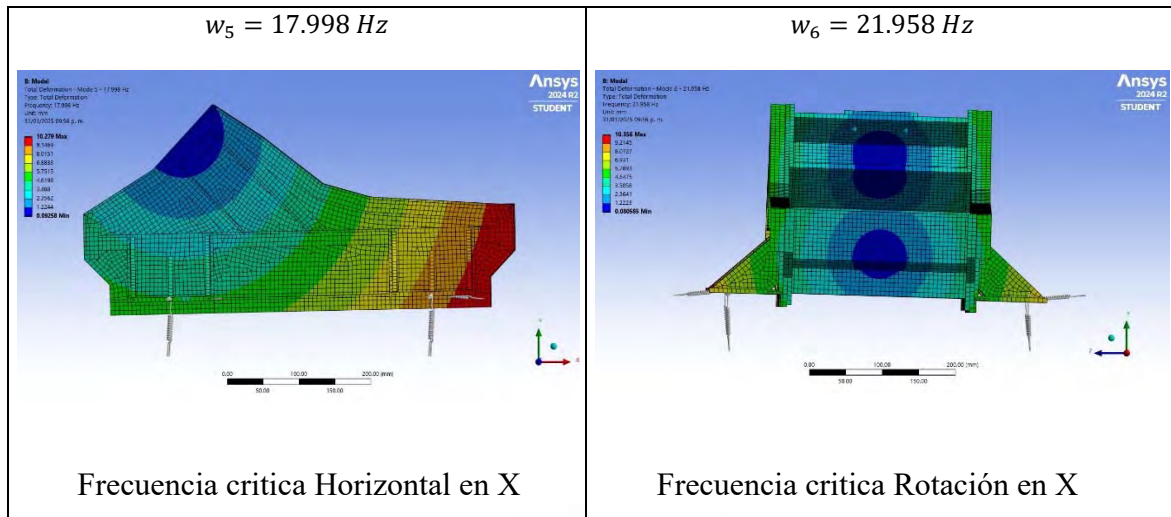
Modo	Frecuencia (Hz)	Masa Efectiva en X (%)	Masa Efectiva en Y (%)	Masa Efectiva en Z (%)
1	8.214	59.06	13.42	0
2	8.776	0	0	82.55
3	12.242	25.58	72.24	0
4	17.211	0	0	10.64
5	17.998	15.35	14.33	0
6	21.958	0	0	6.80

Nota. Adaptado de los resultados del FEM

A continuación, en la siguiente figura 31, se muestran los resultados de los modos de vibración para cada una de las frecuencias naturales encontradas.

Figura 31.

Resultados de los modos naturales de Vibración



Nota. Adaptado de los resultados del FEM

Los resultados obtenidos con el FEM muestran las frecuencias críticas donde se debe evitar el funcionamiento de la zaranda, ya que si la zaranda trabajara en dichas frecuencias es muy seguro que entraría en resonancia. Según lo recomendado por algunos fabricantes de zaranda, la frecuencia de trabajo debe estar distanciada de la frecuencia natural en 1Hz como mínimo.

3.4. Análisis Armónico del Módulo Zaranda con FEM

Utilizando el software de elementos finitos se decide analizar de manera completa el comportamiento dinámico cuando la zaranda es accionada por las masas desbalanceadas según la ecuación (3.7), que no es más que la componente excitatriz de la ecuación (2.30).

$$F(t) = mew^2 \sin(\omega t) \quad (3.7)$$

Donde:

me Desbalance total estático en kg.m

w Frecuencia de operación o de trabajo en rad/s

Debido a que los dos motores eléctricos iniciaran su movimiento desde una velocidad de giro igual a cero hasta la frecuencia de trabajo, se realiza la tabulación de la amplitud de la fuerza excitatriz desde 0 hz a 30 hz. Los resultados se muestran en la tabla 6, los cuales son

incluidos en el software FEM para la simulación. Tomar en cuenta que el valor de desbalance total corresponde a $me=64.6$ kg.mm.

Tabla 6

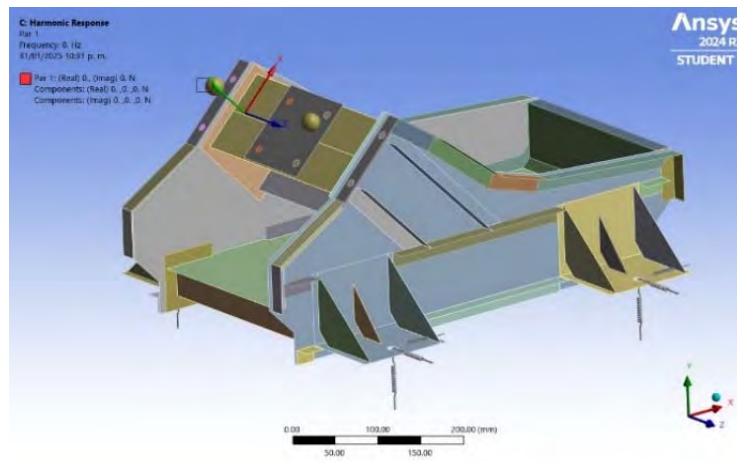
Tabulación de Fuerza de Excitación de 0 a 30 hz

Item	Frecuencia (Hz)	Frecuencia (rad/s)	Amplitud por motovibrador (N)	Amplitud Total (N)
1	0	0	0.00	0.00
2	1	6.283	1.28	2.56
3	2	12.566	5.10	10.20
4	3	18.850	11.48	22.96
5	4	25.133	20.40	40.80
6	5	31.416	31.88	63.76
7	6	37.699	45.91	91.82
8	7	43.982	62.48	124.96
9	8	50.265	81.61	163.22
10	9	56.549	103.29	206.58
11	10	62.832	127.52	255.04
12	11	69.115	154.29	308.58
13	12	75.398	183.62	367.24
14	13	81.681	215.50	431.00
15	14	87.965	249.93	499.86
16	15	94.248	286.91	573.82
17	16	100.531	326.44	652.88
18	17	106.814	368.52	737.04
19	18	113.097	413.15	826.30
20	19	119.381	460.33	920.66
21	20	125.664	510.06	1020.12
22	21	131.947	562.34	1124.68
23	22	138.230	617.17	1234.34
24	23	144.513	674.56	1349.12
25	24	150.796	734.49	1468.98
26	25	157.080	796.97	1593.94
27	26	163.363	862.00	1724.00
28	27	169.646	929.59	1859.18
29	28	175.929	999.72	1999.44
30	29	182.212	1072.40	2144.80
31	30	188.496	1147.64	2295.20

Nota. Fuente propia

Los resultados de esta tabulación son incluidos en el software. Se puede comentar que la fuerza excitatriz total del módulo zaranda tiene una curva polinomial cuadrática empezando desde 0 N hasta el valor 2295.2N para 30 Hz considerando ambos motovibradores, esta carga es conceptualizada en el software como se ve en la figura 32.

Figura 32.

Conceptualización de la Fuerza Excitatriz en el FEM

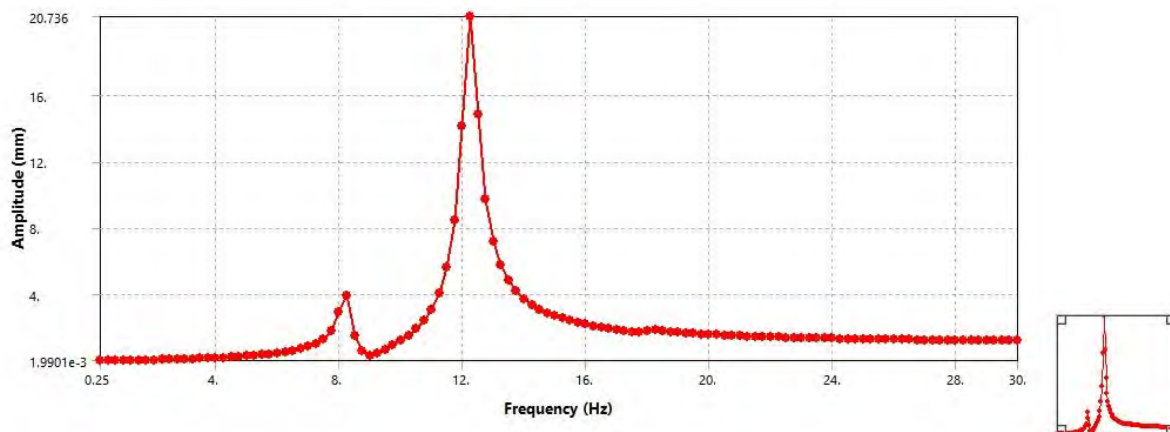
Nota. Fuente software FEM

Para la simulación dinámica en el software se utiliza el método de superposición de modos, se obtiene la respuesta dinámica del módulo zaranda a lo largo de las diferentes frecuencias de trabajo desde 0 a 30 Hz. En la figura 33 se muestran los resultados.

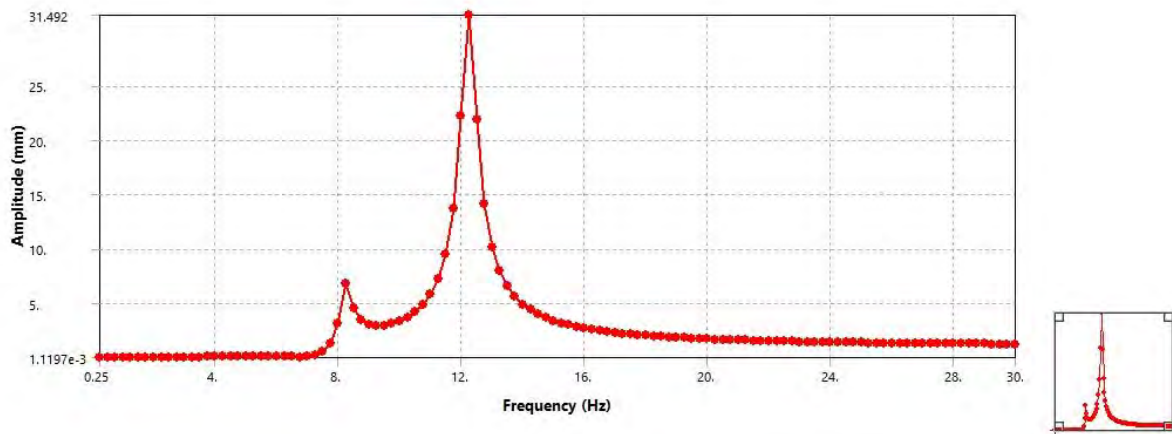
Figura 33.

Respuesta dinámica de la Fuerza Excitatriz en el FEM

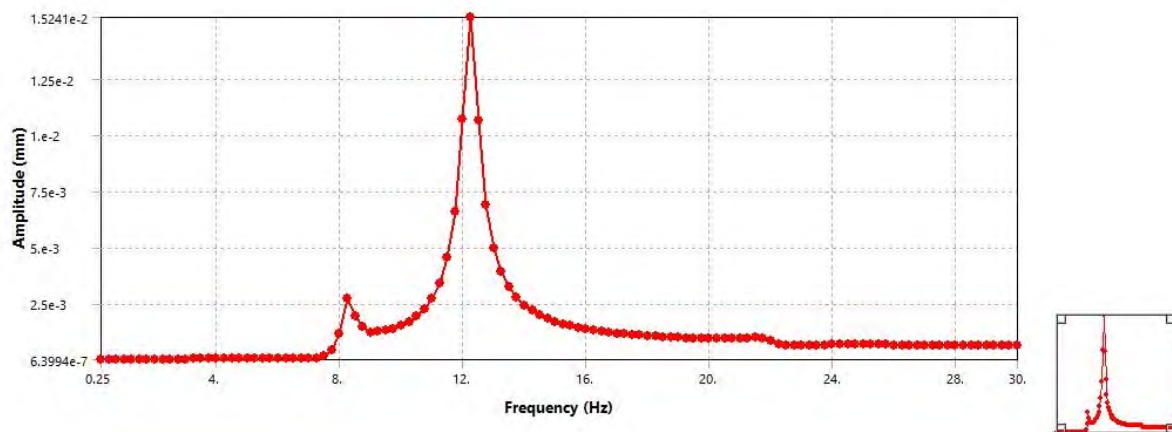
En eje X



En eje Y



En eje Z



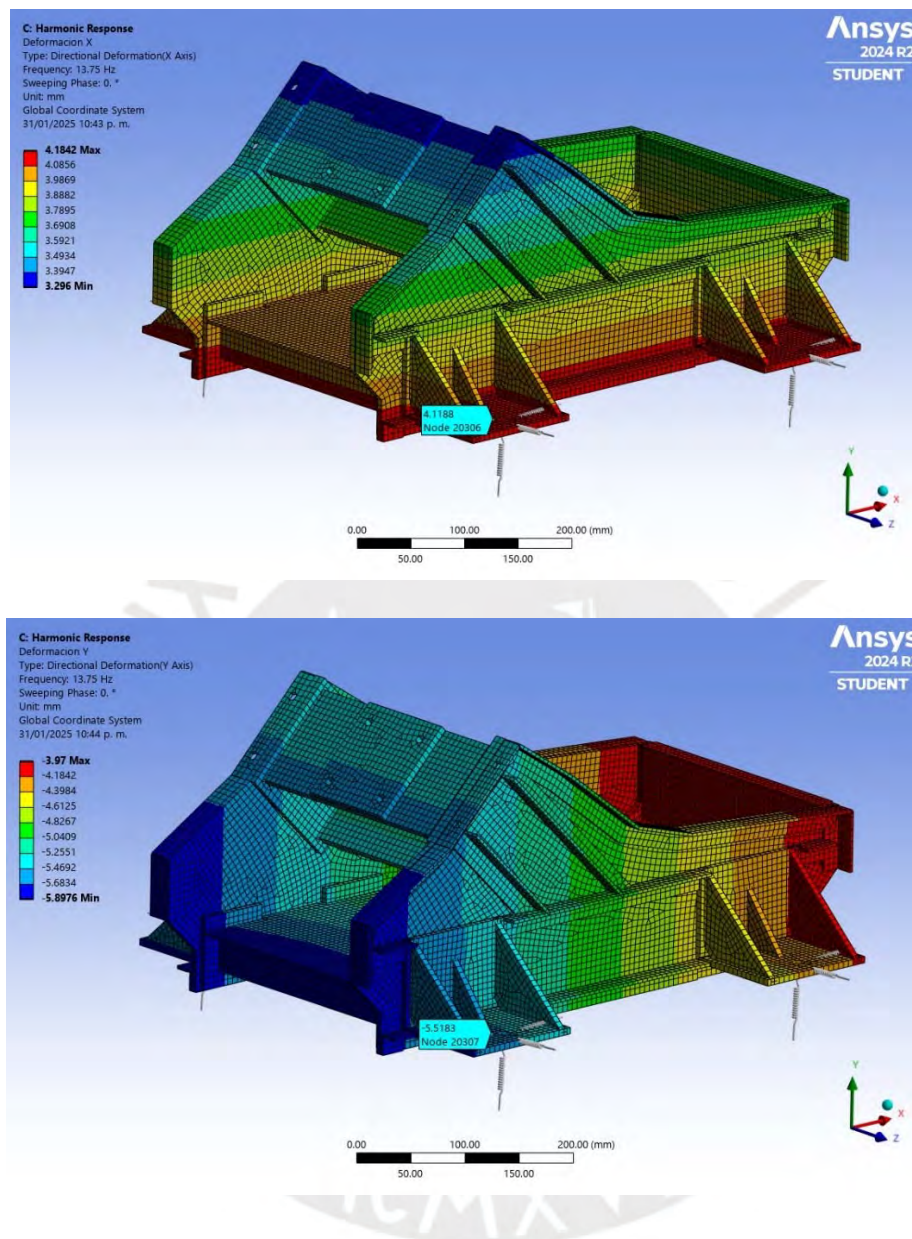
Nota. Fuente software FEM

Debido a los resultados de la simulación, se ha elegido como frecuencia de trabajo el valor de 13.75 Hz, lo que equivale 825 rpm, se analizará los efectos dinámicos que ocurren a esta frecuencia, primeramente, con ayuda del software se evaluará los desplazamientos tanto en la dirección X y Y, de esta manera se corroborará la carrera o stroke que desarrollará la zaranda.

A continuación, se detalla en la siguiente figura 34.

Figura 34.

Respuesta dinámica a la frecuencia 13.75Hz



Nota. Fuente software FEM

De los resultados en las coordenadas X y Y , se puede obtener el desplazamiento resultante de la zaranda, mediante la siguiente expresión. Tomando en cuenta que el desplazamiento en X es igual a 4.119 mm y en Y igual a 5.518 mm.

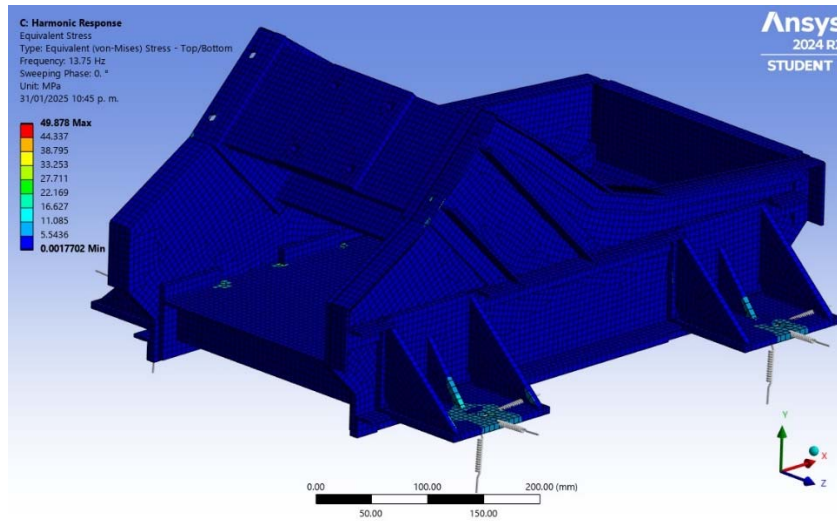
$$A = \sqrt{4.119^2 + 5.518^2}$$

$$A = 6.89 \text{ mm}$$

Obteniendo así una carrera de 13.77 mm, que vendría hacer dos veces el valor de la amplitud hallada. Así mismo se presenta también el resultado de esfuerzos Von-Mises para el modulo zaranda, para garantizar su confiabilidad estructural.

Figura 35.

Esfuerzos equivalentes Von-Mises a la frecuencia 13.75Hz



Nota. Fuente software FEM

El esfuerzo equivalente obtenido es 49.878 MPa, encontrándose muy lejos del valor de la fluencia de 250 MPa, lo que nos da un factor de seguridad de 5.01, lo que es satisfactorio:

$$FS = \frac{\sigma_F}{\sigma_{VM}}$$

$$FS = \frac{250}{49.878}$$

$$FS = 5.01$$

Definido los parámetros de trabajo de la zaranda en cuanto a frecuencia y amplitud se procederá al análisis detallado en el capítulo II, para determinar cuál sería la interacción que posee el material con referente a la zaranda. Para lo cual los datos de entrada serian, según la tabla 7.

Tabla 7

Parámetros de Operación de entrada Modulo Zaranda

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Amplitud	A	0.00689	m
Frecuencia de trabajo (13.75 Hz)	w	86.394	Rad/s
Angulo de desplazamiento	α	53.263	grados

Nota. Fuente propia

En primer lugar es importante determinar cuál será el valor del parámetro adimensional de control Γ , para hallarlo se utiliza la expresión (2.14)

$$\Gamma = \frac{Aw^2}{g} \sin \alpha$$

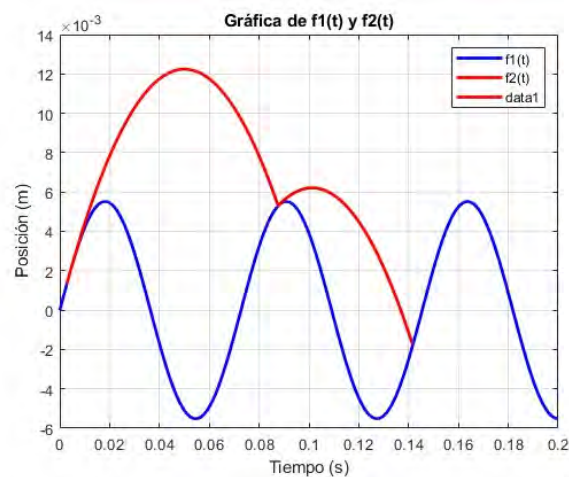
$$\Gamma = \frac{0.00689 \cdot (86.394)^2}{9.81} \sin 53.263^\circ$$

$$\Gamma = 4.199$$

Como se analizó en el capítulo II, de la figura 13, que fue elaborada para una frecuencia de 14 Hz, se deduce que el movimiento del material en la zaranda sufrirá una bifurcación de periodo ya que el valor del parámetro del control encontrado es mayor al valor crítico de $\Gamma = 3.346$. A continuación, se muestra el trazo de la trayectoria que describe el material resuelto con el código de MatLab.

Figura 36.

Trayectoria del material procesado a 13.75 hz y 6.89 mm de amplitud



Nota. Fuente Matlab

Como se ve en la figura 36, el movimiento del material tendrá dos raíces que corresponden a las dos intersecciones de las curvas rojo y azul. Los resultados son evaluados con el código MatLab, con las siguientes respuestas mostradas en la tabla 8.

Tabla 8

Resultado de las dos raíces para el Movimiento del Material

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Raíz del primer impacto	t_1	0.0876	s
Raíz del segundo impacto	t_2	0.1416	s

Nota. Fuente propia

Establecido estos valores, se procede a aplicar las expresiones planteadas para el escenario dos, donde se da la bifurcación que ya fueron expuestas en el capítulo II.

Para efectos de este análisis, se decidió hacer simulaciones con diferentes valores de flujo másico del material, para identificar como es el comportamiento dinámico y la carga ejercida por la interacción del material con la zaranda, se decide sobrecargar el modulo zaranda en etapas, así mismo se aplicarán las expresiones (2.5), (2.27) y (2.29) para definir la carga ejercida por la interacción del material zaranda. Los resultados se muestran en la tabla 9.

Tabla 9

Sobrecarga de Material Procesado

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Densidad del material	ρ	2750	Kg/m ³
Tiempo de inicio	t_0	0.002784	s
Material primera fase			
Masa del material	m_z	4.10	Kg
Flujo másico estimado	\dot{m}_z	2.62	Kg/s
Carga en X	F_x	5.53	N
Carga en Y	F_y	47.63	N
Material segunda fase			
Masa del material	m_z	6.15	Kg
Flujo másico estimado	\dot{m}_z	3.94	Kg/s
Carga en X	F_x	8.29	N
Carga en Y	F_y	71.44	N
Material tercera fase			
Masa del material	m_z	8.20	Kg
Flujo másico estimado	\dot{m}_z	5.25	Kg/s

Carga en X	F_x	11.06	N
Carga en Y	F_y	95.26	N
Material cuarta fase			
Masa del material	m_z	10.25	Kg
Flujo másico estimado	\dot{m}_z	6.56	Kg/s
Carga en X	F_x	13.82	N
Carga en Y	F_y	119.07	N
Material quinta fase			
Masa del material	m_z	12.30	Kg
Flujo másico estimado	\dot{m}_z	7.87	Kg/s
Carga en X	F_x	16.59	N
Carga en Y	F_y	142.89	N

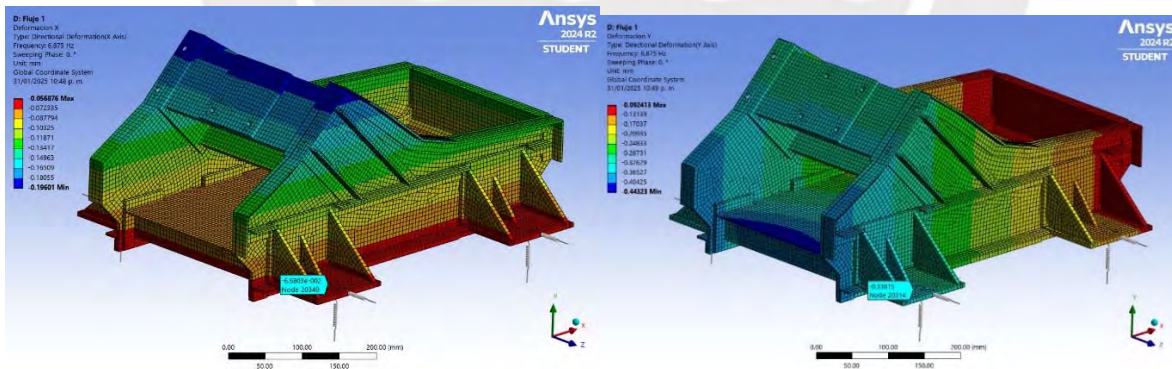
Nota. Fuente propia

Las cargas encontradas serán simuladas en el software de elementos finitos, como se detalla en la figura 37, la interacción del material con la zaranda se desarrollará con un periodo equivalente al doble del periodo del movimiento de la zaranda, por lo que la frecuencia donde se verá reflejada la interacción del material será en el sub-armónico 0.5X es decir a 6.875 Hz. Los resultados globales se muestran en la siguiente figura 35.

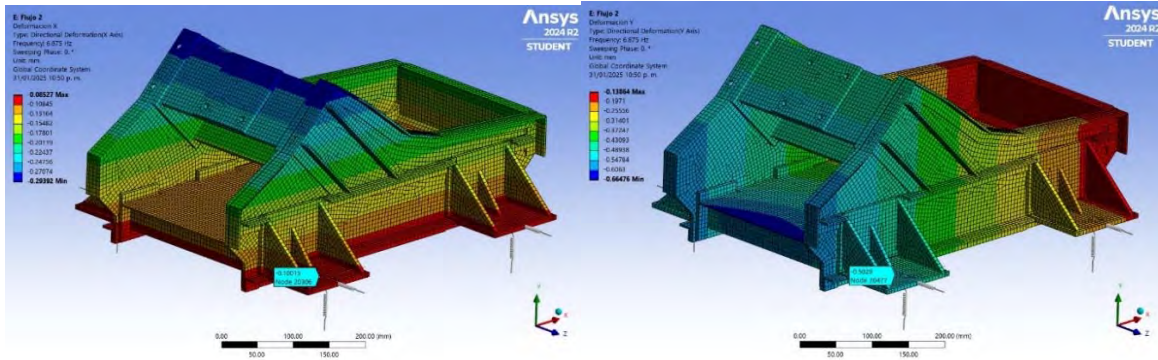
Figura 37.

Resultados de desplazamiento para cargas simuladas

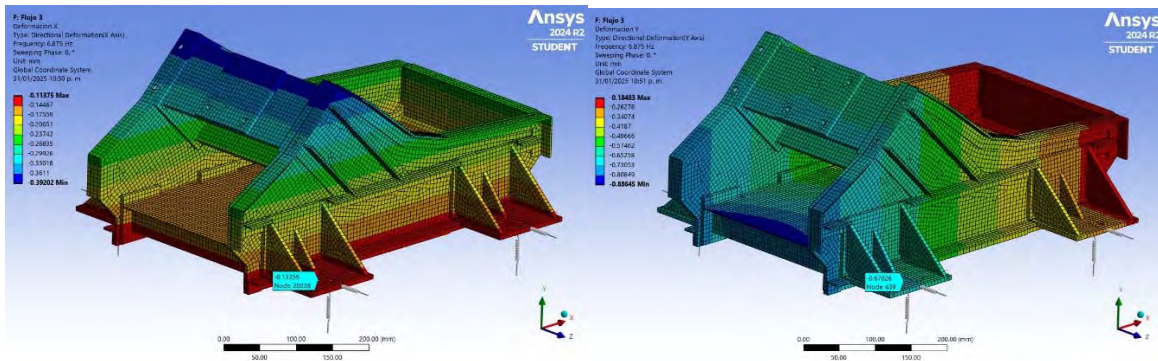
Fase 1



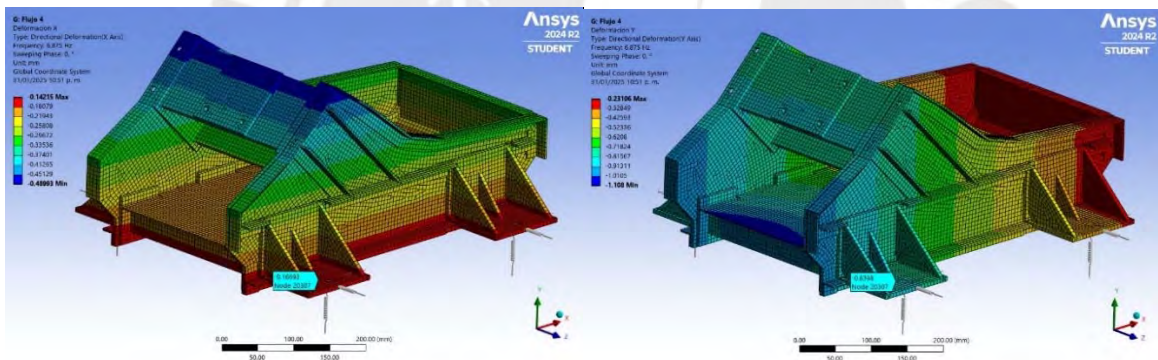
Fase 2



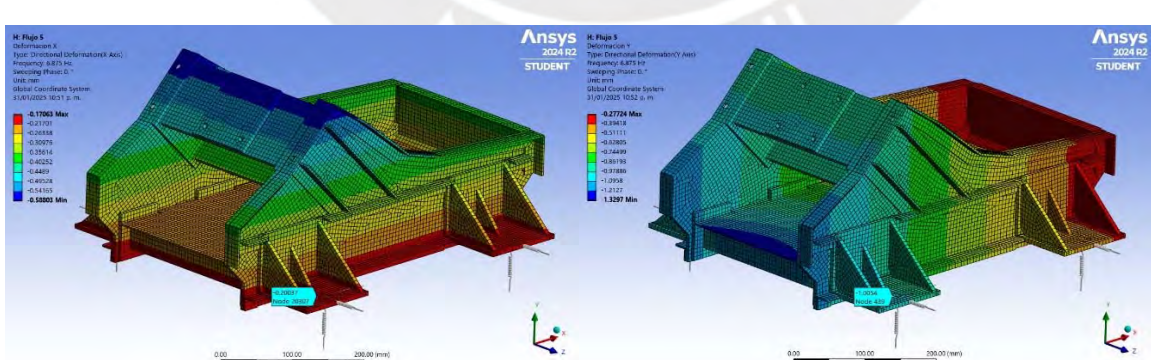
Fase 3



Fase 4



Fase 5



Nota. Fuente software FEM

Los resultados son resumidos en la tabla 10.

Tabla 10

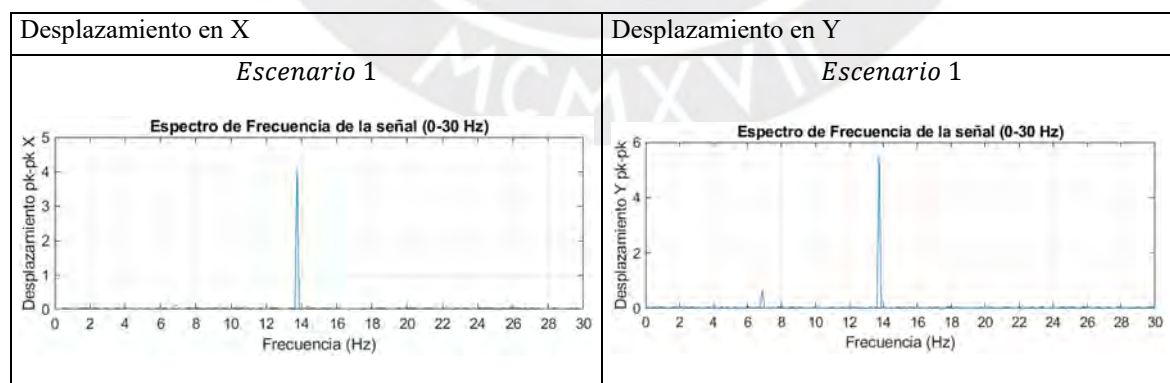
Resultados de la Simulación para la Interacción Material – Modulo zaranda

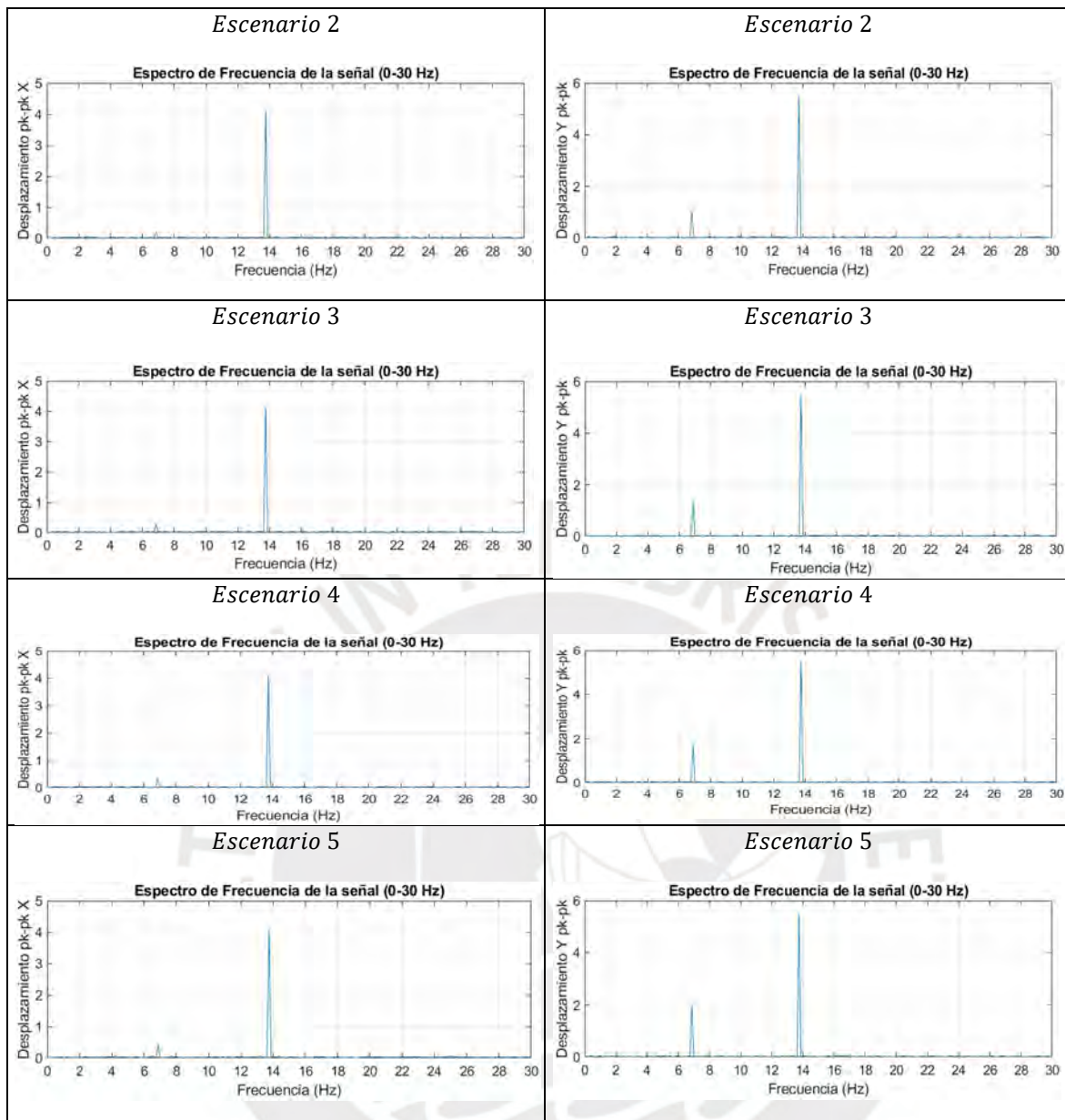
Parámetro	Símbolo	Amplitud(mm)	Pico-Pico (mm)
Abertura 1			
Desplazamiento en eje X (amplitud)	δ_x	0.067	0.134
Desplazamiento en eje Y (amplitud)	δ_y	0.338	0.676
Abertura 2			
Desplazamiento en eje X (amplitud)	δ_x	0.100	0.200
Desplazamiento en eje Y (amplitud)	δ_y	0.503	1.006
Abertura 3			
Desplazamiento en eje X (amplitud)	δ_x	0.134	0.267
Desplazamiento en eje Y (amplitud)	δ_y	0.670	1.340
Abertura 4			
Desplazamiento en eje X (amplitud)	δ_x	0.167	0.334
Desplazamiento en eje Y (amplitud)	δ_y	0.839	1.678
Abertura 5			
Desplazamiento en eje X (amplitud)	δ_x	0.200	0.400
Desplazamiento en eje Y (amplitud)	δ_y	1.005	2.010

Nota. Fuente propia

Con los resultados descritos, se podría obtener el espectro vibracional de desplazamiento para cada uno de los cinco escenarios de carga, utilizando el MatLab, se procedió a esquematizar los espectros pico a pico para el sub-armónico originado, ver la figura 38.

Figura 38.

Resultados de espectro de Desplazamiento pk-pk

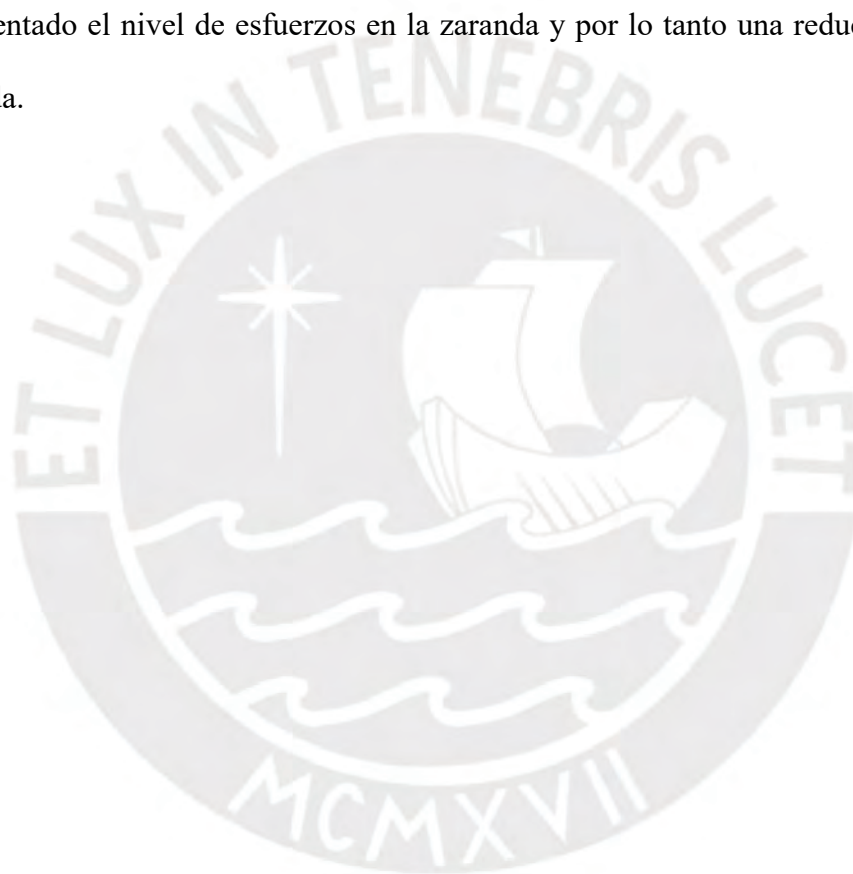


Nota. Fuente software MatLab

A medida que la zaranda es sobrealimentada, el desplazamiento en el sub-armónico ira en aumento, de los espectros mostrados, se puede ver que el desplazamiento dominante es la frecuencia de excitación del módulo de Zaranda. De estos resultados, se puede inferir que hay que tener especial cuidado en la activación de la componente sub-armónica ya que esta podría igualarse a una frecuencia crítica de la zaranda vibratoria.

En conclusión, se ha demostrado analíticamente que el movimiento del material en una superficie vibratoria, dependerá de los parámetros de amplitud y frecuencia que la zaranda

desarrollara al ser activada por una carga excitatriz, dependiendo del parámetro de control adimensional, el material podrá presentar una bifurcación de periodo activando una componente sub armónica de la zaranda, la cual hay que tener especial cuidado ya que esta puede coincidir con una frecuencia natural, lo que tendría como consecuencia el incremento de esfuerzos en todo el equipo, pudiendo llegar a la falla. La consideración del material en el proceso de diseño y simulación de la zaranda vibratoria pasa desapercibida en la mayoría de casos, por lo que después de este análisis, debería prestarse con mayor atención, ya que se ve incrementado el nivel de esfuerzos en la zaranda y por lo tanto una reducción en su tiempo de vida.



Capítulo IV: Ensayos Experimentales

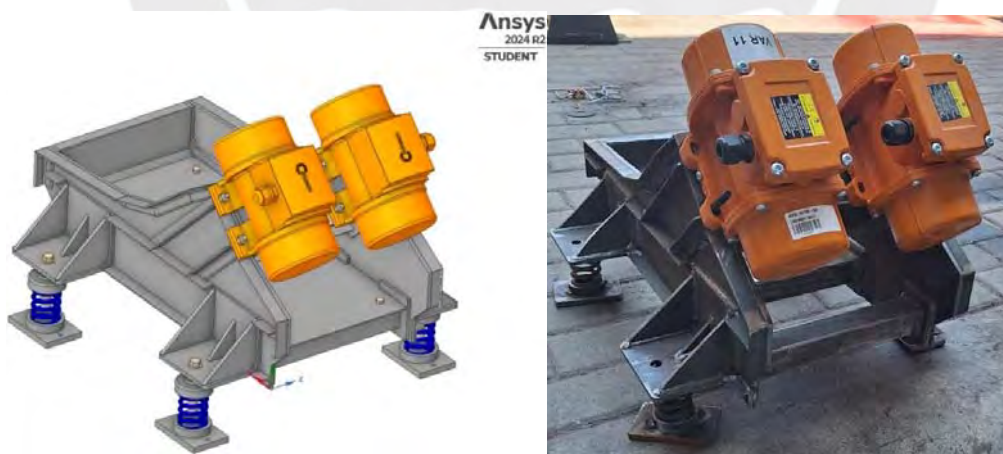
A continuación, se presenta un módulo experimental donde se pondrán a prueba los resultados presentados en los capítulos II y III, en tal sentido, el modulo experimental que fue simulado con ayuda de software FEM del capítulo III, será fabricado y ensamblado en un banco de pruebas donde se realizaran mediciones vibracionales para identificar la respuesta dinámica de la zaranda frente a diferentes niveles de carga másica que procesaría.

4.1. Fabricación del Módulo de Zaranda

Para las simulaciones y la fabricación del módulo de zaranda se tomó como base el diseño del módulo educativo de zaranda propuesto por León (2019), se utilizó un software CAD para el diseño virtual donde se obtuvieron las propiedades mecánicas que fueron utilizadas en el capítulo III. Toda la zaranda fue fabricada de perfiles y planchas estructurales A-36, así mismo se usó el proceso de soldadura SMAW para unir las diferentes partes que conforman el módulo de zaranda. La fabricación final puede observarse en la figura 39.

Figura 39.

Modelo y fabricación de Módulo de Zaranda



Nota. Fuente propia, a la izquierda modelo virtual – imagen derecha fabricación final.

Ya que se cuenta con la geometría en CAD es posible determinar sus propiedades físico geométricas, y hacer una comparativa sobre el peso real del módulo zaranda, que se muestran en la tabla 11.

Tabla 11

Propiedades físicas reales del Módulo Zaranda

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Masa vibrante del módulo zaranda (CAD)	M	45.63	kg
Masa vibrante del módulo zaranda (Real)	M_R	45.20	kg
Error porcentual	e	1.02	%

Nota. Fuente propia

El modulo zaranda además cuenta con dos motovibradores de la marca Italtvibras, los cuales fueron instalados en paralelo en la viga principal del módulo zaranda, a continuación, en la tabla 12 se muestran las características de los motovibradores seleccionados y en la figura 40 una imagen referencial.

Tabla 12

Características del Motovibrador

Variable	Valor	Unidad
Marca	Italtvibras	
Modelo	MVSI 15/100-S02	
Velocidad de giro	1800	rpm
Momento estático	32.3	kg.mm
Voltaje	220-440	V
Conexión	Trifásico	

Nota. Adaptado de “Catalogo General ES019”, por italtvibras, 2019 (https://www.italvibras.it/wp_ita/wp-content/uploads/2020/06/07-2019-ES-Catalogo-Gen-1.pdf).

Figura 40.

Motovibrador MVSI 15/100-S02

Nota. Fuente de “Catalogo General ES019”, por italtvibras, 2019 (https://www.italvibras.it/wp_ita/wp-content/uploads/2020/06/07-2019-ES-Catalogo-Gen-1.pdf).

Ya que el estudio pretende generar un movimiento lineal según el concepto mostrado en el capítulo II, fue necesario la implementación de los dos motovibradores con dos variadores

de frecuencia de 1hp configurados como maestro-esclavo para que se lograra la sincronía de giro, de esta manera anulando fuerzas radiales y solo conservando la fuerza vertical lineal. En la figura 41 una imagen referencial.

Figura 41.

Variador de frecuencia CFW300



Nota. Fuente de “CFW300-Convertidor de Frecuencia”, por WEG, 2022. (<https://static.weg.net/medias/downloadcenter/h54/hce/WEG-convertidor-de-frecuencia-CFW300-50066668-catalogo-es.pdf>)

Para realizar los ensayos fue necesario además contar con un sistema de alimentación de material continuo. Se habilito una Cinta transportadora accionada por medio de un motor eléctrico acoplado a un moto-reductor, el mecanismo cuenta con una transmisión de catalinas y cadena, los valores técnicos sobre la velocidad tangencial de entrega se muestran en la siguiente tabla 13.

Tabla 13

Características de la Cinta Transportadora

Variable	Valor	Unidad
Potencia de accionamiento	1.5	HP
Velocidad de trabajo	1700	rpm
Ratio de reducción de reductor	21.15	
Ratio de reducción de catalinas	1.059	
Diámetro de polea	120	mm
Velocidad tangencial de traslación	0.477	m/s

Nota. Fuente propia

Para la realización de los ensayos se dispuso además de un pequeño chute de transferencia fabricada con planchas estructurales A36, la disposición en este diseño permite controlar el flujo másico con una compuerta abatible. La estimación del flujo másico fue calculada indirectamente por medio de la velocidad de transporte de la cinta y las dimensiones de la compuerta. El ensamble general puede apreciarse en la siguiente figura 42.

Figura 42.

Instalación general de la Cinta Transportadora y Modulo Zaranda



Nota. Fuente propia

El modulo presentado tiene como potencial realizar diferentes evaluaciones y ensayos experimentales referente a todo lo relacionado con las vibraciones mecánicas, un campo bastante amplio de investigación, así mismo se podrán desarrollar evaluaciones sobre el funcionamiento de las zarandas vibratorias, como es el presente trabajo, que busca la relación dinámica entre el material procesado y la estructura de la zaranda vibratoria, otros ensayos posibles de análisis es la búsqueda de eficiencia en cuanto a la clasificación a diferentes parámetros vibratoriales y granulometría. Con este módulo, se busca corroborar de manera experimental la hipótesis planteada.

4.2. Procedimiento y Resultado de Ensayos

A continuación, se presenta una breve descripción de los ensayos y metodología que se aplicaran para el levantamiento vibracional del módulo de zaranda. El instrumento elegido para captar los espectros vibracionales fue el SKF Microlog Analyzer AX CMXA80.

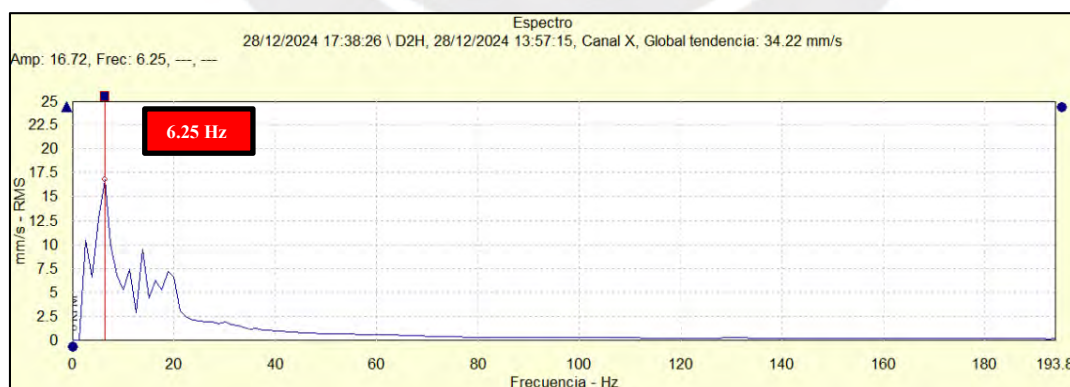
4.2.1. Ensayo prueba de impacto o Bump Test

La prueba de impacto es utilizada como un método experimental para identificar las frecuencias naturales de una maquina o estructura, la prueba consiste en golpear la estructura con un objeto blando, para este escenario se utilizará un martillo de goma; la finalidad es encontrar y validar las frecuencias halladas por la metodología analítica y las frecuencias encontradas en el análisis FEM. El procedimiento consiste en golpear a la zaranda con el martillo en el sideplate del lado opuesto del apoyo donde se realizará la medición, el sensor captará las señales vibracionales en las tres direcciones X, Y y Z. Se repite el procedimiento para cada uno de los apoyos. Los resultados representativos se muestran en la siguiente figura 43.

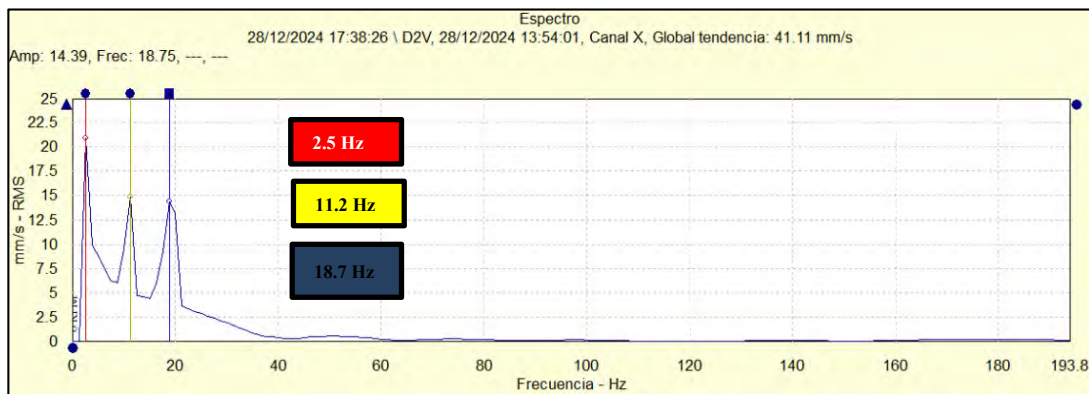
Figura 43.

Resultados del ensayo Bump Test

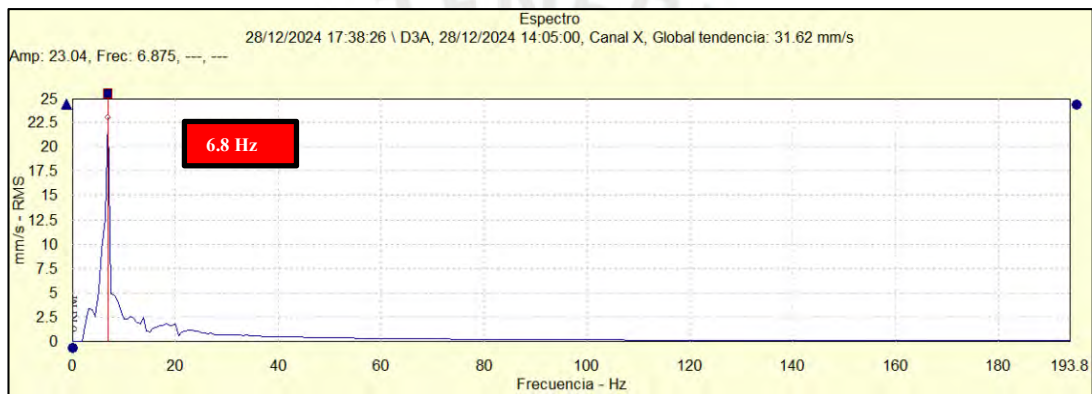
Posición horizontal



Posición vertical



Posición axial



Nota. Fuente propia

En la tabla 14 se muestran las comparativas de este ensayo con los resultados analíticos y por el método de elementos finitos, se aprecia cierta similitud con los resultados generales.

Tabla 14

Resultados y Comparativa del Ensayo Bump Test

1GDL (Analítico) Hz	Simulación FEM (Hz)	Bump Test (Hz)	Error %
		2.5	
	8.214	6.25	23.91
	8.776	6.80	22.52
12.82	12.242	11.2	8.51
	17.211		
	17.998	18.7	3.90
	21.958		

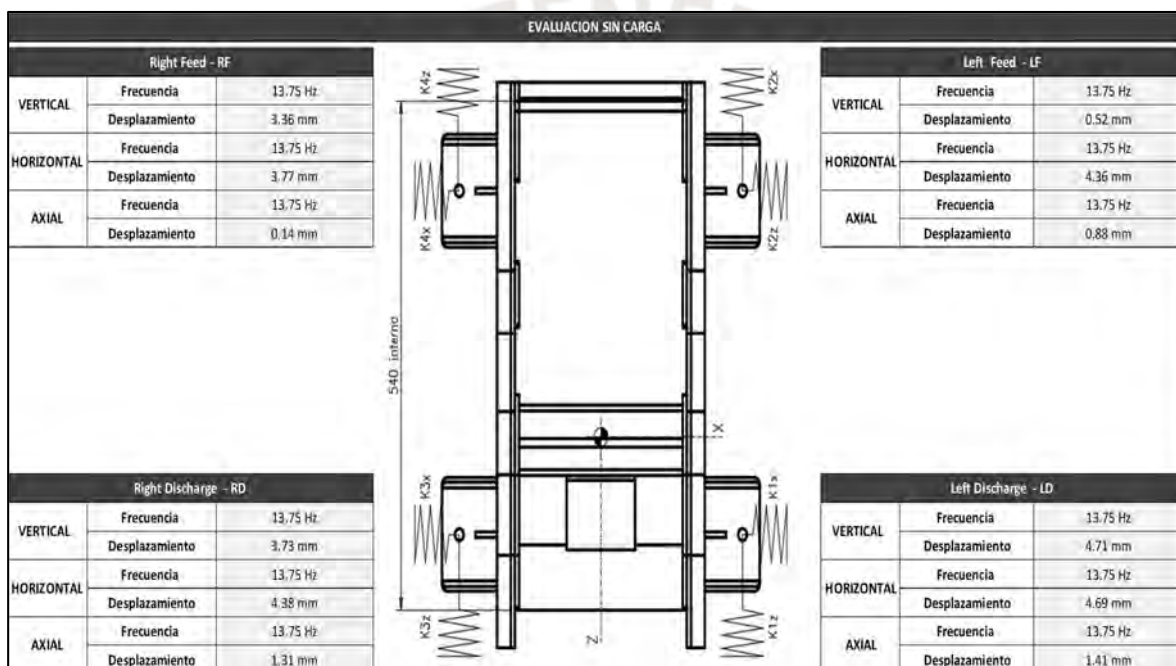
Nota. Fuente propia

4.2.2. Ensayo análisis de Stroke

Este ensayo busca determinar de manera experimental los desplazamientos que la zaranda realiza por acción de las masas excéntricas, el ensayo fue realizado con una frecuencia de trabajo de 13.75 hz regulado por el variador de frecuencia, se capturan las señales de desplazamiento en los cuatro apoyos. En la figura 44 se muestran los resultados de este ensayo.

Figura 44.

Resultados de desplazamiento Stroke



Nota. Fuente propia

Se toma como referencia los resultados de los apoyos de la descarga para realizar los análisis de ángulo de trabajo y Stroke, para posteriormente ser comparados con los resultados obtenidos en el análisis por elementos finitos. Se muestra en la tabla 15.

Tabla 15

Resultados y Comparativa del Ensayo de desplazamiento Stroke

Concepto	FEM (mm)	Ensayo Apoyo Izquierdo (mm)	Error Izquierdo %
Desplazamiento X	4.119	4.69	13.86

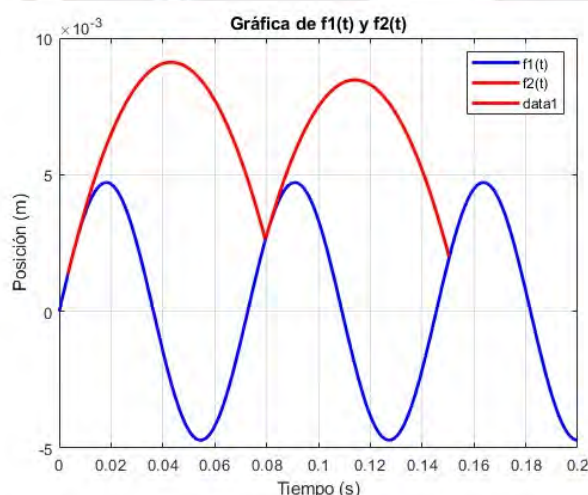
Desplazamiento Y	5.518	4.72	14.46
Amplitud	6.89	6.65	3.48
Stroke	13.77	13.30	3.41
Angulo	53.23°	45.15°	15.18

Nota. Fuente propia

De los resultados se aprecia que existe diferencia de los desplazamientos entre los apoyos de descarga, esta vibración irregular puede ser explicada por un incorrecto montaje y nivelación, pero comparando los resultados experimentales se obtiene un buen acercamiento frente a la simulación FEM. Así mismo, utilizando los valores obtenidos de los ensayos, se procede a analizar la cinemática posible en la zaranda, para ello se utiliza el código de MatLab ya utilizado en los capítulos anteriores, el resultado se muestra en la figura 45.

Figura 45.

Trayectoria del material procesado con Resultados Experimentales



Nota. Fuente propia

Como se visualiza de la figura 45, con los parámetros de vibración del módulo zaranda, se obtendría impactos en orden del sub-armónico como ya fue explicado, ya que el resultado cuenta con dos raíces.

4.2.3. Análisis de espectros de vibración

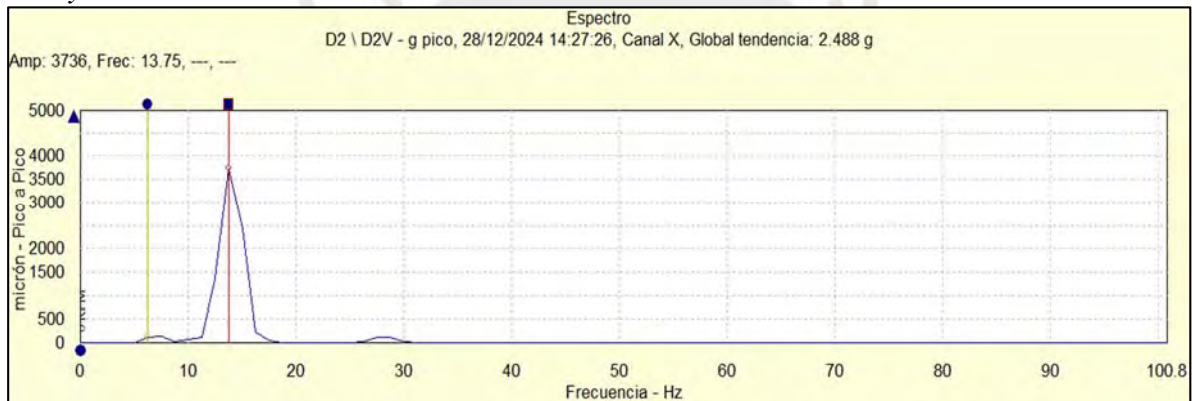
Para probar la hipótesis sobre la interacción que ocurre entre la zaranda y el material procesado se realizará un análisis de los espectros de vibración con la zaranda en vacío y con

la zaranda procesando diferentes niveles de flujo másico, los puntos de medición se realizan en los apoyos de descarga de la zaranda. Debido a lo complejo de este ensayo se decide a trabajar solo con dos flujos másicos, a flujo másico mínimo utilizando la menor abertura del chute de alimentación y a flujo másico máximo utilizando toda la apertura del chute de alimentación. En este escenario se estima que los flujos másicos son de 2.62 Kg/s y 7.87 Kg/s, que ya fueron analizados en la tabla 9. A continuación, se muestran los espectros vibracionales obtenidos en la figura 46.

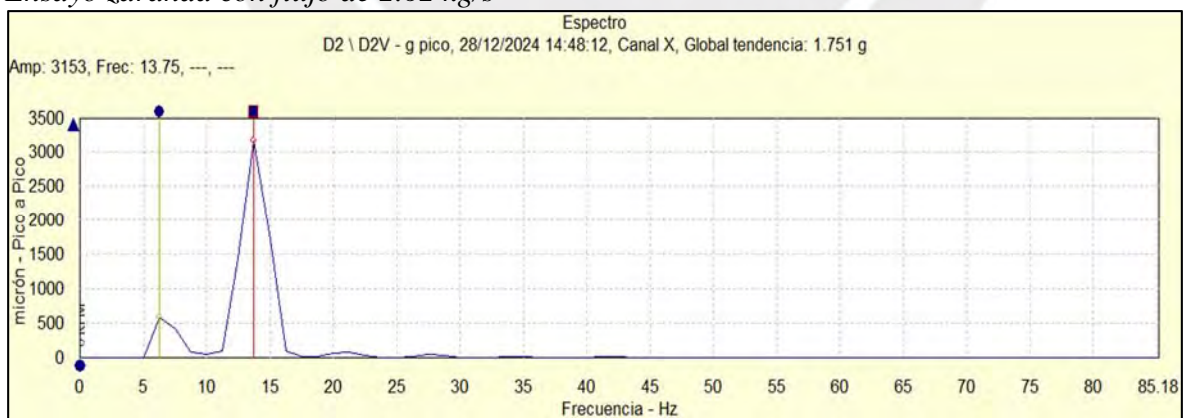
Figura 46.

Resultado de Espectros Vibracionales

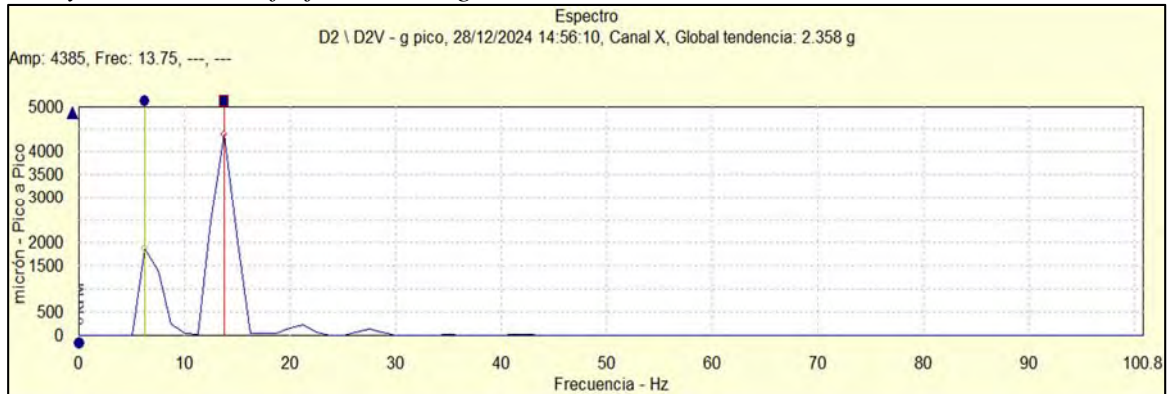
Ensayo zaranda en vacío



Ensayo zaranda con flujo de 2.62 kg/s



Ensayo zaranda con flujo de 7.87 kg/s



Nota. Fuente propia

Los resultados del sub-armónico encontrado a 0.5X de la frecuencia de trabajo están expresados en desplazamiento pico – pico, mientras que la amplitud a la frecuencia de trabajo 1X esta expresada a valor pico para la componente vertical. Los resultados obtenidos se resumen en la siguiente tabla 16.

Tabla 16

Resultados y Comparativa del Ensayo espectros de frecuencia

Parámetro	FEM Pico-Pico (mm)	Ensayos Pico-Pico (mm)	Error %
Abertura 1			
Desplazamiento en eje Y (amplitud)	0.676	0.581	14.05
Abertura 5			
Desplazamiento en eje Y (amplitud)	2.010	1.867	7.11

Nota. Fuente propia

Se identifica que existe una relación entre la amplitud del sub-armónico y el flujo másico creciente, dicho parámetro crecerá acorde al flujo alimentado. Se puede apreciar de la tabla 16, cierto acercamiento de los valores experimentales frente a la simulación FEM.

4.3. Comentarios de los resultados

Sobre los ensayos Bump Test se identifica diferencias entre el valor simulado, una explicación sería la rigidez de la base donde fue instalado el módulo de zaranda, así como diferencias entre la rigidez del resorte calculado frente al real. Pero es importante destacar que la identificación de la frecuencia de 11.2 Hz la cual corresponde a la frecuencia crítica

de operación de la zaranda vibratoria en el eje vertical, en tal sentido el modulo satisface el movimiento oscilatorio para el que fue diseñado.

Los resultados del Stroke ofrecen una clara aproximación a los parámetros vibracionales esperados para las zarandas de este tipo, pero más importante es que con los resultados obtenidos de la experimentación podemos calcular la cinemática que realizara el material hallando que el movimiento presentara dos raíces y que la zaranda presentara sub-armónicos en sus espectros vibracionales.

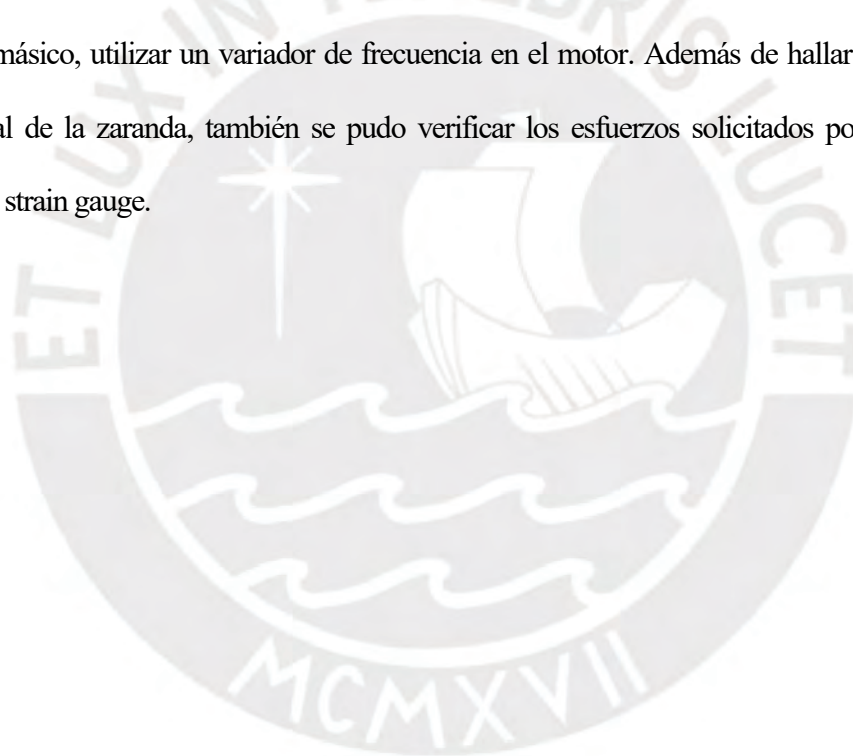
La afirmación anterior es verificada con los espectros vibracionales de frecuencia obtenidos de la experimentación, se identifica que la zaranda en vacío no presenta parámetros sub-armónicos visibles en el espectro, pero a medida que la zaranda es alimentada con flujos másicos crecientes, este parámetro vibracional aparece de manera correlacionada al flujo másico, de haber contado con una frecuencia critica cercana a este sub-armónico es posible que este parámetro muestre una amplificación mucho mayor y perjudicial a la integridad de la zaranda. Se define entonces que la componente sub-armónica 0.5X representa la interacción que posee el material procesado con la zaranda.

Conclusiones

1. Existen diferentes conceptualizaciones para el diseño de las zarandas vibratorias, la mayoría enfocada en maximizar la eficiencia de cribado sin profundizar mucho la integridad del activo, en este trabajo se ha puesto interés en cómo afecta el material procesado en la zaranda, con la finalidad de tener parámetros físicos a evaluar para el proceso de diseño de estos equipos. De esta manera garantizando mejor confiabilidad de estos equipos, ya que una falla de las zarandas trae consigo pérdidas económicas para el proceso productivo en especial del rubro minero.
2. La metodología analítica propuesta busca la identificación de las cargas que el material procesado generaría cuando interactúa con la zaranda, estas cargas deben ser alimentadas al proceso de diseño de la estructura, ya sea utilizando un método analítico o por simulación FEM, la inclusión de estas cargas garantiza un mejor diseño del activo tanto en el diseño estático como en la respuesta dinámica. La inclusión del parámetro adimensional Γ proporciona la identificación de cómo se comportaría el material en la zaranda, ya sea generando armónicos o sub-armónicos.
3. Los softwares de simulación son poderosas herramientas capaces de acortar el proceso de cálculo en el diseño de zarandas vibratorias, dando como resultado las frecuencias naturales de la zaranda, así como su respuesta vibracional frente al par excéntrico generado por los motovibradores, con esto definiendo la frecuencia de trabajo, frecuencias naturales y el stroke que la zaranda realizara en operación. Para este trabajo fue importante constatar la semejanza real que existe entre el modulo virtual y el modulo real, obteniendo un error porcentual de 8.51% para la frecuencia natural principal y un error porcentual de 3.41% para el stroke desarrollado.
4. Se logra corroborar la presencia del sub-armónico en los ensayos experimentales, la amplitud de este parámetro vibracional está estrechamente ligada al flujo másico presente, este parámetro vibracional es desapercibido en la mayoría de literaturas revisadas, y más aun no se analiza su efecto en la confiabilidad e integridad de la zaranda vibratoria, ya que genera fuerzas adicionales a diferente frecuencia que pueden afectar la vida útil de los componentes.

Recomendaciones

1. Aún existe un gran campo de investigación sobre el efecto del material en la zaranda por lo que se sugiere continuar con las investigaciones, agregando nuevas variables para el análisis como es la eficiencia de cribado, efectos vibracionales aleatorios del material, y la afectación que existe entre el stroke desarrollado y el material procesado, parámetros que no fueron evaluados en este trabajo.
2. Para complementar el trabajo presentado, se debe mejorar las condiciones del ensayo en un ambiente más controlado, por ejemplo, la estimación del flujo másico pudo haberse validado al utilizar una balanza electrónica en línea instalada en la cinta transportadora y para mejor control del flujo másico, utilizar un variador de frecuencia en el motor. Además de hallar la respuesta vibracional de la zaranda, también se pudo verificar los esfuerzos solicitados por la zaranda utilizando strain gauge.



Referencias bibliográficas

- Aguilar, R. (2018). *Análisis y mejoras de la gestión del área de mantenimiento mecánico molienda procesos C2 de la planta concentradora de cobre de Sociedad Minera Cerro Verde Arequipa basado en la filosofía de mantenimiento productivo total*. (Trabajo de Investigación), Universidad Continental, Arequipa, Perú.
- Cotabarren I.M. (2012). *Modelado y simulación del sector de granulación de una planta de urea*. (Disertación doctoral). Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina.
- Cundall, P. A. y Strack, O. D. L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29(1), 47-65.
- Escobedo, L. A. (2014). *Informe técnico análisis de riesgos en las diferentes áreas de operación en planta concentradora y su interacción con la seguridad y medio ambiente*. (Trabajo de Investigación). Universidad Nacional de San Agustín, Arequipa, Perú.
- Evgrafof, A. N. (Ed.). (2013). *Advances in Mechanical Engineering: Selected Contributions from the Conference "Modern Engineering: Science and Education"*, Saint Petersburg, Russia: Springer.
- He, D., Liu, C., & Li, S. (2022). The nonlinear dynamic behavior of a particle on a vibrating screen based on the elastoplastic contact model. *Separations*, 9(8), 216.
- Hibbeler, R. C. (2010). *Dinámica. Ingeniería Mecánica*.
- León L.I. (2019). *Diseño de un Módulo Educativo a Escala de una Zaranda Vibratoria*. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.
- Mason, (2008). *MASON INDUSTRIES, Inc, Free Standing Spring Mounts and Height Saving Brackets*, SLF-200-8 Bulletin, 2008.

- Metso Outotec. (s.f.). *Criba de tamizado en húmedo*. Recuperado de <https://www.directindustry.es/prod/metso-corporation/product-9344-1663888.html>
- Moncada M.A. (2017). *Modelación dinámica no lineal de harnero vibratorio considerando inercia del mineral y fuerza del mineral sobre el harnero calculada con elementos discretos*. (Tesis de maestría). Universidad de Concepción, Concepción, Chile.
- Pastor J.M. (2005). *Dinámica de un medio granular agitado verticalmente*. (Disertación doctoral). Universidad de Navarra, Navarra, España.
- Ponce L., Cortés F. & Valdés R. (2005). Desarrollo de harnero vibratorio. *Revista Facultad de Ingeniería-Universidad de Tarapacá*, 11(2), 35-40.
- Ramatsetse, B., Mporfu, K., & Makinde, O. (2017). Failure and sensitivity analysis of a reconfigurable vibrating screen using finite element analysis. *Case studies in engineering failure analysis*, 9, 40-51.
- Rao, S. S. (2012). *Vibraciones mecánicas*. Pearson educación.
- Rodríguez, C. G., Moncada, M. A., Dufeu, E. E., & Razeto, M. I. (2016). *Nonlinear model of vibrating screen to determine permissible spring deterioration for proper separation*. Recuperado de <https://www.hindawi.com/journals/sv/2016/4028583/>
- Steyn, J. (1995). Fatigue failure of deck support beams on a vibrating screen. *International journal of pressure vessels and piping*, 61(2-3), 315-327.
- Vibrating Screen Manufacturers Association (1998). *VSMA Vibrating Screen Handbook*. Wisconsin:USA.
- WEG, (2022). *CFW300-Convertidor de Frecuencia*. Recuperado de <https://static.weg.net/medias/downloadcenter/h54/hce/WEG-convertidor-de-frecuencia-CFW300-50066668-catalogo-es.pdf>

Xia, X., Gou, L., Zhang, Z., Wang, L., Guo, Y., & Jing, W. (2023). Collaborative optimization of linear vibrating screen screening efficiency and dynamic response stability based on coupled DEM-MBK simulation. *Particuology*, 78, 49-61.

Ze, J., Yun, W., & Jing, W. (2006). Subharmonic motion of granular particles under vertical vibrations. *Europhysics Letters*, 74(3), 417.

Zhao-Xia, H., Qing-Tao, L., & Le-Hao, C. (2014). Dynamics Analysis and Experiment of Vibrating Screen for Asphalt Mixing Equipment. *Sensors & Transducers*, 169(4), 205.



Anexos

Código desarrollado MatLAB

```

% Constantes
g = 9.81;           % m/s^2 gravedad
w = 86.3938;      % rad/s Frecuencia de excitacion
A = 0.007275;     % m Amplitud de vibracion
alpha = 0.956432;% alfa angulo de excitacion
teta = 0.;        %Angulo de inclinacion
to = 1 / w * asin(g / (A * w^2 * sin(alpha)));

% Define el rango de tiempo
t = linspace(0, 0.2, 1000); % De 0 a 0.150 segundos con 1000 puntos

% Define la función f1(t) movimiento de la zaranda en y
f1 = @(t) A * sin(w * t) * sin(alpha);

% Velocidad de zaranda derivada
f1p = @(t) A * w * cos(w * t) * sin(alpha);

% Aceleración de zaranda doble derivada
f1pp = @(t) -A * w.^2 * sin(w * t) * sin(alpha);

% Define la función f2(t) vuelo parabólico
idx = find(f1pp(t) <= -g, 1); % Índice donde inicia f2
if ~isempty(idx)
    t_f2 = t(idx:end); % Rango de tiempo para f2
    f2 = @(t) g / w^2 + A * w * cos(asin(g / (A * w^2 * sin(alpha)))) .* (t-to)
    * (sin(alpha)+cos(alpha)*tan(teta)) - g .* (t-to).^2 / 2;
else
    f2 = @(t) []; % Si f1pp no cumple la condición, f2 se define como vacío
end

% Primer resultado
xo = 2*pi/(w); % Aproximación inicial de la raíz

% Ingreso de la función
f = @(t) A * sin(w * t) * sin(alpha) - g / w^2 - A * w * cos(asin(g / (A * w^2 *
sin(alpha)))) .* (t-to) *(sin(alpha)+cos(alpha)*tan(teta)) + g .* (t-to).^2 / 2;

% Ingreso de la derivada de la función f(t)
df = @(t) A*w*cos(w*t)*sin(alpha) - A * w * cos(asin(g / (A * w^2 * sin(alpha))))
.* (sin(alpha)+cos(alpha)*tan(teta)) + g .* (t-to);

% Tolerancia
tol = 0.000000001;

error = 1;
t_ant = xo; % Se usa t_ant para mantener el valor anterior de t
n = 0;

while (error > tol)
    t_nuevo = t_ant - feval(f, t_ant) / feval(df, t_ant);
    fnuevo = feval(f, t_ant);
    dfnuevo = feval(df, t_ant);

```

```

% Tipo de error
error = abs(t_nuevo - t_ant);

t_ant = t_nuevo; % Actualizar el valor anterior de t
n = n + 1;
end

linea = sprintf('\n RAÍZ APROXIMADA EN (t) = %5.8f', t_nuevo);
periodo=sprintf('\n tiempo de vuelo = %5.8f', t_nuevo-to);
frecuencia=sprintf('\n frecuencia = %5.8f',1/ (t_nuevo-to));
disp(linea);
disp(periodo);
disp(frecuencia);
% Encuentra el índice del valor más cercano en t_nuevo
[~, idx_t_nuevo] = min(abs(t_f2 - t_nuevo));

% Graficar f1 y f2 si f2 no es vacío
if ~isempty(f2)
    figure;
    plot(t, f1(t), 'b', 'LineWidth', 2); % Graficar f1 en azul
    hold on;
    if idx_t_nuevo > 0 && idx_t_nuevo <= length(t_f2)
        plot(t_f2(1:idx_t_nuevo), f2(t_f2(1:idx_t_nuevo)), 'r', 'LineWidth', 2);
% Graficar f2 en rojo hasta t_nuevo
    end
    hold off;
    xlabel('Tiempo (s)');
    ylabel('Posición (m)');
    legend('f1(t)', 'f2(t)');
    title('Gráfica de f1(t) y f2(t)');
    grid on;
else
    disp('f1pp no cumple la condición f1pp(t) <= -g, no se grafica f2');
end

% Graficar f3 si f1pp en t_nuevo es menor o igual a -g
if f1pp(t_nuevo) <= -g
    f3 = @(t) A*w*cos(w*(t_nuevo))*(sin(alpha)+cos(alpha)*tan(teta))*(t-t_nuevo) - g .* (t-t_nuevo).^2 / 2;
    % Segundo resultado
    x01 = 4*pi/(w); % Aproximación inicial de la raíz

    % Ingreso de la función
    f = @(t) A * sin(w * t) * sin(alpha) - f1(t_nuevo) -
    A*w*cos(w*(t_nuevo))*(sin(alpha)+cos(alpha)*tan(teta))*(t-t_nuevo) + g .* (t-
    t_nuevo).^2 / 2;

    % Ingreso de la derivada de la función f(t)
    df = @(t) A*w*cos(w*t)*sin(alpha)-
    A*w*cos(w*(t_nuevo))*(sin(alpha)+cos(alpha)*tan(teta)) + g .* (t-t_nuevo);

% Tolerancia
tol = 0.000000001;

error = 1;
t_ant1 = x01; % Se usa t_ant para mantener el valor anterior de t
n = 0;

```

```

while (error > tol)
    t_nuevo1 = t_ant1 - feval(f, t_ant1) / feval(df, t_ant1);
    fnuevo = feval(f, t_ant1);
    dfnuevo = feval(df, t_ant1);

    % Tipo de error
    error = abs(t_nuevo1 - t_ant1);

    t_ant1 = t_nuevo1; % Actualizar el valor anterior de t
    n = n + 1;
end

linea1 = sprintf('\n RAÍZ APROXIMADA EN (t) = %5.8f', t_nuevo1);
periodo1=sprintf('\n tiempo de vuelo = %5.8f', t_nuevo1-t_nuevo);
frecuencia1=sprintf('\n frecuencia = %5.8f',1/ (t_nuevo1-t_nuevo));

disp(linea1);
    disp(periodo1);
    disp(frecuencia1);
    % Limitar el rango de tiempo para graficar f3
    t_plot = t(t >= t_nuevo & t <= t_nuevo1);

    hold on;
    plot(t_plot, f3(t_plot), 'r', 'LineWidth', 2); % Graficar f3 en rojo desde
t_nuevo hasta t_nuevo1
    hold off;
end

```



Planos

Plano A2-01: Ensamble General

Plano A2-02: Sub-Ensamble

Plano A3-01: Placa Lateral

Plano A3-02: Viga Principal Motriz

Plano A3-03: Viga Alimentación

Plano A3-04: Viga Transversal

Plano A3-05: Soporte Estructura

Plano A3-06: Ángulos Rigidizadores

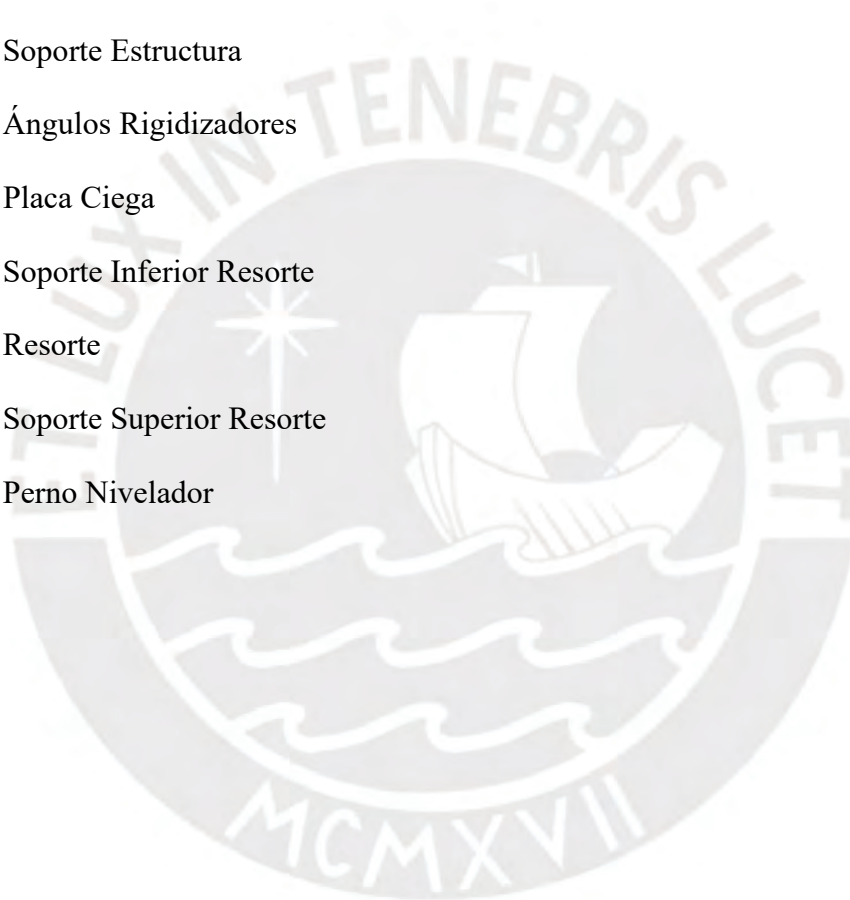
Plano A3-07: Placa Ciega

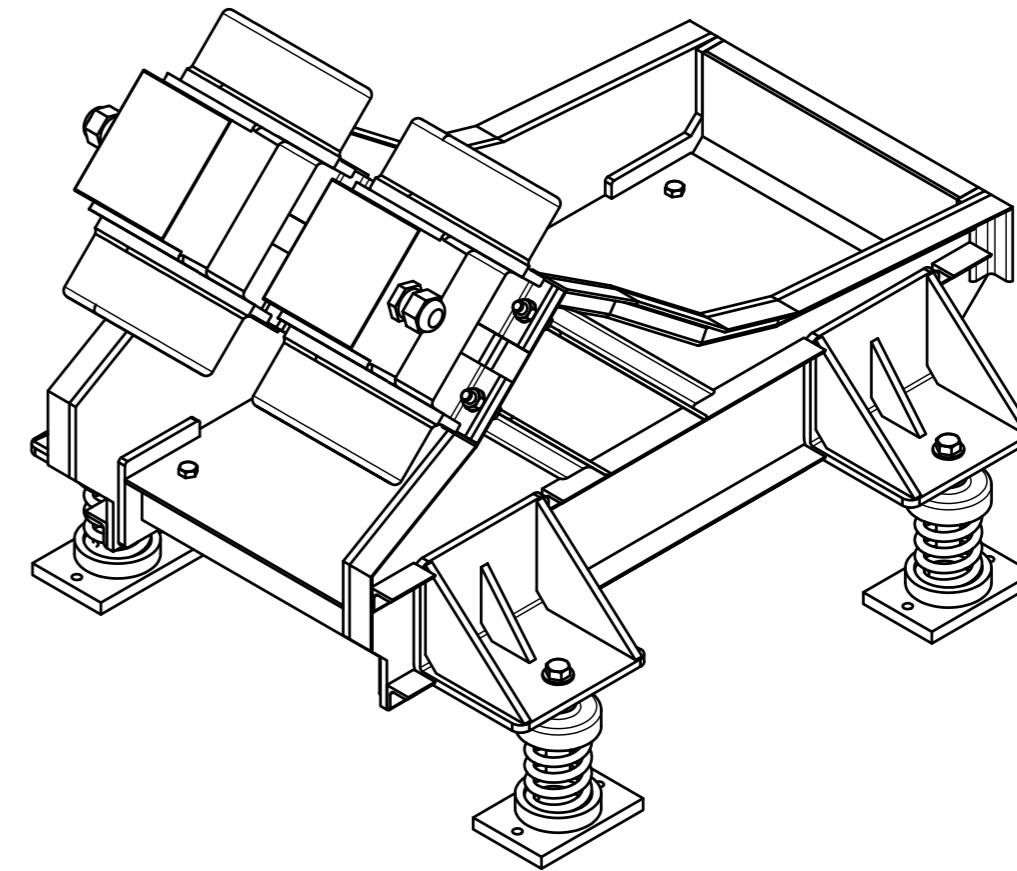
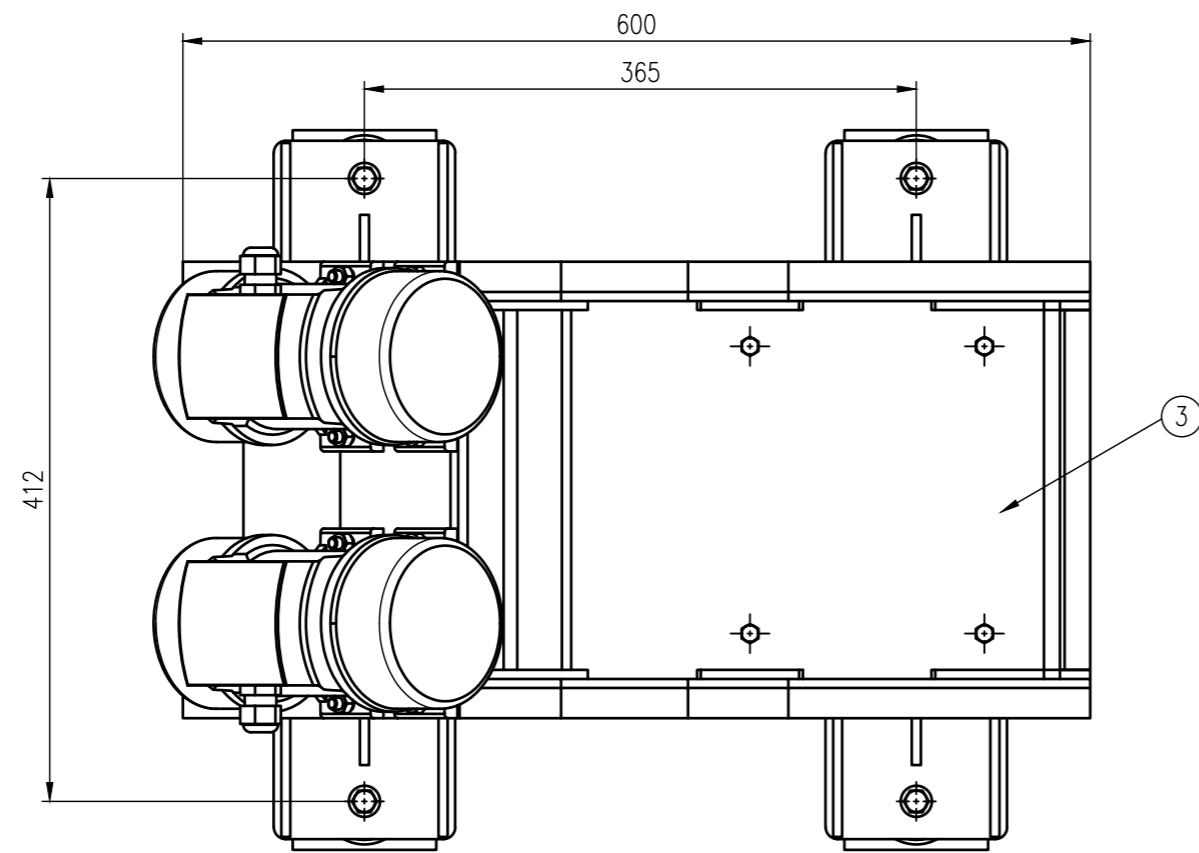
Plano A4-01: Soporte Inferior Resorte

Plano A4-02: Resorte

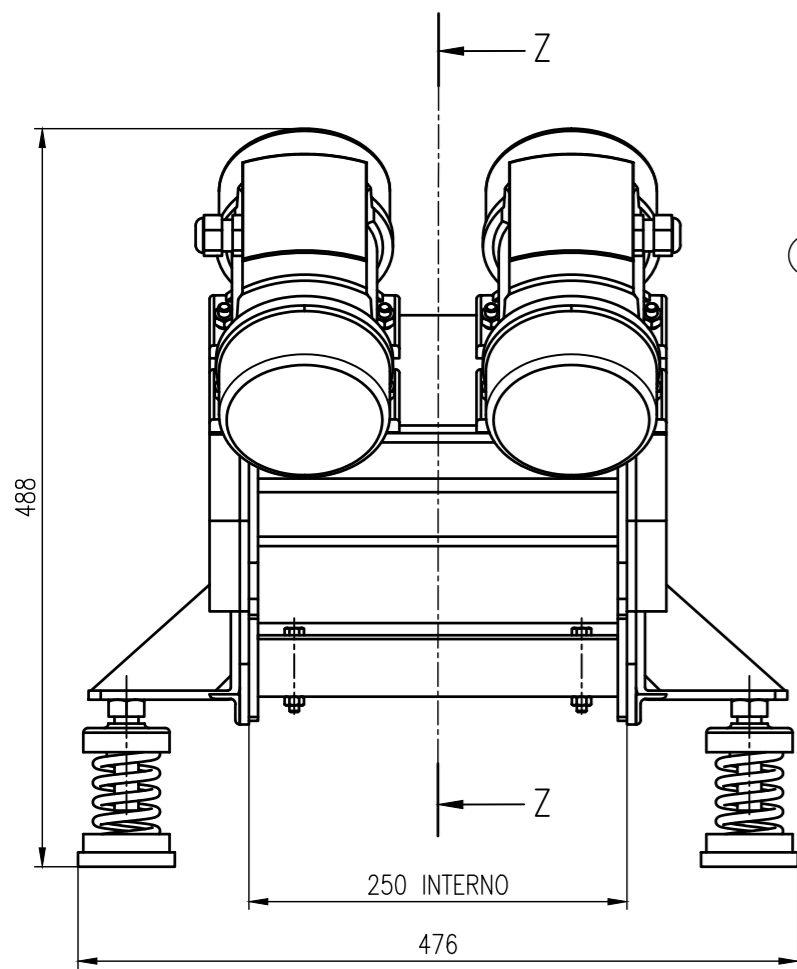
Plano A4-03: Soporte Superior Resorte

Plano A4-04: Perno Nivelador

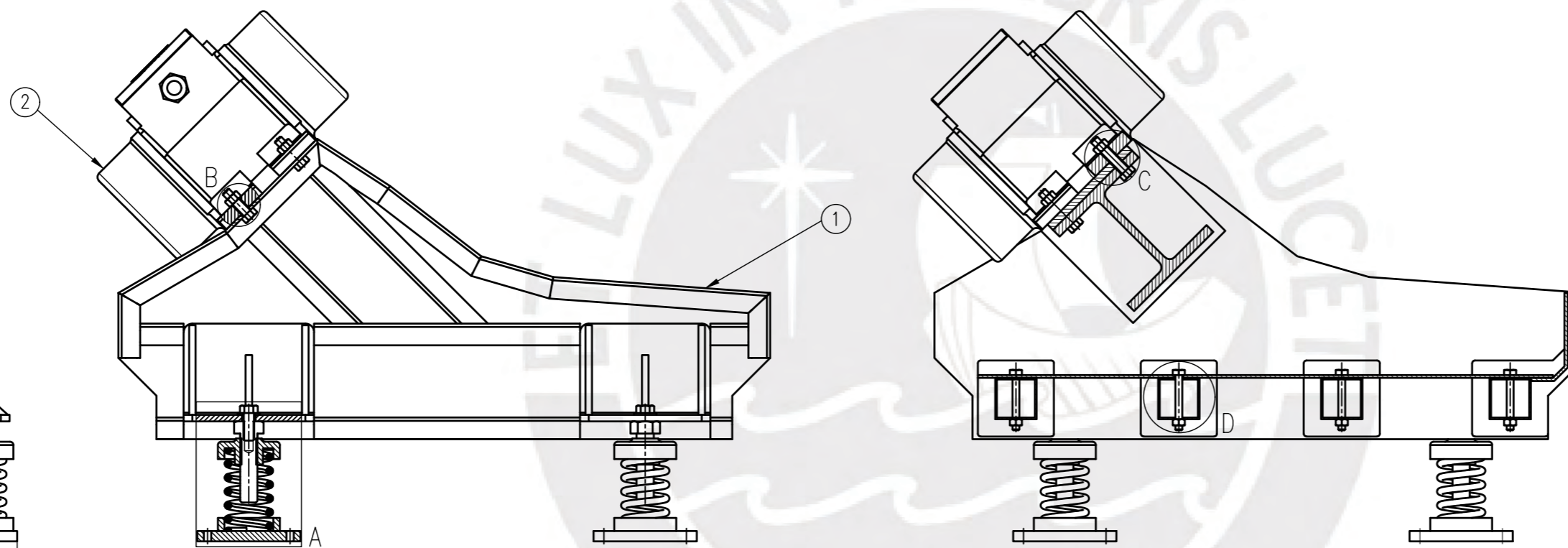




ISOMETRICO
ESCALA

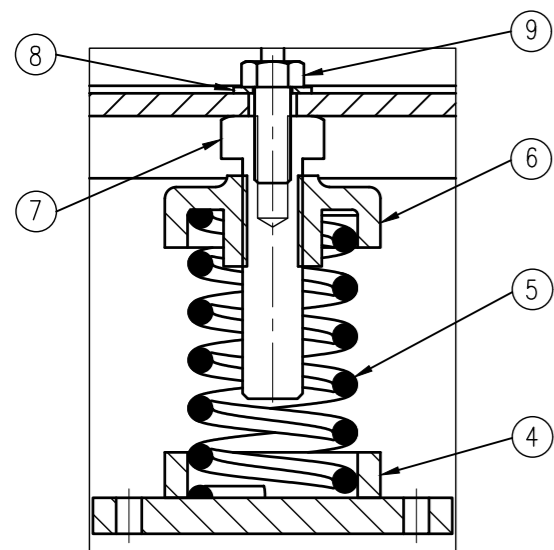


VISTA FRONTAL
ESCALA 1:5

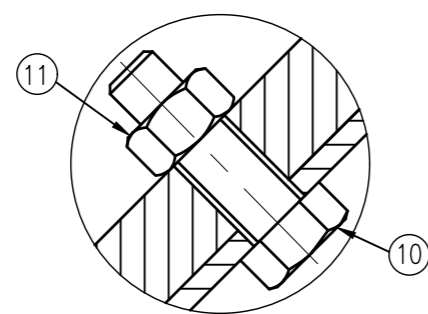


SECCION Z-Z
ESCALA 1:5

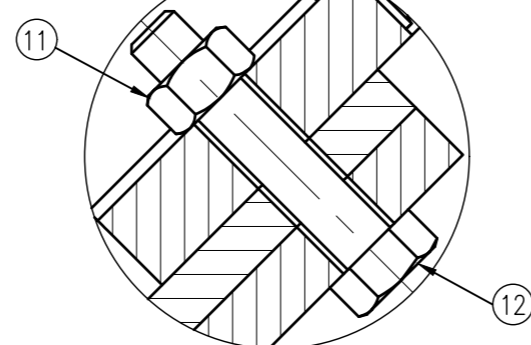
MODULO ZARANDA VIBRATORIA
ESCALA 1:5



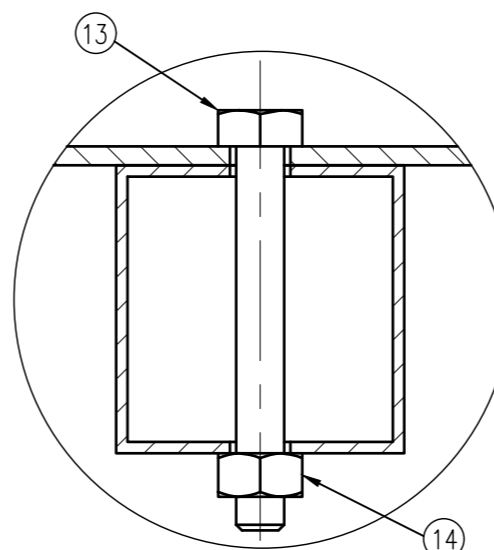
DETALLE A
ESCALA 1:2



DETALLE B
ESCALA 1:1



DETALLE C
ESCALA 1:1

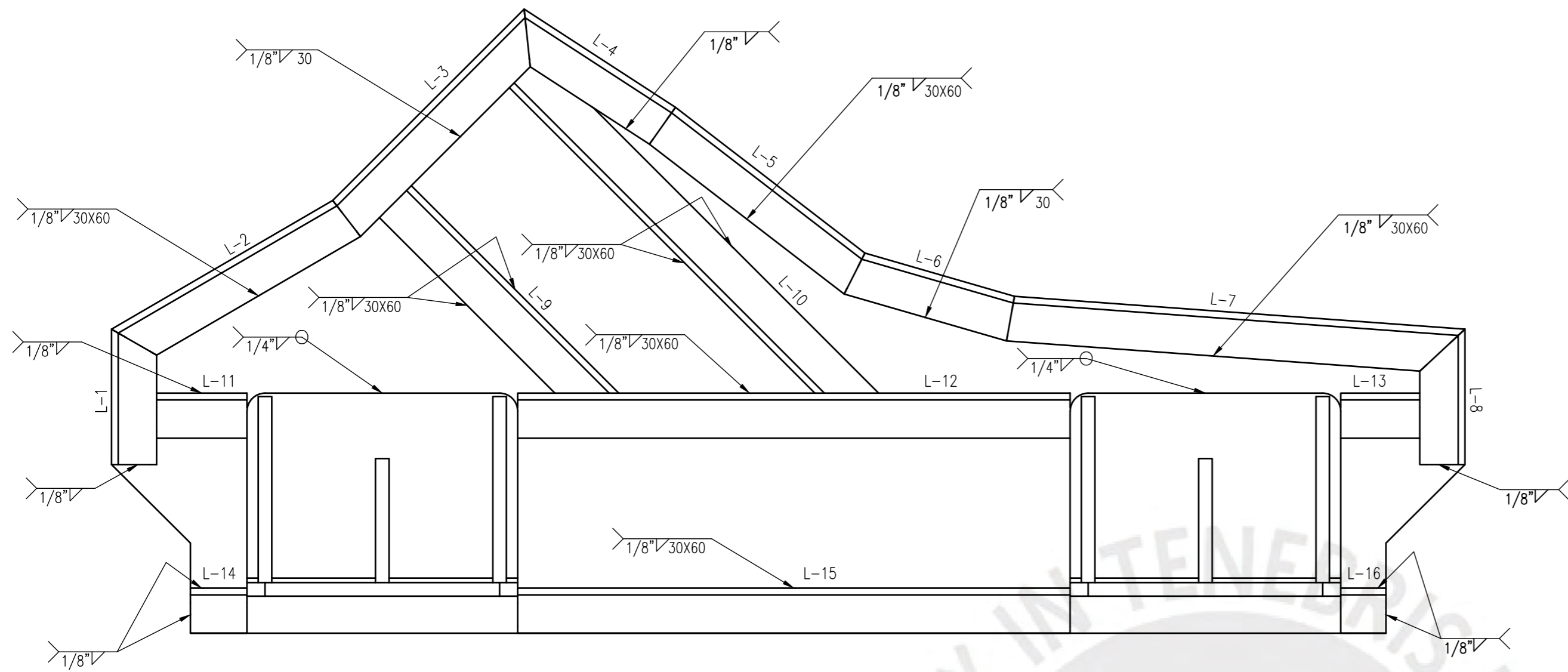


DETALLE D
ESCALA 1:1

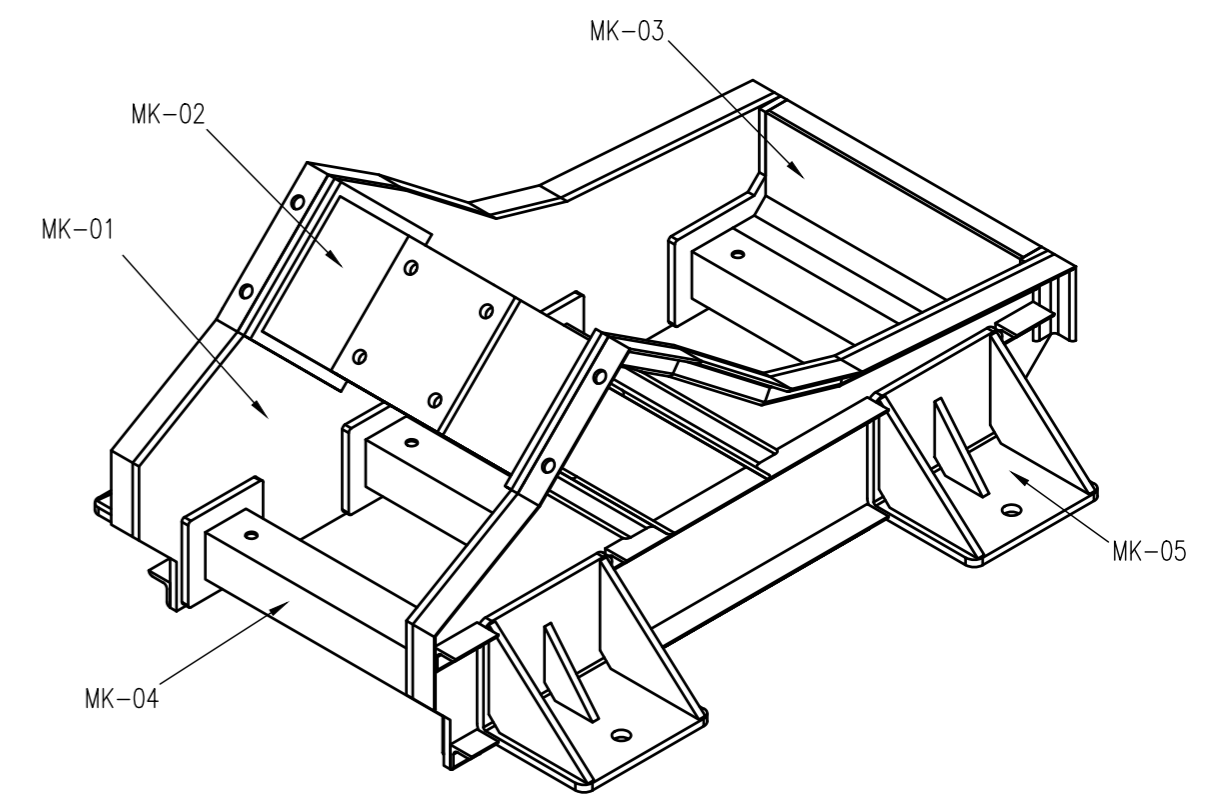
14.	8	TUERCA HEXAGONAL $\phi 1/4"$	ANSI B18.2.2	2	
13.	8	PERNO CAB. HEXAGONAL $\phi 1/4" \times 2"$	ANSI B18.2.1	2	
12.	4	PERNO CAB. HEXAGONAL $\phi 5/16" \times 1-5/8"$	ANSI B18.2.1	2	
11.	8	TUERCA HEXAGONAL $\phi 5/16"$	ANSI B18.2.2	2	
10.	4	PERNO CAB. HEXAGONAL $\phi 5/16" \times 1-1/8"$	ANSI B18.2.1	2	
9.	4	PERNO CAB. HEXAGONAL $\phi 3/8" \times 1"$	ANSI B18.2.1	2	HILO CORRIDO
8.	4	ARANDELA PLANA $\phi 5/16"$	ANSI B18.22.1	Std	
7.	4	PERNO NIVELADOR	ANSI B18.2.1	2	HILO CORRIDO
6.	4	SOPORTE SUPERIOR RESORTE		ASTM A36	
5.	4	RESORTE DE COMPRESION		ASTM A228-51	
4.	4	SOPORTE INFERIOR RESORTE		ASTM A36	
3.	1	PLACA CIEGA		ASTM A36	
2.	2	MOTOVIBRADOR MVS1 15/100-S02			MARCA: ITALVIBRAS
1.	1	ESTRUCTURA MODULO DE ZARANDA		ASTM A36	
POS.	CANT.	DESCRIPCION	NORMA	MATERIAL	OBSERVACIONES

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSTGRADO - ESPECIALIDAD: INGENIERÍA MECÁNICA

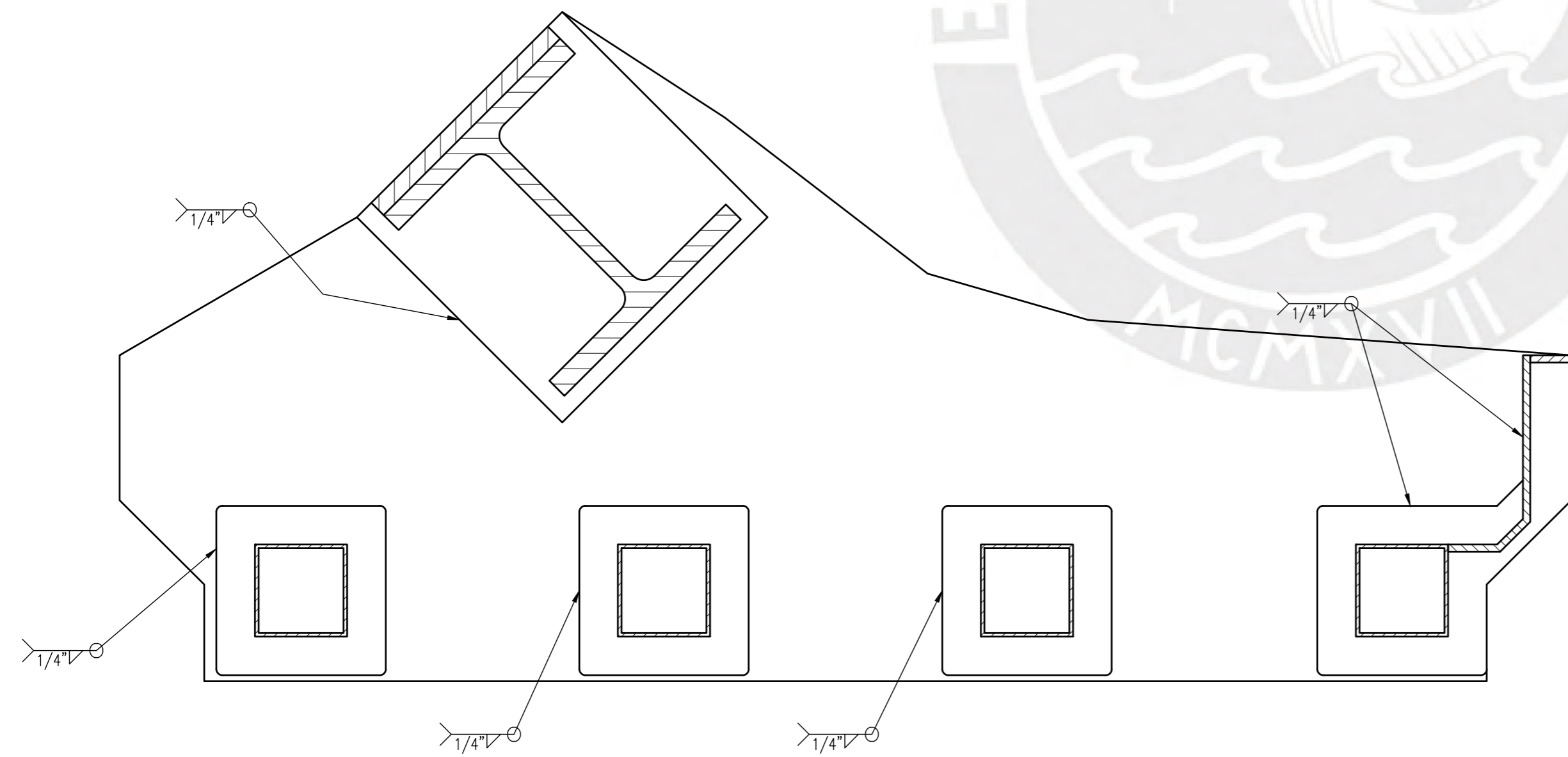
METODO DE PROYECCIÓN	MODULO ZARANDA VIBRATORIA	ESCALA
	ENSAMBLE GENERAL	1:5
20174864	AROSTEGUI CASTILLO EDUARDO	FECHA: 2022.11.23
		LAMINA: A2 - 01



ESTRUCTURA MODULO ZARANDA
ESCALA 1:2



ISOMETRICO
ESCALA



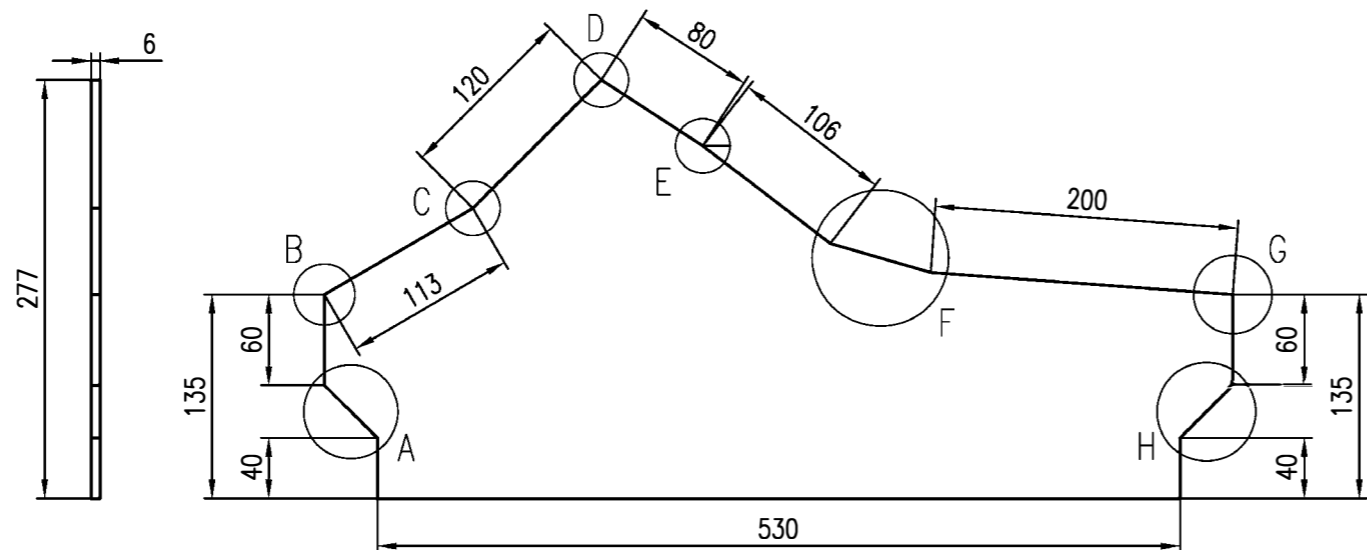
SECCION
ESCALA 1:2

- NOTA
- TODAS LAS DIMENSIONES EN MILIMETROS SALVO INDICACION CONTRARIA
 - PREPARAR UNIONES SOLDADAS SEGUN NORMA AWS

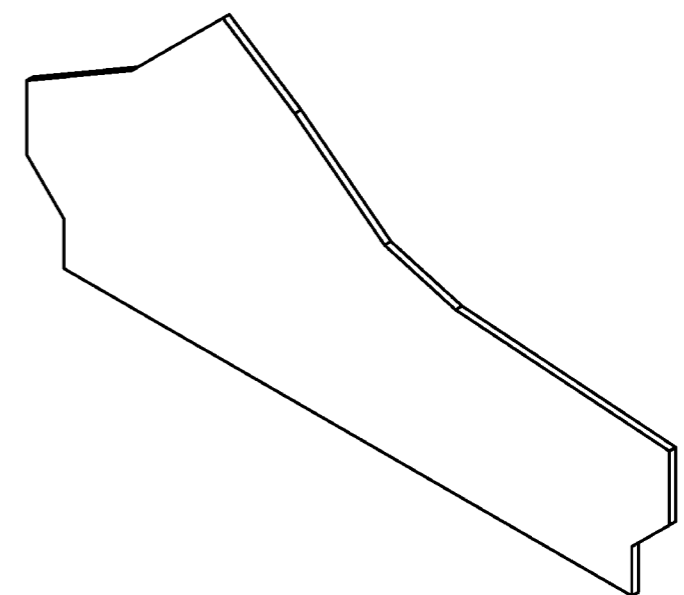
L16	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 20mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L15	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 245mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L14	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 25mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L13	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 35mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L12	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 245mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L11	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 40mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L10	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 192mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L9	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 130mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L8	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 60mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L7	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 200mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L6	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 69mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L5	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 106mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L4	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 80mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L3	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 112mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L2	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 113mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
L1	2	ANGULO RIGIDIZADOR LONG 60mm	ISO 657	ASTM A36	DOS SIMETRICO
MK05	4	SOPORTE ESTRUCTURA		ASTM A36	
MK04	3	VIGA TRANSVERSAL		ASTM A36	
MK03	1	VIGA ALIMENTACION		ASTM A36	
MK02	1	VIGA PRINCIPAL MOTRIZ		ASTM A36	
MK01	2	PLACA LATERAL		ASTM A36	

POS.	CANT.	DESCRIPCION	NORMA	MATERIAL	OBSERVACIONES
1.	1	ESTRUCTURA MODULO DE ZARANDA			

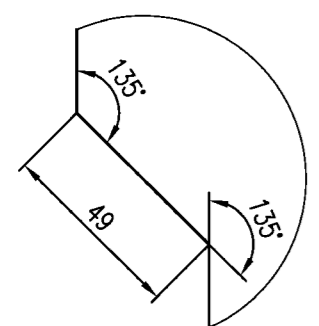
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSTGRADO - ESPECIALIDAD: INGENIERÍA MECÁNICA		
METODO DE PROYECCIÓN	MODULO ZARANDA VIBRATORIA	ESCALA
	SUB ENSAMBLE	1:2
20174864	AROSTEGUI CASTILLO EDUARDO	FECHA: 2022.11.23
		LAMINA: A2 - 02



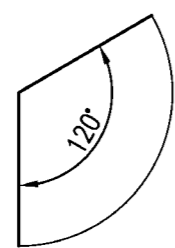
MK01 PLACA LATERAL
ESCALA 1:5



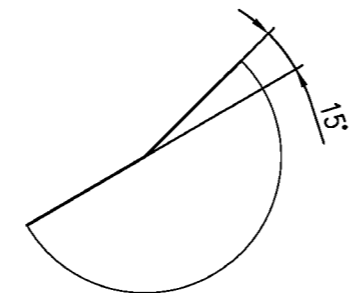
ISOMETRICO
ESCALA



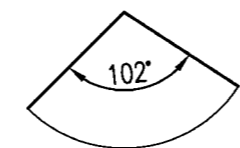
DETALLE A
ESCALA 1:2



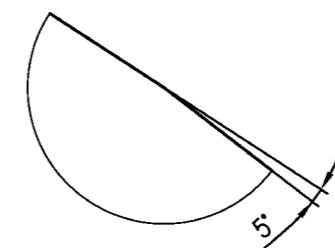
DETALLE B
ESCALA 1:1



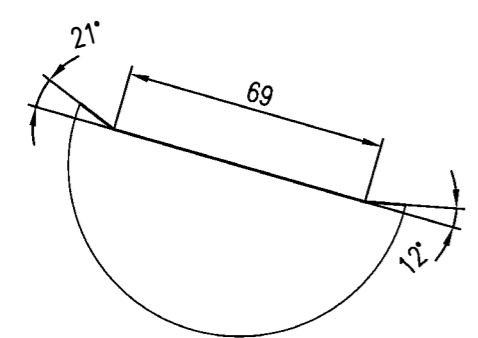
DETALLE C
ESCALA 1:1



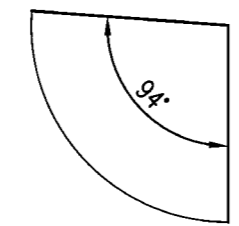
DETALLE D
ESCALA 1:1



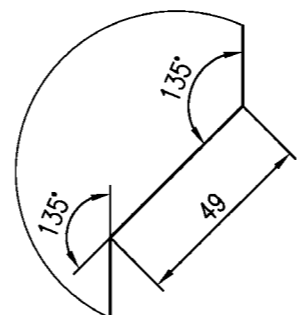
DETALLE E
ESCALA 1:1



DETALLE F
ESCALA 1:2



DETALLE G
ESCALA 1:1

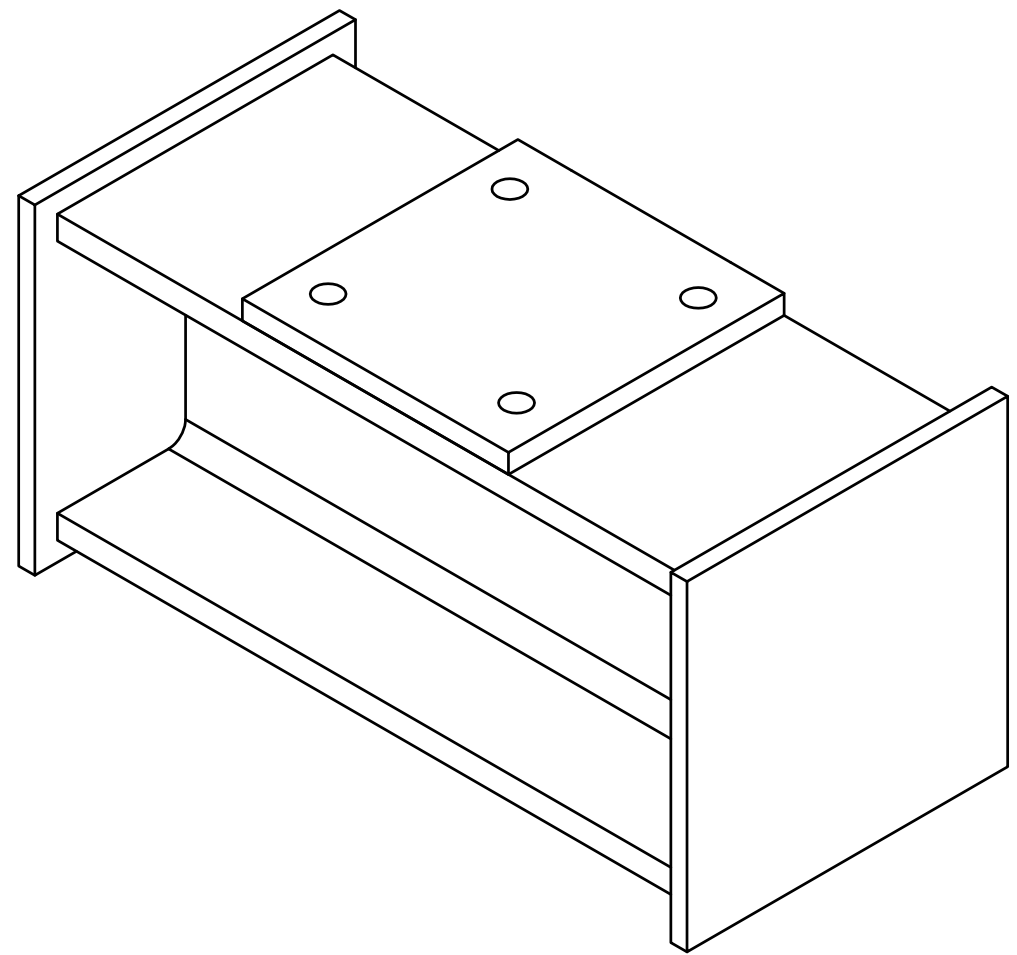
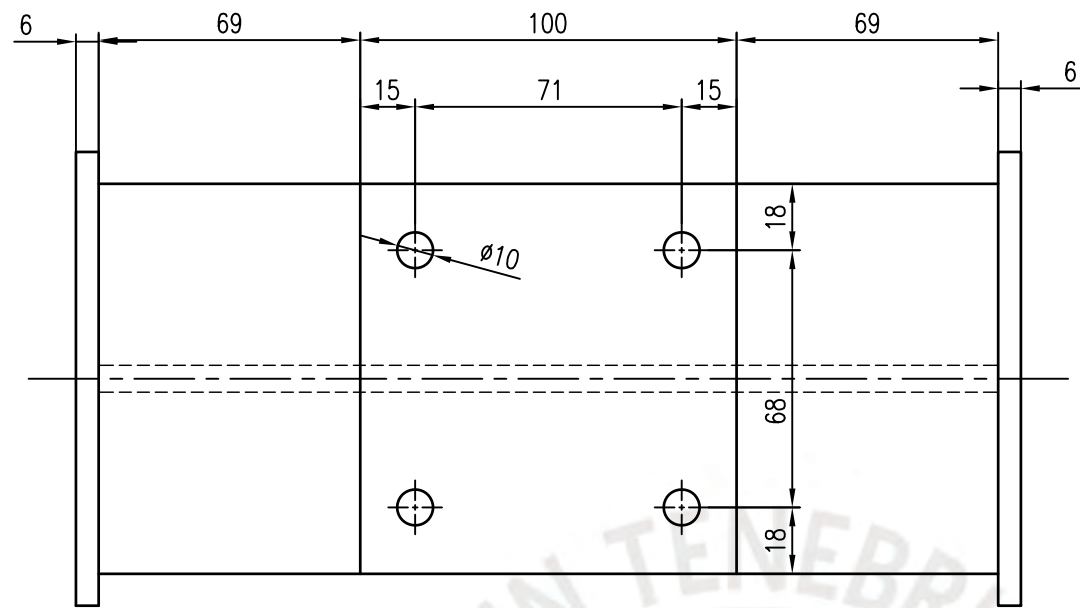


DETALLE H
ESCALA 1:2

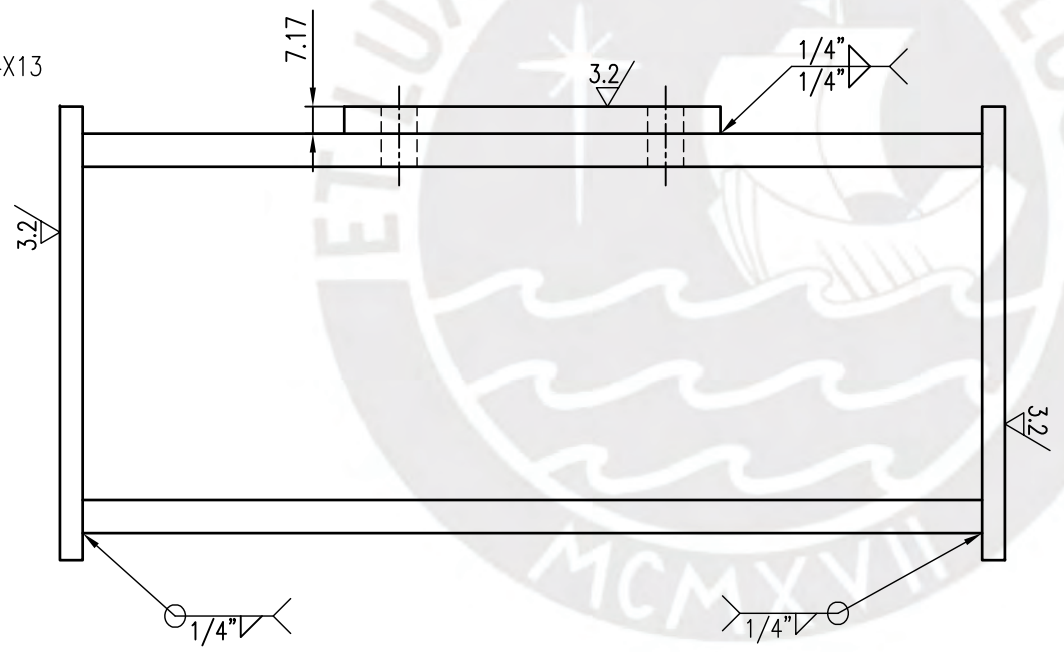
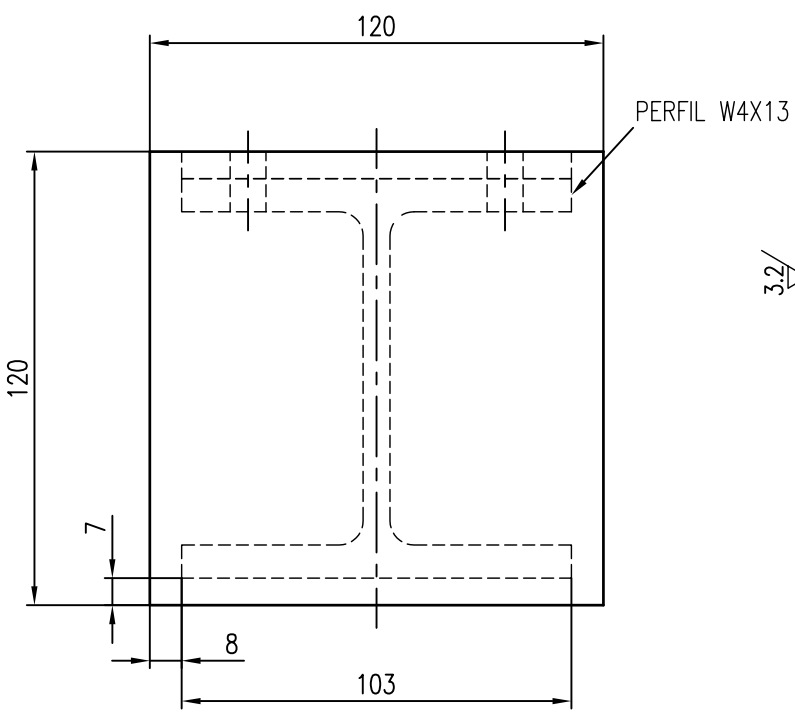
NOTA
1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILIMETROS SALVO INDICACION CONTRARIA

ACABADO SUPERFICIAL ✓	TOLERANCIA GENERAL DIN 7168 (MEDIO)	MATERIAL ASTM A36
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSTGRADO - ESPECIALIDAD: INGENIERÍA MECÁNICA		
METODO DE PROYECCIÓN 	MODULO ZARANDA VIBRATORIA PLACA LATERAL	ESCALA 1:2
20174864	AROSTEGUI CASTILLO EDUARDO	FECHA: 2022.11.23
		LAMINA: A3 - 01

Grado de Exactitud	MEDIDA NOMINAL						COTA NOMINAL	COTA MAXIMA	COTA MINIMA
	0.5 hasta 3	Mas de 3 hasta 6	Mas de 6 hasta 30	Mas de 30 hasta 120	Mas de 120 hasta 400	Mas de 400 hasta 1000			
MEDIO	+/- 0.1	+/- 0.1	+/- 0.2	+/- 0.3	+/- 0.5	+/- 0.8			



ISOMETRICO
ESCALA

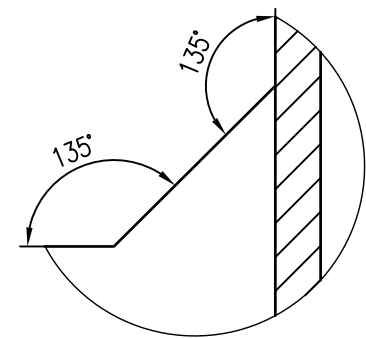
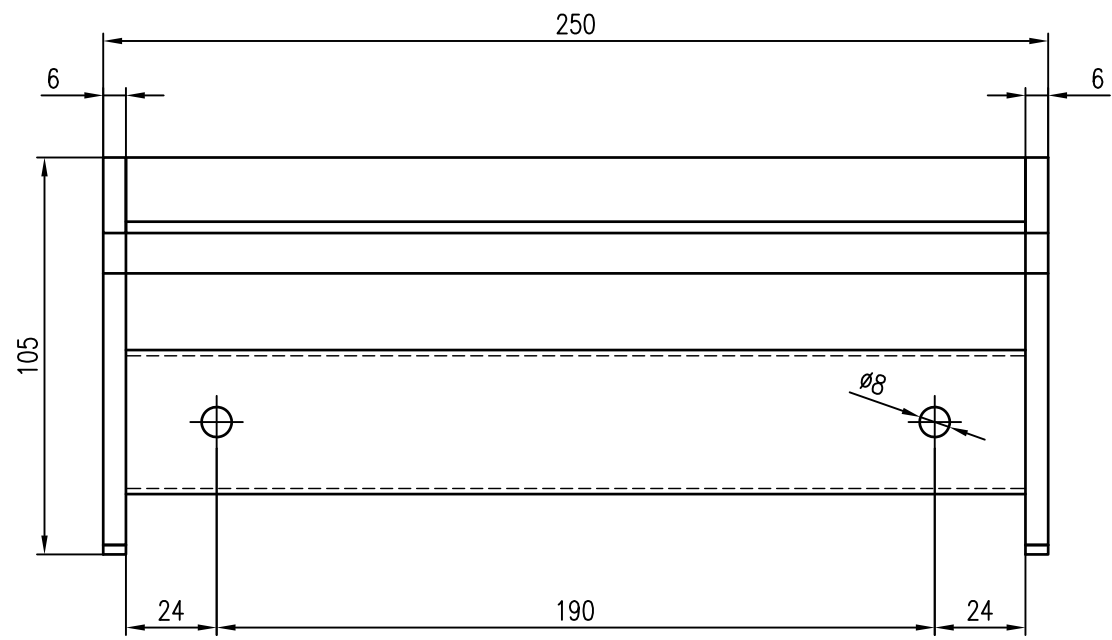


MK02 VIGA PRINCIPAL MOTRIZ
ESCALA 1:2

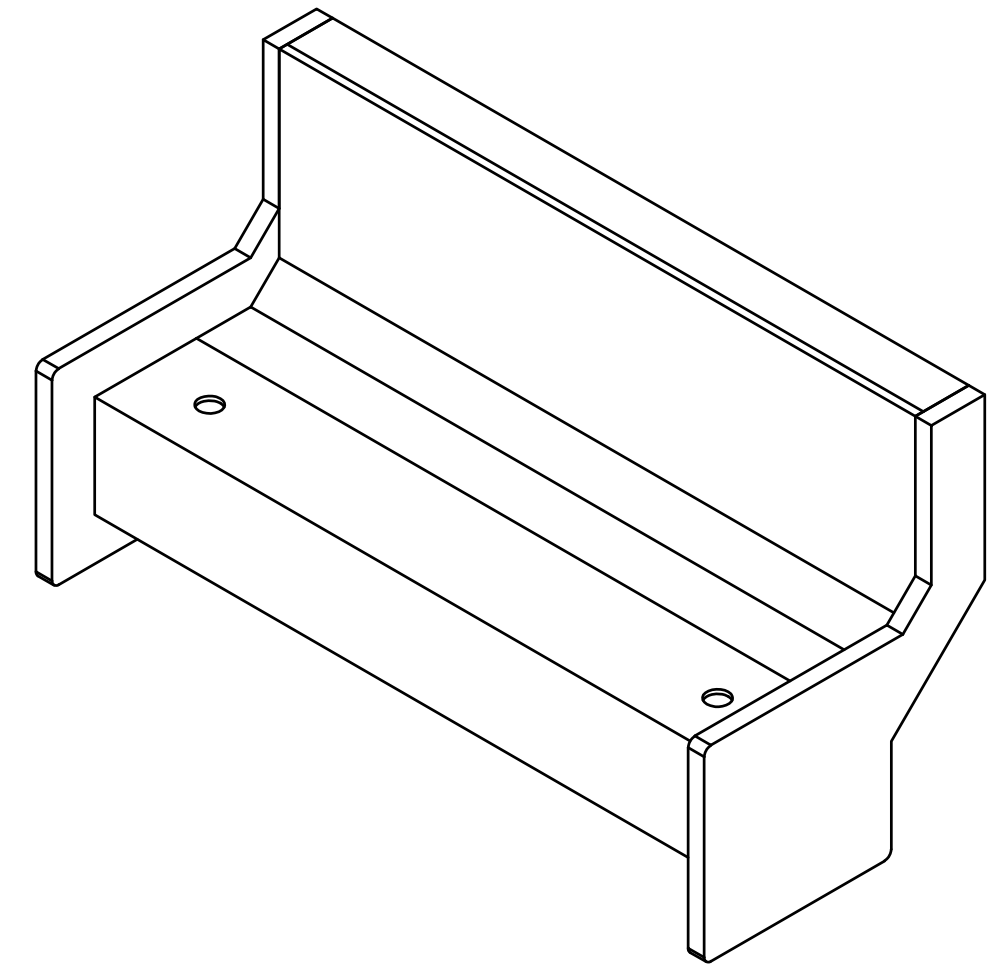
- NOTA
1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILIMETROS SALVO INDICACION CONTRARIA
 2. PREPARAR UNIONES SOLDADAS SEGUN NORMA AWS

ACABADO SUPERFICIAL ✓ 3.2/√	TOLERANCIA GENERAL DIN 7168 (MEDIO)	MATERIAL ASTM A36
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSTGRADO - ESPECIALIDAD: INGENIERÍA MECÁNICA		
METODO DE PROYECCIÓN ⊙ ◯	MODULO ZARANDA VIBRATORIA	ESCALA 1:2
20174864	AROSTEGUI CASTILLO EDUARDO	FECHA: 2022.11.23
		LAMINA: A3 - 02

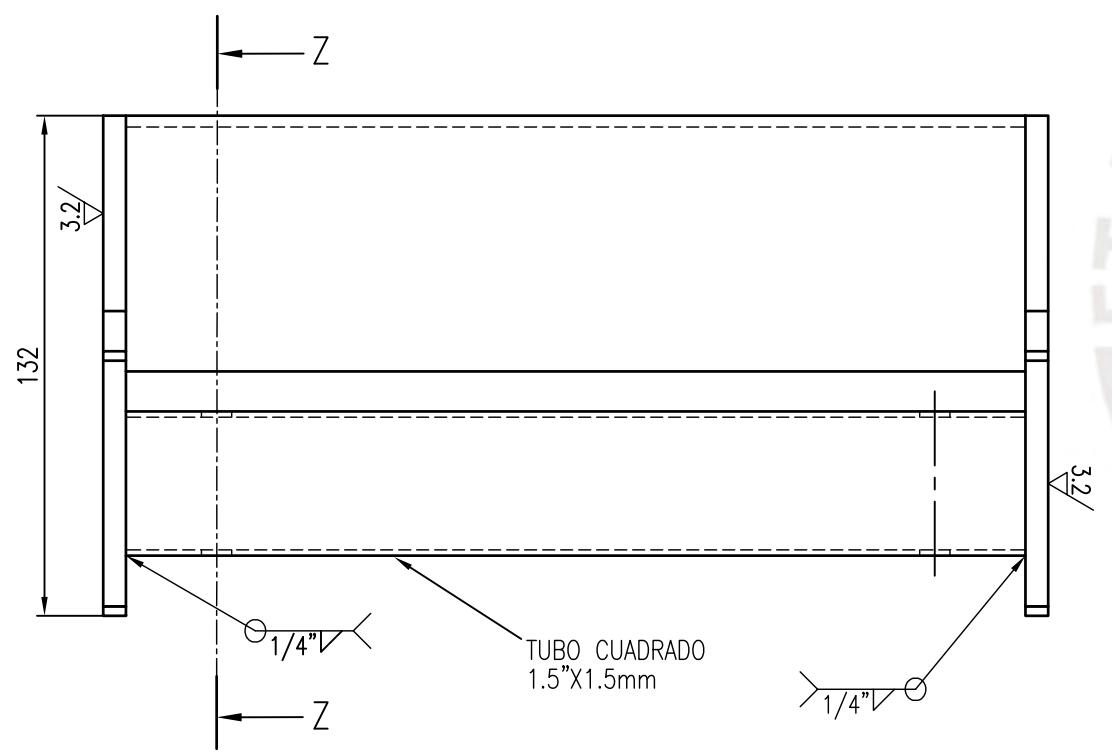
Grado de Exactitud	MEDIDA NOMINAL						COTA NOMINAL	COTA MAXIMA	COTA MINIMA
	0.5 hasta 3	Mas de 3 hasta 6	Mas de 6 hasta 30	Mas de 30 hasta 120	Mas de 120 hasta 400	Mas de 400 hasta 1000			
MEDIO	+/- 0.1	+/- 0.1	+/- 0.2	+/- 0.3	+/- 0.5	+/- 0.8			



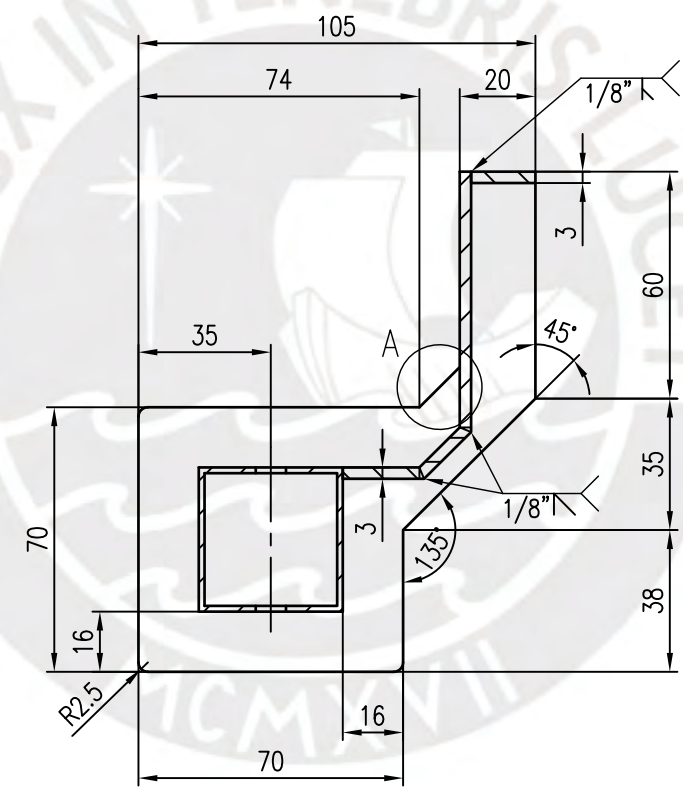
DETALLE A
ESCALA 2:1



ISOMETRICO
ESCALA



MK03 VIGA ALIMENTACION
ESCALA 1:2

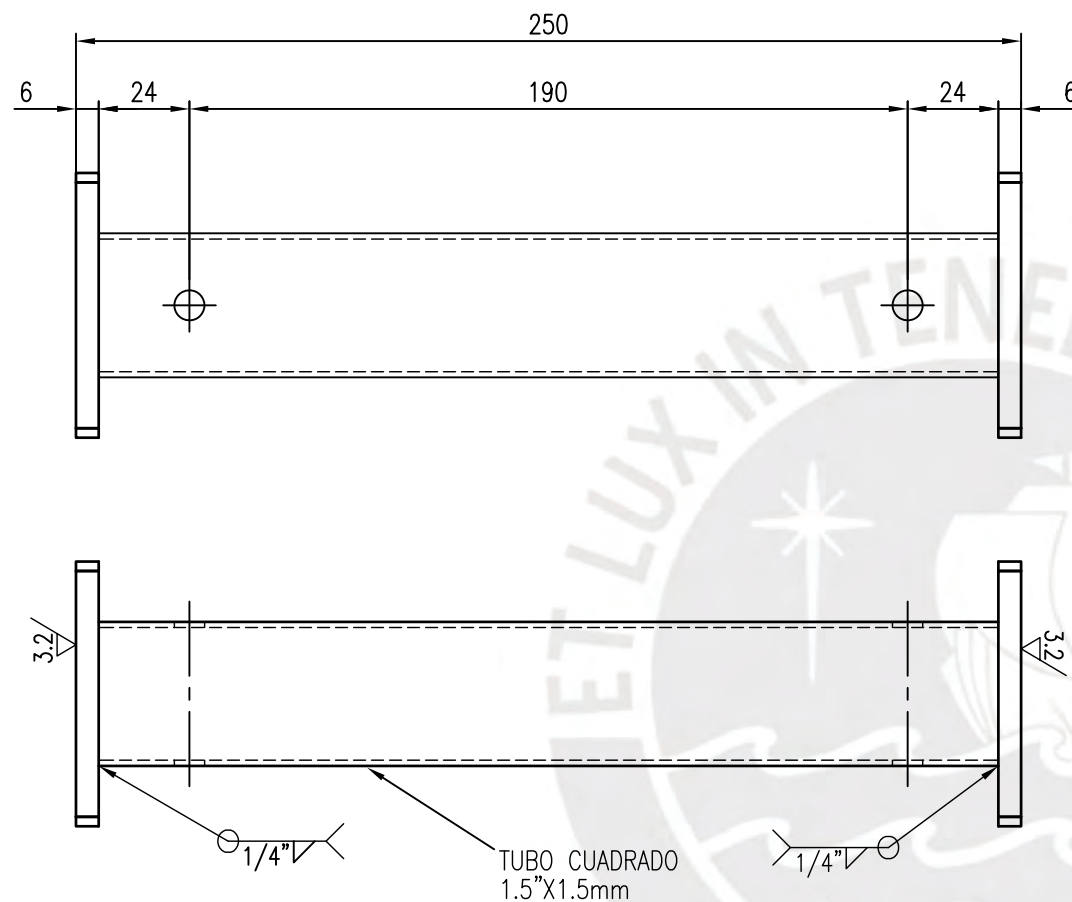
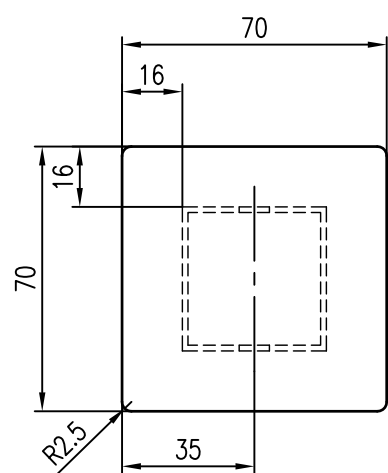


SECCION Z-Z
ESCALA 1:2

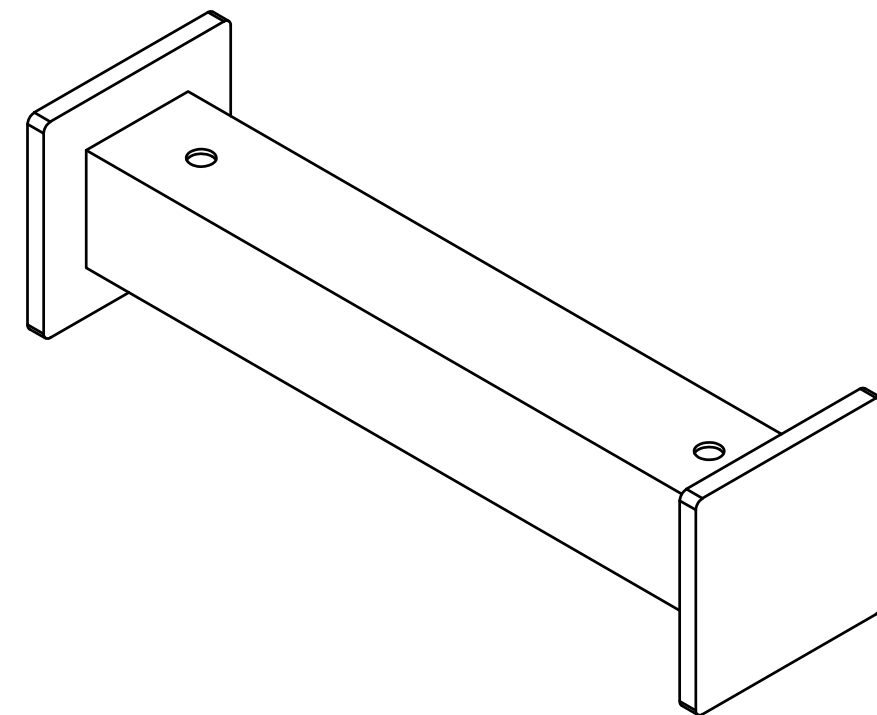
- NOTA
1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILIMETROS SALVO INDICACION CONTRARIA
 2. PREPARAR UNIONES SOLDADAS SEGUN NORMA AWS

ACABADO SUPERFICIAL ✓ 3.2 / (✓)	TOLERANCIA GENERAL DIN 7168 (MEDIO)	MATERIAL ASTM A36
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSTGRADO - ESPECIALIDAD: INGENIERÍA MECÁNICA		
METODO DE PROYECCIÓN 	MODULO ZARANDA VIBRATORIA	ESCALA 1:2
20174864	AROSTEGUI CASTILLO EDUARDO	FECHA: 2022.11.23
		LAMINA: A3 - 03

Grado de Exactitud	MEDIDA NOMINAL						COTA NOMINAL	COTA MAXIMA	COTA MINIMA
	0.5 hasta 3	Mas de 3 hasta 6	Mas de 6 hasta 30	Mas de 30 hasta 120	Mas de 120 hasta 400	Mas de 400 hasta 1000			
MEDIO	+/- 0.1	+/- 0.1	+/- 0.2	+/- 0.3	+/- 0.5	+/- 0.8			



MK04 VIGA TRANSVERSAL
ESCALA 1:2

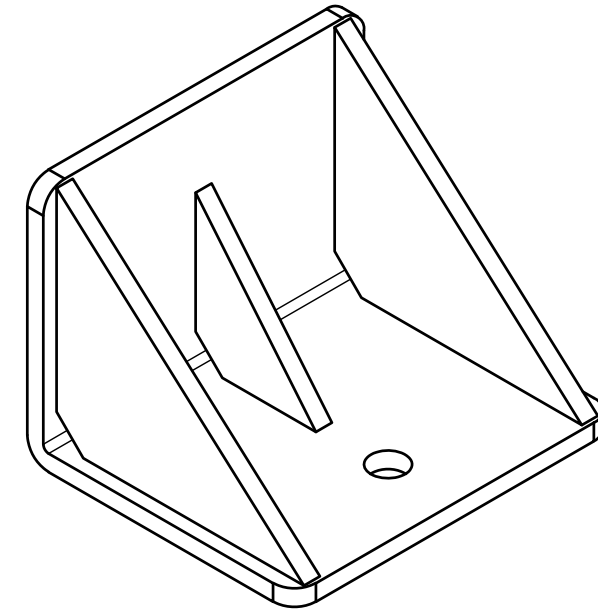
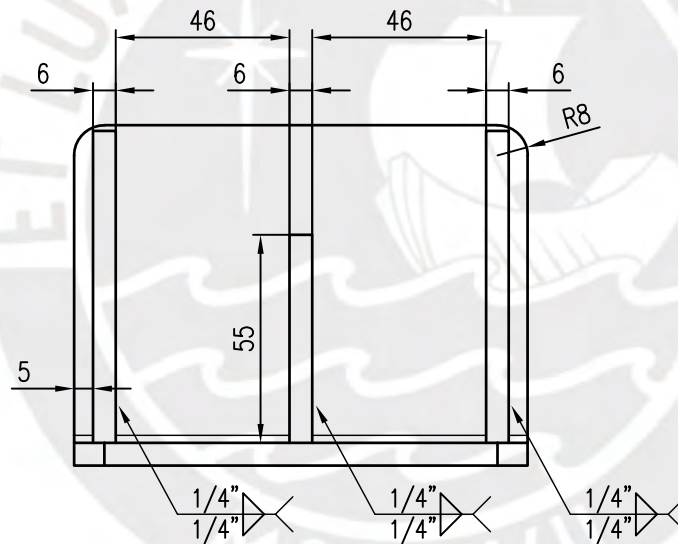
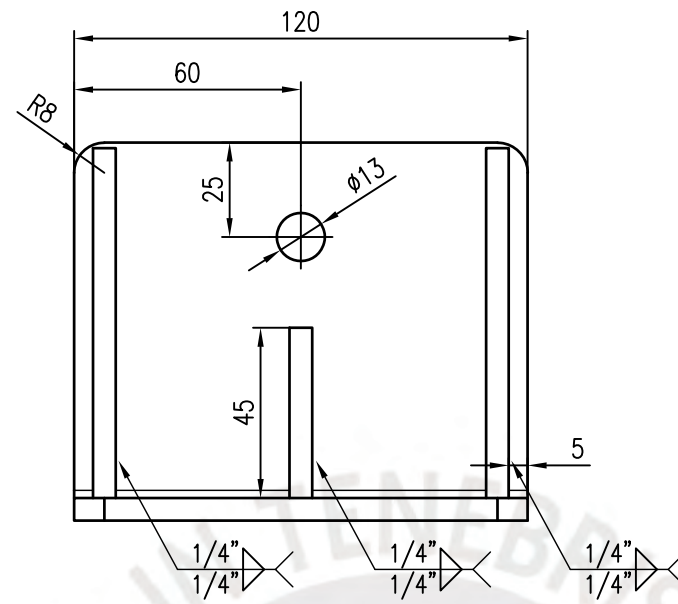
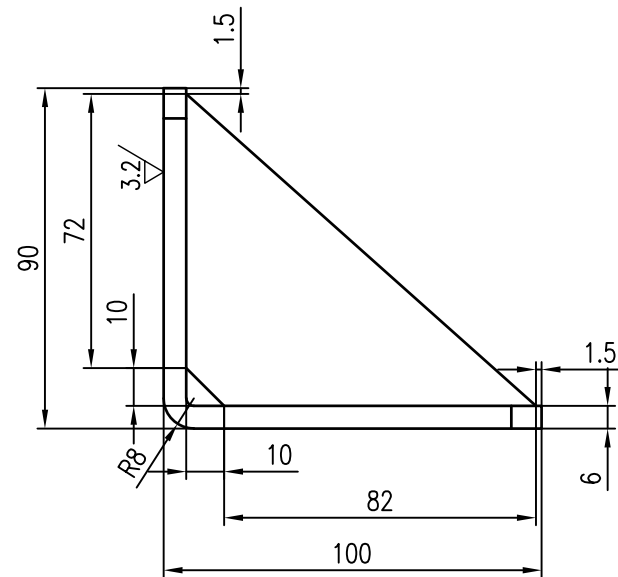


ISOMETRICO
ESCALA

- NOTA
1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILIMETROS SALVO INDICACION CONTRARIA
 2. PREPARAR UNIONES SOLDADAS SEGUN NORMA AWS

ACABADO SUPERFICIAL ✓ (3.2/√)	TOLERANCIA GENERAL DIN 7168 (MEDIO)	MATERIAL ASTM A36
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSTGRADO - ESPECIALIDAD: INGENIERÍA MECÁNICA		
METODO DE PROYECCIÓN ⊕ ◯	MODULO ZARANDA VIBRATORIA VIGA TRANSVERSAL	ESCALA 1:2
20174864	AROSTEGUI CASTILLO EDUARDO	FECHA: 2022.11.23
		LAMINA: A3 - 04

MEDIDA NOMINAL									
Grado de Exactitud	0.5 hasta 3	Mas de 3 hasta 6	Mas de 6 hasta 30	Mas de 30 hasta 120	Mas de 120 hasta 400	Mas de 400 hasta 1000	COTA NOMINAL	COTA MAXIMA	COTA MINIMA
MEDIO	+/-0.1	+/- 0.1	+/- 0.2	+/- 0.3	+/- 0.5	+/- 0.8			



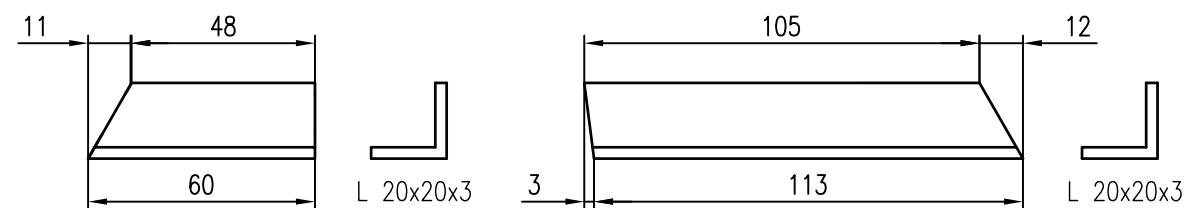
ISOMETRICO
ESCALA

MK05 SOPORTE ESTRUCTURA
ESCALA 1:2

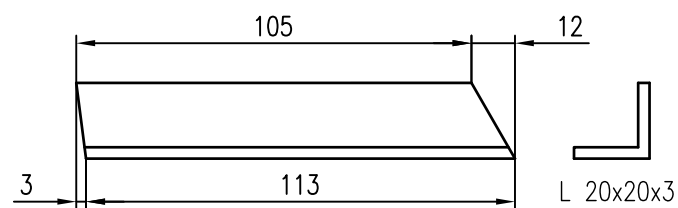
- NOTA
1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILIMETROS SALVO INDICACION CONTRARIA
 2. PREPARAR UNIONES SOLDADAS SEGUN NORMA AWS

ACABADO SUPERFICIAL ✓ 3.2 / (✓)	TOLERANCIA GENERAL DIN 7168 (MEDIO)	MATERIAL ASTM A36
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSTGRADO - ESPECIALIDAD: INGENIERÍA MECÁNICA		
METODO DE PROYECCIÓN 	MODULO ZARANDA VIBRATORIA SOPORTE ESTRUCTURA	ESCALA 1:2
20174864	AROSTEGUI CASTILLO EDUARDO	FECHA: 2022.11.23
		LAMINA: A3 - 05

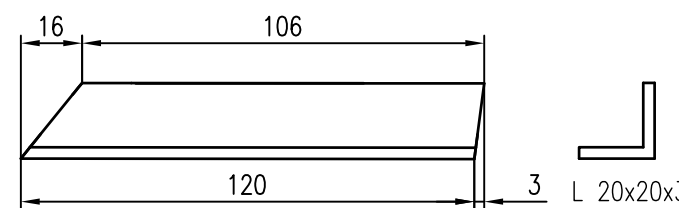
MEDIDA NOMINAL									
Grado de Exactitud	0.5 hasta 3	Mas de 3 hasta 6	Mas de 6 hasta 30	Mas de 30 hasta 120	Mas de 120 hasta 400	Mas de 400 hasta 1000	COTA NOMINAL	COTA MAXIMA	COTA MINIMA
MEDIO	+/-0.1	+/- 0.1	+/- 0.2	+/- 0.3	+/- 0.5	+/- 0.8			



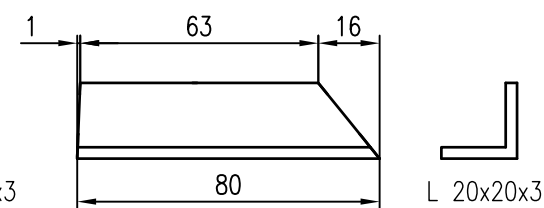
L-1
ESCALA 1:2



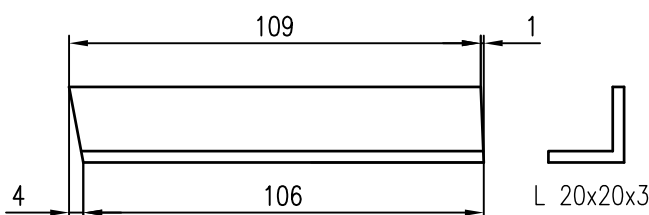
L-2
ESCALA 1:2



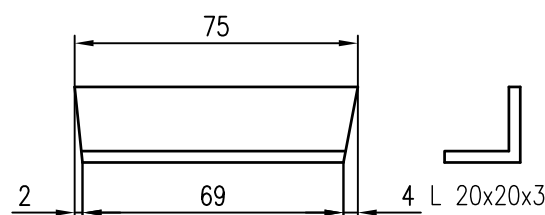
L-3
ESCALA 1:2



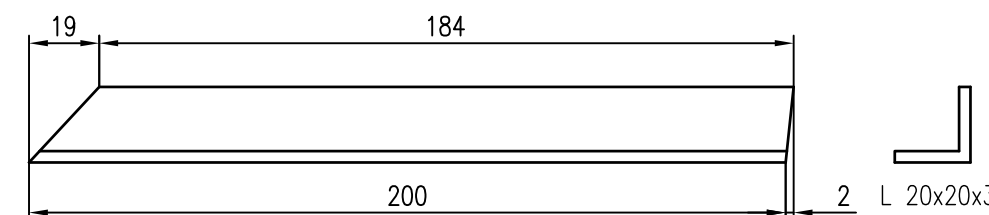
L-4
ESCALA 1:2



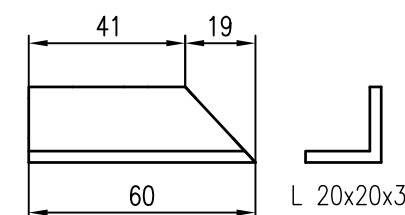
L-5
ESCALA 1:2



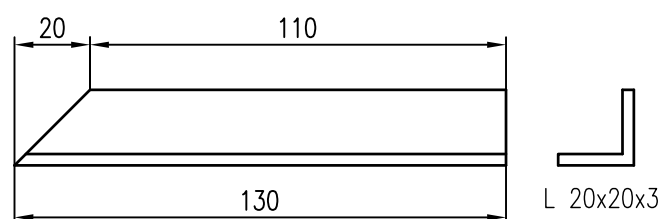
L-6
ESCALA 1:2



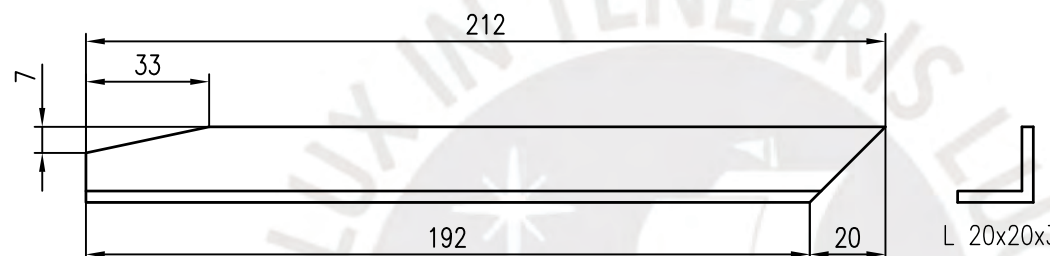
L-7
ESCALA 1:2



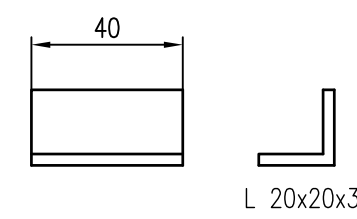
L-8
ESCALA 1:2



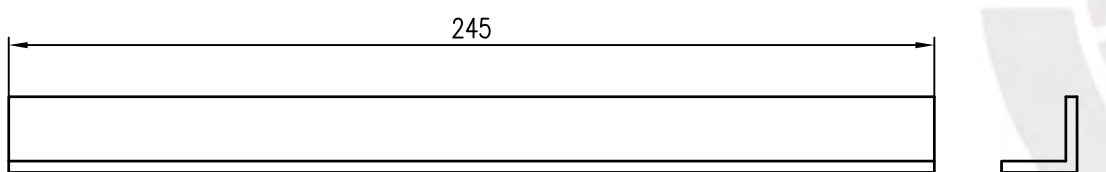
L-9
ESCALA 1:2



L-10
ESCALA 1:2



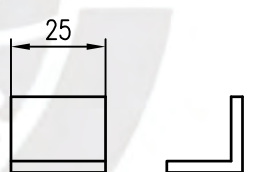
L-11
ESCALA 1:2



L-12
ESCALA 1:2

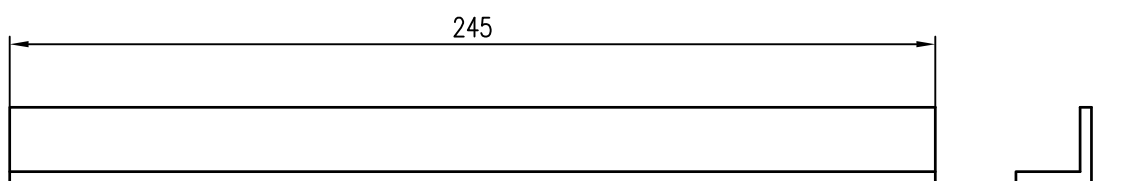


L-13
ESCALA 1:2

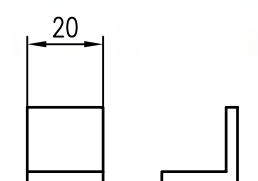


L-14
ESCALA 1:2

NOTA 1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILIMETROS SALVO INDICACION CONTRARIA



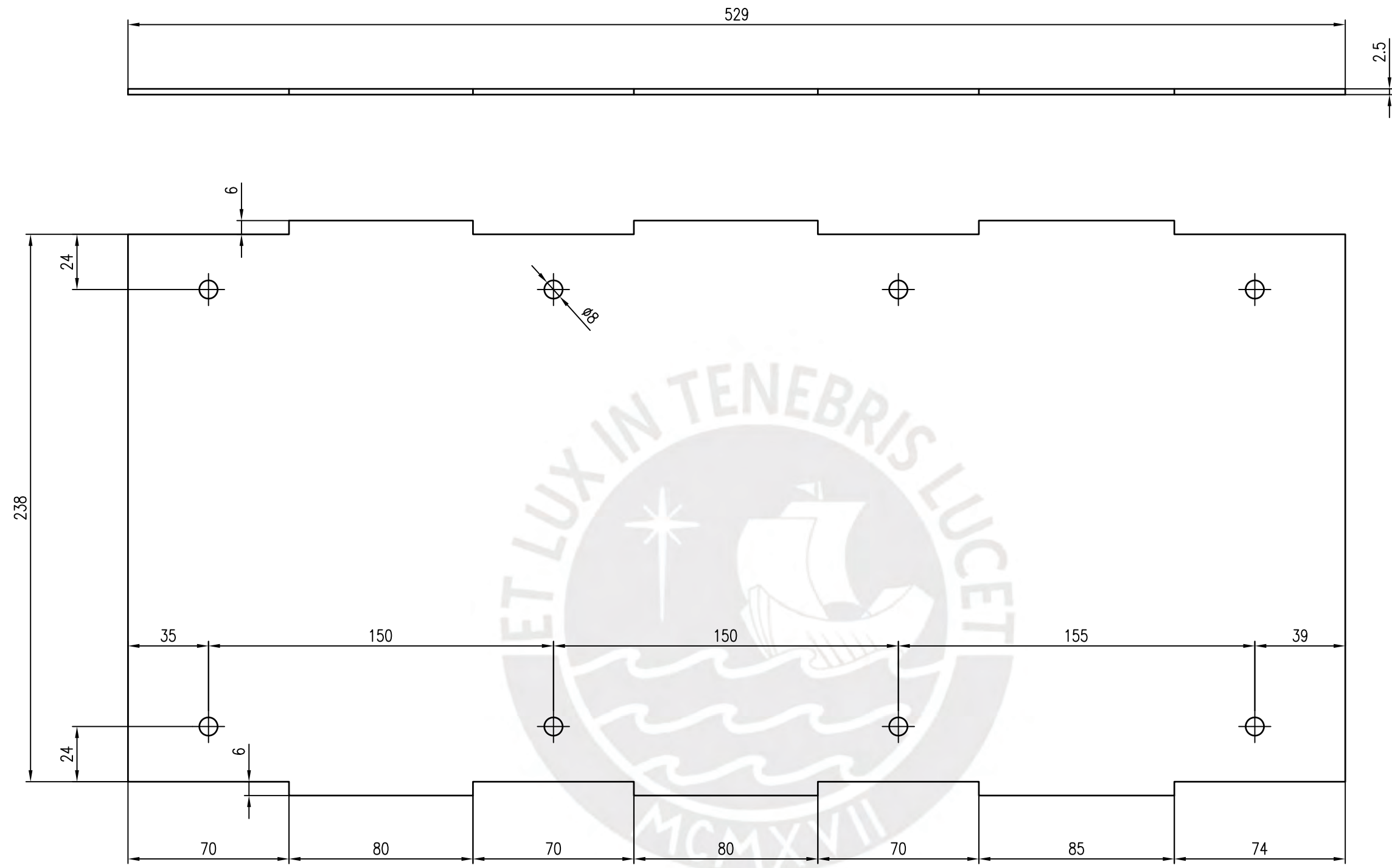
L-15
ESCALA 1:2



L-16
ESCALA 1:2

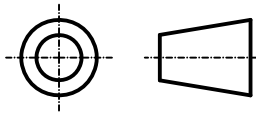
ACABADO SUPERFICIAL ✓	TOLERANCIA GENERAL DIN 7168 (MEDIO)	MATERIAL ASTM A36
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSTGRADO - ESPECIALIDAD: INGENIERÍA MECÁNICA		
METODO DE PROYECCIÓN 	MODULO ZARANDA VIBRATORIA ANGULOS RIGIDIZADORES	ESCALA 1:2
20174864	AROSTEGUI CASTILLO EDUARDO	FECHA: 2022.11.23
		LAMINA: A3 - 06

MEDIDA NOMINAL									
Grado de Exactitud	0.5 hasta 3	Mas de 3 hasta 6	Mas de 6 hasta 30	Mas de 30 hasta 120	Mas de 120 hasta 400	Mas de 400 hasta 1000	COTA NOMINAL	COTA MAXIMA	COTA MINIMA
MEDIO	+/- 0.1	+/- 0.1	+/- 0.2	+/- 0.3	+/- 0.5	+/- 0.8			

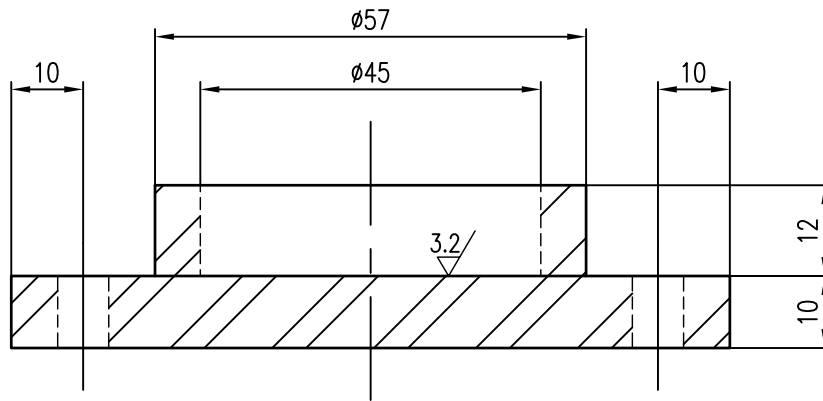


PLACA CIEGA
ESCALA 1:2

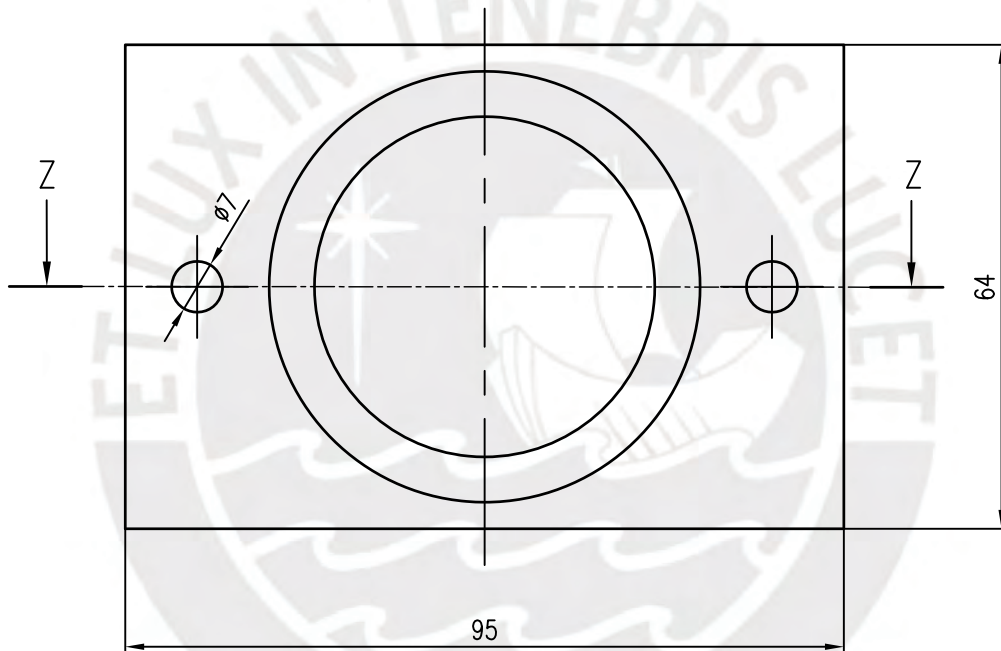
NOTA
1. TODAS LAS DIMENSIONES EN MILIMETROS SALVO INDICACION CONTRARIA

ACABADO SUPERFICIAL ✓	TOLERANCIA GENERAL DIN 7168 (MEDIO)	MATERIAL ASTM A36
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSTGRADO - ESPECIALIDAD: INGENIERÍA MECÁNICA		
METODO DE PROYECCIÓN 	MODULO ZARANDA VIBRATORIA PLACA CIEGA	ESCALA 1:2
20174864	AROSTEGUI CASTILLO EDUARDO	FECHA: 2022.11.23
		LAMINA: A3 - 07

MEDIDA NOMINAL									
Grado de Exactitud	0.5 hasta 3	Mas de 3 hasta 6	Mas de 6 hasta 30	Mas de 30 hasta 120	Mas de 120 hasta 400	Mas de 400 hasta 1000	COTA NOMINAL	COTA MAXIMA	COTA MINIMA
MEDIO	+/- 0.1	+/- 0.1	+/- 0.2	+/- 0.3	+/- 0.5	+/- 0.8			

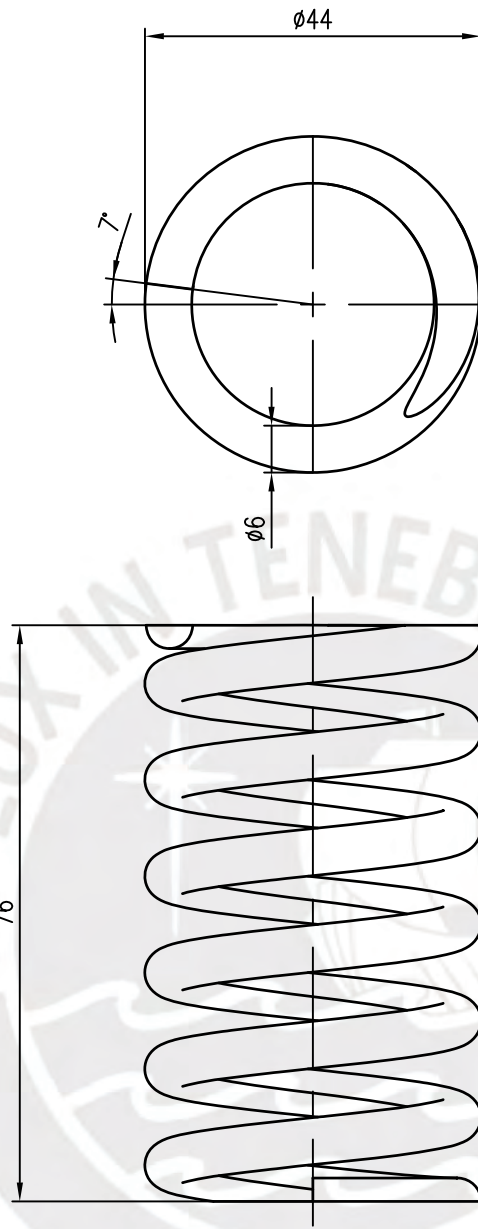


SECCION Z-Z
ESCALA 1:1



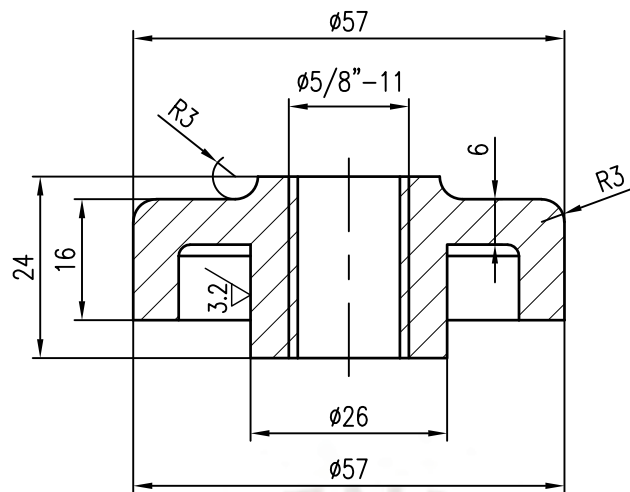
SOPORTE INFERIOR RESORTE
ESCALA 1:1

ACABADO SUPERFICIAL ✓ 3.2 / (✓)	TOLERANCIA GENERAL DIN 7168 (MEDIO)	MATERIAL ASTM A36
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSTGRADO - ESPECIALIDAD: INGENIERÍA MECÁNICA		
METODO DE PROYECCIÓN 	MODULO ZARANDA VIBRATORIA SOPORTE INFERIOR RESORTE	ESCALA 1:1
20174864	AROSTEGUI CASTILLO EDUARDO	FECHA: 2022.11.23
		LAMINA: A4 - 01



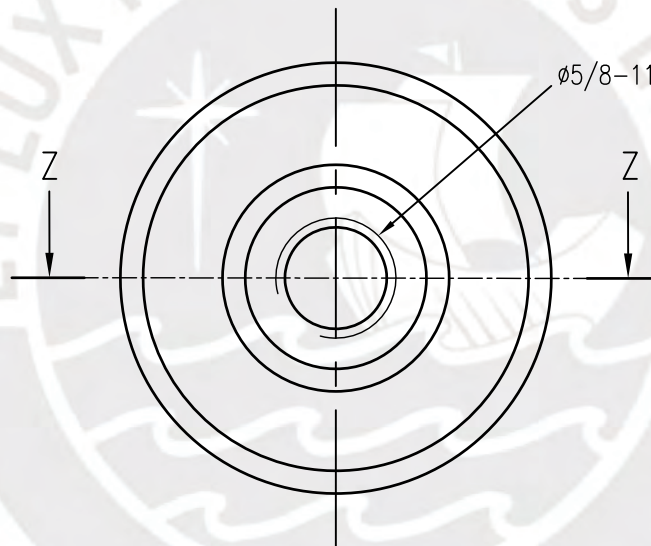
RESORTE
ESCALA 1:1

ACABADO SUPERFICIAL 3.2/ √	TOLERANCIA GENERAL DIN 7168 (MEDIO)	MATERIAL ASTM A228-51
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSTGRADO - ESPECIALIDAD: INGENIERÍA MECÁNICA		
METODO DE PROYECCIÓN 	MODULO ZARANDA VIBRATORIA RESORTE	ESCALA 1:1
20174864	AROSTEGUI CASTILLO EDUARDO	FECHA: 2022.11.23
		LAMINA: A4 - 02



SECCION Z-Z

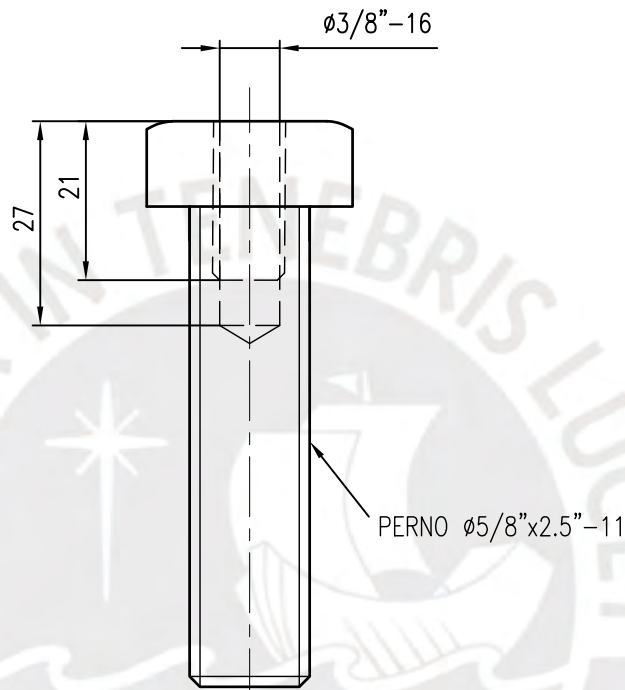
ESCALA 1:1



SOPORTE SUPERIOR RESORTE

ESCALA 1:1

ACABADO SUPERFICIAL 	TOLERANCIA GENERAL DIN 7168 (MEDIO)	MATERIAL ASTM A36
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSTGRADO - ESPECIALIDAD: INGENIERÍA MECÁNICA		
METODO DE PROYECCIÓN 	MODULO ZARANDA VIBRATORIA SOPORTE SUPERIOR RESORTE	ESCALA 1:1
20174864	AROSTEGUI CASTILLO EDUARDO	FECHA: 2022.11.23
		LAMINA: A4 - 03



PERNO NIVELADOR

ESCALA 1:1

ACABADO SUPERFICIAL 3.2/ √	TOLERANCIA GENERAL DIN 7168 (MEDIO)	MATERIAL
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSTGRADO - ESPECIALIDAD: INGENIERÍA MECÁNICA		
METODO DE PROYECCIÓN 	MODULO ZARANDA VIBRATORIA PERNO NIVELADOR	ESCALA 1:1
20174864	AROSTEGUI CASTILLO EDUARDO	FECHA: 2022.11.23
		LAMINA: A4 - 04