

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



PONTIFICIA
**UNIVERSIDAD
CATÓLICA**
DEL PERÚ

**DESARROLLO DE UN ALGORITMO PARA EL DISEÑO DE
ÁRBOLES DE TRANSMISIÓN DE CAJAS REDUCTORAS DE
ENGRANAJES CILÍNDRICOS**

Tesis para optar el Título de **Ingeniero Mecánico**, que presenta el bachiller:

Jean Carlos Soto Jaimes

ASESOR: Dr. Quino Martin Valverde Guzmán
CO ASESOR: Dr. Rosendo Franco Rodríguez

Lima, Junio de 2015

RESUMEN

El presente trabajo de tesis está enfocado en desarrollar un algoritmo para el diseño de árboles de transmisión de cajas reductoras mecánicas de engranajes cilíndricos con distribución uniforme. Asimismo, este algoritmo fue implementado a través de Microsoft Visual Studio Ultimate 2012, el programa que surge a partir de la implementación recibe el nombre de PRODIAT (Programa para el Diseño de Árboles de Transmisión). La implementación del algoritmo se realizó con el fin de proporcionarle una mayor facilidad de uso.

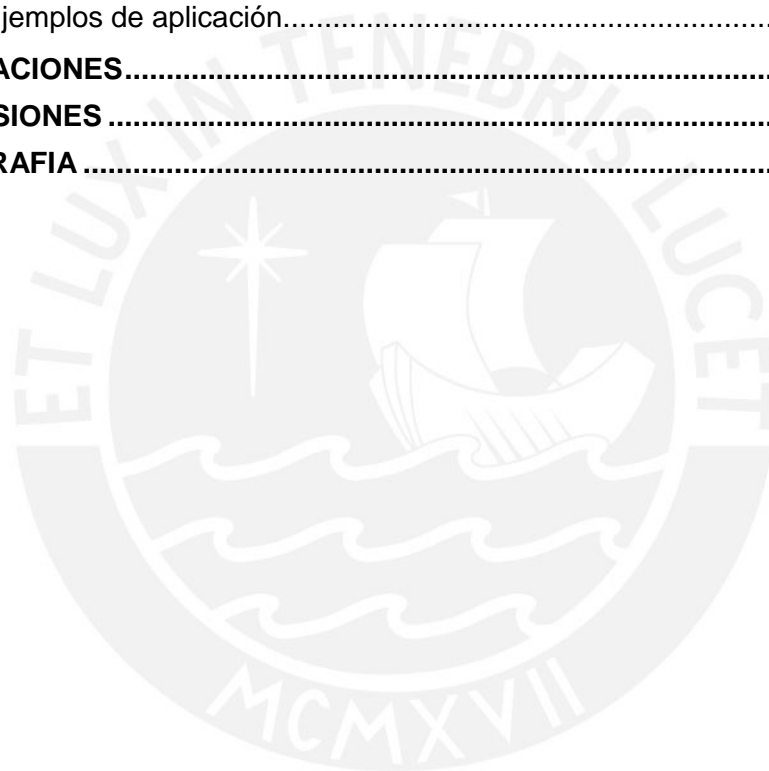
El algoritmo se basa en cuatro etapas fundamentales: propiedades mecánicas del material y velocidad de giro, configuración de cargas, análisis de resistencia estática y análisis de resistencia a la fatiga. La primera etapa consiste en reconocer las propiedades mecánicas del material que el usuario ha seleccionado. La segunda etapa se encarga de calcular las reacciones en los apoyos a partir del reconocimiento del tipo de árbol que se diseñara (árbol de entrada, intermedio o salida), la cantidad y tipo de transmisiones que agregue el usuario. La tercera etapa se encarga de mostrar los diagramas de fuerzas internas y dimensionar el diámetro que debe tener una determinada sección de análisis seleccionada por el usuario; este cálculo se realiza según la teoría de falla de Von Mises. Se debe mencionar que no se ha considerado el peso de los componentes de transmisión ni del propio árbol, esto debido a que las cajas reductoras que se contemplan trabajan en el rango de media y alta potencia. Se utilizó el método analítico para obtener las expresiones que representan las fuerzas internas en todas las configuraciones de cargas (número de cargas y tipo de cargas). Finalmente, la cuarta etapa realiza el cálculo del factor de seguridad a la fatiga (según la expresión de la recta de Goodman modificada) para la sección seleccionada por el usuario, para lo cual el algoritmo debe leer previamente los datos correspondientes a los factores que afectan la resistencia a la fatiga (factor de superficie, tamaño, temperatura, carga, confiabilidad y concentradores). Finalmente, para validar los resultados obtenidos mediante el uso de PRODIAT se utilizaron diversos ejemplos de diseño de árboles extraídos de textos de Diseño en Ingeniería Mecánica.

Con el empleo de PRODIAT, se ha conseguido disminuir aproximadamente en un 75% el tiempo empleado para el análisis estático y de resistencia a la fatiga hecho en el diseño de árboles.

INDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO 1 ESTADO DEL ARTE PARA EL DISEÑO DE ÁRBOLES	3
1.1. Fundamentos teóricos.....	4
1.1.1. Resistencia estática	5
1.1.2. Resistencia a la fatiga	6
1.2. Cajas reductoras que aborda el algoritmo de diseño de árboles	11
1.3. Software para el diseño de árboles	19
CAPITULO 2 CONFIGURACION Y ANÁLISIS DE CARGAS.....	23
2.1. Tipologías de árboles en reductores de engranajes cilíndricos	23
2.1.1. Configuración de un árbol simplemente apoyado.....	24
2.1.2. Configuración de un árbol con voladizo derecho.....	24
2.1.3. Configuración de un árbol con voladizo izquierdo	25
2.1.4. Configuración de un árbol con dos voladizos	25
2.2. Elementos de máquinas empleados en reductores	25
2.2.1. Acoplamiento	26
2.2.2. Engranaje cilíndrico recto externo	27
2.2.3. Engranaje cilíndrico helicoidal simple.....	27
2.2.4. Fajas planas y trapezoidales	28
2.2.5. Transmisiones por cadena	31
2.2.6. Cojinetes.....	32
2.3. Fuerzas internas desarrolladas en las configuraciones empleadas para el algoritmo de diseño	34
2.3.1. Fuerzas internas en árboles simplemente apoyados.....	36
2.3.2. Fuerzas internas en árboles con voladizo derecho.....	37
2.3.3. Fuerzas internas en árboles con voladizo izquierdo	39
2.3.4. Fuerzas internas en árboles con dos voladizos.....	41
2.4. Esfuerzos de trabajo en árboles.....	43
CAPITULO 3 DESARROLLO DEL ALGORITMO PARA EL DISEÑO DE ÁRBOLES	46
3.1. Desarrollo general del algoritmo.....	49
3.2. Descripción de los módulos del algoritmo	52
3.2.1. Primera etapa: propiedades del material y velocidad de giro	52
3.2.2. Segunda etapa: Configuración de cargas	53
3.2.3. Tercera etapa: Análisis de resistencia estática.....	58

3.2.4.	Cuarta etapa: Análisis de resistencia a la fatiga	59
3.3.	Implementación del algoritmo.....	62
3.3.1.	Selección del entorno de desarrollo integrado (IDE)	62
3.3.2.	Elección del lenguaje de programación.....	63
3.3.3.	Herramientas empleadas en el IDE.....	66
CAPITULO 4	FUNCIONAMIENTO DEL PROGRAMA	71
4.1.	Características de PRODIAT.....	71
4.2.	Flujo de funcionamiento de PRODIAT.....	72
4.3.	Ejemplos de aplicación.....	87
OBSERVACIONES	94
CONCLUSIONES	95
BIBLIOGRAFIA	97
ANEXOS		



INTRODUCCIÓN

La presente tesis, la cual tiene como objetivo general el desarrollo de un algoritmo que permita diseñar árboles de transmisión para cajas reductoras mecánicas de engranajes cilíndricos con distribución uniforme, conforma parte de un proyecto de mayor envergadura. Este último consiste en el desarrollo de una aplicación que permita diseñar en un software CAD cajas reductoras mecánicas de engranajes cilíndricos con las siguientes características: distribución uniforme, para media y alta potencia, dos etapas de reducción como máximo, transmisión mediante engranajes cilíndricos rectos o helicoidales.

De acuerdo a lo dicho anteriormente, el alcance de esta tesis solo cubre aquellos diseños de árboles que estén destinados a trabajar en cajas reductoras con las características ya mencionadas. Por tal motivo, el algoritmo de diseño no contempla aquellas configuraciones de árboles que trabajen en cajas reductoras hidráulicas o mecánicas con transmisión por tornillo sinfín, engranajes planetarios, engranajes cónicos, engranajes cicloidales u otros tipos de transmisiones que puedan ser empleadas en cajas reductoras. Estos aspectos son tratados más a fondo en el primer capítulo del presente trabajo.

El algoritmo está basado en una serie de instrucciones que se ejecutan en un determinado orden establecido por el autor de esta tesis para facilitar el proceso de diseño ingenieril, estas instrucciones se explican en el tercer capítulo de este trabajo. Se utilizan diversas expresiones matemáticas para el funcionamiento del algoritmo, algunas de estas fueron desarrolladas por el autor del presente trabajo, mientras que otras expresiones fueron extraídas de teorías de falla de materiales y criterio de cálculo asociados a los cursos de resistencia de materiales y elementos de máquinas.

Las características descritas anteriormente acerca de los reductores donde funcionarían los árboles cuyos diseños es capaz de cubrir el algoritmo, se desprende las siguientes tipologías de árboles: simplemente apoyado, con voladizo a la derecha o izquierda, con dos voladizos. Asimismo, se debe señalar otras características más específicas de los diseños de árboles que cubren el algoritmo, tales como: dos cargas máximo en cada vano, sección circular maciza y dos puntos de apoyo.

El algoritmo tiene la capacidad de calcular las fuerzas de transmisión de elementos de máquinas (engranaje recto, engranaje helicoidal y polea) a partir de ciertos datos que

se solicita que sean ingresados. Asimismo, el algoritmo realiza el análisis de resistencia estática y el análisis de resistencia a la fatiga, no realiza análisis de deformaciones ni análisis de frecuencia natural.

Con el fin de proporcionarle automatización al algoritmo, este se implementó mediante un entorno de desarrollo integrado para obtener el programa PRODIAT. El proyecto general, desarrollo de una aplicación que permita diseñar reductores de velocidad de engranajes cilíndricos en un software CAD, fue impulsado por el grupo INACOM de la PUCP por iniciativa de una pequeña empresa dedicada al rubro metal mecánica. Asimismo, se pretende que mediante el empleo del producto de la implementación del algoritmo para el diseño de árboles (PRODIAT), los diseñadores tengan una herramienta que les asista en los numerosos cálculos que se deben realizar para comprobar la resistencia estática y a la fatiga.

Por lo expuesto anteriormente, se espera que PRODIAT pueda facilitar al diseñador el cálculo de los parámetros básicos para el dimensionamiento del árbol que se desee diseñar. Asimismo, se espera que este algoritmo desarrollado sea integrado en el proyecto matriz junto a otros tres módulos de cálculo de elementos (carcasa, rodamientos y engranajes).

CAPITULO 1

ESTADO DEL ARTE PARA EL DISEÑO DE ÁRBOLES

Un árbol de transmisión es un elemento de maquina rotatorio que usualmente es de sección circular, este tiene como función principal la transmisión de movimiento y potencia a través de elementos acoplados al árbol.

Se pueden encontrar diferentes modelos de configuraciones de ejes, esto varía de acuerdo a la función que desempeñara el componente en cuestión, es decir esto dependerá del equipo en el que funcione la caja reductora como molinos, fajas transportadoras, zarandas vibratorias, chancadoras, tambores lavadores, entre otros. Con el presente trabajo se pretende conseguir el desarrollo de un algoritmo mediante el cual se puedan obtener los parámetros de diseño de árboles de transmisión; sin embargo existen algunos parámetros geométricos y de operación que el diseñador deberá ingresar como datos de entrada.

Algunos autores como Shigley, señalan que generalmente el proceso de diseño usualmente se desarrolla utilizando la experiencia previa del diseñador. Es decir, se revisa diseños anteriores y mediante una serie de adaptaciones se puede acomodar el diseño a los nuevos requerimientos solicitados.

En 1927 la ASME (*American Society of Mechanic Engineers*) publico el Código B17c para el diseño de toda clase de árboles; sin embargo fue retirado en 1955 debido a que se generaron diversas situaciones en las que los resultados fallaron. De la misma manera la ASME volvió a implementar otro código llamado B106.1M (*Design of Transmission Shafting*) este también fue retirado en 1994. [3: pp. 11]

De acuerdo a una comunicación personal realizada por Chagoyén Méndez, C.A. [3] a Steve Weinman (*Director Standardization ASME*) el 11 de Julio del 2002, la ASME no poseía hasta esa fecha ningún código específico para el cálculo de árboles.

Como se ha explicado, se ha intentado de realizar con anterioridad algunos procedimientos para el diseño de árboles; sin embargo debido al enorme número de posibilidades que puedan presentarse resulta difícil establecer un solo procedimiento para el cálculo de todas las clases de árboles.

En el presente capítulo se explicaran los fundamentos teóricos para el cálculo de diámetros mínimos en las secciones de árboles de reductores de engranajes cilíndricos, características de reductores de engranajes cilíndricos y los principales software que asisten en el diseño de este elemento de máquina.

1.1. Fundamentos teóricos

Los distintos análisis requeridos para garantizar la resistencia del árbol están en función del tipo de maquinaria en la cual se desempeñara. De manera general, para el completo diseño de un eje de transmisión se deben realizar los siguientes análisis.

- Resistencia Estática
- Resistencia a la fatiga
- Deformación por flexión
- Deformación por torsión
- Velocidad crítica

El presente trabajo solo se limitara a contemplar dos análisis para el diseño de árboles respecto a los análisis mencionados en la lista. El primer análisis nos permitirá obtener los valores iniciales de los diámetros mínimos para las secciones del árbol considerando cargas estáticas; sin embargo es necesario realizar un posterior análisis que contemple los efectos de cargas variables en el tiempo y características de forma, es decir un análisis de resistencia a la fatiga. Este último análisis es importante de realizar debido a que un estudio estadístico de distintos casos de rotura de elementos de máquinas indica que aproximadamente el 80% de estas fallas se deben a la fatiga. [8: pp. 25].

1.1.1. Resistencia estática

El análisis por resistencia estática depende del tipo de material (dúctil o frágil) y teoría de falla a emplear. Debido a que los ejes de transmisión están sometidos a esfuerzos y deformaciones se debe usar materiales dúctiles.

Las teorías de falla involucradas en el presente caso de estudio son:

- Teoría del Esfuerzo Cortante Máximo – (Coulomb – Tresca)
- Teoría de la Energía máxima de Distorsión – Von Mises

La teoría del esfuerzo cortante máximo fue propuesta por primera vez por Coulomb y descrita posteriormente por Tresca en 1864. Este criterio nos dice que la falla del material ocurrirá cuando el esfuerzo cortante máximo absoluto en el componente sea igual o mayor al esfuerzo cortante máximo absoluto de una probeta sometida a un ensayo de tracción en el momento que se produce la fluencia.

La teoría de la Energía Máxima de distorsión enuncia que la falla de un material se producirá en el momento en el que la energía de distorsión por unidad de volumen debida a los esfuerzos máximos absolutos en el punto crítico sea mayor o igual a la energía de distorsión por unidad de volumen de una probeta en el ensayo de tracción en el momento de producirse la fluencia.

A lo largo de este trabajo se utilizara este último criterio de falla mencionado debido a que proporciona resultados más precisos en comparación a la teoría del esfuerzo cortante máximo.

Si denominamos el esfuerzo equivalente como σ_{eq} , los esfuerzos normales como σ , los esfuerzos de corte como τ , el esfuerzo de fluencia como σ_f y el factor de seguridad como FS entonces es posible expresar la siguiente expresión que compara el esfuerzo equivalente según Von Mises con una propiedad del material.

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

Si se desprecian los esfuerzos producidos por fuerzas normales y fuerzas de corte puras y se reemplaza en σ el valor del esfuerzo que produce la resultante de los momentos flectores que actúan (M_r), el esfuerzo de corte que produce el momento

torsor en τ entonces se puede obtener mediante una simplificación de variables la siguiente expresión que nos indica el rango de valores que puede adquirir el diámetro de una sección del eje en función de las cargas mencionadas.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot F_s}{\pi \cdot \sigma_{flu}} \cdot \sqrt{4 \cdot M_r^2 + 3 \cdot M_t^2}}$$

Existen autores, los cuales tienen en cuenta los esfuerzos producidos por los momentos flectores y torsores; sin embargo no hacen un análisis para la fuerza axial. Por otro lado, otros autores realizan un estudio del diseño de ejes en donde solo se toma en cuenta los esfuerzos provocados por el momento torsor, esto resulta un caso ideal y bastante inexacto.

De igual forma, Mott [2] plantea un método para el cálculo de ejes de transmisión, el cual combina la resistencia estática con los coeficientes de fatiga; sin embargo de igual forma no muestra el aporte que la carga axial produce en el esfuerzo normal.

De acuerdo a la información obtenida de los tipos de enfoques que realizan diversos autores al momento de considerar los tipos de cargas no se considerara las fuerzas axiales y las fuerzas de corte puras en los cálculos de esfuerzo equivalente según Von Mises. Esto último se debe a que si se consideraran estas cargas se tendría que recurrir a una expresión diferente a la del esfuerzo equivalente de Von Mises, lo cual resultaría poco práctico ya que dificultaría el proceso de implementación del algoritmo que en los próximos capítulos se tratara.

1.1.2. Resistencia a la fatiga

El fenómeno de fatiga es muy importante de analizar, debido a que los elementos de máquinas usualmente están sometidos a cargas que varían en el tiempo. La fatiga en elementos de máquinas generalmente se producen por el esfuerzo producido bajo cargas de tracción, compresión, flexión, torsión y en determinados casos una combinación de estas; sin embargo el efecto de cargas dinámicas más común en los árboles es el producido por el esfuerzo normal. Debido al movimiento giratorio, el esfuerzo normal producido por los momentos flectores cambia de estado de tracción a compresión o viceversa.

Entre los diversos factores que afectan la resistencia a la fatiga se encuentran los concentradores de tensiones, tamaños y acabados superficiales. De esta manera, en el momento en el que las cargas variables actúen se originaran esfuerzos que en interacción con los esfuerzos provocados por los concentradores de tensiones dará lugar a grandes magnitudes de esfuerzo que pueden sobrepasar los valores de resistencia del material sin que esto sea percibido. Es por este motivo que no es suficiente con que el material pueda soportar un determinado esfuerzo máximo en un instante sino que también debe ser capaz de resistirlo durante un tiempo de vida determinado.

El factor geométrico de concentración de esfuerzos (α_k) es una medida del grado de concentración de esfuerzos, este factor representa la relación entre el esfuerzo local máximo y el esfuerzo nominal. Las gráficas para el cálculo de este factor se muestran en las gráficas del anexo A.1, estas fueron extraídas de [15]. Se ha comprobado mediante estudios que la resistencia a la fatiga es mucho menor que lo indicado con el factor geométrico de concentración de esfuerzos, por este motivo es que se introdujo el factor efectivo de concentración de esfuerzos (β_k).

La relación entre el factor efectivo y el factor geométrico de concentración de esfuerzos es expresado mediante el factor de sensibilidad a la entalla (η).

$$\eta = \frac{\beta_k - 1}{\alpha_k - 1}$$

El valor del factor de sensibilidad a la entalla puede ser calculado utilizando los datos de propiedades mecánicas del material mediante la siguiente expresión.

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{8}{r} * \left(1 - \frac{\sigma_F}{\sigma_B}\right)^3}$$

Donde (r) simboliza el radio de la entalla en milímetros, (σ_F) y (σ_B) son el esfuerzo a la fluencia y esfuerzo ultimo de tracción respectivamente.

Finalmente, se utilizara el factor efectivo de concentración de esfuerzos para calcular los esfuerzos reales en los puntos que se requiera analizar. La magnitud de este factor efectivo puede calcularse de la siguiente manera:

$$\beta_k = 1 + \eta^*(\alpha_k - 1)$$

Es usual que los árboles se encuentren sometidos a una combinación de cargas, estos pueden ocasionar de manera simultánea esfuerzos variables debidos a tracción-compresión, flexión y/o torsión. [13: pp. 3-50]. Según estudios realizados se ha determinado que el mecanismo de falla por fatiga es independiente de la forma que pueda adoptar la onda de esfuerzo, de esta manera solo importan los esfuerzos máximos y mínimos. [13: pp. 3-4]

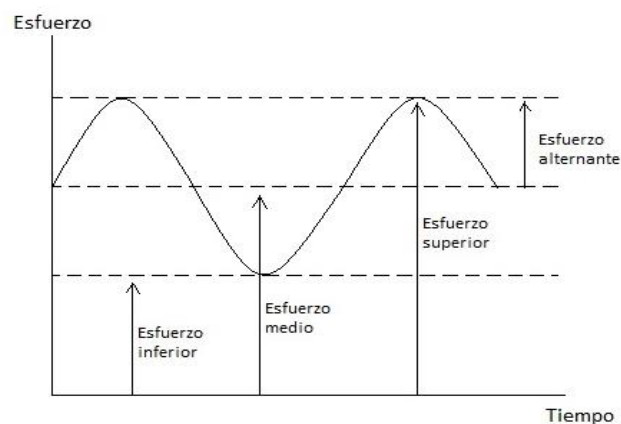


Figura 1.1.- Representación gráfica de una onda de esfuerzo variable en el tiempo

A continuación se muestra el cálculo de las componentes de esfuerzo equivalentes para el caso donde existan cargas combinadas. Asimismo, en este cálculo se consideran factores adicionales a los concentradores de esfuerzo, entre estos factores se encuentran los siguientes:

- Factor de acabado superficial (k_a)
- Factor de tamaño (k_b)
- Factor de temperatura (k_d)
- Factor de carga (k_c)
- Factor de confiabilidad (k_e)
- Factor efectivo de concentración de esfuerzos por flexión ($\beta_{k \text{ flexión}}$)
- Factor efectivo de concentración de esfuerzos por torsión ($\beta_{k \text{ torsión}}$)

Estos factores mencionados anteriormente disminuye el límite de resistencia a la fatiga. Es por este motivo que se debe incluir en el proceso de cálculo para garantizar

que el árbol no falle por fatiga. A continuación se plantea la expresión para el cálculo del límite de resistencia a la fatiga modificado.

$$\sigma_{Alt}' = \sigma_{Alt} \cdot k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e$$

El esfuerzo debido a cargas de tracción - compresión no será considerado ya que se explicó anteriormente que no se tomaran en cuenta cargas axiales. Los esfuerzos normales debido a momentos flectores que ocasionan esfuerzos alternantes son calculados y descompuestos en las componentes media y alternante. Se denominara (σ_{fs}) al esfuerzo normal superior generado por la flexión, (σ_{fi}) al esfuerzo normal inferior generado por la flexión, (σ_{fm}) al esfuerzo normal medio generado por la flexión, (σ_{fa}) al esfuerzo normal alternante generado por la flexión y (σ'_{fa}) al esfuerzo normal alternante generado por la flexión donde se toma en cuenta los efectos seis efectos de forma planteados anteriormente.

$$\sigma_{fm} = \frac{\sigma_{fs} + \sigma_{fi}}{2}$$

$$\sigma_{fa} = \frac{\sigma_{fs} - \sigma_{fi}}{2}$$

$$\sigma'_{fa} = \beta_{k \text{ flexión}} \cdot \sigma_{fa}$$

Los esfuerzos de corte generados por momentos torsor alternante de igual manera pueden descomponerse en componente media y alternante. De igual forma que el caso anterior se puede denominar (τ_{ts}) al esfuerzo cortante superior generado por el torsor, (τ_{ti}) al esfuerzo cortante inferior generado por la torsión, (τ_{tm}) al esfuerzo cortante medio generado por la torsión, (τ_{ta}) al esfuerzo cortante alternante generado por la torsión y (τ'_{ta}) al esfuerzo cortante alternante generado por la torsión donde se toma en cuenta los efectos de superficie, temperatura, entre otros.

$$\tau_{tm} = \frac{\tau_{ts} + \tau_{ti}}{2}$$

$$\tau_{ta} = \frac{\tau_{ts} - \tau_{ti}}{2}$$

$$\tau'_{ta} = \beta_{k \text{ torsion}} \cdot \tau_{ta}$$

Según las ecuaciones planteadas anteriormente, puede observarse que solo la componente alternante del esfuerzo es multiplicada por el factor efectivo de concentrador de tensiones, mas no la componente media. Esto se debe a que las pruebas experimentales muestran que la presencia de un concentrador de esfuerzos no altera la contribución del esfuerzo medio a la falla por fatiga. [12: pp. 191]

Una vez que se tienen los esfuerzos normales y de corte descompuestos en sus componentes medias y alternantes se debe emplear una teoría de falla para posteriormente calcular el factor de seguridad y garantizar que el árbol no falle. La teoría de falla que se empleara será la misma que se empleó para el análisis de resistencia estática.

$$\sigma'_{aeq} = \sqrt{(\sigma'_{na} + \sigma'_{fa})^2 + 3 \cdot \tau'_{ta}^2}$$

$$\sigma_{meq} = \sqrt{(\sigma_{nm} + \sigma_{fm})^2 + 3 \cdot \tau_{tm}^2}$$

Luego de calcular la magnitud de la componente del esfuerzo equivalente alternante (σ'_{aeq}) y la componente del esfuerzo equivalente medio (σ_{meq}) se puede emplear la siguiente ecuación, la cual refleja el criterio de “Goodman modificado” para el cálculo del factor de seguridad a la fatiga.

$$\frac{1}{F_s} = \frac{\sigma'_{aeq}}{\sigma_{Alt}} + \frac{\sigma_{meq}}{\sigma_B}$$

La expresión anterior contiene propiedades del material como la resistencia al esfuerzo alternante (σ_{alt}) y la resistencia última de tracción (σ_B). Es posible extraer la variable correspondiente al diámetro para obtener el valor requerido si es que se considera al factor de seguridad como un dato; sin embargo también puede calcularse el factor de seguridad si es que el valor del diámetro es conocido en la sección a analizar. Asimismo se recomienda que la magnitud del factor de seguridad se encuentre entre (1.2, ..., 1.8). [11: pp. 4]

Lo anteriormente presentado es el análisis de fatiga que usualmente se realiza para comprobar que un elemento soportara la operación bajo cargas alternantes y con la presencia de concentradores de tensiones (ranuras, canal chavetero, agujeros, cambio de sección); sin embargo algunos investigadores han propuesto el efecto del doble

concentrador de tensiones. El caso del doble concentrador de tensiones en un árbol solo es posible analizarlo a nivel teórico, ya que en la práctica ningún árbol de transmisión ha sido diseñado bajo estas características. En la siguiente figura se muestra un caso teórico de doble concentrador de tensiones en un árbol.

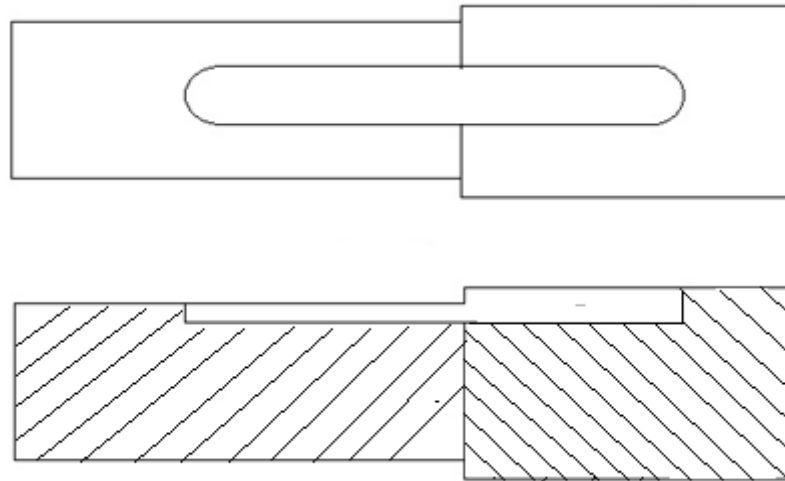


Figura 1.2.- Representación gráfica de un caso teórico de doble concentración de esfuerzos en un árbol

Debido a que no se encontró información acerca de este tema en las fuentes bibliográficas confiables, el autor del presente trabajo optó por no mostrar algún resultado matemático que relacione el efecto causado por dos concentradores de esfuerzos superpuestos. Finalmente, como se ha explicado estos casos han sido motivo de estudios teóricos por algunos investigadores; sin embargo estos casos no se aplican en la industria, por tal motivo este estudio no ha sido incluido en el algoritmo de diseño para árboles.

1.2. Cajas reductoras que aborda el algoritmo de diseño de árboles

La caja reductora de velocidad es un sistema de transmisión, el cual tiene como objetivo reducir la velocidad e incrementar el torque. Existen muchos sistemas de reducción de velocidad, los cuales operan de manera inapropiada debido a una falta de protección contra los contaminantes exteriores, lo cual genera desgaste entre las piezas en contacto. Asimismo, los reductores de velocidad tienen gran aplicación en el

sector minero, cementero, alimenticio y en toda aplicación en donde se requiera reducir la velocidad con el fin de ganar torque.

Entre otros sistemas de reducción de velocidad se encuentran el mecanismo de poleas y fajas, también el uso de cadenas; sin embargo estos sistemas al estar en contacto con el ambiente suelen contaminarse y de esta manera sufren un desgaste acelerado. Este problema no sucede con tanta facilidad en una caja reductora, debido a que este componente contiene un armazón rígido o carcasa cerrada que contiene sellos y filtros de tal manera que disminuye notablemente la presencia de cuerpos ajenos al sistema de transmisión y lubricación, lo cual garantiza una operación adecuada y un tiempo de vida mayor.

En la industria minera se utilizan dos tipos de cajas reductoras, las cuales trabajan bajo diferentes principios de funcionamiento. Las cajas reductoras de velocidad hidráulicas son utilizadas en equipos que requieren un alto torque y muy baja velocidad de giro, tales como espesadores de relaves, minerales y tanques acondicionadores. Estos reductores de velocidad transmiten la potencia generada en la bomba hidráulica hacia el sistema de engranajes interno de la caja reductora, véase la figura 1.2.



Figura 1.3.- Sistema de reducción de un tanque espesador de Zn mediante una caja reductora hidráulica de engranajes planetarios

Las cajas reductoras de velocidad mecánicas, las cuales son más frecuentes observar en operación, tienen gran aplicación para el accionamiento de diferentes equipos tales como: molinos, chancadoras, fajas transportadoras, celdas de flotación, entre otros

tantos equipos. Estos reductores reciben la potencia mecánica mediante un acople enganchado a un motor eléctrico, luego mediante las transmisiones por engranajes se reduce la velocidad y es factible obtener un elevado torque de salida junto con una velocidad de giro reducida. Véase la figura 1.3.



Figura 1.4.- Sistema de reducción de una celda acondicionador de Pb mediante una caja reductora de engranajes cilíndricos de dos etapas

Existen diversas configuraciones respecto a las transmisiones en las cajas reductoras de velocidad de engranajes. A continuación se nombran algunas de ellas.

- Reductores de engranajes cilíndricos (rectos, helicoidales y cicloidales)
- Reductores de engranajes cónicos (rectos, helicoidales y cicloidales)
- Reductores de engranajes planetarios
- Reductores por tornillo sinfín
- Reductores mixtos

Debido a que el proyecto general del cual forma parte este tema de tesis solo contempla cajas reductoras mecánicas de engranajes cilíndricos rectos y helicoidales, únicamente se explica este tipo de cajas reductoras en la presente sección.

Entre los reductores de engranajes cilíndricos pueden encontrarse de una, dos y hasta tres etapas según sea el requerimiento; sin embargo el proyecto general que abarca el presente tema de tesis, solo considera cajas reductoras con un máximo de dos etapas de reducción.

A continuación se muestran los modelos de cajas reductoras, en las cuales se basa el algoritmo para contemplar las configuraciones respecto a los apoyos y número de cargas en los árboles que un usuario requiera diseñar.

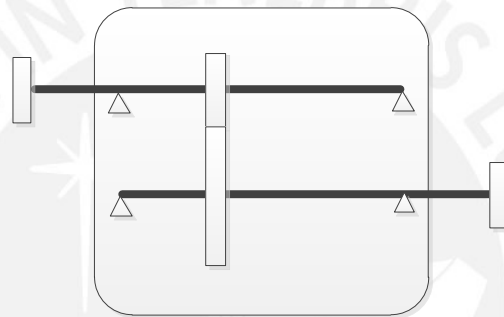


Figura 1.5.- Esquema de una caja reductora de velocidad de engranaje cilíndrico de una etapa

El esquema de un reductor de velocidad presentado anteriormente es de una etapa de reducción, donde el árbol rápido o de entrada es aquel que está localizado en la parte inferior, mientras que el árbol lento o de salida se encuentra ubicado en la parte superior. La potencia ingresa a través del eje rápido y se genera una reducción de velocidad mediante la relación de transmisión entre los engranajes, de esta manera se consigue un mayor torque a cambio de la reducción de velocidad.

Cuando se requiera una mayor relación de transmisión es habitual que se agregue otra etapa de reducción de engranajes con el fin de optimizar el espacio requerido tal como se muestra en la siguiente figura.

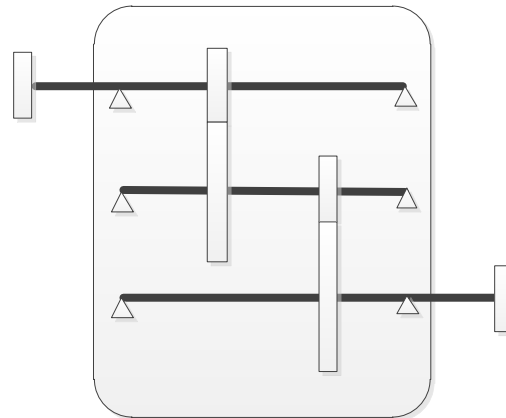


Figura 1.6.- Esquema de una caja reductora de velocidad de engranaje cilíndrico de dos etapas

En comparación con el primer reductor presentado, esta caja reductora de dos etapas tiene un diseño mucho más complejo. La entrada de potencia se realiza mediante la conexión de un acoplamiento que une el eje del motor y el árbol rápido localizado en la parte inferior del esquema, luego la potencia es transmitida al árbol intermedio mediante una relación de transmisión en la cual se reduce la velocidad y el torque se incrementa. La potencia es transmitida hacia el árbol de salida, en donde se obtendrá la velocidad y torque requerido.

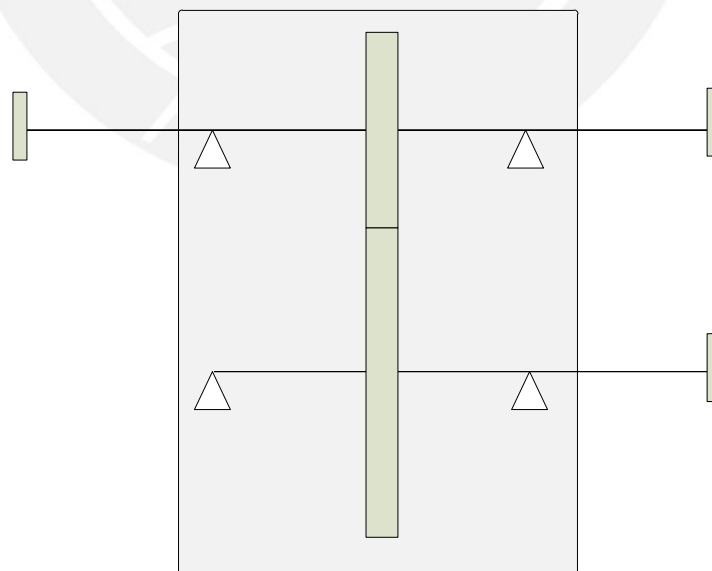


Figura 1.7.- Esquema de una caja reductora de velocidad de engranaje cilíndrico de una etapa (árbol de entrada con transmisiones en cada voladizo)

El modelo de caja reductora presentado anteriormente es una configuración que se emplea usualmente para las cajas reductoras que operan con equipos de alta potencia como maquinaria de molienda en la gran minería. En estos casos, el árbol de entrada tiene dos voladizos con canales chaveteros comúnmente, este diseño puede tener dos razones:

- Ofrecer una opción adicional de montaje del reductor con el molino
- Permitir acoplar el sistema inching drive a la caja reductora de velocidad

Un sistema inching drive es aquel sistema utilizado para realizar movimientos de giro a muy bajas revoluciones. Por lo general se utilizan estos sistemas para girar el molino con el fin de montar diversas piezas en los molinos (forros, chaquetas, pernos, entre otros) y también para vencer la inercia antes del arranque con el sistema motriz principal. En la siguiente imagen se muestra una caja reductora, cuyo árbol de entrada tiene acoplado el eje motriz en un lado, mientras que en el lado izquierdo lleva el sistema inching drive.



Figura 1.8.- Sistema de transmisión de potencia de un molino de bolas COMESA 20x30

En equipos que no son de gran magnitud, también son usados reductores con árbol de entrada con dos voladizos; sin embargo en estos casos solo son diseñados de esta manera para ofrecer una opción adicional en el montaje con el contraeje del molino. En la siguiente figura se muestra el sistema de transmisión de un molino de bolas.



Figura 1.9.- Sistema de transmisión de potencia de un molino de bolas COMESA 9 1/2x14

Asimismo, la siguiente figura muestra una vista del plano de ensamble de la caja reductora mostrada en la figura anterior.

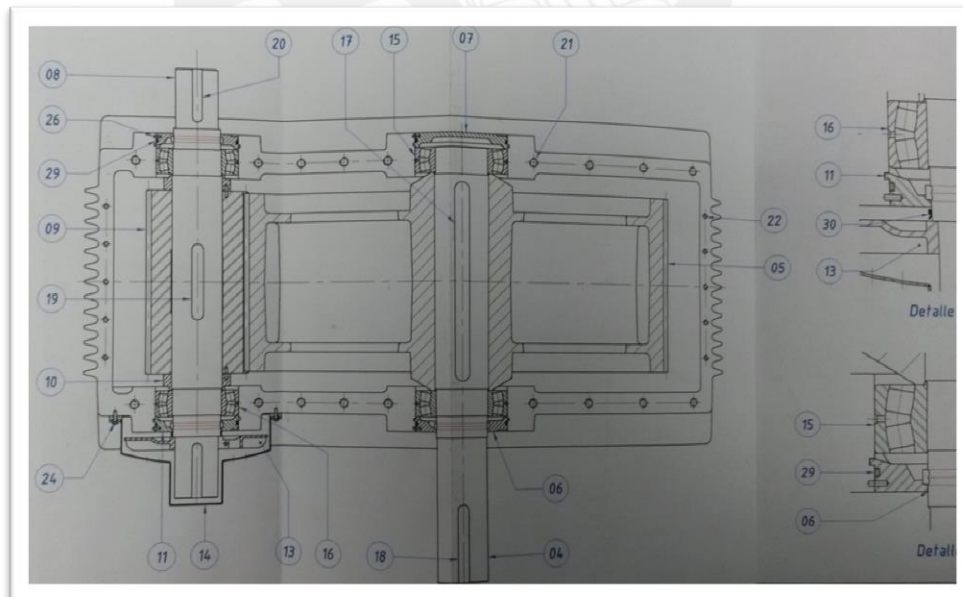


Figura 1.10.- Vista de ensamble de molino de bolas COMESA 9 1/2x14

Como se ha mencionado en el alcance del tema de tesis, los árboles que se diseñen mediante el algoritmo para el diseño de árboles, tema principal de esta tesis, serán de

aplicación en reductores de engranajes cilíndricos (rectos y helicoidales) de distribución uniforme.

Una caja reductora de velocidad de distribución uniforme, se refiere a aquel diseño del reductor en el cual los ejes de transmisión se encuentren dentro de un mismo plano, ya sea un plano horizontal, vertical o con cierto grado de inclinación tal como se muestra a continuación.

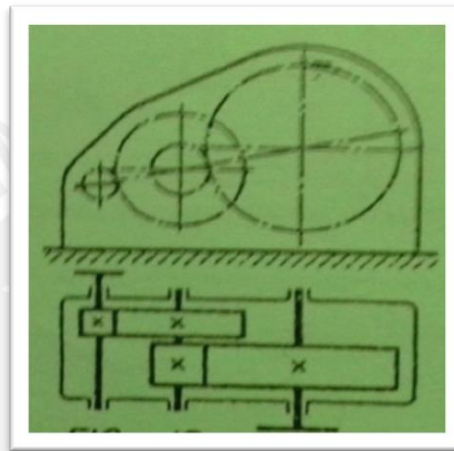


Figura 1.11.- Esquema de un reductor de velocidad cilíndrico de dos etapas (tomado de “Atlas de elementos de máquinas y mecanismos” [14], hoja 108)

En el esquema anteriormente mostrado, se observa que los árboles están contenidos en un plano inclinado, este es otro ejemplo de un reductor de distribución uniforme. La importancia que tiene la distribución uniforme en un reductor se explicara en la sección 2.2.

De los modelos de cajas reductoras presentadas anteriormente existen más variaciones respecto al número de transmisiones que puede haber en un árbol de entrada, intermedio o salida. Es decir, podría requerirse diseñar una caja reductora cuyo árbol de entrada debe tener dos transmisiones para la primera etapa de reducción, este caso es un ejemplo que un diseñador pudiese requerir en un determinado momento. Para cubrir aquellos casos en los que se requiera agregar más de una transmisión en algún vano del árbol se ha diseñado el algoritmo para que el diseñador pueda insertar un máximo de dos transmisiones en cualquier vano del árbol.

En la siguiente imagen se muestran todas las configuraciones de árboles que cubre el algoritmo de esta tesis.

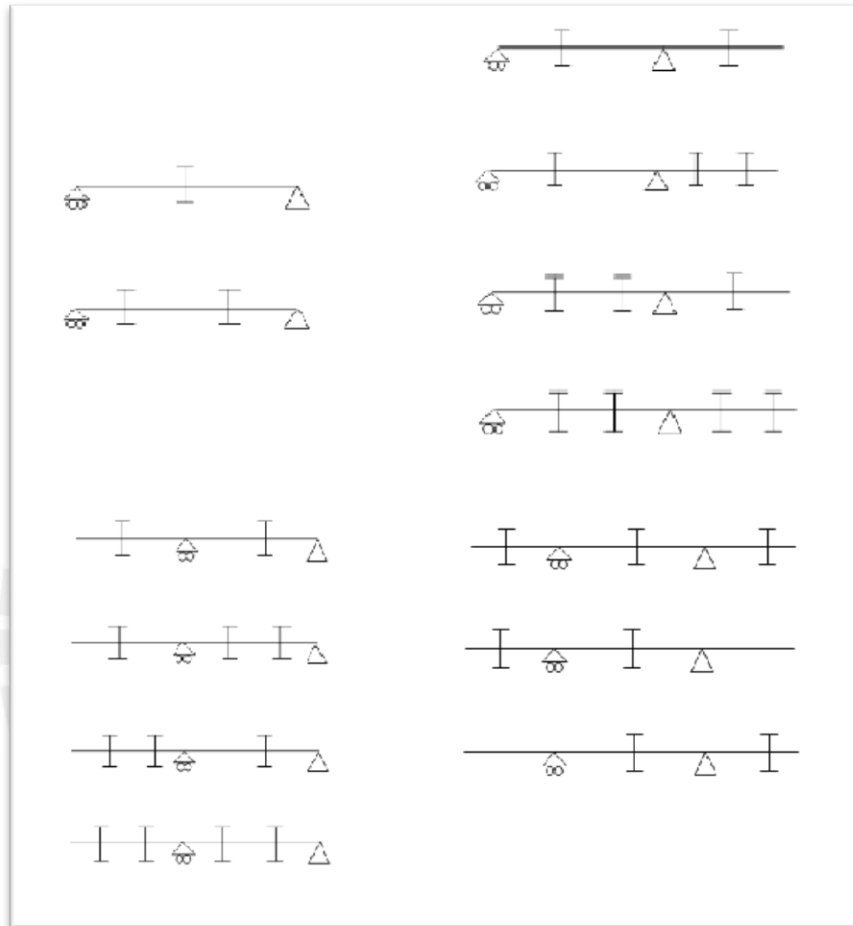


Figura 1.12.- Configuraciones de apoyos y rodamientos que contempla el algoritmo para el diseño de árboles

1.3. Software para el diseño de árboles

Durante los últimos años se han desarrollado un sinnúmero de programas o software con el fin de facilitar la etapa de diseño tanto en la elaboración de cálculos como en la de planos de diseño.

Actualmente, en el mercado existen software orientado al diseño como los software CAD (*Computer-aided design*) y CAE (*Computer-aided engineering*), estos facilitan el trabajo del diseñador de tal manera que aumenta su productividad.

Entre los software CAD, los cuales son utilizados para el modelado de piezas, ensambles de estructuras en general se encuentran: AutoCAD, Solidworks, Inventor, Catia, ProEngineer, entre otros. Se mencionaran algunos programas para diseño de árboles en el mercado internacional.

El programa Autodesk Inventor en su versión Professional 2014 contiene un módulo para el diseño de árboles. Esta herramienta solicita al diseñador una serie de datos de entrada entre las cuales se pueden nombrar las siguientes:

- Tipo de fuerza (puntual, distribuida)
- Magnitud de fuerza
- Posición axial y angular de la fuerza
- Número y longitud de tramos del árbol
- Tipos de elementos de sujeción

La herramienta de cálculo de árboles que maneja Autodesk Inventor puede resultar un tanto tediosa debido a que solicita gran cantidad de datos de entrada, es decir no tiene la capacidad de calcular por sí mismo algunos parámetros como son las fuerzas de transmisión, entre otros. Una desventaja de esta herramienta consiste en que los resultados obtenidos fueron calculados realizando solo un análisis de resistencia a las cargas estáticas mas no a cargas dinámicas. Pese a esta desventaja, esta herramienta permite obtener el modelo tridimensional del árbol, lo cual facilita el proceso de diseño de planos.

El Mechanical Desktop de Autodesk es un programa para el diseño y modelado de sólidos. Esta aplicación se encuentra dentro de AutoCAD en su versión 2014. Dentro de este programa se encuentra un módulo que sirve de ayuda para el diseño de árboles. El modulo permite al usuario ingresar datos de posiciones de elementos como apoyos, transmisiones mecánicas, entre otros. Por otro lado, permite al usuario ingresar las fuerzas de transmisión, de esta manera el modulo se encarga automáticamente de generar las magnitudes en los puntos de apoyo. Asimismo, esta aplicación es capaz de calcular deformaciones y un factor de seguridad, el cual considera el fenómeno de fatiga.

La herramienta SHAFT DESIGN (versión 5.0) (*Precision Blasting Serves, USA*) fue desarrollada para servir como un asistente de ayuda en el diseño de árboles de

transmisión para aplicaciones de perforaciones mineras y en el sector de la construcción. [3: pp. 26]

El programa HEXAGON (*Mechanical Engineering* software, Berlín, Alemania 1991-2002) es una firma, la cual se encarga de desarrollar software orientado al cálculo de elementos de máquina. Entre sus productos se encuentran un grupo de aplicaciones orientadas al diseño de árboles. [3: pp. 25]

KISS soft (KISSsoft AG.) es un software para el cálculo de elementos de máquina. A través de su uso es posible calcular engranajes, poleas, árboles, vigas, muelles, entre otros. El módulo de árboles es capaz de realizar el diseño de árboles isostáticos e hiperestáticos, este en paralelo realiza el cálculo para cojinetes. Asimismo, este módulo realiza los cálculos de diseño de árboles considerando resistencia a cargas estáticas, deformaciones, fatiga, pandeo y velocidades críticas.

Probablemente este último software mencionado es uno de los más completos de los software para el diseño de elementos de máquinas a nivel mundial; sin embargo instituciones educativas han realizado programas orientado al diseño de árboles, los cuales no son tan mencionados en el medio.

CALCULO DE EJES es un programa desarrollado para el diseño de árboles de toda clase, este software fue diseñado por José Rubén Sánchez Sánchez en la Escuela Politécnica Superior de Zamora. Este software realiza es bondadoso en el ingreso de datos, pues solicita al diseñador datos de operación y geometría de las transmisiones mecánicas de tal manera que el programa genere de manera automática las fuerzas de transmisión en el árbol. Este contempla solo las cargas estáticas y un número limitado de tipos de discontinuidades, por tanto los resultados no poseen un alto grado de exactitud.

DICAVE (Diseño Cálculo y Verificación de Ejes) es un software el cual es usado para el cálculo de árboles sometidos a esfuerzos estáticos y dinámicos. Este programa fue realizado con el fin de optimizar algunas deficiencias de un programa anterior denominado (ADEJES). [5: pp. 2]

Según Chagoyén Méndez, C.A., en Cuba durante los últimos años se han desarrollado software orientado al diseño de elementos de máquinas, entre los cuales podemos mencionar los siguientes: DICAR, ELEFORMA, GM_beam.

En conclusión, se puede decir que existe software para el diseño de árboles de los cuales algunos contemplan algunos análisis adicionales para los cálculos a comparación de otros. Por otro lado, algunos de estos programas más completos tienen un precio elevado en el mercado, debido a este motivo se hace difícil la adquisición de estos software para medianas y pequeñas empresas.



CAPITULO 2

CONFIGURACION Y ANÁLISIS DE CARGAS

El diseño de un árbol de transmisión puede ser bastante complejo, esto depende de la cantidad de requerimientos que deba cumplir. Existe una gran cantidad de modelos de ejes, estos varían de forma general en función de los requerimientos de operación, tamaño y forma geométrica.

Para comenzar con el proceso de diseño de un árbol se debe tener en cuenta una idea de la configuración de los elementos que este tendrá, es decir se debe conocer la manera como se ordenan los elementos de transmisión y soporte a lo largo del eje. Una vez que se haya definido el modelo de configuración geométrica de los elementos del eje se deberá obtener los diagramas de fuerzas internas, esto con el fin de conocer el comportamiento del sólido frente a las cargas que actúan en él.

En el presente capítulo se describirá los procesos realizados para obtener las ecuaciones matemáticas que permitan el cálculo de las fuerzas de transmisión, reacciones en los apoyos, fuerzas internas y esfuerzos de trabajo.

2.1. Tipologías de árboles en reductores de engranajes cilíndricos

La elección de la configuración de los elementos que se montan sobre un eje tiene diferentes opciones, las cuales dependen de la función del árbol (entrada, intermedio o salida) en el caso de reductores de velocidad.

Por lo general se utilizan dos apoyos en las configuraciones y tres apoyos para ejes de gran longitud; sin embargo se recomienda mantener una longitud corta para disminuir la magnitud de momentos flectores y deflexiones. Se emplearán solamente modelos de configuraciones con dos apoyos y un máximo de dos transmisiones o cargas en

cada vano; esto con el fin de cubrir aquellas variaciones de diseños de árboles que el diseñador requiera.

Las configuraciones de árboles presentados a continuación fueron extraídas a partir de una búsqueda realizada en diferentes modelos contenidos en el texto bibliográfico (Atlas de elementos de máquinas y mecanismos [14]). Asimismo, se extrajo algunos modelos de cajas reductoras empleadas en la industria minera.

Las configuraciones elegidas tienen en común los siguientes aspectos:

- Se puede añadir como máximo dos cargas (cada una con tres componentes x,y,z).
- Un apoyo móvil y un apoyo fijo, ya que permite que estos no se sobrecarguen si ocurriese una expansión por un gradiente de temperatura.

2.1.1. Configuración de un árbol simplemente apoyado

El presente modelo es usado comúnmente para el diseño de ejes intermedios en reductores, en donde los elementos de transmisión son ubicados entre los cojinetes.



Figura 2.1.- Modelo de un eje sin voladizo

- Posición constante del apoyo móvil ($y_{r1}=0$)
- Posición variable del apoyo fijo ($y_{r2}=y_t$)
- Número máximo de cargas ($n_c=2$)

2.1.2. Configuración de un árbol con voladizo derecho

La configuración de un eje con voladizo en el lado derecho se emplea frecuentemente para los árboles de salida de reductores. De esta manera, los elementos de transmisión del reductor son colocados en el primer vano, mientras que las transmisiones mecánicas externas como poleas, acoples o sprockets van situados en el segundo vano.

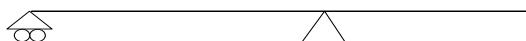


Figura 2.2.- Modelo de un eje con voladizo en el lado derecho

- Posición constante del apoyo móvil ($y_{r1}=0$)
- Posición variable del apoyo fijo (y_{r2})
- Número máximo de cargas ($nc=4$)

2.1.3. Configuración de un árbol con voladizo izquierdo

Esta configuración axial es utilizada para el diseño de árboles de entrada. En el primer vano usualmente se inserta el acoplamiento que conecta con el motor eléctrico, mientras que en el segundo vano se colocan las transmisiones mecánicas que se emplearán.



Figura 2.3.- Modelo de un eje con voladizo en el lado izquierdo

- Posición variable del apoyo móvil (y_{r1}).
- Posición variable del apoyo fijo ($y_{r2}=y_t$), donde y_t es la longitud total del eje.
- Número máximo de cargas ($nc=4$).

2.1.4. Configuración de un árbol con dos voladizos

Esta configuración geométrica de apoyos es empleada en cajas reductoras que operan con equipos que requieran dos sistemas motrices o cuando se requiera proporcionar mayor flexibilidad respecto a las opciones de montaje.



Figura 2.4.- Modelo de un eje con dos voladizos

- Posición variable del apoyo móvil (y_{r1}).
- Posición variable del apoyo fijo (y_{r2}).
- Número máximo de cargas ($nc=6$).

2.2. Elementos de máquinas empleados en reductores

Se deben conocer las cargas que transmiten los elementos de máquinas acoplados al árbol, con el fin de poder conocer el comportamiento de las fuerzas internas. Las transmisiones mecánicas a utilizar dependerán del tipo de caja reductora que se requiera diseñar. En las cajas reductoras de velocidad de engranajes cilíndricos por lo general se usan las siguientes transmisiones: acoplamiento, engranaje cilíndrico recto,

engranaje cilíndrico helicoidal, polea y sprockets. Asimismo, se emplean componentes mecánicos que ayudan a reducir la fricción entre elementos giratorios como es el caso de los rodamientos.

Se utilizará un sistema de coordenadas (x,y,z) con origen en $(y = 0)$ para relacionar las fuerzas originadas por la transmisión de potencia con los ejes del sistema, este sistema será solidario a las componentes tangenciales, axiales y radiales.

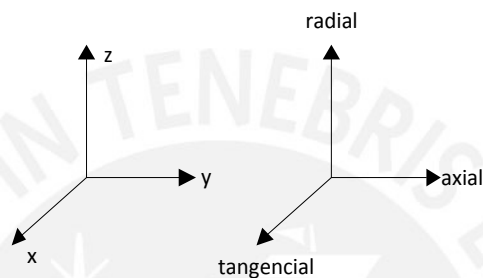


Figura 2.5.- Sistema de ejes coordenados para las componentes de fuerzas externas

Se debe considerar que el sistema de coordenadas propuesto en todo momento es solidario a las componentes de las fuerzas en el orden descrito anteriormente, esto se debe a que el reductor de velocidad es de distribución uniforme. Esto último significa que los árboles están contenidos en un plano común.

De forma general, el cálculo para obtener el torque que transmite cada componente en el árbol se calcula mediante la ecuación que relaciona el producto entre el torque y la velocidad con la magnitud de la potencia.

2.2.1. Acoplamiento

Por lo general, los reductores están unidos directamente al árbol de un motor eléctrico a través de un acoplamiento. Este componente se encarga de transmitir el torque entre ambos árboles. La selección del tipo de acoplamiento se realizará en función de la capacidad de transmisión y de funcionamiento con un desalineamiento previsto. Asimismo, se selecciona por la capacidad de reducir las vibraciones para ambos lados del acople; sin embargo debido a que siempre existirá una desalineación entre un eje impulsor y el eje impulsado algunos autores de textos relacionados al tema recomiendan utilizar acoplamientos flexibles porque estos permiten trabajar con desalineamientos.

Los acoplamientos flexibles o elásticos se encargan de compensar los defectos de alineación de los ejes, inexactitudes de montaje. De la misma manera absorben elásticamente los choques del momento de giro y oscilaciones de la carga en operación.

2.2.2. Engranaje cilíndrico recto externo

Los engranajes son usados frecuentemente como un transmisor de potencia mecánica en diferentes tipos de reductores debido a factores como: capacidad de operar a altas revoluciones, alta eficiencia y disposición de espacio. Los engranajes cilíndricos rectos son preferidos en algunas ocasiones debido a su bajo costo de fabricación y mantenimiento.

$$d_{pe} = m_{ne} \cdot z_e$$

La expresión planteada anteriormente nos indica la relación entre parámetros geométricos del engranaje como lo son el diámetro primitivo (d_{pe}), modulo normal (m_{ne}) y número de dientes (z_e). Asimismo, las fuerzas de contacto que se generan en la transmisión entre engranajes cilíndricos rectos se calcularán mediante las siguientes relaciones.

$$F_{te} = \frac{2 \cdot M_{te}}{d_{pe}}$$

$$F_{re} = F_{te} \cdot \tan(\alpha_e)$$

$$F_{ae} = 0$$

De esta forma, si denotamos M_{te} como el momento torsor transmitido, α_e como el ángulo de presión normal es posible obtener los valores correspondientes a la fuerza tangencial (F_{te}), radial (F_{re}) y axial (F_{ae}).

2.2.3. Engranaje cilíndrico helicoidal simple

Esta clase de engranajes en comparación a los de tipo recto proporcionan un menor nivel de ruido además de ser capaces de trabajar con mayores potencias.

$$d_{peh} = \frac{m_{neh} \cdot z_{eh}}{\cos(\beta_{eh})}$$

Para obtener el valor del diámetro primitivo del engranaje cilíndrico helicoidal (d_{peh}) se aplica el mismo procedimiento que en el caso anterior; sin embargo el producto del módulo normal (m_{neh}) y el número de dientes (z_{eh}) debe ser dividido entre el valor de la función coseno evaluada en el ángulo correspondiente a la hélice (β_{eh}).

$$F_{teh} = \frac{2 \cdot M_{teh}}{d_{peh}}$$

$$F_{reh} = F_{teh} \cdot \frac{\tan(\alpha_{eh})}{\cos(\beta_{eh})}$$

$$F_{aeh} = F_{teh} \cdot \tan(\beta_{eh})$$

Sea el momento torsor transmitido como (M_{teh}). Las ecuaciones anteriores son utilizadas para el cálculo de las fuerzas tangencial (F_{teh}), radial (F_{reh}) y axial (F_{aeh}) en el engranaje cilíndrico helicoidal. Las demás variables presentadas en estas ecuaciones tienen el mismo significado que las presentadas para el engranaje cilíndrico recto; sin embargo se les colocó un subíndice adicional (h) con el fin de distinguir el tipo de engranaje, en este caso helicoidal.

2.2.4. Fajas planas y trapezoidales

Este tipo de transmisión mecánica es usada por lo general en la salida de los reductores cuando es preciso equilibrar el índice de reducción general o en circunstancias donde el aspecto constructivo demanda una determinada disposición del motor. El empleo de fajas es preferido algunas veces frente a otras opciones de transmisión debido a su bajo nivel de ruido y bajo costo de adquisición.

Como se explicó anteriormente, los ejes longitudinales correspondientes a los ejes están en un mismo plano, motivo por el cual las fuerzas originadas en la transmisión de potencia conservan siempre la misma dirección. Por otro lado, la transmisión mecánica en el exterior del reductor es un caso aparte.

El montaje del sistema de transmisión de potencia puede tener diferentes casos en los que las fuerzas de reacciones en el eje no sean solidarias al sistema de ejes coordinados elegido en un inicio. Por este motivo se realizara un análisis para evaluar las reacciones en el eje considerando aspectos geométricos de la transmisión mecánica a instalar.

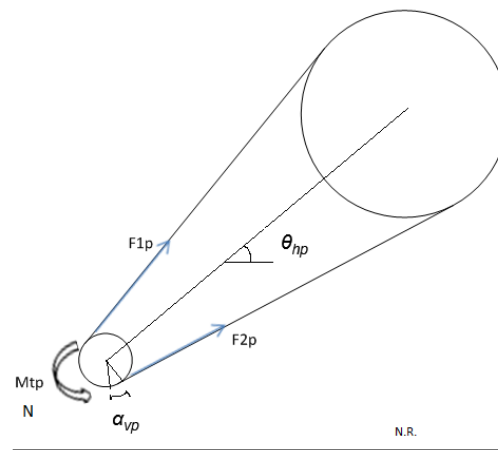


Figura 2.6.- Sistema de transmisión por fajas con inclinación respecto a un Nivel de Referencia

Si se define como F_{1p} a la mayor tensión producida en la faja, F_{2p} a la menor tensión en la faja, θ_{np} como el ángulo de inclinación de la recta imaginaria que une los centros de las poleas respecto al plano en donde reposa el reductor. Finalmente se asigna la variable α_{vp} a la magnitud del ángulo que mide la inclinación de la faja respecto al eje que une los centros; este ángulo también puede ser medido entre la vertical al eje que une centros y el punto de tangencia de la faja con la polea. Asimismo, α_{vp} puede calcularse con la siguiente ecuación.

$$\alpha_{vp} = \sin^{-1} \left(\frac{d_{p2} - d_{p1}}{2d_{cp}} \right)$$

Donde d_{p1} y d_{p2} son los diámetros de las poleas menor y mayor respectivamente. Asimismo, d_{cp} se designa a la distancia entre los centros de las poleas.

Es preciso obtener las magnitudes de las fuerzas que producen la transmisión en el árbol, para realizar este cálculo se deberá obtener en primer lugar el torque generado en el eje por la polea (M_{tp}), luego se deberá realizar un equilibrio de los momentos generados por cada tensión.

$$M_{tp} = (F_{1p} + F_{2p}) \cdot \frac{d_{p1}}{2}$$

La ecuación de Eytelwein permite relacionar las fuerzas, el coeficiente de fricción de la polea con la faja (μ_{fp}) y el ángulo de abrazo (β_p) de la correa en la polea pequeña (d_{p1}) para obtener los valores correspondientes a las fuerzas y por consiguiente conocer las reacciones en el árbol.

$$F_{1p} = F_{2p} \cdot e^{\mu_{fp} \cdot \beta_p}$$

El empleo de la relación de Eytelwein se aplica para el cálculo de las tensiones en fajas planas; sin embargo se debe tener en cuenta un paso adicional si se desea calcular las tensiones en fajas trapeciales. Debe considerarse un factor denominado fricción efectiva (μ_{fep}), este deberá ser reemplazado en el lugar del coeficiente de fricción en la ecuación de Eytelwein para el cálculo de tensiones en fajas trapeciales.

$$\mu_{fep} = \frac{\mu_{fp}}{\sin\left(\frac{\gamma_p}{2}\right)}$$

El canal trapezoidal de la polea (γ_p) es igual a 180° para fajas planas y tiene un rango entre 34° y 38° para trapeciales. [6: pp. 381]

Se ha planteado establecer un sistema de coordenadas (x', y', z') con inclinación variable la cual está en función de θ_{hp} , este se muestra a continuación.

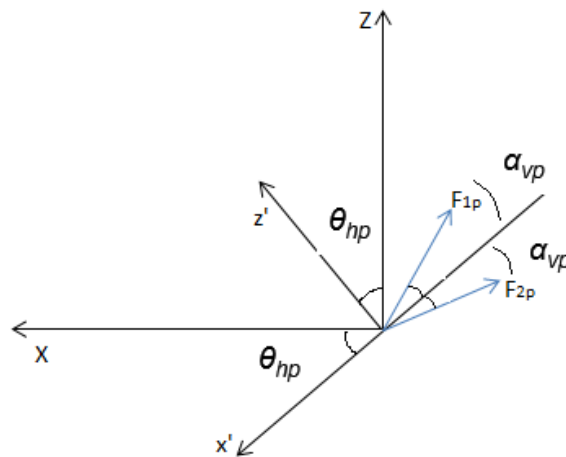


Figura 2.7.- Esquema de transformación de ejes coordenados (x', y', z') a (x, y, z)

Las componentes de las tensiones deberán descomponerse en los ejes x' y z' mediante las siguientes ecuaciones.

$$F_{x'p} = -\cos(\alpha_{vp}) \cdot (F_{1p} + F_{2p})$$

$$F_{z'p} = \sin(\alpha_{vp}) \cdot (F_{1p} - F_{2p})$$

Donde $F_{x'p}$ es la componente de las tensiones en el eje x' , mientras que $F_{z'p}$ es la componente de las tensiones en el eje z' . Por otro lado, si consideramos un valor de θ_{hp} determinado y mediante el uso del sistema coordenado (x', y', z') propuesto es posible obtener las componentes equivalentes de las tensiones de las fajas en el sistema de ejes coordenados absoluto (x, y, z) .

$$F_{xp} = F_{x'p} \cdot \cos(\theta_{hp}) - F_{z'p} \cdot \sin(\theta_{hp})$$

$$F_{zp} = F_{x'p} \cdot \sin(\theta_{hp}) + F_{z'p} \cdot \cos(\theta_{hp})$$

2.2.5. Transmisiones por cadena

El accionamiento mediante el uso de cadenas se realiza a través del movimiento por arrastre de forma. Esta transmisión es empleada en aquellas situaciones en las que no es factible usar fajas debido a la falta de condiciones favorables de ambiente, transmisión o distancia entre ejes. [6: pp. 398]

Muchas veces son preferidas utilizar cadenas debido a que posee una eficiencia intermedia entre los engranajes y poleas, además de tener un costo menor al de engranajes. No obstante, este sistema exige un mayor mantenimiento en relación al uso de fajas, también deben ser engrasados las partes del sistema de cadenas y en algunos casos se deberán proteger contra la suciedad producida por el ambiente. Asimismo, es posible transmitir fuerzas notablemente mayores con menores ángulos de abrazamiento y menores distancias entre ejes que los sistemas de transmisión por correa. [6: pp. 98]

2.2.6. Cojinetes

Los árboles se apoyan en dos clases de apoyos de forma general, pueden emplearse cojinetes a fricción o en rodamientos. Es usual que se empleen cojinetes de contacto por rodadura en una serie de máquinas con componentes rotatorios como es el caso de reductores de velocidad ya que el coeficiente de rozamiento en pleno movimiento de rodadura se reduce en un rango de 25 a 50% que el existente en cojinetes de fricción.

Entre las principales características de los rodamientos se encuentran las siguientes: poco requerimiento de lubricante, requieren menos espacio axial y mayor espacio diametral y menor nivel de ruido en comparación a los cojinetes simples.

Los rodamientos son componentes que por lo general el proyectista de una máquina no los diseña; sin embargo debe tener en cuenta una serie de consideraciones básicas que afectan la capacidad y vida del rodamiento con el fin de elegir el mejor tipo de estos ya sea rodamiento de bolas, rodillos o agujas. Los modelos y dimensiones se deberán seleccionar de catálogos referente a estos componentes.

Algunas empresas dedicadas al diseño de rodamientos cuentan con aplicaciones web, las cuales son capaces de calcular la vida útil aproximada del rodamiento seleccionado en base de los valores ingresados de parámetros como las fuerzas que actúan en él, dimensiones, condiciones ambientales y tipo de lubricante. Las fuerzas de reacción en los apoyos, las cuales son producto de la transmisión de potencia de los elementos de máquinas señalados anteriormente deben ser calculadas para realizar una selección del rodamiento.

Para obtener los valores de las reacciones se ha planteado un modelo geométrico de un eje con dos voladizos, el cual tiene dos transmisiones mecánicas considerando que cada uno de ellos tiene tres cargas en los ejes coordenados (x, y, z).

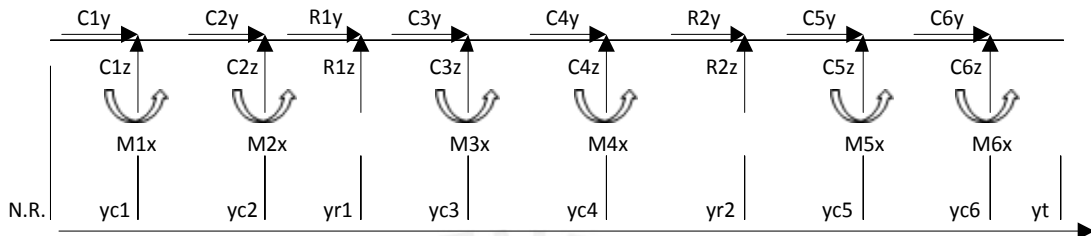


Figura 2.8.- Modelo de un eje con dos voladizos en el plano YZ

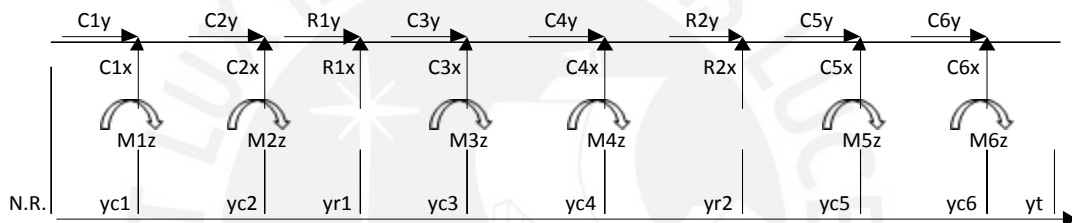


Figura 2.9.- Modelo de un eje con dos voladizos en el plano YX



Figura 2.10.- Momentos torsores en un árbol con dos voladizos

Este modelo representa de forma general la configuración axial de las distintas transmisiones mecánicas y cojinetes que puede tener un árbol bajo las consideraciones planteadas en la sección 2.1. Se considera como C_{ix} (donde $i = 1, 2, \dots, 6$) a la carga en la dirección "x", C_{iy} a la carga en la dirección "y" y finalmente C_{iz} a la carga en la dirección "z". Asimismo los momentos en las direcciones "x", "y" y "z" son representados por M_{ix} , M_{iy} y M_{iz} respectivamente; las posiciones referente a la ubicación axial de cada transmisión se designa como y_{ci} .

$$\sum F = 0$$

$$\sum M_o = 0$$

Si se aplica las ecuaciones correspondientes a la estática del sistema planteadas anteriormente se pueden obtener las siguientes expresiones, mediante las cuales se

pueden calcular las reacciones en los cojinetes R_1 y R_2 . Es importante volver a mencionar que se asume que el apoyo libre es el primero, es decir que la reacción axial es nula.

$$R_{2x} = \frac{yr_1 \cdot \sum_{i=1}^6 C_{ix} - \sum_{i=1}^6 C_{ix} \cdot yc_i + \sum_{i=1}^6 M_{iz}}{yr_2 - yr_1}$$

$$R_{1x} = -\left(R_{2x} + \sum_{i=1}^6 C_{ix}\right)$$

$$R_{2y} = -\left(\sum_{i=1}^6 C_{iy}\right)$$

$$R_{1y} = 0$$

$$R_{2z} = \frac{yr_1 \cdot \sum_{i=1}^6 C_{iz} - \sum_{i=1}^6 C_{iz} \cdot yc_i - \sum_{i=1}^6 M_{ix}}{yr_2 - yr_1}$$

$$R_{1z} = -\left(R_{2z} + \sum_{i=1}^6 C_{iz}\right)$$

Las componentes de la reacción en el primer apoyo (R_1) fueron despejadas en función de los valores de las componentes de R_2 , debido a que simplifican el proceso de la implementación del algoritmo de cálculo que se pretende desarrollar.

2.3. Fuerzas internas desarrolladas en las configuraciones empleadas para el algoritmo de diseño

El diseño de un miembro estructural o mecánico debe contemplar un análisis de la carga que actúa dentro del componente, esto con el fin de asegurar que el material sea capaz de soportar esta carga. Para determinar las cargas internas se pueden realizar dos métodos: el método de las secciones y el de áreas.

Se optó por usar el método analítico de las secciones, el cual consiste hacer pasar por el elemento una sección imaginaria en la sección seleccionada para determinar las cargas internas. Con la aplicación de lo expuesto, el elemento queda seccionado de tal

manera que las cargas internas se vuelven externas en el diagrama de cuerpo libre para ambas partes del cuerpo.

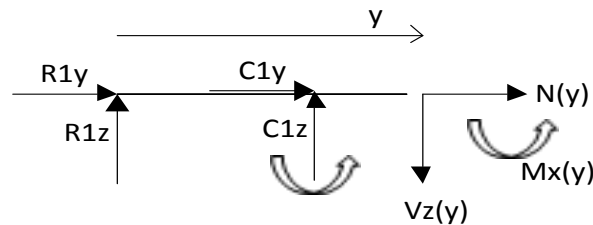


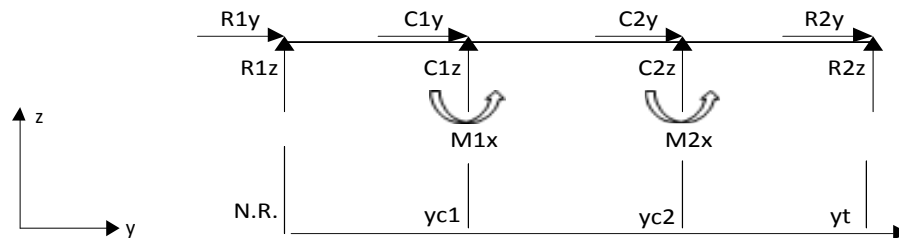
Figura 2.11.- Elemento seccionado en una posición cualquiera "y"

Debido a que el elemento en un principio se encontraba en equilibrio, las cargas internas generadas $N(y)$, $Vz(y)$, $Vx(y)$, $Mx(y)$, $Mz(y)$ y $Mt(y)$ mantendrán el equilibrio en todo momento al elemento seccionado, dependerá del diseñador elegir alguno de los tramos seccionados para determinar el valor de las cargas internas; sin embargo sea el elemento que se elija las cargas internas tendrán el mismo valor pero en sentido contrario debido a la tercera ley de Newton.

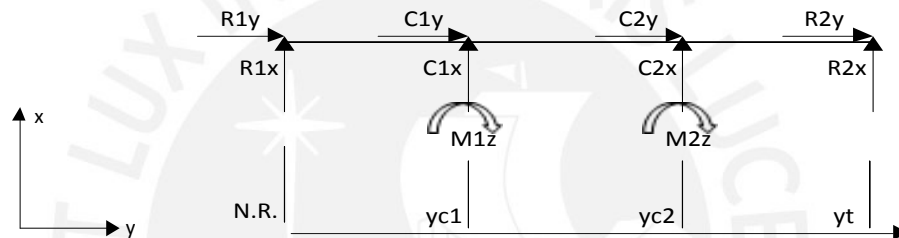
El análisis que se realiza para cada modelo de configuración de cargas planteado en la sección 2.1 consiste en calcular las cargas internas en cada sección luego de cada fuerza externa que actúe en el árbol. Los valores recopilados de cada valor que adopta cada componente de las cargas internas estarán en función de la posición "y" y además serán calculados mediante las ecuaciones de equilibrio y tomando momentos en la posición de la sección de corte con el fin de eliminar las fuerzas internas que son desconocidas en un principio. Debido a que el peso de los elementos de transmisión provocan esfuerzos cortantes puros, los cuales son despreciables en magnitud en comparación con los esfuerzos cortantes provocados por los momentos torsor y los esfuerzos normales originados por los momentos flectores, esta información será omitida en las ecuaciones de fuerzas internas. Finalmente, solo se presentan a continuación las ecuaciones de fuerzas internas correspondientes a los momentos flectores y momento torsor ya que estas son las únicas insertadas en el algoritmo de diseño.

2.3.1. Fuerzas internas en árboles simplemente apoyados

a) Diagrama de cuerpo libre



(a).- Cargas en eje sin voladizo en el plano YZ



(b).- Cargas en eje sin voladizo en el plano YX



(c).- Momentos torsores en eje sin voladizo

Figura 2.12.- Diagrama de cuerpo libre para un eje sin voladizo en diferentes planos

b) Funciones de fuerzas internas

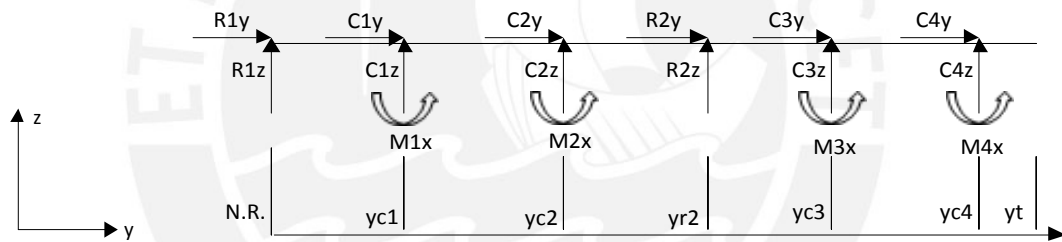
$$M_x(y) = \begin{cases} R_{1z} \cdot y & 0 \leq y < y_{c1} \\ R_{1z} \cdot y + C_{1z} \cdot (y - y_{c1}) - M_{1x} & y_{c1} \leq y < y_{c2} \\ R_{1z} \cdot y + \sum_{i=1}^2 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^2 M_{ix} & y_{c2} \leq y \leq y_t \end{cases}$$

$$Mz(y) = \begin{cases} R_{1x} \cdot y & 0 \leq y < y_{c1} \\ R_{1x} \cdot y + C_{1x} \cdot (y - y_{c1}) + M_{1z} & y_{c1} \leq y < y_{c2} \\ R_{1x} \cdot y + \sum_{i=1}^2 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^2 M_{iz} & y_{c2} \leq y \leq y_t \end{cases}$$

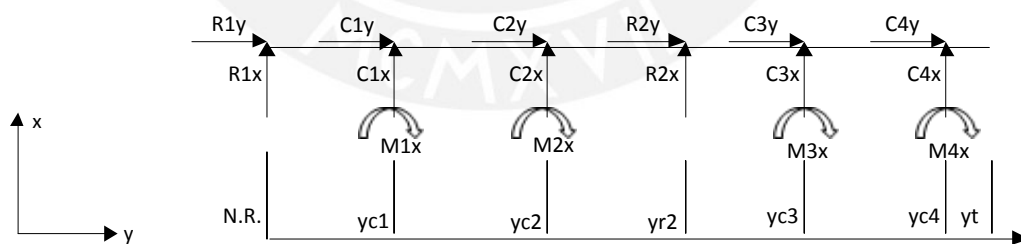
$$Mt(y) = \begin{cases} 0 & 0 \leq y < y_{c1} \\ -M_{1y} & y_{c1} \leq y < y_{c2} \\ -M_{1y} - M_{2y} & y_{c2} \leq y \leq y_t \end{cases}$$

2.3.2. Fuerzas internas en árboles con voladizo derecho

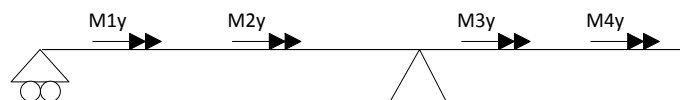
a) Diagrama de cuerpo libre



(a).- Cargas en eje con voladizo en el lado derecho en el plano YZ



(b).- Cargas en eje con voladizo en el lado derecho en el plano YX



(c).- Momentos torsores en eje con voladizo en el lado derecho

Figura 2.13.- Diagrama de cuerpo libre para un eje con voladizo en el lado derecho en diferentes planos

b) Funciones de fuerzas internas

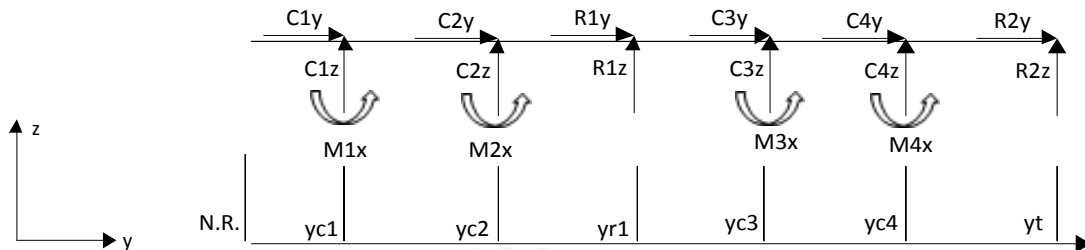
$$\begin{aligned}
 Mx(y) = & R_{1z} \cdot y & 0 \leq y < y_{c1} \\
 & R_{1z} \cdot y + C_{1z} \cdot (y - y_{c1}) - M_{1x} & y_{c1} \leq y < y_{c2} \\
 & R_{1z} \cdot y + \sum_{i=1}^2 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^2 M_{ix} & y_{c2} \leq y < y_{r2} \\
 & R_{1z} \cdot y + R_{2z} \cdot (y - y_{r2}) + \sum_{i=1}^2 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^2 M_{ix} & y_{r2} \leq y < y_{c3} \\
 & R_{1z} \cdot y + R_{2z} \cdot (y - y_{r2}) + \sum_{i=1}^3 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^3 M_{ix} & y_{c3} \leq y < y_{c4} \\
 & R_{1z} \cdot y + R_{2z} \cdot (y - y_{r2}) + \sum_{i=1}^4 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^4 M_{ix} & y_{c4} \leq y \leq y_t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Mz(y) = & R_{1x} \cdot y & 0 \leq y < y_{c1} \\
 & R_{1x} \cdot y + C_{1x} \cdot (y - y_{c1}) + M_{1z} & y_{c1} \leq y < y_{c2} \\
 & R_{1x} \cdot y + \sum_{i=1}^2 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^2 M_{iz} & y_{c2} \leq y < y_{r2} \\
 & R_{1x} \cdot y + R_{2x} \cdot (y - y_{r2}) + \sum_{i=1}^2 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^2 M_{iz} & y_{r2} \leq y < y_{c3} \\
 & R_{1x} \cdot y + R_{2x} \cdot (y - y_{r2}) + \sum_{i=1}^3 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^3 M_{iz} & y_{c3} \leq y < y_{c4} \\
 & R_{1x} \cdot y + R_{2x} \cdot (y - y_{r2}) + \sum_{i=1}^4 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^4 M_{iz} & y_{c4} \leq y \leq y_t
 \end{aligned}$$

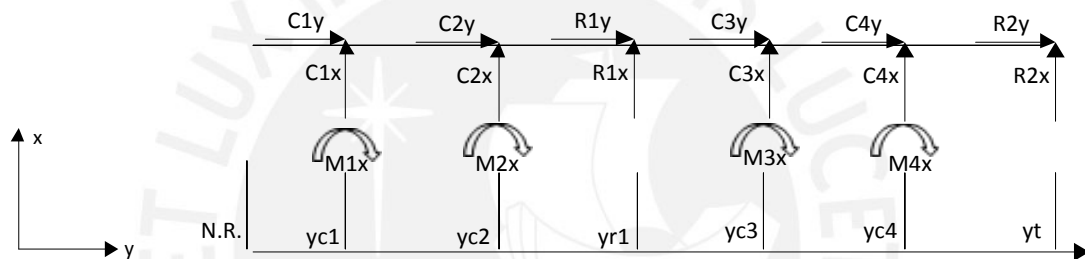
$$\begin{aligned}
 Mt(y) = & 0 & 0 \leq y < y_{c1} \\
 & -M_{1y} & y_{c1} \leq y < y_{c2} \\
 & -M_{1y} - M_{2y} & y_{c2} \leq y < y_{r2} \\
 & -M_{1y} - M_{2y} & y_{r2} \leq y < y_{c3} \\
 & -\left(\sum_{i=1}^3 M_{iy} \right) & y_{c3} \leq y < y_{c4} \\
 & -\left(\sum_{i=1}^4 M_{iy} \right) & y_{c4} \leq y \leq y_t
 \end{aligned}$$

2.3.3. Fuerzas internas en árboles con voladizo izquierdo

a) Diagrama de cuerpo libre



(a).- Cargas en eje con voladizo en el lado izquierdo en el plano YZ



(b).- Cargas en eje con voladizo en el lado izquierdo en el plano YX



(c).- Momentos torsores en eje con voladizo en el lado izquierdo

Figura 2.14.- Diagrama de cuerpo libre para un eje con voladizo en el lado izquierdo en diferentes planos

b) Funciones de fuerzas internas

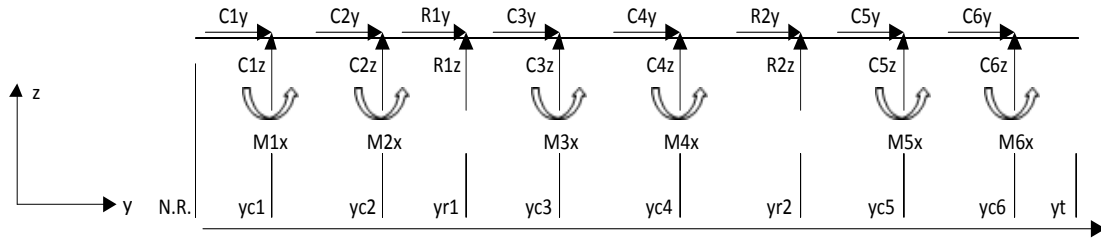
$$\begin{aligned}
 Mx(y) = & \begin{array}{ll} 0 & 0 \leq y < y_{c1} \\ C_{1z} \cdot (y - y_{c1}) - M_{1x} & y_{c1} \leq y < y_{c2} \\ \sum_{i=1}^2 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^2 M_{ix} & y_{c2} \leq y < y_{r1} \\ R_{1z} \cdot (y - y_{r1}) + \sum_{i=1}^2 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^2 M_{ix} & y_{r1} \leq y < y_{c3} \\ R_{1z} \cdot (y - y_{r1}) + \sum_{i=1}^3 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^3 M_{ix} & y_{c3} \leq y < y_{c4} \\ R_{1z} \cdot (y - y_{r1}) + \sum_{i=1}^4 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^4 M_{ix} & y_{c4} \leq y \leq y_t \end{array}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Mz(y) = & \begin{array}{ll} 0 & 0 \leq y < y_{c1} \\ C_{1x} \cdot (y - y_{c1}) + M_{1z} & y_{c1} \leq y < y_{c2} \\ \sum_{i=1}^2 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^2 M_{iz} & y_{c2} \leq y < y_{r1} \\ R_{1x} \cdot (y - y_{r1}) + \sum_{i=1}^2 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^2 M_{iz} & y_{r1} \leq y < y_{c3} \\ R_{1x} \cdot (y - y_{r1}) + \sum_{i=1}^3 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^3 M_{iz} & y_{c3} \leq y < y_{c4} \\ R_{1x} \cdot (y - y_{r1}) + \sum_{i=1}^4 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^4 M_{iz} & y_{c4} \leq y \leq y_t \end{array}
 \end{aligned}$$

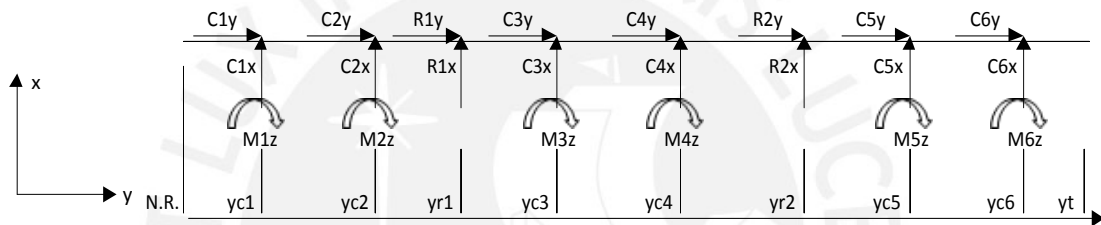
$$\begin{aligned}
 Mt(y) = & \begin{array}{ll} 0 & 0 \leq y < y_{c1} \\ -M_{1y} & y_{c1} \leq y < y_{c2} \\ -M_{1y} - M_{2y} & y_{c2} \leq y < y_{r1} \\ -M_{1y} - M_{2y} & y_{r1} \leq y < y_{c3} \\ -\left(\sum_{i=1}^3 M_{iy} \right) & y_{c3} \leq y < y_{c4} \\ -\left(\sum_{i=1}^4 M_{iy} \right) & y_{c4} \leq y \leq y_t \end{array}
 \end{aligned}$$

2.3.4. Fuerzas internas en árboles con dos voladizos

a) Diagrama de cuerpo libre



(a).- Cargas en eje con dos voladizos en el plano YZ



(b).- Cargas en eje con dos voladizos en el plano YX



(c).- Momentos torsesores en eje con dos voladizos

Figura 2.15.- Diagrama de cuerpo libre para un eje con voladizo en el lado izquierdo en diferentes planos

b) Funciones de fuerzas internas

$$\begin{aligned}
 Mx(y) = & \begin{array}{ll}
 0 & 0 \leq y < y_{c1} \\
 C_{1z} \cdot (y - y_{c1}) - M_{1x} & y_{c1} \leq y < y_{c2} \\
 \sum_{i=1}^2 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^2 M_{ix} & y_{c2} \leq y < y_{r1} \\
 R_{1z} \cdot (y - y_{r1}) + \sum_{i=1}^2 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^2 M_{ix} & y_{r1} \leq y < y_{c3} \\
 R_{1z} \cdot (y - y_{r1}) + \sum_{i=1}^3 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^3 M_{ix} & y_{c3} \leq y < y_{c4} \\
 R_{1z} \cdot (y - y_{r1}) + \sum_{i=1}^4 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^4 M_{ix} & y_{c4} \leq y \leq y_{r2} \\
 \sum_{i=1}^2 R_{iz} \cdot (y - y_{ri}) + \sum_{i=1}^4 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^4 M_{ix} & y_{r2} \leq y \leq y_{c5} \\
 \sum_{i=1}^2 R_{iz} \cdot (y - y_{ri}) + \sum_{i=1}^5 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^5 M_{ix} & y_{c5} \leq y \leq y_{c6} \\
 \sum_{i=1}^2 R_{iz} \cdot (y - y_{ri}) + \sum_{i=1}^6 C_{iz} \cdot (y - y_{ci}) - \sum_{i=1}^6 M_{ix} & y_{c6} \leq y \leq y_t
 \end{array}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Mz(y) = & \begin{array}{ll}
 0 & 0 \leq y < y_{c1} \\
 C_{1x} \cdot (y - y_{c1}) + M_{1z} & y_{c1} \leq y < y_{c2} \\
 \sum_{i=1}^2 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^2 M_{iz} & y_{c2} \leq y < y_{r1} \\
 R_{1x} \cdot (y - y_{r1}) + \sum_{i=1}^2 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^2 M_{iz} & y_{r1} \leq y < y_{c3} \\
 R_{1x} \cdot (y - y_{r1}) + \sum_{i=1}^3 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^3 M_{iz} & y_{c3} \leq y < y_{c4} \\
 R_{1x} \cdot (y - y_{r1}) + \sum_{i=1}^4 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^4 M_{iz} & y_{c4} \leq y \leq y_{r2} \\
 \sum_{i=1}^2 R_{ix} \cdot (y - y_{ri}) + \sum_{i=1}^4 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^4 M_{iz} & y_{r2} \leq y \leq y_{c5} \\
 \sum_{i=1}^2 R_{ix} \cdot (y - y_{ri}) + \sum_{i=1}^5 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^5 M_{iz} & y_{c5} \leq y \leq y_{c6} \\
 \sum_{i=1}^2 R_{ix} \cdot (y - y_{ri}) + \sum_{i=1}^6 C_{ix} \cdot (y - y_{ci}) + \sum_{i=1}^6 M_{iz} & y_{c6} \leq y \leq y_t
 \end{array}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
 0 & 0 \leq y < y_{c1} \\
 -M_{1y} & y_{c1} \leq y < y_{c2} \\
 -M_{1y} - M_{2y} & y_{c2} \leq y < y_{r1} \\
 -M_{1y} - M_{2y} & y_{r1} \leq y < y_{c3} \\
 -\left(\sum_{i=1}^3 M_{iy}\right) & y_{c3} \leq y < y_{c4} \\
 -\left(\sum_{i=1}^4 M_{iy}\right) & y_{c4} \leq y \leq y_{r2} \\
 -\left(\sum_{i=1}^4 M_{iy}\right) & y_{r2} \leq y \leq y_{c5} \\
 -\left(\sum_{i=1}^5 M_{iy}\right) & y_{c5} \leq y \leq y_{c6} \\
 -\left(\sum_{i=1}^6 M_{iy}\right) & y_{c6} \leq y \leq y_t
 \end{array}$$

2.4. Esfuerzos de trabajo en árboles

Como se observó anteriormente, las transmisiones mecánicas generan fuerzas radiales, tangenciales y axiales. Estas fuerzas a su vez generan en el árbol esfuerzos de tipo normal y cortante.

Si se toma como referencia el modelo planteado en la sección 2.2.6. (Modelo de un eje con dos voladizos) y realizamos un corte en una posición arbitraria “y” es posible analizar la sección para saber qué punto es el que requiere una mayor solitud de resistencia a los esfuerzos. Esto puede apreciarse de mejor manera en la siguiente ilustración.

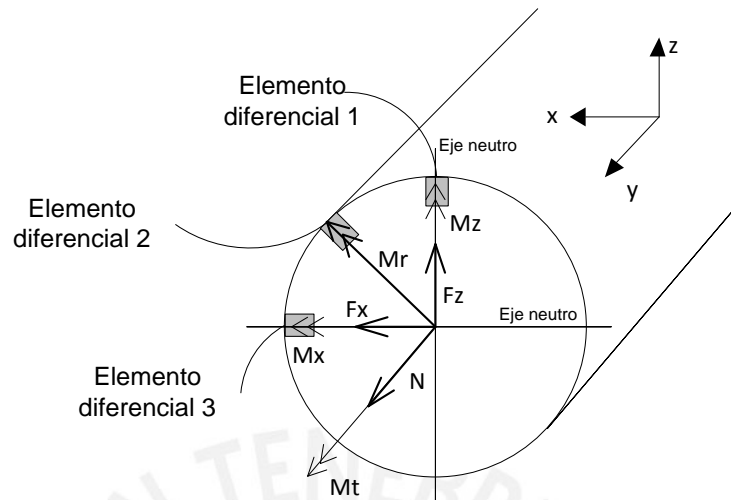


Figura 2.16.- Cargas internas en una sección determinada de un árbol intermedio de un reductor

Se han seleccionado tres caras frontales de elementos diferenciales, los cuales representan los puntos más críticos de la sección analizada; sin embargo para haber elegido estos puntos se han tenido que recurrir a ciertas condiciones que propone un procedimiento más práctico para el análisis.

En primer lugar, los esfuerzos normales y cortantes provocados por carga axial y de corte puro respectivamente, pueden ser despreciados si es que son mucho menor en magnitud que los esfuerzos generados por cargas de momento flector y torsor.

De acuerdo a esto en [1] se plantea que los esfuerzos axiales sobre árboles originados por las componentes axiales de las fuerzas de transmisión de engranajes helicoidales casi siempre son despreciables respecto al esfuerzo de flexión. [1: pp. 350]

Asimismo, el aporte de esfuerzo de una carga de corte pura se puede despreciar si se compara con el esfuerzo originado por un momento torsor o flector, esto según Hibbeler [10: pp. 578]. Por otro lado, resulta factible diseñar un algoritmo e implementarlo si es que se desprecian los esfuerzos provocados por carga axial y carga de corte. Esto último se debe a que el hecho de considerar estos esfuerzos genera una ecuación de sexto grado, la cual requiere un análisis matemático adicional para obtener sus raíces; sin embargo esto es innecesario ya que se comprobó que estos esfuerzos pueden despreciarse sin afectar de manera significativa los resultados.

El punto más crítico es el que es representado por el segundo elemento diferencial, porque está compuesto de un esfuerzo normal originado por la resultante de los momentos de flexión (M_r) y un esfuerzo de corte provocado por el momento de torsión, lo cual lo convierte en el punto más crítico de la sección analizada.

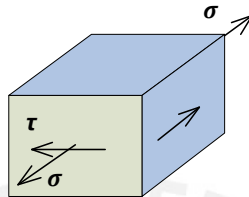


Figura 2.17.- Estado general de esfuerzos del segundo elemento diferencial

Las condiciones de esfuerzos a la que está sometido este elemento de volumen diferencial servirán para hallar los esfuerzos principales y posteriormente obtener el valor numérico del diámetro requerido en la sección de interés mediante el uso del esfuerzo equivalente según el criterio de falla de Von Mises.

CAPITULO 3

DESARROLLO DEL ALGORITMO PARA EL DISEÑO DE ÁRBOLES

El objetivo general del presente trabajo consiste en desarrollar un algoritmo, el cual permita calcular y obtener los parámetros de diseño principales que definen a un árbol. Para alcanzar este objetivo es necesario que se estudie y ordenen en un determinado orden de aparición los parámetros de diseño. En [3: pp. 60] se habla de un estudio mediante el cual se determinaron los parámetros de mayor importancia que definen de manera general el diseño de un árbol.

- 1- Revoluciones por minuto a la que gira el árbol
- 2- Propiedades del material de fabricación
- 3- Potencia que transmite el árbol
- 4- Elementos o transmisiones asentados en el árbol (engranajes, poleas, entre otros).
- 5- Dimensiones del árbol
- 6- Tipos de escalones (cilíndrico, cónico o dentado)
- 7- Características funcionales

Los resultados del estudio mencionado arrojaron que las siete características mencionadas anteriormente fueron las de mayor importancia; sin embargo, se encontraron algunas características adicionales como el grado de tolerancia, acabado superficial y la presencia de roscas, canales chaveteros, biseles, ranuras, radios, agujeros, entre otros.

A través del uso del algoritmo se puede calcular un parámetro de dimensión, el diámetro correspondiente a cada tramo, mientras que los demás parámetros deberán ser considerados como datos de entrada. Esto último se debe a que para hallar el diámetro requerido en una sección determinada es necesario conocer los demás

parámetros de diseño tales como: velocidad de giro, material, potencia de transmisión, transmisiones mecánicas acopladas, forma constructiva del árbol.

De lo explicado anteriormente se puede enunciar lo siguiente:

Datos de entrada: velocidad de giro, propiedades del material, potencia que se transmite, transmisiones mecánicas o cargas externas y forma constructiva del árbol.

Datos de salida: diámetro requerido en cada sección del árbol mediante un análisis estático y el factor de seguridad a la fatiga.

Existen muchos más parámetros de entrada y de salida; sin embargo estos son parámetros auxiliares o secundarios debido a que son utilizados para calcular los principales datos de salida (diámetros de cada sección). Según [2: pp. 3], los algoritmos están compuestos de tres etapas o módulos fundamentales: el primer módulo consiste en los procedimientos necesarios para la adquisición de datos, el segundo módulo se basa en las operaciones lógicas o matemáticas para obtener los resultados de la solución y finalmente el tercer módulo representa un conjunto de acciones u operaciones que viabilice la comunicación de resultados al entorno exterior. No obstante, el algoritmo que se pretende desarrollar tiene una estructura diferente ya que el proceso de adquisición de datos ocurre en diferentes momentos. Esto se ejecuta de esta manera por un tema de orden al realizar la lectura de datos según sea la etapa de diseño en la que se encuentre el usuario.

Para el desarrollo del algoritmo se utilizara la técnica *Top-Down*, también conocida como técnica del diseño descendente. Esta técnica consiste en dividir el problema principal en subproblemas con una menor complejidad individual, estos también pueden ser divididos hasta que se llegue a un nivel de detalle óptimo para la resolución de cada uno de estos. La ventaja principal de la aplicación de esta técnica consiste en tener en cuenta pequeños detalles en la solución de un problema que generalmente se pierden si este se resuelve de manera directa.

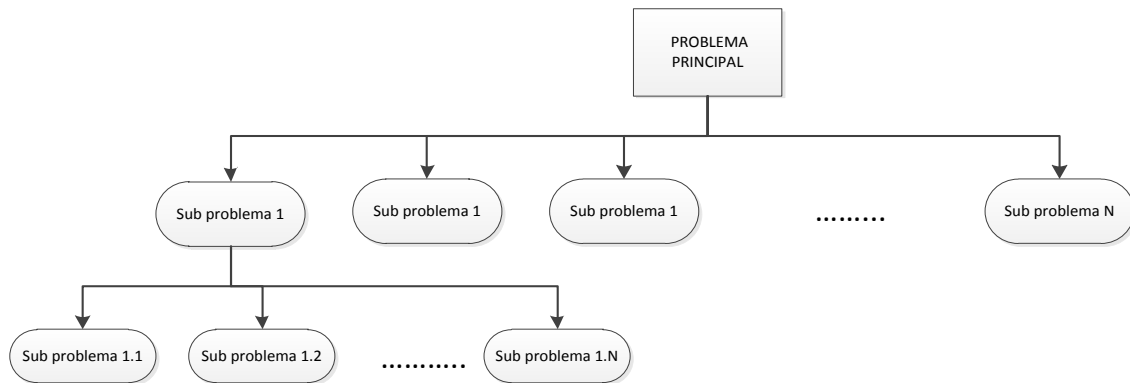


Figura 3.1.- Esquemización de la técnica *Top Down*

En el esquema mostrado en la figura anterior, cada subproblema representa un módulo. Asimismo, el *Top Down* no solo se utiliza en el diseño de un algoritmo, también es usada durante la implementación del mismo. Una vez que un subproblema es resuelto el flujo del procedimiento vuelve a la rama inmediatamente superior para proseguir con el siguiente problema.

Durante el desarrollo del algoritmo se utilizarán diferentes datos, los cuales no necesariamente son del mismo tipo. El tipo de dato a emplear dependerá de la función que se espere de cada variable. A continuación se explicará algunas clases de datos que se utilizarán.

En primer lugar, los datos numéricos son aquella información numérica comprendida en el rango de los enteros y reales. Por otro lado, los datos alfanuméricos son aquellos que contienen un carácter o una cadena de caracteres, estos datos pueden contener letras del abecedario, dígitos o símbolos especiales, estos a su vez deben estar encerrados entre comillas. Finalmente, los datos lógicos son aquellos que pueden tomar dos valores verdadero o falso.

La información de tipo constante son aquellas que no varían a lo largo de la ejecución del algoritmo, estos pueden ser de tipo numérico, alfanumérico o booleano (dato tipo lógico). Las variables, al igual que las constantes pueden contener los mismos tipos de datos; sin embargo estos pueden cambiar su valor durante la ejecución del algoritmo.

Las múltiples variables que serán utilizadas en el algoritmo deberán ser empleadas en el Sistema Internacional de Unidades, debido a que el algoritmo es de naturaleza cuantitativa. Para elegir las unidades a emplear en los datos que nos proporcionen

información de dimensión, masa, tiempo y sus respectivas unidades derivadas como potencia, velocidad y fuerza se tomó como en cuenta las unidades utilizadas usualmente en textos bibliográficos relacionados al diseño en Ingeniería Mecánica.

3.1. Desarrollo general del algoritmo

Se desarrollaron cuatro módulos en el algoritmo, los cuales tendrán la función de recopilar y calcular una serie de variables que intervienen en el proceso de la obtención del diseño de un árbol.

- Propiedades del material y velocidad de giro
- Configuración de cargas
- Análisis de resistencia estática
- Análisis de resistencia a la fatiga

De acuerdo a la técnica *Top Down*, el algoritmo general se desarrollará según el diagrama mostrado a continuación (figura 3.2).

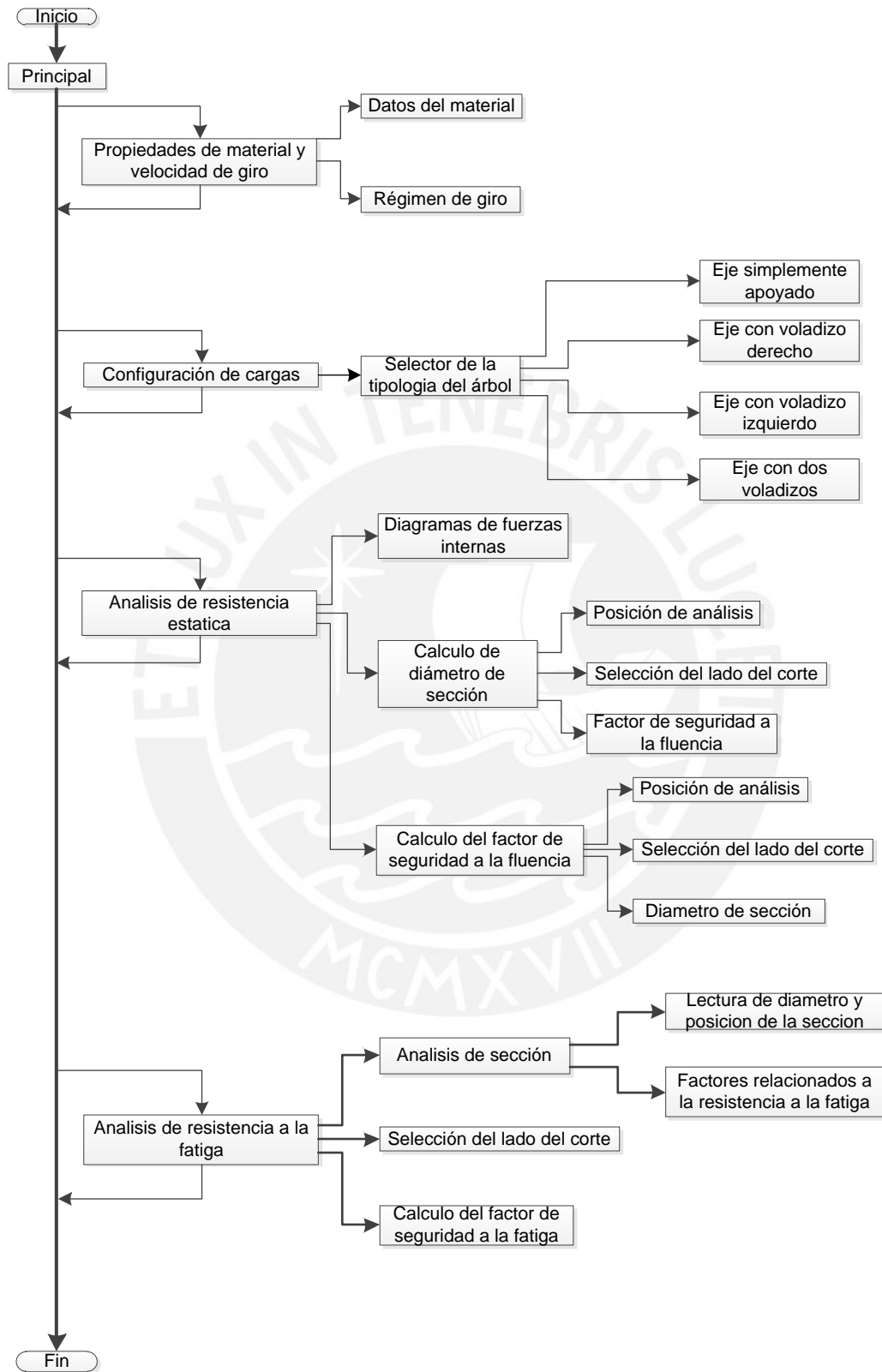


Figura 3.2.- Diagrama de flujo del algoritmo para el diseño de árboles de reductores de engranajes cilíndricos

Como se ha mostrado en el diagrama de flujo anteriormente presentado, el algoritmo se ha estructurado de esta manera debido a que cada uno de estos módulos se encarga de recopilar algunos datos de entrada y calcular la magnitud de algunas variables concernientes a cada etapa del diseño, esto con el fin de obtener los datos de salida requeridos.

Asimismo, los módulos que integran el algoritmo principal (módulos de segundo nivel) cuentan a su vez con otros módulos que los conforman, en estos ocurre el cálculo y recopilación de variables involucradas en el proceso de diseño. A continuación se explicara detalladamente el diagrama de flujo presentado.

Primera etapa: Propiedades de material y datos de operación

- Leer los datos de las propiedades mecánicas del material.
- Leer la velocidad de giro.

Segunda etapa: Configuración de cargas

- Identificar la tipología del árbol que ha seleccionado el usuario.
- Leer la longitud del árbol
- Leer la posición de los puntos de apoyo.
- Identificar el tipo de transmisión que ha seleccionado el usuario
- Identificar el tipo de cargas que se ha seleccionado (engranaje recto, engranaje helicoidal, polea, carga genérica o ninguno).
- Leer los datos requeridos de las transmisiones mecánicas. Esto con el fin de realizar el cálculo de las fuerzas de transmisión.
- Calcular las fuerzas de transmisión utilizando las expresiones planteadas en la sección (2.2).
- Asignar las magnitudes de las fuerzas de transmisión a las variables correspondientes a las cargas externas en el árbol (C_{ix} , C_{iy} , C_{iz} , M_{ix} , M_{iy} , M_{iz}).
- Calcular la magnitud de las reacciones en los puntos de apoyo utilizando la expresión planteada en la sección (2.2.6)

Tercera etapa: Análisis de resistencia estática

- Identificar la tipología de árbol seleccionada por el usuario para poder asignar las expresiones correspondientes de fuerzas internas (sección 2.3) a las variables (M_{xre} , M_{yre} y M_{zre}).
- Graficar los diagramas de fuerzas internas (opcional).
- Leer la posición de la sección de análisis.
- Identificar el lado del corte de sección seleccionado por el usuario.

En función de lo que se requiera calcular se tienen dos opciones:

Opción 1:

- Leer el factor de seguridad ingresado por el usuario.
- Calcular el diámetro en la sección de análisis.

Opción 2:

- Leer el diámetro de la sección de análisis
- Calcular el factor de seguridad a la fluencia

Cuarta etapa: Análisis de resistencia a la fatiga

- Leer las características de forma y operación en la sección de análisis.
- Calcular los factores que modifican el límite de resistencia a la fatiga.
- Calcular el límite de resistencia a la fatiga modificado
- Identificar el lado del corte de sección seleccionado por el usuario.
- Calcular el factor de seguridad a la fatiga.

3.2. Descripción de los módulos del algoritmo

En esta sección se explica con más detalle el funcionamiento interno de los cuatro módulos que encabezan las etapas mencionadas.

3.2.1. Primera etapa: propiedades del material y velocidad de giro

Este módulo se encarga de realizar las lecturas de las propiedades mecánicas del material y la velocidad de giro del árbol. En el caso del tipo de material se ofrece dos tipos de materiales AISI/SAE 1045 y A570 Gr.50, también es posible que el usuario

ingrese de manera independiente los valores de las propiedades mecánicas del material (resistencia a la fluencia, resistencia a la fatiga, esfuerzo último de tracción).

Datos de entrada: Resistencia a la fluencia “sf” (MPa)
Resistencia última de tracción “su” (MPa)
Resistencia a la fatiga “sa” (MPa)
Velocidad de giro “n” (rpm)

Datos de salida: Velocidad de giro “n” (rad/s)

El procedimiento para ejecutar este módulo es el siguiente:

- 1- Leer los datos de las propiedades mecánicas del material: el algoritmo debe identificar si el usuario ha seleccionado algún tipo de material ofrecido en la lista pertinente. En caso contrario, el algoritmo deberá leer los datos que ingrese el usuario correspondiente a las propiedades mecánicas.
- 2- Leer la velocidad de giro

3.2.2. Segunda etapa: Configuración de cargas

El objetivo principal de este módulo consiste en calcular las cargas externas que actúan en el árbol. Esto con el fin de obtener un diagrama de cuerpo libre del elemento y de esta manera obtener las expresiones de fuerzas internas.

Datos de entrada: Longitud del árbol “yt” (mm)
Posición de los apoyos “yr1” e “yr2” (mm)
Posición de la carga aplicada “yci” (mm)
Potencia que transmite el elemento acoplado “pci” (kW)
Modulo normal del engranaje “mod_i” (mm)
Angulo de presión normal “angpres_i” (°)
Angulo de hélice “angheli_i” (°)
Numero de dientes z_i
Fuerza de mayor tensión en la polea “f1p_i” (N)
Fuerza de menor tensión en la polea “f2p_i” (N)
Diámetro de polea menor “dp_{1i}” (mm)

Diámetro de polea mayor " dp_{2i} " (mm)

Distancia entre centros " d_{ecp} " (mm)

Angulo con la horizontal $teta_{hp_i_pol_i}$ ($^{\circ}$)

Datos de Salida: Reacción en el apoyo 1 en la dirección "x", " R_{1x} " (N)
 Reacción en el apoyo 1 en la dirección "y", " R_{1y} " (N)
 Reacción en el apoyo 1 en la dirección "z", " R_{1z} " (N)
 Reacción en el apoyo 2 en la dirección "x", " R_{2x} " (N)
 Reacción en el apoyo 2 en la dirección "y", " R_{2y} " (N)
 Reacción en el apoyo 2 en la dirección "z", " R_{2z} " (N)

Donde "i" pertenece al intervalo (1,2...6), ya que el usuario puede agregar al diseño un máximo de dos puntos de carga en el caso de un árbol simplemente apoyado, cuatro puntos de carga como máximo en aquellas configuraciones con un voladizo y seis puntos de carga en la configuración con dos voladizos. En caso que el usuario seleccione la opción "carga genérica" las variables c_{ix} , c_{iy} , c_{iz} , m_{ix} , m_{iy} , m_{iz} serán consideradas como datos de entrada. Si esta opción no es seleccionada entonces estas variables son consideradas datos de salida que se calculan mediante las ecuaciones de la sección (2.2).

Es necesario aclarar que el algoritmo considera diversas alternativas respecto a la configuración de cargas. Esto con el fin de desarrollar un algoritmo que pueda servir para diferentes casos que el usuario desee diseñar. De esta manera, en base a los tipos de árboles, se han estudiado las variaciones que pueden resultar en la etapa donde se añaden las cargas o transmisiones. Estas variaciones de arreglo o configuraciones de cargas se muestran a continuación.

- 1) Árbol simplemente apoyado
 - a) Una carga agregada

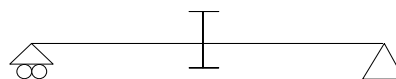


Figura 3.3.- Esquema de árbol simplemente apoyado con una carga

b) Dos cargas agregadas

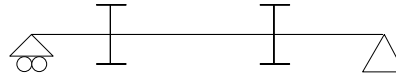


Figura 3.4.- Esquema de árbol simplemente apoyado con dos cargas agregadas

2) Árbol con voladizo en el lado derecho

a) Una carga en cada vano



Figura 3.5.- Esquema de árbol con voladizo derecho con una carga por vano

b) Una carga en el primer vano y dos cargas en el segundo vano



Figura 3.6.- Esquema de árbol con voladizo derecho con una carga en primer vano y dos cargas en segundo vano

c) Dos cargas en el primer vano y una carga en el segundo vano

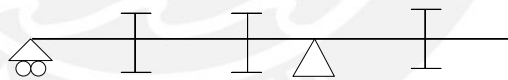


Figura 3.7.- Esquema de árbol con voladizo derecho con dos cargas en primer vano y una carga en el segundo vano

d) Dos cargas en cada vano

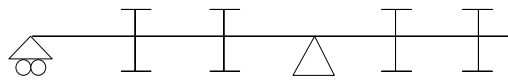


Figura 3.8.- Esquema de árbol con voladizo derecho y dos cargas en cada vano

3) Árbol con voladizo en el lado izquierdo

- a) Una carga en cada vano

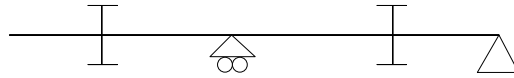


Figura 3.9.- Esquema de árbol con voladizo izquierdo y una carga en cada vano

- b) Una carga en el primer vano y dos cargas en el segundo vano

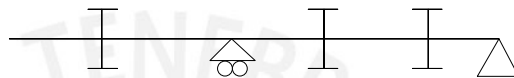


Figura 3.10.- Esquema de árbol con voladizo izquierdo con una carga en primer vano y dos cargas en segundo vano

- c) Dos cargas en el primer vano y una carga en el segundo vano

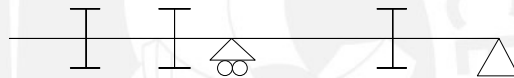


Figura 3.11.- Esquema de árbol con voladizo izquierdo con dos cargas en primer vano y una carga en segundo vano

- d) Dos cargas en cada vano

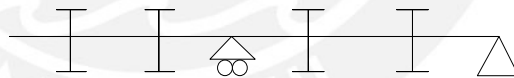


Figura 3.12.- Esquema de árbol con voladizo izquierdo y dos cargas en cada vano

4) Árbol con dos voladizos

- a) Una carga en cada vano

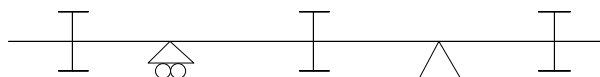


Figura 3.13.- Esquema de árbol con dos voladizos y una carga en cada vano

- b) Una carga en primer vano, una carga en segundo vano, sin carga en tercer vano

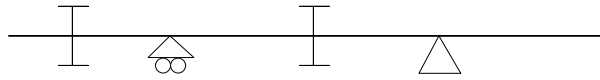


Figura 3.14.- Esquema de árbol con dos voladizos, una carga en primer vano, una carga en segundo vano y sin carga en el tercer vano

- c) Sin carga en primer vano, una carga en segundo vano, una carga en tercer vano

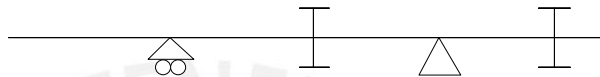


Figura 3.15.- Esquema de árbol con dos voladizos, sin carga en primer vano, una carga en segundo vano y una carga en el tercer vano

Las expresiones de fuerzas internas de estas variaciones del tipo de árbol según el número de cargas agregadas, se obtienen modificando según sea el caso las expresiones de la sección (2.3).

El procedimiento para la ejecución de este módulo procede de la siguiente manera:

- 1- Identificar la tipología: el algoritmo debe identificar el tipo de árbol que se desea diseñar (simplemente apoyado, con un voladizo y con dos voladizos). Esto se realiza mediante la lectura de variables, las cuales adquieren el valor de "1" si son seleccionadas y "0" si no lo son. Es importante que el algoritmo detecte que tipología ha seleccionado el usuario, porque de esta manera se puede aplicar las condiciones de la geometría de la tipología.
- 2- Leer la longitud del árbol.
- 3- Leer la posición de la fuerza o transmisión agregada por el usuario.
- 4- Leer los parámetros de las transmisiones mecánicas: En caso que se haya seleccionado la opción de carga genérica entonces se deberán leer las fuerzas generadas en las tres direcciones del sistema de referencia (x y z).
- 5- Calcular las fuerzas de transmisión de cada elemento agregado por el usuario utilizando las expresiones de la sección 2.2 según corresponda.

- 6- Calcular las variables de cargas externas (C_{ix} , C_{iy} , C_{iz} , M_{ix} , M_{iy} , M_{iz}): estas variables deben ser calculadas por el algoritmo mediante el traslado de las fuerzas desde el punto de contacto hasta el punto contenido en el árbol. De esta manera el valor de las fuerzas de transmisión son asignadas a las variables C_{ix} , C_{iy} y C_{iz} , mientras que los pares (M_{ix} , M_{iy} , M_{iz}) se calculan utilizando el producto de fuerza por distancia.
- 7- Calcular las reacciones en los puntos de apoyo: luego que el algoritmo haya obtenido el valor de las cargas externas, debe proceder a calcular las reacciones en los apoyos utilizando las expresiones de la sección 2.2.6.

3.2.3. Tercera etapa: Análisis de resistencia estática

El modulo del análisis a la resistencia estática tiene como objetivo obtener el diámetro requerido en una sección determinada o el factor de seguridad a la fluencia de un árbol considerando solo las cargas estáticas.

Para conseguir este objetivo se utilizaran las variables obtenidas en la primera y segunda etapa anteriormente explicada. Debido a que en estas se recopiló la información pertinente a las propiedades mecánicas del material y todas las cargas que actúan en el árbol.

Datos de entrada: Cargas externas C_{ix} , C_{iy} , C_{iz} , M_{ix} , M_{iy} y M_{iz} (N)
Posición de la sección de análisis “ y_e ” (mm)
Factor de seguridad a la fluencia “ $fsre$ ”
Diámetro de la sección de análisis “ d_{minre} ” (mm)

Datos de salida: Diámetro de la sección de análisis “ d_{minre} ” (mm)
Factor de seguridad a la fluencia “ $fsre$ ”

Se debe aclarar que tanto el diámetro de la sección de análisis y el factor de seguridad a la fluencia pueden ser datos de entrada o salida, esto se definirá en función de lo que el usuario desee calcular utilizando la “opción 1” u “opción 2”.

Las instrucciones que deberán ejecutarse en este módulo son las siguientes:

- 1- Identificar la tipología y el número de cargas agregadas: el algoritmo debe identificar cuantas cargas fueron agregadas por el usuario y la tipología seleccionada. Esto con el fin de asignar las expresiones de fuerzas internas a las variables M_{xre} , M_{yre} y M_{zre} . Donde M_{xre} representa al momento flector en el plano YZ, M_{zre} al momento flector en el plano YX y M_{yre} al momento torsor.
- 2- Graficar el diagrama de fuerzas internas: este paso es opcional; sin embargo ayuda al usuario a identificar en donde ocurren los picos de carga para analizar la resistencia bajo cargas estáticas.
- 3- Leer la posición de análisis: el usuario debe ingresar la posición de la sección “ye”, en la cual desee obtener el diámetro requerido.
- 4- Identificar el lado del corte de sección: el usuario debe especificar el lado del corte de sección con el cual realizara el análisis. La identificación de este dato se realiza con un método similar a la identificación de la tipología del árbol.

Opción 1:

- 5- Leer el factor de seguridad ingresado por el usuario
- 6- Calcular el diámetro: el cálculo del diámetro requerido en la sección de análisis se realizara según la teoría de falla de Von Misses.

Opción 2:

- 7- Leer el diámetro de la sección de análisis.
- 8- Calcular el factor de seguridad a la fluencia (si el factor es menor que la unidad significara que falla por fluencia, por tal motivo debe de cambiar el tamaño del diámetro).

3.2.4. Cuarta etapa: Análisis de resistencia a la fatiga

Este módulo tiene como objetivo obtener el factor de seguridad a la fatiga en la sección de análisis. Esto a partir de la información ingresada a través del usuario acerca de la sección. El cálculo que realice el algoritmo para obtener el factor de seguridad, se realiza utilizando el criterio de Goodman modificado.

Datos de entrada:	Posición de análisis “y” (mm)
	Diámetro de la sección “d” (mm)
	Factor geométrico de concentración de esfuerzos a la flexión “alfakflex”
	Factor geométrico de concentración de esfuerzos a la torsión “alfaktor”
	Radio de entalla “r” (mm)
	Diámetro de la sección mayor “D” (mm)
Datos de salida:	Factor de superficie “k _a ”
	Factor de tamaño “k _b ”
	Factor de carga “k _c ”
	Factor de temperatura “k _d ”
	Factor de confiabilidad “k _e ”
	Factor efectivo de concentración de esfuerzos a la flexión “betakflex”
	Factor efectivo de concentración de esfuerzos a la torsión “betaktor”
	Factor de seguridad a la fatiga “fsfat”

Los factores efectivos de concentración de esfuerzos por lo general son datos de salida; sin embargo cuando el usuario elige la unión por canal chavetero estos factores deben ser leídos por el algoritmo como un dato de entrada.

A continuación se explica el procedimiento de ejecución de la cuarta etapa:

- 1- Leer datos característicos de la sección de análisis: la ejecución de este proceso está compuesto en los siguientes pasos.
 - a) Leer diámetro y posición de la sección de análisis
 - b) Identificar el acabado superficial: se debe identificar el acabado superficial seleccionado por el usuario. Debido a que existen varias opciones, la identificación puede realizarse asignando el valor de “1” a cada opción seleccionada y “0” a la que no lo es. De esta manera el algoritmo puede

leer el valor de la variable que representa a cada opción para verificar si fue seleccionada o si no lo fue.

- c) Calcular el factor de tamaño: este factor es calculado en función del tamaño del diámetro (ver Anexo A.1).
- d) Calcular el factor de temperatura: este factor es calculado mediante la lectura de la temperatura. Se debe considerar que el usuario ingresa la temperatura en grados centígrados; sin embargo el algoritmo internamente convierte las unidades a °F. Luego se procede a calcular el factor de temperatura (ver Anexo A.1).
- e) Calcular el factor de carga: el usuario debe elegir qué tipo de carga predomina en la sección de análisis. Luego, el algoritmo debe identificar que opción fue seleccionada o activada. De acuerdo a la opción seleccionada, se asignara el valor apropiado a " k_c " (ver Anexo A.1).
- f) Calcular el factor de confiabilidad: en primer lugar, el usuario debe seleccionar el nivel de confiabilidad. Luego, el algoritmo debe identificar que alternativa fue seleccionada. Finalmente, el algoritmo debe leer el valor que se le asigna a " k_e " (ver Anexo A.1).
- g) Identificar el tipo de discontinuidad: el usuario debe seleccionar el tipo de discontinuidad que se presenta.
- h) Leer el radio de entalla y el diámetro mayor contiguo a la sección de análisis.
- i) Calcular las relaciones geométricas que se utilizaran en las gráficas de cálculo del factor geométrico de concentración de esfuerzos.
- j) Calcular los factores geométricos de concentración de esfuerzos por flexión y torsión.
- k) Calcular el factor efectivo de concentración de esfuerzos: el cálculo se realiza utilizando la expresión correspondiente (Ver sección 1.1.2). Por otro lado, en caso que el usuario seleccione "unión por chaveta", se lee el factor efectivo de concentración de esfuerzos.

- 2- Identificar el lado seleccionado del corte de sección: si el usuario selecciona el lado izquierdo del corte se asigna "0" a la variable que lo representa. En el caso que se seleccione el lado derecho, se asigna "1" a la variable.
- 3- Calcular el momento flector en el plano YZ para la posición "y".
- 4- Calcular el momento flector en el plano YX para la posición "y".
- 5- Calcular el momento torsor para la posición "y".
- 6- Calcular la componente media del esfuerzo para la posición "y".
- 7- Calcular la componente alternante del esfuerzo para la posición "y".
- 8- Calcular el esfuerzo de resistencia a la fatiga modificado.
- 9- Calcular el factor de seguridad a la fatiga para la posición "y". Si el factor de seguridad es menor a los valores recomendados en la sección 1.1.2, entonces se deberá de cambiar algunos parámetros de la sección.

3.3. Implementación del algoritmo

El algoritmo desarrollado a lo largo del presente trabajo tiene una mayor utilidad si es implementado como un programa computacional. Esto se debe a que a través de la automatización de la ejecución de las instrucciones, los cálculos pueden realizarse de una manera más rápida por medio de un procesador de datos.

A través de la implementación del algoritmo surge el programa PRODIAT (Programa para el Diseño de Árboles de Transmisión). Este programa, el cual está desarrollado mediante un IDE (*Integrated Development Environment*) tiene como objetivo evaluar la resistencia de árboles para reductores de engranajes cilíndricos

3.3.1. Selección del entorno de desarrollo integrado (IDE)

Se ha utilizado este entorno de desarrollo integrado debido a que este ofrece una variedad de posibilidades respecto al lenguaje de programación. Como se ha mencionado en varias ocasiones, el presente trabajo forma parte de un proyecto de mayor complejidad. Dicho proyecto debe funcionar desde Autodesk Inventor

Profesional; sin embargo para conseguir dicha característica, los módulos que comprendan el proyecto deben ser programados en Visual Studio.

Autodesk Inventor Profesional es un software para el diseño y simulación de piezas y ensambles de estructuras. Detrás de las ventanas que visualiza el usuario en un programa existe el código de programación, el cual es el encargado de realizar las instrucciones de ejecución. Estas instrucciones son las pautas que dicta un algoritmo, en el presente caso es el algoritmo del cual se habla en el tercer capítulo de este trabajo.

En el manual en línea “*My First Plug-in Training*” se muestran lecciones de cómo realizar aplicaciones para Autodesk Inventor. En este manual vía web, se señala que las aplicaciones pueden ser desarrolladas desde cualquier versión del programa Visual Studio; sin embargo no señala que este IDE sea el único medio para poder crear aplicaciones en Autodesk Inventor.

Se optó por elegir Microsoft Visual Studio 2012 como IDE para la implementación del algoritmo. Esto se debe a que según el manual mencionado, se puede tener la garantía que programando en este IDE la aplicación desarrollada será compatible en Autodesk Inventor.

El IDE en cuestión ofrece muchas ventajas al programador, entre las cuales se pueden mencionar las siguientes:

- Soporta múltiples lenguajes de programación como VB.NET, C#, C++, entre otros.
- Funciona para sistemas operativos de Microsoft Windows.
- Permite crear aplicaciones a nivel escritorio y tipo web.

3.3.2. Elección del lenguaje de programación

Autodesk Inventor API (*Application Programming Interface*) brinda al usuario una variedad de lenguajes de programación. Esto es una ventaja, debido a que el usuario puede elegir el lenguaje, con el cual se sienta más familiarizado. Entre los lenguajes compatibles se encuentran VB.NET, C++, C# and Python), queda en el usuario el saber elegir que lenguaje le proporciona mayores beneficios.

El autor del presente trabajo consideró emplear el lenguaje Visual Basic. Esto se debe a que este es un lenguaje de alto nivel, el cual emplea palabras en el idioma inglés. Estas características hacen comprensible y práctico la etapa de implementación.

A continuación se presentan algunas de las sentencias con uso frecuente en la etapa de la programación de PRODIAT.

Sentencia *If*: esta es utilizada cuando se requiere comprobar alguna condición, en caso no se cumpla dicha condición, se continúa por un camino alternativo. La forma más básica de esta sentencia es la siguiente:

```

If condición then
    Instrucciones
End If
  
```

Por otro lado, existen formas más complejas de esta sentencia, como la que se emplea para el cálculo del factor de seguridad a la fatiga en el cuarto módulo (Análisis por resistencia a la fatiga). Este modelo de sentencia *If* es el siguiente:

```

If condición=true then
    If condición=true then
        If condición=true then
            Instrucciones
        End if
    If condicion= true then
        Instrucciones
    End If
    .
    .
    .
End If
End If
  
```

En la siguiente imagen se puede observar una parte del código correspondiente al cálculo del factor de seguridad a la fatiga.

```

If yc1 > 0 And yc2 > 0 Then 'ÁRBOL SIMPLEMENTE APOYADO con dos cargas
  If y >= 0 And y < yc1 Then
    mxrf = r1z * y
    mzrf = r1x * y
    myrf = 0
  End If
  If y > yc1 And y < yc2 Then
    mxrf = r1z * y + c1z * (y - yc1) - m1x
    mzrf = r1x * y + c1x * (y - yc1) + m1z
    myrf = -m1y
  End If
  If y > yc2 And y <= yt Then
    mxrf = r1z * y + (c1z * (y - yc1) + c2z * (y - yc2)) - (m1x + m2x)
    mzrf = r1x * y + (c1x * (y - yc1) + c2x * (y - yc2)) + (m1z + m2z)
    myrf = -m1y - m2y
  End If
  If y = yc1 Then
    If sidef = 0 Then
      mxrf = r1z * y
      mzrf = r1x * y
      myrf = 0
    End If
    If sidef = 1 Then
      mxrf = r1z * y + c1z * (y - yc1) - m1x
      mzrf = r1x * y + c1x * (y - yc1) + m1z
      myrf = -m1y
    End If
  End If
  If y = yc2 Then
    If sidef = 0 Then
      mxrf = r1z * y + c1z * (y - yc1) - m1x
      mzrf = r1x * y + c1x * (y - yc1) + m1z
      myrf = -m1y
    End If
    If sidef = 1 Then
      mxrf = r1z * y + (c1z * (y - yc1) + c2z * (y - yc2)) - (m1x + m2x)
      mzrf = r1x * y + (c1x * (y - yc1) + c2x * (y - yc2)) + (m1z + m2z)
      myrf = -m1y - m2y
    End If
  End If
End If

```

Figura 3.16.- Captura de pantalla parcial del código de programación para el cálculo del factor de seguridad a la fatiga del programa PRODIAT

Asimismo, en el módulo que se encarga de realizar las gráficas de fuerzas internas se utiliza la sentencia *For*. Esta es la estructura algorítmica más adecuada para emplear en un bucle o ciclo que se ejecutara un determinado número de veces. [2: pp. 105]

```

If condición=true then
  If condición=true then
    For i=1 to i=n
      Instrucción
    Next
    For i=1 to i=n
      Instrucción
    Next
  .

```

```

      .
      .
    End If
  End If

```

En la siguiente figura, se puede observar una vista parcial del código implementado para realizar las gráficas de fuerza internas.

```

If esa = 1 And ecvd = 0 And ecvi = 0 Then ' árbol simplemente apoyado
  If yc1 > 0 And yc2 = 0 Then ' caso con una carga en el vano
    For y = 0 To yc1
      Chart_mfyz_restit.Series("region1").Points.AddXY(y, r1z * y)
    Next
    For y = yc1 To yt
      Chart_mfyz_restit.Series("region2").Points.AddXY(y, r1z * y + c1z * (y - yc1) - m1x)
    Next
  End If
  If yc1 > 0 And yc2 > 0 Then ' caso con dos cargas en el vano
    For y = 0 To yc1
      Chart_mfyz_restit.Series("region1").Points.AddXY(y, r1z * y)
    Next
    For y = yc1 To yc2
      Chart_mfyz_restit.Series("region2").Points.AddXY(y, r1z * y + c1z * (y - yc1) - m1x)
    Next
    For y = yc2 To yt
      Chart_mfyz_restit.Series("region3").Points.AddXY(y, r1z * y + (c1z * (y - yc1) + c2z * (y - yc2)) - (m1x + m2x))
    Next
  End If
End If

```

Figura 3.17.- Captura de pantalla parcial del código de programación para la traza de la gráfica de momento flector en el plano YZ del programa PRODIAT

Para la implementación del algoritmo se ha empleado la Programación Orientada a Objetos, también conocido como "POO". Este es un estilo de programación, el cual emplea objetos como bloque para la construcción del programa.

Una de las principales diferencias entre la técnica mencionada y la programación estructural radica en que la primera se basa en los datos, mientras que la segunda se enfoca en los algoritmos. De acuerdo a esto, el algoritmo implementado a través de la POO se estructura como un grupo de un número determinado de objetos. Asimismo, estos objetos contienen datos y operaciones entre ellos.

3.3.3. Herramientas empleadas en el IDE

Microsoft Visual Studio Ultimate 2012 tiene un entorno de trabajo el cual está conformado por las siguientes zonas:

- Cuadro de herramientas
- Explorador de soluciones
- Atributos o propiedades de objetos
- Pizarra de trabajo
- Lista de errores

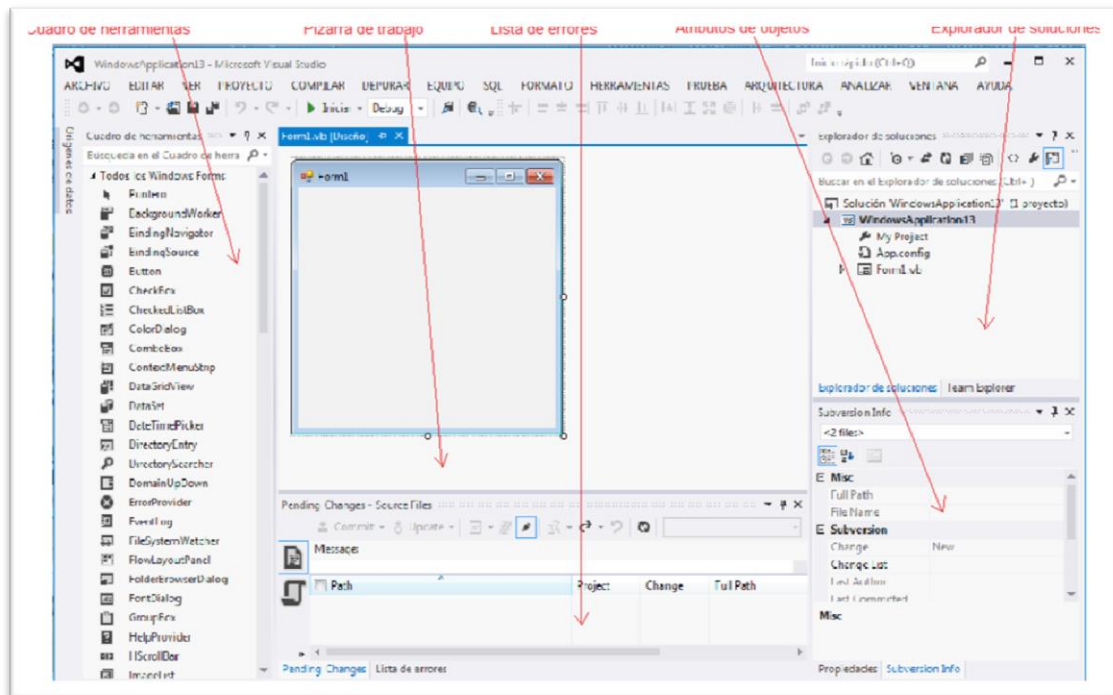


Figura 3.18.- Entorno de trabajo de Microsoft Visual Studio Ultimate 2012

En el cuadro de herramientas se observan algunos objetos, los cuales pueden ser insertados en la interfaz gráfica (ventanas) del programa. Los objetos utilizados en la implementación son los siguientes:

- **Button:** este objeto tiene como función iniciar un evento cuando el usuario da click en este objeto. A lo largo de la estructuración del programa PRODIAT, este objeto fue utilizado muchas veces para realizar funciones como: leer datos, realizar operaciones de cálculo, pasar a una siguiente ventana y asignar valores a determinadas variables.

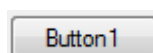


Figura 3.19.- Button

- Datagridview: tiene como función mostrar columnas y filas de datos, estos pueden ser personalizados a gusto del programador. Esta herramienta es utilizada para mostrar el diámetro obtenido en un análisis estático para una sección. Asimismo, se utilizó este objeto para mostrar los datos concernientes al análisis de resistencia a la fatiga.

Secciones						
	Posición de análisis (mm)	M. flector YZ (N.mm)	M. flector YX (N.mm)	M. Torsor (N.mm)	Esfuerzo medio (N.mm)	Esfuerzo alternante (MPa)
▶	200	140000	0	-105000	59,2789	91,26583
	100	70000	0	0	0	89,12679

Figura 3.20.- Datagridview

- PictureBox: su función principal consiste en mostrar una determinada imagen. esta debe ser previamente seleccionada por el programador. Se utilizó esta herramienta para mostrar las imágenes contenidas en algunas ventanas del programa PRODIAT.

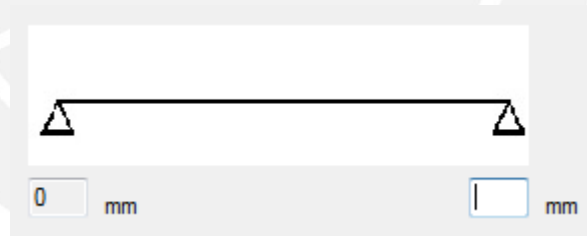


Figura 3.21.- PictureBox

- Label: este elemento puede proporcionar información en tiempo de ejecución o mostrar un texto descriptivo de algún control. Se utiliza esta herramienta en el programa PRODIAT para realizar la descripción de controles y notas aclaratorias.



Figura 3.22.- Label

- RadioButton: permite al usuario elegir una sola opción entre varias. Se empleó esta herramienta en las ocasiones donde el usuario debe seleccionar una opción entre otras.

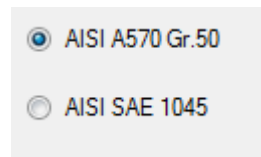


Figura 3.23.- RadioButton

- Textbox: tiene como objetivo permitir al usuario ingresar información en forma textual. Esta herramienta es una de los más usados en el desarrollo del programa PRODIAT. Esto se debe a que a través del *textbox* es posible ingresar los datos de entrada; sin embargo estos deben ser convertidos a datos numéricos para realizar los cálculos.

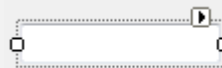


Figura 3.24.- Textbox

- Chart: esta herramienta está orientada a la representación gráfica de datos contenidos en los *Windows forms*. Se utilizó la herramienta *chart* para implementar la representación gráfica de las fuerzas internas en el árbol.

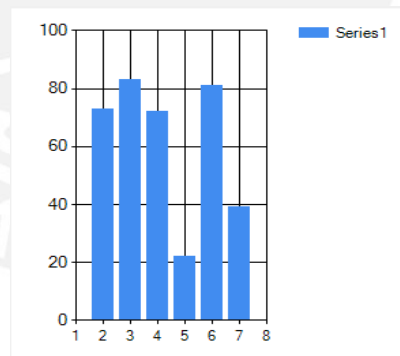


Figura 3.25.- Chart

El explorador de soluciones muestra al programador una vista organizada de proyectos y sus respectivos archivos. Asimismo, permite al programador tener un acceso rápido a los archivos tales como formularios y módulos.

La zona correspondiente a las propiedades de objetos muestran las características de los mismos. Entre estas pueden nombrarse el tamaño, color, tipo de fuente, etiqueta y datos de enlace. Este último se refiere a los aspectos relacionados al código del programa.

En la pizarra de trabajo se muestra la representación gráfica de los objetos. De igual manera se muestra el contenido que puede almacenar cada objeto.

Finalmente, el área que corresponde a la lista de errores nos indica si es que ocurre un error durante la ejecución del programa. De esta manera, el programador puede editar la línea del código donde se produce el conflicto. Esto último con el fin de proceder a solucionar el error.



CAPITULO 4 FUNCIONAMIENTO DEL PROGRAMA

El programa PRODIAT (Programa para el Diseño de árboles de transmisión) se ha desarrollado utilizando Microsoft Visual Studio Ultimate 2012 con el fin de facilitar el diseño de árboles para reductores de engranajes cilíndricos. Este programa está basado en el desarrollo del algoritmo expuesto en el capítulo 3.

A continuación se explica el funcionamiento del programa así como sus características principales.

4.1. Características de PRODIAT

A comparación de otras aplicaciones para el diseño de árboles, PRODIAT ofrece algunas ventajas frente a otros programas. Probablemente algunas de estas ventajas se hacen más notorias en el nivel de automatización en el proceso de selección de cargas. Esto se debe a que en muchas aplicaciones existentes orientadas al diseño de árboles, requieren que se introduzcan las cargas directamente; sin embargo PRODIAT es capaz de calcular las fuerzas en las transmisiones mecánicas y trasladar las mismas al árbol.

De manera específica pueden nombrarse las siguientes características:

- Facilita el proceso de cálculo de fuerzas de transmisión.
- Automatiza la etapa de la obtención de graficas de fuerzas internas.
- Permite al usuario seleccionar una sección para su análisis estático.
- Permite al usuario seleccionar una sección para su análisis de resistencia a la fatiga.
- Facilita la selección de parámetros para obtener los coeficientes que disminuyen la resistencia a la fatiga.

- Automatiza el proceso de cálculo del factor de seguridad a la fatiga y las cargas estáticas y dinámicas que actúan.

4.2. Flujo de funcionamiento de PRODIAT

Una vez que se inicie el programa, se mostrara la ventana mostrada en la figura 4.1. Esta ventana a modo de introductorio detalla el nombre del programa, autor, asesores y el nombre de la institución académica en donde fue desarrollado. Dicha ventana introductoria permanecerá durante cinco segundos.



Figura 4.1.- Ventana de introducción de PRODIAT

- Selección de material y velocidad de giro:

Una vez que se ha mostrado la imagen anterior, el programa muestra la ventana de inicio (figura 4.2). Desde dicha ventana el usuario puede desplazarse entre las cuatro etapas de diseño que ofrece el programa.



Figura 4.2.- Ventana de inicio de PRODIAT

El autor del presente trabajo recomienda que el usuario trabaje en el orden indicado según la enumeración indicada en la ventana de inicio. Asimismo, en la mayoría de ventanas se muestra un botón de ayuda con el símbolo “?”; haciendo click en este botón el usuario puede acceder a información acerca del uso de los botones correspondientes a la ventana en la que se encuentre. A continuación se muestra una ventana emergente de ayuda para el módulo análisis de resistencia estática.

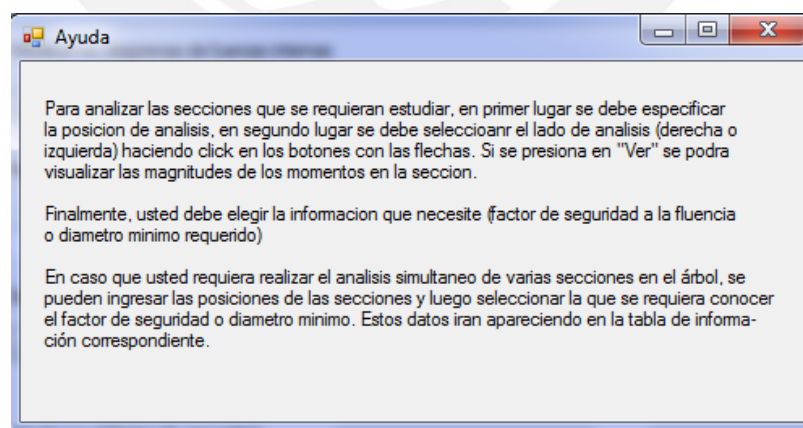


Figura 4.3.- Ventana de ayuda para el módulo “Análisis de resistencia estática”

De esta manera, el usuario debe de comenzar el diseño haciendo click en el primer módulo (figura 4.3) para configurar las propiedades de material y velocidad de giro.

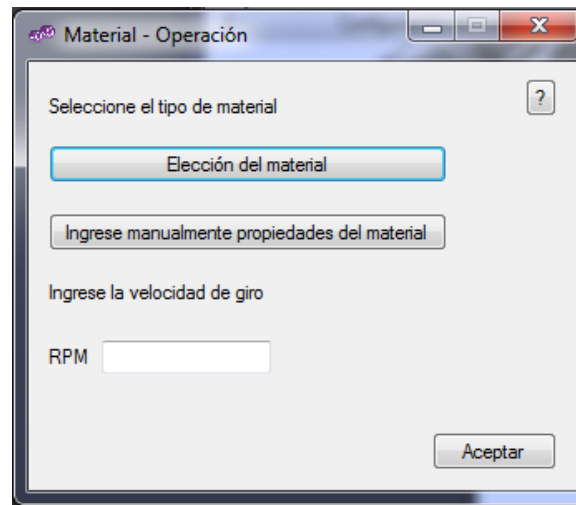


Figura 4.4.- Ventana de propiedades de material y velocidad de giro

El usuario ingresar las propiedades del material de forma manual o automática. En la figura 4.4 se muestra la ventana que aparece al seleccionar la opción “elección del material”, mientras que en la figura 4.5 se muestra la ventana que emerge al seleccionar “ingrese manualmente propiedades del material”.

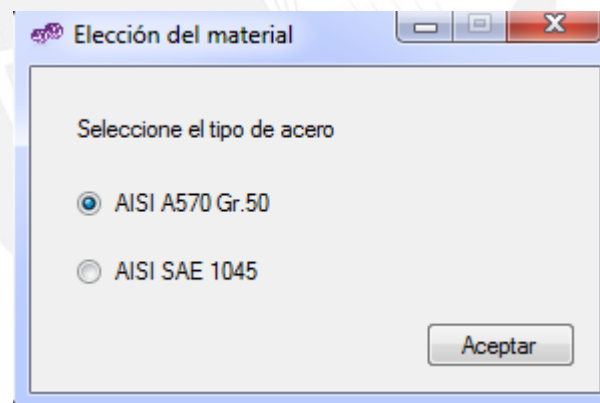


Figura 4.5.- Ventana de selección del material

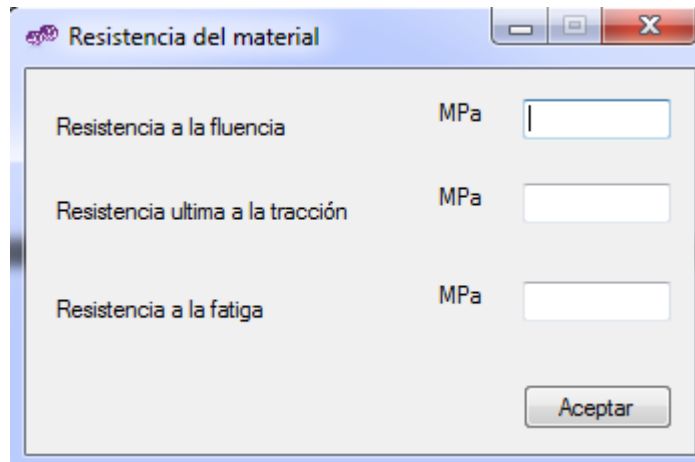


Figura 4.6.- Ventana de ingreso de propiedades mecánicas del material

Una vez que el usuario definió las propiedades mecánicas del material, debe proceder a ingresar la velocidad de giro del árbol. Con este último paso finaliza el primer módulo del programa.

- Configuración de cargas:

La ventana correspondiente a la configuración de cargas (figura 4.6) se accede haciendo click en el segundo botón de la ventana inicio (figura 4.2). El usuario debe seleccionar el tipo de árbol que requiere diseñar, la selección se ejecuta seleccionando el botón correspondiente a cada opción.

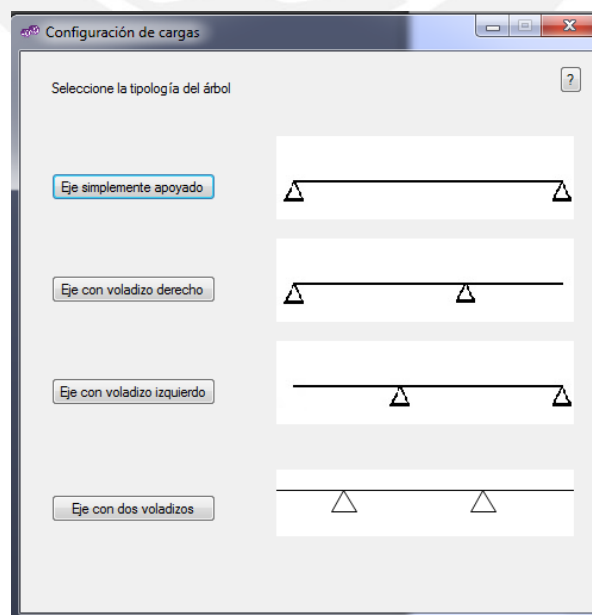


Figura 4.7.- Ventana inicial de configuración de cargas

Luego de que el usuario seleccione la tipología se muestra la ventana de selección de cargas. En esta ventana pueden seleccionarse el número y tipo de cargas según el criterio del usuario. Asimismo, el usuario debe ingresar la posición del apoyo y la longitud del árbol.

En la siguiente imagen se puede apreciar la ventana de selección de cargas que aparecerá, en caso que se haya seleccionado “eje con voladizo derecho”.

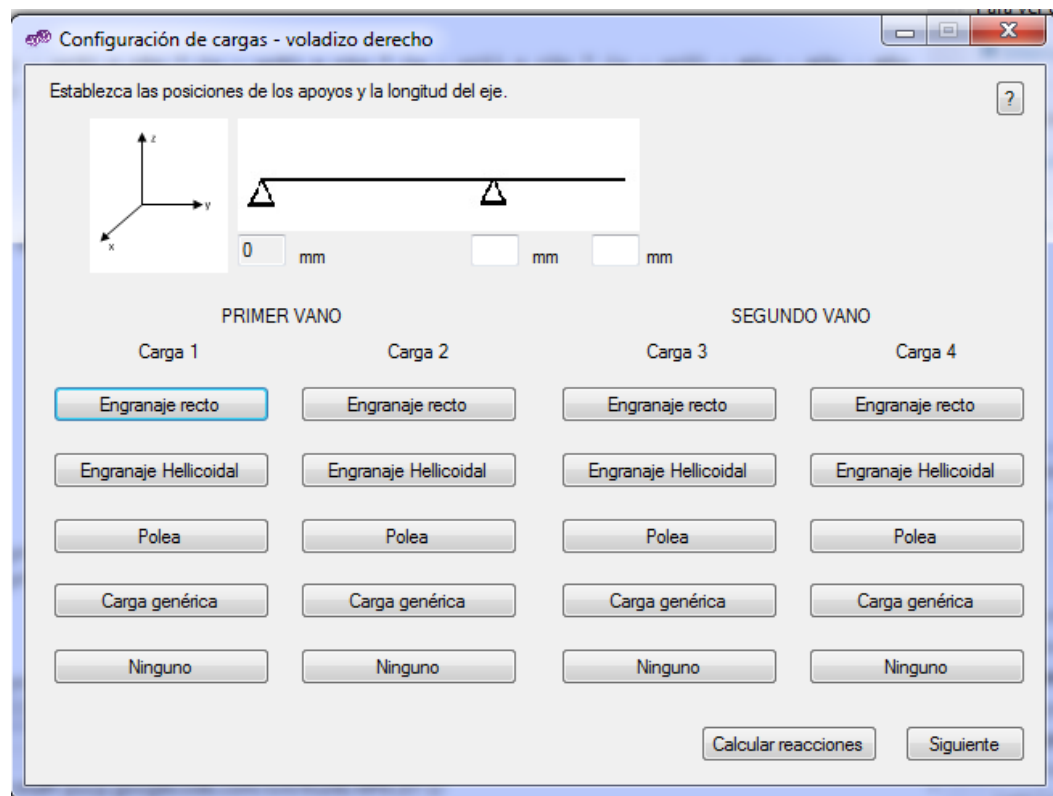
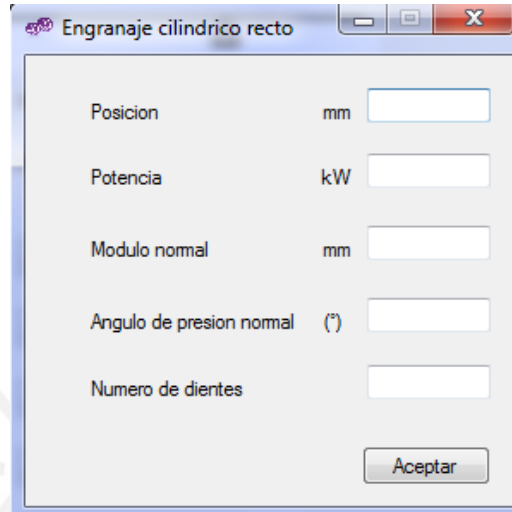


Figura 4.8.- Ventana de selección de cargas

Se pone como ejemplo que el usuario haya seleccionado un árbol con voladizo en el lado derecho, por tal motivo es posible agregar dos cargas como máximo en cada vano. Se ofrecen cuatro posibles opciones, cualquiera sea la opción que elija el usuario, el programa solicitará datos de la transmisión mecánica para proceder con el cálculo de las fuerzas que actúan en el árbol. Es necesario indicar que si el usuario no desea seleccionar alguna carga (1,2...4) entonces deberá pulsar con un click en el botón “Ninguno”.

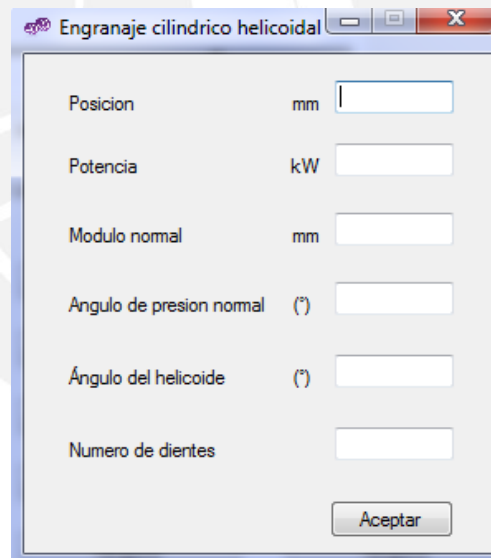
En las siguientes figuras (4.8, 4.9, 4.10 y 4.11) se muestran las ventanas correspondientes a cada opción de carga que puede agregarse al árbol.



Posicion	mm	<input type="text"/>
Potencia	kW	<input type="text"/>
Modulo normal	mm	<input type="text"/>
Angulo de presion normal	(°)	<input type="text"/>
Numero de dientes		<input type="text"/>

Aceptar

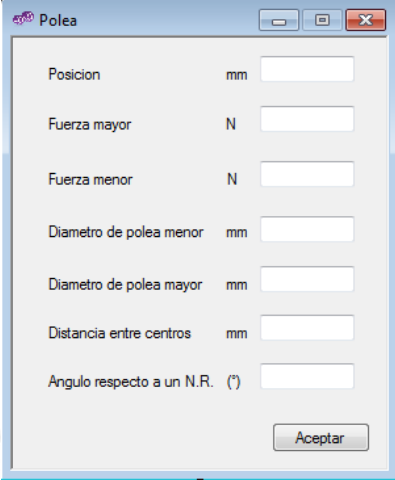
Figura 4.9.- Ventana de selección de carga (engranaje recto)



Posicion	mm	<input type="text"/>
Potencia	kW	<input type="text"/>
Modulo normal	mm	<input type="text"/>
Angulo de presion normal	(°)	<input type="text"/>
Ángulo del helicoides	(°)	<input type="text"/>
Numero de dientes		<input type="text"/>

Aceptar

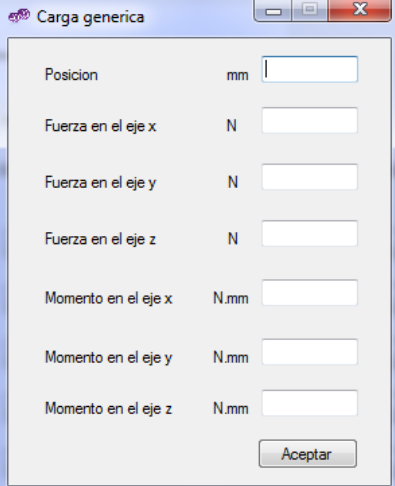
Figura 4.10.- Ventana de selección de carga (engranaje helicoidal)



Posicion	mm	<input type="text"/>
Fuerza mayor	N	<input type="text"/>
Fuerza menor	N	<input type="text"/>
Diametro de polea menor	mm	<input type="text"/>
Diametro de polea mayor	mm	<input type="text"/>
Distancia entre centros	mm	<input type="text"/>
Angulo respecto a un N.R.	(°)	<input type="text"/>

Aceptar

Figura 4.11.- Ventana de selección de carga (polea con faja plana o trapezoidal)



Posicion	mm	<input type="text"/>
Fuerza en el eje x	N	<input type="text"/>
Fuerza en el eje y	N	<input type="text"/>
Fuerza en el eje z	N	<input type="text"/>
Momento en el eje x	N.mm	<input type="text"/>
Momento en el eje y	N.mm	<input type="text"/>
Momento en el eje z	N.mm	<input type="text"/>

Aceptar

Figura 4.12.- Ventana de selección de carga (carga genérica)

Luego de que se hayan introducido los datos solicitados en las ventanas anteriores, el usuario debe de realizar un click en el botón “calcular reacciones” según la figura 4.7. Luego, se debe pinchar el botón “siguiente”, este llevara al usuario a la siguiente ventana (figura 4.12) donde se puede visualizar el resultado de las reacciones en los apoyos pinchando en el botón “ver reacciones”. De esta manera el programa podrá completar todas las fuerzas externas que actúan en el árbol para su posterior análisis de esfuerzos.

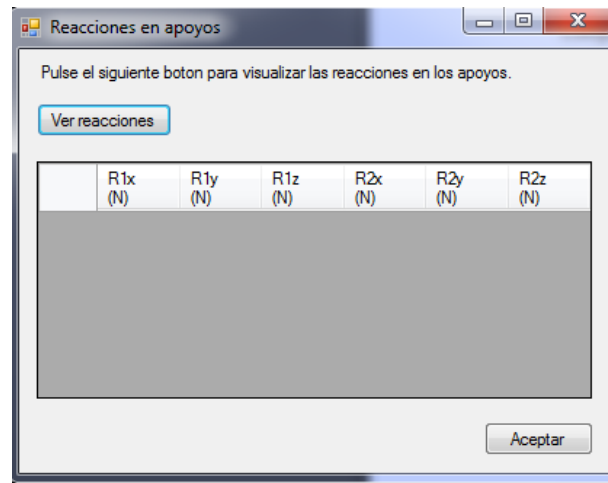


Figura 4.13.- Ventana de resultados de las reacciones en los apoyos

- Análisis de resistencia estática:

El usuario puede acceder a la tercera etapa de diseño del programa pulsando click en el botón “Análisis de resistencia estática” de la ventana de inicio (figura 4.12). En la figura 4.13 se muestra la ventana para el análisis de cargas estáticas, esta ventana también cuenta con el botón “graficas de fuerzas internas”.

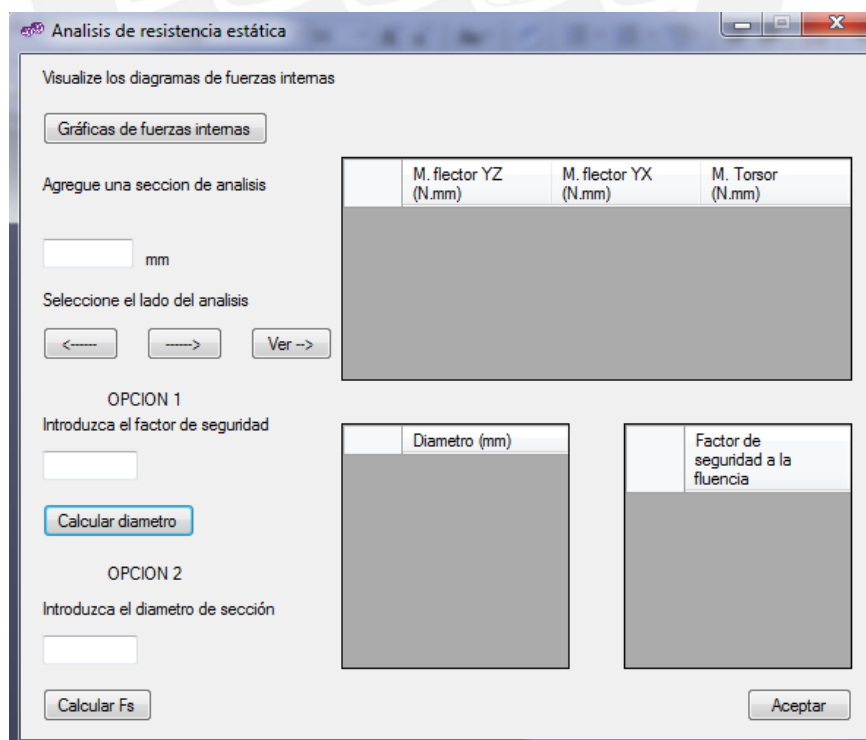


Figura 4.14. Ventana de análisis de resistencia estática

Se debe presionar con un click en el botón “Gráficas de fuerzas internas”, este último dirige al usuario por medio de un click a otra ventana. Esta ventana se utiliza para obtener las gráficas de fuerzas internas (figura 4.14).

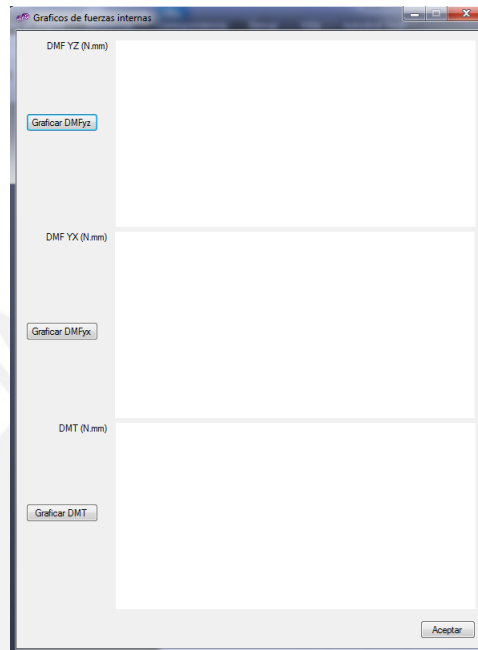


Figura 4.15.- Ventana de gráficos de fuerzas internas

La visualización de estas graficas de fuerzas internas, permite al usuario tener una mejor noción respecto al comportamiento de las cargas. Como se muestra en la figura anterior, se han colocado tres botones. El usuario debe pinchar en cada botón para obtener las gráficas de fuerzas internas.

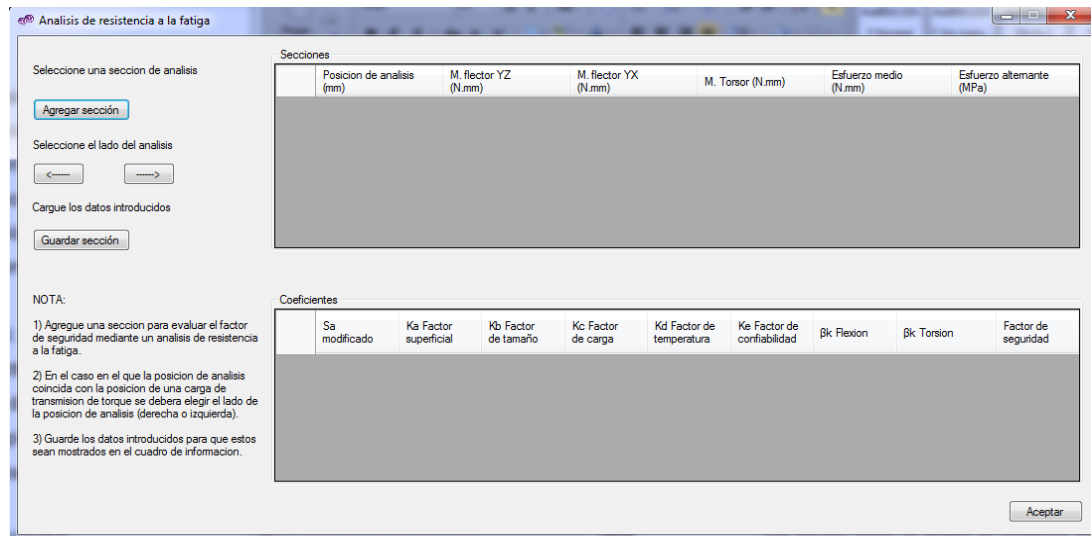
Es posible detectar mediante estas graficas la localización de los picos de carga. Esto con el fin de que el usuario conozca la sección critica que debe analizar en el tramo del árbol requerido. La ventana que muestra las gráficas de fuerzas internas puede permanecer abierta en todo momento. Esto se debe a que es de utilidad en lo que resta del proceso de diseño.

La ventana de la figura 4.14 requiere seguir completando los datos faltantes. Se debe proceder a ingresar la posición de la sección de análisis, elegir el lado del corte de sección y el factor de seguridad. Luego de esto, el usuario debe de elegir que desea calcular (diámetro de sección o factor de seguridad a la fluencia). De acuerdo a lo último, se debe pinchar con un click en el botón “Calcular diámetro” o en “Calcular Fs”, este último paso ejecuta la lectura de los datos ingresados y los cálculos para mostrar

los resultados requeridos. Finalmente, se puede cerrar esta ventana presionando el botón de cerrar o “Aceptar”.

- Análisis de resistencia a la fatiga:

La siguiente figura muestra la ventana principal de la cuarta y última etapa de diseño:



Selección de una sección de análisis

Selección del lado del análisis

Cargue los datos introducidos

NOTA:

- 1) Agregue una sección para evaluar el factor de seguridad mediante un análisis de resistencia a la fatiga.
- 2) En el caso en el que la posición de análisis coincida con la posición de una carga de transmisión de torque se debiera elegir el lado de la posición de análisis (derecha o izquierda).
- 3) Guarde los datos introducidos para que estos sean mostrados en el cuadro de información.

Secciones

Posición de análisis (mm)	M. factor YZ (N.mm)	M. factor YX (N.mm)	M. Torsor (N.mm)	Esfuerzo medio (N.mm)	Esfuerzo alterante (MPa)

Coeficientes

Sa modificado	Ka Factor superficial	Kb Factor de tamaño	Kc Factor de carga	Kd Factor de temperatura	Ke Factor de confiabilidad	βk Flexion	βk Torsion	Factor de seguridad

Figura 4.16.- Ventana de Análisis de resistencia a la fatiga

En esta etapa de análisis, al igual que en el análisis de resistencia estática, se debe de agregar una sección de análisis. Para agregar una sección se presiona el botón “Agregar sección”, esta acción conducirá a la siguiente ventana:

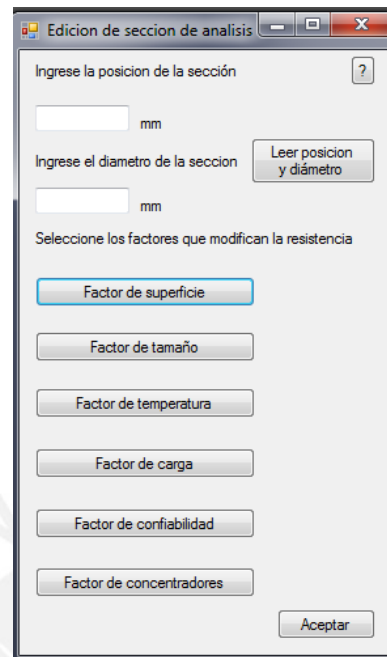


Figura 4.17.- Ventana de edición de sección de análisis

En la ventana anterior se debe de ingresar la posición y el diámetro de la sección que se desea estudiar. Luego, se debe de presionar el botón “Leer posición y diámetro”.

Los demás botones se utilizan para acceder a las ventanas que permitirán realizar el cálculo de los factores que disminuyen el límite de resistencia a la fatiga. A continuación se muestran las ventanas correspondientes a estos factores, el usuario deberá seguir las indicaciones que se muestran en las ventanas.

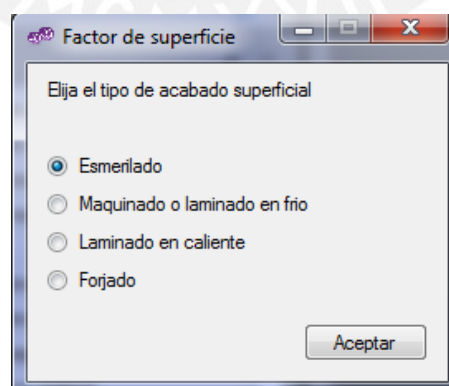


Figura 4.18.- Ventana de factor de superficie

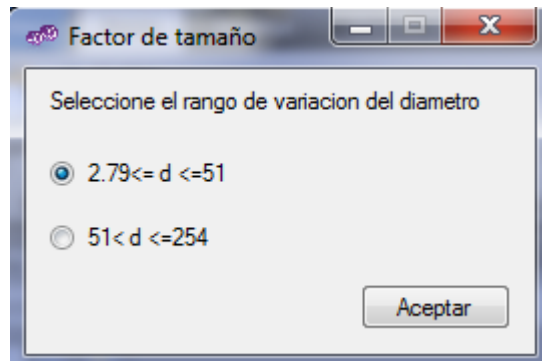


Figura 4.19.- Ventana de factor de tamaño

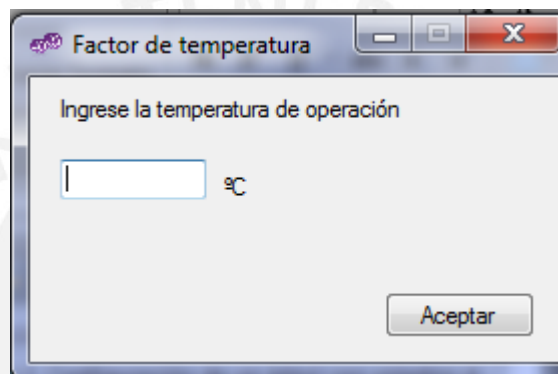


Figura 4.20.- Ventana de factor de temperatura

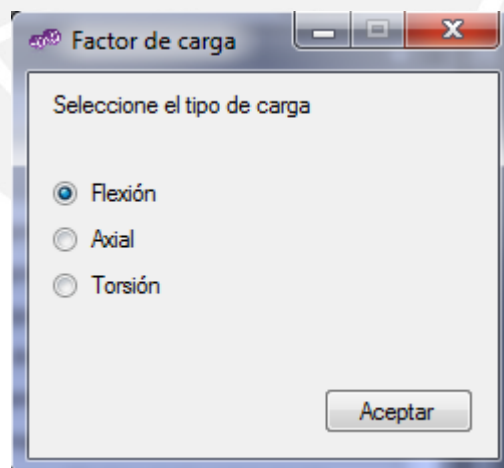


Figura 4.21.- Ventana de factor de carga

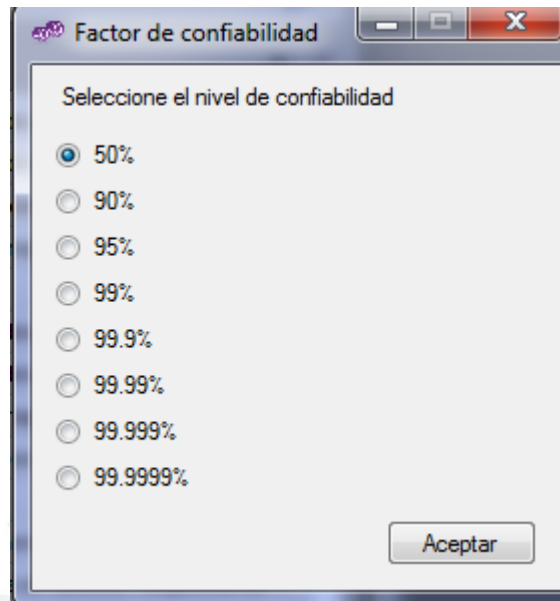


Figura 4.22.- Ventana de factor de confiabilidad

Luego de haber ingresado los datos solicitados para el cálculo de estos factores, se debe proceder a elegir el tipo de concentrador de tensiones que presenta la sección de estudio. En la figura 4.22 se muestra la ventana correspondiente. El usuario debe de seleccionar el tipo de concentrador entre cuatro posibles opciones.

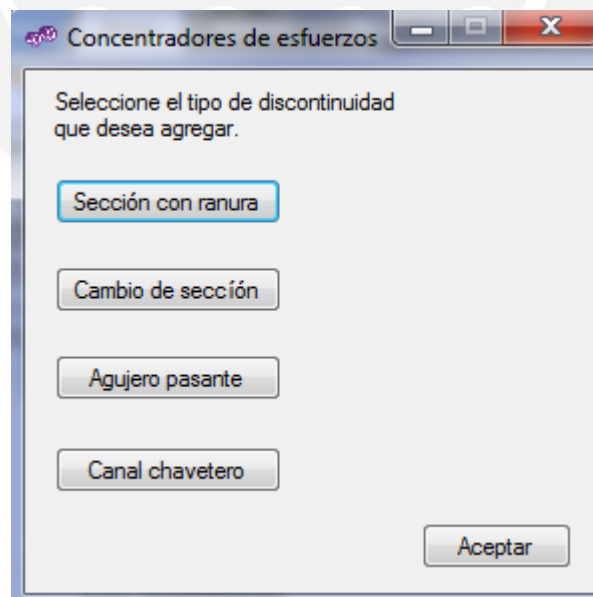


Figura 4.23.- Ventana de selección de concentradores de esfuerzos

El usuario debe presionar alguno de estos botones y posteriormente ingresar los datos solicitados para el cálculo del factor efectivo de concentración de tensiones a la flexión

y a la torsión. A continuación se muestran las ventanas correspondientes a cada botón:

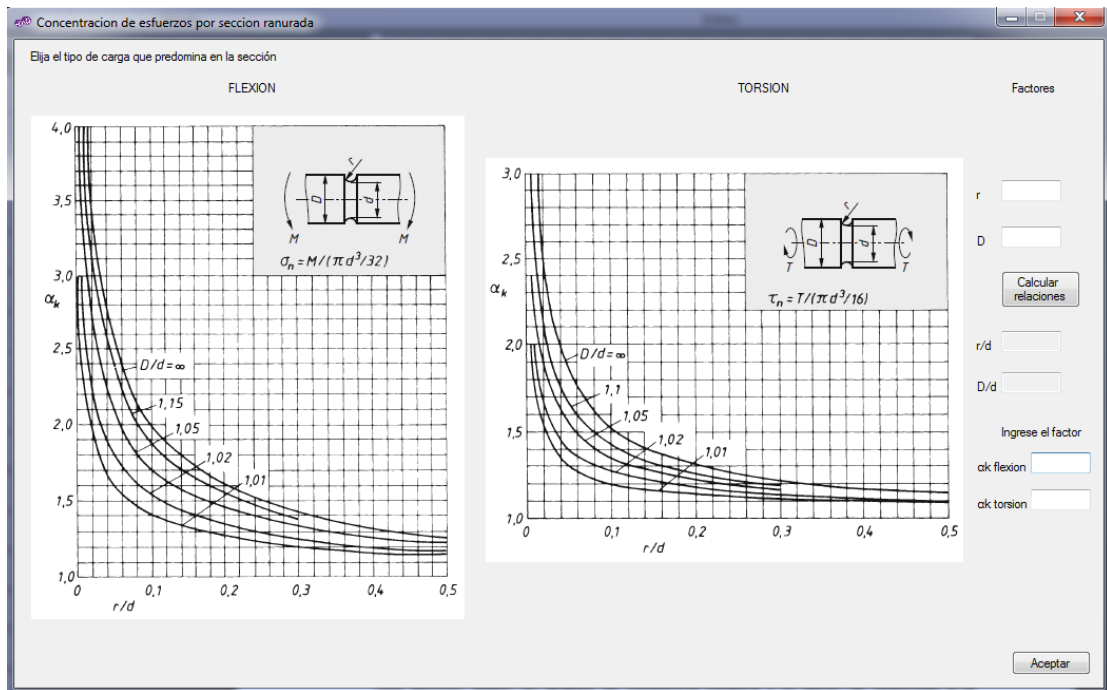


Figura 4.24.- Ventana de concentrador de tensión (sección ranurada)

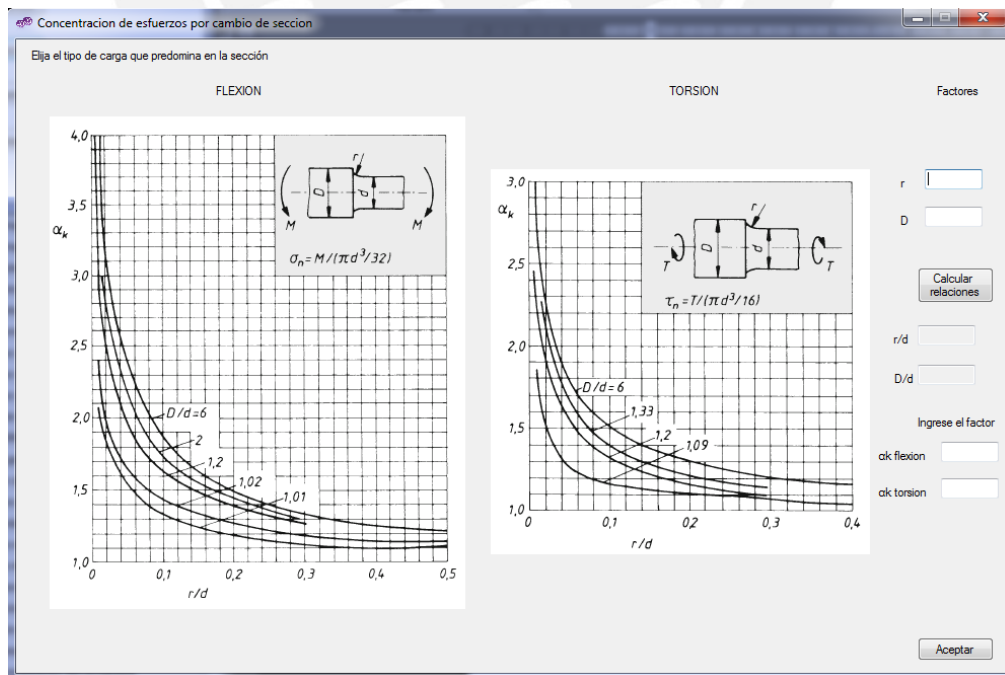


Figura 4.25.- Ventana de concentrador de tensión (cambio de sección)

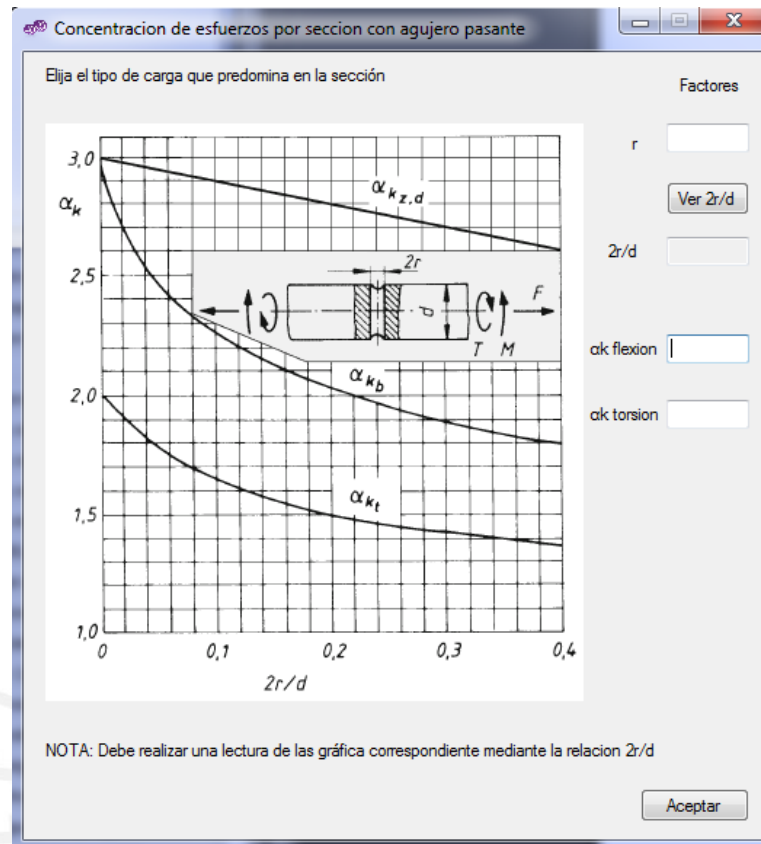


Figura 4.26.- Ventana de concentrador de tensión (sección con agujero pasante)

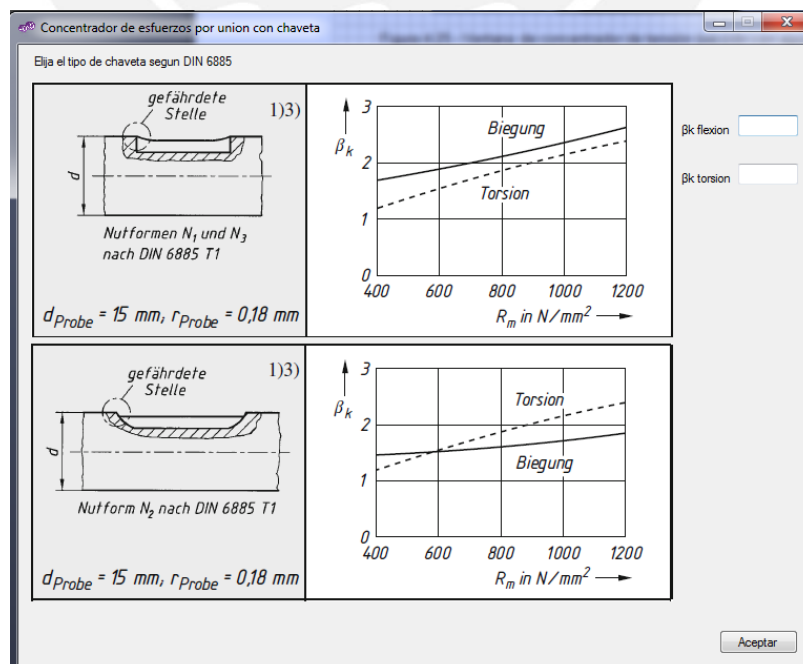


Figura 4.27.- Ventana de concentrador de tensión (canal chavetero)

En la mayoría de ventanas anteriores, se deben llenar las casillas que solicitan los datos “r” y “D”. Luego presionar el botón “calcular relaciones”, luego con los resultados obtenidos “r/d”, “D/d” y “2r/d” ir a las gráficas correspondientes para obtener el factor geométrico de concentración de esfuerzos a la flexión (α_k flexión) y a la torsión (α_k torsión). Se debe mencionar que si el usuario trabaja en la ventana de la figura 4.26, este debe de elegir el tipo de canal (N1, N2 o N3) según DIN 6885 (Ver Anexo A.2). Finalmente, cuando se presione el botón “Aceptar”, el programa internamente calculara el factor efectivo de concentración de esfuerzos a la flexión y a la torsión.

Se debe presionar el botón “Aceptar” en las ventanas que se abrieron luego de presionar el botón “Agregar sección”. En el momento en el que se presiona “Aceptar” en la ventana de edición de sección de análisis (figura 4.16), el programa calculara internamente el límite de resistencia a la fatiga modificado.

Una vez que el usuario se encuentre en la ventana principal de esta cuarta etapa, se debe de elegir el lado del corte de sección con el que se analizaran los esfuerzos. Los resultados de los factores que disminuyen la resistencia a la fatiga, el límite de resistencia a la fatiga modificada, los concentradores de esfuerzos a la fatiga y flexión y el factor de seguridad a la fluencia son mostrados en la ventana principal (figura 4.15). Asimismo, también se muestran los momentos flectores y torsor, las componentes del esfuerzo (alternante y media).

4.3. Ejemplos de aplicación

El programa PRODIAT devuelve datos de salida finales los cuales son el diámetro en una sección según un análisis de resistencia estática y el factor de seguridad a la fatiga para una sección seleccionada por el usuario. Es necesario que los resultados que devuelve el programa sean validados de alguna manera. Es por este motivo que a continuación se plantearan algunos problemas acerca del diseño de árboles de transmisión para reductores.

Es necesario indicar que estos problemas de diseño han sido modificados convenientemente con el fin de mostrar las bondades de PRODIAT. Asimismo, la resolución de estos problemas a través de PRODIAT son presentados en el ANEXO A.4.

- Ejemplo de aplicación 1 (Extraído de [13: pp. 3-52])

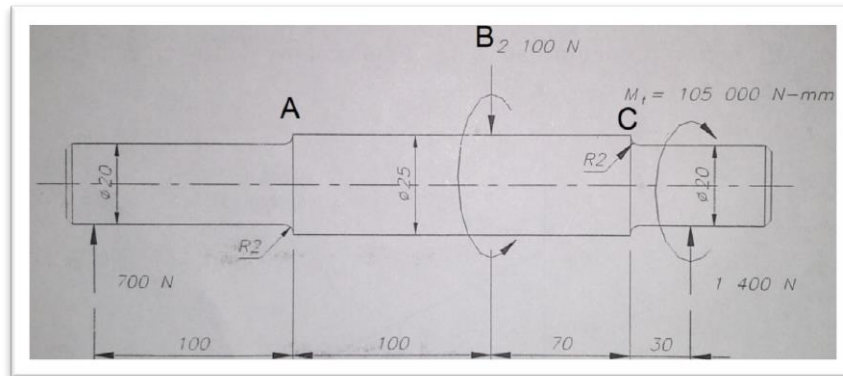


Figura 4.28.- Esquema del ejemplo de aplicación 1

En la figura 4.28 se muestra un árbol de transmisión de potencia de acero St 50 con las cargas (fuerzas y momentos). Se sabe además:

- Acabado superficial del árbol: torneado fino ($R_t=10 \mu\text{m}$)
- Temperatura de trabajo: 30°C
- Confiabilidad: 50%
- Considerar que el momento torsor varía en forma pulsante pura.
- Sección A: coeficiente de superficie $R_t=10 \mu\text{m}$, coeficiente de confiabilidad $k_e=50\%$, $r=2$
- Sección B: coeficiente de superficie $R_t=10 \mu\text{m}$, coeficiente de confiabilidad $k_e=50\%$.
- Sección C: coeficiente de superficie $R_t=10 \mu\text{m}$, coeficiente de confiabilidad $k_e=50\%$, $r=2$

Calcular el factor de seguridad (a la fatiga y a la fluencia) de las secciones A, B y C.

Luego de realizar el procedimiento de diseño a través de PRODIAT mostrado en el anexo A.4, se obtienen los siguientes resultados que reflejan lo solicitado en el problema planteado.

Secciones						
	Posicion de analisis (mm)	M. flector YZ (N.mm)	M. flector YX (N.mm)	M. Torsor (N.mm)	Esfuerzo medio (N.mm)	Esfuerzo alterante (MPa)
▶	100	70000	0	0	0	89,12679
	200	140000	0	-105000	59,2789	91,26583
	270	42000	0	-105000	115,7791	53,47607

Coeficientes									
	Sa modificado	Ka Factor superficial	Kb Factor de tamaño	Kc Factor de carga	Kd Factor de temperatura	Ke Factor de confiabilidad	β_k Flexion	β_k Torsion	Factor de seguridad
▶	196.3152	0,8688595	0,8999357	1	1,004276	1	1,564627	1,320236	1,40778
	191.6834	0,8688595	0,878703	1	1,004276	1	1	1	1,681561
	196.3152	0,8688595	0,8999357	1	1,004276	1	1,564627	1,294954	1,520309

Figura 4.29.- Resultados del ejemplo de aplicación 1

- Ejemplo de aplicación 2 (Extraído de [10: pp. 560])

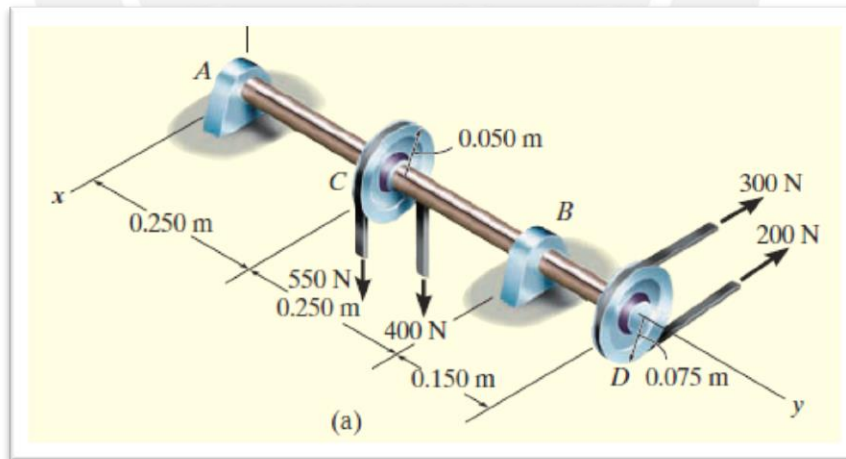


Figura 4.30.- Esquema del ejemplo de aplicación 2

En la figura 4.30 se muestra un árbol soportado por dos apoyos en A y B. Asimismo, este árbol tiene dos elementos de transmisión, estos están sujetos a las tensiones mostradas en la figura. Se pide determinar el diámetro mínimo del árbol utilizando la teoría del máximo esfuerzo cortante. Finalmente se sabe que $\tau=50$ MPa.

La resolución de este ejemplo a través del empleo de PRODIAT se muestra en el ANEXO A.4; sin embargo en la siguiente figura se muestran los resultados respecto al diámetro mínimo que se pide calcular para que el árbol no falle.

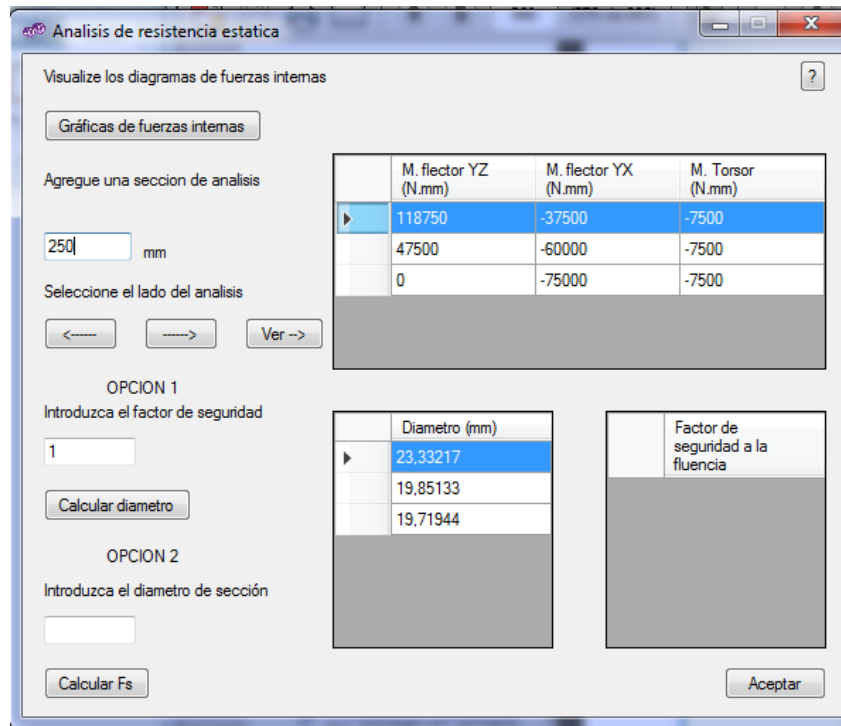


Figura 4.31.- Resultados del cálculo del diámetro mínimo para el árbol

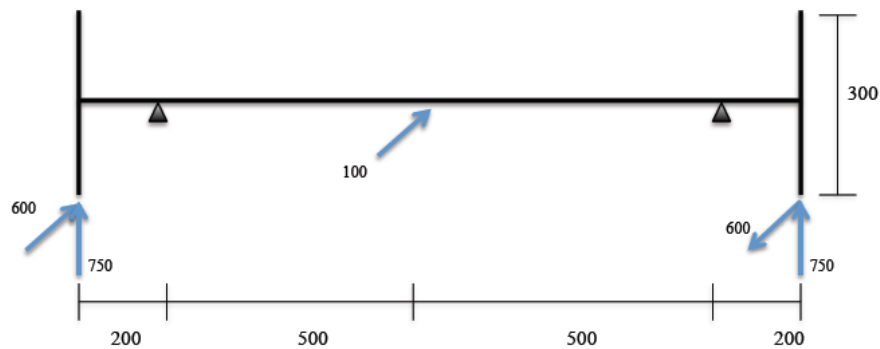
Según los resultados mostrados, el mayor diámetro obtenido será aquel que soporte los requerimientos de trabajo del árbol. Por tal motivo el diámetro mínimo requerido tiene una magnitud de 23.33 mm.

- Ejemplo de aplicación 3 (Extraído de [5: pp. 87])

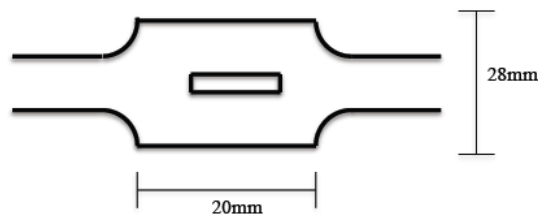
Se tiene el árbol mostrado en la figura 4.32. Se pide calcular el factor de seguridad para las secciones más críticas realizando un análisis estático y de resistencia a la fatiga.

- $S_{ut}=380$ MPa, $S_y=321$ MPa y Dureza=240 HB
- El material ha sido forjado y laminado en caliente
- Se desea una confiabilidad del 99%

- La temperatura de trabajo son 460°C
- El diámetro del eje es de 25 mm.
- Existe un concentrador de tensiones en el centro del eje (figura 4.30)
- Las longitudes están expresadas en milímetros y la fuerza en Newtons



Esquema de configuración de cargas en el árbol



Concentración de tensiones (canal chavetero)

Figura 4.32.- Esquema de planteamiento para el ejemplo 3

Al igual que los dos primeros ejemplos, la resolución de este ejemplo mediante PRODIAT se muestra en el ANEXO A.4. En las siguientes imágenes se muestran los resultados acerca de lo solicitado en este ejemplo.

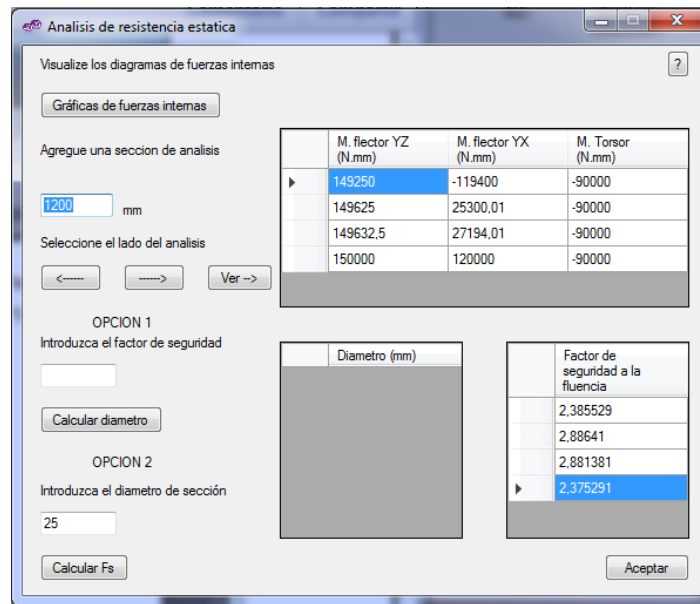


Figura 4.33.- Resultados obtenidos de los factores de seguridad a la fluencia en las secciones críticas

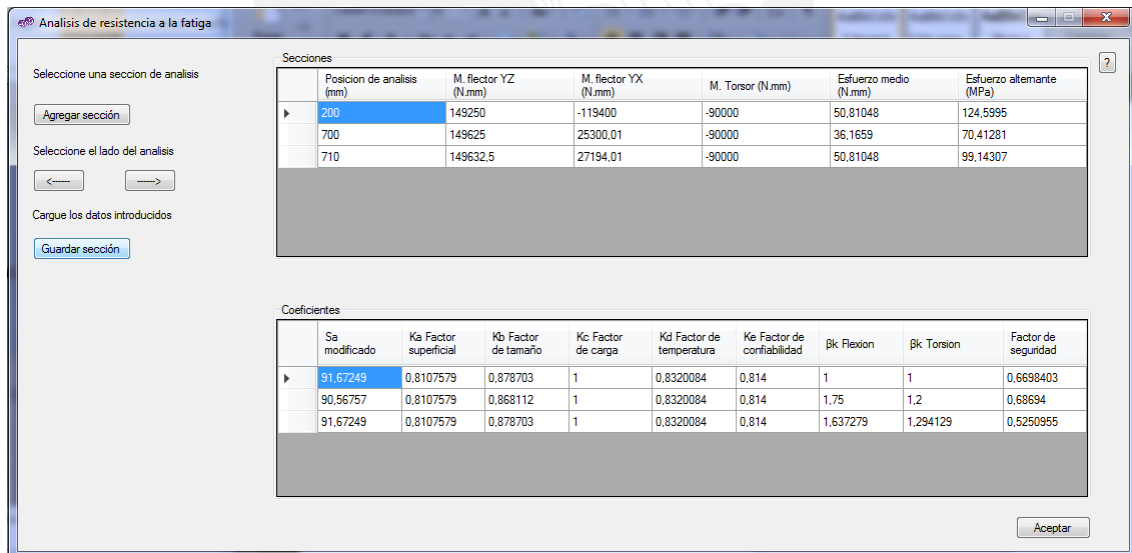


Figura 4.34.- Resultados obtenidos de los factores de seguridad a la fatiga en las secciones críticas

Para este problema se seleccionaron cuatro posiciones críticas, dos de ellas fueron elegidas debido a que en estas se presentaban los mayores puntos de momentos flectores, mientras que en las otras dos existían concentradores de esfuerzos (canal

chavetero y cambio de sección). Si se observa la figura 4.33, los factores de seguridad a la fluencia garantizan que el árbol no fallara debido a la presencia de cargas estáticas. Por otro lado, en la figura 4.34 se observa que los factores de seguridad a la fatiga son menores que uno; por tal motivo el árbol fallara debido a la fatiga



OBSERVACIONES

- 1) El algoritmo desarrollado contempla solamente los esfuerzos producidos por el momento flector resultante y el momento torsor. Por este motivo los resultados obtenidos son muy aproximados a los reales.
- 2) En el cálculo de los factores que modifican el límite de resistencia a la fatiga se han empleado expresiones matemáticas propuestas en [1]. Por tal motivo el resultado de estos factores pueden diferir si es que se emplean otras tablas o gráficos para el respectivo cálculo.
- 3) El modulo encargado de generar los gráficos de fuerzas internas esta desplazado la unidad hacia la izquierda. Por este motivo en el eje de abscisas se observan cantidades cuya última cifra es nueve.

Por otro lado, cuando se presenta un punto de discontinuidad en las funciones de fuerzas internas, el graficador de funciones no es capaz de juntar hasta el momento los tramos contiguos al punto de discontinuidad.

CONCLUSIONES

Durante el desarrollo del algoritmo, objeto principal de este trabajo, se ha conseguido proporcionarle diversas ventajas que agilizan el proceso de diseño. Esto se debe principalmente a la implementación del algoritmo, lo cual dio como resultado el programa PRODIAT. Asimismo, el algoritmo que fue base de programación para PRODIAT fue desarrollado para realizar dos análisis (resistencia estática y a la fatiga), esto es una ventaja debido a que algunos programas comerciales no realizan un análisis de resistencia a la fatiga.

- 1) El desarrollo de un algoritmo para el diseño de árboles de transmisión para cajas reductoras de engranajes cilíndricos proporciona un procedimiento adecuado y más rápido para aquellos diseñadores que lo utilicen.

Esto se debe a que en el proceso de diseño se suelen realizar una serie de cálculos que pueden resultar engorrosos; sin embargo el algoritmo desarrollado posee las expresiones matemáticas que facilitan el cálculo de diversos parámetros como son las fuerzas de transmisión, reacciones en los puntos de apoyo, funciones de fuerzas internas, factor de seguridad a la fluencia y a la fatiga, entre otros.

- 2) El empleo de PRODIAT modifica notablemente el tiempo que demanda el proceso de diseño de un árbol de transmisión

Cuando se emplea el programa, el cual está basado en el algoritmo desarrollado, el tiempo utilizado en el proceso de diseño disminuye drásticamente en comparación de utilizar solo un algoritmo. Esto se debe al entorno gráfico (ventanas, botones, cuadros de información), ya que este a través de esta interfaz gráfica se puede ejecutar las instrucciones de lectura y cálculo de datos necesarios para el diseño del árbol. De acuerdo a una prueba realizada por el autor del presente trabajo, en la cual se comparó los tiempos empleados para el desarrollo del ejemplo de aplicación, el tiempo de duración de la resolución utilizando PRODIAT es 75% menos aproximadamente que si se resolviera manualmente.

- 3) Los resultados obtenidos a través del empleo de PRODIAT son bastante próximos a los mostrados en los ejemplos de cálculo seleccionados.

La similitud en los resultados obtenidos es una consecuencia esperada, porque el algoritmo ejecuta una serie de expresiones matemáticas en función de variables, las cuales el usuario debe definir. Dichas expresiones matemáticas son resultado de ecuaciones de equilibrio de sólido rígido, teorías de falla y criterios de análisis para el cálculo del factor de seguridad a la fatiga.

- 4) El algoritmo desarrollado en el presente trabajo, el cual es la base de PRODIAT, puede ser extendido y modificado con el fin de extender el número de análisis que puedan realizarse.

.El programa tiene la capacidad de poder trabajar con cuatro opciones de transmisión para el árbol; sin embargo es posible agregar más opciones de transmisión como lo sería los engranajes cónicos rectos y helicoidales. Para esto se debería agregar los módulos de cálculo respectivos a estas nuevas transmisiones.

Asimismo, se pueden insertar en el programa algunos análisis adicionales para el diseño de árboles, tales como: análisis de deformaciones y análisis de velocidades críticas. Para lograr implementar estos análisis adicionales se deberá de agregar un submódulo en el segundo módulo “configuración de cargas”, el cual se encargue de leer los datos correspondientes a las masas de los elementos sujetos al árbol.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Budynas, 9na edición Diseño en ingeniería mecánica de Shigley
- [2] Cairo, Oswaldo, Metodología de la programación: Algoritmos. Diagramas de flujo y programas. Tercera edición. Editorial Alfaomega.
- [3] Chagoyén Méndez, C.A., Diseño de árboles mediante Razonamiento Basado en Casos. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas. U.Central "Marta Abreu" de Las Villas, Fac. Ing. Mecanica (Dpto. de Mecanica aplicada y Dibujo),2003.
- [4] Childs, P. Mechanical Design. Second Edition. 2004
- [5] D. Francisco José Mata Aroco. Desarrollo de un programa para el diseño y verificación de ejes sometidos a fatiga. Proyecto fin de carrera. Universidad Carlos III De Madrid Escuela Politécnica Superior, Ingeniería Técnica Industrial Mecánica, 2011.
- [6] Decker, K. Elementos de máquinas. Berlin 1975.
- [7] DIN (Deutsches Institut fur Normung). 6885 Mitnehmerverbindungen ohne Anzug; Pabfedern, Nuten, hohe Form, 1968. Alemania.
- [8] Dobrovolski, V., Zablonski K., Radchik A., Erlij L. Elementos de máquinas. Tercera edición. Editorial Mir. Moscú 1980.
- [9] Faires, V.M. Diseño de elementos de máquinas. Cuarta edición. Montaner y Simon, S.A. Barcelona.
- [10] Hibbeler, R.C., Mecanica de materiales. México: Pearson Educación, 2006.
- [11] Paulsen, K.F., ELEMENTOS DE MÁQUINA: EJES Y ÁRBOLES. Pontificia Universidad Católica del Perú. 2012.
- [12] Robert L. Mott, P.E., Diseño de elementos de máquinas. México: PEARSON EDUCACION. 2006.
- [13] Rodriguez, J., Resistencia de materiales 2. PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU. 2011

- [14] V. N. Beliáev, I. S. Bogatirev, A. V. Bulanzhé, P. V. Vibornov, V. L. Gadolin, N. A. Govman, N. A. Drozdov, L. I. Zaitsev, V. N. Ivanov, B. I. Korovin, V. I. Lukin, I. S. Morin, I. A. Ogrinchuk, N. V. Palochkina, D. G. Poliakov, D. P. Parguin, A. G. Raspopov y S. A. Shuvalov, Ingenieros y Doctores en Ciencias Exactas. Direccion del profesor D. N. Reshétov, Doctor en Ciencias Exactas. Atlas de elementos de máquinas y mecanismos. Tercera edición, 1981.
- [15] Wittel, H., Muhs, D., Jannasch, D., VoBiek, J. Roloff/Matek Maschinenelemente.

