PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE POSGRADO

ANÁLISIS DE LOS ERRORES Y DIFICULTADES EN LA SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA

TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

AUTOR

ALDRIN ETHEL PEÑA LIZANO

ASESOR

DR. FRANCISCO JAVIER UGARTE GUERRA

Diciembre, 2019

RESUMEN

Esta investigación tiene por objetivo analizar las concepciones de solución y conjunto solución que tienen estudiantes universitarios, en un primer curso de matemáticas, luego de un periodo de por lo menos cinco años alejados de una institución educativa. Para ello, construimos una prueba diagnóstica tomando en cuenta los resultados de investigaciones ya realizadas por Ochoviet, Panizza, Mora, Valencia, entre otros, y la enmarcamos dentro de la propuesta de los modos de pensamiento de Sierpinska (2000). El primero, llamado sintético geométrico, se agrupa en las preguntas que muestran graficas de las ecuaciones del sistema y, a partir de ello, se pide interpretar la solución o conjunto solución. El segundo modo de pensamiento, llamado analítico aritmético lo asociamos a las ecuaciones que representan a las rectas y planos, además a todos los algoritmos y métodos de solución que existen para resolver un sistema lineal de ecuaciones. El tercer modo de pensamiento, llamado analítico estructural, se agrupa en preguntas cuyas respuestas son explicadas a través de propiedades, características y axiomas de un sistema lineal de ecuaciones lineales.

Para nuestro trabajo de investigación recurrimos a identificar los errores y dificultades en que los estudiantes incurren al estudiar el conjunto solución o solución de un sistema de ecuaciones lineales, algunos ya observados y detectados en investigaciones previas y otros no, los cuales los clasificaremos según Socas (1997).

Del análisis de los datos, observamos que predomina el modo de pensamiento analítico aritmético; lo que dificulta tener una mejor comprensión sobre el concepto de conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales y debido a ello consideramos que se hace necesarios desarrollar ejercicios y problemas en dicho tema donde puedan transitar los tres modos de pensamiento de Sierpinska (2000).

Palabras clave: solución, conjunto solución, sistema de ecuaciones y errores. Modos de pensamientos

SUMMARY

This research aims to analyze the conceptions of solution and set solution that university students have, in a first course of mathematics, after a period of at least five years away from an educational institution. To do this, we built a diagnostic test taking into account the results of research already carried out by Ochoviet, Panizza, Mora, Valencia, among others, and we framed it within the proposal of Sierpinska's modes of thinking (2000). The first, called geometric synthetic, is grouped into the questions that show graphs of the system equations and, from that, it is asked to interpret the solution or solution set. The second way of thinking, called arithmetic analytics, is associated with the equations that represent the lines and planes, in addition to all the algorithms and solution methods that exist to solve a linear system of equations. The third way of thinking, called structural analytics, is grouped into questions whose answers are explained through properties, characteristics and axioms of a linear system of linear equations.

For our research work we resort to identifying the errors and difficulties that students incur when studying the set solution or solution of a system of linear equations, some already observed and detected in previous investigations and others not, which we will classify them according to Socas (1997).

From the analysis of the data, we observe that the arithmetic analytical mode of thinking predominates; what makes it difficult to have a better understanding of the concept of a solution to a system of linear equations and because of this we consider that it is necessary to develop exercises and problems in this topic where the three ways of thinking of Sierpinska (2000) can pass.

Keywords: solution, solution set, system of equations and errors. Modes of thoughts

Quiero dedicarle mi trabajo de investigación a mi madre,

que fue la persona que siempre me apoyó a seguir adelante para poder

concluir todas mis metas.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi asesor, el Dr. Francisco Ugarte, por toda la paciencia, consejos y motivación que me brindó para poder terminar mis objetivos; también tendría que mencionar a mi padre Arturo Peña y mi hermana Estrella Peña, que son mis ángeles del cielo que me dieron fuerza para seguir siempre adelante y conseguir todas mis metas**.**

ÍNDICE

CAPÍTULO III

ÍNDICE DE FIGURAS

INTRODUCCIÓN

Los sistemas de ecuaciones lineales nos proporcionan un medio para poder modelar situaciones problemáticas en particular, en algunas de las ingenierías. Para ello, en primer lugar, se traduce el problema al lenguaje algebraico, después, se obtienen las soluciones del sistema y, por último, se comprueba si la solución matemática obtenida es válida como respuesta al problema de partida. Nosotros los enfocaremos en nuestro trabajo de investigación en los errores y dificultades del concepto solución en un sistema de ecuaciones lineales, para ello nos basaremos en numerosas referencias respecto a este tema como Oktac, Asumen, Betancourt, Ochoviet, Paniza, Sadosky, etc. Luego, se creará una prueba diagnóstica, basada en las dificultades encontradas en dicho tema por los investigadores mencionados, que será aplicada a los alumnos de matemática básica para ingeniería de una universidad de Lima. Después, se analizarán sus respuestas contrastándolas con las dificultades y errores encontrados en los antecedentes. Nuestra misión será encontrar evidencias sobre la comprensión del concepto de solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales, es decir, esperamos que el estudiante, después de determinar los valores de las variables del sistema, los pueda reemplazar en las ecuaciones para luego llamar a este par de valores solución del sistema. La rigurosidad de la simbología matemática no será parte de nuestro objetivo. Estas son dificultades de los estudiantes que se muestran al denotar el conjunto solución, según Socas (1997).

En el capítulo 1, revisaremos sobre las investigaciones que relacionan nuestro foco de estudio, luego se revisará algunas definiciones de investigadores sobre errores y dificultades, tomando una postura al respecto, con lo cual nos basaremos nuestro análisis en nuestra investigación, además justificaremos nuestro trabajo e indicaremos nuestro objetivo y la pregunta de investigación. En el capítulo 2, desarrollaremos nuestro análisis epistemológico, análisis cognitivo, análisis didáctico, análisis apriori, la aplicación de la prueba que es la parte experimental, análisis cualitativo de la prueba diagnóstica y el análisis a posteriori. Y en el capítulo 3, realizamos un análisis de la aplicación de nuestra prueba diagnóstica basado en las investigaciones registradas en los antecedentes, además explicaremos los errores y dificultades que se detectaron según Socas (1997), para finalmente explicar el transito existo sobre los tres modos de pensamiento de Sierpinska (2000)

CAPÍTULO 1: PROBLEMÁTICA

1.1 Antecedentes

Luego de revisar las investigaciones sobre solución de un sistema de ecuaciones lineales, se ha organizado dichos documentos de la siguiente manera, primero se consideró presentar las tres formas distintas de pensamiento de Sierpinska(2000), mencionada por Gonzales y Roa (2015), luego mostraremos evidencias de errores y dificultades de las investigaciones de transitar por los tres tipos de pensamientos de Sierpinska(2000),finalmente analizaremos a investigadores que usaron la tecnología para investigar los efectos que causaron dichos medios en el aprendizaje de nuestro foco de estudio.

Sierpinska (2000) identifico tres tipos de pensamiento que coexisten en el algebra lineal, estos son analítico aritmético, sintético geométrico y analítico estructural, diferencia estos pensamientos afirmando que el modo sintético se refería a la forma como se debe pensar en la práctica y la analítica seria la forma teórica de pensamiento. Representar las ecuaciones de rectas a través de rectas y planos seria la forma de pensamiento sintético geométrico, si se desarrolla un sistema de ecuaciones mediante un algoritmo de solución estaríamos en un pensamiento analítico aritmético y se desarrollamos el sistema de ecuaciones usando matrices singulares o no singulares, estaríamos en el pensamiento analítico estructural.

Gonzales y Roa (2015) observaron cómo los estudiantes de los primeros ciclos de ingeniería de Colombia que están cursando el curso de ecuaciones diferenciales en la Universidad Industrial de Santander transitan los tres pensamientos de Sierpinska (2000). Estos son el pensamiento sintético geométrico, que se refiere a los objetos matemáticos que se pueden representar mediante graficas de rectas y planos; y el pensamiento analítico aritmético, donde los objetos matemáticos se pueden representar a través de relaciones numéricas. Por ejemplo, las rectas y planos se expresan como ecuaciones lineales y las matrices se representan como arreglos rectangulares, además, cuando se resuelve un sistema de ecuaciones lineales, se puede desarrollar por el método de reducción, igualación, sustitución y el de Gauss. Por último, el pensamiento analítico estructural se refiere a que los estudiantes, al verse frente a ejercicios de sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones y dos incógnitas, y de tres ecuaciones con dos incógnitas, pueden relacionar las ecuaciones para inferir la solución del sistema. Por ejemplo, si las ecuaciones son proporcionales, entonces el sistema tiene infinitas soluciones; si la determinante de la matriz de coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales es distinta de cero, se puede asegurar que el sistema tiene solución única. Una de las actividades que trabajó el investigador con los estudiantes fue mostrarles la gráfica de dos rectas paralelas, dos rectas que se intersecan y la gráfica de una recta, cada una de estas graficas en un cuadro distinto. Uno de los estudiantes, al ver las dos rectas paralelas, concluyó que el sistema formado por la gráfica de las ecuaciones tiene un conjunto solución vacío. Esto hace prever que el estudiante transita del pensamiento sintético geométrico al pensamiento analítico estructural. En otra pregunta de la actividad, se les mostró a los estudiantes dos ecuaciones proporcionales; el estudiante empezó a resolverlas por el método de eliminación y llegó a una falsedad; luego, el alumno graficó las ecuaciones, determinó que eran paralelas y, con ello, concluyó que el sistema no tenía solución. Nosotros podemos inferir que el estudiante transita del pensamiento analítico aritmético al pensamiento sintético geométrico. Sin embargo, el investigador, al revisar todas las respuestas realizadas por los estudiantes, concluyó que el pensamiento que predomina en los alumnos es el analítico aritmético. Estas observaciones nos servirán para interpretar errores y dificultades que tienen los estudiantes al resolver los sistemas de ecuaciones lineales que fueron detectadas por los investigadores que trabajaron dicho tema.

Según Ochoviet (2009), como afirma en su tesis de maestría, los alumnos pensaban que las únicas variables que se usaban en ecuaciones eran ***x*** y ***y***, por lo que sugiere que, para corregir estas dificultades, debemos enseñar a los alumnos los sistemas de ecuaciones lineales no solo usando las variables *x* e *y*. También observó que los alumnos no muestran el conjunto solución del sistema, sino que brindan la respuesta proporcionando los valores de *x* e *y*. Esto conlleva a que el estudiante piense que encontró dos soluciones y no una. Ochoviet siguiere, para evitar estos errores, enseñar y hacer hincapié en que los alumnos muestren siempre el conjunto solución del sistema. Otra observación de la investigadora fue que los estudiantes piensan que los sistemas de ecuaciones solo son compatibles determinados, por lo que, para evitar estos errores, la investigadora sugiere realizar ejercicios que incluyan sistema compatible indeterminado e incompatible. Finalmente, Ochoviet recomienda trabajar con los estudiantes ejercicios con un número de ecuaciones diferentes al número de incógnitas, pues ellos solo piensan en sistemas donde el número de ecuaciones es igual al número de incógnitas como son el 2x2 y 3x3. Debido a estos resultados, consideraremos investigaremos ejercicios y problemas referidos al sistema de ecuaciones lineales donde el número de ecuaciones es menor al número de variables, pues los estudiantes tienen dificultades en este tipo de ejercicios. Otros investigadores como Panizza, Sadovosky y Sessa (1999) detectaron las dificultades que tienen los estudiantes de cuarto y quinto de secundaria de un colegio de Argentina, al resolver una ecuación con dos variables en forma adecuada. En sus resoluciones los estudiantes agregaban una ecuación para poder resolverlo o lo dejaban sin responder, esto hecho coincide con las conclusiones de Ochoviet (2009), donde afirma que los estudiantes tienen dificultad en resolver sistema de ecuaciones, con número de variables distintos al número de ecuaciones. Esta información de los investigadores brinda futuras pautas que servirán para diseñar nuestra prueba diagnóstica**.** Por otro lado, **Ernesto Valencia (2015)** afirma que los estudiantes que cursaban el curso de álgebra lineal de una universidad del Perú también tenían dificultad al resolver un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas, como el siguiente $\begin{cases} x+y+z=1 \\ y+z=3 \end{cases}$, donde los estudiantes concluían que no podían determinar el valor de la variable *x*, pues consideraban que faltaba información. En otra actividad, Valencia indicó a los alumnos que determinen dos soluciones al sistema de ecuaciones lineales representado por la matriz aumentada $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right]$, de los cuales 10 alumnos respondieron incorrectamente, 4 de ellos no pudieron hallar el valor de *y,* y los 6 alumnos restantes no relacionaron la matriz aumentada con el sistema de ecuaciones, con lo cual no respondieron nada. Estas observaciones del investigador Valencia coinciden con las identificadas por Ochoviet, Panizza, Sadovsky y Sessa, quienes aportarán información para alimentar de manera adecuada nuestras actividades y secuencia didáctica. Podemos inferir que en los estudiantes que fueron evaluados por los investigadores predomina el pensamiento analítico aritmético, pues no llegan a tener capacidad de análisis para estar en el pensamiento analítico estructural.

Cutz (2005) detectó las dificultades que tienen los estudiantes con la representación geométrica del conjunto solución de un sistema de ecuaciones con dos y tres variables, además de relacionar e interpretar adecuadamente el pensamiento sintético geométrico y analítico estructural de Sierpinska (2000). La investigación consistió en entrevistar a 5 alumnos que recién estaban cursando álgebra lineal en una institución superior de México, a los cuales se les indicó que desarrollaran una serie de actividades, por ejemplo, la gráfica de ecuaciones con dos incógnitas, de manera que hubiera tres puntos de intersección. Se detectó que los alumnos dieron como las soluciones los tres puntos de corte; es decir, ellos identifican la intersección de cada par de rectas como solución cuando en realidad no hay. Nosotros podemos inferir que dichos estudiantes tienen dificultad de transitar del pensamiento sintético geométrico al pensamiento analítico estructural. El investigador también detectó que los alumnos consideran a una recta como un objeto de solución único y no de infinitas soluciones; también, observó que los estudiantes consideran las rectas como segmento y no como rectas. Esto es otra fuente de dificultad; es decir, no consideran que la recta se prolonga indefinidamente. El investigador concluyó que los estudiantes tienen distintas formas de interpretar el pensamiento geométrico y analítico; además, sugiere tener en cuenta las dificultades que encontró en los alumnos al iniciar el desarrollo del curso de álgebra lineal para poner mayor énfasis o crear actividades que ayuden a superar dicha dificultad.

Oktac, García y Ramírez (2006) consideraron realizar importantes actividades de reflexión y análisis a los alumnos para poder apreciar su nivel de comprensión del tema. En la primera actividad, consideraron indicar a los alumnos que resuelvan el siguiente sistema: $\begin{cases} 2x+3y=12 \\ 4x+6y=-8 \end{cases}$,para conocer las herramientas que utilizan los alumnos al resolver dicho sistema si realizan operaciones para eliminar una de las variables, se encontrarán con la siguiente expresión 0=32 y concluirán que el sistema no tiene solución. Los investigadores proponen hacerles a los estudiantes la siguiente pregunta: ¿por qué consideran que no tiene solución? Así, el docente podrá saber si aprendió el concepto y no solo el algoritmo de solución. Si la respuesta de los alumnos fuera infinitas soluciones, también se debe realizar con ellos la misma reflexión. Una segunda actividad consiste en pedir a los estudiantes que brinden ejemplos de un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con incógnitas que tenga infinitas soluciones y otro que además tenga como solución el punto (5; -3). Estos tipos de problemas representan para los estudiantes un gran desafío, porque ellos están acostumbrados a que se les brinde el sistema de ecuaciones y aplicar su algoritmo de solución. Lo que pretende esta pregunta es averiguar si el alumno tiene claro lo que significan las ecuaciones equivalentes como infinitas soluciones.

En otra actividad, los investigadores proponen preguntarles a los estudiantes que grafiquen un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, de manera que sean dos rectas paralelas. Con esto se logrará conocer si el alumno entiende la solución de un sistema de ecuaciones cuando ellos representan rectas paralelas. En una última actividad, se les mostró a los alumnos tres rectas intersecadas dos a dos y se les preguntó cuántas soluciones tiene el sistema. Los estudiantes respondieron tres soluciones, por lo que es posible que los alumnos identifiquen una solución con intersección de rectas. Dicha dificultad detectada en los estudiantes coincide con la observada y reportada por Cutz (2005).

En las investigaciones realizadas a estudiantes del nivel medio superior sobre las dificultades que tienen los alumnos al transitar sobre el modo de pensamiento sintético geométrico al modo de pensamiento analítico estructural, realizadas por Eslava y Villegas (1998), se detectó que los estudiantes tienen dificultad en reconocer la solución de un sistema de ecuaciones cuando tienen la gráfica de tres rectas, que se cortan dos a dos, debido a que ellos relacionan la solución del sistema con los puntos que se originan con dichos cortes.

En las investigaciones realizadas por Panizza et al. (1999) en una escuela media, se detectó que algunos estudiantes, cuando resuelven un sistema de ecuaciones lineales y llegan a la igualdad 0=0 y $Y=Y$, afirman de manera inmediata que el sistema no tiene solución sin analizar la estructura de esta. Por ello, dicho sistema puede tener infinitas soluciones; además, también detectó que hubo estudiantes que, cuando se les pide que resuelvan una ecuación con dos variables, no puedan relacionar los puntos de la recta con la solución del sistema.

Por otro lado, en las investigaciones que realizó Mora (2001) **a** estudiantes de licenciatura, detectó que tenían dificultad en poder interpretar cuando, al resolver un sistema de ecuaciones lineales, se encuentran con la igualdad 0=0. Además, cuando se les muestra la gráfica de tres rectas que forman un triángulo, los estudiantes identifican los vértices del triángulo como solución del sistema. Por ello, el investigador concluye que los alumnos no pueden transitar los distintos modos de pensamiento de Sierpinska (2000).

Oaxaca y De la Cruz (2009) detectaron en sus investigaciones que los estudiantes creen que la solución gráfica de un sistema de ecuaciones lineales se encuentra en la intersección con los ejes coordenados; además, no relacionan la solución o soluciones del sistema como pares ordenados, sino que consideran como solución el valor de las variables de manera independiente.

Existe información de investigadores que buscaban medios tecnológicos para superar los procesos que involucraban los métodos de solución, como afirma Betancourt (2009). Este investigador detectó, en base a su experiencia como docente del curso de álgebra lineal en una Universidad de México, que los estudiantes, en el tema de ecuaciones lineales, se enfocan más en el método de solución de Gauss que en los conceptos a desarrollar, como sistemas equivalentes, conjunto solución, linealmente independiente y linealmente dependiente, debido a que dicho método resulta muy elaborado aritméticamente para ellos. Además, si los coeficientes de las variables no eran enteros, la dificultad de resolver el sistema de ecuaciones aumentaba y traía como consecuencia que los alumnos se preocuparan más en los algoritmos para resolver el sistema que en la parte conceptual del tema. Por este motivo, diseñó un ambiente computacional, al que denominó ALSEL; sin embargo, antes de presentar este ambiente a los alumnos, el investigador mostró el método de Gauss y vio con los estudiantes la necesidad de que, a medida que el sistema de ecuaciones aumentaba el número de variables y ecuaciones, las operaciones realizadas en el algoritmo de Gauss se incrementarían. De ahí que era necesario usar otras herramientas de solución, que sería el ALSEL. Otro investigador como Cerón (2017) afirmaba que los estudiantes de Colombia tenían un bajo rendimiento en matemáticas. Esto estaba basado en los resultados de sus exámenes

Pisa 2017, donde menos del 18% de estudiantes alcanzó el nivel mínimo requerido. Por ello, el investigador propuso plantear la clase usando las TIC (tecnologías de la información y la comunicación) mediante una plataforma llamada Moodle. Esto lo aplicó a los estudiantes del noveno grado de una institución educativa de Colombia y consideró el tema de sistema de ecuaciones lineales. El material que estaba en la plataforma constaba de guía de aprendizaje de teoría y práctica del tema, también había videos, enlace de GeoGebra en línea, además de foro y chat para poder interactuar entre alumnos y docentes. El investigador concluyó que el uso de los medios tecnológicos en la enseñanza mejoró la interiorización de los conceptos de los estudiantes.

García y Proleón (2012) afirmaron que, después de trabajar con los alumnos del segundo grado de secundaria del colegio privado de Lima, estos se mostraron motivados por el uso de medio tecnológico Wiris para el desarrollo del sistema de ecuaciones lineales. Con el objetivo de fortalecer el tema desde el punto de vista algebraico y geométrico, se les brindó actividades para resolver el sistema y luego tuvieron que verificar su respuesta con el Wiris y graficar las ecuaciones para poder interpretar la solución del sistema de ecuaciones lineales. Sin embargo, podemos observar que el Wiris brinda de una manera no adecuada el conjunto solución; es decir, en vez de expresar {(7;1)}, lo muestra de esta manera {{x=7; y=1}}. Este error debe ser aclarado oportunamente por el docente. Los investigadores concluyeron que el uso del Wiris en los estudiantes ayudó a mejorar el aprendizaje para encontrar el conjunto solución de un sistema de ecuaciones, pues estos se sentían motivados con el software cuando comparaban su solución con la que mostraba el Wiris. Betancourt (2009), Cerón (2017), y García y Proleón (2012) investigaron el uso de los medios tecnológicos en los estudiantes para que ellos puedan superar los procesos de los métodos de solución de sistema de ecuaciones lineales, de manera que los alumnos puedan transitar sobre los pensamientos de Sierpinska (2000). Por este motivo, nosotros, en nuestra prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes, damos la opción a ellos de usar una calculadora que pueda resolver un sistema de ecuaciones lineales para poder analizar el conjunto solución del sistema.

1.2 Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

En esta sección explicaremos algunos conceptos de errores y dificultades definidas por algunos investigadores, luego tomaremos una postura de dichos conceptos, lo cual nos ayudará explicar nuestro foco de estudio en las siguientes secciones tomando con referencia nuestros antecedentes registrados.

Para García (2010), cuando los docentes detectan los errores originados por los estudiantes, y estos son admitidos y reconocidos, pueden servir como herramienta importante para superar y contribuir a su corrección. Las investigaciones de Davis (1984) estandarizaron los errores más comunes de detectar. En ese sentido, mencionaremos lo que interesa en nuestro foco de estudio, como la notación, errores producidos por una representación inadecuada y reglas que producen reglas.

Por otro lado, Radatz (1979) brinda una forma taxonómica de clasificar los errores. Para el primero, se debe trasladar del lenguaje natural al lenguaje del formalismo matemático. El segundo error ocurre cuando se presenta el contenido del tema con imágenes espaciales. El tercer error detectado por el investigador son las deficiencias de los conocimientos previos con que llega el estudiante. Un cuarto error es la rigidez del pensamiento o la poca flexibilidad para poder adquirir nuevo conocimiento. El quinto y último error sucede cuando los estudiantes usan reglas o estrategias en contenidos distintos.

Rico (1995) afirma que Mosvshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987) realizan una clasificación de los errores en base a un análisis que se efectúa al ver las soluciones de los estudiantes de la siguiente manera. El primero recae en los datos mal utilizados. Según los investigadores, esto se debe a que los alumnos podrían agregar datos extraños, no toman en cuenta algún dato necesario para la solución, responden a situaciones que no son necesarias e interpretan de forma no adecuada un dato. El segundo es la interpretación incorrecta del lenguaje. Este error se produce, según los investigadores, por la traducción no correcta del lenguaje matemático. Como tercer error los investigadores señalan la inferencia no válida lógicamente. Dicho error es producido porque los estudiantes brindan un razonamiento no adecuado al ejercicio o problema. Un cuarto error detectado por los investigadores se origina cuando los alumnos usan los teoremas o definiciones en forma inadecuada; es decir, los estudiantes distorsionan los teoremas, definiciones, principios y reglas. Como quinto error tenemos la falta de verificación en la solución. Esto ocurre cuando los estudiantes no analizan o verifican su posible respuesta: consideran que tienen la respuesta correcta, pues sus pasos son correctos, y no realizan el paso de verificación del resultado con el problema o ejercicio. El sexto y último error es aquel producido por el cálculo.

La clasificación de los errores que dieron los investigadores Esteley y Villareal (1990, 1996) fue la siguiente: primero consideraron los errores de cálculo al operar números reales, de planteamiento y resolución de ecuaciones. Como segundo error consideraron el uso parcial de los estudiantes de la información del ejercicio o problema. El tercer error fue la falta de comprobación de los resultados parciales o totales en el ejercicio o problema, y la no conexión en la gráfica y los cálculos analíticos. Como cuarto error mencionan el uso no correcto de las propiedades y definiciones. Como quinto error mencionan la no verificación de las propiedades, teoremas, definiciones, principios. Un sexto error es la forma incorrecta en que los estudiantes interpretan la información o agregan datos a la información dada. Un séptimo error es mencionado como error de lógica cuando los alumnos expresan de forma no adecuada el lenguaje matemático, o realizan o argumentan inadecuadamente las proposiciones involucradas en el problema o ejercicio. Por último, mencionan que los estudiantes se equivocan al transcribir el ejercicio original a la hoja donde el estudiante desarrollará su solución

Mattos (2018) afirma que Rico (1995) define error como parte del aprendizaje del conocimiento del estudiante. Por ello, la labor del profesor no es evitar los errores, sino realizar el diagnóstico para detectarlos, de manera que se pueda buscar un tratamiento para corregirlos. Rico también afirma que, si el estudiante brinda una respuesta equivocada, será llamado error.

Otro hecho que afirma Mattos es que Socas (1997) clasifica las causas de los errores de la siguiente manera. El primer tipo que menciona es el error que tiene su origen en un obstáculo. Lo identifica como aquellos conocimientos que son válidos para cierto contexto, pero que serán errados para un contexto nuevo. El segundo tipo de error que menciona es aquel que se origina por ausencia de sentido, aquel producido cuando los conceptos y definiciones nuevas que aparecen o surgen son expresados por signos y objetos antiguos. Socas distingue dicho error de la siguiente manera: considera uno de ellos proveniente del álgebra, que tienen su origen en la aritmética. Menciona que esto se debe a algunos conceptos aritméticos que no se aprendieron de forma adecuada. Dicho error se extiende a conceptos algebraicos; por ejemplo, el error identificado en aritmética $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{2+3}$ se extiende a los conceptos de álgebra como $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{x+y}$. Otro tipo de error de esta característica, según Socas, es aquel provocado por procedimientos. Dicho error aparece cuando los estudiantes realizan de forma no adecuada las fórmulas, reglas, teoremas, propiedades. Un último tipo error de estas características es aquel originado por el propio lenguaje algebraico; es decir, sus causas son estrictamente algebraicas, sin ninguna relación conceptual con la aritmética.

Otro tipo de error que menciona Socas (1997**)** es aquel producido por el origen en actitudes afectivas y emocionales. Considera que estos se deben a la falta de atención del estudiante, baja concentración en la clase o exceso de confianza, los que provocan un bloqueo mental.

Según Matos (2018), para los investigadores Godino, Batanero y Font (2003**),** el término dificultad se interpreta con el porcentaje de respuestas incorrectas al desarrollar una tarea designada sobre un tema determinado. Matos también afirma que las investigaciones realizadas por Socas (1997) confirman que, en el aprendizaje de las matemáticas, surgen muchas dificultades en casi todos los alumnos. Por ello, clasifica dichas dificultades de la siguiente manera: la primera dificultad detectada por Socas es la asociada a la complejidad de los objetos matemáticos. Esto se debe a la precisión con que los estudiantes trabajan sus tareas asignadas, pues desarrollan el ejercicio o problema de la tarea asignada con un lenguaje habitual y no necesariamente con una precisión matemática. Un segundo tipo de dificultad, según Socas, está asociado con los procesos de los pensamientos matemáticos, donde los estudiantes pueden transitar sobre los conceptos matemáticos, pero sin el formalismo y la abstracción de este. El tercer tipo de clasificación de las dificultades, según Socas, está asociado a los procesos de enseñanza de matemáticas. Para ilustrarlo, el autor pone como ejemplo una institución escolar donde detectó que la enseñanza docente era tradicional y se limitaba a brindar los contenidos matemáticos de manera formal y rigurosa. En cuanto al currículo de las matemáticas, Socas advierte que muchos docentes se centran en un libro de texto y en su formalismo matemático correspondiente, de manera que no logran articular dicho conocimiento con los estudiantes y los métodos de enseñanza. El cuarto tipo de dificultad que clasifica Socas está asociado a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos. Este aparece cuando tratamos de lograr información sobre los procesos de desarrollo de aprendizaje de los estudiantes, de manera que se puedan regular los niveles de dificultad de las preguntas que se trabajan con ellos. El quinto tipo de dificultad que detectó Socas es aquel asociado a las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas. Dicha dificultad aparece, debido a que muchos estudiantes tienen miedo o un comportamiento negativo hacia las matemáticas.

Ahora nosotros consideraremos las definiciones y clasificaciones de errores y dificultades trabajadas por Socas (1997) para nuestro análisis y a partir de los antecedentes registrados, hemos elaborado una lista de errores y dificultades, que serán mostradas en la siguiente sección que nos servirá como punto de partida para analizar las respuestas de los estudiantes en nuestra prueba diagnóstica. Por ejemplo, Deysi, García y Proleón (2012) detectaron en las respuestas de los estudiantes al usar los medios tecnológicos con el software Wiris que mostraban el conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales como {{x=7; y=1}} y no como debería ser {(7;1)}, dicho dificultad se llama de precisión por **Socas** (1997). Otro ejemplo, **Cutz** (2005) detecto en las respuestas de los estudiantes cuando se les mostraba la gráfica de un sistema de lineal de tres ecuaciones con dos variables que indicaban como solución a cada vértice, esto evidenciaba que no hubo transito adecuado del pensamiento sintético geométrico al analítico estructural, además podemos considerar dicho error de procedimiento según **Socas**(1997), debido a que se está considerando la intersección de dos recta como solución de un sistema, pues dicho hecho se cumple, sólo si el sistema lineal de ecuaciones es de dos ecuaciones con dos variables.

1.3 Justificación

Desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas, podemos afirmar que los antecedentes advierten sobre las dificultades en la comprensión del concepto solución o conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Si además se tiene en cuenta que es un tema que aborda en la educación básica regular, tal como se verifica al revisar Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular (2009) y textos escolares, del ministerio de educación del año 2013, consideramos que su comprensión debe haberse iniciado en dicho nivel educativo, prevaleciendo los modos de pensamientos de Sierpinska (2000), de manera que en la educación superior se afiancen dichos modos de pensamientos. Ahora nosotros entenderemos por concepto, según Vergnaud (1998), la combinación de un conjunto formado primero por pensamientos, que en nuestro foco de estudio serían los tres pensamientos de Sierpinska (2000). Un segundo elemento sería un conjunto invariante que, para nuestro interés, se refiere a los algoritmos que se necesita para resolver un sistema de ecuaciones lineales. El tercer elemento se refiere al conjunto de representaciones que, para nuestro foco de estudio, sería las gráficas de las ecuaciones y la notación del conjunto solución.

1.4 Pregunta y objetivo de la investigación

1.4.1 Pregunta de investigación: ¿Cuáles son algunas de las dificultades o errores acerca del concepto solución de un sistema de ecuaciones lineales en estudiantes del nivel superior o como transitan en los modos de pensamientos de Sierpinska (2000)?

1.4.2 Objetivo general: Analizar las dificultades y errores relativas al concepto de solución de sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de nivel superior, así como el tránsito entre los modos de pensamiento

1.4.3 Objetivos específicos: Elaborar una lista de las dificultades y errores sobre la noción de solución de un sistema de ecuaciones lineales reportadas en otras investigaciones en el área de Didáctica de las Matemáticas. La siguiente lista está basada en la definición de errores y dificultades por Socas (1997)

1. Errores que tienen su origen en un obstáculo
2. Error de procedimiento.
3. Error del significado de la igualdad
4. Dificultad de precisión
5. Dificultad del uso del vocabulario común
6. Dificultad de confusión con los signos matemáticos
7. Dificultad en el método de enseñanza

CAPÍTULO 2: ELEMENTOS TEÓRICOS

En esta sección explicaremos los elementos teóricos que vamos a desarrollar en nuestra investigación, el primer elemento es el análisis epistemológico, donde mostraremos al evolución histórica de la solución o conjunto solución de un sistema de ecuaciones, a través del tiempo, como segundo elemento será nuestro análisis cognitivos, donde basado en algunas investigaciones explicaremos lo que los estudiantes entienden como solución, como tercero elemento consideraremos el análisis didáctico, basado en el libro textos del curso, libros escolares, materiales de clases y el diseño curricular 2009,un cuarto elemento será nuestro análisis a priori, donde mostraremos lo que esperamos de las resoluciones de las respuesta de la aplicar nuestra prueba diagnóstica, basado en las investigaciones registradas en nuestros antecedentes, como quinto elemento será la parte experimental, como sexto elemento será el análisis cualitativo de las respuesta de nuestra prueba diagnóstica y como séptimo elemento es el análisis a posteriori, donde analizaremos las resoluciones de las respuestas de la prueba diagnóstica con lo analizado en parte a priori e identificar los errores y dificultades según Socas (1997)

2.1 Análisis epistemológico

Ahora comentaremos la evolución histórica del desarrollo del concepto solución o conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales, a través del tiempo.

Coulange (2000), afirmaba antiguamente los problemas matemáticos estaba basado en resolver problemas de la vida diaria o cuestiones geométricas, Zamar, Macoritto, Serrano y Amaduro (2011), afirmaban que los egipcios usaban las matemáticas en la antigüedad para resolver problemas de reparto de víveres, salariales y reparto de tierras, además dejaron evidencia en los papiros de Rhin1650 a.c y el papiro de Moscú 1850 a.c, donde la mayoría de problemas están relacionados con situaciones concretas de la vida diaria, sin embargo ya existían algunos problemas donde el objeto matemático no representa alguna variable de la vida diaria.

Zamar (2011), afirma que recién en los años 1600 dc, empiezan aparecer los primeros símbolos algebraicos, antes de estos años, todo se resolvían por métodos aritméticos y en muchos casos con reglas específicas para cada problema en particular.

En la historia hubo un rechazo en reconocer el cero y los números negativos como solución de una ecuación, debido que en aquella época no podían explicar su relación con problemas de la vida diaria, ahora mostraremos la evolución histórica del cero, los números negativo y del álgebra, de manera que nos puedan proporcionar información de las dificultades que han tenido en la historia la construcción del conjunto solución de un sistema lineal de ecuaciones. Luego mostraremos que en la antigüedad primero la preocupación era resolver y brindar los problemas de la vida cotidiana usando las matemáticas, luego después de muchos años llegó el formalismo matemático y donde se resolvían las ecuaciones o sistema de ecuaciones lineales y donde los valores de las variables no necesariamente responden a la solución de un problema cotidiano.

Históricamente, hubo un rechazo inicial por aceptar los números negativos, es fue debido a que no encontraban por aquellas épocas un significado a los problemas de la vida real con dichos números. Ahora contaremos brevemente la evolución de los números negativos. Según Hernández (2010), el concepto de cero aparece en el año 510 d. c. por el astrónomo hindú Arybhata, quien creó una notación numérica, donde mostraba el cero; además, el matemático y astrónomo Brahmagupta, en el año 628 d. c., describió métodos de operaciones de cálculos matemáticos de nueve cifras donde se involucran números positivos, negativos y cero; sin embargo, a pesar de usar operaciones con números negativos, todavía no se tenía claro el concepto de dicho objeto. Anne (2002) afirma que los números negativos aparecen en la historia como auxiliares de las operaciones de cálculo. Llegaba a esta conclusión porque no los encontraba en los enunciados ni en las respuestas. Gallardo y Hernández (2007) manifiestan que los chinos, en 400 a.c., relacionaban las pérdidas con los números negativos, y la notación numérica de dichos números eran unas barras negras, mientras que el rojo lo usaban para los números positivos. Otra forma de escribir los números negativos era colocar una diagonal a las barras negras. Gonzalez et al. (1999) afirma que, según el matemático Flamenco Stiven, los números negativos no eran números confiables, porque los números representaban cantidad. Según Gallardo y Hernández (2007), Nicolás Chuquet dio significado a los números negativos en las soluciones de ecuaciones y problemas en el siglo XV en Europa. A partir de ese momento, ya eran números con interpretación y significado. Sin embargo, estos conceptos no se expandieron de forma adecuada; además, faltaba formalizar dichos números. Según Anne (2002), Hankel presentó recién de manera formal los números negativos en 1867. Según Glaeser, debido a que los números negativos tuvieron el rechazo en la historia, aparecieron obstáculos epistemológicos para su comprensión: falta de actitud para manipular las cantidades negativas por el rechazo a su existencia; dificultades para interpretar las cantidades negativas; dificultades para unir la recta numérica formada por números positivos, negativos y cero; y la ambigüedad de los ceros absolutos y relativos.

En la actualidad, hemos detectado dificultades en los estudiantes en manipular y expresar adecuadamente el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Históricamente, el formalismo matemático en dicho tema recién llegó en el siglo XVI. Comentaremos brevemente dicha evolución.

Guayanulo (2014), en su proyecto sobre una propuesta didáctica de enseñanza en el aula con ecuaciones lineales, cuadráticas y modelación sobre estos tópicos, afirma que Francisco Vieta, en el siglo XVI, fue la primera persona que simbolizó los problemas de contextos de matemática asignando una vocal a una cantidad desconocida, y una consonante a la magnitud o un número dado. Luego de unos años, el investigador afirma que Descartes asignó a las últimas letras del abecedario como *x*, *y*, *w*, *z* como las incógnitas y a las primeras letras del abecedario *a, b, c, d, e, f* como los coeficientes de las variables. Es así como actualmente se trabaja. Debido a esta cita del investigador, podemos afirmar que, antes del siglo XVI, los problemas de contexto de las matemáticas se resolvían sin asignarles variables a las cantidades desconocidas y, por ende, solo se enfocaban en las soluciones de los problemas y no en los conjuntos solución de ellos. Guayanulo afirma que Bezout, en el año 1590, muestra soluciones enteras particulares de una ecuación diofántica, que es una ecuación lineal con dos variables con coeficientes enteros usando el máximo común divisor. Esto debió ocurrir porque Bezout estaba preocupado en buscar métodos y resolver ecuaciones lineales con soluciones enteras. Guayanulo afirma que el texto de Cardamo Gerolamo, titulado *Práctica de aritmética y medición detallada de magnitudes*, escrito en el siglo XVI, analiza la solución de una ecuación lineal con una variable, si está pertenece a un conjunto determinado, que comúnmente podría ser natural, entera, racional o real. Este hecho debe ser el inicio de la solución de una ecuación como conjunto solución. Guayanulo cita a Filly y Rojana (1985), quienes afirman que han realizado una investigación con alumnos de octavo y noveno grado de una entidad escolar de Colombia sobre las ecuaciones lineales y cuadráticas. En esta detectaron que a los alumnos les falta una actitud crítica y reflexiva de las soluciones que encuentran. Esto se debe a que se les enseñan ejercicios y problemas tradicionales, con los cuales se les limita su actitud crítica y reflexiva sobre sus resultados. Los alumnos solo verifican que la solución encontrada cumple la ecuación determinada, pero no analizan si esta tiene sentido en el contexto del problema.

Macarito y Serrano (2011) afirman que Viéte (1540-1603), al introducir la notación simbólica para las variables y las constantes, inicia una nueva era en el desarrollo de las matemáticas fortalecido con los aportes de Descartes (1596-1650). Los investigadores afirman que, antes de los aportes de Viéte, los problemas se resolvían con muy pocos símbolos y muchas palabras. Por ejemplo, a la incógnita se le llamaba cosa, *A quadratus*, ahora sería A^2, *A cubus* sería A^3 y así sucesivamente. Para el producto de dos factores se usaba *in* y para el símbolo de igualdad se usaba *aequalis*. Los investigadores muestran un ejemplo de Viéte: "*B in A quadratum, plus D plano in A, aequari Z sólido*", cuya interpretación es dada por $BA^2 + D^2A = Z^3$ que corresponde a la ecuación $ax^2+b^2x=m^3$. Esta notación hoy en día sería $ax^2 + bx + c=0$.

En *Bosquejo histórico de álgebra lineal*, Juan Boza Cordero comenta que, dos siglos antes de Cristo, los chinos mostraban la solución de un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas, como la asignación de valores a las variables x, y, z, de manera que cumplan el sistema de ecuaciones. El método que usaban los chinos es el que hoy se conoce como el método de Gauss.

Dorier(1995) afirma que Euler brindaba, sin saberlo, una introducción del concepto de linealmente independiente. Esto se debe a que Euler, en el siglo XVII, detectó que no era posible que todos los sistemas de ecuaciones lineales de n ecuaciones con n incógnitas tengan solución con los métodos tradicionales de la época. Esta observación pasó desapercibida por casi cien años. Observó que la dificultad se debía a que el sistema lineal de ecuaciones tuviera infinitas soluciones y por aquella época solo se aceptaban soluciones únicas. Euler afirmaba que los sistemas lineales tenían solución si cada ecuación no está inmersa en las otras ecuaciones. Otra afirmación de **Dorier (1995)** es que, en el siglo XVIII, en un trabajo colectivo, Taylor, Maclaurin y Cramer resolvieron un sistema de ecuaciones lineales de *n* ecuaciones con *n* incógnitas, cuyo determinante de su matriz de coeficiente es diferente de cero.

En la tesis titulada *Construcción del concepto de ecuaciones lineales con dos variables mediante visualización y registro de representación en alumno de primer semestre de ingeniería agroindustrial*, Marroquin (2009) comenta la historia de los sistemas de ecuaciones lineales: Diophate, al resolver un sistema de ecuaciones lineales, solo aceptaba soluciones positivas, porque consideraba que el sistema de ecuaciones lineales nos debería servir para resolver problemas y no ecuaciones.

2.**2 Análisis cognitivo**

Consideramos que las dificultades de los estudiantes para determinar la solución o conjunto solución de un sistema de ecuaciones podría deberse a que ellos no logran interiorizar dicho concepto. Para ello, podemos revisar algunos documentos.

En la tesis de doctorado en educación matemática *Ecuaciones algebraicas en la enseñanza media: una jornada por diferentes mundos de matemáticas*, Rosana Nogueira de Lima afirma que Dreyfus y Hoch (2004) realizaron una encuesta a los alumnos de enseñanza media de Israel, donde se preguntaba a los estudiantes qué es una ecuación. El propósito era comprender cómo los alumnos entendían la estructura de una ecuación. Los investigadores analizaron cinco respuestas de los alumnos: dos de ellas mostraban lo que los estudiantes entienden por estructura de una ecuación, como determinar el valor de *x*; las dos siguientes respuestas de los estudiantes hacen mención a la igualdad de dos miembros; y la última respuesta hace hincapié en la manipulación de las ecuaciones a través de reglas establecidas. Los investigadores, después de analizar las respuestas de los alumnos, concluyeron que estos fácilmente pueden reconocer una ecuación, pero difícilmente podrán explicar la estructura y propiedades presentes en dicha ecuación; además, detectaron que el reconocimiento y entendimiento de los alumnos sobre una ecuación está basado en el método a resolver, y no en su estructura formal y a su álgebra de manipulación.

Los investigadores afirman que, si se enseñaran las ecuaciones como una estructura y no como métodos mecánicos, se lograría un mejor entendimiento del concepto y los alumnos no tendrían dificultad al resolver ejercicios de todo tipo. De no ser así, solo serían capaces de resolver ejercicios muy similares; además, si los alumnos logran entender una ecuación como una estructura, podrán entender el significado de igualdad, donde cualquier acción que realice a un miembro debería hacerlo al segundo miembro.

Otro factor que analizamos es la interpretación que tienen los estudiantes ante las igualdades. En nuestro foco de estudio, aparecerán 0=0 y su interpretación no será sencilla para los alumnos. Respecto al término igualdad, Kieran (1981) afirma que los alumnos de educación infantil entienden la igualdad como la comparación de dos conjuntos diferentes. En la enseñanza fundamental, los estudiantes entiendan la igualdad como una acción para ser luego efectuada. Asimismo, detecta que los alumnos entiendan mejor 8=3+5 que 3+5=8; además, el investigador muestra la importancia de las equivalencias en el álgebra con el símbolo igual, a través de los ejemplos $(x+1)^2=x^2+2x+1$, donde cumple para cualquier valor de x en los números reales. Otro ejemplo sería $x^2-1=5$, donde dicha ecuación cumple para valores específicos. Kieran también afirma que los estudiantes tendrán un mejor entendimiento del significado de equivalencias si se les muestra inicialmente igualdades aritméticas como (2)(6)=(4)(3)=10+2, para que puedan interpretar el significado del símbolo igual.

Otra dificultad que encontramos en los estudiantes es que no reconocen con facilidad las ecuaciones equivalentes. Esto es observado por Livchevski y Sfard (1991), quienes concluyen, después de realizar un trabajo de investigación con los alumnos de secundaria de Jerusalén, que los estudiantes pueden reconocer como ecuaciones equivalentes a $4x-11=2x-7$ y $4x=2x+4$, pues poseen la misma solución o raíz. Sin embargo, los estudiantes tienen dificultad al reconocer como ecuaciones equivalentes a $4x-11=2x-7$ y $(x-2)^2=0$. No lo logran conectar, pues ellos consideran todavía que la ecuación equivalente también se refiere a pasar una ecuación a través de operaciones a la otra ecuación, lo cual, en este ejemplo, no es posible y logran ser equivalentes por la definición, es decir, que tiene raíces iguales. Los investigadores Linchevski y Sfard (1991) afirman que los estudiantes ven el formalismo de resolver una ecuación como un objeto abstracto y visualizan que los estudiantes entienden mejor la manipulación de símbolos que aspectos formales.

Otra dificultad que se detectó en los estudiantes es que no verifican sus resultados parciales obtenidos. De esta manera, su posible solución podría quedar errada. Sobre esto, en la tesis *Los conjuntos numéricos a través de la historia*, Valdez (2008) afirma que, en el papiro de Ahmes, resuelven el problema de repartir nueve barras de pan entre diez hombres y muestran como solución que a cada hombre le corresponde 2/3+1/5+1/10 de pan; luego, se multiplica por 10 para verificar que efectivamente son nueves barras de pan. Nosotros podemos apreciar que, para este problema y todos los demás, Ahmes siempre verifica su resultado para poder llamarlo solución. Podemos inferir que Ahmes se dio el tiempo para analizar sus resultados en cada problema, de manera que recién cuando el resultado es verificado es llamado solución.

2.3 Análisis didáctico

Ahora revisaremos el texto básico del curso, el diseño curricular y los materiales del curso con el fin de poder inferir sobre los conocimientos previos de los estudiantes antes de ser evaluados.

En el libro texto *Precálculo, matemática para el cálculo* (sexta edición) de Stewart, Redlin y Watson, el cual está dirigido a los alumnos que están cursando el curso de matemática básica para ingeniería, y que es el libro texto de nuestros estudiantes que serán evaluados con nuestro cuestionario sobre el concepto de solución o conjunto solución en un sistema de ecuaciones lineales podemos hacer las siguientes observaciones:

En primer lugar, son notorias los errores que tienen algunos estudiantes al extender inapropiadamente las propiedades de multiplicación en las operaciones de expresiones algebraicas. Este tipo de error lo identificas Socas (1997) como **error de procedimiento.** Ver la Figura 1.

Propiedad correcta de la multiplicación	Error común en la adición
$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$	$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$
$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a}\sqrt{b} \quad (a, b \geq 0)$	$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$
$\sqrt{a^2 \cdot b^2} = a \cdot b \quad (a, b \geq 0)$	$\sqrt{a^2 + b^2} \neq a + b$
$\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} = \frac{1}{a \cdot b}$	$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \neq \frac{1}{a+b}$
$\frac{ab}{a} = b$	$\frac{a+b}{a} \neq b$
$a^{-1} \cdot b^{-1} = (a \cdot b)^{-1}$	$a^{-1} + b^{-1} \neq (a+b)^{-1}$

Figura 1: Fragmento de la pag. 41 del libro texto *Precálculo, matemática para el cálculo* (sexta edición) de Stewart, Redlin y Watson.

En segundo lugar, el texto, cuando resuelve los problemas de una ecuación lineal con una variable, no muestra el conjunto solución, pero sí verifica la posible solución con la ecuación original; es decir, solo muestra la solución del ejercicio y no su conjunto solución. Esto sería una dificultad de precisión según Socas (1997). Ver la Figura 2.

Ejemplo 1 **Solución de una ecuación lineal**

Resuelva la ecuación $7x - 4 = 3x + 8$.

Solución Resolvemos la ecuación cambiándola a una equivalente en la que todos los términos que tienen la variable x están en un lado y todos los términos constantes están en el otro.

$7x - 4 = 3x + 8$	Ecuación dada
$(7x - 4) + 4 = (3x + 8) + 4$	Se suma 4
$7x = 3x + 12$	Simplificación
$7x - 3x = (3x + 12) - 3x$	Se resta $3x$
$4x = 12$	Se simplifica
$\frac{1}{4} \cdot 4x = \frac{1}{4} \cdot 12$	Multiplicación por $\frac{1}{4}$
$x = 3$	Simplificación

Puesto que es importante VERIFICAR LAS RESPUESTAS, lo haremos en muchos de los ejemplos. En estas comprobaciones, PM quiere decir "primer miembro" y SM quiere decir "segundo miembro" de la ecuación original.

Compruebe su respuesta

$x = 3$:

$x = 3$ PM $= 7(3) - 4 = 17$

$x = 3$ SM $= 3(3) + 8 = 17$

PM = SM ✓

Figura 2: Fragmento del libro texto *Precálculo, matemática para el cálculo* (sexta edición) de Stewart, Redlin y Watson.

En tercer lugar, en algunas ecuaciones, el texto da como solución un valor o valores sin verificar. Tampoco muestra el conjunto solución. La no verificación de la solución es un error detectado por Mosvshovitz, Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987) y no indicar el conjunto solución sería una dificultad de precisión según Socas(1997) Ver la Figura 3.

Ejemplo 5 **Resolución de ecuaciones cuadráticas simples**

Encuentre la solución de cada ecuación.

a) $x^2 = 5$ b) $(x - 4)^2 = 5$

Solución

a) De acuerdo con el principio del recuadro anterior, obtenemos $x = \pm\sqrt{5}$.

b) Obtenemos también la raíz cuadrada de cada miembro de esta ecuación.

$$\begin{aligned} (x-4)^2 &= 5 \\ x - 4 &= \pm\sqrt{5} && \text{Obtención de la raíz cuadrada} \\ x &= 4 \pm \sqrt{5} && \text{Se suma 4} \end{aligned}$$

Las soluciones son $x = 4 + \sqrt{5}$ y $x = 4 - \sqrt{5}$. ■

Figura 3: Fragmento del libro texto *Precálculo, matemática para el cálculo* (sexta edición) de Stewart, Redlin y Watson.

En cuarto lugar, recién el texto utiliza el término “conjunto solución” cuando resuelve inecuaciones, pues no aparece cuando resuelve las ecuaciones lineales. Ver figura 4. Esto hecho podría afectar a la comprensión de la solución o conjunto solución de un sistema lineal de ecuaciones.

Ejemplo 1 **Resolución de una desigualdad lineal**

Resuelva la desigualdad $3x < 9x + 4$ y grafique el conjunto solución.

Solución

$$\begin{aligned} 3x &< 9x + 4 \\ 3x - 9x &< 9x + 4 - 9x && \text{Sustracción de } 9x \\ -6x &< 4 && \text{Simplificación} \\ (-\tfrac{1}{6})(-6x) &> (-\tfrac{1}{6})(4) && \text{Multiplicación por } -\tfrac{1}{6} \text{ (o división entre } -6) \\ x &> -\tfrac{2}{3} && \text{Simplificación} \end{aligned}$$

La multiplicación por el número $-\frac{1}{6}$ *invierte* la dirección de la desigualdad.

Figura 1

El conjunto solución consta de todos los números mayores que $-\frac{2}{3}$. En otras palabras, la solución de la desigualdad es el intervalo $(-\frac{2}{3}, \infty)$. La gráfica se ilustra en la figura 1.

Figura 4: Fragmento del libro texto *Precálculo, matemática para el cálculo* (sexta edición) de Stewart, Redlin y Watson.

En quinto lugar, en las gráficas de las ecuaciones, el texto brinda a la ecuación valores enteros a la abscisa y luego determina el valor de la ordenada a través de la ecuación, de manera que los puntos tabulados sean sus dos componentes enteros. A pesar que el autor del texto expresa que la ecuación tiene infinitos puntos, Cutz(2005) evidenció en sus investigaciones cuyas respuestas mostraban la confusión entre un segmento y una recta. Ver la Figura 5.

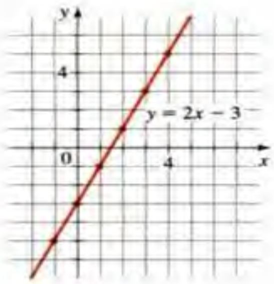


Figura 8

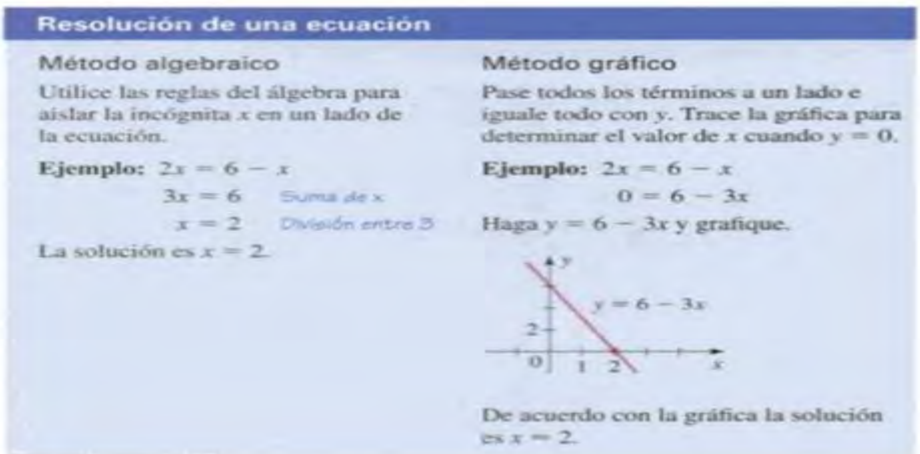
Esto ayuda a calcular las coordenadas y en la tabla siguiente.

x	$y = 2x - 3$	(x, y)
-1	-5	$(-1, -5)$
0	-3	$(0, -3)$
1	-1	$(1, -1)$
2	1	$(2, 1)$
3	3	$(3, 3)$
4	5	$(4, 5)$

Claro, hay una infinidad de puntos en la gráfica, por lo que es imposible localizar todos. Pero entre más puntos ubiquemos mejor imaginaremos cómo es la gráfica que representa la ecuación. Trazamos los puntos que encontramos en la figura 8; al parecer forman una recta. Entonces, para completar la gráfica unimos los puntos mediante una línea. (En la sección 1.10 comprobamos que la gráfica de esta ecuación es realmente una recta.) ■

Figura 5: Fragmento del libro texto *Precálculo, matemática para el cálculo* (sexta edición) de Stewart, Redlin y Watson.

En sexto lugar, el texto muestra un método gráfico para resolver una ecuación con una variable. El valor que proporciona como solución es el intercepto de la ecuación equivalente, de manera que hacemos que un término sea cero y, después, dicho valor lo cambiamos por la variable. Luego, su intercepto con el eje *x* será la solución de la ecuación original. En este caso, el texto tampoco muestra el conjunto solución de la ecuación. Ver la Figura 6.



Resolución de una ecuación

Método algebraico

Utilice las reglas del álgebra para aislar la incógnita x en un lado de la ecuación.

Ejemplo: $2x = 6 - x$

$3x = 6$ Suma de x

$x = 2$ División entre 3

La solución es $x = 2$.

Método gráfico

Pase todos los términos a un lado e iguale todo con y. Trace la gráfica para determinar el valor de x cuando $y = 0$.

Ejemplo: $2x = 6 - x$

$0 = 6 - 3x$

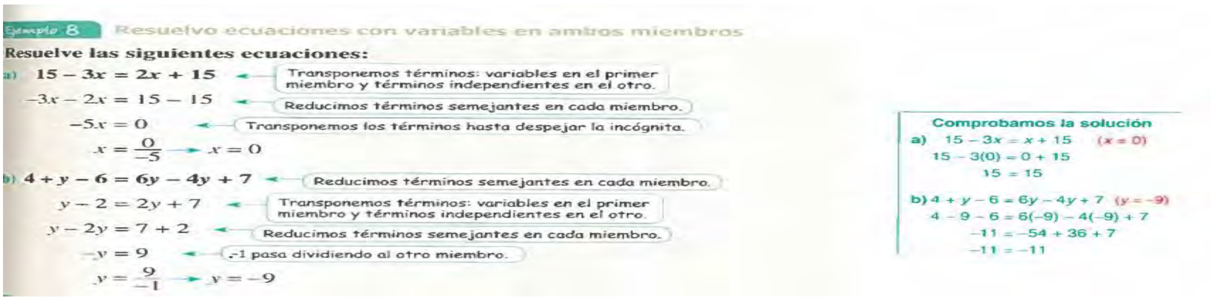
Haga $y = 6 - 3x$ y grafique.

De acuerdo con la gráfica la solución es $x = 2$.

Figura 6: Fragmento del libro texto *Precálculo, matemática para el cálculo* (sexta edición) de Stewart, Redlin y Watson.

Ahora analizaremos un texto escolar, para poder inferir sobre los conocimientos previos que puedan tener los estudiantes.

En el libro de texto escolar recomendado por el Ministerio de Educación de primer año de media de la editorial Santillana, se muestra cómo resolver los ejercicios de una ecuación con una variable, donde el autor determina el valor de la variable, comprueba dicho valor en la ecuación original, pero su respuesta la muestra como solución y no como conjunto solución. Ver la Figura 7.



Ejemplo 8 Resuelvo ecuaciones con variables en ambos miembros

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $15 - 3x = 2x + 15$ ← Transponemos términos: variables en el primer miembro y términos independientes en el otro.

$-3x - 2x = 15 - 15$ ← Reducimos términos semejantes en cada miembro.

$-5x = 0$ ← Transponemos los términos hasta despejar la incógnita.

$x = \frac{0}{-5} \rightarrow x = 0$

b) $4 + y - 6 = 6y - 4y + 7$ ← Reducimos términos semejantes en cada miembro.

$y - 2 = 2y + 7$ ← Transponemos términos: variables en el primer miembro y términos independientes en el otro.

$y - 2y = 7 + 2$ ← Reducimos términos semejantes en cada miembro.

$-y = 9$ ← -1 pasa dividiendo al otro miembro.

$y = \frac{9}{-1} \rightarrow y = -9$

Comprobamos la solución

a) $15 - 3x = x + 15$ $(x = 0)$

$15 - 3(0) = 0 + 15$

$15 = 15$

b) $4 + y - 6 = 6y - 4y + 7$ $(y = -9)$

$4 - 9 - 6 = 6(-9) - 4(-9) + 7$

$-11 = -54 + 36 + 7$

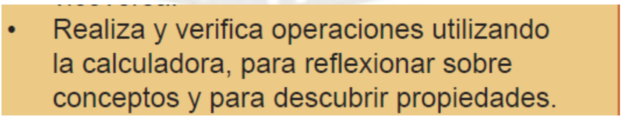
$-11 = -11$

Figura 7: Fragmento del libro texto escolar de primer año, editorial Santillana.

En el libro texto de tercer año de secundaria de editorial Santillana, recomendado por el Ministerio de Educación, observamos que muestra la solución de un sistema de ecuaciones lineales probando valores enteros en ambas ecuaciones y brinda como respuesta el par ordenado común, no muestra el conjunto solución del sistema; luego, define la solución de un sistema de ecuaciones como si tuviera solución.

Ahora, analicemos el diseño Curricular Nacional 2009, debido a que los estudiantes que serán evaluados en nuestro foco de estudiantes, han terminado de estudiar sus estudios secundarios hace 5 años y recién han iniciado sus estudios superiores en la carrera de ingeniería.

Los estudiantes a quienes se les aplicará nuestra prueba diagnóstica, por directiva de la institución, pueden usar calculadora científica o programable en todo curso de ciencia. Respecto a ello, ver la Figura 8:



- Realiza y verifica operaciones utilizando la calculadora, para reflexionar sobre conceptos y para descubrir propiedades.

Figura 8: Fragmento del Diseño Curricular 2009

Fuente: Adaptado del Diseño Curricular Nacional (2009, p. 319)

Este hecho será importante, debido a que nosotros usaremos la calculadora científica Casio 991 o 570 como soporte a nuestra prueba diagnóstica que vamos a aplicar.

La siguiente imagen adjuntada, ver Figura 9 muestra los contenidos que deben tener los alumnos en conjunto.

Relaciones lógicas y conjuntos
- Noción de conjunto. Determinación de conjuntos.
- Relaciones y operaciones entre conjuntos.
- Diagramas de clasificación y organización de información cuantitativa (Venn, Carroll, cuadros numéricos, etc.)

Figura 9: Fragmento del Diseño Curricular 2009

Fuente: Adaptado del Diseño Curricular Nacional (2009, p. 319)

El desarrollo de estos contenidos nos da una idea del conocimiento de los estudiantes en conjunto, el cual nos servirá para que ellos pueden entender el concepto de conjunto solución.

En las Figuras 10 y 11, se muestran las capacidades que los estudiantes deben tener para resolver sistema de ecuaciones, ecuaciones e inecuaciones.

- Resuelve problemas que implican sistemas de ecuaciones con dos y tres incógnitas.
- Resuelve inecuaciones lineales y cuadráticas con una incógnita.
- Resuelve ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

Figura 10: Fragmento del Diseño Curricular 2009

Fuente: Adaptado del Diseño Curricular Nacional (2009, p. 334)

Resolución de problemas
Resuelve sistemas de ecuaciones mediante métodos gráficos y de Gauss.
Resuelve problemas de inecuaciones lineales de dos incógnitas mediante métodos gráficos.
Resuelve ecuaciones trigonométricas.
Resuelve problemas de programación lineal con dos variables mediante métodos gráficos.
Resuelve problemas de contexto real y matemático que implican la organización de datos a partir de inferencias deductivas y/o el uso de cuantificadores.
Resuelve problemas que involucran modelos exponenciales y logarítmicos.

Figura 11: Fragmento del Diseño Curricular 2009

Fuente: Adaptado del Diseño Curricular Nacional (2009, p. 337)

El desarrollo de estas capacidades nos brindará una idea de cómo los estudiantes conocen dicho tema.

Ahora analizaremos los materiales de su primera semana de clase, del curso de matemática básica de ingeniería en una universidad de Lima, para estudiantes de la escuela para ejecutivos que tuvieron antes de ser aplicados el cuestionario sobre el concepto de solución o conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Debemos indicar que es el primer curso de matemáticas que están cursando los estudiantes en su carrera de ingeniería.

A dichos estudiantes en su primera semana de clase se les enseñó el concepto de conjunto solución. En la siguiente figura, mostramos la definición de conjunto solución que se les explicó a los alumnos la primera sesión de clases de la primera semana. Ver la Figura 12**.**

> **CONJUNTO SOLUCIÓN (C.S.)**
> **Un valor de la variable que convierte la ecuación en un enunciado verdadero, se llama solución o raíz de la ecuación.**
> **Al conjunto de toda las raíces se le llama CONJUNTO SOLUCIÓN.**

Figura 12: fragmento del material de la primera sesión de clase de matemática básica.

Fuente: Adaptado de la quinta presentación de PowerPoint de la primera sesión de clases

En nuestra definición de clase, al mencionar la raíz de una ecuación como sinónimo de solución, se produce en los alumnos una confusión de términos y no una aclaración de ello. Esto podría provocar una dificultad de error de vocabulario, según Socas (1997).

Ahora mostraremos una imagen donde se les pide a los alumnos el conjunto solución, pero una pregunta más apropiada sería que hallen sus soluciones y luego su conjunto solución, pues con ello el estudiante puede diferenciar entre los dos conceptos. Ver la Figura 13.

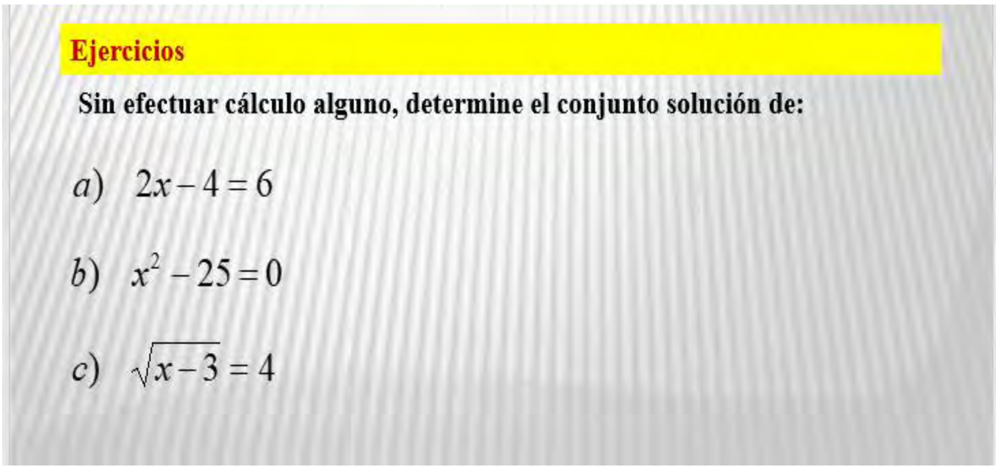


Figura 13: Fragmento del material de la primera sesión de clase de matemática básica.
Fuente: Adaptado de la quinta presentación de PowerPoint de la primera sesión de clases

2.4 Análisis a priori

En nuestra prueba diagnóstica sobre la representación del conjunto solución en los sistemas de ecuaciones lineales aplicada a estudiantes de la escuela de ejecutivos de una universidad de Lima (quienes han terminado el quinto de secundaria por lo menos hace cinco años y han empezado después de este tiempo sus estudios superiores en las carreras de ingeniería industrial, ingeniería de sistema e ingeniería civil) está diseñada por preguntas que han sido validada por investigaciones registradas en nuestros antecedentes. La organización de las preguntas de nuestra prueba diagnóstica fue elaborada considerando los tres tipos de pensamientos, según Sierpinska (2000): sintético geométrico, analítico aritmético y analítico estructural, además de poder trasladarse de un pensamiento a otro.

Ahora presentaremos la prueba diagnóstica, analizando cada una de las preguntas, justificando su rol en la prueba e infiriendo a algunas posibles respuestas.

La construcción de la primera pregunta se consideró las observaciones realizadas por Ochoviet (2009) y Oaxaca y De La Cruz (2009), en sus investigaciones donde sugiere realizar preguntas de resolver un sistema de ecuaciones lineales con variables distinta a ***x*** e ***y***, debido que observo en sus investigaciones que hay dificultad en reconocer las variables cuando son distintas a las mencionadas, además detectaron en las respuestas de los estudiantes que consideraban a cada variable como solución y no como un par ordenado, además Ochoviet (2009) observó que hay dificultad al expresar el conjunto solución de un sistema lineal de ecuaciones en forma adecuada . Lo que nosotros esperamos después de aplicar nuestra prueba diagnóstica primero encontramos con las observaciones similares a las realizadas a las investigaciones por Ochoviet (2009) y Oaxaca y De La Cruz (2009), luego detectar si aparecen nuevas evidencias de errores o dificultades en dicho ejercicio. Además, se buscará evidenciar si hay transito sobre el pensamiento analítico aritmético de Sierpinska (2000). A continuación, mostraremos el primer ejercicio:

1) Al resolver el sistema:

$$\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=3 \end{cases}$$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa, explica por qué, y si es afirmativa indica cuántas soluciones tiene y cuáles son.

b) Halla el conjunto solución.

La construcción de la pregunta dos fue basada en las observaciones realizadas por Ochoviet (2009), Valencia (2015), Cutz (2005) y Eslava y Villegas (1998) que evidenciaron en sus investigaciones que hay dificultades en los estudiantes al resolver un sistema de ecuaciones lineales distinto al número de variables. Lo que se espera primero es encontrar evidencias similares a los investigadores mencionados y mostrar si aparecen nuevas evidencias de errores o dificultades con respecto a dicho ejercicio. Además, se buscará evidenciar si existe un transito del pensamiento sintético geométrico al pensamiento analítico estructural.

A continuación, mostraremos el segundo ejercicio

2) Al resolver el sistema

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa, explica por qué, y si es afirmativa, indica cuántas soluciones tiene y cuáles son.

b) Halla el conjunto solución.

En la construcción de la pregunta tres está basado en las investigaciones realizadas por Oktac, García y Ramírez (2006), donde evidenciaron dificultades en las respuestas de los estudiantes al resolver un sistema lineal de ecuaciones incompatible. Lo que nosotros esperamos es evidenciar dificultades similares encontradas por nuestros investigadores y otras nuevas errores o dificultades que podrían aparecer en dicho ejercicio. Además, esperamos evidenciar en las respuestas de los estudiantes el transito del pensamiento analítico aritmético al pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000).

A continuación, mostraremos el tercer ejercicio

3) Al resolver el sistema

$$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa, explica por qué, y si es afirmativa, indica cuántas soluciones tiene y cuáles son.

b) Halla el conjunto solución.

En la construcción de la pregunta cuatro está basado en las investigaciones de Paniza, Sadavosky y Sessa (1999) que evidenciaron en sus investigaciones la dificultad de obtener solución a una ecuación con dos variables. Lo que esperamos de dicha pregunta es detectar lo que evidenciaron nuestros investigadores, como agregar una ecuación adicional para que una que obtener la solución del nuevo sistema de ecuaciones lineales y nuevas evidencias de errores y dificultades respecto al problema. Además, poder evidenciar si existe un tránsito del pensamiento analítico aritmético al analítico estructural de Sierpinska (2000).

A continuación, mostraremos el cuarto ejercicio

4) Al resolver

$$x+y=10$$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa, explica por qué, y si es afirmativa, indica cuántas soluciones tiene y cuáles son.

b) Halla el conjunto solución.

En la construcción de la pregunta cinco, se basó en las observaciones realizadas por Eslava y Villegas (1998), Mora (2001), Oktac, García y Ramírez (2006) donde evidenciaron dificultades al resolver un sistema lineal de ecuaciones incompatible. En dicha pregunta, se espera que los estudiantes manipulen algebraicamente las ecuaciones y lleguen a una igualdad como 0=0, y no puedan interpretar dicho resultado, como lo detectaron los investigadores mencionados. Además, esperamos evidenciar en las respuestas de los estudiantes el transito del pensamiento analítico aritmético al pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000)

A continuación, mostraremos el cinco ejercicio

5) Al resolver el sistema

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$$

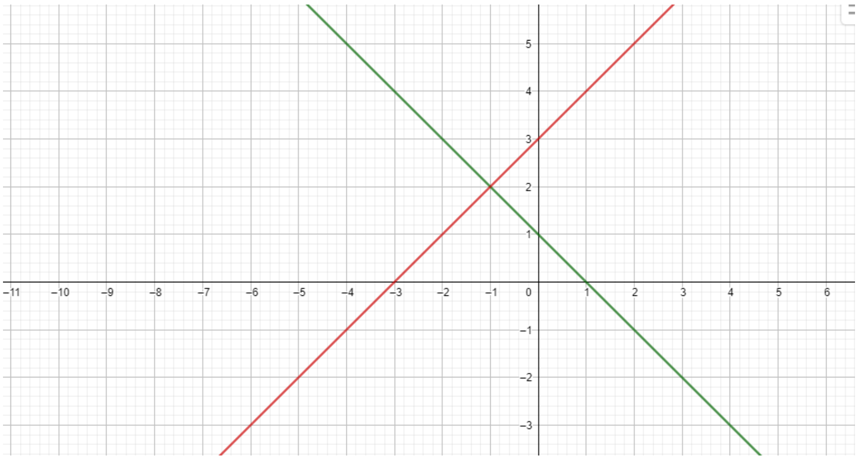
a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa, explica por qué, y si es afirmativa, indica cuántas soluciones tiene y cuáles son.
b) Halla el conjunto solución.

Parte II: Al revisar las siguientes gráficas de las ecuaciones adjuntas (Pregunta 6 y 7), aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

La construcción de la pregunta seis se basó en las dificultades detectadas en las investigaciones realizadas por Ochoviet (2009), quien observo que es importante mostrar preguntas en sistema de ecuaciones lineales bajo el pensamiento sintético geométrico Sierpinska (2000), para tener una mejor comprensión del tema y en las investigaciones de Oaxaca y De La Cruz(2009) quien evidencio en las respuestas de las estudiantes en sus investigaciones relacionar con cortes con los ejes coordenados con la solución del sistema. Se espera conocer si los estudiantes pueden transitar del pensamiento sintético geométrico al pensamiento sintético estructural, según Sierpinska (2000), y detectar dificultades similares a los investigadores mencionados y observar si aparecen nuevas evidencias de dificultades.

A continuación, mostraremos la pregunta seis.

6) Se muestra la gráfica de las rectas asociadas a un sistema de ecuaciones lineales.

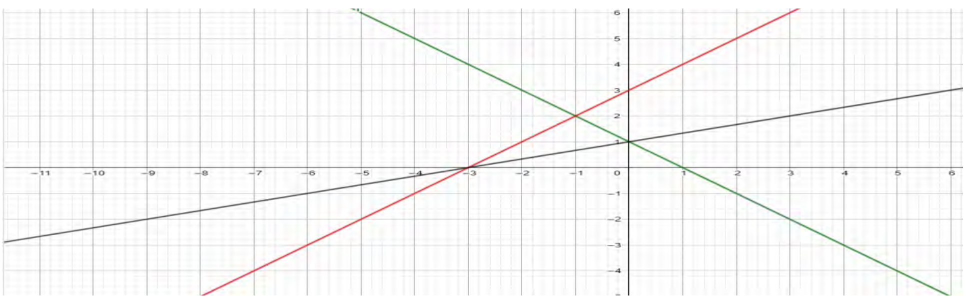


a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica tu respuesta.
b) Determina el conjunto solución de dicho sistema.

La construcción de la pregunta siete se basó en las dificultades observadas por las investigaciones realizadas por Cutz (2005), Eslava y Villegas (1998), Mora (2001) y Ochoviet (2009), evidenciadas en las respuestas de los estudiantes cuando se enfrentan a la graficas de las tres rectas e indican como solución los cortes de las rectas dos a dos lo cual es incorrecto. Se espera evidenciar dificultades similares a la detectada por los investigadores mencionados y observar si aparecen nuevas evidencias de dificultades. Además, se espera evidenciar en la respuesta de los estudiantes el transito del pensamiento sintético geométrico al pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000).

A continuación, mostraremos la pregunta siete.

7) Se muestra la gráfica de un sistema de ecuaciones lineales.



a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

b) Halla el conjunto solución del sistema

En las preguntas de la parte III, lo que se pretende es saber el nivel de conocimiento que tienen los estudiantes acerca del pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000), pues, como afirma Gonzales y Roa (2015), los estudiantes tienen dicho pensamiento menos desarrollado, pues detectaron que el pensamiento más desarrollado de Sierpinska es el analítico aritmético.

En la construcción de la pregunta ocho se basó en las dificultades detectadas por los investigadores Oktac, García y Ramírez (2006), que mostraron en las evidencias de construir un sistema de ecuaciones a partir de dar como información una solución del sistema. Se espera que los estudiantes no sepan responder de forma adecuada, pues ellos están acostumbrados a resolver un sistema y no a crearlo, según Oktac, García y Ramírez (2006).

A continuación, mostraremos la pregunta ocho.

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2;1)

La construcción de la pregunta nueve se basó en las dificultades detectadas por los investigadores Oktac, García y Ramírez (2006), Mora (2001) y Panizza (1999) quienes evidenciaron en las respuestas de los estudiantes no poder interpretar la condición que se les brindaba en la pregunta. Se espera que los estudiantes interpreten de forma inadecuada dicha igualdad. como lo observó los investigadores y detectar si aparecen nuevas dificultades.

A continuación, mostraremos la pregunta nueve.

9)En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas, se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

En la construcción de la pregunta diez se basó en las dificultades observadas y detectadas por Oktac, García y Ramírez (2006), Paniza (1999) y Mora 2001, en las respuestas de los estudiantes de no poder interpretar adecuadamente la condición de la pregunta. Se espera tener evidencias similares a los realizados por los investigadores mencionados y observar si aparecen nuevas dificultades

A continuación, mostraremos la pregunta diez.

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas, se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

2.5 Experimentación

La prueba diagnóstica sobre la representación del conjunto solución en los sistemas de ecuaciones lineales aplicada a estudiantes que están cursando el curso de matemática básica para ingeniería de la escuela de ejecutivos de una universidad de Lima (que han terminado sus estudios secundarios por lo menos hace 5 años y han empezado a estudiar sus estudios superiores de ingeniería) se basa en analizar las dificultades y errores posiblemente encontrados en las soluciones de los estudiantes que podrían coincidir o diferenciarse de las detectadas por los varios investigadores en dicho tema. Debemos considerar que única experiencia académica de la comprensión de un conjunto solución de un sistema de ecuaciones que tienen los estudiantes al aplicar la prueba diagnóstica es la recogida en su etapa escolar.

La prueba diagnóstica fue tomada a dos grupos. El primero grupo fue evaluado con la participación de 21 estudiantes. Se inició a la 10:10 p.m. de la noche, con una duración de 50 minutos. El segundo grupo fue evaluado al día siguinte con la participación de 15 alumnos. Se inició a las 10:15 p. m. con una duración de 50 minutos. Además, se les comunicó a todos los estudiantes que su resolución de la prueba les brindará una nota de participación que influirá en su nota de desempeño del curso. Esta medida se tomó para que los estudiantes desarrollen la prueba con la mayor seriedad posible. Dichos estudiantes tienen una semana de clases y los contenidos que se desarrollaron hasta dicha fecha fueron ecuaciones lineales, cuadráticas, rectas, funciones y función lineal. En el curso todavía no se explicaban los sistemas de ecuaciones lineales; es decir, los conocimientos que tenían los alumnos sobre dicho tema provenían del colegio, o otra institución superior según sea el caso del estudiante.

Mostraremos un conteo de las preguntas correctas, preguntas incorrectas, preguntas en blanco y de las preguntas que tienen en sus respuestas errores de notación matemática. (ver cuestionario en el apéndice)

Grupo 1

Pregunta Parte I	Correcta	Incorrecta	Correcta con ligeros errores	En blanco
1 a)	6	4	11	0
1 b)	0	5	14	2
2 a)	6	13	0	2
2 b)	3	12	2	4
3 a)	9	8	3	1
3 b)	4	8	5	3
4 a)	1	5	12	3
4 b)	0	15	2	4
5 a)	1	10	7	3
5 b)	0	13	0	8
Pregunta Parte II				
6 a)	3	10	1	7
6 b)	0	7	6	8
7 a)	1	10	0	10
7 b)	0	9	1	11
Pregunta Parte III				
8)	7	4	0	10
9)	2	4	2	13

10)	1	4	4	12

Tabla 1: Grupo 1

Grupo 2

Pregunta Parte I	Correcta	Incorrecta	Correcta con ligeros errores	En blanco
1 a)	7	5	3	0
1 b)	0	5	10	0
2 a)	4	9	1	1
3 a)	2	8	1	4
3b)	9	2	3	1
4a)	3	2	2	8
4 b)	0	3	1	11
5 a)	0	9	4	2
5 b)	0	7	1	7
Pregunta Parte II				
6 a)	3	3	0	9
6 b)	0	6	1	8
7 a)	1	2	1	11
7 b)	0	2	2	11
Pregunta Parte III				
8)	1	2	0	12

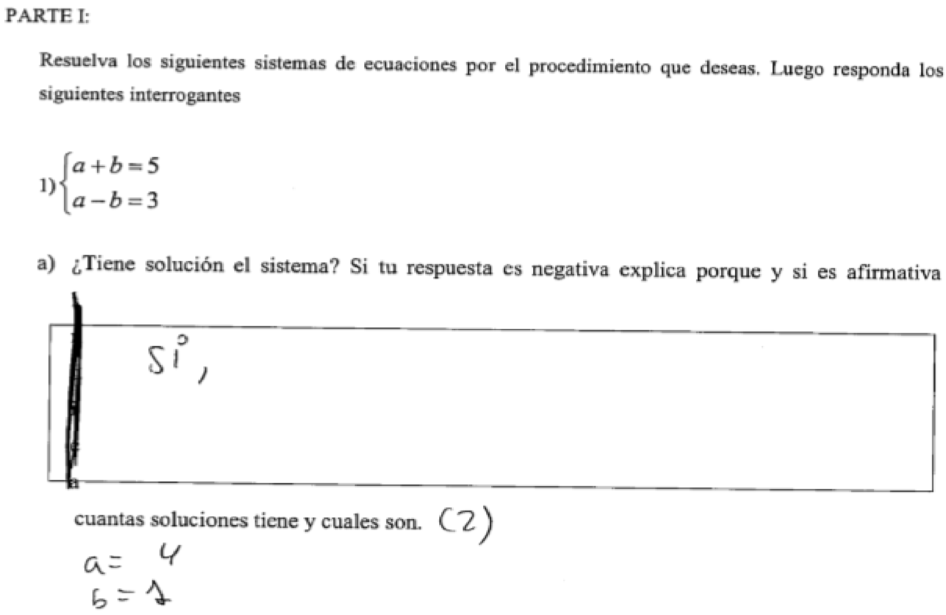
9)	0	3	0	12
10)	0	2	0	13

Tabla 2: Grupo 2

De las respuestas de los estudiantes, hemos observado y detectado lo siguiente: La primera pregunta que se refería a resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas considerando como variable a ***a*** y ***b***, fue la más respondieron los estudiantes siendo sólo tres estudiantes que la dejaron en blanco y 33 estudiantes que la intentaron resolver, tanto la parte *a)* y *b)*. Las mejores preguntas contestadas correctamente es la pregunta tres a) por once alumnos y la tres b) por trece alumnos, dicha pregunta se refiere a resolver un sistema incompatible. Las preguntas menos contestadas fueron las preguntas ocho, nueve y diez, por los cuales dejaron de responder doce, doce y trece estudiantes respectivamente, dichas preguntas están relacionadas con el pensamiento sintético estructural de Sierpinska (2000).

2.6 Análisis cualitativo de la prueba diagnóstica

En la siguiente Figura 14, la respuesta del estudiante A_1 mostraba que el sistema sí tenía solución, determinó correctamente los valores de la variable, pero indicó el número de soluciones en forma incorrecta, pues no lo analizó como un par ordenado. Ver la Figura 14.


PARTE I:

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el procedimiento que deseas. Luego responda los siguientes interrogantes

$$1)\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=3 \end{cases}$$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa

Sí,

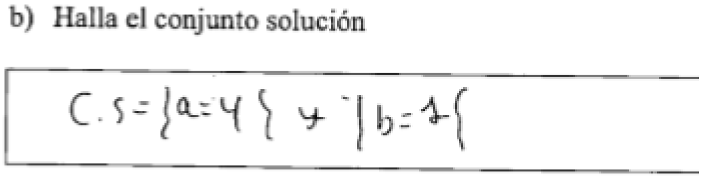
cuantas soluciones tiene y cuales son. (2)

a= 4

b= 1

Figura 14: Fragmento de la prueba diagnóstica

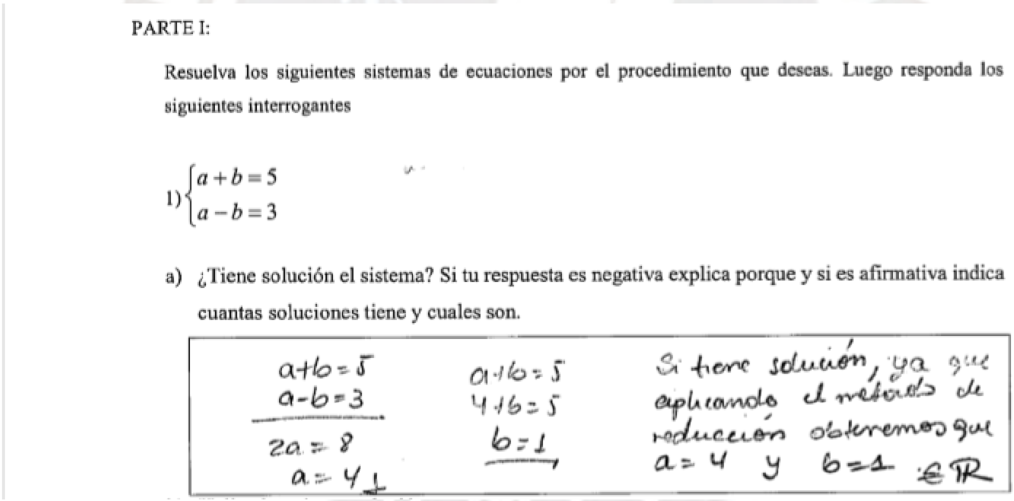
El estudiante en su respuesta de la parte b*)* mostró el conjunto solución en forma independiente con los valores que ha obtenido de cada variable, como lo muestra la Figura 15, y no escribió el elemento del conjunto como un par ordenado, como debería ser. Ver la Figura 15.


b) Halla el conjunto solución

C.S = {a=4} y {b=1}

Figura 15: Fragmento de la prueba diagnóstica

En la respuesta del estudiante A_2, en la pregunta *1 a)*, respondió que el sistema tenía solución y brindó los valores de las variables, pero no indicó la cantidad de soluciones. Ver la Figura 16.


PARTE I:

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el procedimiento que deseas. Luego responda los siguientes interrogantes

$$1)\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=3 \end{cases}$$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

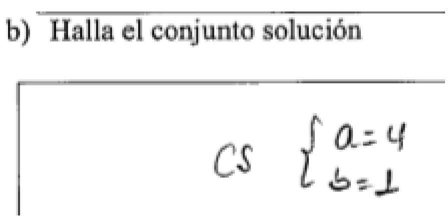
$a+b=5$
$a-b=3$
$2a=8$
$a=4$

$a+b=5$
$4+b=5$
$b=1$

Si tiene solución, ya que aplicando el método de reducción obtendremos que $a=4$ y $b=1$ $\in \mathbb{R}$

Figura 16: Fragmento de la prueba diagnóstica

En su respuesta de la parte b*),* el estudiante A_2 mostró el conjunto solución y solo le asignó valores encontrados de las variables, pero no los colocó como un par ordenado, como muestra la Figura 17.


b) Halla el conjunto solución

CS $\begin{cases} a=4 \\ b=1 \end{cases}$

Figura 17: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_3, en su respuesta de la pregunta 1*a)*, respondió que el sistema sí tenía solución, determinó los valores de las variables, pero no indicó la cantidad de soluciones, como muestra la Figura 18.

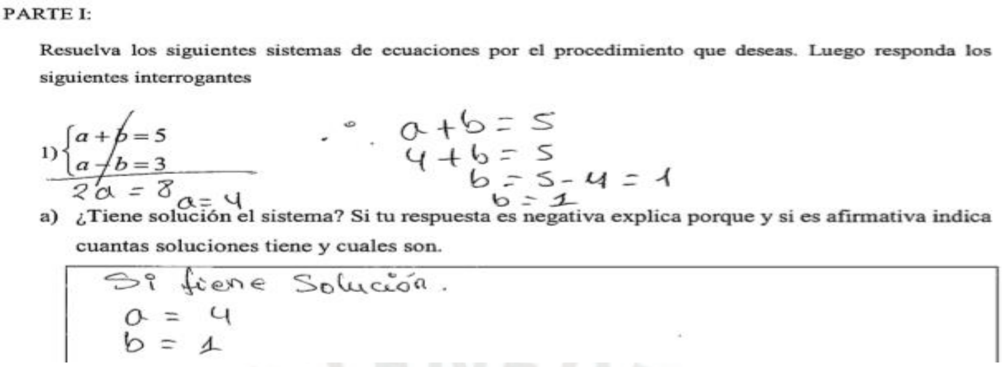


Figura 18: fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_3, en su respuesta de la parte b*)*, mostró la solución como intervalos, y no como un par ordenado, como lo muestra la Figura 19.

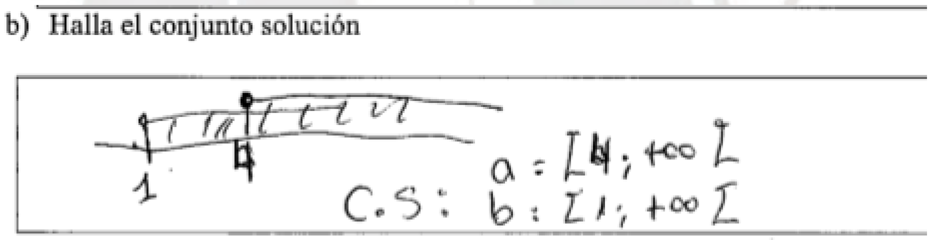
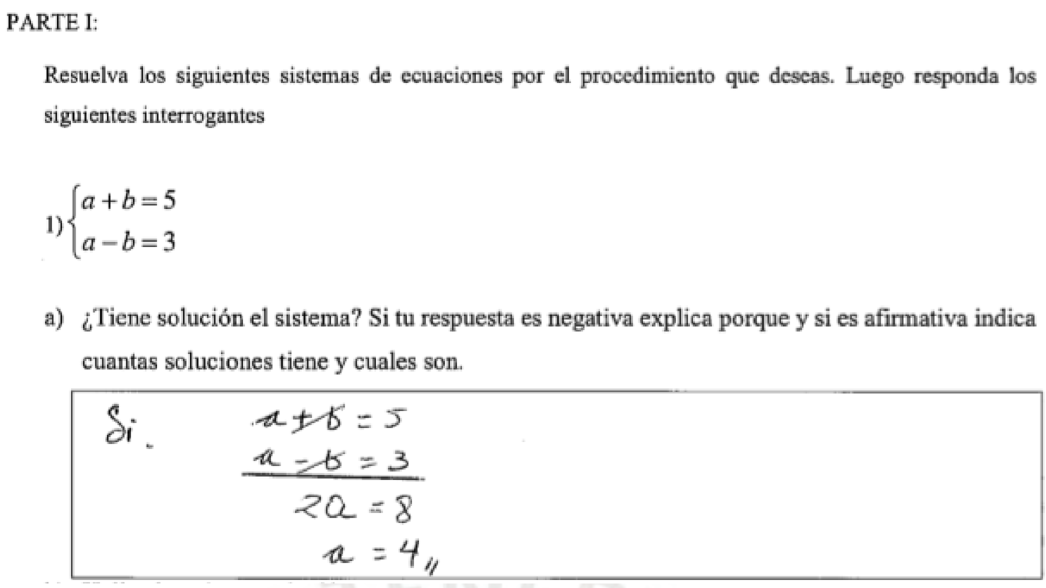


Figura 19: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_4, en su respuesta de la pregunta 1*a)*, afirmó que el sistema tenía solución, determinó el valor de una variable y no indicó la cantidad de soluciones del sistema, como muestra la Figura 20.



PARTE I:

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el procedimiento que deseas. Luego responda los siguientes interrogantes

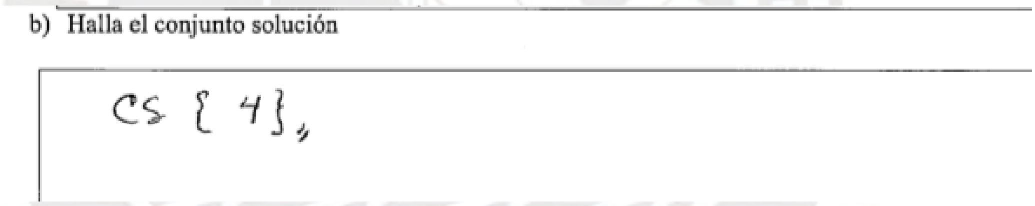
$$1)\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=3 \end{cases}$$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Si. $a+b=5$
$a-b=3$
$2a=8$
$a=4$

Figura 20: Fragmento de la prueba diagnóstica

En su respuesta de la parte 1b*)*, el estudiante A_4 solo mostró como solución el valor de una sola, sin considerar la otra variable del sistema, como se muestra en la Figura 21.

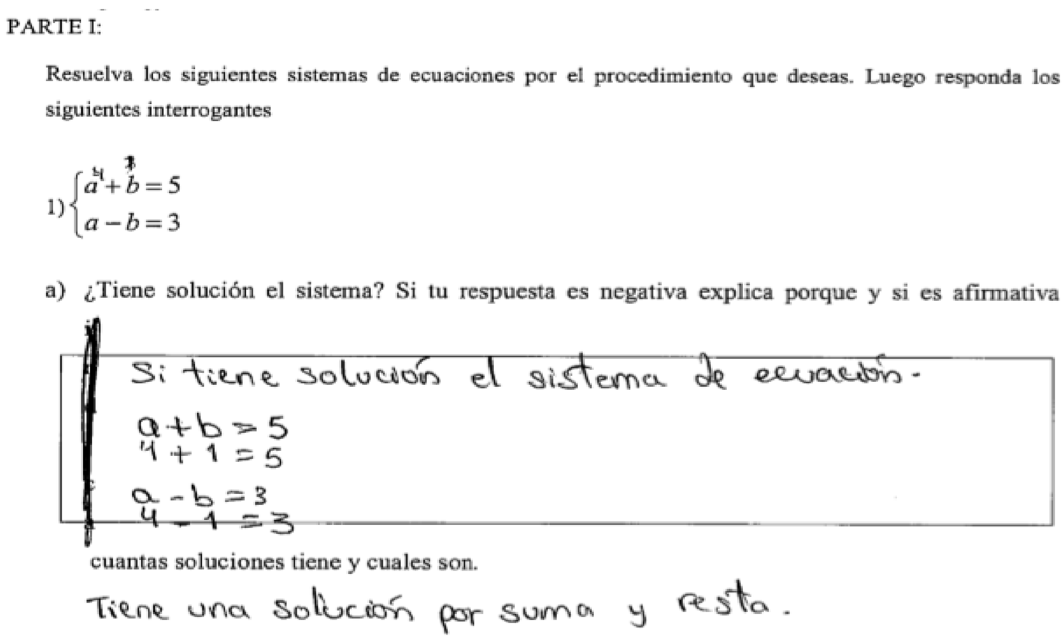


b) Halla el conjunto solución

CS { 4 }

Figura 21: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_5, en su respuesta de la pregunta 1*a)*, afirmó que el sistema tenía solución, asignó valores a las variables que cumplían con las ecuaciones del sistema, no respondió la cantidad de soluciones ni mostró la solución del sistema, como se presenta en la Figura 22.


PARTE I:

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el procedimiento que deseas. Luego responda los siguientes interrogantes

$$1)\begin{cases} \overset{4}{a}+\overset{1}{b}=5 \\ a-b=3 \end{cases}$$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa cuantas soluciones tiene y cuales son.

Si tiene solución el sistema de ecuación.

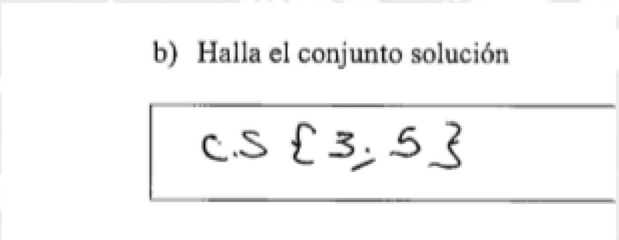
$a+b=5$
$4+1=5$

$a-b=3$
$4-1=3$

Tiene una solución por suma y resta.

Figura 22: Fragmento de la prueba diagnóstica

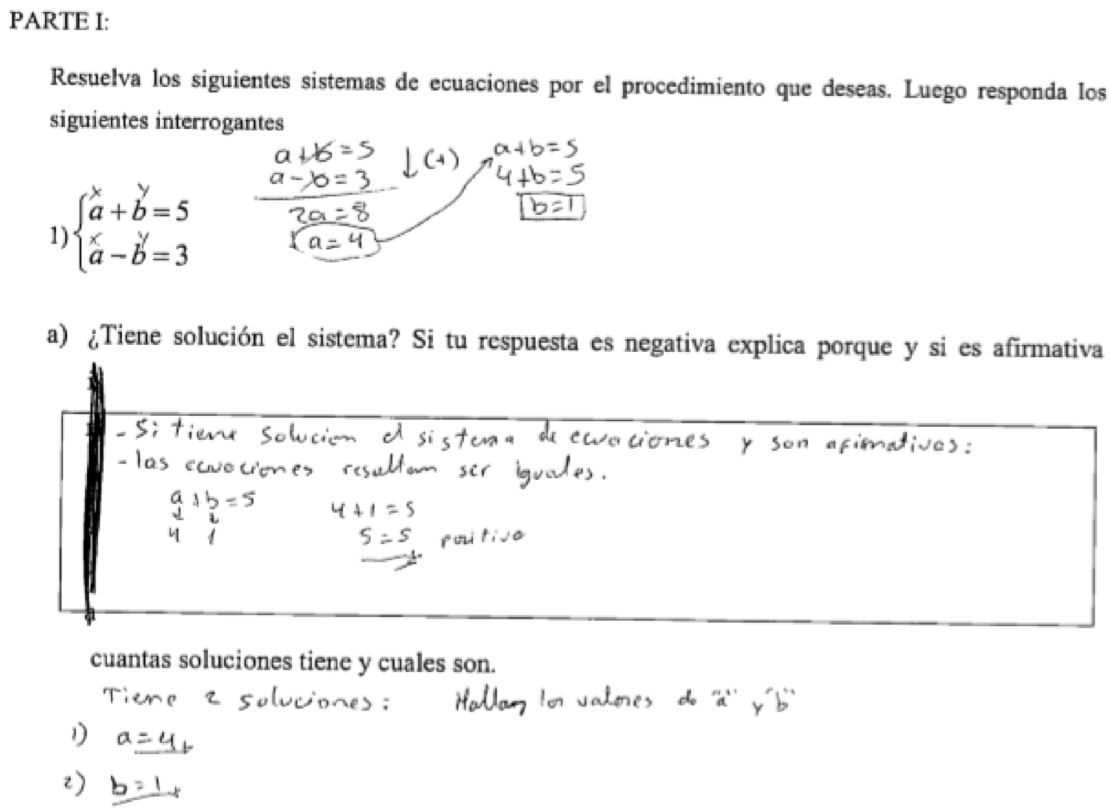
En la parte 1b*)*, el estudiante A_5 no mostró la solución como par ordenado, ni tampoco usó los valores que asignó a las variables en la parte a*)* que cumplía con el sistema de ecuaciones, como se muestra la Figura 23.


b) Halla el conjunto solución

C.S $\{3; 5\}$

Figura 23: Fragmento de la prueba diagnóstica

En la respuesta del estudiante A_6, en la parte 1a*)*, afirma que el sistema sí tiene solución, brinda los valores de la variable, indica de forma incorrecta la cantidad de soluciones y no muestra la solución como un par ordenado. Ver Figura 24.


PARTE I:

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el procedimiento que deseas. Luego responda los siguientes interrogantes

$$1)\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=3 \end{cases}$$

$a+b=5$
$a-b=3$
$2a=8$
$\boxed{a=4}$

$a+b=5$
$4+b=5$
$\boxed{b=1}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa cuantas soluciones tiene y cuales son.

- Si tiene solucion el sistema de ecuaciones y son afirmativos:
- las ecuaciones resultan ser iguales.

$a+b=5$; $a=4$, $b=1$

$4+1=5$

$5=5$ positivo

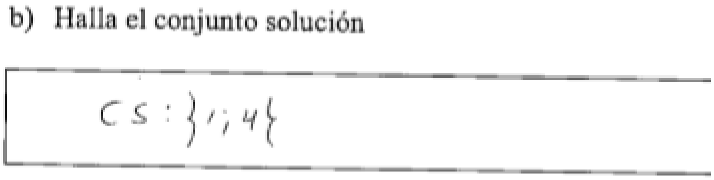
Tiene 2 soluciones: Hallan los valores de "a" y "b"

1) $a=4$

2) $b=1$

Figura 24: fragmento de la prueba diagnóstica

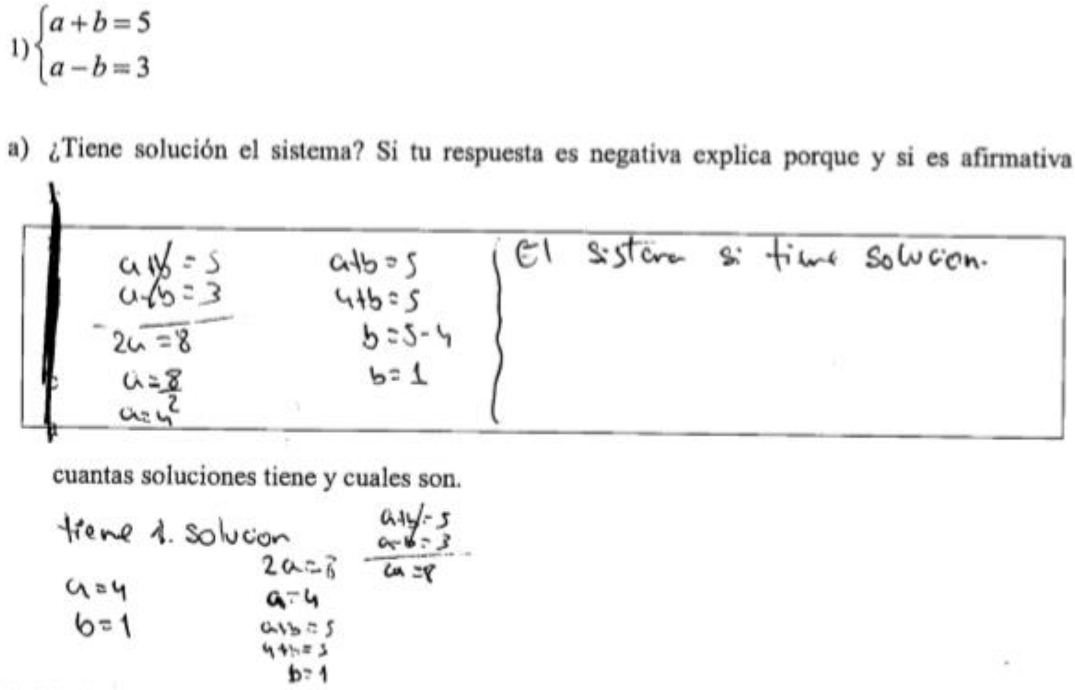
El estudiante A_6, en la parte 1b*)* de la pregunta, mostró el conjunto solución con dos elementos, que son los valores determinados de la variable en la parte 1a*)*. Ver la Figura 25.


b) Halla el conjunto solución

CS: }1; 4{

Figura 25: Fragmento de la prueba diagnóstica

En su respuesta de la parte 1*a)*, el estudiante A_7 afirmó que el sistema sí tenía solución, determinó los valores de la variable e indicó que el sistema tenía una sola solución; sin embargo, no precisó cuál era la solución del sistema. Ver la Figura 26.



1) $\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=3 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa cuantas soluciones tiene y cuales son.

$a+\cancel{b}=5$
$a-\cancel{b}=3$
$2a=8$
$a=\frac{8}{2}$
$a=4$

$a+b=5$
$4+b=5$
$b=5-4$
$b=1$

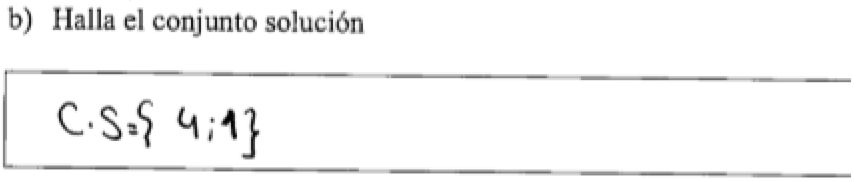
El sistema si tiene solucion.

tiene 1. solucion
$a=4$
$b=1$

$a+\cancel{b}=5$
$a-\cancel{b}=3$
$2a=8$
$2a=8$
$a=4$
$a+b=5$
$4+b=5$
$b=1$

Figura 26: Fragmento de la prueba diagnóstica

En su respuesta de la parte 1b*)*, el estudiante A_7 mostró el conjunto solución con dos elementos, a pesar de que en la 1a*)* respondió que tenía una solución. Ver la Figura 27.

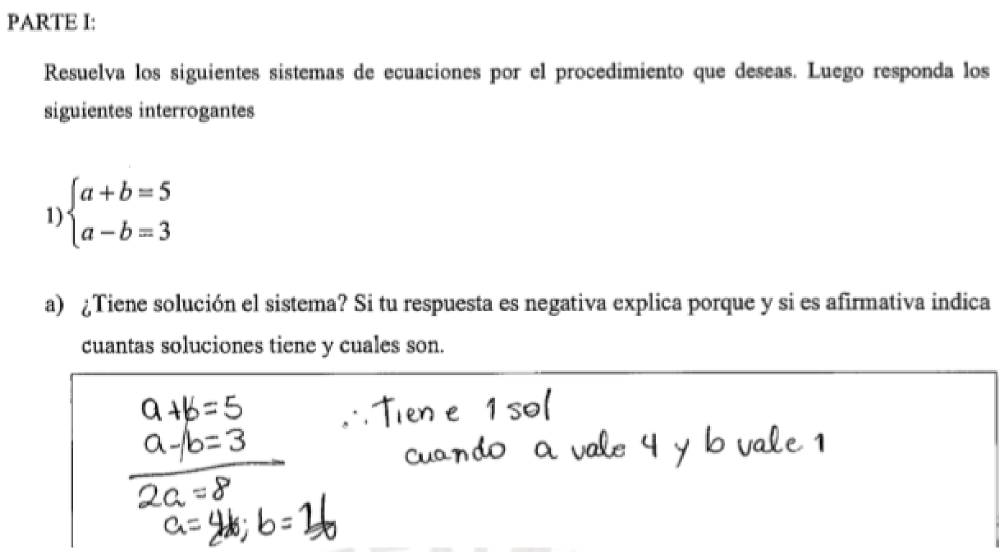


b) Halla el conjunto solución

C.S={4;1}

Figura 27: fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_8, en la partea 1a*)* de la pregunta, determinó el valor de las variables del sistema e indicó que el sistema tenía una sola solución. Ver la Figura 28.



PARTE I:

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el procedimiento que deseas. Luego responda los siguientes interrogantes

$$1)\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=3 \end{cases}$$

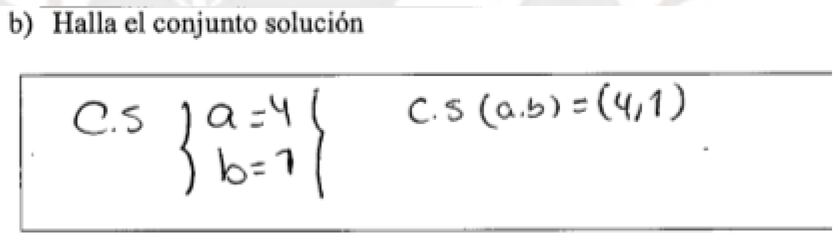
a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$a+\cancel{b}=5$
$a-\cancel{b}=3$
$2a=8$
$a=4;\ b=1$

∴ Tiene 1 sol cuando a vale 4 y b vale 1

Figura 28: Fragmento de la prueba diagnóstica

En la parte 1b*)*, el estudiante A_8 mostró la solución como par ordenado, pero no la colocó como conjunto solución. Ver la Figura 29.

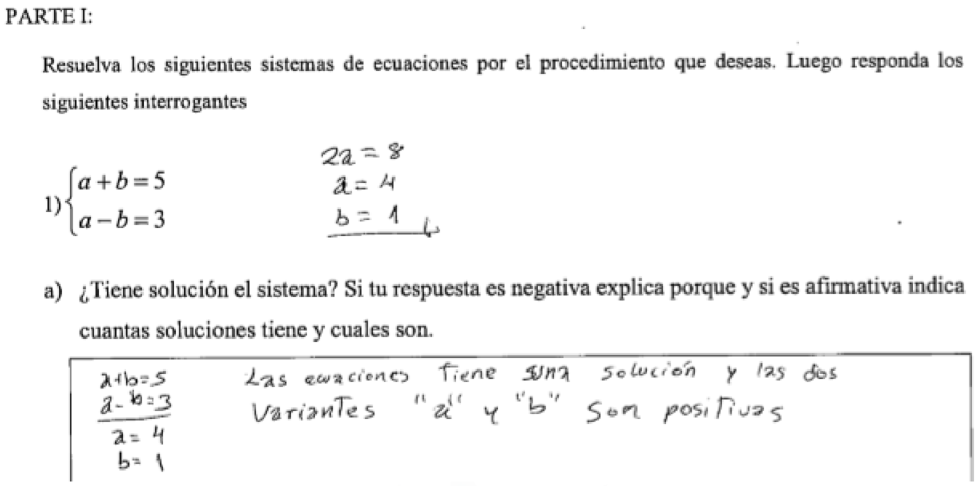


b) Halla el conjunto solución

C.S $\{a=4, b=1\}$ C.S $(a.b)=(4,1)$

Figura 29: fragmento de la prueba diagnóstica

En su respuesta de la parte 1a*)*, el estudiante A_9 determinó correctamente los valores de la variable, no indicó la cantidad de soluciones ni la solución del sistema, pero recalcó que los valores de la variable determinada son positivos. Ver la Figura 30.



PARTE I:

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el procedimiento que deseas. Luego responda los siguientes interrogantes

1) $\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=3 \end{cases}$ $2a = 8$, $a = 4$, $b = 1$

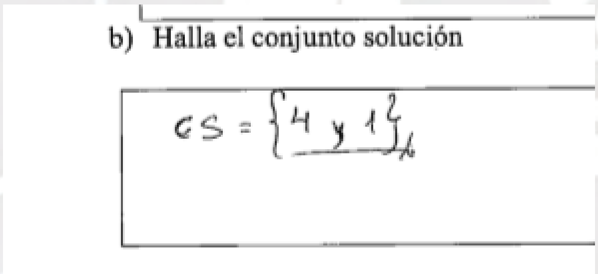
a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$a+b=5$
$a-b=3$
$a=4$
$b=1$

Las ecuaciones tiene una solución y las dos variantes "a" y "b" son positivas

Figura 30: Fragmento de la prueba diagnóstica

En la parte b*)*, la respuesta del estudiante A_9 no muestra la solución como par ordenado y relaciona sus valores encontrados con *y*. Ver la Figura 31.

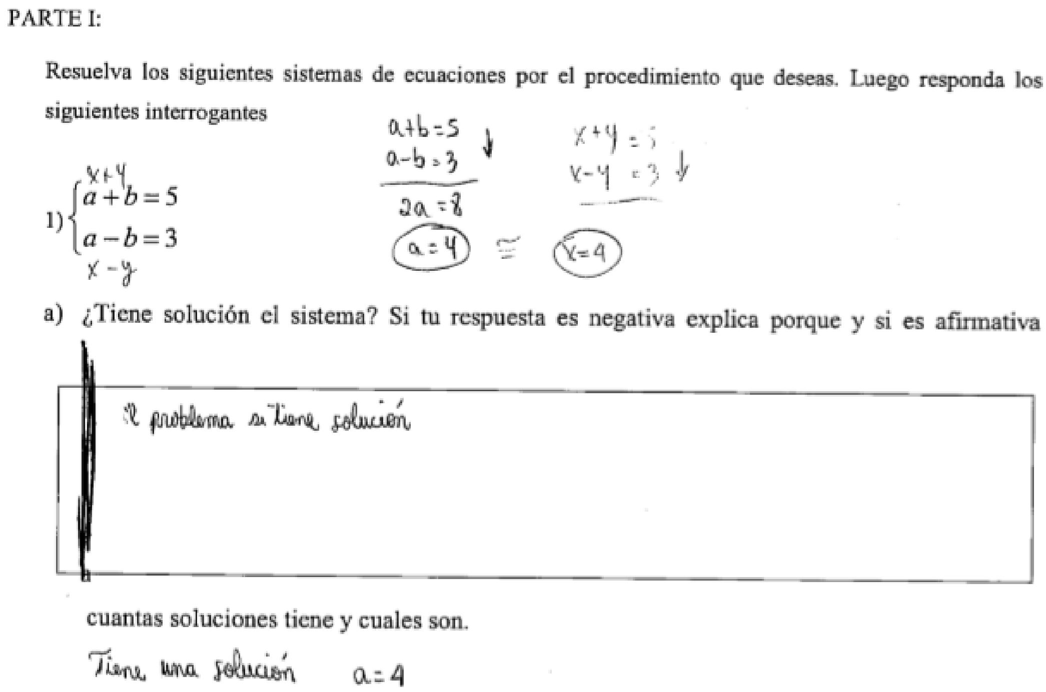


b) Halla el conjunto solución

CS = {4 y 1}

Figura 31: fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{10}, en su respuesta de la parte a*)*, determinó el valor de una de las variables, pero transformó el sistema a otro equivalente con las variables *x* e *y*, respondió que el sistema tenía una solución y consideró que ella es el valor solo de una de las variables encontradas. Ver la Figura 32.


PARTE I:

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el procedimiento que deseas. Luego responda los siguientes interrogantes

$$1)\begin{cases} \overset{x+y}{a+b=5} \\ \underset{x-y}{a-b=3} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} a+b=5 \\ a-b=3 \\ \hline 2a=8 \\ a=4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} x+y=5 \\ x-y=3 \\ \hline x=4 \end{array}$$

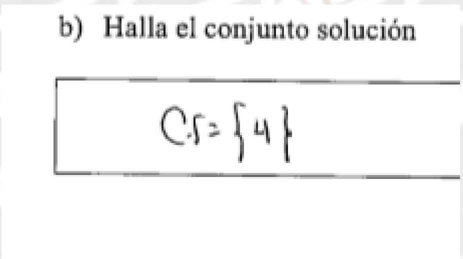
a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa cuantas soluciones tiene y cuales son.

l problema si tiene solución

Tiene una solución $a=4$

Figura 32: Fragmento de la prueba diagnóstica

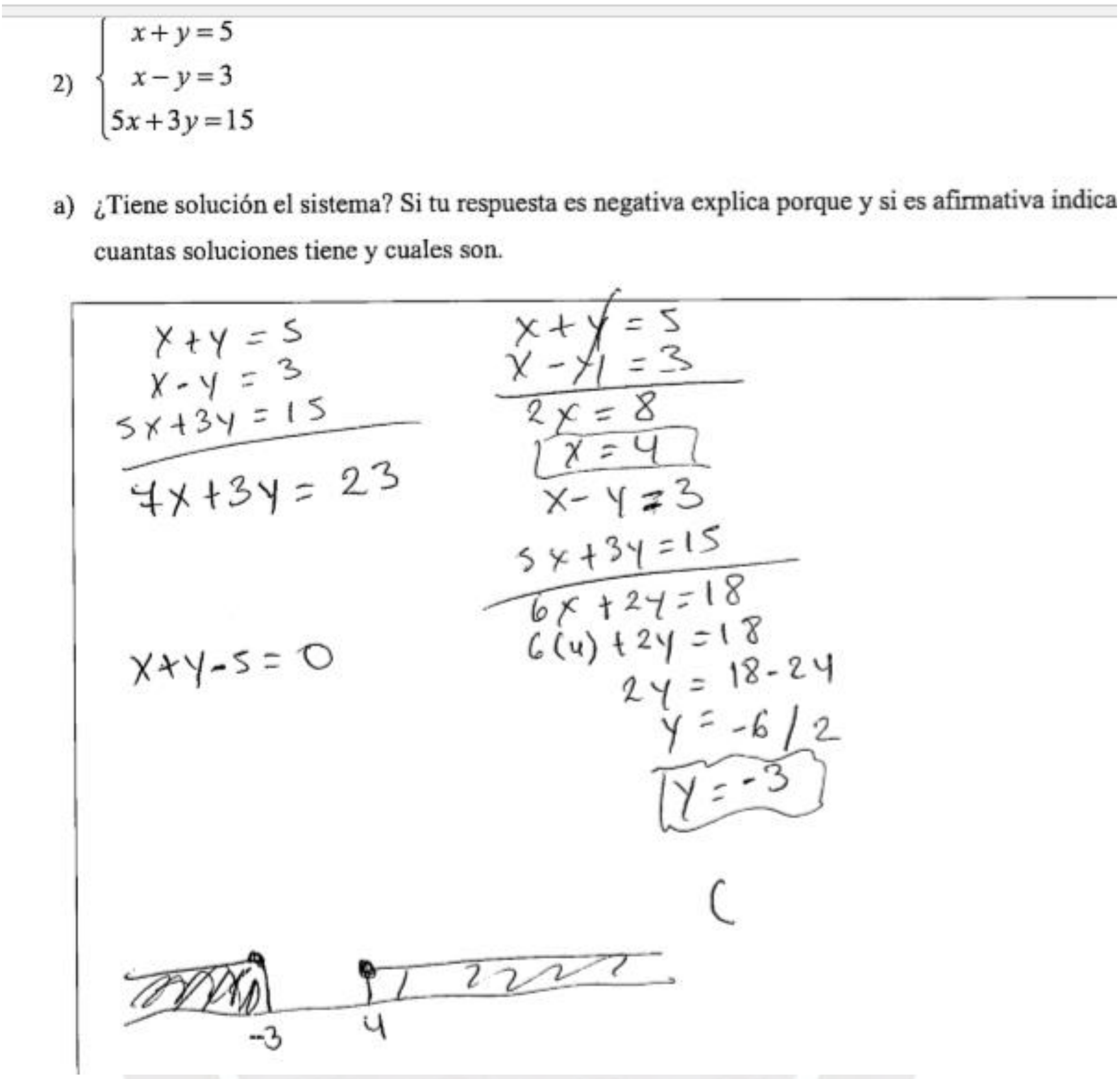
En su respuesta de la parte b), el estudiante A_{10} solo mostró como solución un valor de la variable. Ver la Figura 33.


b) Halla el conjunto solución

$C.S = \{4\}$

Figura 33: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A_{11}, en la pregunta *2 a),* no respondió si el sistema tenía solución, determinó valores de las variables de forma independiente, de manera que dichos valores no cumplían con ninguna ecuación del sistema, realizó una gráfica con los valores encontrados e insinuó que la solución eran intervalos que se generan con cada valor encontrado. Ver la Figura 34.



2) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y=5$
$x-y=3$
$5x+3y=15$
$4x+3y=23$

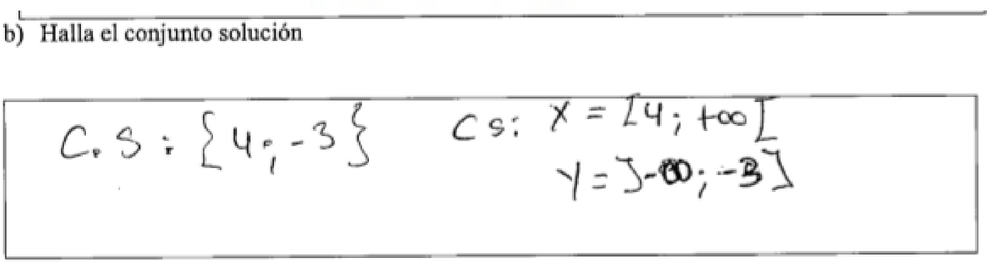
$x+y-5=0$

$x+y=5$
$x-y=3$
$2x=8$
$\boxed{x=4}$
$x-y=3$
$5x+3y=15$
$6x+2y=18$
$6(4)+2y=18$
$2y=18-24$
$y=-6/2$
$\boxed{y=-3}$

-3 4

Figura 34: Fragmento de la prueba diagnóstica

En su respuesta de la parte 2b*)*, el estudiante A_{11} colocó como solución los valores de las variables encontradas en la parte a*)*, pero además la mostró como intervalos. Ver la Figura 35.



b) Halla el conjunto solución

C.S: $\{4; -3\}$ Cs: $x = [4; +\infty[$
$y =]-\infty; -3]$

Figura 35: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A12, en la parte a) de la pregunta, eligió dos ecuaciones y determinó el valor de una de las variables; luego, reemplazó dicho valor en la tercera ecuación y asumió el valor de la otra variable 1 y luego -1. Llegó a un par de contradicciones, pero no llegó a concluir, no afirmó si el sistema tenía solución. Ver la Figura 36.

2) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$$\begin{array}{l} x+y=5 \\ x-y=3 \\ \hline 2x=8 \\ x=4. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5x+3(1)=15 \\ 5(4)+3=15 \\ 20+3=15 \\ 23=15 \\ \hline 5(x)+3(-1)=15 \\ 5(4)\quad 3=15 \\ 20-3=15 \\ 17=15 \end{array}$$

Figura 36: Fragmento de la prueba diagnóstica

En la parte b*)* de la pregunta, el estudiante A12 no respondió nada, la dejó en blanco.

El estudiante A13, en la parte a*)* del ejercicio, asignó valores a las variables de manera que cumplieran un par de ecuaciones del sistema; luego, eligió dos ecuaciones distintas y determinó de forma errónea los valores, los que mostró como solución del sistema sin verificar que cumplieran las ecuaciones. Ver la Figura 37.

2) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \\ 5x + 3y = 15 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y=5$
$4+1=5$

$x-y=3$
$4-1=3$

$5x+3y=15$

$x= 1+\frac{y}{5}$

$5(1+\frac{y}{5})-3y=15$

$x= 1+\frac{y}{5}$
$y=-5$

$x=1+\frac{-5}{5}$
$y=-5$

$x=0$
$y=-5$

C.S. $\{-5;0\}$ Rpta: Si tiene solución porque se logró resolver el valor de "x, y".

Figura 37: fragmento de la prueba diagnóstica

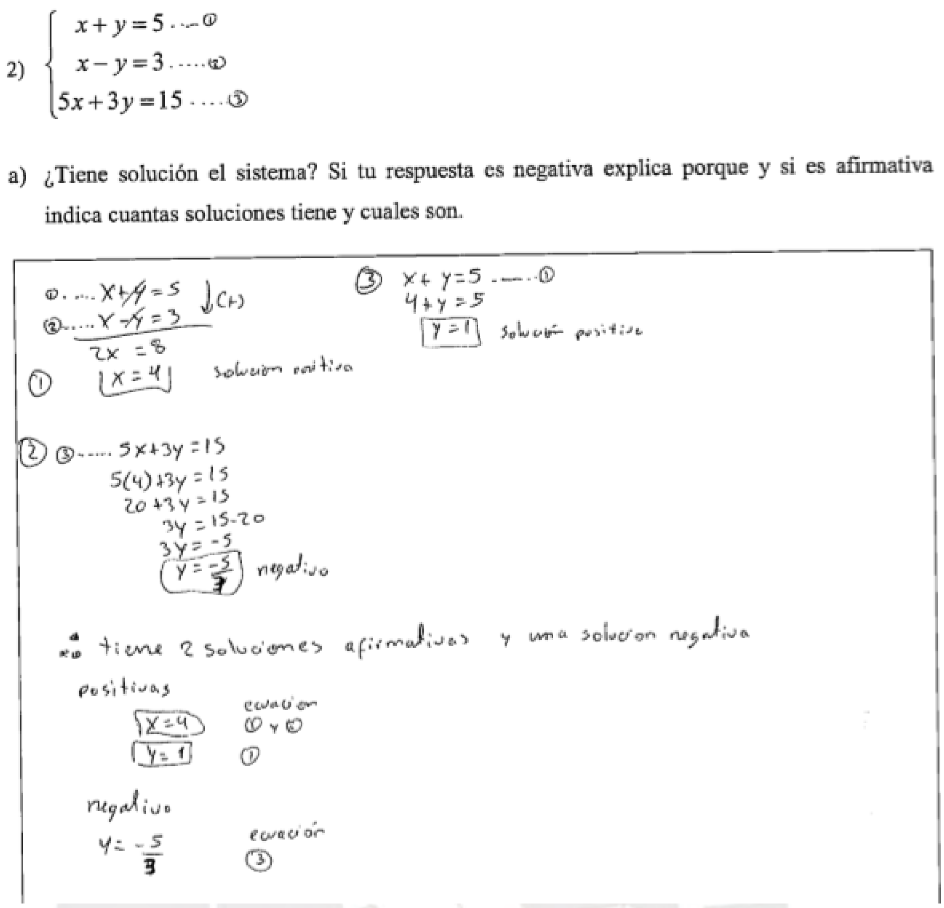
En la parte b*)*, el estudiante A_{13} respondió que el conjunto solución estaba formado por dos valores encontrados en la parte *a)*. Ver la Figura 38.

b) Halla el conjunto solución

C.S. $\{-5;0\}$

Figura 38: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{14}, en la pregunta a), eligió las dos primeras ecuaciones y determinó los valores de la variable; luego, con un valor encontrado, reemplazó en la tercera ecuación y determinó un segundo valor de la variable, resaltó los signos de los valores encontrados como positivo y negativo. Ver la Figura 39.



2) $\begin{cases} x+y=5 \ldots ① \\ x-y=3 \ldots ② \\ 5x+3y=15 \ldots ③ \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$① \ldots X+Y=5$ (+)
$② \ldots X-Y=3$
$2x=8$
① $\boxed{x=4}$ solución positiva

③ $X+Y=5 \ldots ①$
$4+y=5$
$\boxed{y=1}$ solución positiva

② $③ \ldots 5x+3y=15$
$5(4)+3y=15$
$20+3y=15$
$3y=15-20$
$3y=-5$
$\boxed{y=\frac{-5}{3}}$ negativo

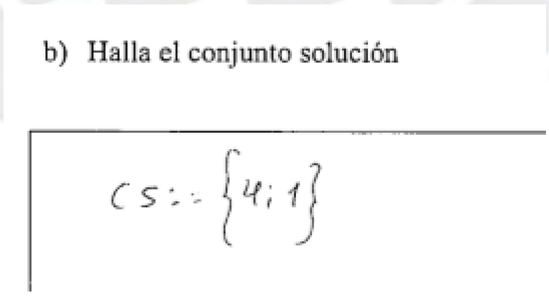
∴ tiene 2 soluciones afirmativas y una solución negativa

positivas
$\boxed{x=4}$ ecuación ① y ②
$\boxed{y=1}$ ①

negativo
$y=\frac{-5}{3}$ ecuación ③

Figura 39: Fragmento de la prueba diagnóstica

En su respuesta, en la parte b) de la pregunta, el estudiante A_{14} mostró el conjunto solución con los dos elementos positivos encontrados en la parte a*)*. Ver la Figura 40.

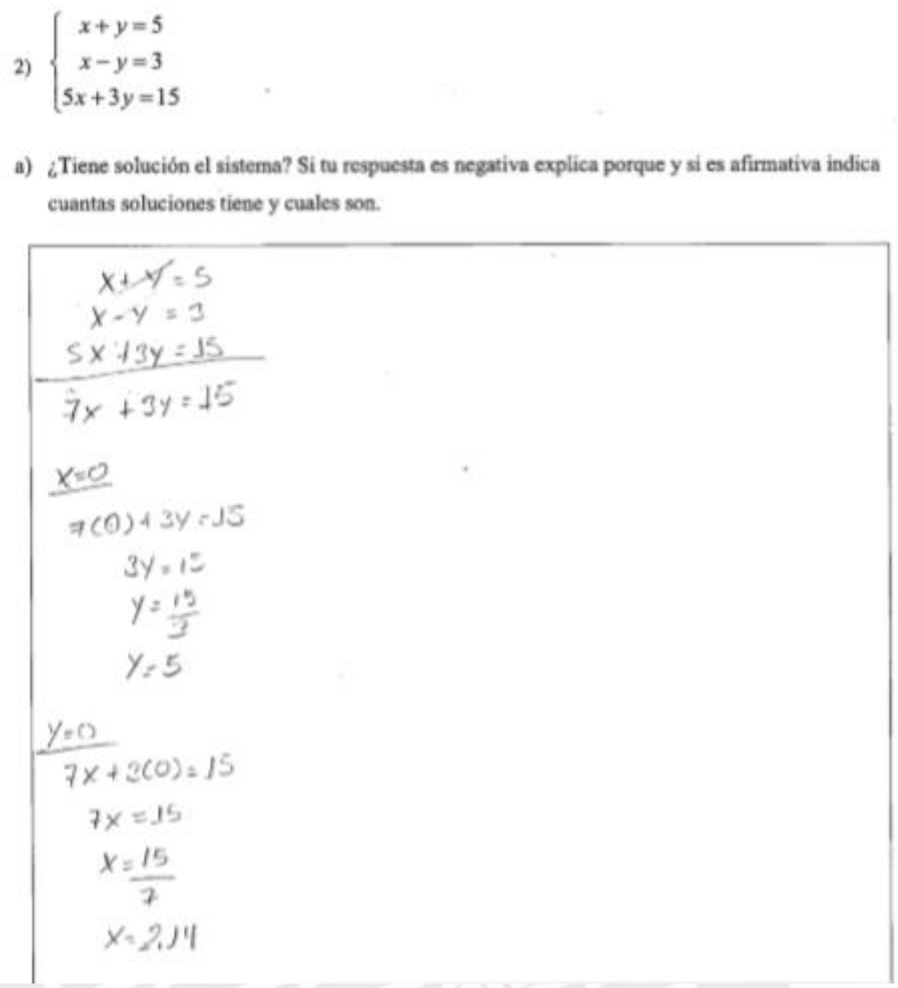


b) Halla el conjunto solución

CS : $\{4; 1\}$

Figura 40: fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{15}, en la parte a*)* de la pregunta, asignó a cada de las variables cero para luego hallar el otro valor de la variable; es decir, usó la ruta para determinar los interceptos con los ejes coordenados; no precisó si el sistema tenía solución ni determinó la cantidad de soluciones. Ver la Figura 41.



2) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

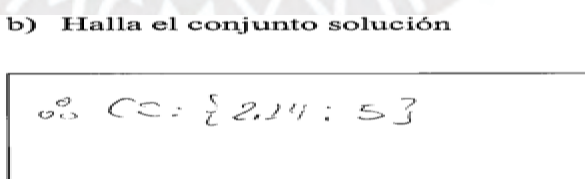
$x+y=5$
$x-y=3$
$5x+3y=15$
$7x+3y=15$

$x=0$
$7(0)+3y=15$
$3y=15$
$y=\frac{15}{3}$
$y=5$

$y=0$
$7x+3(0)=15$
$7x=15$
$x=\frac{15}{7}$
$x=2,14$

Figura 41: Fragmento de la prueba diagnóstica

En la parte b*)*, el estudiante A_{15} mostró el conjunto solución con elementos, los valores encontrados en la parte *a)*. Ver la Figura 42.

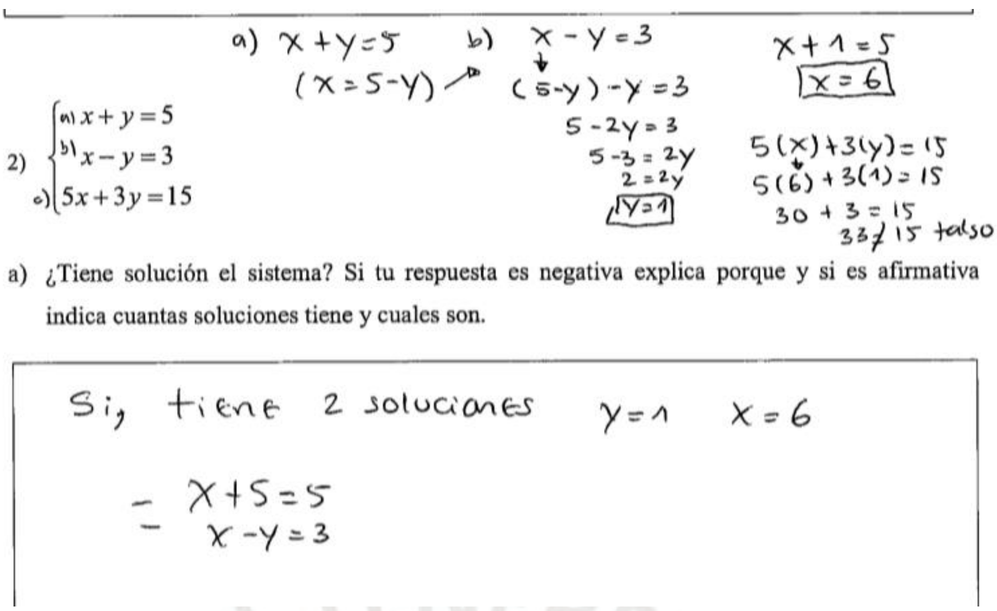


b) Halla el conjunto solución

$\therefore$ CS: $\{2,14 ; 5\}$

Figura 42: fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{16} respondió en la parte a) que el sistema sí tenía solución, afirmó que tenía dos soluciones, determinó valores para las variables *x* e *y* con error y los reemplazó en una tercera ecuación, por lo que llegó a una contradicción, pero, al parecer, la estudiante no advirtió este hecho. Ver la Figura 43.



2) $\begin{cases} a)\ x+y=5 \\ b)\ x-y=3 \\ c)\ 5x+3y=15 \end{cases}$

a) $x+y=5$ $\quad$ $(x=5-y)$

b) $x-y=3$

$(5-y)-y=3$

$5-2y=3$

$5-3=2y$

$2=2y$

$\boxed{y=1}$

$x+1=5$

$\boxed{x=6}$

$5(x)+3(y)=15$

$5(6)+3(1)=15$

$30+3=15$

$33\neq 15$ falso

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

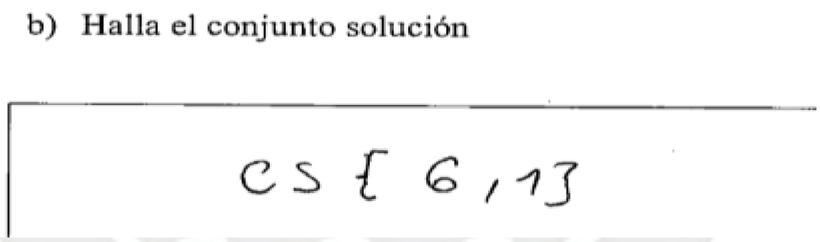
Si, tiene 2 soluciones $y=1$ $\quad x=6$

$-\ x+5=5$

$-\ x-y=3$

Figura 43: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A_{16}, en la parte b*)* de la pregunta, brindó como solución los valores encontrados en la parte a), pero no los mostró como par ordenado. Ver la Figura 44.

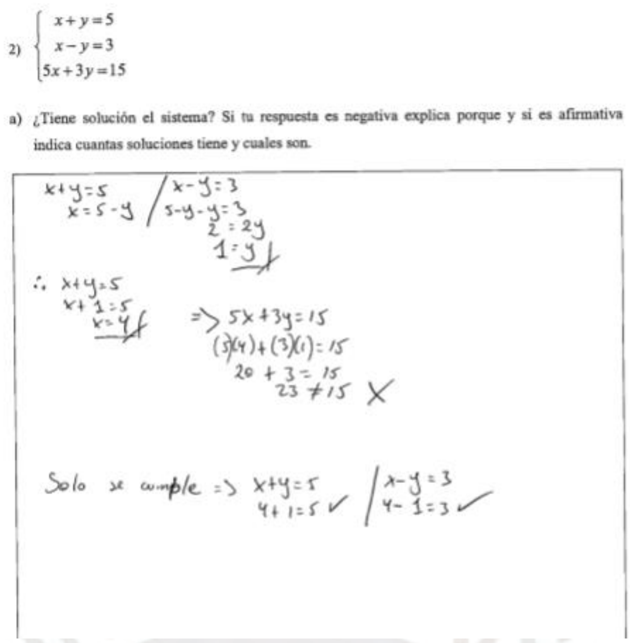


b) Halla el conjunto solución

cs $\{6,1\}$

Figura 44: fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{17}, en la parte a*)* de la pregunta, determinó los valores de la variable eligiendo las dos primeras ecuaciones y reemplazando dichos valores en la tercera ecuación. Así, llegó a una contradicción; sin embargo, verificó que los dos valores encontrados cumplían las dos primeras ecuaciones. Ver la Figura 45.



2) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y=5$ / $x-y=3$
$x=5-y$ / $5-y-y=3$
$2=2y$
$1=y$

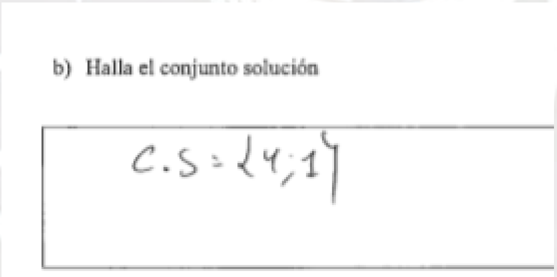
$\therefore x+y=5$
$x+1=5$
$x=4$

$\Rightarrow 5x+3y=15$
$(5)(4)+(3)(1)=15$
$20+3=15$
$23\neq 15$ ✗

Solo se cumple $\Rightarrow$ $x+y=5$ / $x-y=3$
$4+1=5$ ✓ / $4-1=3$ ✓

Figura 45: fragmento de la prueba diagnóstica

En la parte b*)*, el estudiante A_{17} mostró como solución el conjunto formado por los valores determinados en la parte a*)*, pero no lo mostró como par ordenado. Ver la Figura 46.

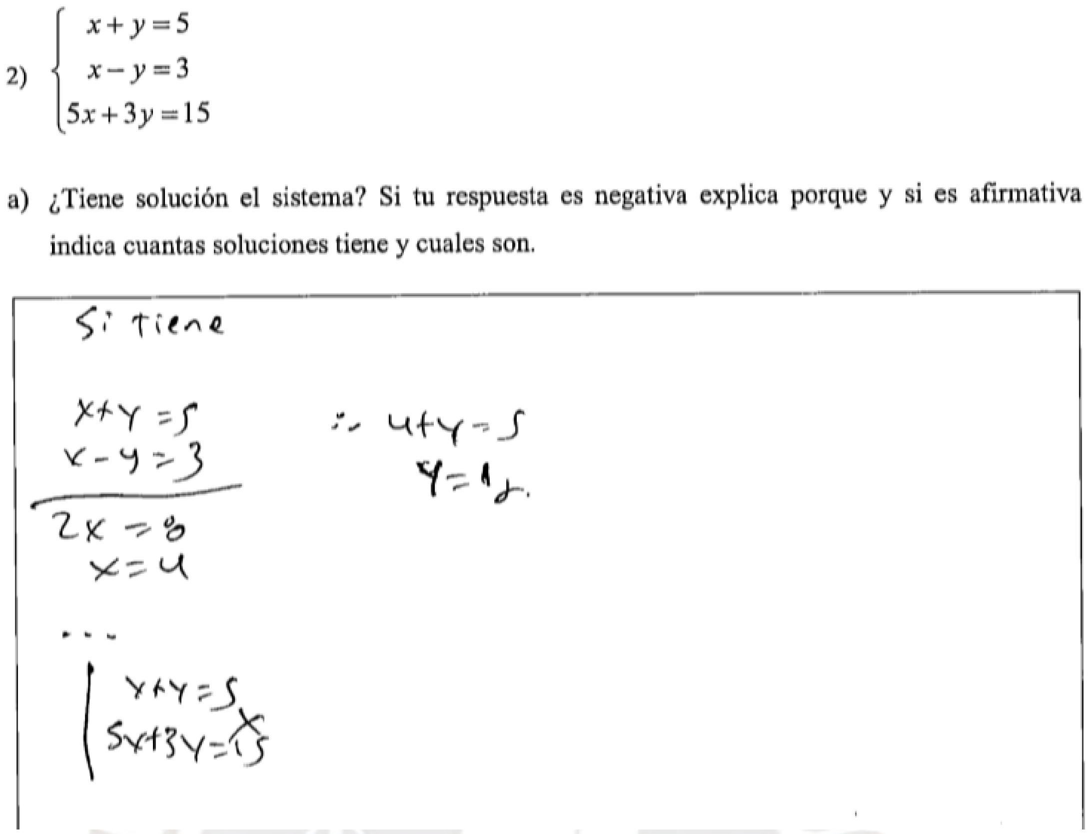


b) Halla el conjunto solución

C.S = {4;1}

Figura 46: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{18}, en su respuesta de la parte a*)*, eligió las dos primeras ecuaciones, determinó sus valores, respondió que el sistema sí tiene solución, pero no precisó la suya. Ver la Figura 47.



2) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Si tiene

$x+y=5$
$x-y=3$
$2x=8$
$x=4$

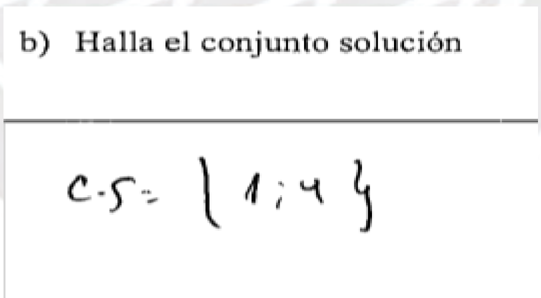
$\therefore 4+y=5$
$y=1$.

...

$\begin{cases} x+y=5 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$

Figura 47: Fragmento de la prueba diagnóstica

En su respuesta de la pregunta b), el estudiante A_{18} brindó como solución el conjunto formado por los valores encontrados en la parte *a)*. Ver la Figura 48.

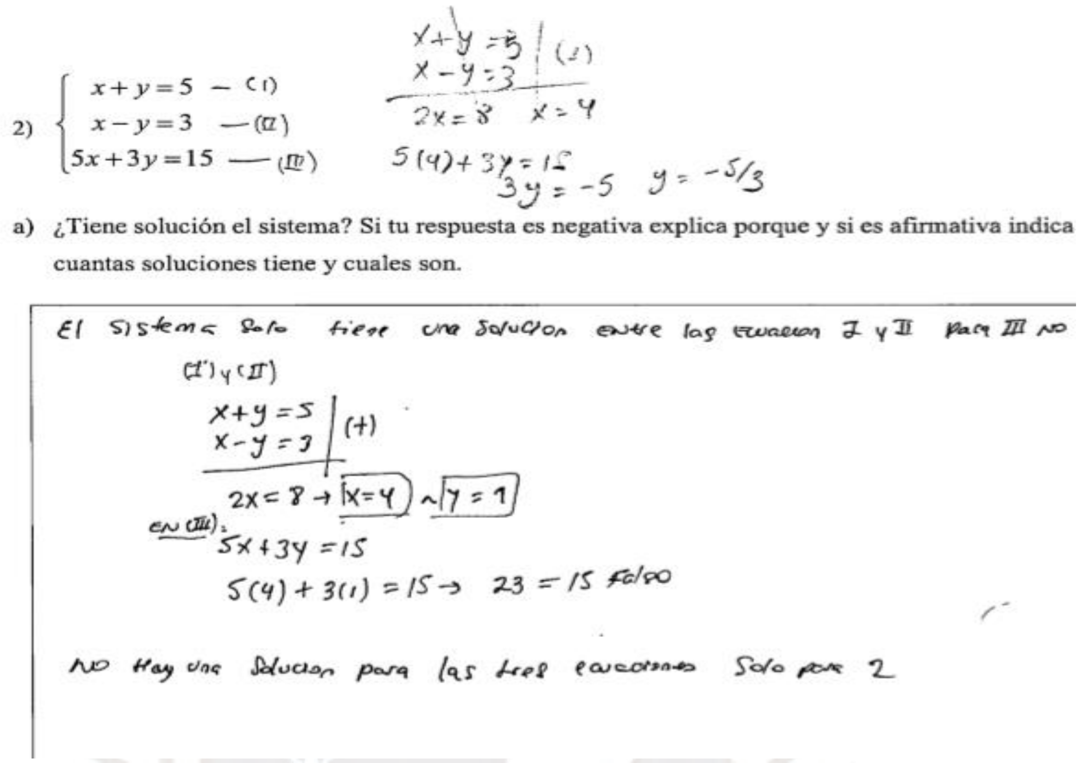


b) Halla el conjunto solución

C.S = {1;4}

Figura 48: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{19} respondió en la parte a) de la pregunta eligiendo las dos primeras ecuaciones y remplazando dichos valores en la tercera ecuación. Observó que ocurre una falsedad, pero su conclusión fue aceptar los valores si el sistema fuera de sólo ecuaciones y no si el sistema tuviera tres ecuaciones. Ver la Figura 49.



2) $\begin{cases} x+y=5 & —(I) \\ x-y=3 & —(II) \\ 5x+3y=15 & —(III) \end{cases}$

$x+y=5$, $x-y=3$ (+): $2x=8$, $x=4$; $5(4)+3y=15$, $3y=-5$, $y=-5/3$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

El sistema solo tiene una solucion entre las ecuacion I y II para III no

(I) y (II)

$x+y=5$
$x-y=3$ (+)

$2x=8 \rightarrow \boxed{x=4} \wedge \boxed{y=1}$

en (III):

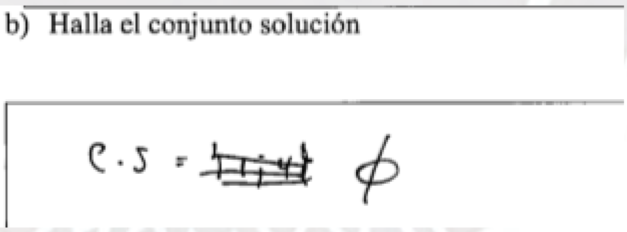
$5x+3y=15$

$5(4)+3(1)=15 \rightarrow 23=15$ falso

No hay una solucion para las tres ecuaciones solo para 2

Figura 49: Fragmento de la prueba diagnóstica

En su respuesta de la parte b), el estudiante A_{19} lo identificó con el conjunto vacío. Ver la Figura 50.

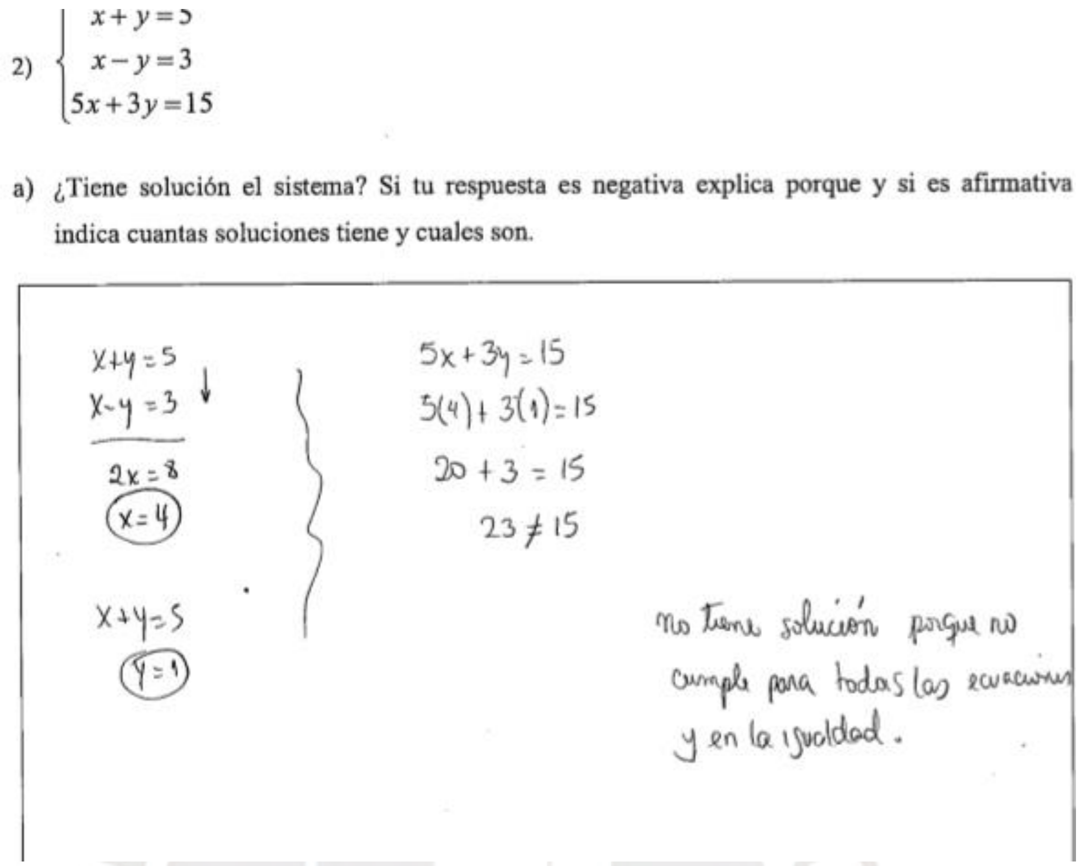


b) Halla el conjunto solución

C.S = ϕ

Figura 50: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{20}, en su respuesta de la parte *a)*, respondió que el sistema de ecuaciones no tenía solución, debido a que sus valores hallados, al considerar las dos primeras ecuaciones, fueron reemplazados en su tercera ecuación y llegó a un absurdo, de manera que su conclusión era correcta. Ver la Figura 51.



2) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y=5$
$x-y=3$
$2x=8$
$x=4$

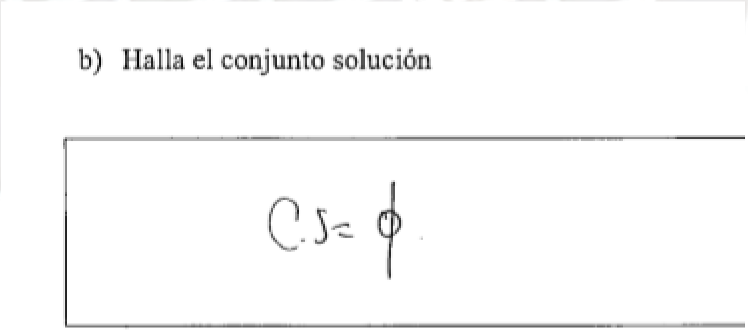
$x+y=5$
$y=1$

$5x+3y=15$
$5(4)+3(1)=15$
$20+3=15$
$23\neq 15$

no tiene solución porque no cumple para todas las ecuaciones y en la igualdad.

Figura 51: Fragmento de la prueba diagnóstica

En la parte b), el estudiante A20 respondió de forma acertada. Ver la Figura 52.

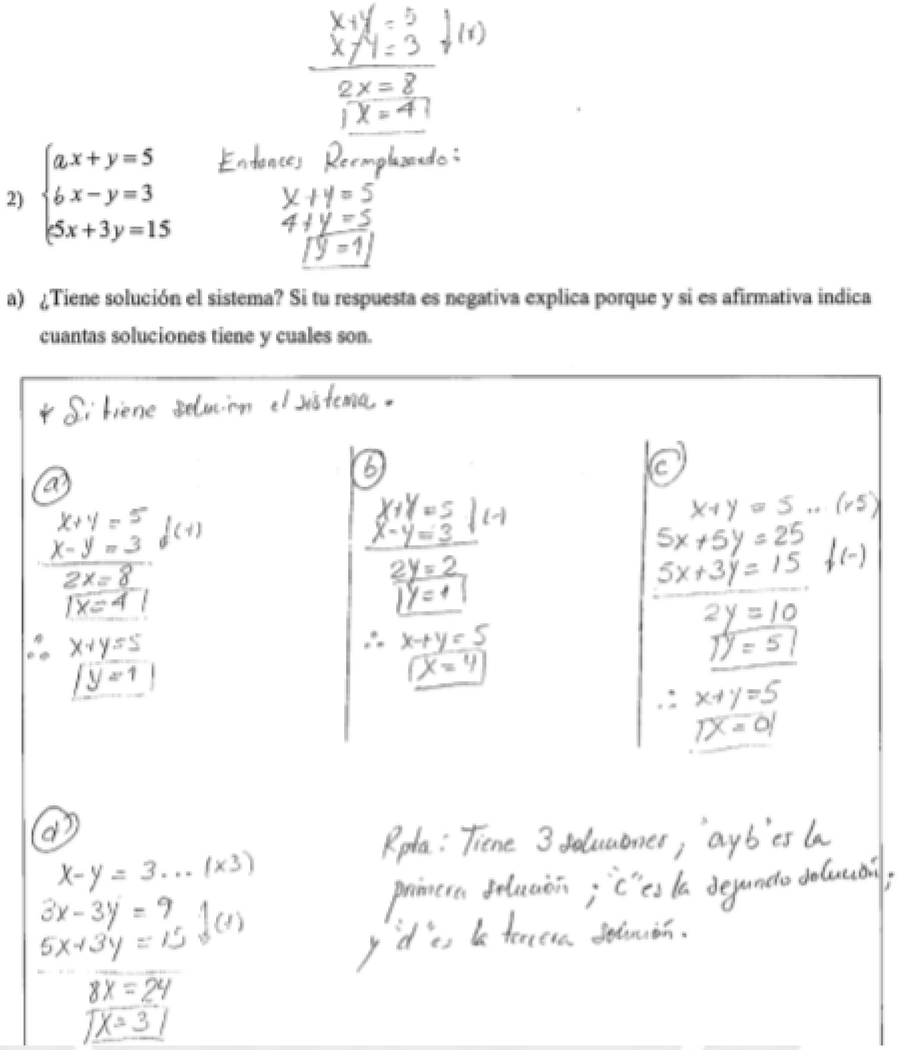


b) Halla el conjunto solución

$C.S=\phi$

Figura 52: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A21, en la parte a) de la pregunta, respondió eligiendo del sistema tres parejas de ecuaciones diferentes y determinó el valor de cada una de ellas, de manera que mostró como solución los tres pares ordenados encontrados en cada pareja de ecuaciones que formó. Ver la Figura 53.



$x+y=5$
$x-y=3$ (+)
$2x=8$
$x=4$

2) $\begin{cases} ax+y=5 \\ bx-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$ Entonces Reemplazando: $x+y=5$; $4+y=5$; $y=1$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Si tiene solución el sistema.

a) $x+y=5$; $x-y=3$ (+); $2x=8$; $x=4$; ∴ $x+y=5$; $y=1$

b) $x+y=5$; $x-y=3$ (−); $2y=2$; $y=1$; ∴ $x+y=5$; $x=4$

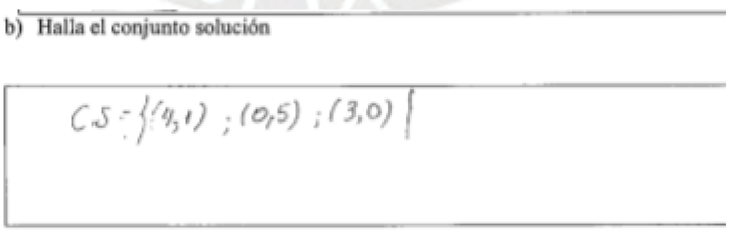
c) $x+y=5$ .. (×5); $5x+5y=25$; $5x+3y=15$ (−); $2y=10$; $y=5$; ∴ $x+y=5$; $x=0$

d) $x-y=3$ ... (×3); $3x-3y=9$; $5x+3y=15$ (+); $8x=24$; $x=3$

Rpta: Tiene 3 soluciones; "a y b" es la primera solución; "c" es la segunda solución; y "d" es la tercera solución.

Figura 53: Fragmento de la prueba diagnóstica

En su respuesta b), muestra el conjunto solución formado por las tres parejas de pares ordenados encontrados en la parte a). Ver la Figura 54.

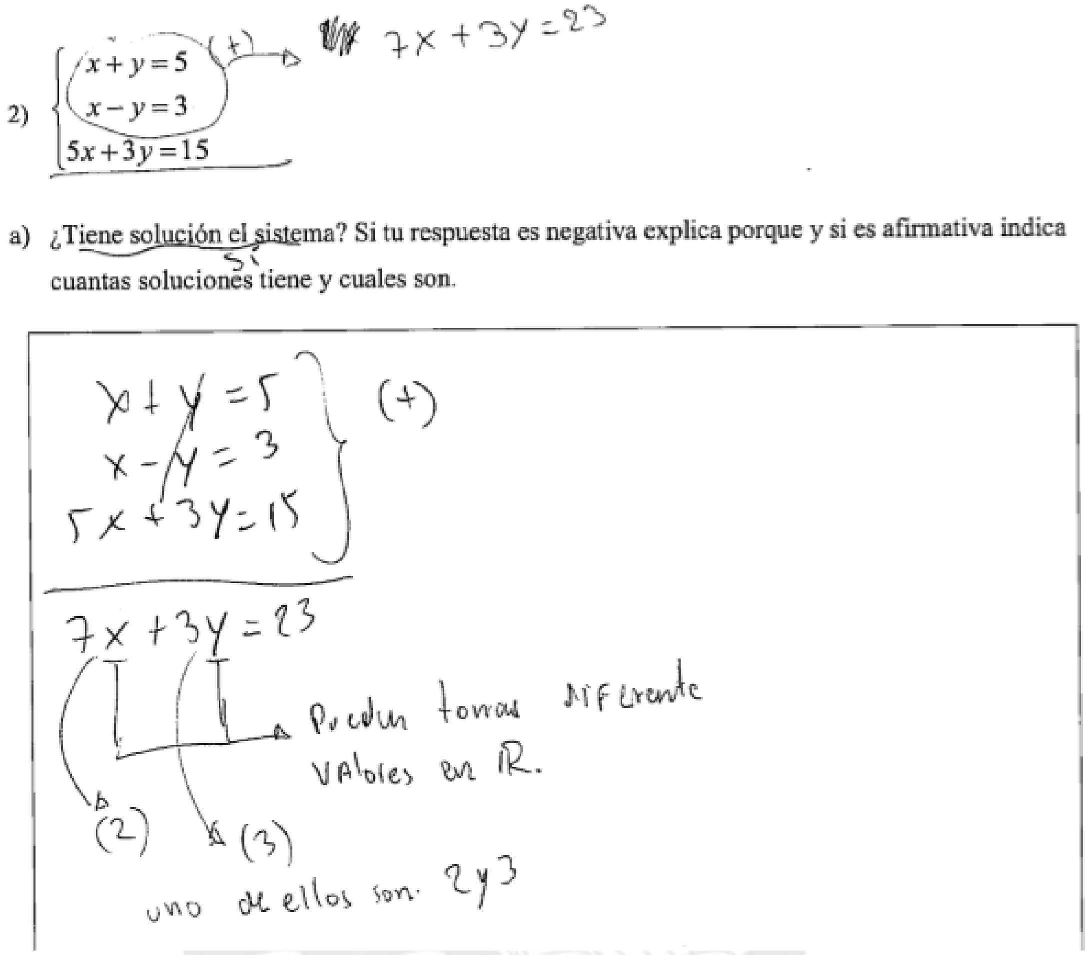


b) Halla el conjunto solución

$CS=\{(4,1);(0,5);(3,0)\}$

Figura 54: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{22}, en la pregunta de la parte *a)*, creó una cuarta ecuación y asignó valores a dicha ecuación, de manera que cumpliera la condición. Hizo un comentario acerca de que podía tomar más valores. Ver la Figura 55.



2) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$ $\xrightarrow{(+)}$ $7x+3y=23$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

si

$$\left.\begin{array}{l} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{array}\right\} (+)$$

$7x+3y=23$

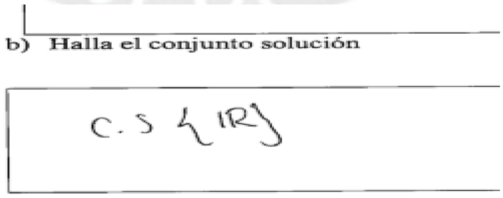
Pueden tomar diferente valores en $\mathbb{R}$.

(2) (3)

uno de ellos son. 2 y 3

Figura 55: Fragmento de la prueba diagnóstica

En la parte b), el estudiante A_{22} mostró como solución todos los números reales. Ver la Figura 56.



b) Halla el conjunto solución

C.S $\{\mathbb{R}\}$

Figura 56: Fragmento de la prueba diagnóstica

En la pregunta a), el estudiante A_{23} resolvió el sistema eligiendo dos parejas de ecuaciones, llegó a determinar dos valores para *x* y dos valores para *y*, además de graficar las ecuaciones y analizar que no tenía puntos comunes. Concluyó que no tenía solución. Ver la Figura 57.

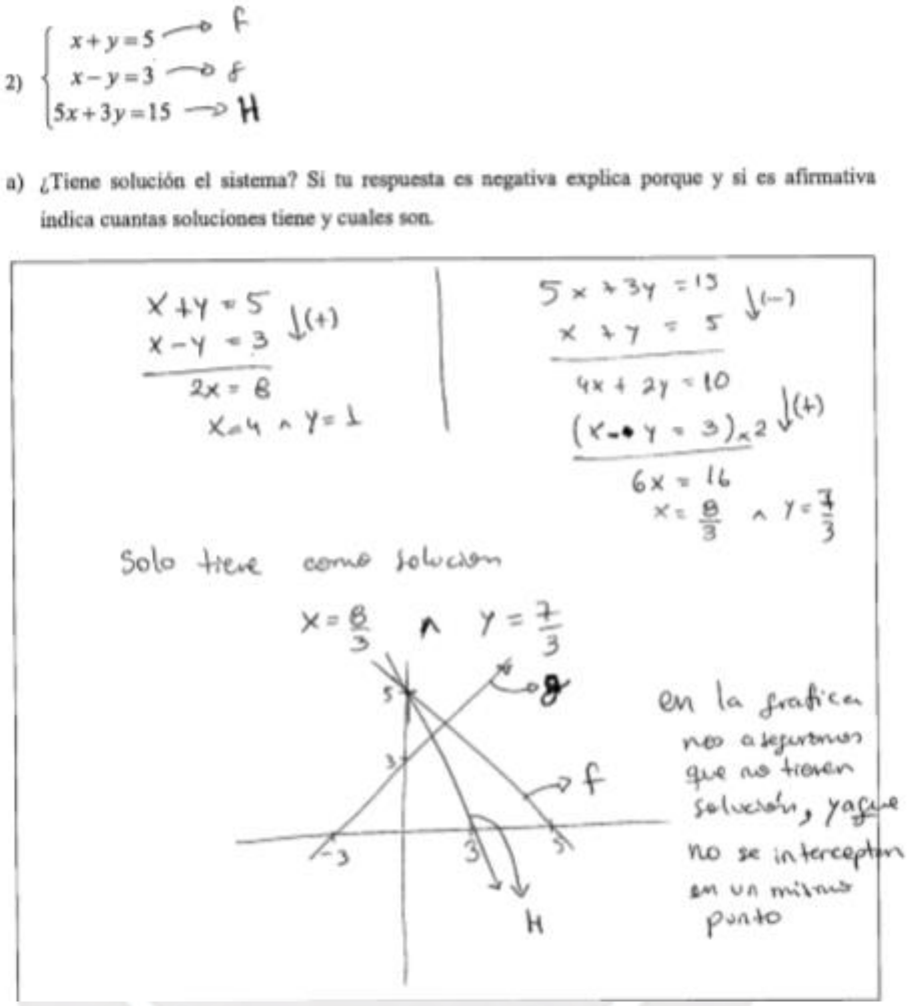


Figura 57: Fragmento de la prueba diagnóstica

En la parte b*)*, el estudiante A_{23} mostró el conjunto solución haciendo un abuso de notación con el símbolo vacío. Ver la Figura 58.

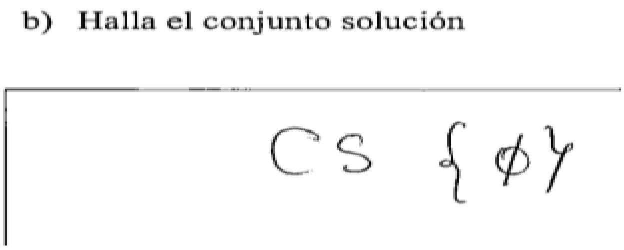
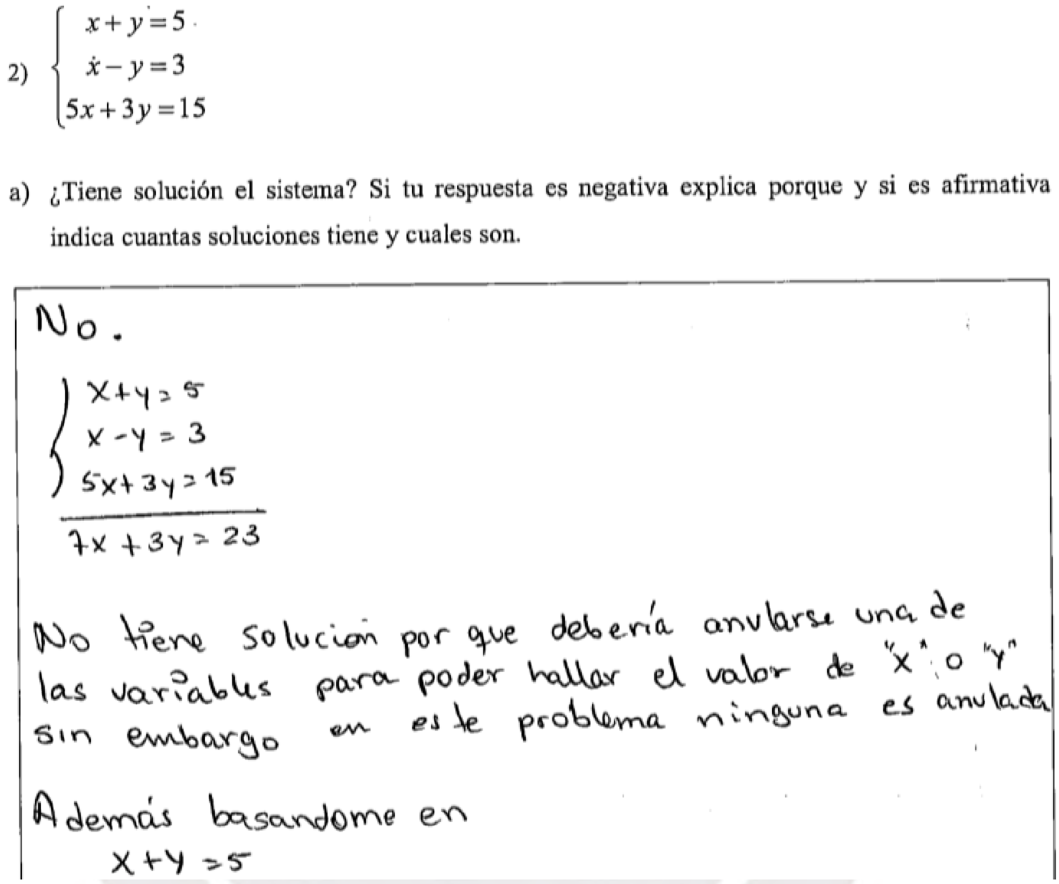


Figura 58: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{24}, en la parte a) de la pregunta, sumó las tres ecuaciones y formó una nueva ecuación. El estudiante esperaba que, en dicha ecuación, se eliminara una variable. Al no ocurrir eso, el estudiante afirmó que el sistema no tenía solución. Ver la Figura 59.



2) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

No.

$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$

$7x+3y=23$

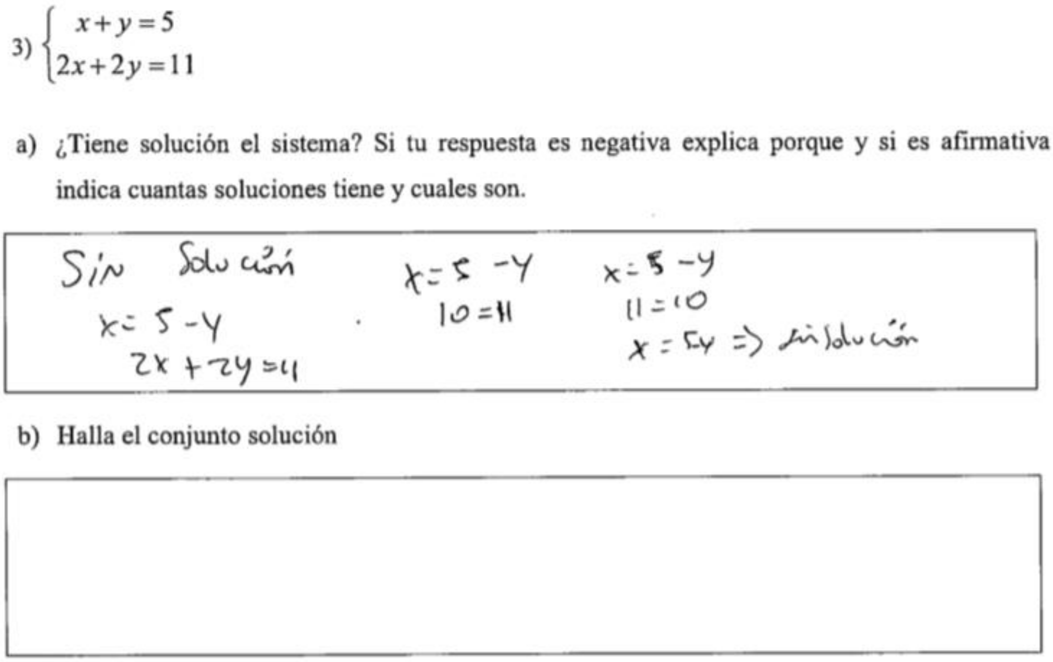
No tiene solucion por que debería anularse una de las variables para poder hallar el valor de "x" o "y" sin embargo en este problema ninguna es anulada

Además basandome en
$x+y=5$

Figura 59: Fragmento de la prueba diagnóstica

En la parte b), el estudiante A_{24} colocó como solución el vacío de forma correcta.

En la pregunta *3) a)*, el estudiante A_1 despejó una variable de la ecuación y la reemplazó en la otra para llegar a una contradicción, motivo por el cual el estudiante concluyó que el sistema no tenía solución. Es posible que, debido a esto, en su conclusión no colocara nada en la parte b) de la pregunta sobre el conjunto solución. Ver la Figura 60.


3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$

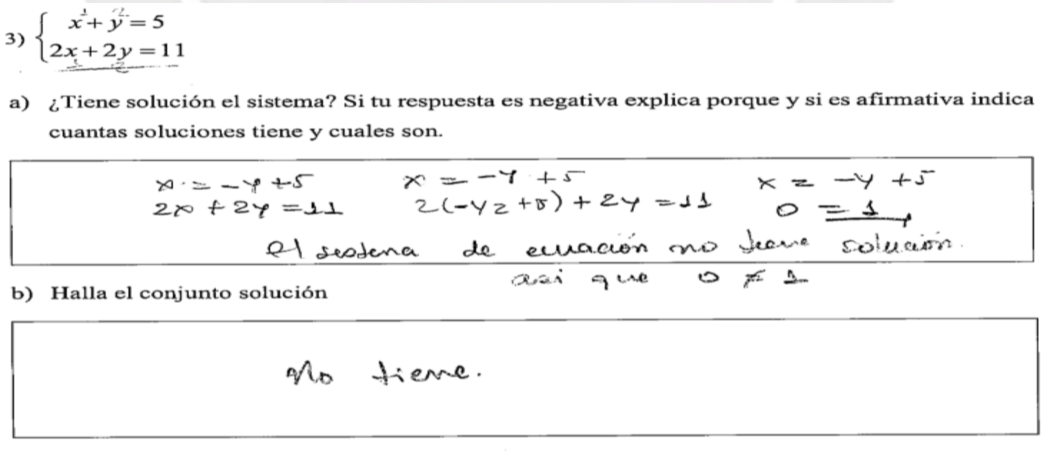
a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Sin Solución
$x=5-y$
$2x+2y=11$
$x=5-y$
$10=11$
$x=5-y$
$11=10$
$x=5y \Rightarrow$ sin solución

b) Halla el conjunto solución

Figura 60: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A2, en la parte *a)* de la pregunta, después de realizar algunas operaciones, llegó a una contradicción y concluyó que el sistema no tenía solución. En la parte b*)*, la estudiante afirmó en palabras que el sistema no tenía en referencia a la solución del sistema. Ver la Figura 61.


3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

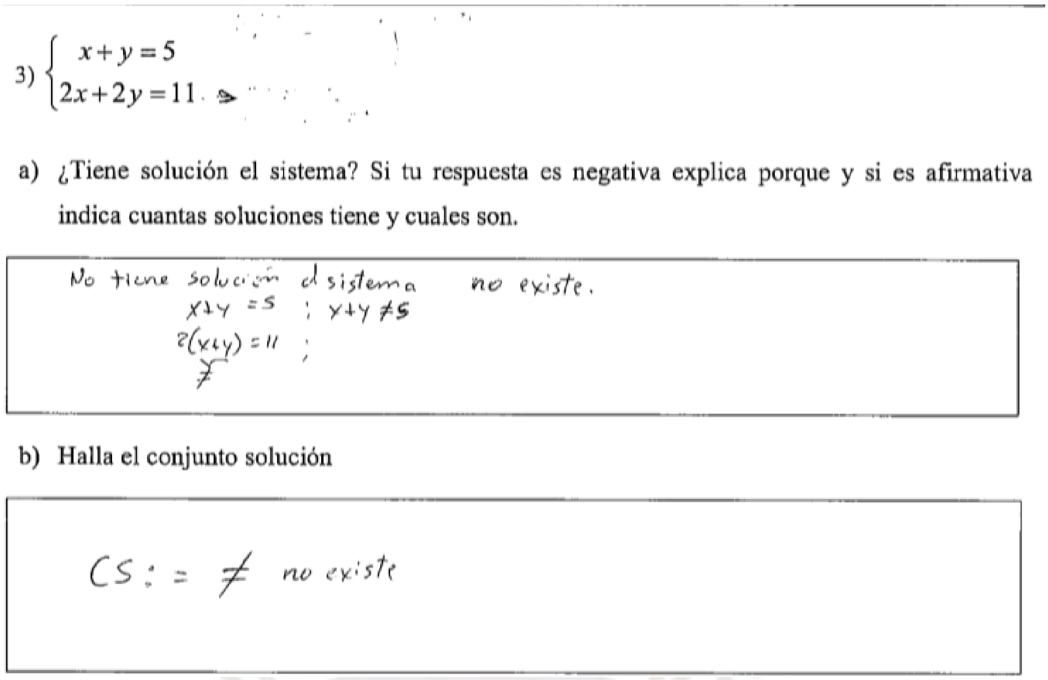
$x=-y+5$
$2x+2y=11$
$x=-y+5$
$2(-y+5)+2y=11$
$x=-y+5$
$0=1$
el sistema de ecuación no tiene solución.
así que $0 \neq 1$

b) Halla el conjunto solución

No tiene.

Figura 61: Fragmento de la prueba diagnóstica

El alumno A25, en la parte a**)** de la pregunta, al intentar resolverla, llegó a una contradicción y respondió que no existía solución en el sistema. En la parte b*)*, expresó la no existencia de solución con el símbolo matemático de diferente. Ver la Figura 62.


3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

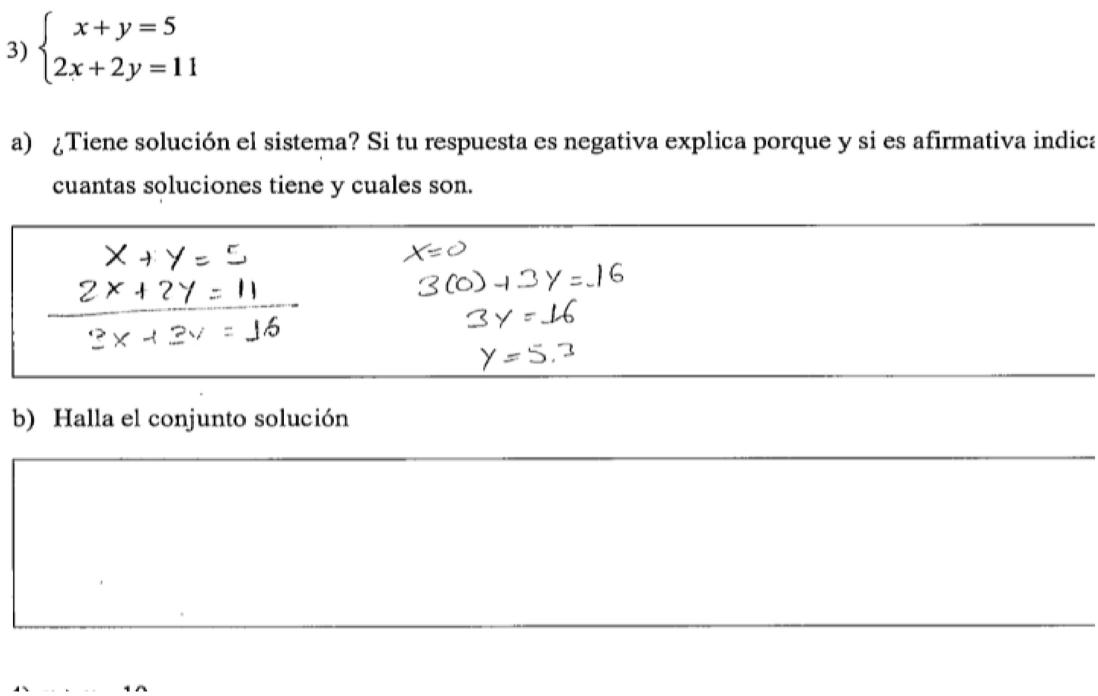
No tiene solución el sistema no existe.
$x+y=5$; $x+y \neq 5$
$2(x+y)=11$;
$\neq$

b) Halla el conjunto solución

CS: = $\neq$ no existe

Figura 62: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{26}, en la parte a) de la pregunta, creó como la suma de las dos ecuaciones una tercera ecuación. Luego, en dicha ecuación, le asignó cero a una de las variables para luego determinar la otra variable; sin embargo, no mencionó si el sistema tenía solución. En la parte *b)*, sobre el conjunto solución, lo dejó en blanco. Ver la Figura 63.


3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

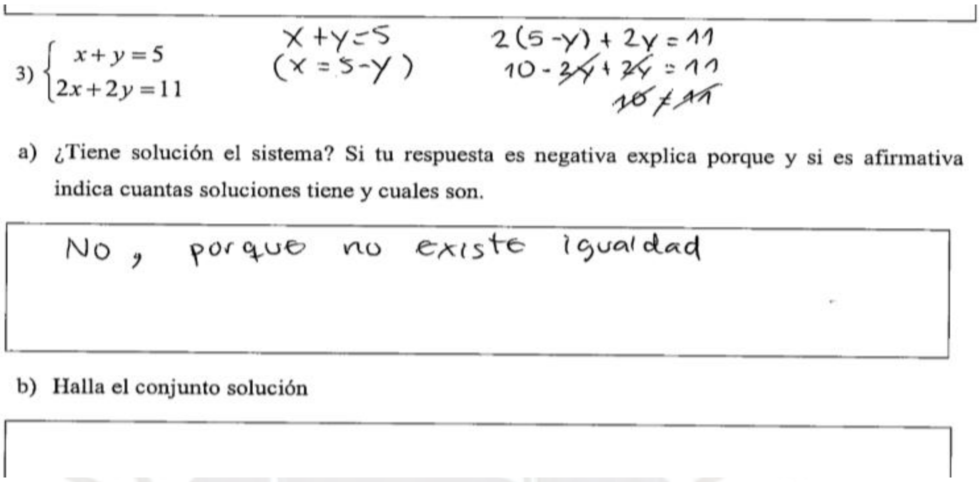
$X+Y=5$
$2X+2Y=11$
$3X+3Y=16$

$X=0$
$3(0)+3Y=16$
$3Y=16$
$Y=5.3$

b) Halla el conjunto solución

Figura 63: Fragmento de la prueba diagnóstica

La alumna A_{27} desarrolló el método de sustitución en el sistema de ecuaciones y luego detectó una incongruencia. Respondió que el sistema no tenía solución, porque no había igualdad. La parte b*)* la dejó en blanco. Es posible que interpretara que no había solución, por lo que no hay conjunto solución. Ver la Figura 64.



3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$ $\quad x+y=5 \quad (x=5-y) \quad 2(5-y)+2y=11 \quad 10-\cancel{2y}+\cancel{2y}=11 \quad 10\neq 11$

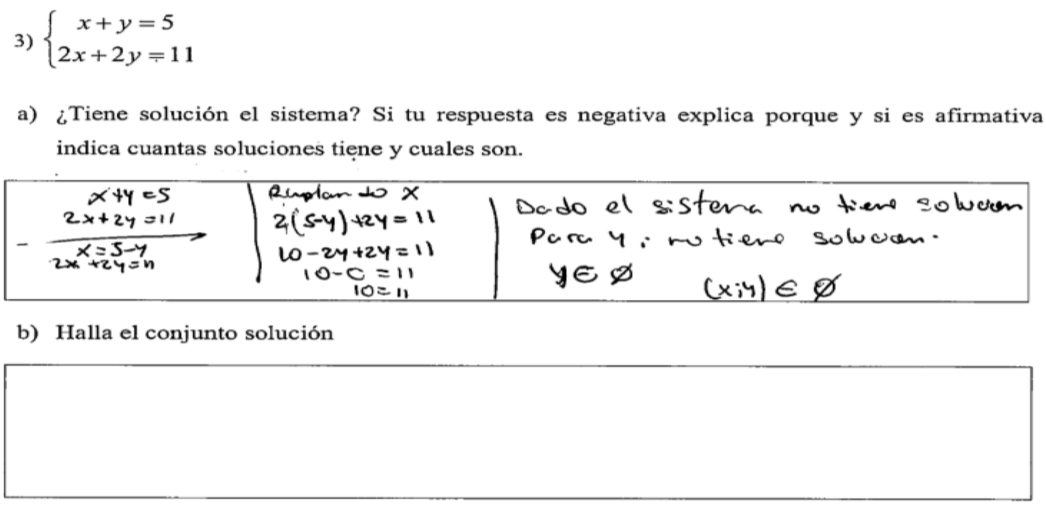
a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

No, porque no existe igualdad

b) Halla el conjunto solución

Figura 64: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{28}, en su respuesta de la parte a*)* de la pregunta, usó el método de sustitución, llegó a una incongruencia, afirmó que el sistema no tenía solución para la variable *y*. Dejó en blanco la parte b*)* de la pregunta. Ver la Figura 65.



3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$

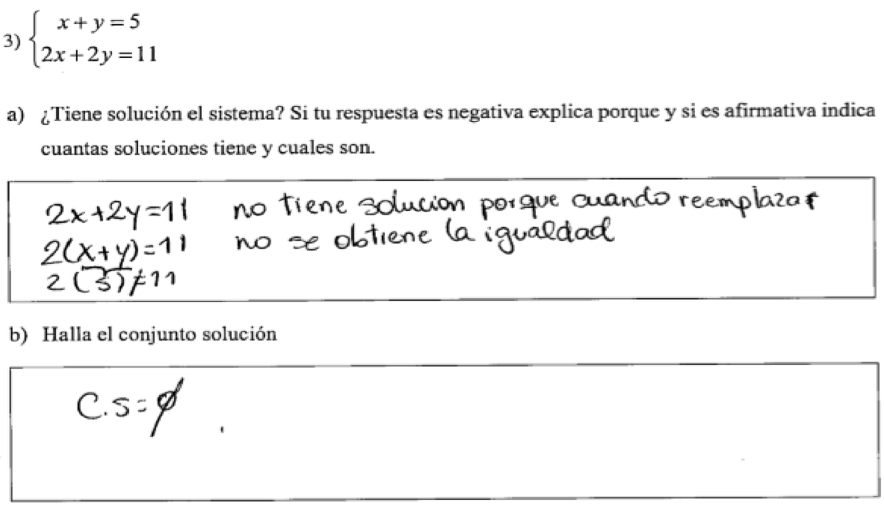
a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y=5$, $2x+2y=11$, $x=5-y$, $2x+2y=11$ | Remplazando x: $2(5-y)+2y=11$, $10-2y+2y=11$, $10-0=11$, $10=11$ | Dado el sistema no tiene solucion. Para y: no tiene solucion. $y\in\varnothing$ $\quad (x;y)\in\varnothing$

b) Halla el conjunto solución

Figura 65: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{29}, en su respuesta de la parte a*)* de la pregunta, desarrollando el sistema, detectó una contradicción, respondió que el sistema no tenía solución, debido a que no hay igualdad. En la parte b*)*, respondió correctamente mostrando el conjunto solución vacío. Ver la Figura 66.



3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$2x+2y=11$
$2(x+y)=11$
$2(5)\neq 11$

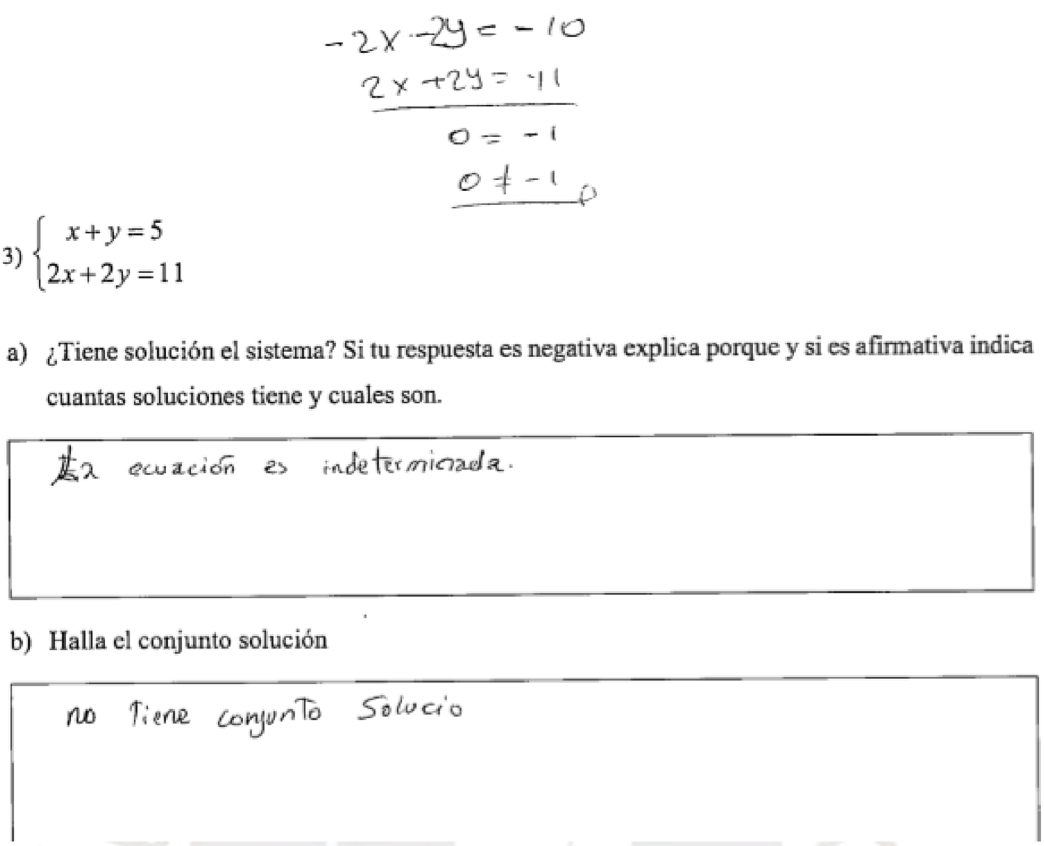
no tiene solucion porque cuando reemplazar no se obtiene la igualdad

b) Halla el conjunto solución

$C.S=\emptyset$

Figura 66: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A2, al desarrollar la parte a*)* de la pregunta, resolvió el sistema de ecuaciones por el método de eliminación, detectó una contradicción, su interpretación a esta contradicción fue decir que era indeterminada. En la parte *b)*, afirmó que el sistema no tenía conjunto solución. Ver la Figura 67.



$$-2x-2y=-10$$
$$2x+2y=11$$
$$0=-1$$
$$0\neq-1$$

3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

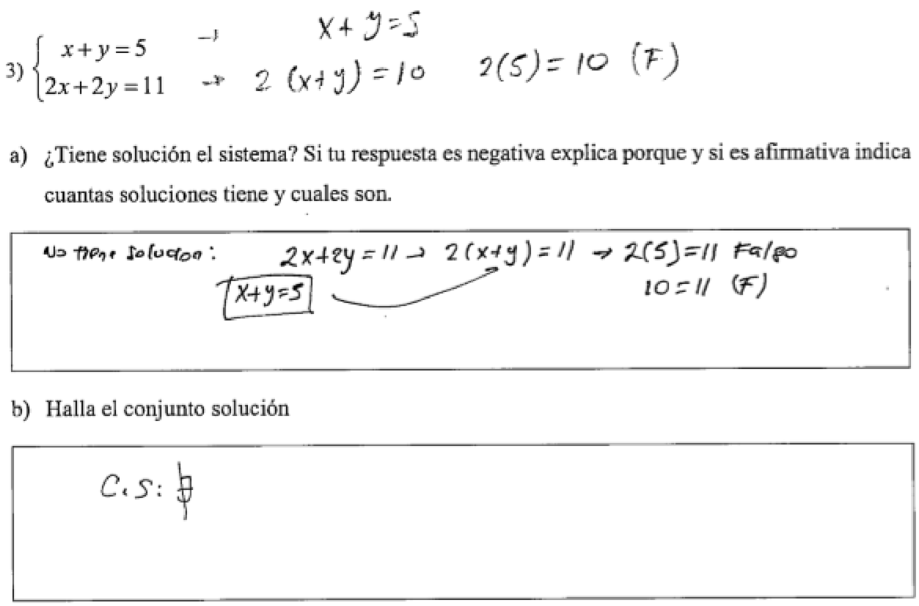
La ecuación es indeterminada.

b) Halla el conjunto solución

no Tiene conjunto Solucio

Figura 67: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A30, desarrollando la pregunta a) del sistema, encontró una contradicción y recalcó que era falsa. En la parte b), colocó el símbolo de no existencia para mostrar que el conjunto no tenía solución. Ver la Figura 68.



3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$ $\to$ $x+y=5$ $\to$ $2(x+y)=10$ $\quad 2(5)=10$ (F)

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

No tiene solucion: $2x+2y=11 \to 2(x+y)=11 \to 2(5)=11$ Falso

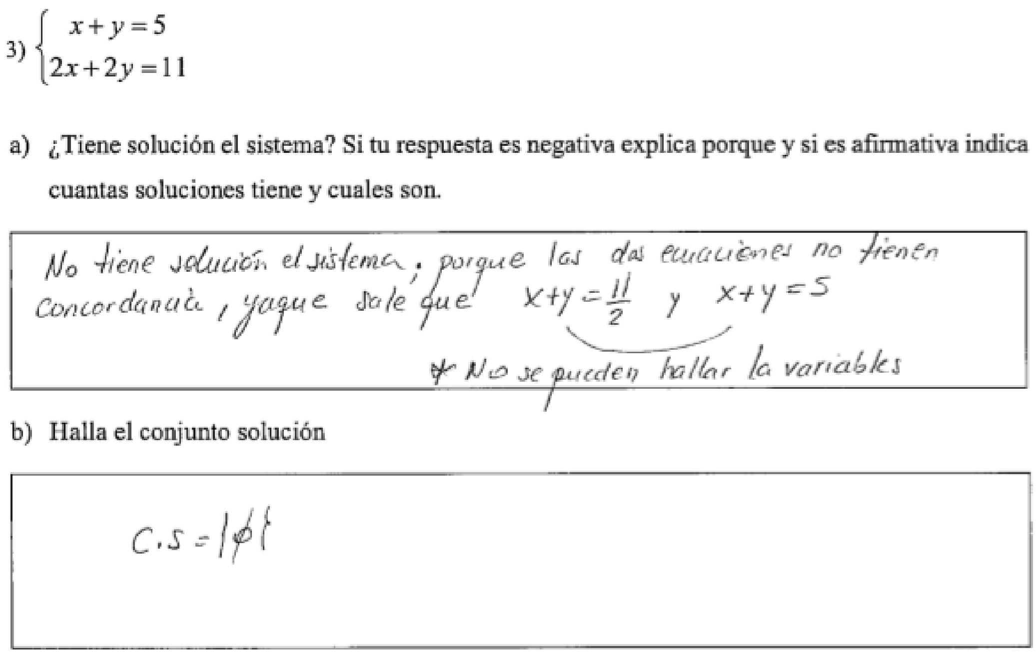
$\boxed{x+y=5}$ $\quad 10=11$ (F)

b) Halla el conjunto solución

C.S: $\nexists$

Figura 68: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{31}, al detectar en la pregunta *a)* que el sistema no tenía solución, argumentó que se debía a que no era posible determinar variable. En respuesta de la parte *b)*, mostró de forma errónea el símbolo del conjunto solución. Ver la Figura 69.



3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

No tiene solución el sistema, porque las dos ecuaciones no tienen concordancia, ya que sale que $x+y=\frac{11}{2}$ y $x+y=5$

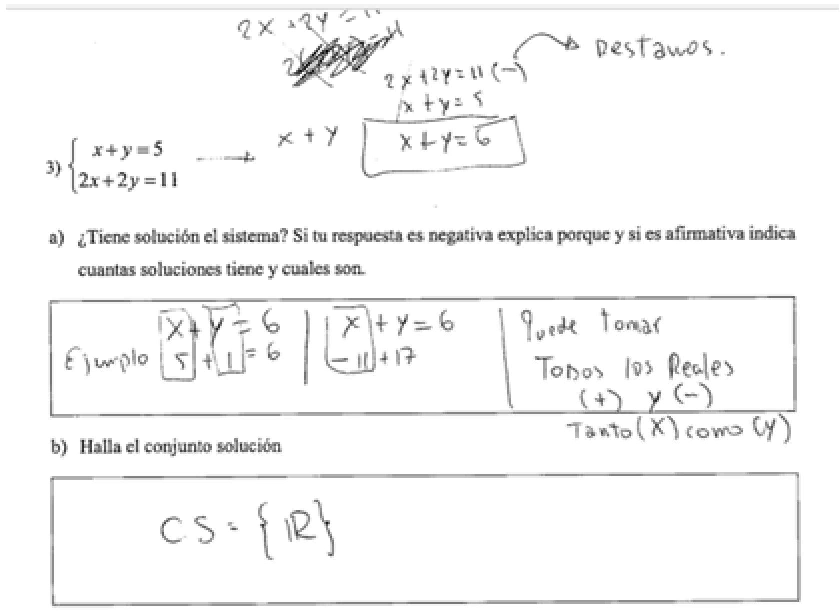
* No se pueden hallar la variables

b) Halla el conjunto solución

$C.S=\{\phi\}$

Figura 69: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{32}, en la parte *a),* desarrolló restando las ecuaciones y formando una tercera ecuación, pero, para el estudiante, dicha ecuación reemplazó a las otras dos y solo analizó esta. Comenzó a dar valores que cumplan dicha ecuación, resaltó que hay valores de variables positivas y negativas, detectó que son muchas e indicó en la parte *b)* que el sistema tenía como conjunto solución todos los reales. Ver la Figura 70.



$2x + 2y = 11$

$2x + 2y = 11 \ (-)$ Restamos.

$x + y = 5$

3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases} \longrightarrow x + y \quad \boxed{x+y=6}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

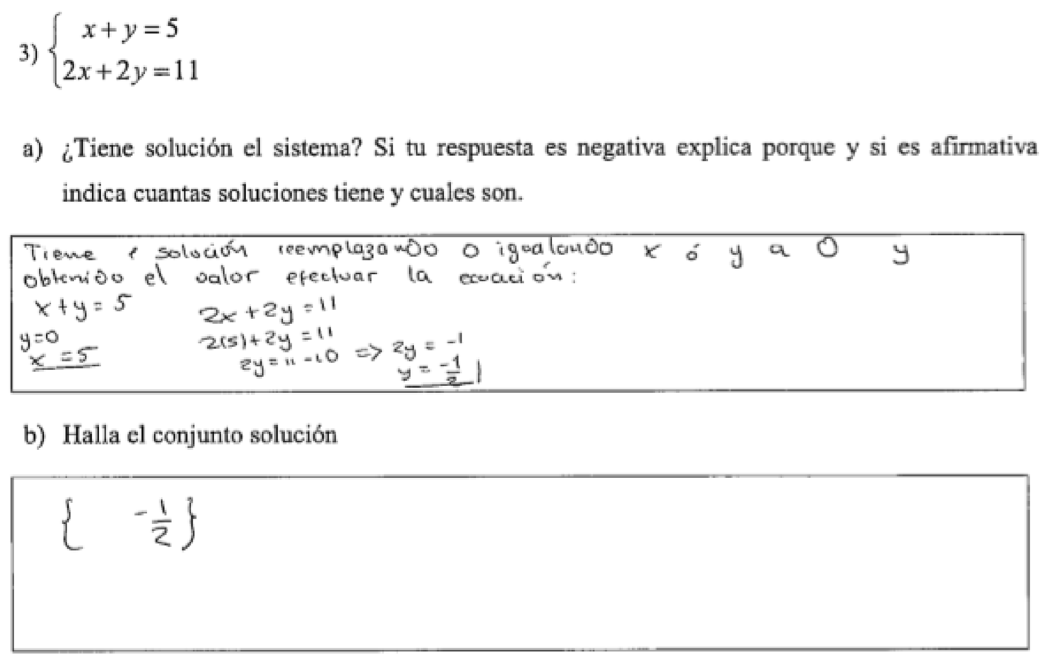
Ejemplo $\boxed{x}+\boxed{y}=6$, $\boxed{5}+\boxed{1}=6$ | $\boxed{x}+y=6$, $\boxed{-11}+17$ | Puede tomar Todos los Reales (+) y (−) Tanto (X) como (Y)

b) Halla el conjunto solución

$CS = \{\mathbb{R}\}$

Figura 70: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{33}, en la parte *a)* de la pregunta, determinó los valores tabulando los valores de la variable por el método de determinar los cortes con los ejes coordenados. En la parte *b)*, solo afirmó que la solución era el valor de la ordenada hallada en la parte *a)*. Ver la Figura 71.



3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Tiene solución reemplazando o igualando x ó y a 0 y obtenido el valor efectuar la ecuación:

$x+y=5$ $2x+2y=11$

$y=0$ $2(5)+2y=11$

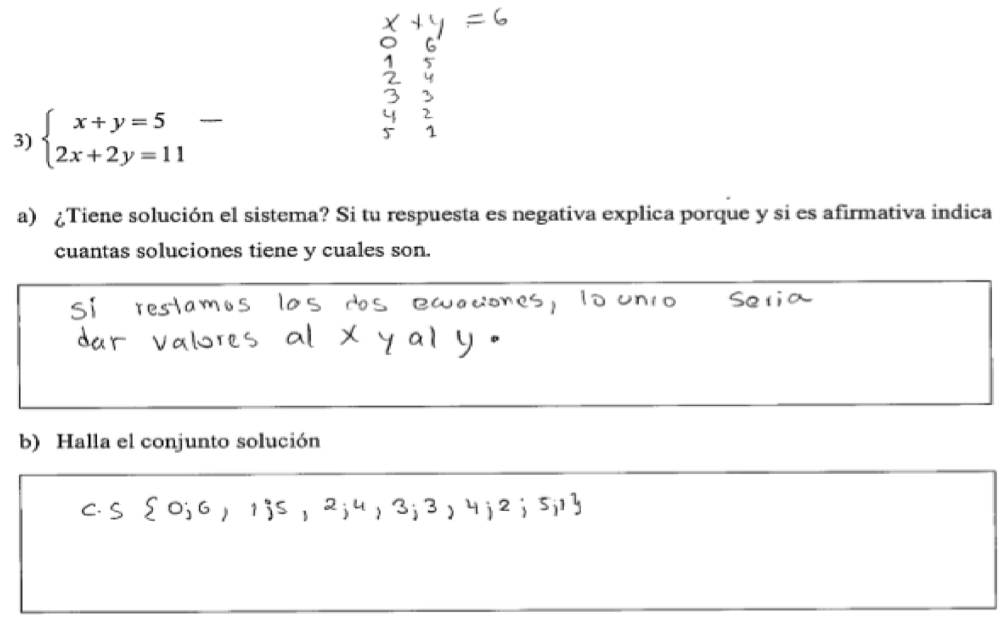
$x=5$ $2y=11-10 \Rightarrow 2y=-1$, $y=\frac{-1}{2}$

b) Halla el conjunto solución

$\{ -\frac{1}{2} \}$

Figura 71: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{34}, en la parte *a)* de la pregunta, restó las ecuaciones y creó una nueva. A partir de ella, empezó a detectar soluciones enteras y su respuesta *b)* indicó dichos valores naturales como solución del sistema. Ver la Figura 72.



$x + y = 6$

x	y
0	6
1	5
2	4
3	3
4	2
5	1

3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$ —

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

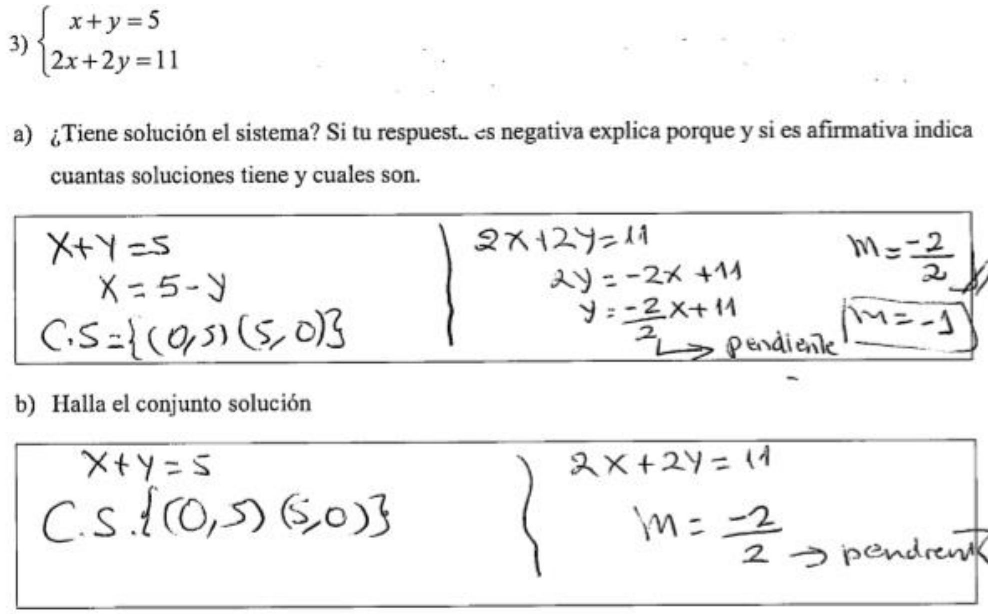
Si restamos los dos ecuaciones, lo unio seria dar valores al x y al y.

b) Halla el conjunto solución

c.s {0;6, 1;5, 2;4, 3;3, 4;2; 5;1}

Figura 72: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A_{35}, en la parte *a)* del sistema, determinó valores asignando cero a cada una de las variables, como si deseara determinar los cortes con los ejes. En la parte *b)*, el conjunto solución mostró los pares ordenados encontrados en la parte *a)*. En ambas partes, el estudiante recalcó el valor de la pendiente haciendo el cálculo respectivo. Ver la Figura 73.


3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuest.. es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$X+Y=5$
$X=5-y$
$C.S=\{(0,5)(5,0)\}$

$2x+2y=11$
$2y=-2x+11$
$y=\frac{-2}{2}x+11$ → pendiente

$m=\frac{-2}{2}$
$\boxed{m=-1}$

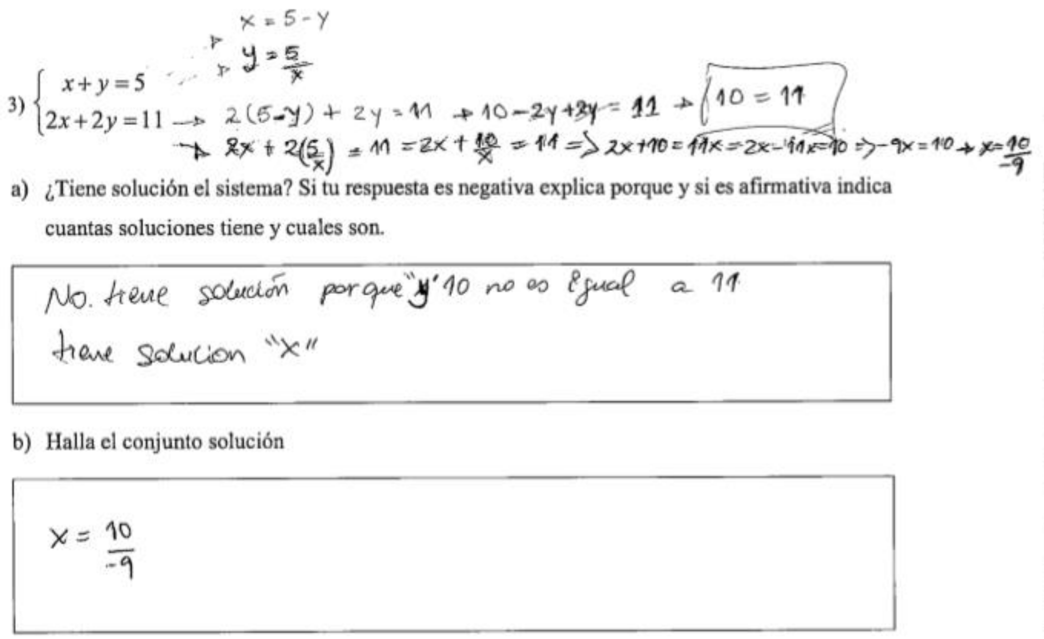
b) Halla el conjunto solución

$X+Y=5$
$C.S.\{(0,5)(5,0)\}$

$2X+2Y=11$
$m=\frac{-2}{2}$ → pendiente

Figura 73: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A36, desarrollando la parte *a)* del sistema por el método de sustitución, llegó a una contradicción. Luego, operó con una serie de errores para llegar a un valor de la variable *x*. Afirmó que el sistema no tiene solución; sin embargo, en su respuesta de la parte *b)*, dio el valor hallado en *a)*. Ver la Figura 74.


$x=5-y$
$y=\frac{5}{x}$

3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$ → $2(5-y)+2y=11$ → $10-2y+2y=11$ → $\boxed{10=11}$
→ $2x+2(\frac{5}{x})=11=2x+\frac{10}{x}=11 \Rightarrow 2x+10=11x=2x-11x=10 \Rightarrow -9x=10 \rightarrow x=\frac{10}{-9}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

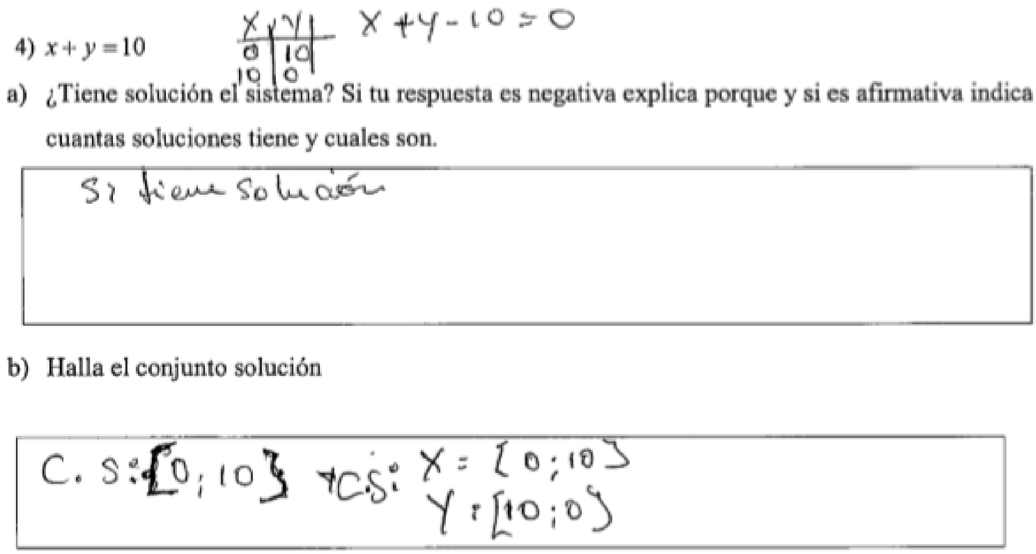
No. tiene solución porque "y" 10 no es Igual a 11
tiene solucion "x"

b) Halla el conjunto solución

$x=\frac{10}{-9}$

Figura 74: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A37, en la parte *a)* de la pregunta, tabuló valores, les asignó 0 a cada una de las variables para luego hallar la otra variable. Esta es una técnica para hallar los cortes con los ejes coordenadas. Afirmó que el sistema tenía solución. En su respuesta en la parte *b)*, mostró el conjunto solución como un intervalo de 0 a 10, pero mostró solución en cada variable. Ver la Figura 75.



4) $x+y=10$

x	y
0	10
10	0

$x+y-10=0$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

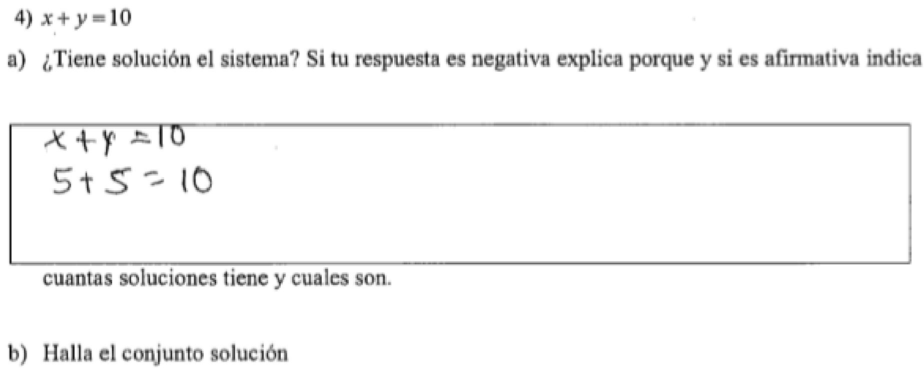
Si tiene solución

b) Halla el conjunto solución

C. S: [0; 10} + C.S: X = [0; 10}
Y = [10; 0}

Figura 75: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A38, en la parte *a)* de la pregunta, asignó un par de valores a la variable, de manera que cumpliera el sistema; sin embargo, no afirmó si el sistema tenía solución. Dejó en blanco la parte *b)* de la pregunta. Ver la Figura 76.



4) $x+y=10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica

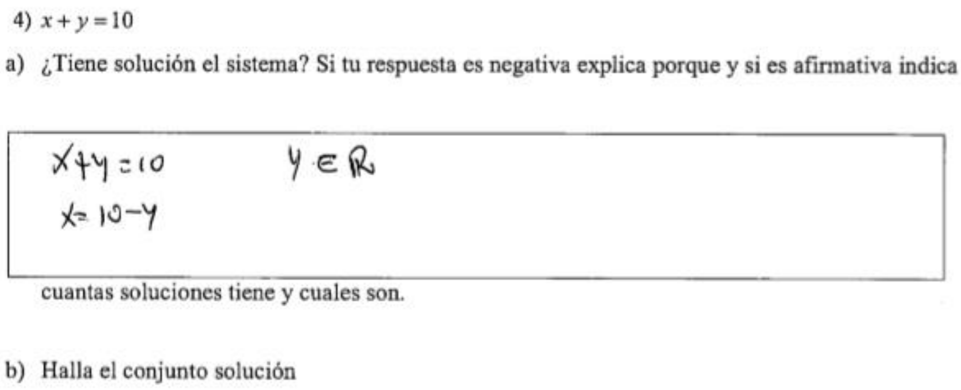
$x+y=10$
$5+5=10$

cuantas soluciones tiene y cuales son.

b) Halla el conjunto solución

Figura 76: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A39, en la pregunta *a)*, despejó la variable *x*, dejó en función de la otra variable y afirmó que su variable *y* pertenecía a todos los reales, por lo cual podíamos afirmar que dicha solución era correcta. Dejó en blanco la parte *b)* de la pregunta. Ver la Figura 77.



4) $x + y = 10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica

$x+y=10 \qquad y \in \mathbb{R}$

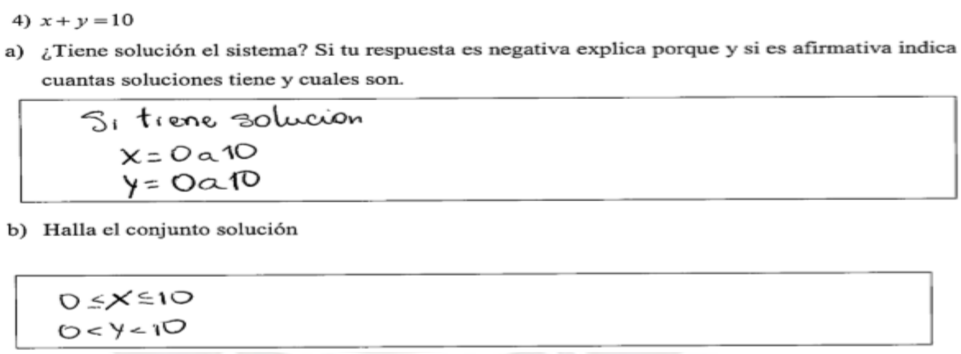
$x = 10 - y$

cuantas soluciones tiene y cuales son.

b) Halla el conjunto solución

Figura 77: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A40 asignó, en la parte *a)* de la pregunta, valores de 0 a 10 a las dos variables, pero verificó que cumpliera la ecuación. En la parte *b)*, indicó que la solución eran intervalos no negativos de 0 a 10. Ver la Figura 78.



4) $x + y = 10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Si tiene solucion

$x = 0$ a 10

$y = 0$ a 10

b) Halla el conjunto solución

$0 \leq x \leq 10$

$0 < y < 10$

Figura 78: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A41, en la parte *a)* de la pregunta, afirmó que faltaba una ecuación en el sistema. La parte b*)* la dejó en blanco. Ver la Figura 79.

4) $x+y=10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Faltan Dato para hallar la ec. lineal

b) Halla el conjunto solución

Figura 79: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{42} afirmó que no tenía solución el sistema en la parte *a)* del ejercicio, debido a que el sistema solo presentaba una ecuación. La parte *b)* la dejó en blanco. Ver la Figura 80.

4) $x+y=10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica

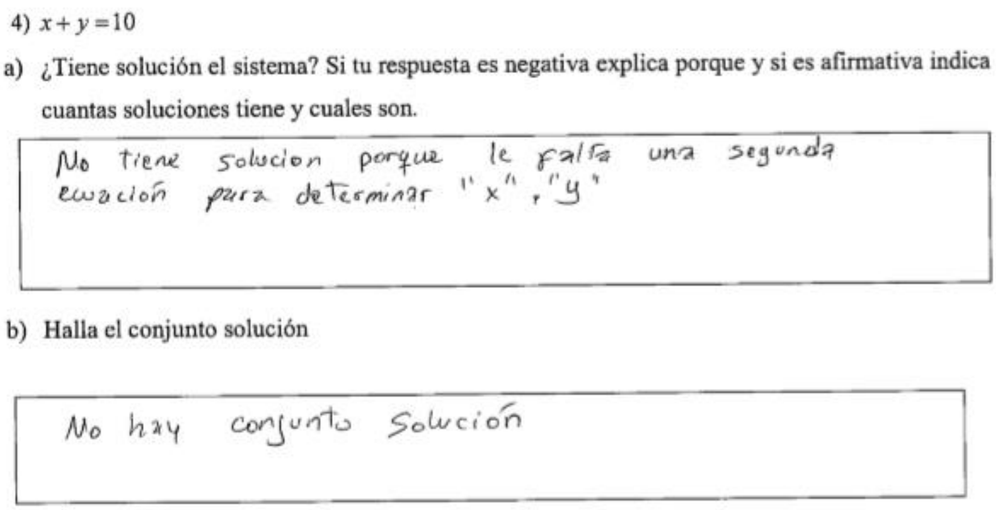
No tiene, porque con una sola ecuación y sin otro dato no podemos hallar el valor de una para luego reemplazar.

cuantas soluciones tiene y cuales son.

b) Halla el conjunto solución

Figura 80: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_3 también afirmó, en la parte *a)* del ejercicio, que el sistema no tenía solución, porque faltaba una segunda ecuación. En la parte *b)*, expresó que el sistema no tenía conjunto solución. Ver la Figura 81.



4) $x+y=10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

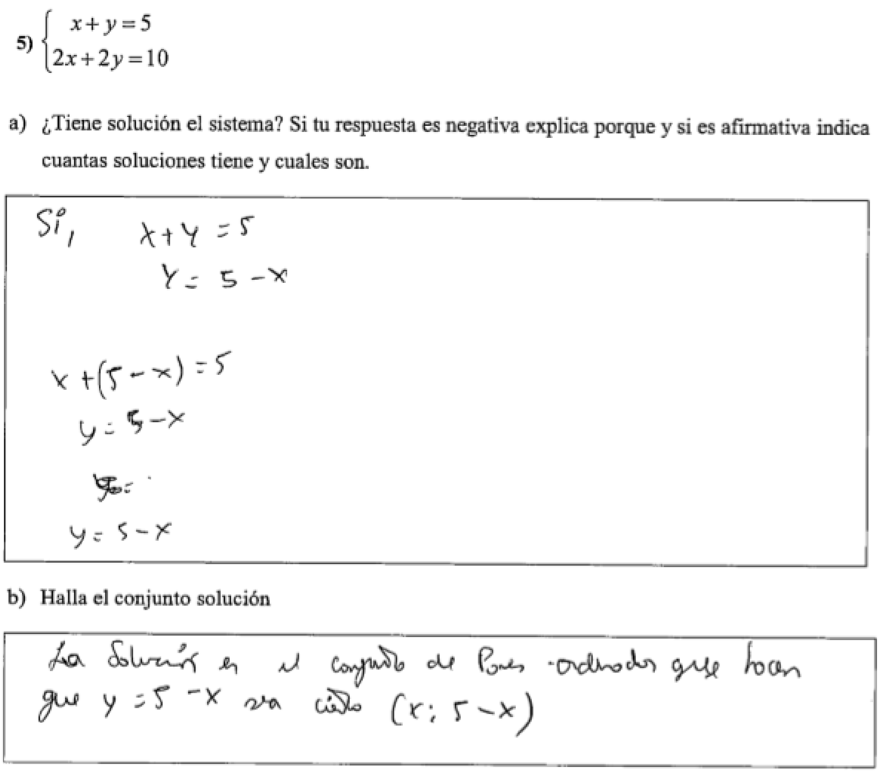
No tiene solucion porque le falta una segunda ecuación para determinar "x", "y"

b) Halla el conjunto solución

No hay conjunto solución

Figura 81: Fragmento de la prueba diagnóstica

El alumno A_1, en la parte *a)* de la pregunta, despejó una de las variables para determinar la solución del sistema, no indicó cuántas soluciones tenía el sistema. En la parte *b)*, identificó la solución como par ordenado y manifestó que eran todos los pares ordenado de esa forma. Ver la Figura 82.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Sí, $x+y=5$

$y=5-x$

$x+(5-x)=5$

$y=5-x$

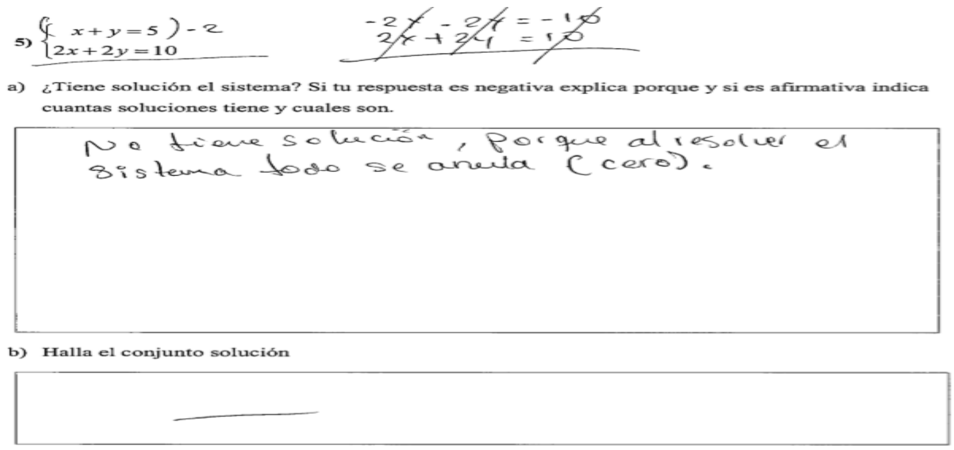
$y=5-x$

b) Halla el conjunto solución

La solución es el conjunto de pares ordenados que hacen que $y=5-x$ sea cierto $(x;5-x)$

Figura 82: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A_{10}, en la pregunta *a)*, al usar la técnica de sustitución, indicó que todo se anulaba, y como no visualizó variables, concluyó que el sistema no tenía solución. En la parte *b)*, el estudiante no respondió nada. Es posible que, para la estudiante, al considerar que el sistema no tenía solución, tampoco tuviera conjunto solución. Ver la Figura 83.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$) -2

$\cancel{-2x} - \cancel{2y} = -\cancel{10}$
$\cancel{2x} + \cancel{2y} = \cancel{10}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

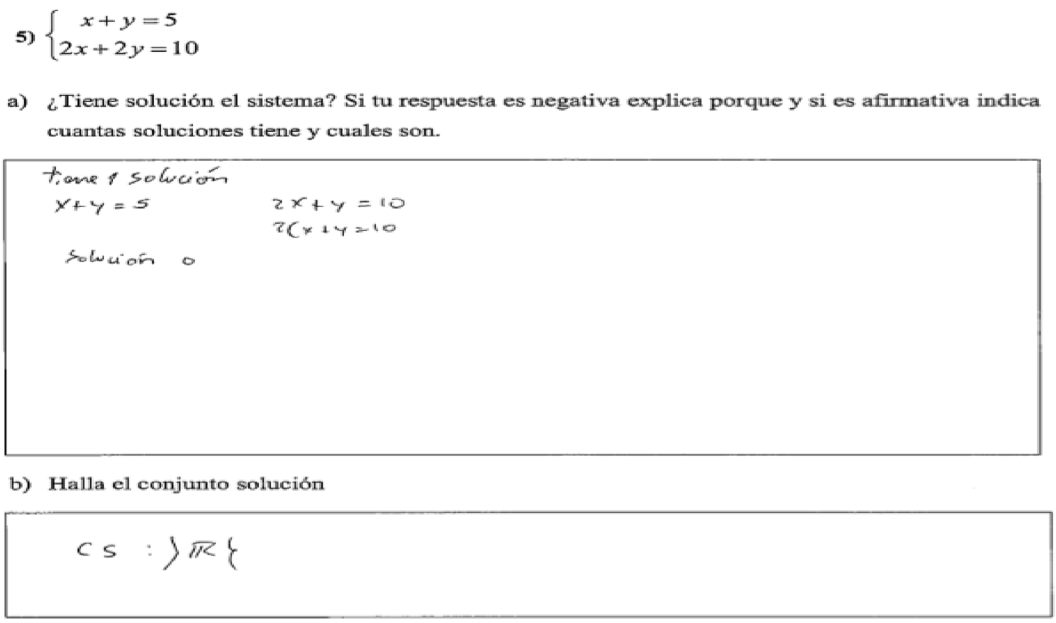
No tiene solución, porque al resolver el sistema todo se anula (cero).

b) Halla el conjunto solución

—

Figura 83: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{11}, en la parte *a)* de la pregunta, identificó que las ecuaciones eran proporcionales y solo analizó una de ellas. Relacionó la cantidad de soluciones con el número de ecuaciones que quedaron después de eliminar la que era proporcional. En la parte *b)*, colocó como conjunto solución el conjunto de números reales. Ver la Figura 84.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

tiene 1 solución

$x+y=5$ $\quad$ $2x+y=10$

$2(x+y=10$

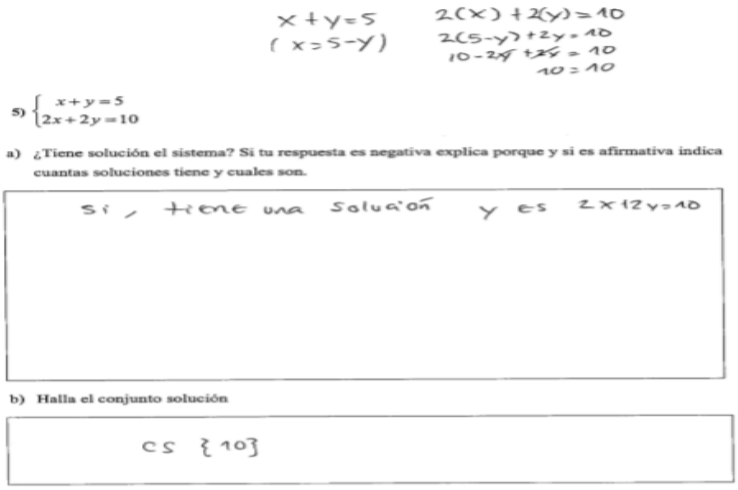
Solución o

b) Halla el conjunto solución

CS : }R{

Figura 84: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{42}, al resolver la parte *a)* del sistema por el método de sustitución, llegó a una igualdad. Debido a esto, afirmó que el sistema sí tenía solución y que era una de las ecuaciones del sistema. En la parte *b)* de la pregunta, asignó el valor de 10. Ver la Figura 85.



$x + y = 5$
$(x = 5 - y)$

$2(x) + 2(y) = 10$
$2(5-y) + 2y = 10$
$10 - \cancel{2y} + \cancel{2y} = 10$
$10 = 10$

5) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

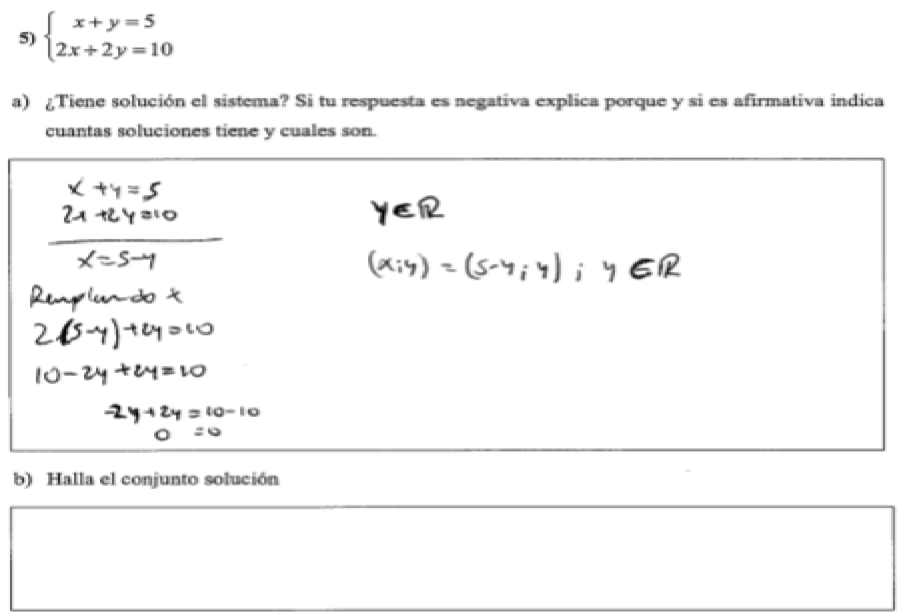
si, tiene una solución y es $2x+2y=10$

b) Halla el conjunto solución

cs {10}

Figura 85: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{43}, en la parte *a)* del sistema desarrollado por el método de sustitución, llegó a una igualdad, no indicó expresamente si el sistema tenía solución, pero mostró un par ordenado donde su ordenado era la variable *y* y su abscisa era su equivalente. Su respuesta en la parte *b)* quedó en blanco. Ver la Figura 86.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

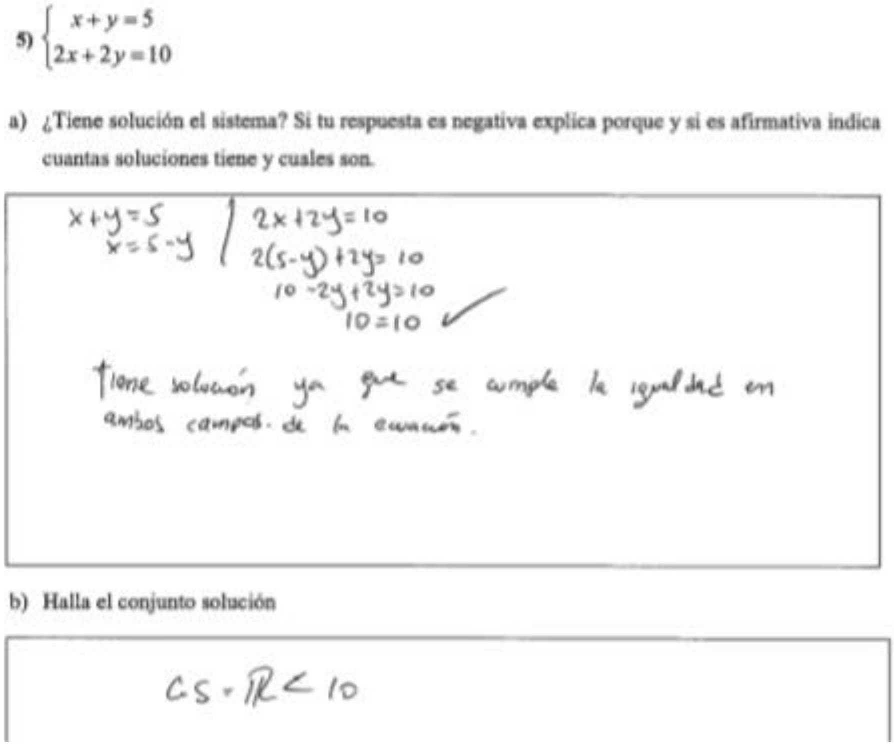
$x+y=5$
$2x+2y=10$
$x=5-y$
Remplazando x
$2(5-y)+2y=10$
$10-2y+2y=10$
$-2y+2y=10-10$
$0=0$

$y\in\mathbb{R}$
$(x;y)=(5-y;y)\ ;\ y\in\mathbb{R}$

b) Halla el conjunto solución

Figura 86: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A44, al usar el método de sustitución en la parte *a)* de la pregunta, llegó a una igualdad, afirmó que el sistema tenía solución, no indicó la cantidad de soluciones. En la parte *b)*, mostró que debían ser los números reales menores que 10. Ver la Figura 87.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y=5$
$x=5-y$
$2x+2y=10$
$2(5-y)+2y=10$
$10-2y+2y=10$
$10=10$

Tiene solución ya que se cumple la igualdad en ambos campos de la ecuación.

b) Halla el conjunto solución

$CS=\mathbb{R}<10$

Figura 87: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A45 afirmó, en la pregunta *a)*, que el sistema no tenía solución, debido que, al resolver el sistema por el método de eliminación, se eliminan las variables. Debido a esto, consideró que el sistema no tenía solución. Dejó en blanco la parte *b)* de la pregunta. Ver la Figura 88.

5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

no Tiene solución, ya que al multiplicar por -2 arriba para despejar una incognita la otra Tambien se elimina y si reemplazamos la ecuacion 1 en 2 Tambien se eliminan estas.

b) Halla el conjunto solución

Figura 88: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A46, en la parte *a)* de la pregunta, sumó las dos ecuaciones y determinó una tercera ecuación. En esta nueva ecuación, asignó valores a las variables *x* e *y*, de manera que cumpliera con la nueva ecuación; sin embargo, no respondió si el sistema tenía solución. En la parte *b)*, colocó como respuesta el 15. Ver la Figura 89.

5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Si $\quad x+y=5 \qquad x=3$

$2x+2y=10 \qquad y=2$

$3x+3y=15 \Rightarrow 3(3)+3(2)=$

$9+6=15$

b) Halla el conjunto solución

$CS=\{15\}$

Figura 89: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{47}, en la parte a*)* de la pregunta, sumó las ecuaciones, determinó una nueva ecuación; luego, asignó a cada una de las variables el valor de cero para hallar la otra variable. La parte b) la dejó en blanco. Ver la Figura 90.

5) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x + y = 5$
$2x + 2y = 10$
$3x + 3y = 15$

$x = 0$
$3(0) + 3y = 15$
$3y = 15$
$y = 5$

$y = 0$
$3x + 3(0) = 15$
$3x = 15$
$x = 5$

b) Halla el conjunto solución

Figura 90: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{48}, en la pregunta *a)*, al reemplazar una ecuación en la otra ecuación, identificó una igualdad, motivo por el cual concluyó que el sistema sí tenía solución. No indicó cuántas soluciones había. En la parte *b)*, consideró que la solución del sistema eran valores no negativos menores o iguales que 5. Ver la Figura 91.

5) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$2x + 2y = 10$
$2(x+y) = 10$
$2(5) = 10$

Si hay solucion, ya que al momento de reemplazar si hay la igualdad

b) Halla el conjunto solución

C.S: $\{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 5\}$
$\{y \in \mathbb{R} / 0 \leq y \leq 5\}$

Figura 91: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{49}, en la parte *a)*, resolvió el sistema por el método de sustitución y llegó a una igualdad, motivo por el cual concluyó que el sistema sí tenía solución. Para determinar la solución del sistema, tabuló valores enteros menores que cinco. En la parte *b*), no consideró los valores encontrados como pares ordenados y enumeró los valores determinados en el ítem anterior. Ver la Figura 92.

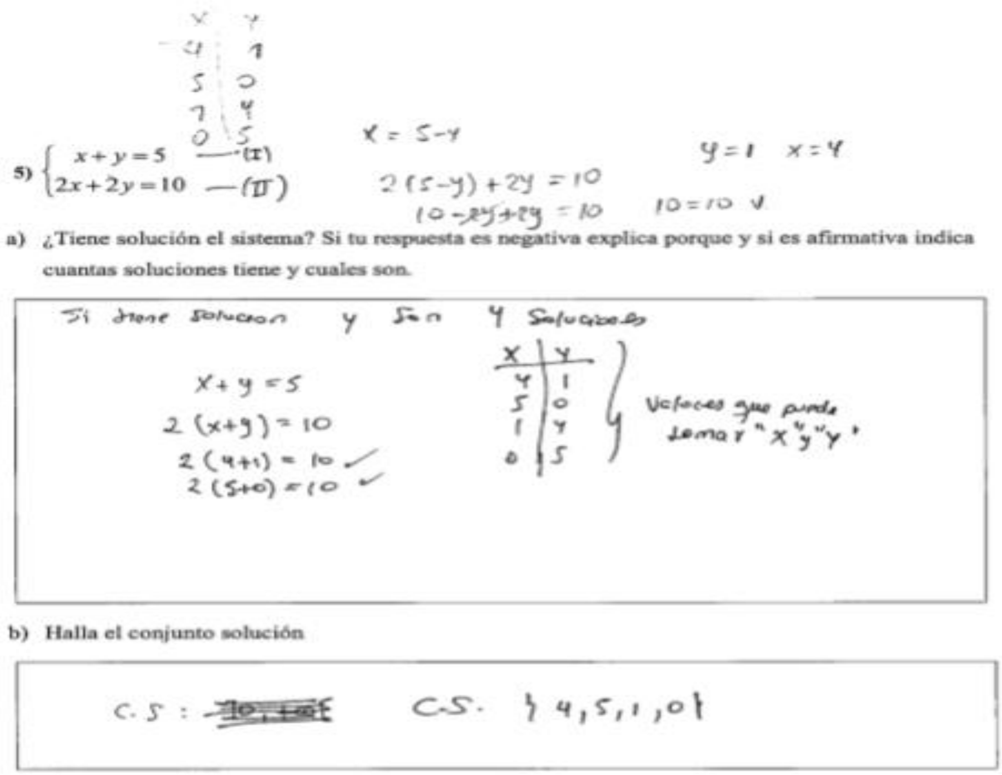
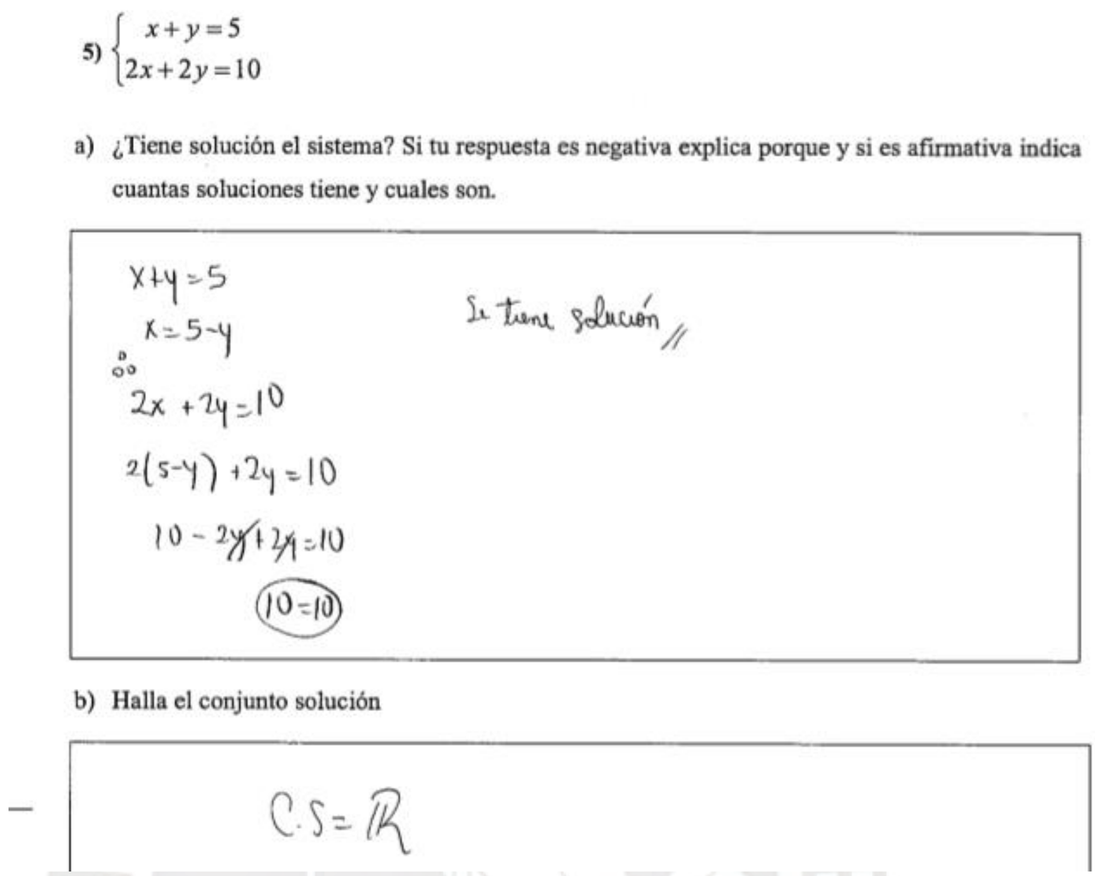


Figura 92: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{50}, al resolver la parte *a)* de la pregunta por el método de sustitución, llegó a una igualdad y concluyó que el sistema tenía solución. En la parte *b)*, mostró como conjunto solución todos los reales. Ver la Figura 93.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y=5$
$x=5-y$
$\therefore$
$2x+2y=10$
$2(5-y)+2y=10$
$10-\cancel{2y}+\cancel{2y}=10$
$10=10$

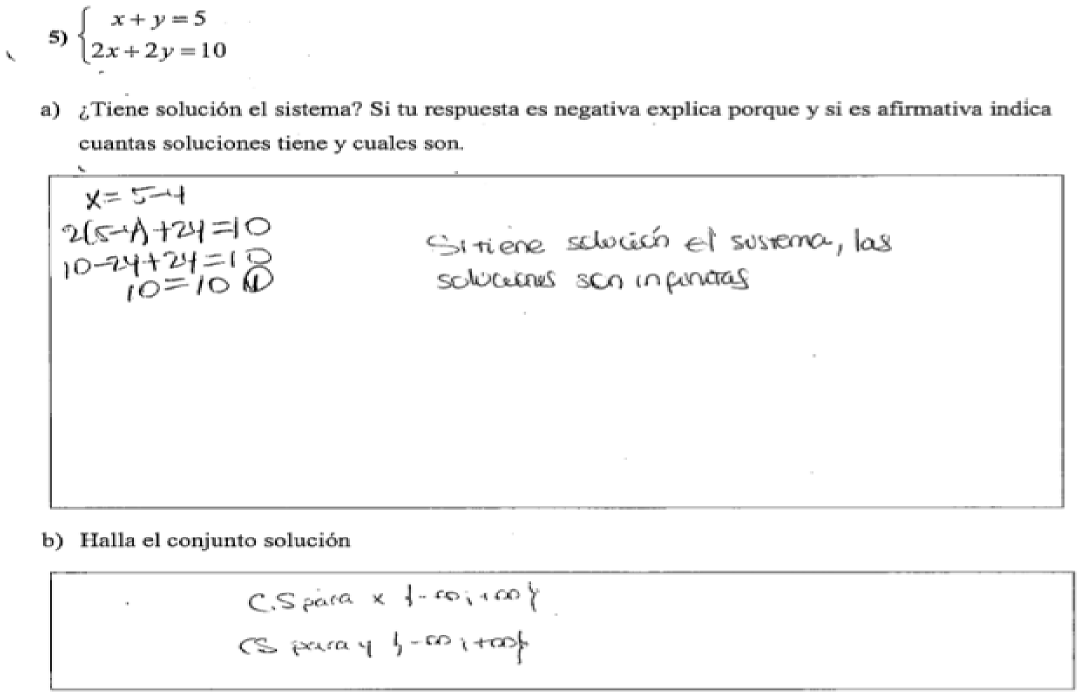
Si tiene solución //

b) Halla el conjunto solución

$C.S=\mathbb{R}$

Figura 93: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{51}, en la parte a) del problema, resolvió por el método de sustitución, llegó a una igualdad; a partir de ello, concluyó que sí tenía solución y que eran infinitas. No expresó como ningún número real la solución en la parte *b)*, no mostró la solución como par ordenado, separó el conjunto solución para cada una de las variables y lo simbolizó con infinito. Ver la Figura 94.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x=5-y$
$2(5-y)+2y=10$
$10-2y+2y=10$
$10=10$

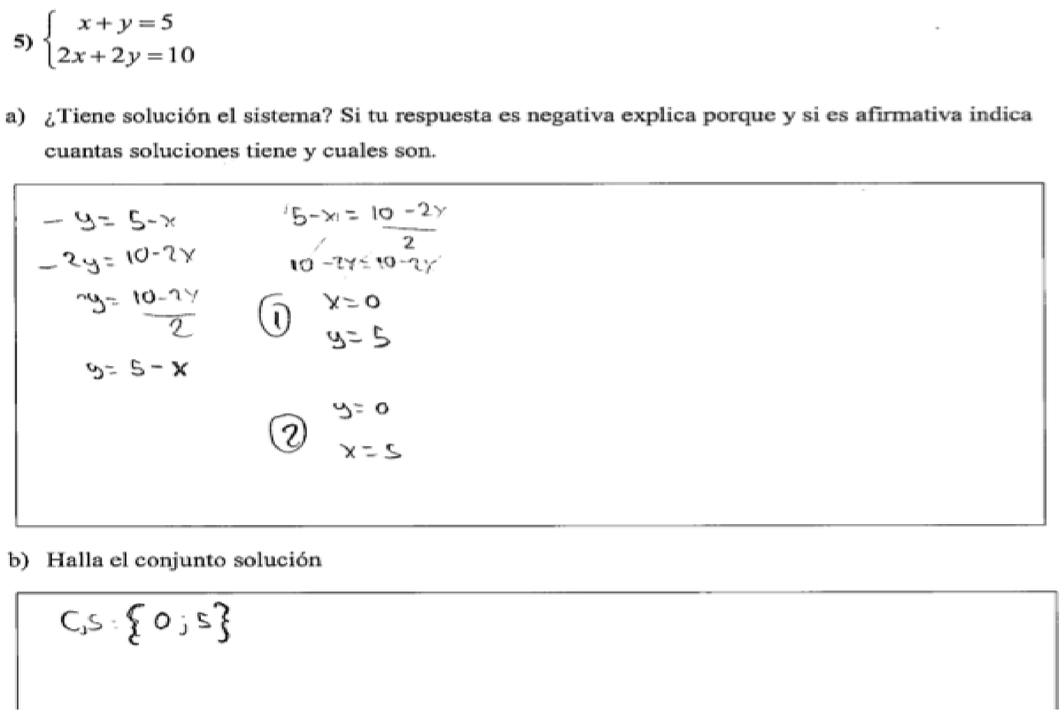
Si tiene solución el sistema, las soluciones son infinitas

b) Halla el conjunto solución

C.S para x {-∞ ; +∞}
CS para y {-∞ ; +∞}

Figura 94: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A_{53}, en la parte *a)* del problema, usó una técnica para resolver el sistema de hallar los interceptos con los ejes coordenados; no respondió sí tenía solución el sistema ni la expresó. En la parte *b)* del problema, mostró como solución los valores encontrados con su técnica. Ver la Figura 95.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$-y=5-x$
$-2y=10-2x$
$-y=\frac{10-2x}{2}$
$y=5-x$

$5-x=\frac{10-2x}{2}$
$10-2x=10-2x$

1 $x=0$
$y=5$

2 $y=0$
$x=5$

b) Halla el conjunto solución

C.S: {0 ; 5}

Figura 95: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A54, en la pregunta *a)*, restó las ecuaciones y obtuvo una de ellas. Luego, empezó a asignar valores a las variables, de manera que cumpliera una ecuación, consideró que la solución era todos los reales y no relacionó como par ordenado las soluciones del sistema. En la parte *b)*, colocó como conjunto solución todos los reales. Ver la Figura 96.

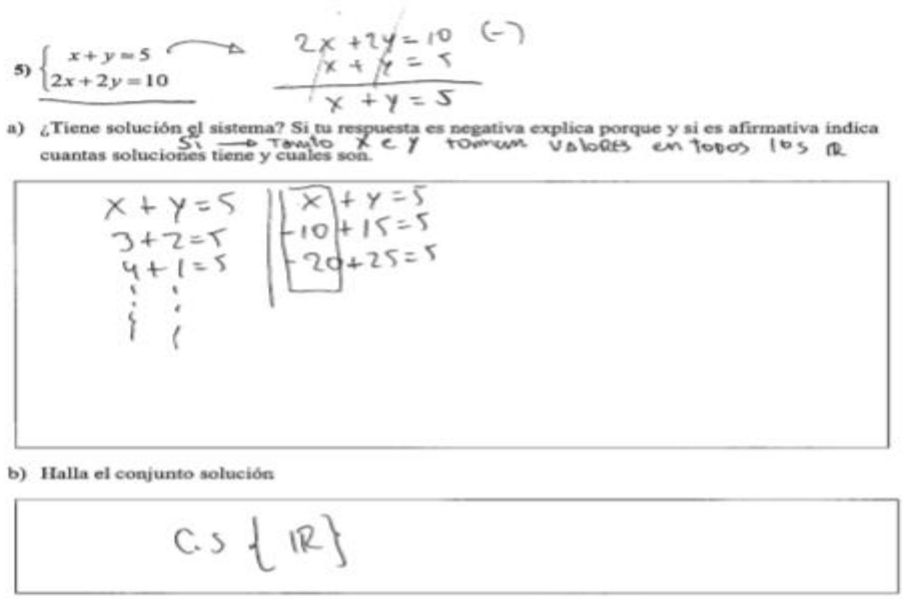


Figura 96: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A55, en la parte *a)*, graficó las ecuaciones e identificó que eran las mismas. No expresó si el sistema tenía solución. En la parte *b)*, indicó que el conjunto solución era todos los reales. Ver la Figura 97.

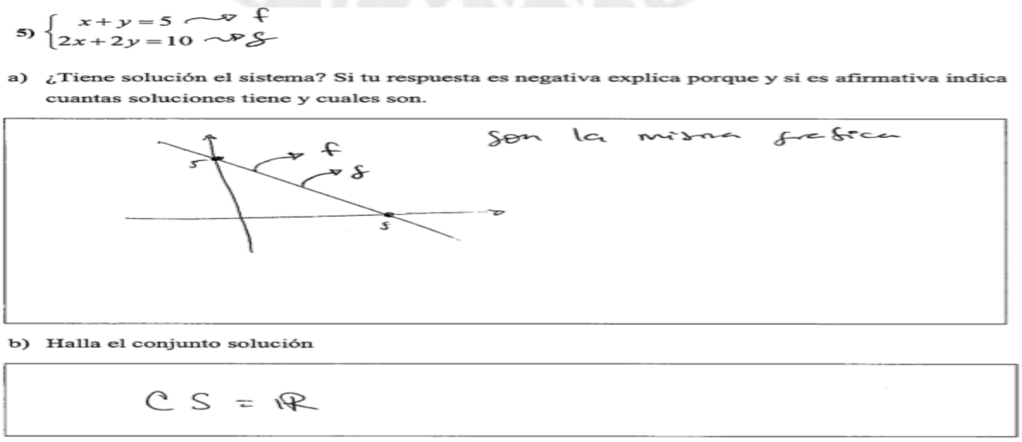
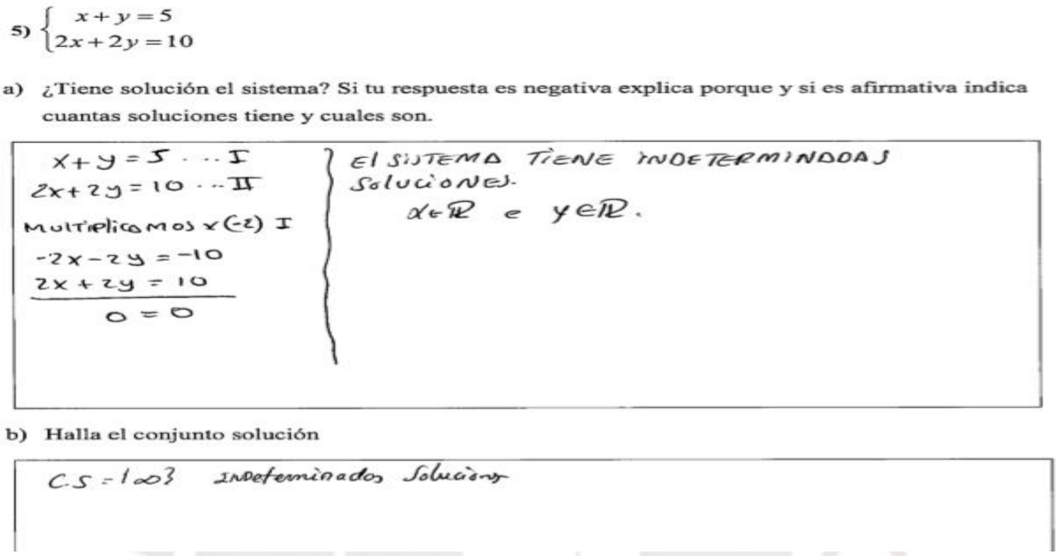


Figura 97: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A56, en la parte *a)* del problema, al resolver por el método de eliminación, llegó a una igualdad, con lo cual concluyó que el sistema tenía indeterminadas soluciones. Indicó que las variables pertenecían a los números reales. En la parte b*)* del problema, mostró el conjunto solución con el símbolo infinito. Ver la Figura 98.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y=5 \ \ldots \text{I}$
$2x+2y=10 \ \ldots \text{II}$
Multiplicamos $\times(-2)$ I
$-2x-2y=-10$
$2x+2y=10$
$0=0$

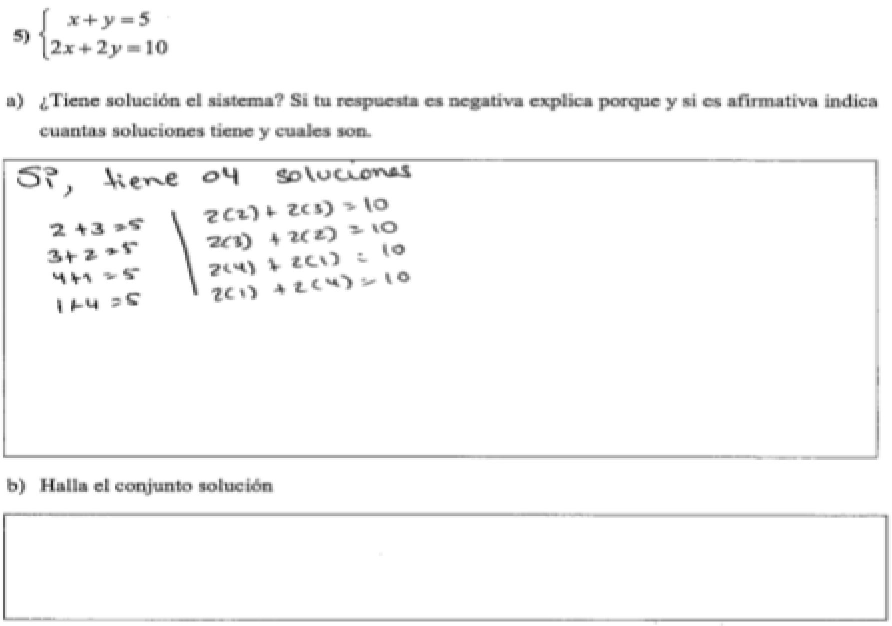
El sistema tiene indeterminadas soluciones.
$x\in\mathbb{R}$ e $y\in\mathbb{R}$.

b) Halla el conjunto solución

C.S $=\{\infty\}$ indeterminados soluciones

Figura 98: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A57, en la parte *a)* del problema, tabuló valores de manera que cumplieran las dos ecuaciones. No expresó si el sistema tenía solución y dejó en blanco la parte *b)*. Ver la Figura 99.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Sí, tiene 04 soluciones

$2+3=5$
$3+2=5$
$4+1=5$
$1+4=5$

$2(2)+2(3)=10$
$2(3)+2(2)=10$
$2(4)+2(1)=10$
$2(1)+2(4)=10$

b) Halla el conjunto solución

Figura 99: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{58}, en la pregunta *a)*, identificó que las ecuaciones son equivalentes. A partir de ello, concluyó que el sistema no tenía solución, porque afirmó que faltaban datos. En la parte *b)*, respondió nuevamente que el sistema no tenía solución. Ver la Figura 100.

5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) **¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.**

$2(x+y)=10$

$x+y=5 \qquad x+y=5$

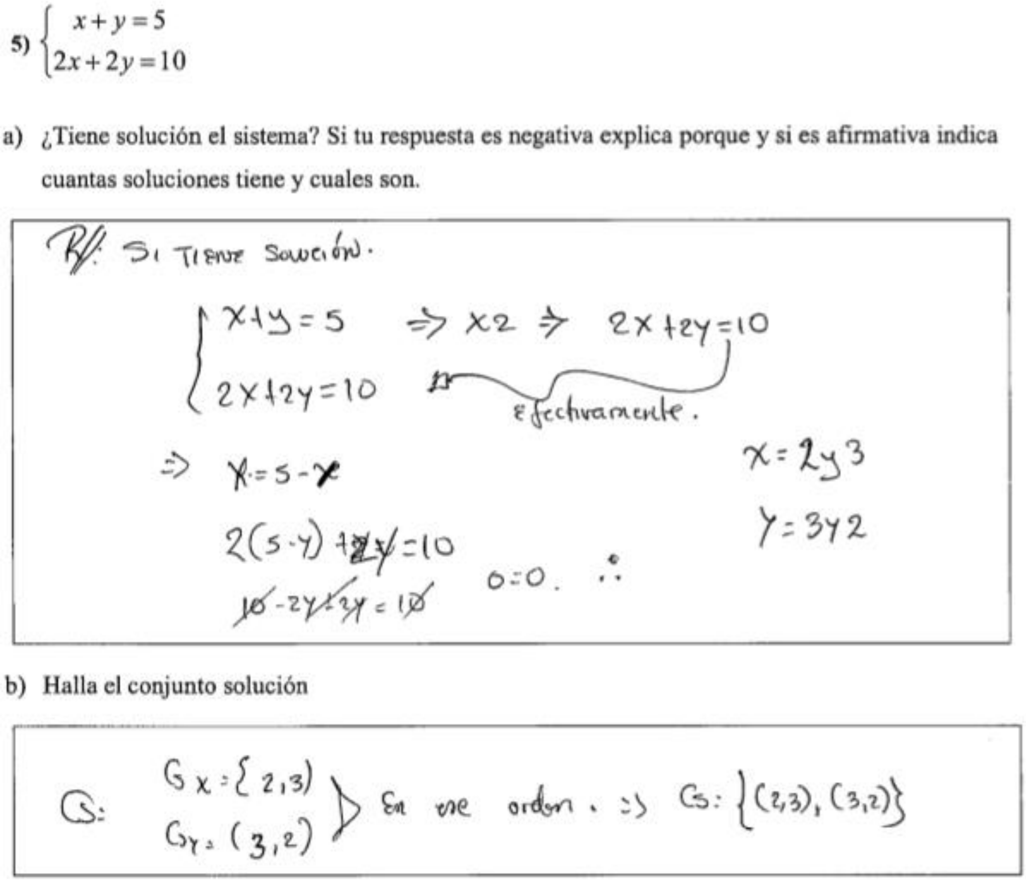
No tiene solucion ya que las dos ecuaciones son equivalentes y no se hallan por falta de datos.

b) **Halla el conjunto solución**

No tiene solucion son soluciones equivalentes

Figura 100: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{59}, en la parte *a)* del problema, identificó que las ecuaciones eran equivalentes y solo analizó una ecuación. Asignó valores que cumplieran dicha ecuación y afirmó que el sistema sí tenía solución. En la parte *b)*, mostró las soluciones encontradas en la parte *a)* como pares ordenados. Ver la Figura 101.


5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Rpta: Si tiene solución.

$\begin{cases} x+y=5 \Rightarrow \times 2 \Rightarrow 2x+2y=10 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$ efectivamente.

$\Rightarrow x=5-y$ $\qquad x=2 y 3$

$2(5-y)+2y=10$ $\qquad y=3 y 2$

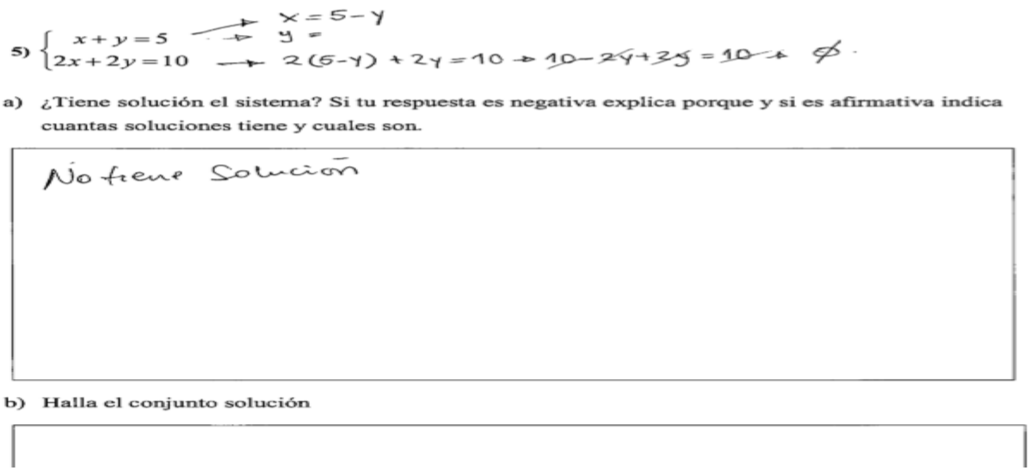
$\cancel{10}-\cancel{2y}+\cancel{2y}=\cancel{10}$ $\qquad 0=0. \therefore$

b) Halla el conjunto solución

Cs: $\begin{matrix} Cs\ x: \{2,3) \\ Cs\ y: (3,2) \end{matrix}$ En ese orden $\Rightarrow$ Cs: $\{(2,3),(3,2)\}$

Figura 101: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A60, al resolver la parte *a)* del problema por el método de sustitución, llegó a una igualdad de cero. Dicho resultado lo relacionó con el vacío. Expresó que el sistema no tenía solución. En la parte *b)*, lo dejó en blanco. Ver la Figura 102.


5) $\begin{cases} x+y=5 \rightarrow x=5-y \rightarrow y= \\ 2x+2y=10 \rightarrow 2(5-y)+2y=10 \rightarrow 10-2y+2y=10 \rightarrow \phi. \end{cases}$

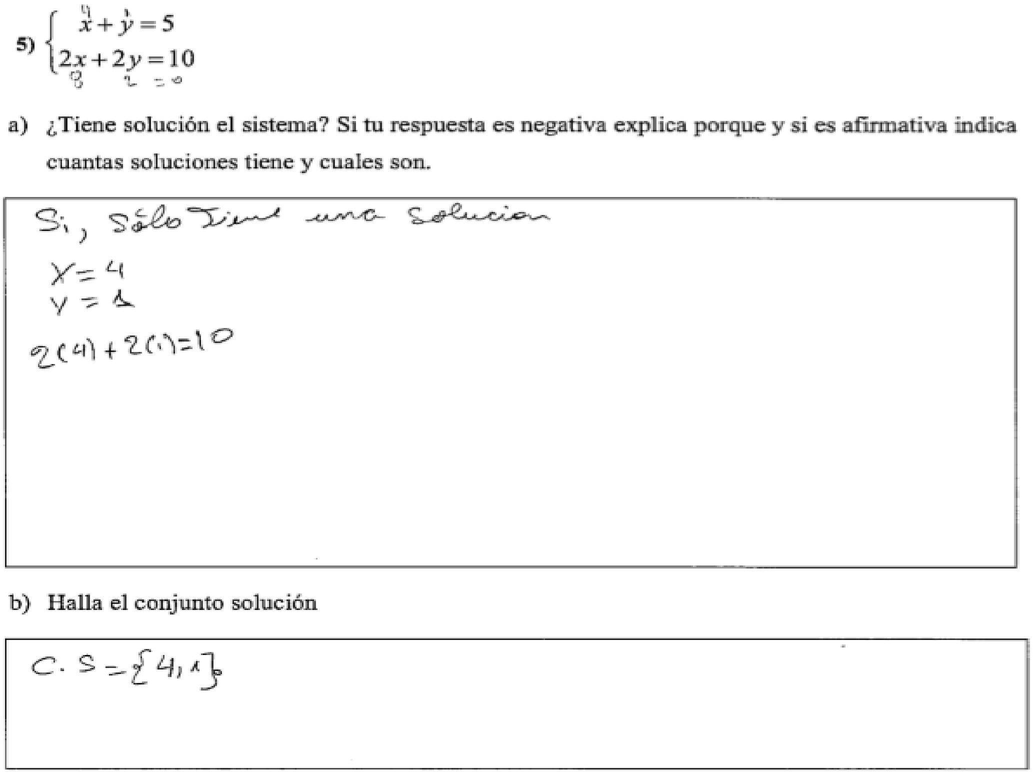
a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

No tiene Solución

b) Halla el conjunto solución

Figura 102: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{61}, en la parte *a)* del problema, tabuló valores que cumplieran el sistema, identificó un par de ellos, expresó que el sistema sí tenía solución. En la parte *b)*, no lo colocó la solución como par ordenado. Ver la Figura 103.



5) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

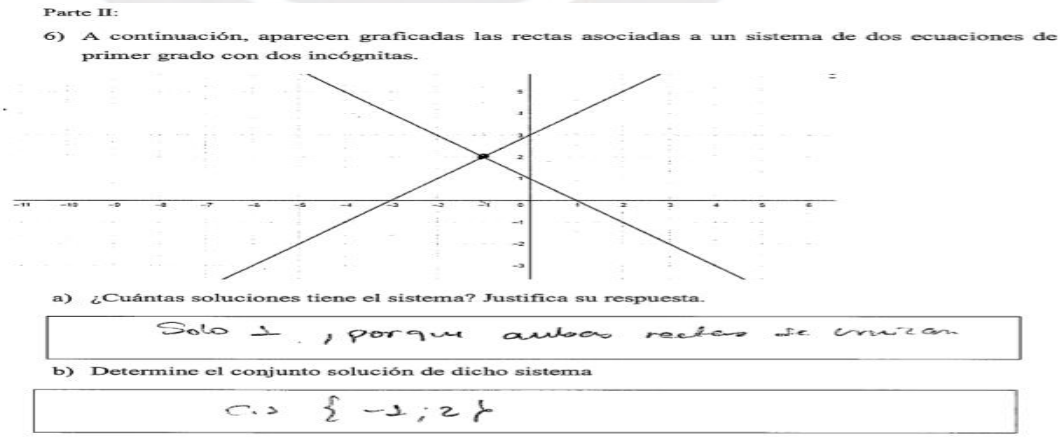
Si, sólo tiene una solucion
$x = 4$
$y = 1$
$2(4) + 2(1) = 10$

b) Halla el conjunto solución

C.S = {4,1}

Figura 103: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A_2, en la pregunta a), identificó la cantidad de soluciones y las justificó adecuadamente. En la parte b), no la expresa como par ordenado. Ver la Figura 104.



Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

Solo 1, porque ambas rectas se cruzan

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

C.S {-1;2}

Figura 104: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A_{10}, en la parte *a)* de la pregunta, mostró las ecuaciones de la gráfica de la recta. En la gráfica, identificó los cortes con los ejes coordenados y la intersección de las rectas, pero no los relacionó como solución del sistema. Ver la Figura 105.

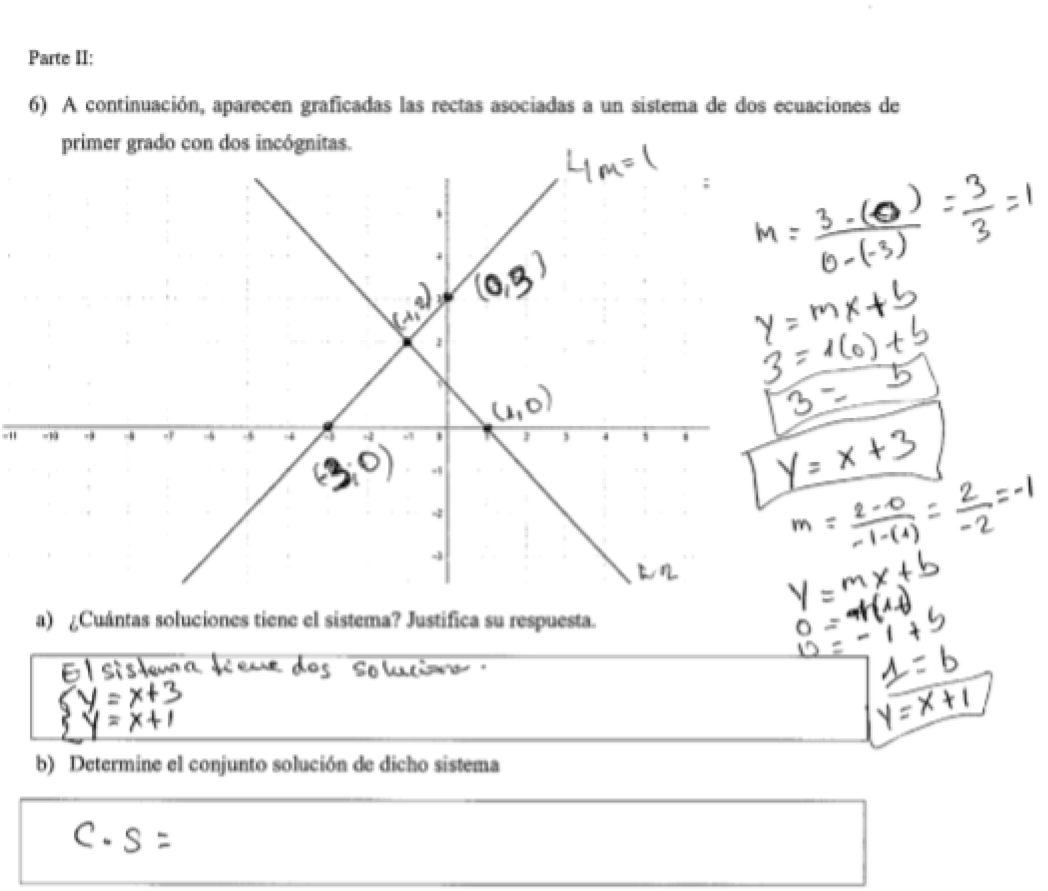
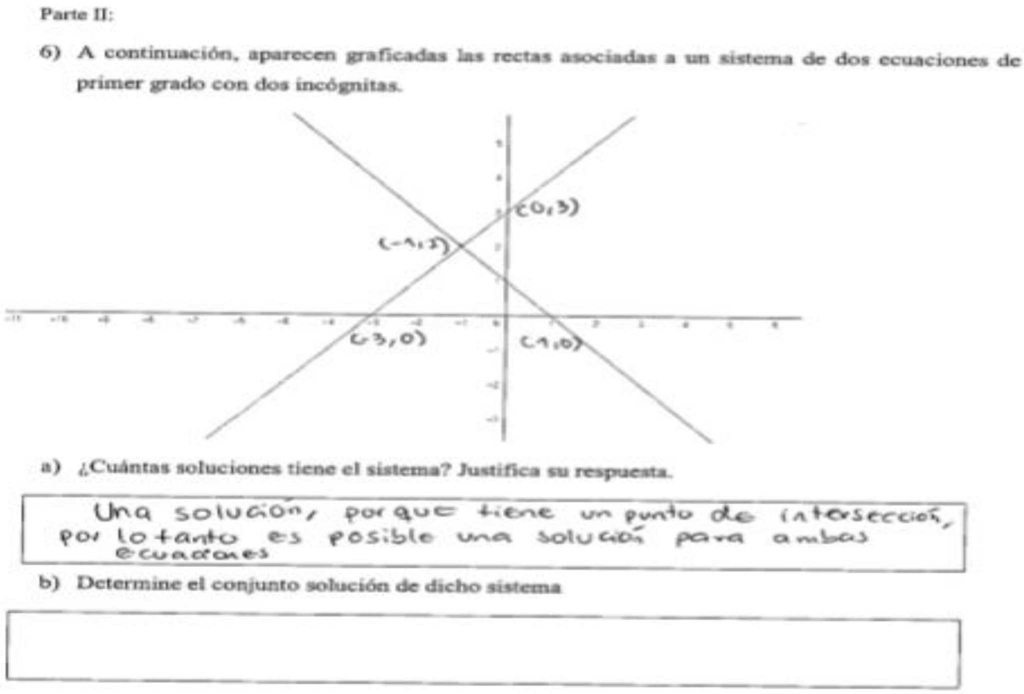


Figura 105: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{62}, en la parte *a)*, respondió que el sistema tenía una solución, porque hay un punto de intersección, pero dejó en blanco la parte *b)*. Ver la Figura 106.


Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

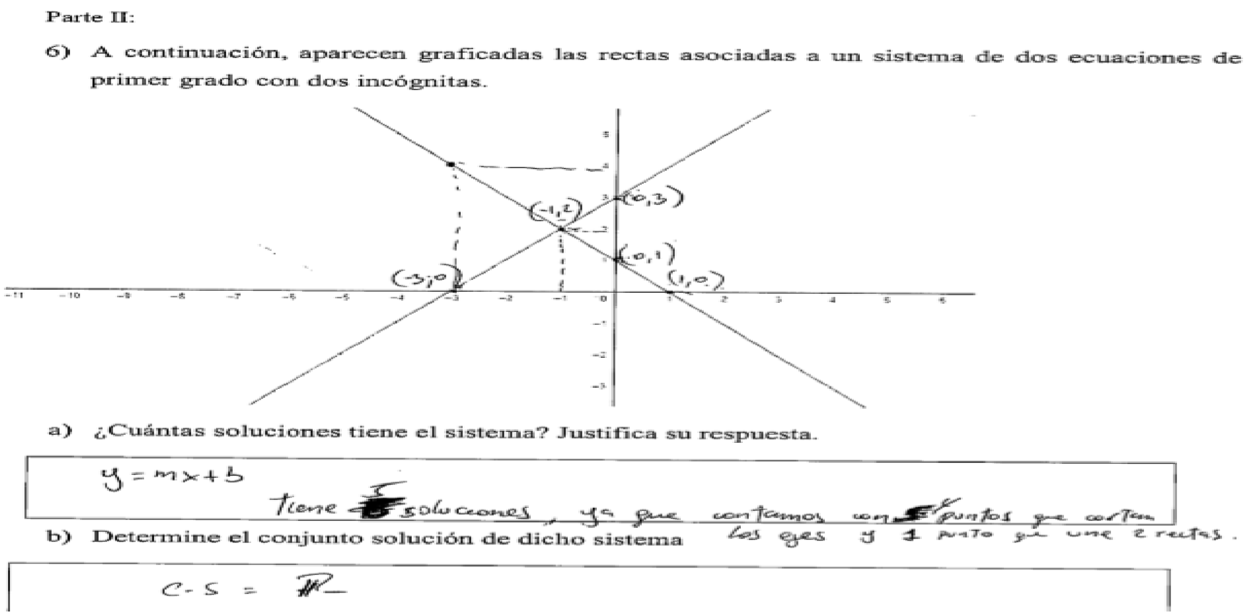
a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

Una solución, porque tiene un punto de intersección, por lo tanto es posible una solución para ambas ecuaciones

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

Figura 106: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A63, en la parte *a)* de la pregunta, mostró los cuatro cortes con los ejes coordenados y la intersección entre las rectas. Estos cincos puntos los indica como solución del sistema; sin embargo, en la parte *b)*, expresó como solución todos los números reales. Ver la Figura 107.


Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

y = mx+b

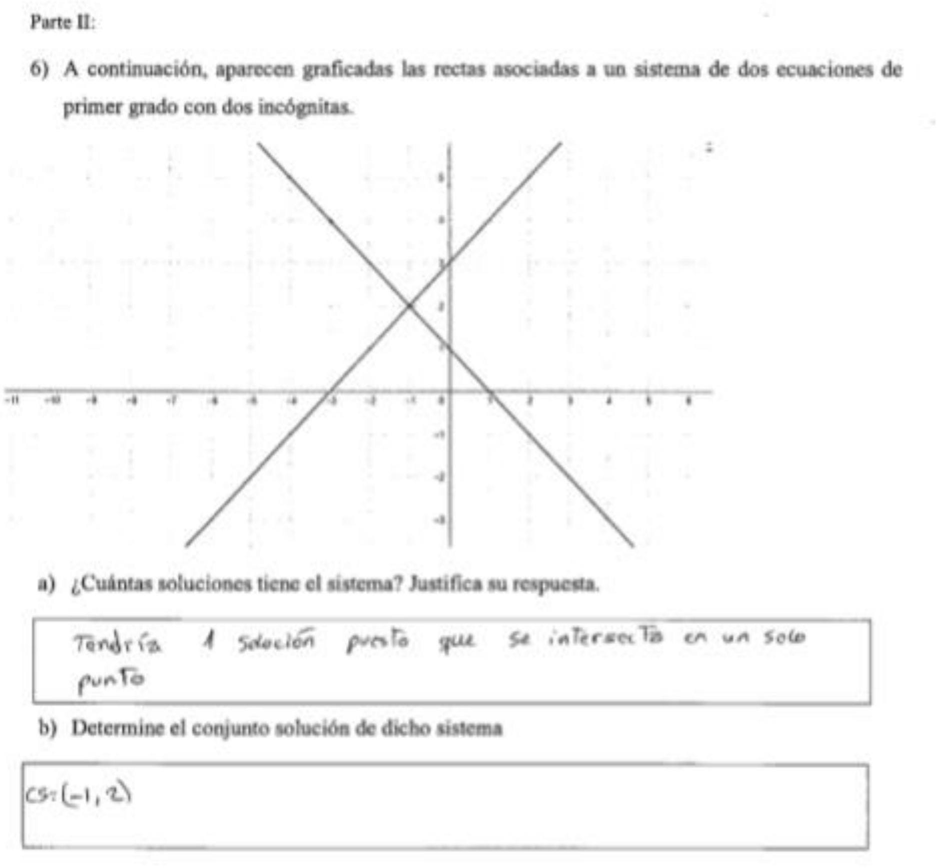
Tiene 5 soluciones, ya que contamos con 5 puntos que cortan los ejes y 1 punto que une 2 rectas.

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

C.S = ℝ

Figura 107: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_3 respondió adecuadamente las preguntas *a)* y *b)*. Ver la Figura 108.



Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

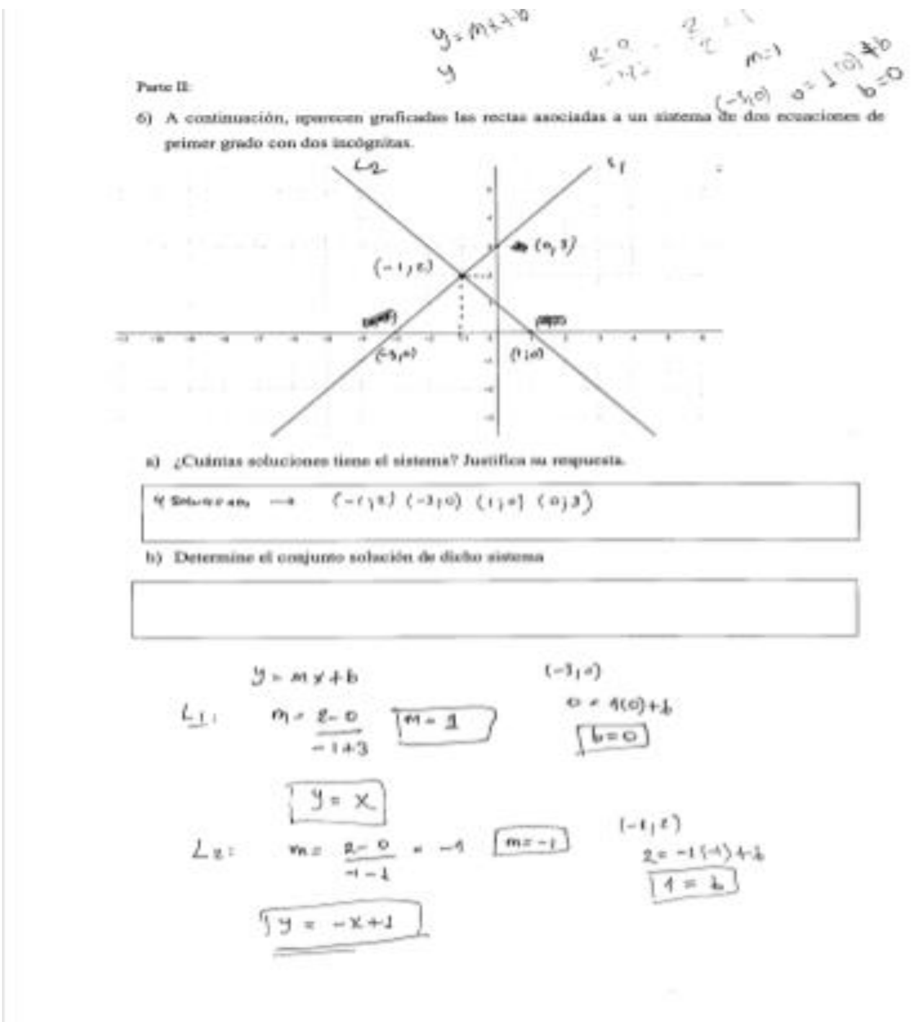
Tendría 1 solución puesto que se intersecta en un solo punto

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

CS: (-1, 2)

Figura 108: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{64}, en la parte *a)*, dio como solución tres puntos de cortes con los ejes coordenados y la intersección entre las rectas. Dejó en blanco la parte *b)* intentando encontrar las ecuaciones que eran representadas por la gráfica. Ver la Figura 109.



Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

4 Soluciones → (-1;2) (-3;0) (1;0) (0;3)

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

$y = mx + b$

L_1: $m = \frac{2-0}{-1+3}$ $\boxed{m = 1}$ (-3;0) $0 = 1(0)+b$ $\boxed{b=0}$

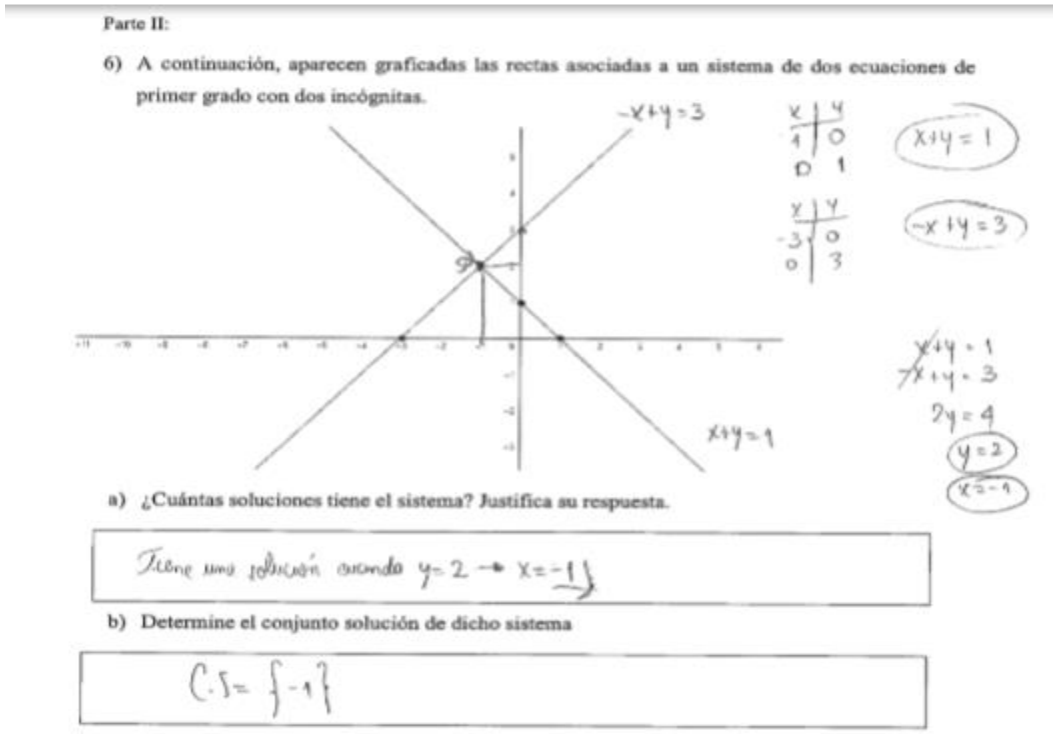
$\boxed{y = x}$

L_2: $m = \frac{2-0}{-1-1} = -1$ $\boxed{m=-1}$ (-1;2) $2 = -1(-1)+b$ $\boxed{1 = b}$

$\boxed{y = -x+1}$

Figura 109: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A65, en la parte *a)*, determinó las ecuaciones que representan las gráficas, identificó el punto de intersección, pero dio como solución solo el valor de la variable *x, y*. En la parte *b)*, mostró como solución el valor encontrado para la variable *x*. Ver la Figura 110.


Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

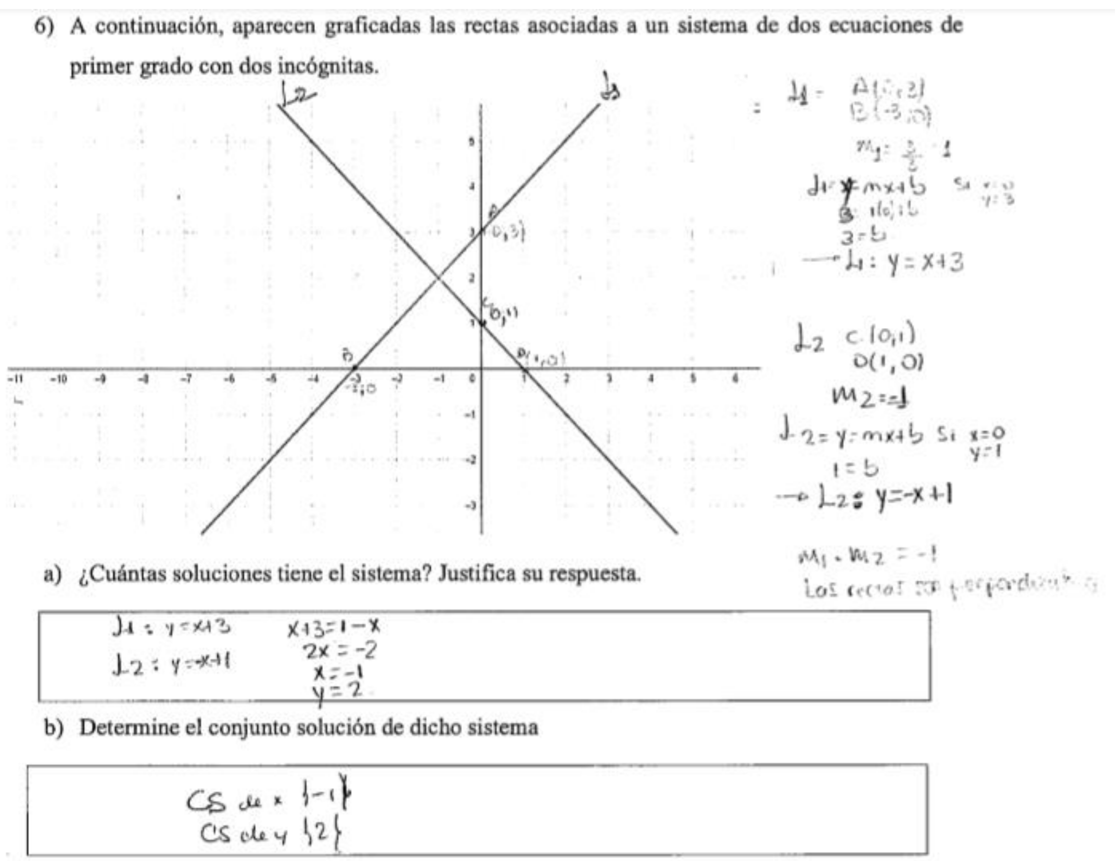
Tiene una solución cuando y= 2 → x=-1}

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

C.S= {-1}

Figura 110: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{66}, en la parte *a)*, determinó las ecuaciones de las gráficas; luego, resolvió el sistema por el método de igualación y determinó los valores de la variable *x* e *y*. No indicó la cantidad de soluciones. En la parte *b)*, mostró el conjunto solución en forma independiente para cada una de las variables; es decir, no lo mostró como conjunto solución. Ver la Figura 111.



6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

L1 : y = x+3   x+3 = 1 − x
L2 : y = −x+1   2x = −2
x = −1
y = 2

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

CS de x {-1}
CS de y {2}

Figura 111: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A67, en la parte *a)*, determinó las ecuaciones que son representadas por las gráficas mostradas y las colocó como solución. En la parte *b)*, indicó que la solución debía ser, para cada una de las variables, todos los números reales. Ver la Figura 112.


Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

Figura 112: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{68}, en la parte *a)*, determinó las ecuaciones de las gráficas de las rectas y las mostró como soluciones del sistema. En la parte *b)*, precisó que el conjunto solución estaba formado por las dos rectas determinadas en *a)*. Ver la Figura 113.

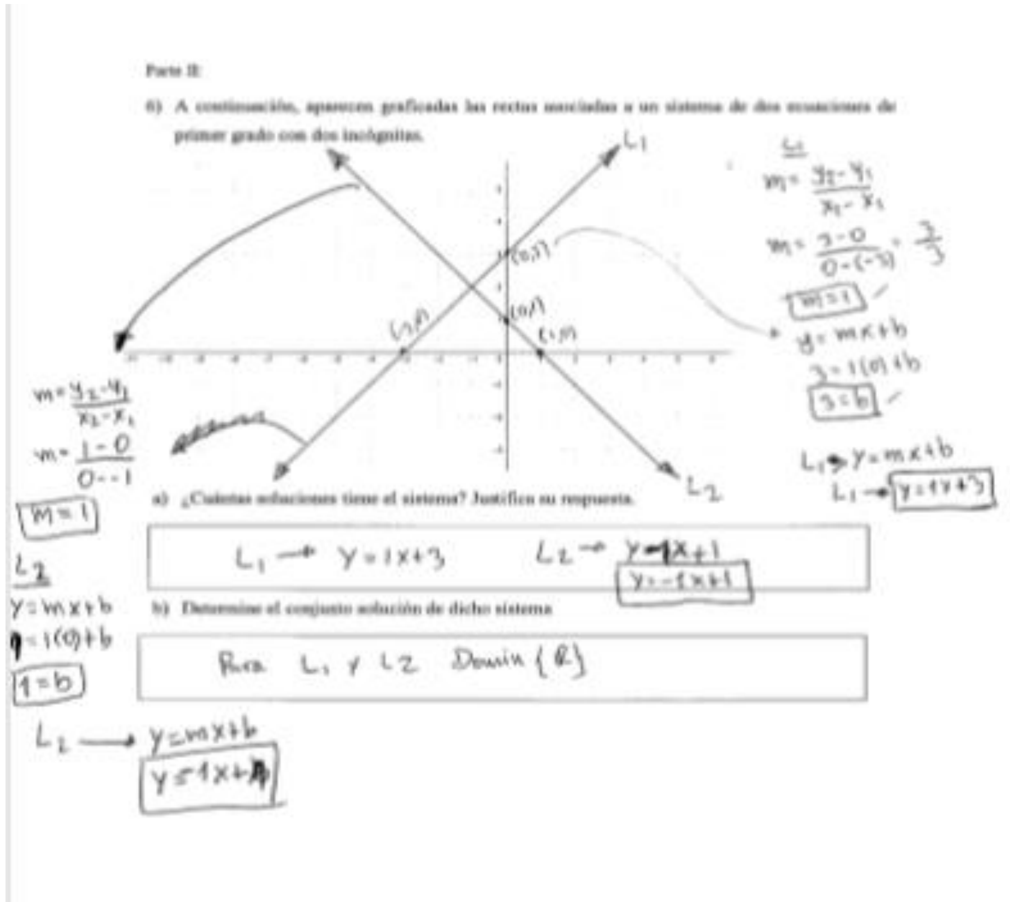
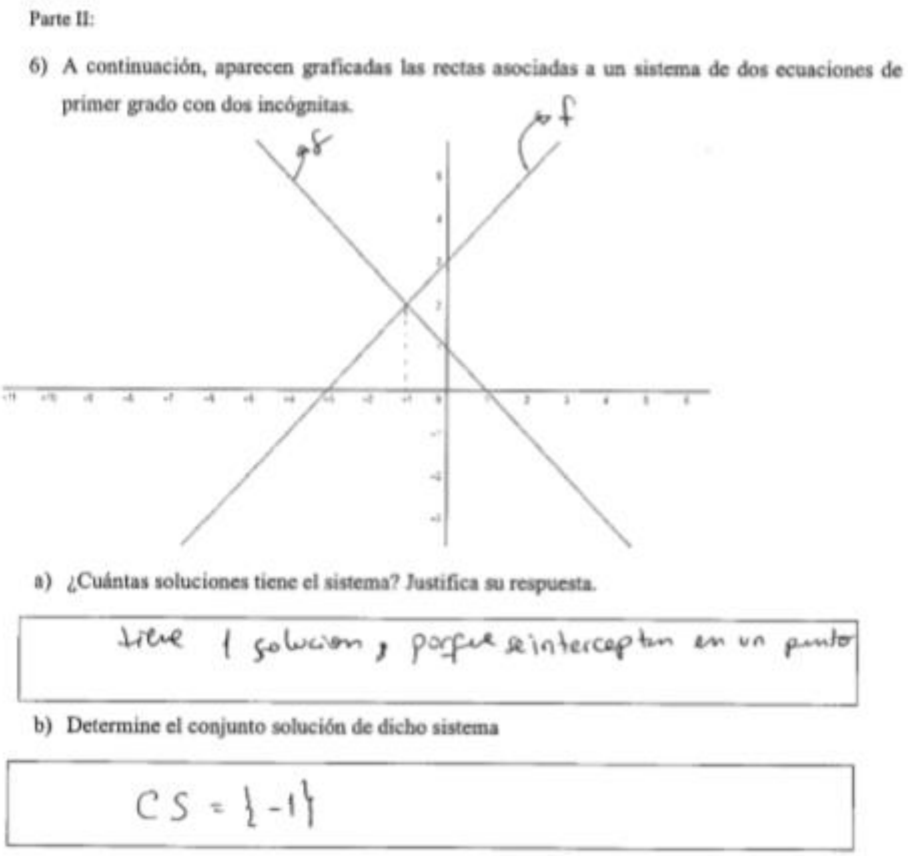


Figura 113: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{69}, en la parte *a)* del problema, identificó la cantidad de soluciones del sistema de manera gráfica, pero, en la parte *b)*, solo mostró como solución el valor de la variable *x*, no reconoció la otra variable. Ver la Figura 114.



Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

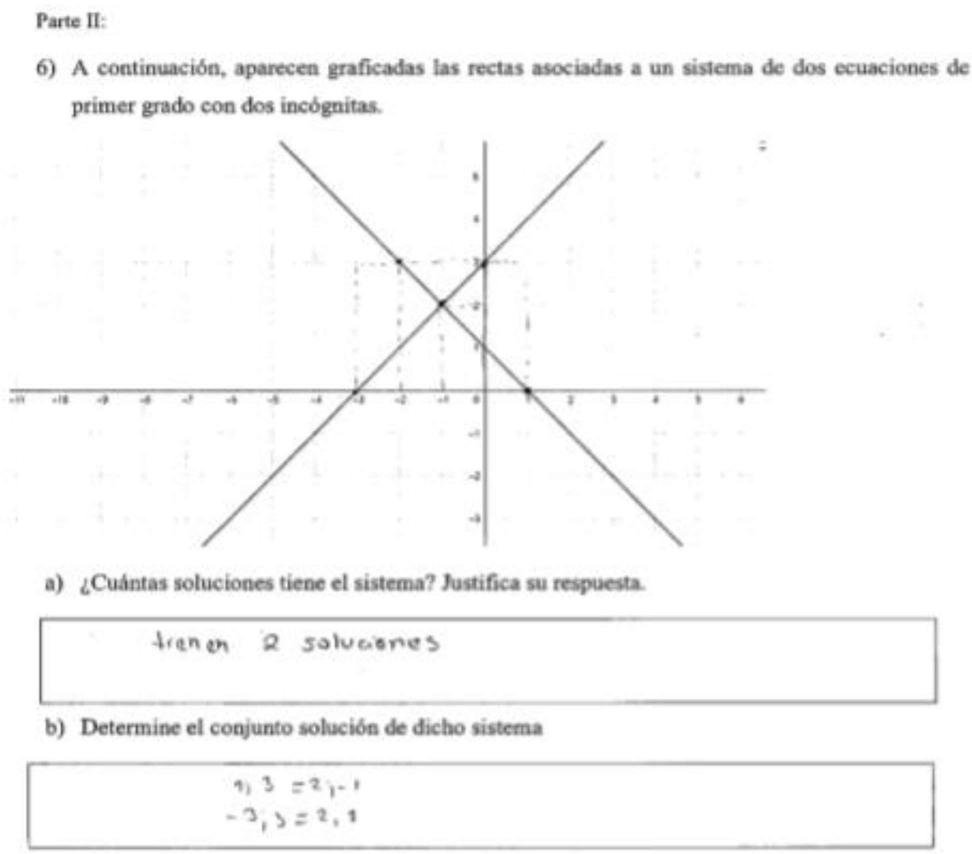
tiene 1 solucion, porque se interceptan en un punto

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

CS = {-1}

Figura 114: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{70}, en la parte *a)* del problema, indicó que tenía dos soluciones. En la parte *b)*, trató de formar pares ordenados con los valores identificados como los cortes con los ejes y la intersección de la recta. Ver la Figura 115.



Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

tienen 2 soluciones

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

-1; 3 = 2; -1
-3; 3 = 2; 1

Figura 115: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{71} respondió adecuadamente las preguntas *a)* y *b)*, pero su notación no f muy formal. Ver la Figura 116.

Figura 116: Fragmento de la prueba diagnóstica

La alumna A_{72}, en la parte *a)* del ejercicio, mostró como resultado 5 pares ordenados, que son el punto de intersección y los puntos de cortes con los ejes coordenados. En la parte *b)*, mostró como conjunto solución una ecuación de la gráfica. Ver la Figura 117.

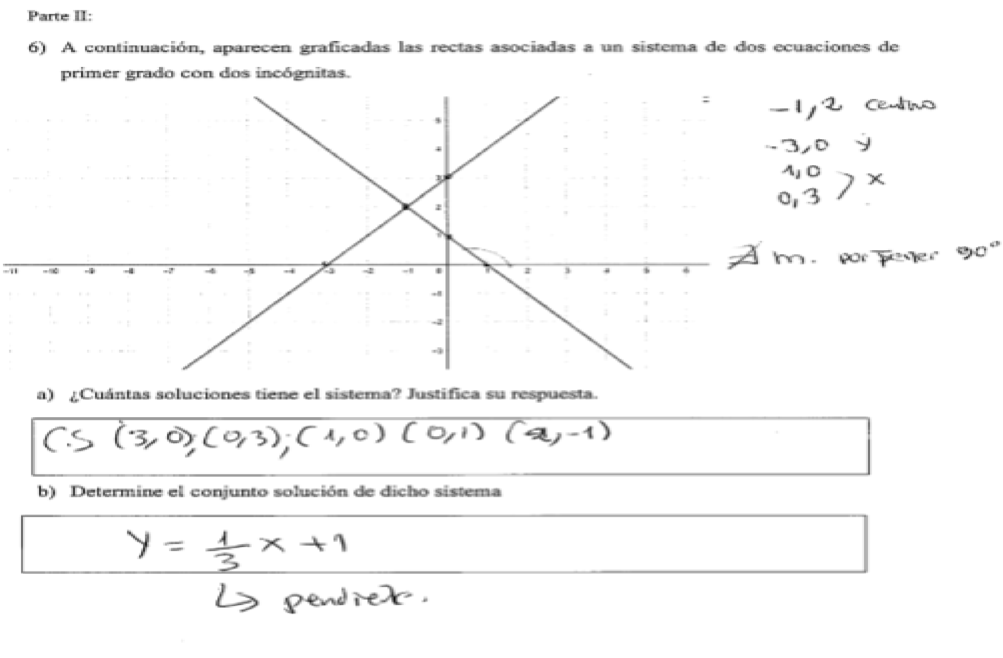


Figura 117: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A73, en la parte *a)*, identificó que las rectas eran perpendiculares. En la parte *b),* mostró como solución las ecuaciones de las rectas de forma independiente e indicó que la variable *x* era todos los reales. Ver la Figura 118.

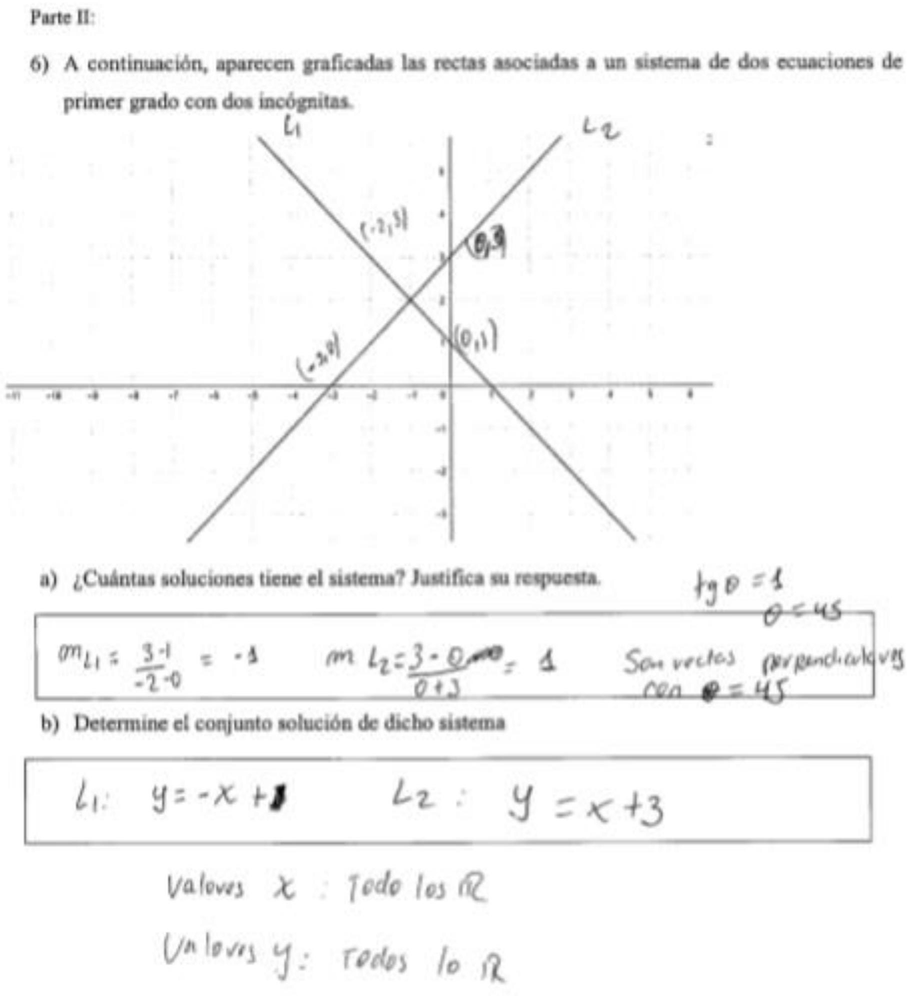
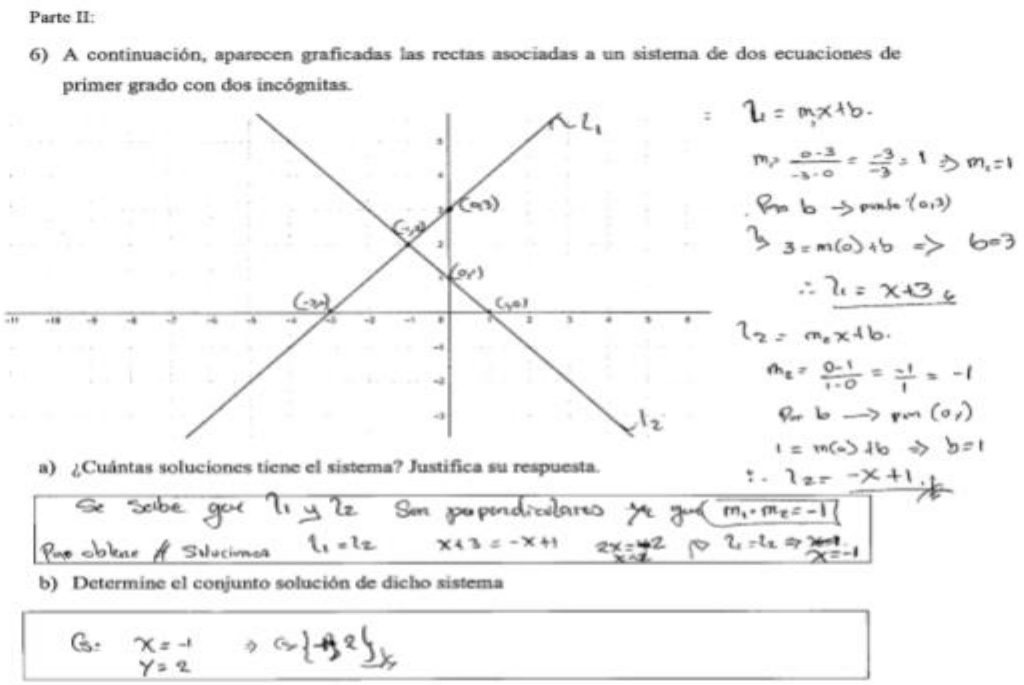


Figura 118: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A74, en la parte *a)*, determinó las ecuaciones del sistema. En la parte *b)*, mostró el conjunto solución a los valores de la variable *x* e *y*. Ver la Figura 119.


Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

Se sabe que l_1 y l_2 son perpendiculares ya que $m_1 \cdot m_2 = -1$

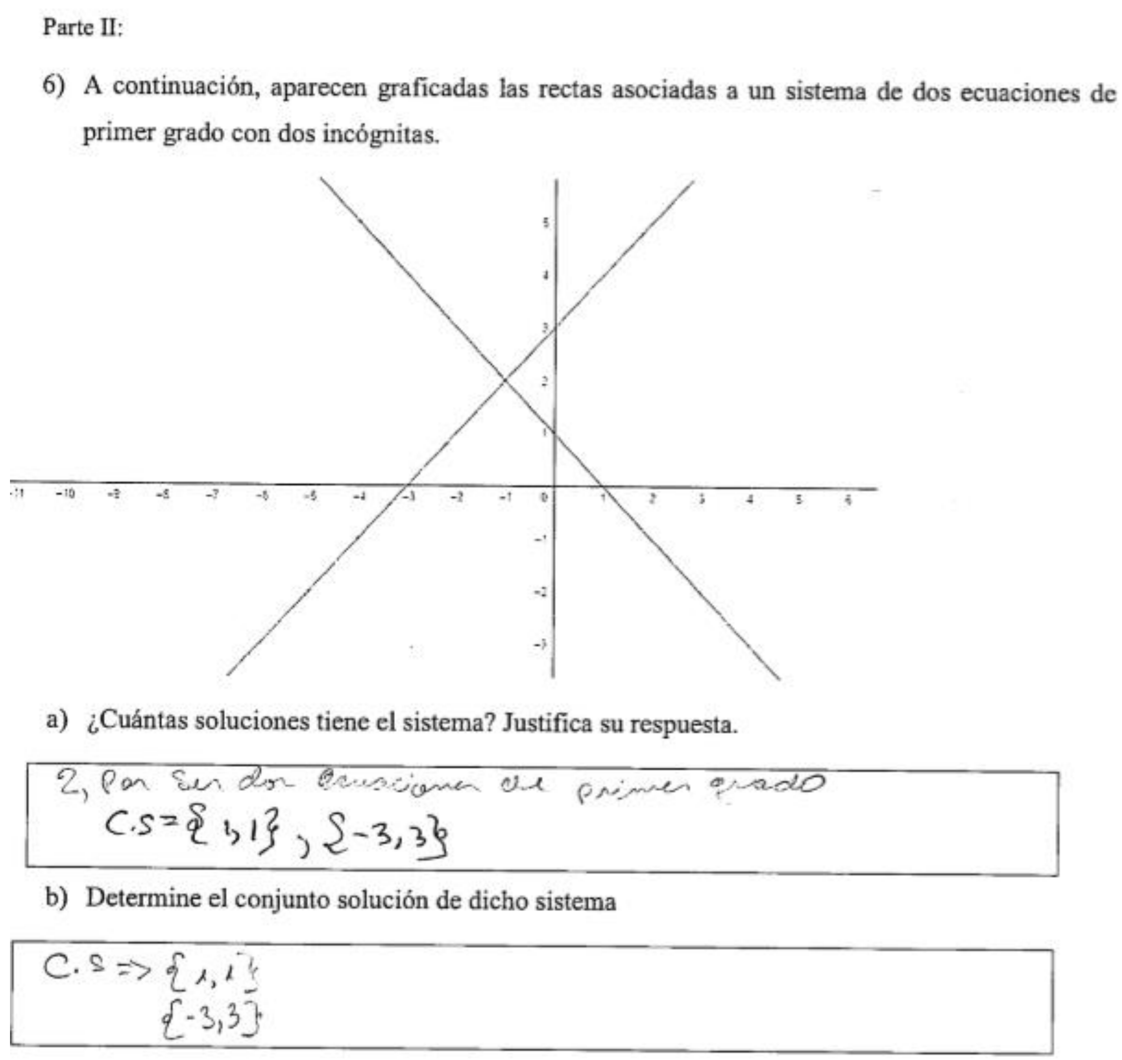
Para obtener # soluciones $l_1 = l_2$ $x+3 = -x+1$ $2x=-2$ $x=-1$ $l_1 = l_2$ $x=-1$

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

CS: $x=-1$ $y=2$ ⇒ CS $\{-1;2\}$

Figura 119: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A75, en la parte *a)* de la pregunta, determinó los valores no nulos de las variables que se toman al intersecarse con los ejes coordenados. En la parte *b)*, volvió a indicar dicha solución. Ver la Figura 120.


Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

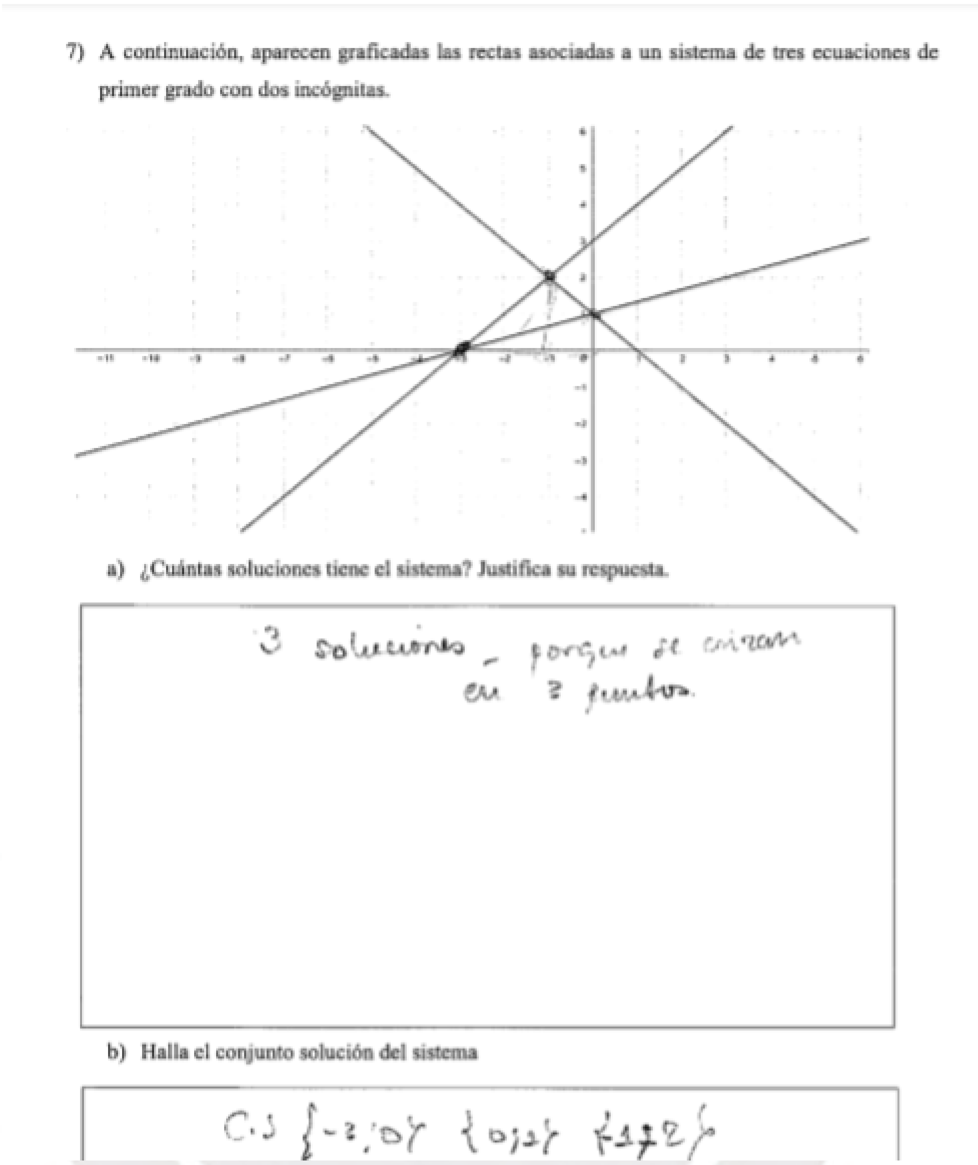
2, Por ser dos Ecuaciones de primer grado
C.S = {1,1}, {-3,3}

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

C.S => {1,1}
{-3,3}

Figura 120: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A_2 respondió adecuadamente la pregunta *a)* con su justificación correcta. Para la parte *b)*, indicó entre llaves los pares ordenados en vez de paréntesis. Ver la Figura 121.



7) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de tres ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

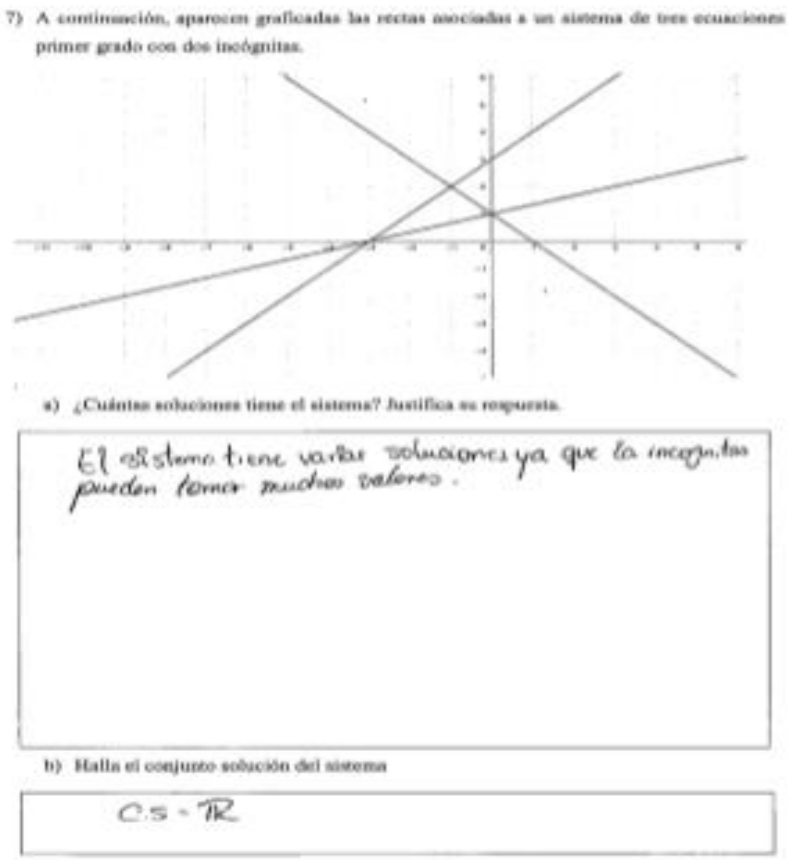
3 soluciones - porque se cruzan en 3 puntos.

b) Halla el conjunto solución del sistema

C.S {-3;0} {0;1} {-1;2}

Figura 121: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{76}, en la parte *a)* del problema, afirmó que el sistema tenía infinitas soluciones. En la parte *b)*, mostró que el conjunto solución era todos los reales. Ver la Figura 122.


7) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de tres ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

El sistema tiene varias soluciones ya que la incognitas pueden tomar muchos valores.

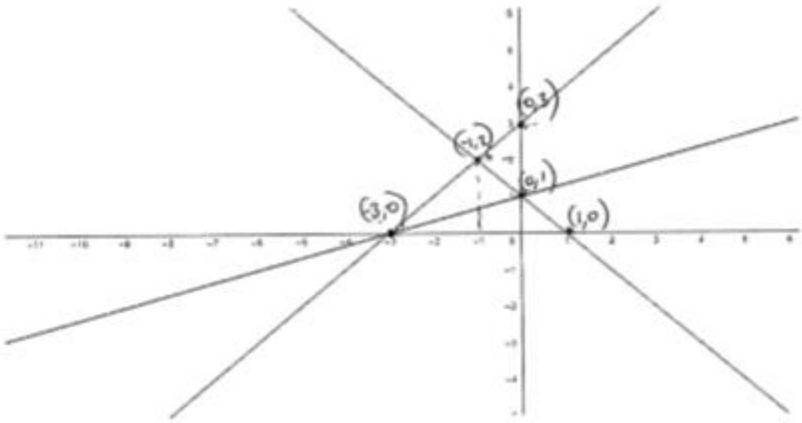
b) Halla el conjunto solución del sistema

C.S = $\mathbb{R}$

Figura 122: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{77}, en la parte *a)* del problema, mostró como solución los cortes con los ejes coordenados y las intersecciones de las rectas dos a dos. Con ello, se formaron 5 pares ordenados. Sin embargo, en la parte *b)* del problema, indicó que el conjunto solución estaba formado por todos los números reales. Ver las Figuras 123 y 124.

7) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de tres ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.



a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

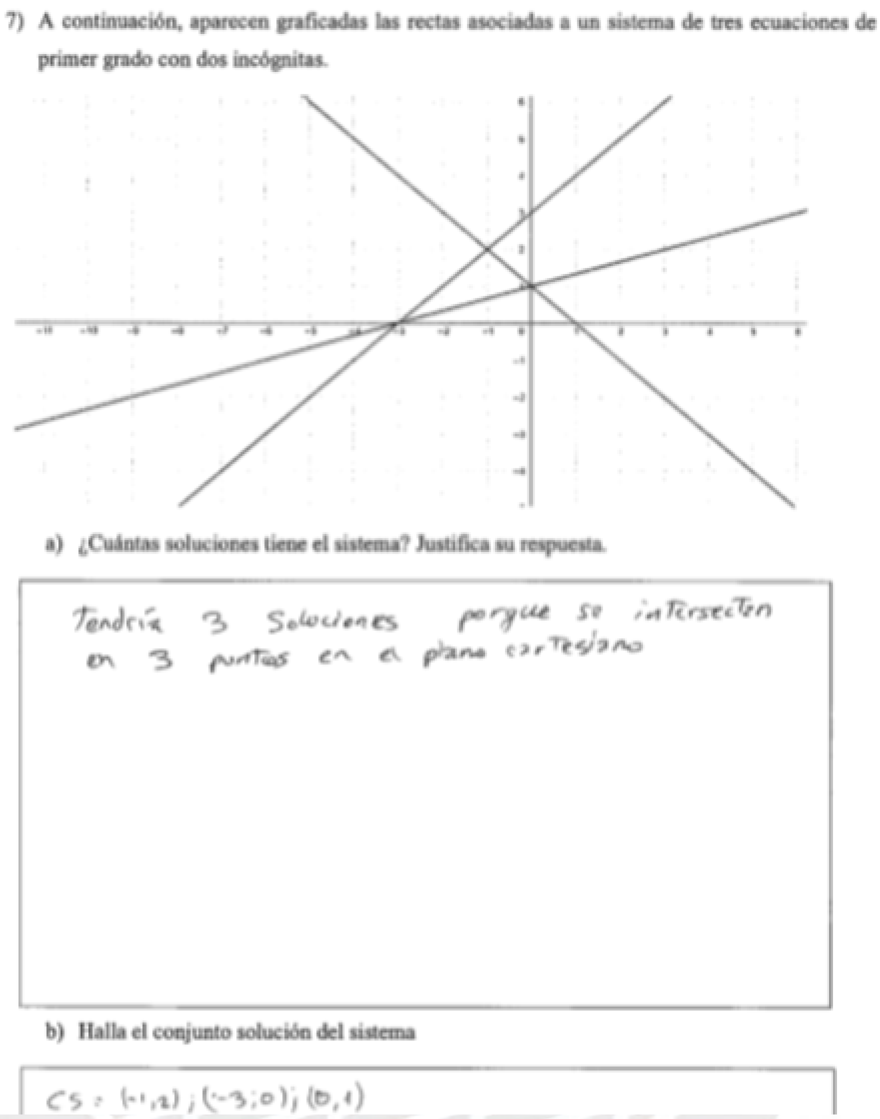
tiene 5 soluciones que se cortan entre sí

b) Halla el conjunto solución del sistema

C.S = $\mathbb{R}$

Figuras 123: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{78} respondió, en la parte *a*) del problema, que el sistema tenía tres soluciones debido a las intersecciones de las gráficas de las rectas dos a dos. En la parte *b)*, colocó expresamente como solución dichos puntos. Ver la Figura 124.


7) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de tres ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

Tendría 3 Soluciones porque se intersectan en 3 puntos en el plano cartesiano

b) Halla el conjunto solución del sistema

CS = (-1,2); (-3;0); (0,1)

Figura 124: Fragmento de la prueba diagnóstica

El alumno A79, en la parte *a)* del problema, determinó las ecuaciones de las gráficas de las rectas. Luego, determinó las intersecciones tomadas de dos en dos, indicó que el sistema tenía dos soluciones y solo reconoció a *x* como variable. En la parte *b)*, mostró el conjunto solución con dos valores de una sola variable. Ver la Figura 125.

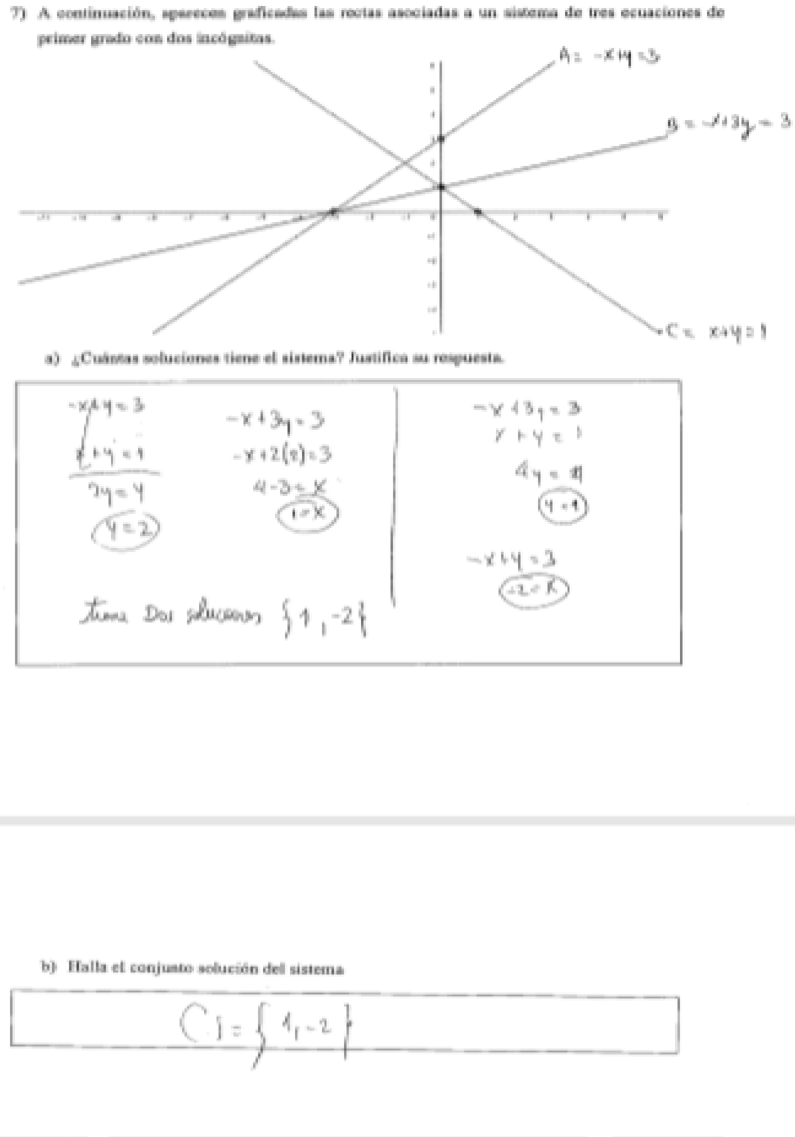
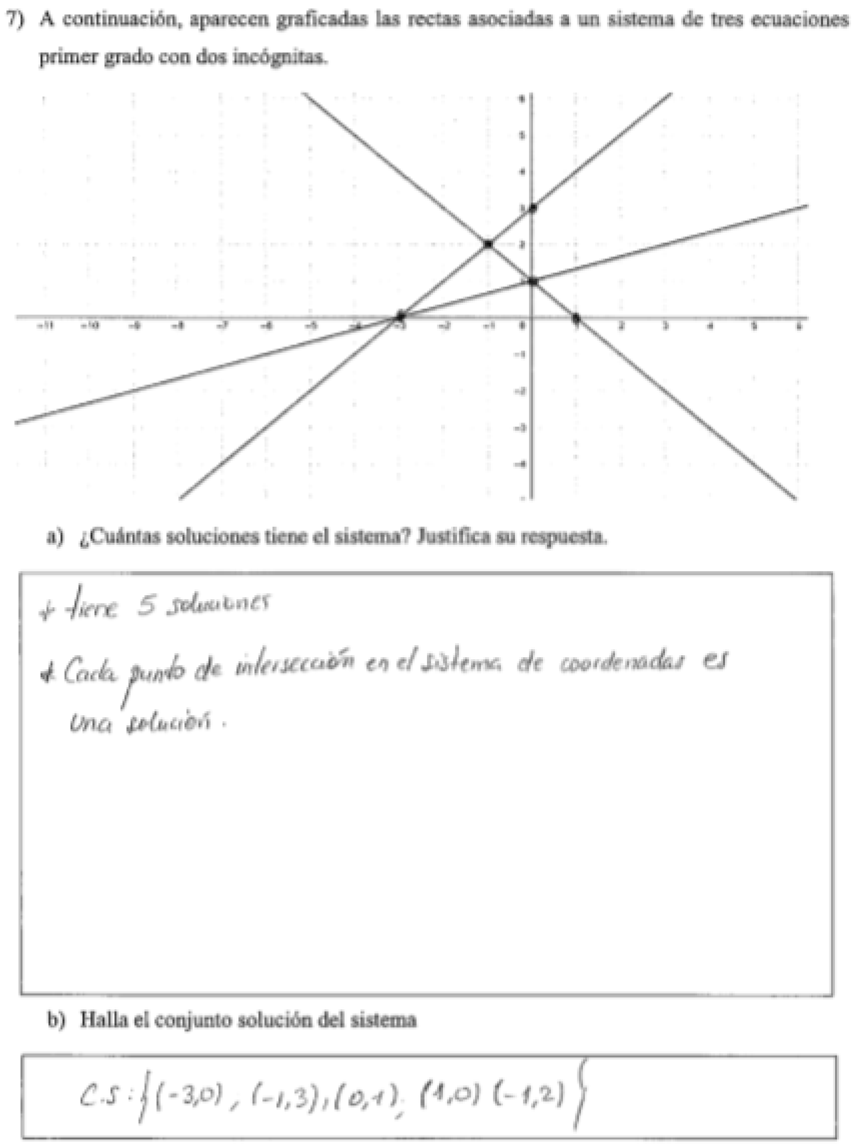


Figura 125: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{80}, en la pregunta *a)* del problema, identificó cinco puntos de cortes y cada punto lo consideró como solución del problema. En este caso, fueron cinco. En la parte *b)*, indicó expresamente dichos puntos. Ver la Figura 126.



7) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de tres ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

+ tiene 5 soluciones

+ Cada punto de intersección en el sistema de coordenadas es una solución.

b) Halla el conjunto solución del sistema

C.S : {(-3,0) , (-1,3), (0,1), (1,0) (-1,2)}

Figura 126: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{81}, en la pregunta *a)* del problema, mostró las tres ecuaciones de las gráficas de las rectas. En la parte *b)*, mostró como conjunto solución todos los reales. Ver la Figura 127.

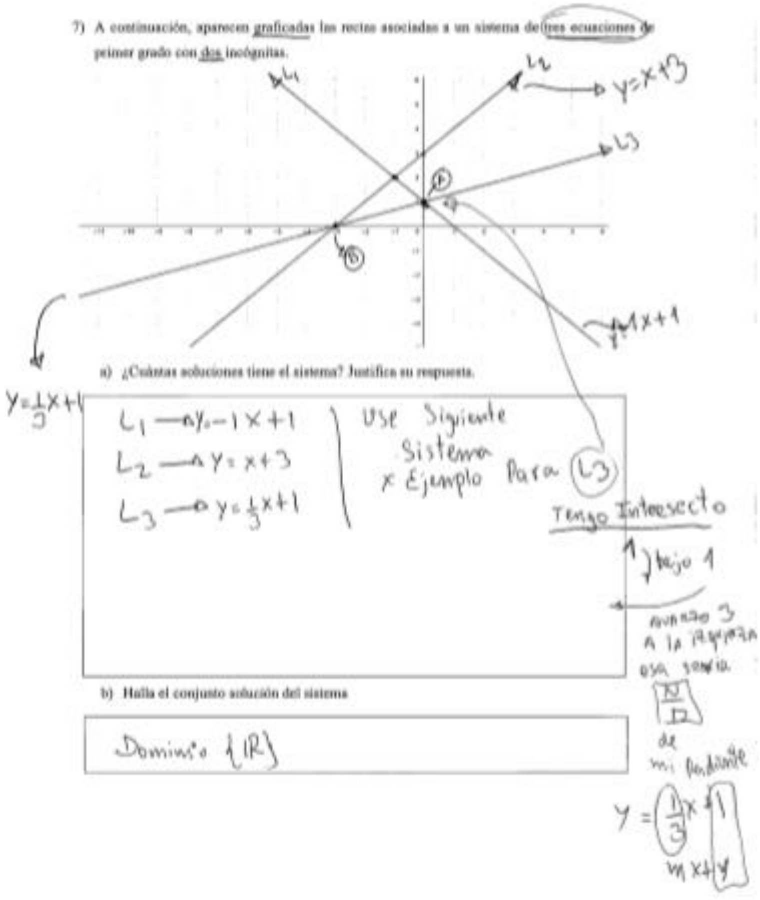
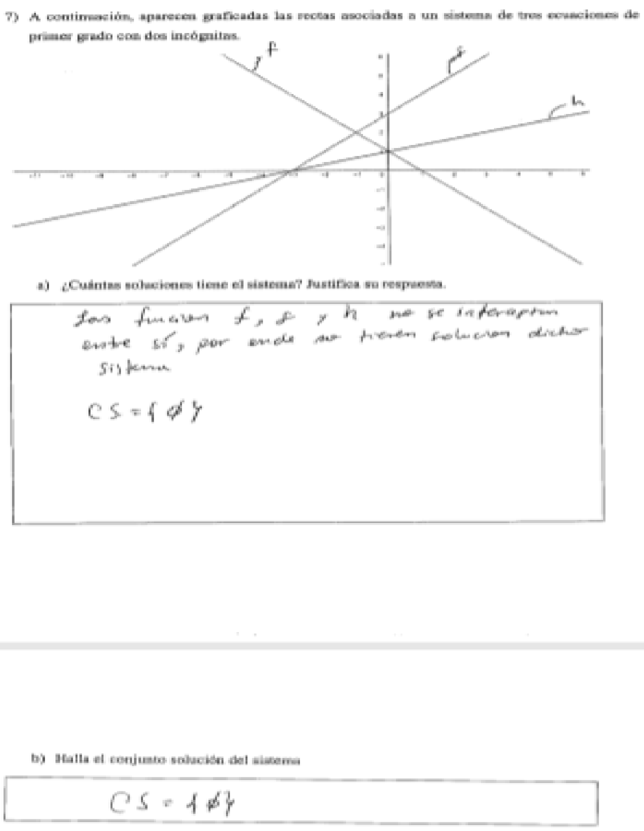


Figura 127: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{82}, en la parte a) del problema, lo identificó como funciones y expresó que estas no tenían intersección. Concluyó que el sistema no tenía solución. En la parte b*)*, colocó el símbolo vacío como elemento del conjunto solución. Ver la Figura 128.


7) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de tres ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

Las funciones f, g y h no se interceptan entre sí, por ende no tienen solución dicho sistema

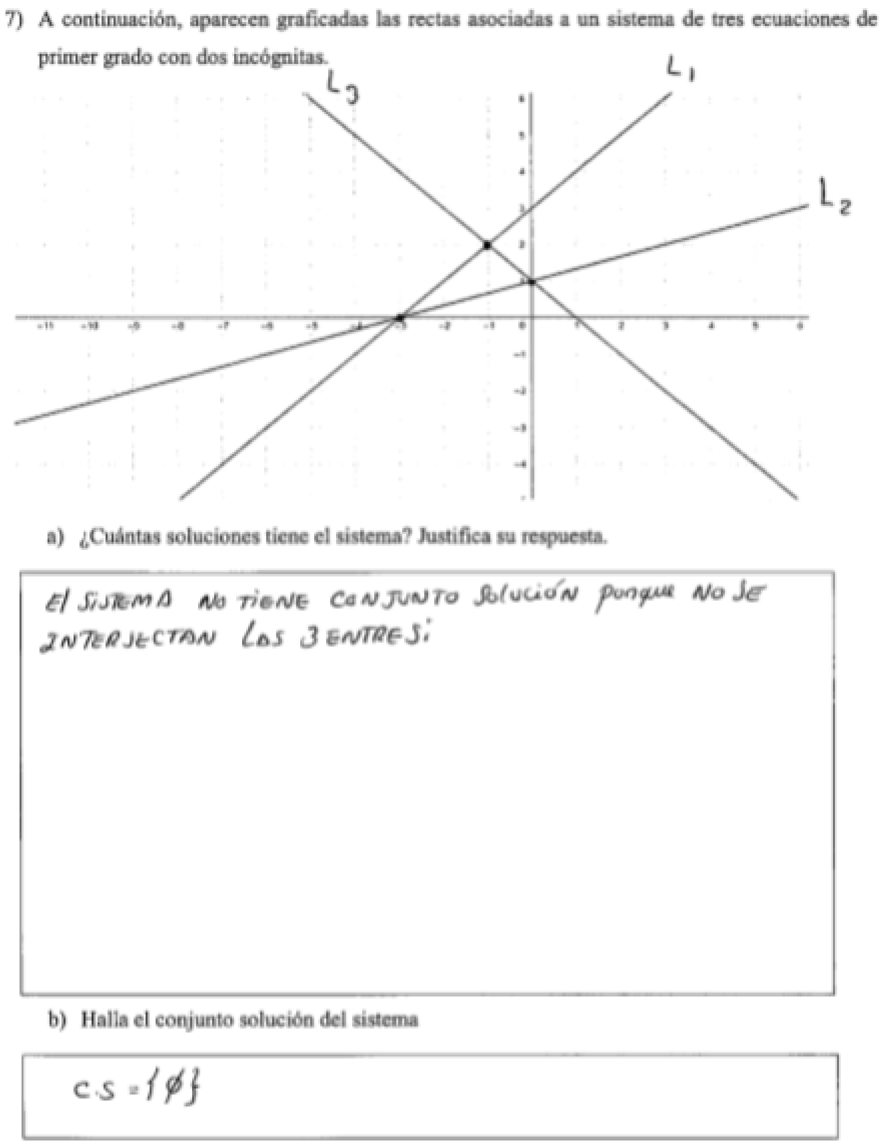
CS = { ∅ }

b) Halla el conjunto solución del sistema

CS = { ∅ }

Figura 128: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{83}, en la parte *a)* del problema, afirmó que, como el sistema tenía tres puntos de cortes, no tenía solución. En la parte *b)* del problema, mostró el conjunto solución con el símbolo vacío. Ver la Figura 129.


7) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de tres ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

El SISTEMA NO TIENE CONJUNTO Solución porque NO SE INTERJECTAN LAS 3 ENTRE Sí

b) Halla el conjunto solución del sistema

C.S = {∅}

Figura 129: Fragmento de la prueba diagnóstica

La estudiante A_{84}, en la parte *a)* del problema, mostró como solución del sistema algunos puntos de cortes de la gráfica de las ecuaciones con los ejes coordenados. En la parte b*)*, mostró como conjunto solución la ecuación de una recta. Ver la Figura 130.

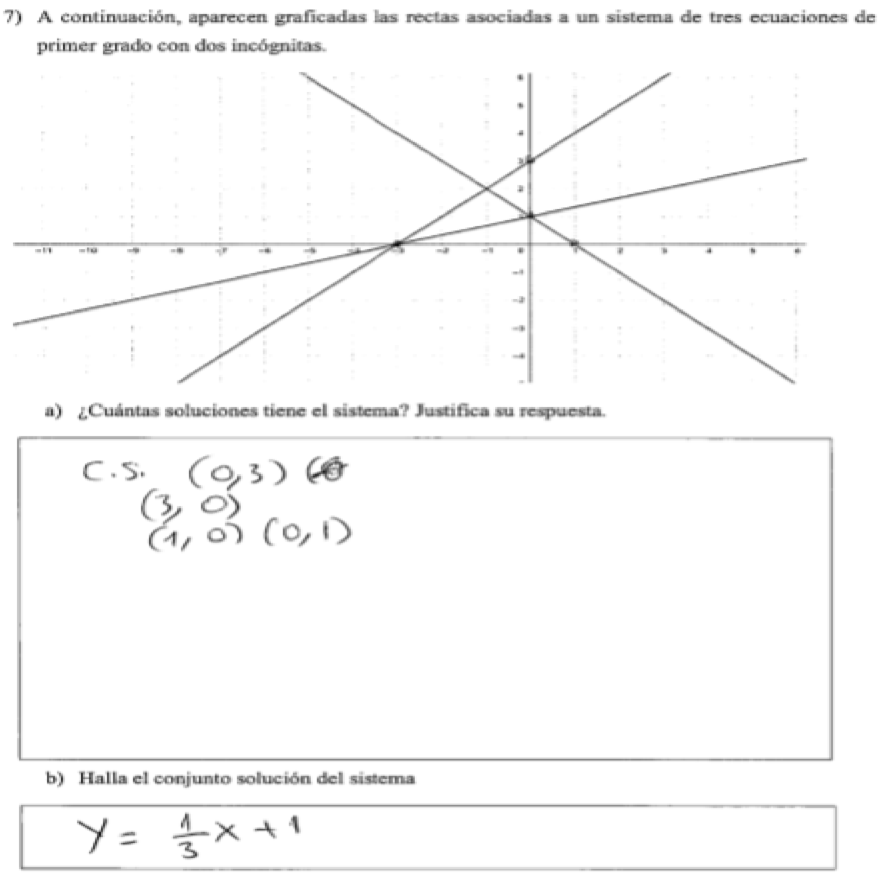


Figura 130: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{85}, en la parte *a)* del ejercicio, las ecuaciones de las rectas e indicó que el sistema tenía tres soluciones. En la parte *b)*, mostró los tres pares encontrados en el ítem anterior. Ver la Figura 131.

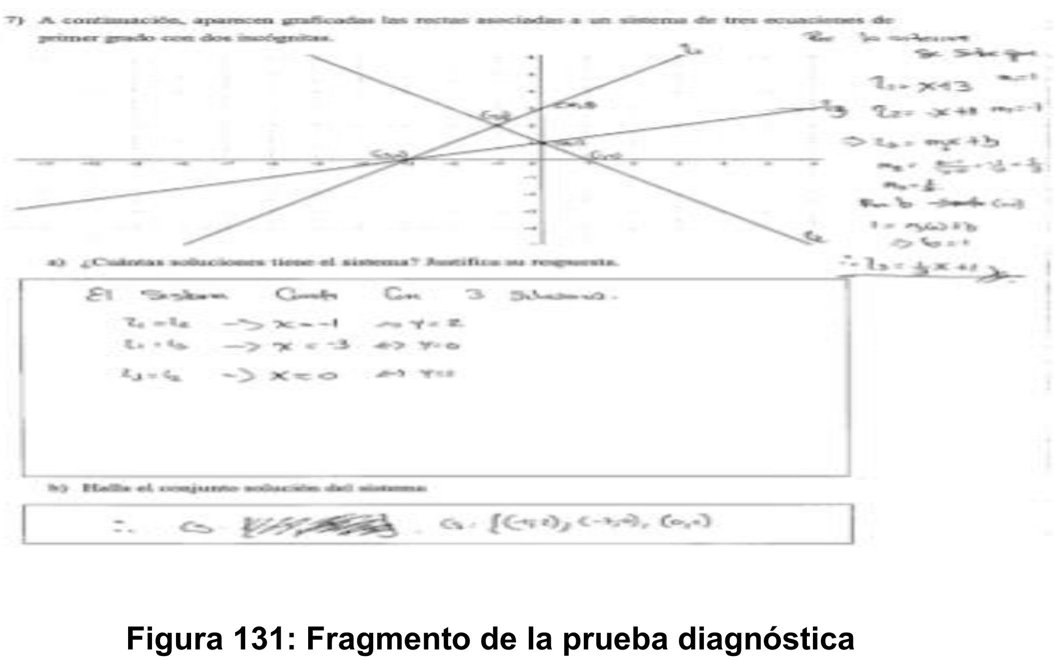
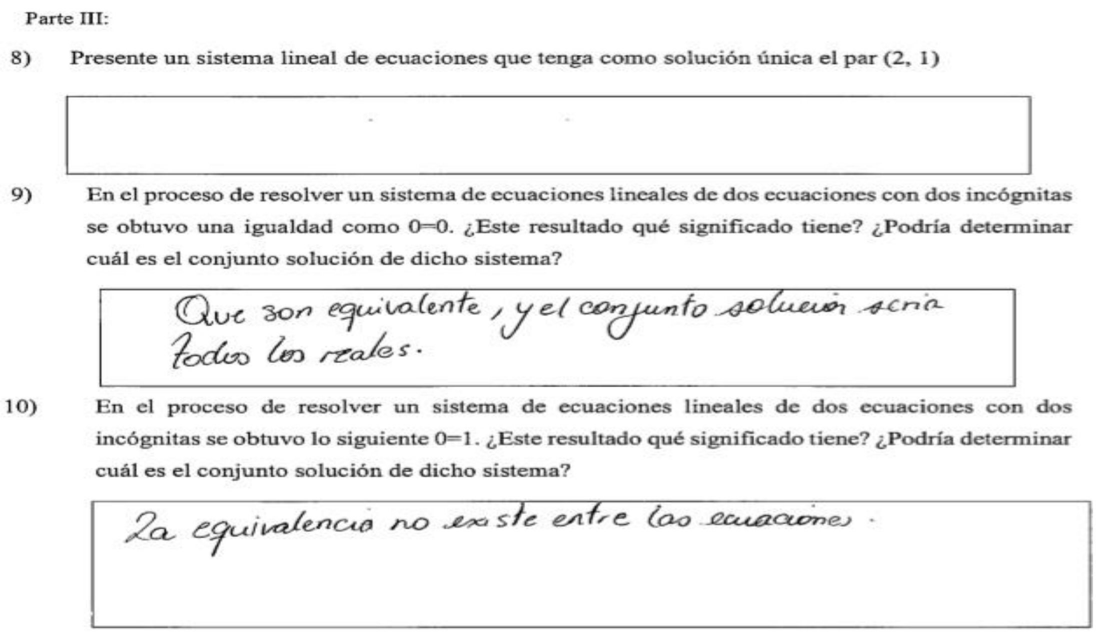


Figura 131: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{86} dejó en blanco la pregunta *8)*. En la pregunta *9)*, el estudiante interpretó la igualdad 0=0 como si el sistema tuviera solución y que eran todos los reales. En la pregunta *10)*, comentó, pero no concluyó si el sistema tenía solución. Ver la Figura 132.



Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

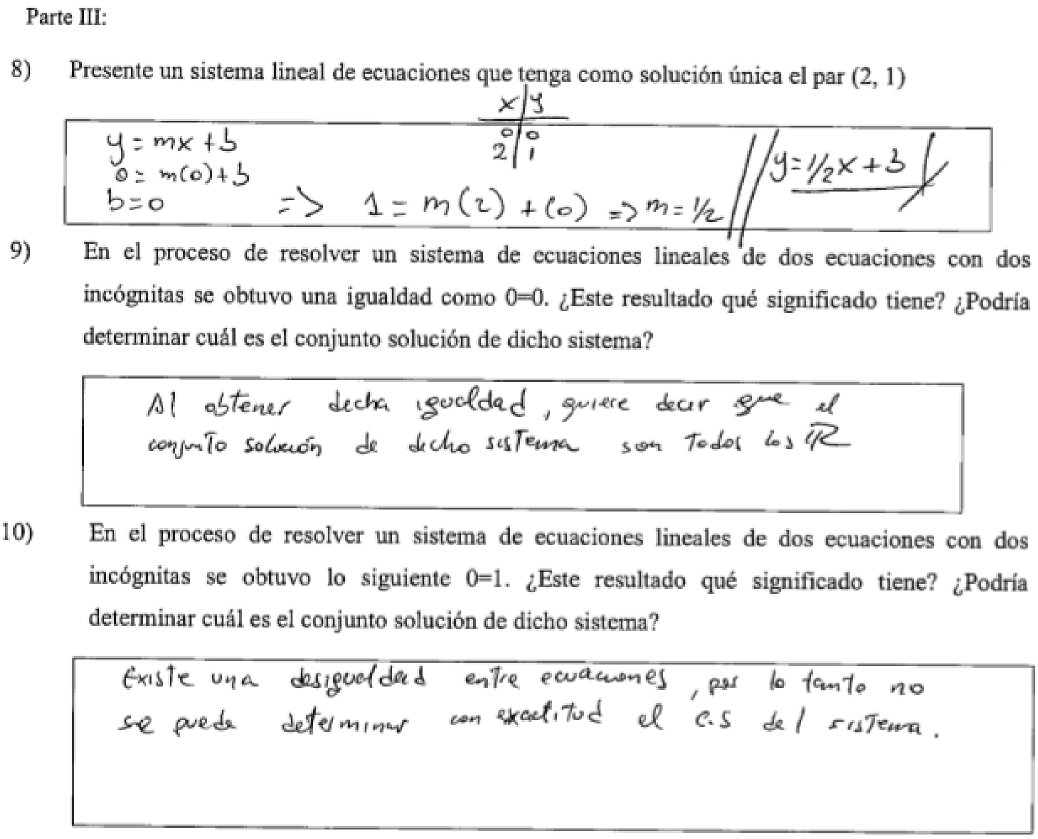
Que son equivalente, y el conjunto solución sería todos los reales.

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

La equivalencia no existe entre las ecuaciones.

Figura 132: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{87}, en la pregunta *8)*, trató de construir una ecuación que, con la solución indicada y agregando un punto adicional, operaba adecuadamente. No obstante, su conclusión es incorrecta. En la pregunta *9)*, el estudiante interpretó que el sistema tenía como conjunto solución todos los números reales. En la pregunta *10)*, el estudiante comentó que hay una desigualdad, motivo por el cual el sistema no pudo determinar el conjunto solución. Ver la Figura 133.



Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

x	y
0	0
2	1

$y = mx + b$
$0 = m(0) + b$
$b = 0 \Rightarrow 1 = m(2) + (0) \Rightarrow m = 1/2$
$y = 1/2 x + 3$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

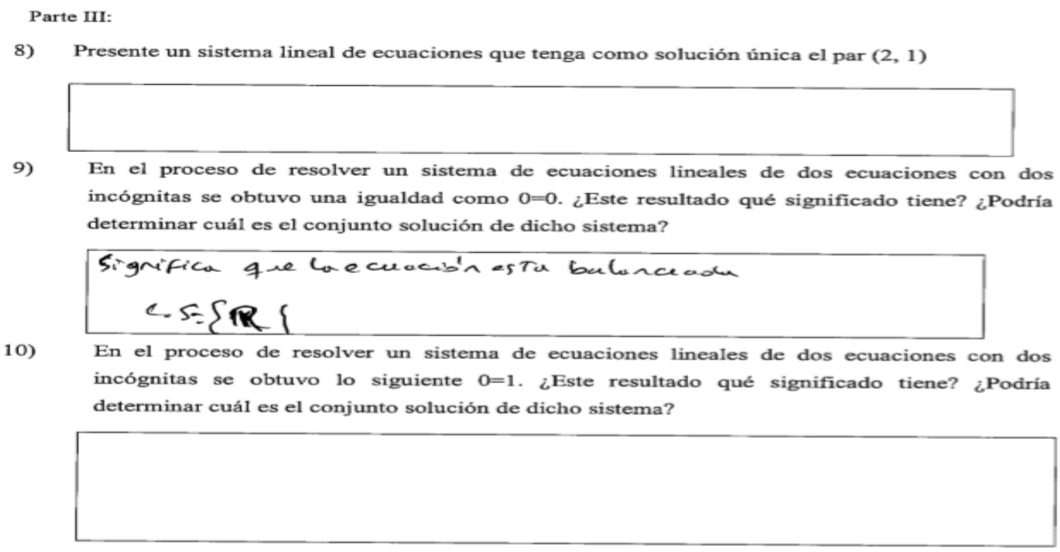
Al obtener dicha igualdad, quiere decir que el conjunto solución de dicho sistema son todos los IR

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

Existe una desigualdad entre ecuaciones, por lo tanto no se puede determinar con exactitud el C.S del sistema.

Figura 133: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{88} dejo en blanco las preguntas *8)* y *10)*. En la pregunta *9)*, el estudiante concluyó que el sistema estaba balanceado y que el conjunto solución era todos los reales. Ver la Figura 134.



Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

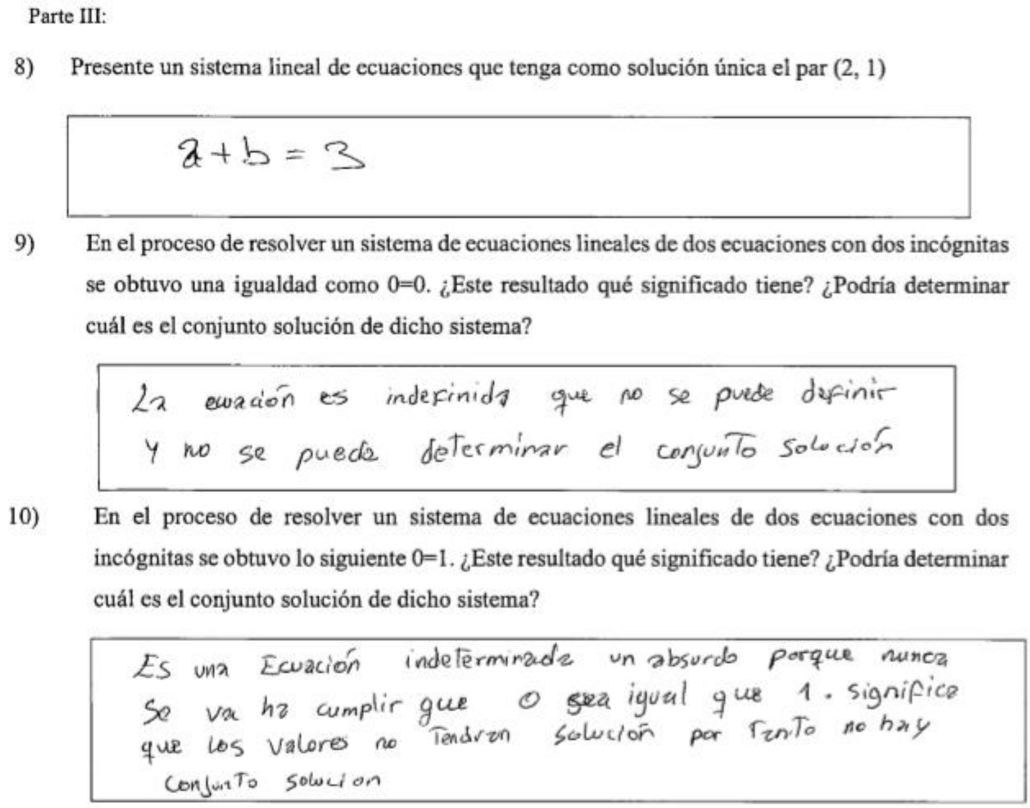
9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

Significa que la ecuación esta balanceada
C.S={IR}

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

Figura 134: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A$_2$, en la pregunta *8)*, creó una ecuación que cumplía la solución indicada. En la pregunta *9)*, el estudiante concluyó que el sistema era indefinido y no relacionó ello con que no se podía determinar el conjunto solución. En la pregunta *10)*, el estudiante expresó que había llegado a un absurdo y, con ello, afirmó que el sistema no tenía solución. Ver la Figura 135.


Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

$a + b = 3$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

La ecuación es indefinida que no se puede definir y no se puede determinar el conjunto solución

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

Es una Ecuación indeterminada un absurdo porque nunca se va ha cumplir que 0 sea igual que 1. significa que los valores no Tendran solución por Tanto no hay conjunto solucion

Figura 135: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A$_{89}$, en la pregunta *8)*, pudo crear una ecuación que cumplía con la solución dada. En la pregunta *9)*, el estudiante pudo determinar que el sistema sí tenía solución, además que eran infinitas. En la pregunta *10)*, la expresión 0=1 fue interpretada por el estudiante como que el sistema no tenía solución. Ver la Figura 136.

Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

$2x+y=5$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

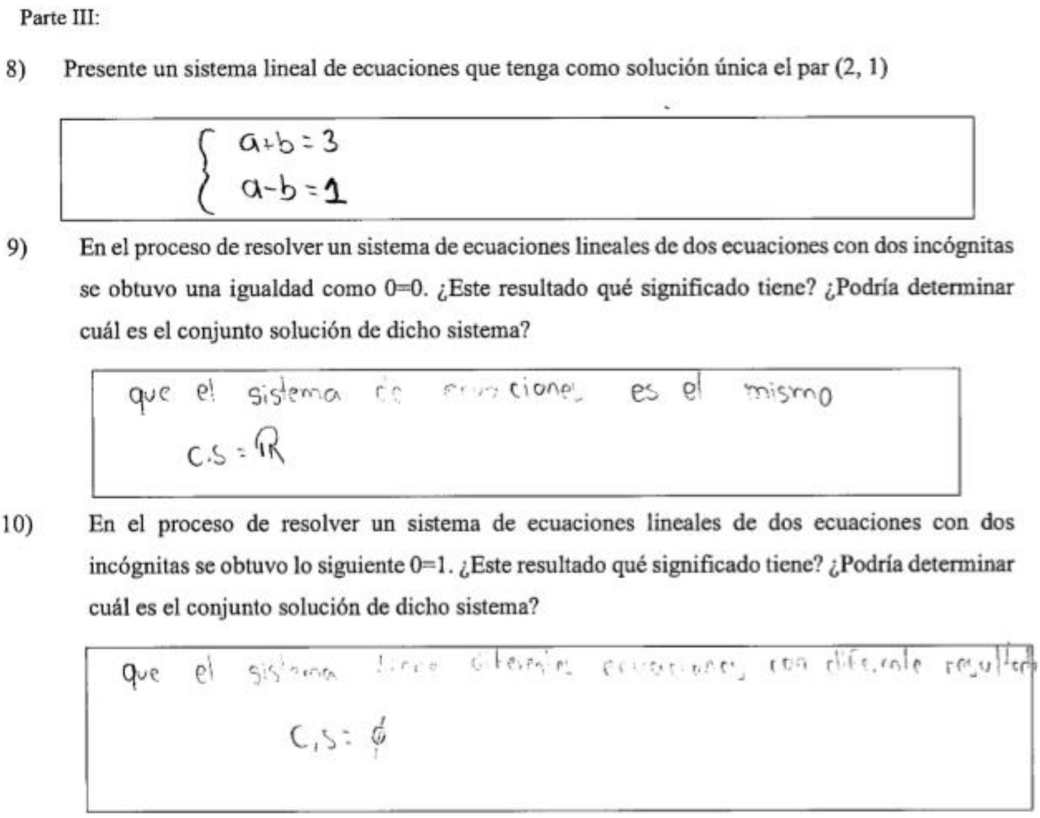
- 0=0 significa que existe conjunto solución
- No se puede determinar el conjunto solución porque son infinitas

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

- 0=1 significa que no existe conjunto solución
- No se puede determinar el conjunto solución

Figura 136: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{90}, en la pregunta *8)*, creó un sistema de ecuaciones que cumplía con la solución del sistema. En la pregunta *9)*, consideró que el sistema tenía infinitas soluciones. En la pregunta *10)*, determinó que el sistema tenía como conjunto solución el vacío. Ver la Figura 137.


Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

$$\begin{cases} a+b=3 \\ a-b=1 \end{cases}$$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

que el sistema de ecuaciones es el mismo

$C.S = \mathbb{R}$

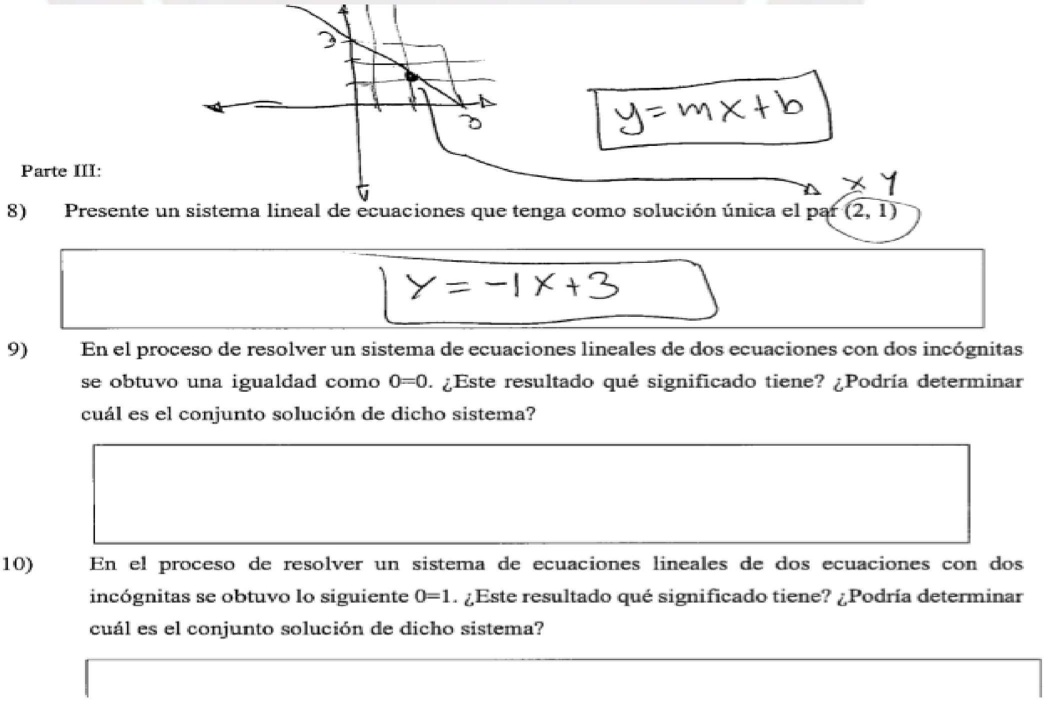
10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

que el sistema tiene diferentes ecuaciones con diferente resultado

$C.S: \emptyset$

Figura 137: Fragmento de la prueba diagnóstica

El alumno A_{91}, en la pregunta *8)*, presentó una ecuación que cumplía con la solución indicada y la graficó. Dejó en blanco las preguntas *9)* y *10)*. Ver la Figura 138.



Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

$y=-1x+3$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

Figura 138: Fragmento de la prueba diagnóstica

El alumno A_{92} creó una ecuación en la pregunta *8)*, cuya solución la dejó en blanco. También la pregunta *9)* la dejó en blanco. En la pregunta *10)*, los valores 0 y 1 los está considerando como los términos independientes del nuevo sistema. Ver la Figura 139.

Parte III:

8) **Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)**

$2x+y = 5$

9) **En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?**

10) **En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?**

$$\begin{aligned} x + y &= 0 \\ x - y &= 1 \\ \hline 2x &= 1 \\ x &= \tfrac{1}{2} \end{aligned}$$

Figura 139: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{93}, en la pregunta *8)*, creó un sistema de ecuaciones lineales que cumplía con la condición. En la pregunta *9)*, afirmó que el sistema era indeterminado debido a la igualdad 0=0. En la pregunta *10)*, determinó que el sistema tenía el vacío como solución debido a la igualdad 0=1. Ver la Figura 140.

Parte III:

8) **Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)**

$x+y = 3$
$x-y = 1$

9) **En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?**

El conjunto solucion de dicho Sistema es indeterminado

10) **En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?**

El conjunto solución es el Vacío.

Figura 140: Fragmento de la prueba diagnóstica

El alumno A94, en la pregunta *8)*, creó una ecuación que cumplía con el sistema. Dejó expresado que su ecuación cumplía con las condiciones dadas. En la pregunta *9)*, igualó la ecuación a cero, despejó *x,* escribió que la recta sería horizontal cuando sea paralelo al eje *x*. En la pregunta *10)*, el estudiante afirmó que la incógnita no pertenecía al sistema, motivo por el cual no había solución. Ver la Figura 141.

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

$2x+y = 5$ $(2,1)$
$2(2)+1 = 5$ $x\ y$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

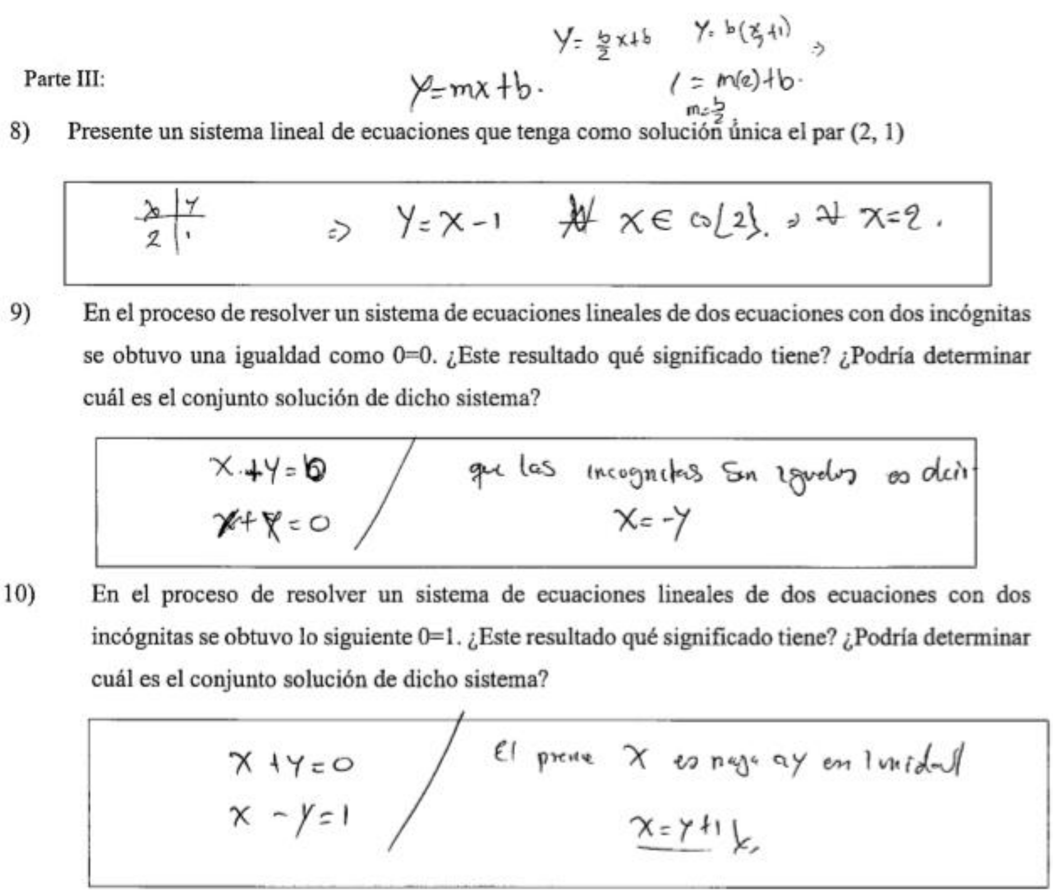
$y = mx + b = 0$ la recta sera horizontal
que $x = -b/m$ paralelo al eje X

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

que las incognitas no $\in$ a la ecuacion
lineal $\therefore$ no hay solucion que presenta

Figura 141: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A95 creó una ecuación en la pregunta *8)* que cumplía la solución. En la pregunta *9)*, creó un sistema, de manera que cumplía los valores ceros para cada variable. En la pregunta *10)*, creó una ecuación con los términos de la igualdad 0=1 y los consideró como términos independientes de las ecuaciones creadas. Ver la Figura 142.



Parte III:

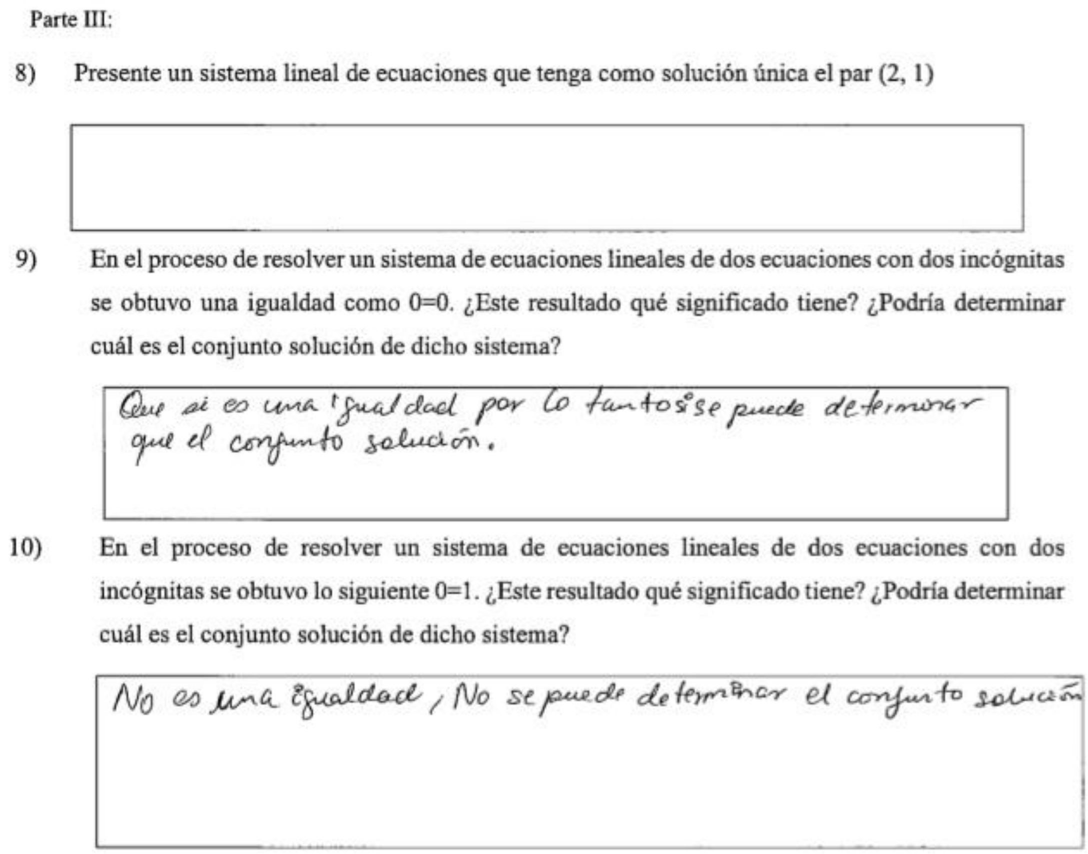
8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

Figura 142: Fragmento de la prueba diagnóstica

El estudiante A_{96} dejó la pregunta *8)* en blanco. La pregunta *9)* la relacionó la igualdad 0=0, por lo que el sistema sí tenía solución. En la pregunta *10)*, el estudiante afirmó que la expresión 0=1 no era igualdad, motivo por el cual no se podía determinar el conjunto solución. Ver la Figura 143.



Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

Que si es una igualdad por lo tanto se puede determinar que el conjunto solución.

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

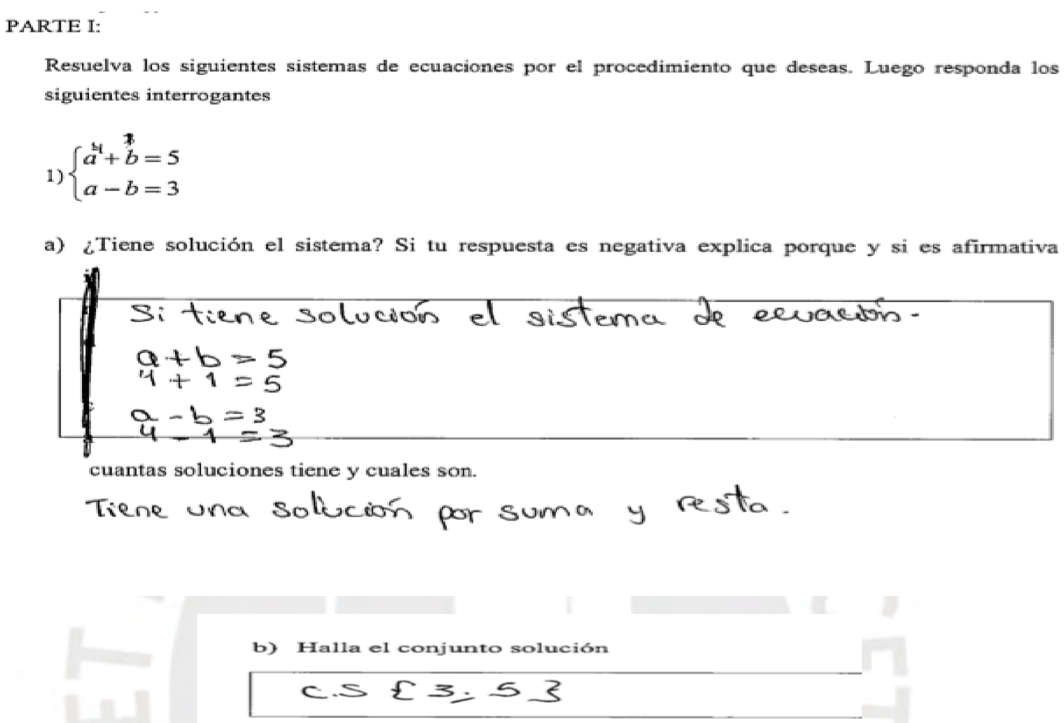
No es una igualdad, No se puede determinar el conjunto solución

Figura 143: Fragmento de la prueba diagnóstica

2.7. Análisis a posteriori

Lo que se evidencio en las respuestas de la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes fue lo comentaremos a continuación:

En la respuesta de la pregunta 1 a) el siguiente estudiante reconoció ***a*** y ***b*** como variable del sistema y determinó con certeza la cantidad de soluciones del sistema. Para ello, asignó valores a las variables ***a*** y ***b***, de manera que cumplieran las ecuaciones del sistema. Debido a esto, afirmó que el sistema tenía solución. Dichas afirmaciones eran correctas; sin embargo, se aprecia que no escribió explícitamente los valores asignados en las variables ***a*** y ***b***, y relaciona la cantidad de soluciones con las operaciones suma y resta, lo cual es una justificación no adecuada. 1b*)*, no asignó los valores de *a* y *b* que fueron verificados en el ítem anterior con el sistema de ecuaciones para formar la solución del sistema. El estudiante consideró los términos independientes del sistema para formar la solución. Este tipo de error, según Socas (1997), tiene su origen en la aritmética, debido a que considera que el número después del símbolo de la igualdad debería ser la respuesta. Lo detectado en las respuestas del estudiante no coinciden con las evidencias reportadas por nuestros investigadores en los antecedentes. Además, apreciamos en la resolución de su respuesta que no transita sobre el pensamiento analítico aritmético de Sierpinska (2000), debido a que desarrolla ningún tipo de algoritmo. Ver la Figura 144.



PARTE I:

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el procedimiento que deseas. Luego responda los siguientes interrogantes

$$1)\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=3 \end{cases}$$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa cuantas soluciones tiene y cuales son.

Si tiene solución el sistema de ecuación.

$a+b=5$
$4+1=5$

$a-b=3$
$4-1=3$

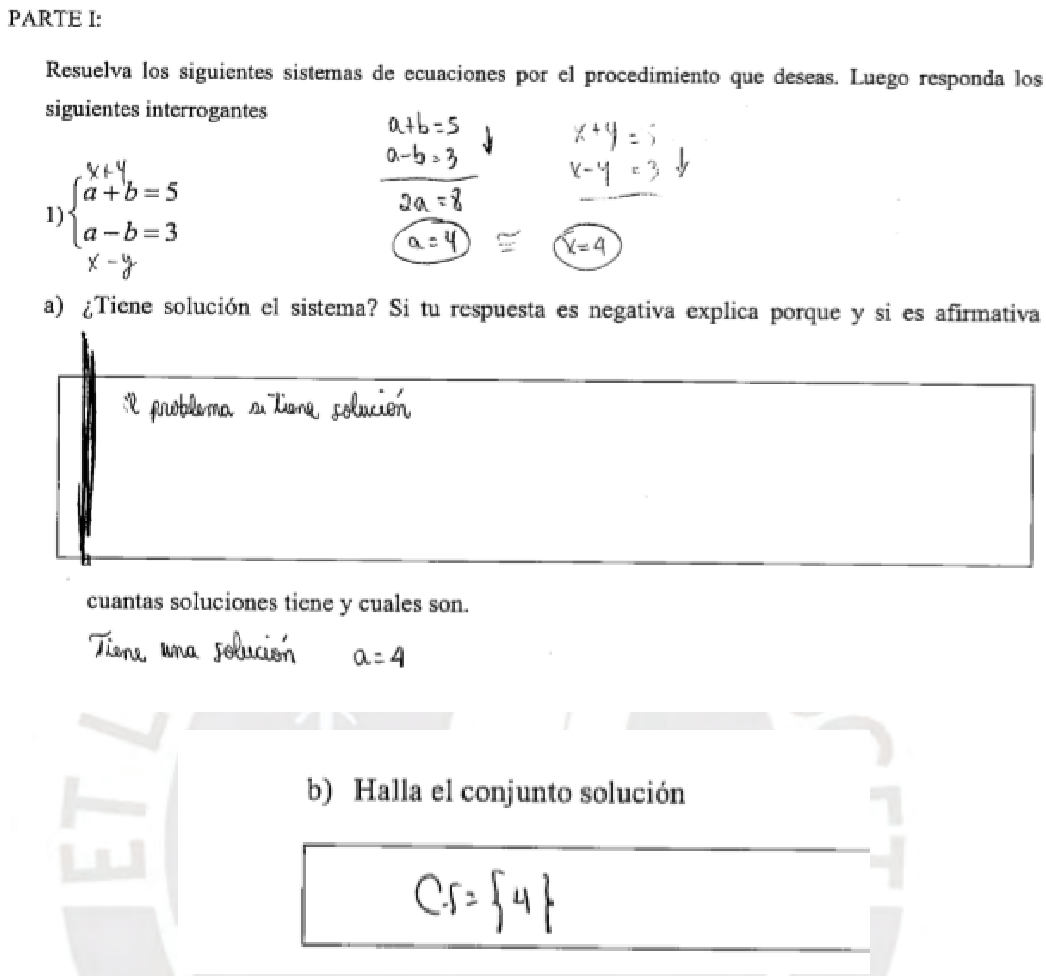
Tiene una solución por suma y resta.

b) Halla el conjunto solución

C.S {3; 5}

Figuras 144: Fragmento de la prueba diagnóstica aplicada a los alumnos

El siguiente estudiante, en la resolución de la pregunta 1**a**) de la prueba, no reconoció con certeza a ***a*** y ***b*** como variables, porque formó un sistema equivalente con variables *x* e *y*. Además, ignoró el valor de **b** o el de *y* según sus ecuaciones, y solo asignó como solución al valor de la variable ***a***. Esto puede deberse a que alumno aprendió la técnica de resolver ecuaciones de primer grado con una sola incógnita en una sesión de clases que fue dictada con anterioridad a dicha prueba diagnóstica. Esto fue un error de procedimiento para poder resolver el sistema lineal de ecuaciones planteado según Socas (1997) y coincide con la afirmación de Ochoviet (2009) en los antecedentes quien detectó en sus investigaciones el hecho de reconocer a variables distintas a ***x*** e ***y*** causan problemas. En la parte 1b), el estudiante asigna como elemento del conjunto solución el valor determinado solo el valor determinado por *a*, por lo que ratificó el mismo error de procedimiento del ítem anterior. En la resolución de la respuesta del estudiante no transita adecuadamente por el pensamiento analítico aritmético, debido a que, en su desarrollo, no completa el algoritmo de solución. Ver la Figura 145.



PARTE I:

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el procedimiento que deseas. Luego responda los siguientes interrogantes

1) $\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=3 \end{cases}$ x+y / x - y

$a+b=5$
$a-b=3$
$2a=8$
$a=4$

$x+y=5$
$x-y=3$
$x=4$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa

El problema si tiene solución

cuantas soluciones tiene y cuales son.

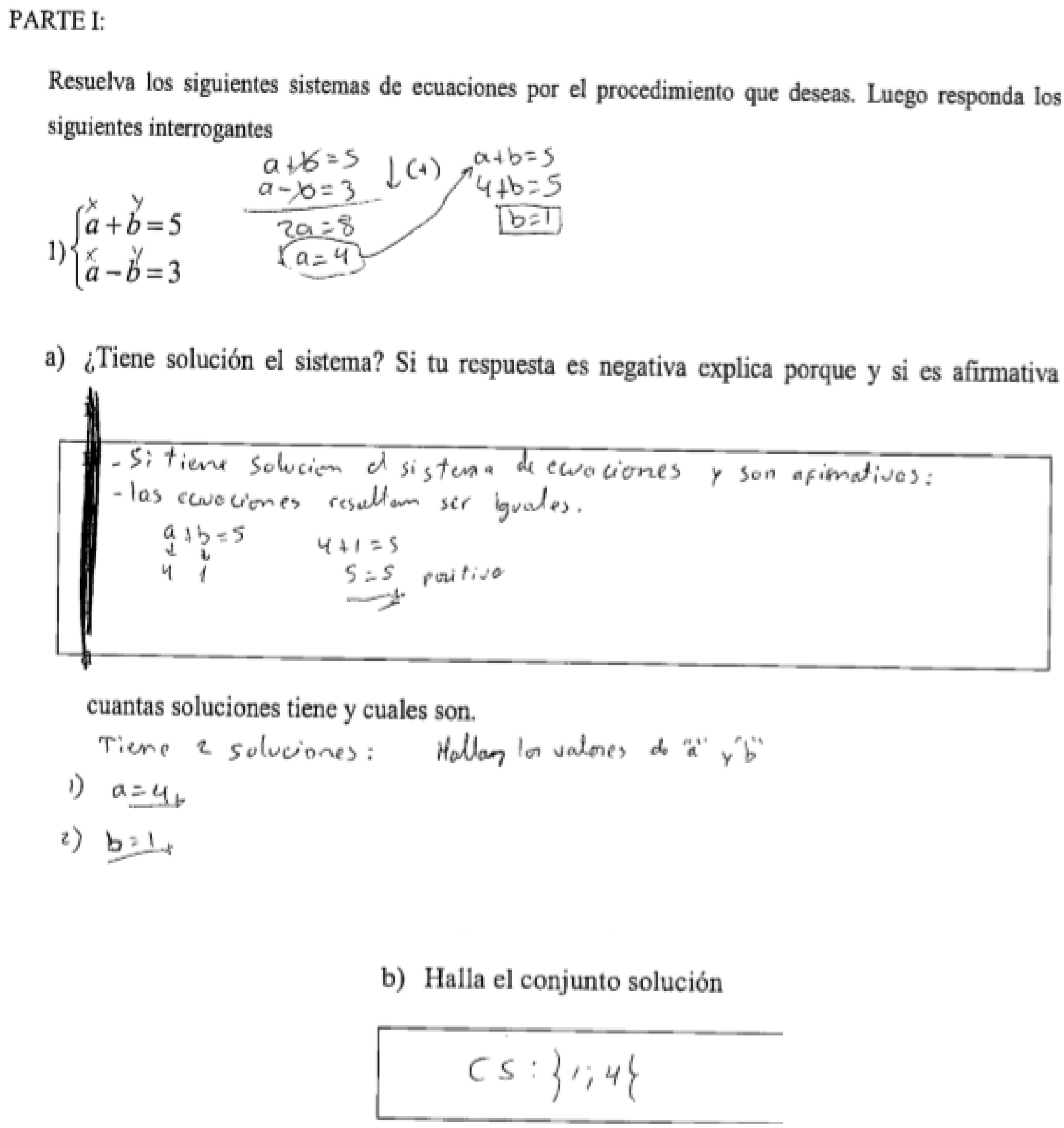
Tiene una solución $a=4$

b) Halla el conjunto solución

C.S = {4}

Figuras 145: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

Otro estudiante, en su resolución de la pregunta 1**a)**, reconoció a las variables *a* y *b*; sin embargo, en algún momento, asignó a dichas variables *x* e *y*, pero sin usarlas. Verificó los valores encontrados en la solución y no relacionó la solución del sistema con un par ordenado. El estudiante consideró que cada valor de la variable debía ser solución al sistema. Utilizó la técnica para resolver el sistema, debido a que podía tener un conocimiento previo de ecuaciones de primer grado con una incógnita, consideró que el valor de cada variable debía ser solución del sistema. Este hecho sería un error de procedimiento, según Socas. Dicho error coincide con lo detectado por las investigaciones de Ochoviet (2009), quien detectó en sus investigaciones con los estudiantes que brindaban como cantidad de soluciones la cantidad de variables   En la respuesta de la pregunta 1 **b***)* del ejercicio, el estudiante reconoció que el sistema tenía conjunto solución, pero no lo relaciona como par ordenado. Esta sería una dificultad de precisión, según Socas. Dicho error coincide con las investigaciones realizadas por Ochoviet (2009), quien detecto en las respuestas de los estudiantes mostrar la cantidad de soluciones como cantidad de soluciones y de no mostrar en forma matemática el conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales. Además, en la resolución de la pregunta, se muestra que se ha movilizado en el pensamiento analítico aritmético de Sierpinska (2000), debido a que realiza el algoritmo de solución de forma adecuado. Ver la Figura 146.


PARTE I:

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones por el procedimiento que deseas. Luego responda los siguientes interrogantes

1) $\begin{cases} a + b = 5 \\ a - b = 3 \end{cases}$

$a+b=5$
$a-b=3$
$2a=8$
$a=4$

$a+b=5$
$4+b=5$
$\boxed{b=1}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa cuantas soluciones tiene y cuales son.

- Si tiene solucion el sistema de ecuaciones y son afirmativos:
- las ecuaciones resultan ser iguales.

$a+b=5$ / 4 1 — $4+1=5$ / $5=5$ positivo

Tiene 2 soluciones: Hallan los valores de "a" y "b"

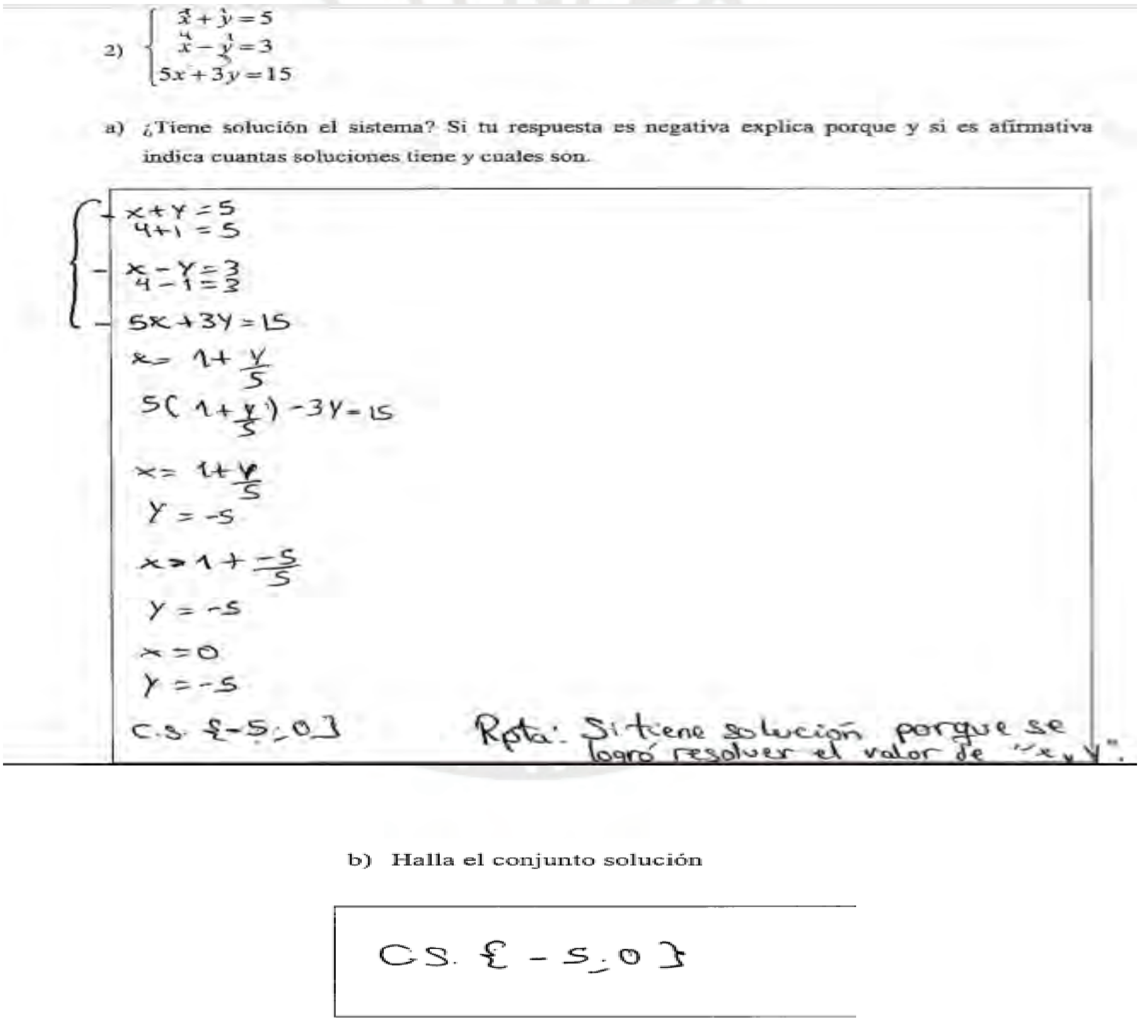
1) $a=4$
2) $b=1$

b) Halla el conjunto solución

CS: }1;4{

Figuras 146: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El siguiente estudiante, en la resolución de la pregunta 2 **a***)*, asignó valores a las variables en las dos primeras ecuaciones y los verificó en ellas, pero no expresó dicha asignación, porque más adelante no lo tomó en cuenta. Después despejó erróneamente una de las variables y, por el método de sustitución, de forma nuevamente errónea, la reemplazó y determinó el valor de la otra variable. Al determinar los valores de la variable, concluyó que el sistema sí tenía solución. No verificó los valores determinados por la variable en el sistema de ecuaciones. Esto es un error de falta de verificación de la solución en el sistema y un error de procedimiento según Socas (1997). En la respuesta de la parte b*)*, sí identificó expresar los valores encontrados como conjunto, pero no pares ordenados. Esto sería una dificultad de precisión según socas (1997). En la resolución de sus respuestas del estudiante se detecta que no puede movilizarte sobre el pensamiento analítico aritmético, debido a que aplica de forma inadecuada el algoritmo de solución. Ver la Figura 147.



2) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \\ 5x + 3y = 15 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales són.

$x + y = 5$
$4 + 1 = 5$
$x - y = 3$
$4 - 1 = 3$
$5x + 3y = 15$
$x = 1 + \frac{y}{5}$
$5(1 + \frac{y}{5}) - 3y = 15$
$x = 1 + \frac{y}{5}$
$y = -5$
$x = 1 + \frac{-5}{5}$
$y = -5$
$x = 0$
$y = -5$
C.S. {-5;0}

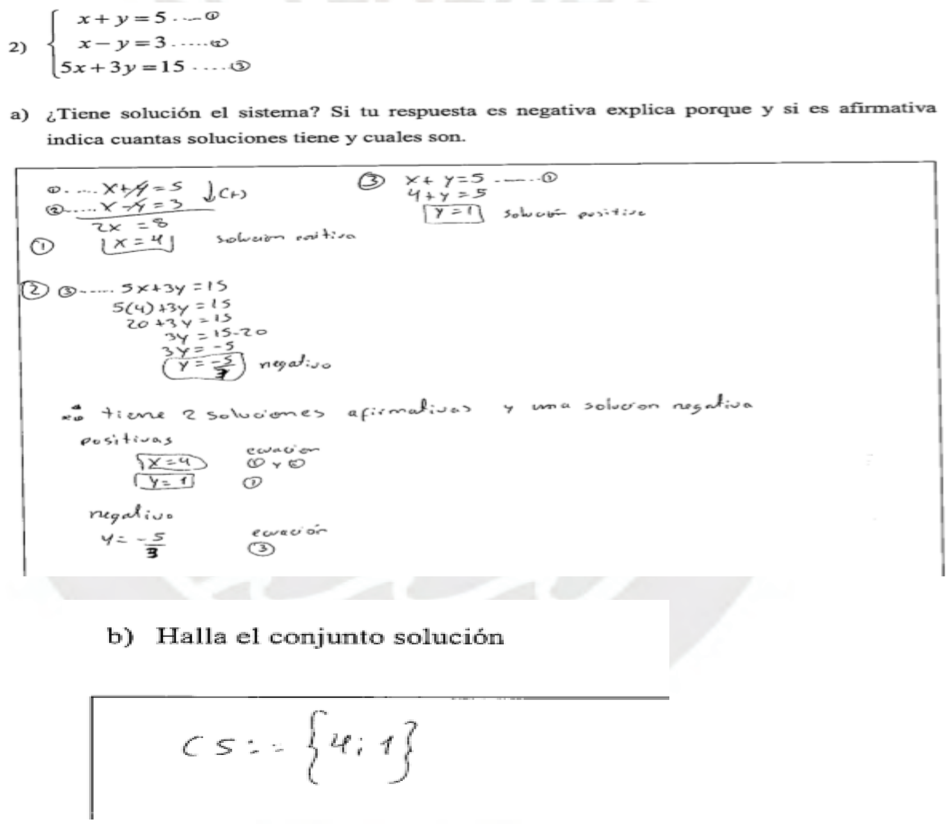
Rpta: Si tiene solución porque se logró resolver el valor de "x y".

b) Halla el conjunto solución

C.S. {-5;0}

Figuras 147: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El la respuesta del siguiente estudiante, en la pregunta **2***)* **a***)*, eligió las dos primeras ecuaciones y determinó los valores de las variables por el método de eliminación. Luego, con el valor de las variables determinadas, reemplazó en la tercera ecuación y determinó otro valor de la variable distinta a la encontrada anteriormente. Sin embargo, concluyó descartando el valor de la variable negativa. Esto es una dificultad de vocabulario común según Socas (1997). Dicha dificultad no fue reportada por nuestros investigadores en los antecedentes. En la parte b*)* del problema, reconoció que se debía expresar como conjunto solución, pero no lo expresó como par ordenado. Esto sería una dificultad de precisión según Socas (1997). En la resolución de su respuesta del estudiante trata de transitar sobre el pensamiento analítico aritmético de Sierpinska (2000), pues desarrolla adecuadamente el algoritmo de solución, pero no puede reconocer la solución, ni el conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales Ver la Figura 148.



2) $\begin{cases} x+y=5 \ldots (1) \\ x-y=3 \ldots (2) \\ 5x+3y=15 \ldots (3) \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

b) Halla el conjunto solución

CS: = {4; 1}

Figuras 148: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El siguiente estudiante, en su resolución de la pregunta 2*a)* del ejercicio, resolvió el sistema eligiendo las dos primeras ecuaciones y determinó los dos valores de la variable correspondiente. Luego, reemplazó dichos valores en la tercera ecuación, encontró que no cumplía dicha ecuación, pero brindó como solución los valores encontrados por las variables y verificó dichos valores en las dos primeras ecuaciones. Nosotros podemos inferir que el estudiante cometió un error de procedimiento, según Socas (1997). Dicho error no fue detectado por los nuestros investigadores reportadas en los antecedentes. En la parte b), el estudiante, ya asumiendo que cometió el error de procedimiento de Socas (1997), también observó que cometió una dificultad de precisión al no considerar como par ordenado la solución del sistema. Podemos detectar en la resolución del ejercicio que se ha tratado de transitar sobre el pensamiento analítico aritmético de Sierpinska (2000), debido a que realiza el algoritmo de solución, pero no logra concluir en forma correcta el conjunto solución. Ver la Figura 149.


2) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y=5$ / $x-y=3$
$x=5-y$ / $5-y-y=3$
$2=2y$
$1=y$

$\therefore x+y=5$
$x+1=5$
$x=4$

$\Rightarrow 5x+3y=15$
$(5)(4)+(3)(1)=15$
$20+3=15$
$23 \neq 15$

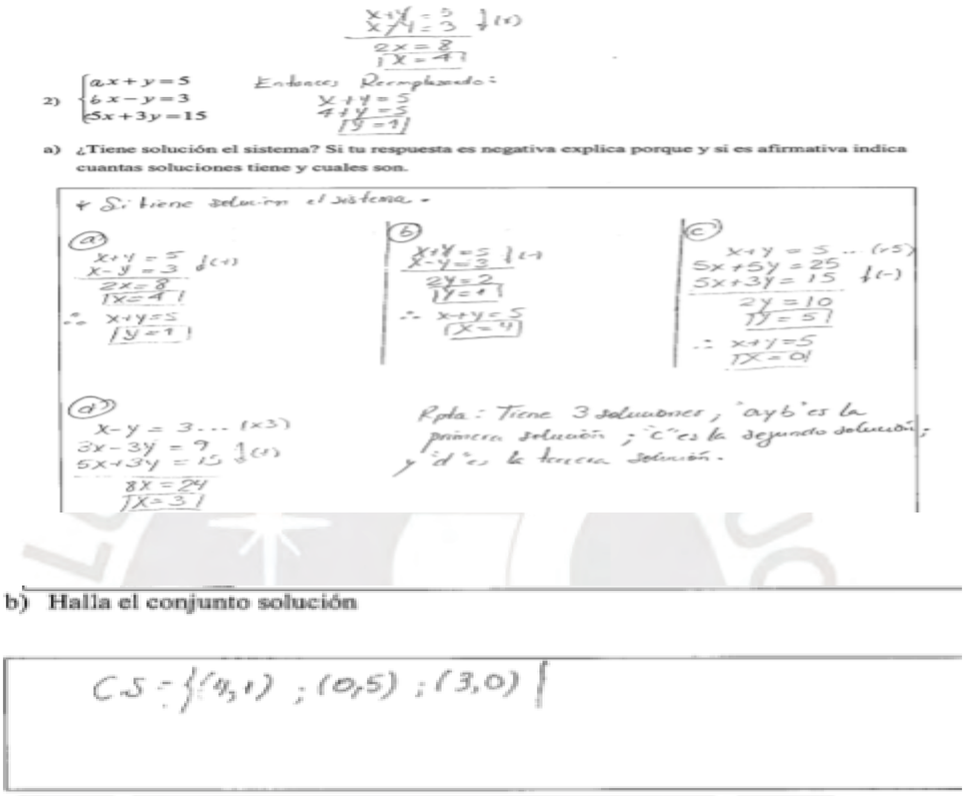
Solo se cumple $\Rightarrow$ $x+y=5$, $4+1=5$ / $x-y=3$, $4-1=3$

b) Halla el conjunto solución

$C.S=\{4;1\}$

Figuras 149: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la respuesta del siguiente estudiante, de la pregunta parte 2a*)* se detectó que resolvió el sistema de ecuaciones lineales tomando las ecuaciones de dos en dos, y consideró cada par de valores encontrados como la solución del sistema, como lo había evidenciado en los antecedentes por Ochoviet (2009), Cutz(2005), Eslava y Villegas(1998) y Mora (2001) .Esta técnica para resolver el sistema se convierte en un error de procedimiento, según lo considera Socas(1997).En la respuesta de la pregunta 2**b***)*, el estudiante ratificó su error de procedimiento al brindar la respuesta no adecuada. En la resolución, podemos detectar que se puede movilizar sobre el pensamiento analítico aritmético, debido a que realiza el algoritmo de solución adecuadamente, pero no logra analizar sus valores encontrados con el sistema de ecuaciones. Ver la Figura 150.



2) $\begin{cases} a\ x + y = 5 \\ b\ x - y = 3 \\ c\ 5x + 3y = 15 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Si tiene solución el sistema.

Rpta: Tiene 3 soluciones, "a y b" es la primera solución; "c" es la segunda solución; y "d" es la tercera solución.

b) Halla el conjunto solución

C.S $= \{(4,1) ; (0,5) ; (3,0)\}$

Figuras 150: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la respuesta del siguiente estudiante en la pregunta 2 a), para resolver el sistema de ecuaciones de la parte *a)*, eligió la técnica de sumar todas las ecuaciones, lo cual no era lo adecuado en este caso, porque crea una nueva ecuación. El estudiante se centró en analizar esta nueva ecuación y afirmó que el sistema no tenía solución, porque, de acuerdo con su técnica, debería anularse una variable en la nueva ecuación. Queda claro que el estudiante cometió un error de procedimiento, según Socas (1997), dicho error no fue detectado por los investigadores registrados en nuestros antecedentes. En la respuesta de la pregunta 2 **b***)*, el estudiante colocó como solución el vacío de forma correcta. Podemos detectar que en la resolución de la pregunta no puede movilizarte sobre el pensamiento analítico aritmético de Sierpinska (2000), debido a que su algoritmo de solución no es adecuado para resolver un sistema de ecuaciones. Ver la Figura 151.

2) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

No.

$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$

$7x+3y=23$

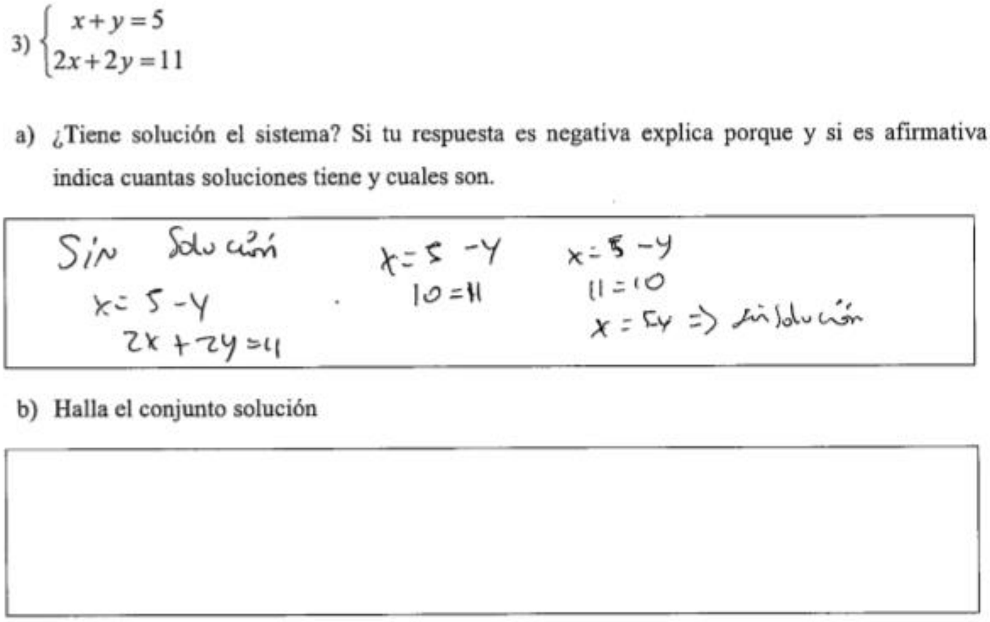
No tiene solucion por que debería anularse una de las variables para poder hallar el valor de "x" o "y" sin embargo en este problema ninguna es anulada

Además basandome en

$x+y=5$

Figura 151: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la respuesta del siguiente estudiante de la pregunta 3*)*a) desarrollo la técnica para determinar los valores de las variables y se encontró con una expresión 10=11, con lo cual podemos inferir que con este argumento concluyo que el sistema no tiene solución, sin embargo su respuesta no evidencia la contradicción, esto hecho coincide con las investigaciones reportadas en los antecedente por Oktac, García y Ramírez (2006) y Paniza(1999), debido a que desarrolla adecuadamente el algoritmo de solución ,pero no es capaz de interpretar los valores obtenidos, esto sería un error de procedimiento según Socas (1997) . En la parte **b***)*, en la respuesta del estudiante entendió que el sistema no tenía solución y expresó la frase “Sin solución”. Esto sería una dificultad de lenguaje diario, según Socas (1997), porque el estudiante conocía que el sistema no tenía solución, pero lo expresó en un lenguaje matemático no adecuado. Ver la Figura 152.



3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$

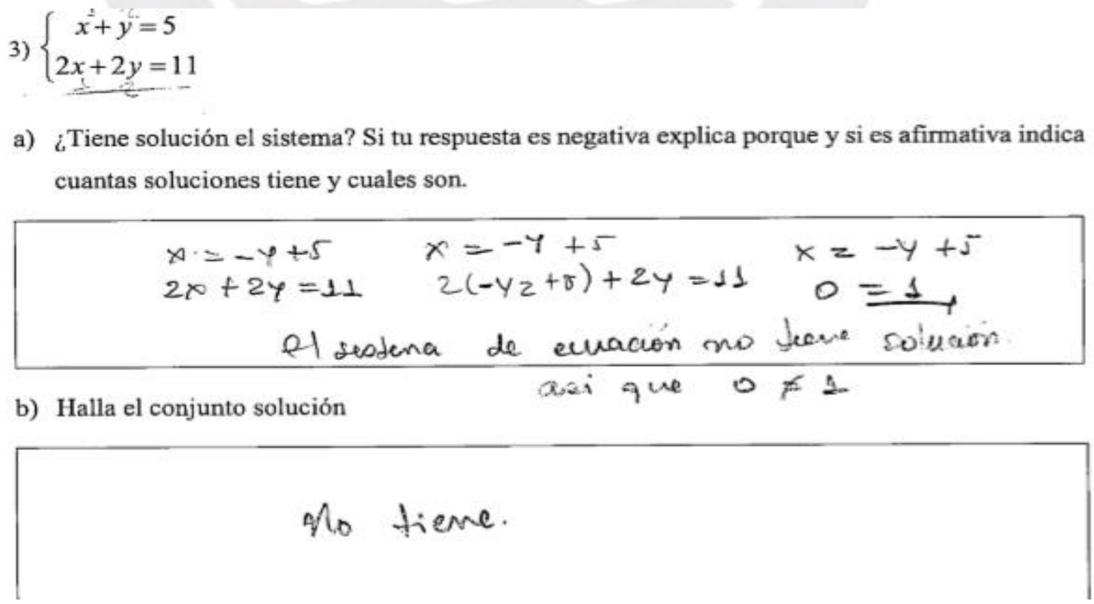
a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Sin solución $x=5-y$ $2x+2y=11$ $x=5-y$ $10=11$ $x=5-y$ $11=10$ $x=5y \Rightarrow$ sin solución

b) Halla el conjunto solución

Figura 152: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la respuesta del siguiente estudiante en la pregunta 3a) se evidenció que conocía la técnica, justifica adecuadamente su conclusión y su desarrollo evidencia la coexistencia del pensamiento analítico aritmético al desarrollar el algoritmo y del pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000) al analizar los valores encontrados al finalizar el algoritmo. En la parte 3b*)* del ejercicio, el estudiante tenía claro que el sistema no tenía solución, pero no supo expresarlo en forma matemática. Esto es una dificultad de precisión, según Socas (1997). Ver la Figura 153.



3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x=-y+5$ $2x+2y=11$ $x=-y+5$ $2(-y+5)+2y=11$ $x=-y+5$ $0=1$

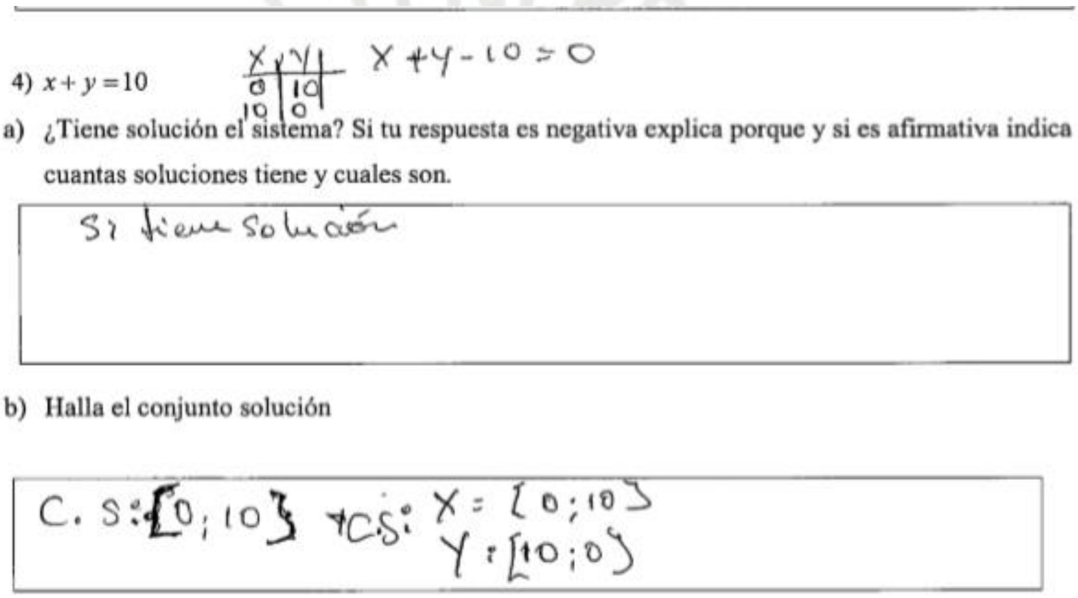
el sistema de ecuación no tiene solución así que $0 \neq 1$

b) Halla el conjunto solución

No tiene.

Figura 153: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la respuesta del siguiente estudiante en la pregunta 4a) mostró que el sistema sí tenía solución, tabuló valores para *x* e *y*. Es posible que usara la técnica de determinar los cortes con los ejes coordenados de la gráfica de la ecuación. No expresó su asignación de los valores a las variables, no indicó la cantidad de soluciones, su omisión a dicho ítem podría significar que no sabe la cantidad de soluciones. Esto sería un error de procedimiento, según Socas (1997). Dicho error no fue evidenciado por las investigaciones registradas en los antecedentes. En la pregunta 4**b***)*, el estudiante mostró su solución como intervalo y no como par ordenado. Este hecho es posible que se haya originado porque se desarrolló una semana antes el tema de inecuaciones e intervalos. Ver la Figura 154.


4) $x+y=10$

X	Y
0	10
10	0

$X+Y-10=0$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

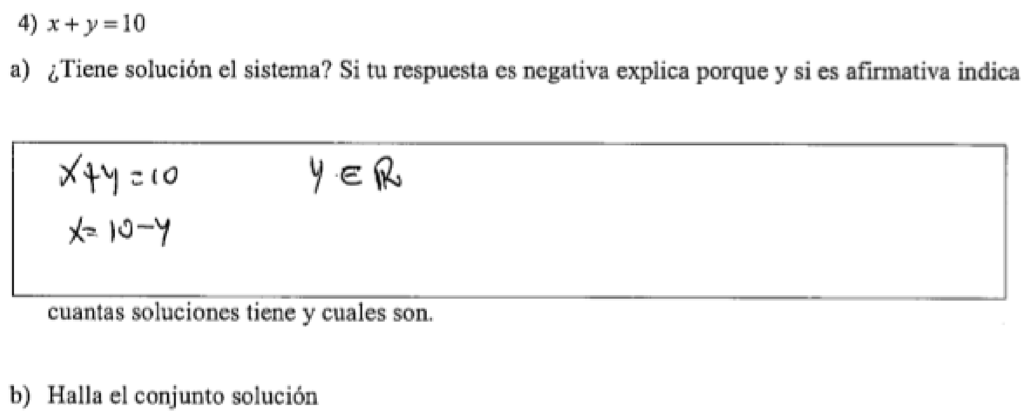
Si tiene solución

b) Halla el conjunto solución

C. S: [0; 10] +C.S: X = [0; 10] Y : [10; 0]

Figura 154: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la respuesta del siguiente estudiante en la pregunta 4a), despejó la variable ***x*,** y consideró que la otra variable pertenecía a los números reales. No respondió expresamente si el sistema tenía solución; sin embargo, notamos que el alumno mostró que la variable *y* es todos los reales. Entonces, comete un error de precisión, según Socas. Está resolución no coincide con las investigaciones de Panizza, Sadovosky y Sessa (1999) registradas en nuestros antecedentes. Ver la Figura 155


4) $x + y = 10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

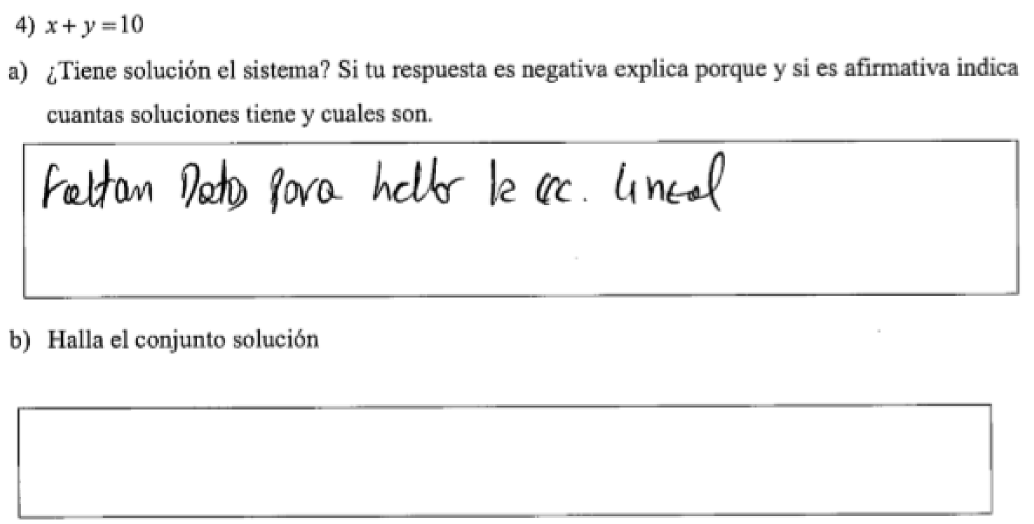
$x+y=10 \qquad y \in \mathbb{R}$

$x=10-y$

b) Halla el conjunto solución

Figura 155: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En las respuestas de los siguientes estudiantes en la pregunta 4a) coincidió con las investigaciones de Panizza, Sadovosky y Sessa (1999), pues en la resolución se muestra que faltaban datos en el ejercicio. Es posible que se refiriera a otra ecuación. Podemos inferir que fue error de procedimiento, según Socas (1997), pues se puede inferir que el estudiante esperabas siempre que todo sistema de ecuaciones de dos incógnitas tuviera dos ecuaciones. Debido a la respuesta podemos inferir que la estudiante no puede movilizarte sobre el pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000) Ver la Figura 156, 157 y 158.

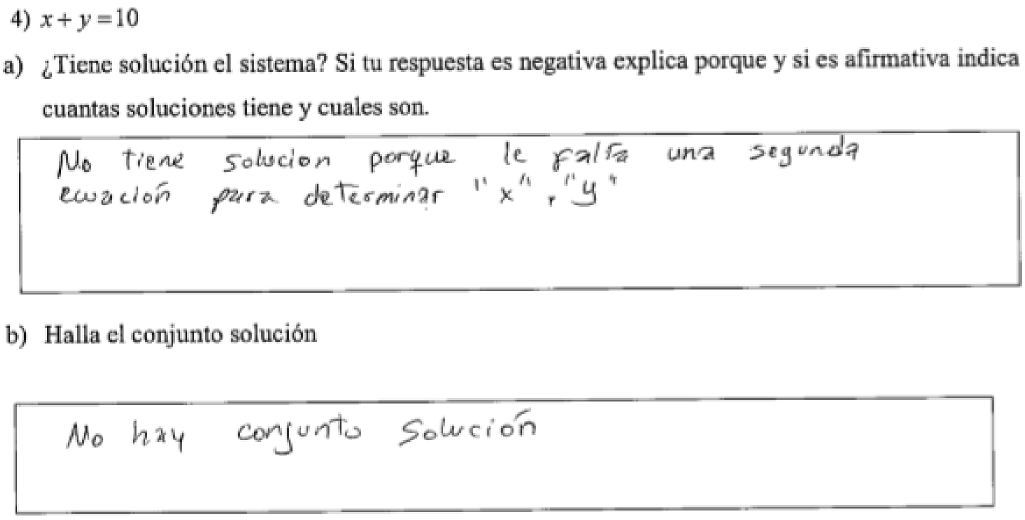

4) $x + y = 10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Faltan Datos para hallar la ec. lineal

b) Halla el conjunto solución

Figura 156: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos



4) $x+y=10$

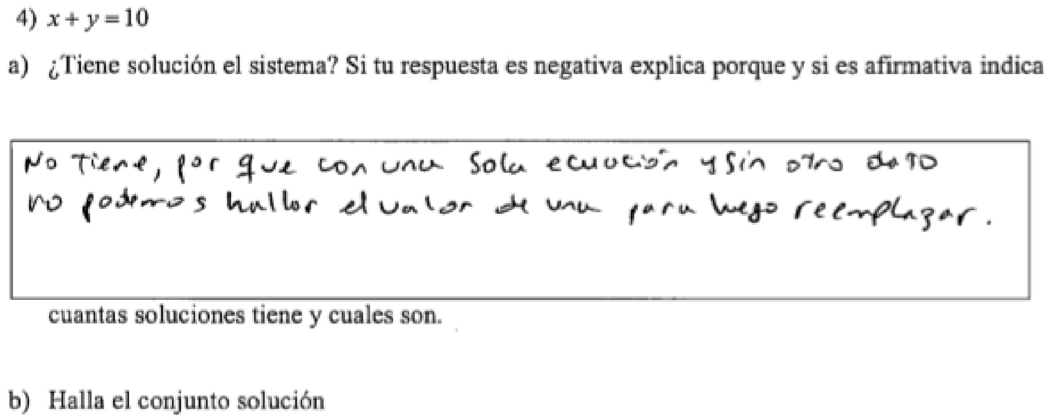
a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

No tiene solucion porque le falta una segunda ecuación para determinar "x" , "y"

b) Halla el conjunto solución

No hay conjunto solución

Figura 157: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos



4) $x+y=10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica

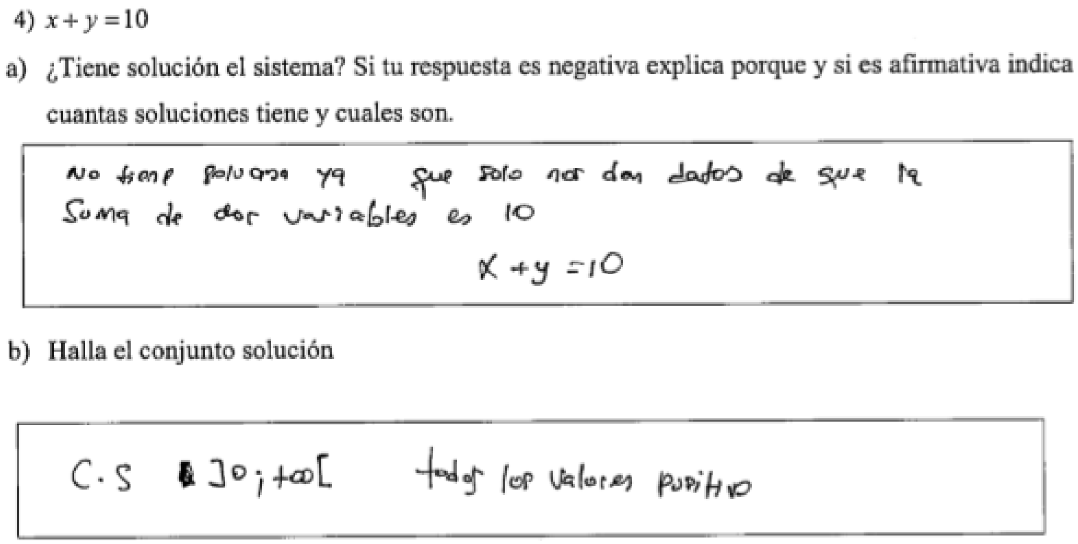
No tiene, por que con una sola ecuación y sin otro dato no podemos hallar el valor de una para luego reemplazar.

cuantas soluciones tiene y cuales son.

b) Halla el conjunto solución

Figura 158: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

Podemos inferir que el siguiente estudiante, en la parte **a***)* del ejercicio, esperaba ver dos ecuaciones; sin embargo, en su respuesta del conjunto solución en la parte b) mostró que son todos los números reales positivos, por lo que sigue siendo un error de procedimiento, según Socas (1997). Dicho error no fue detectado por nuestros investigadores registrados en los antecedentes. Ver la Figura 159.



4) $x + y = 10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

No tiene solucion ya que solo nos dan datos de que la Suma de dos variables es 10

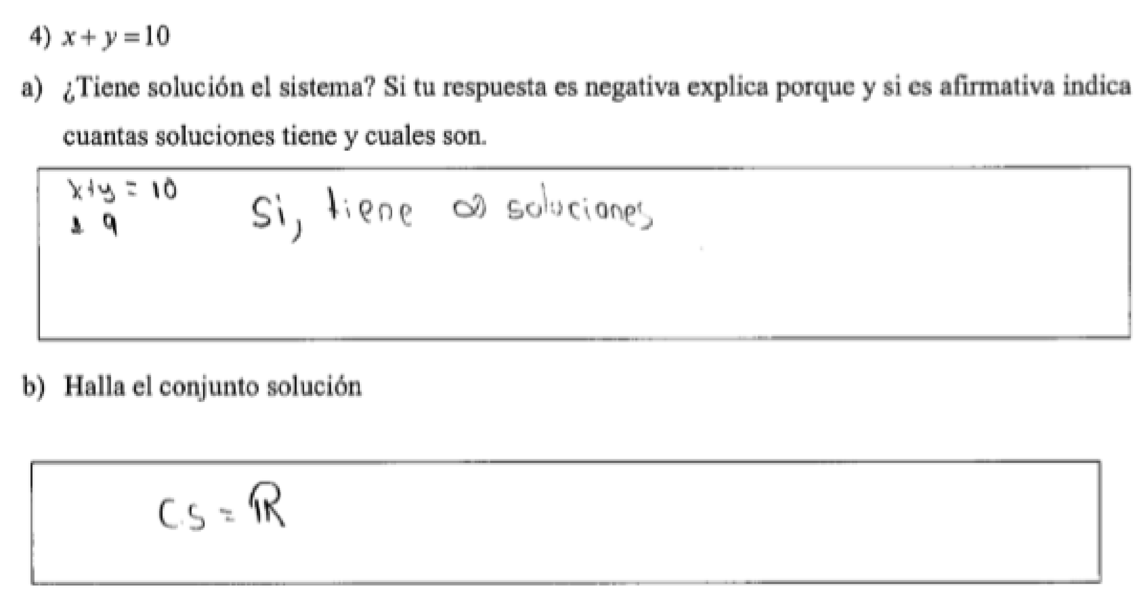
$x + y = 10$

b) Halla el conjunto solución

C.S $]0;+\infty[$ todos los valores positivo

Figura 159: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El siguiente estudiante afirmó que la ecuación tenía solución, brindó valores que cumplieran la ecuación, infirió que eran infinitas soluciones y colocó como conjunto solución todos los reales. Dicho error seria de procedmiento según Socas(1997), esto no fue reportado por nuestros investigadores registrados en los antecedentes. Podemos inferir que el estudiante está transitando sobre el pensamiento analitico estrutural de Sierpinska (2 000). Ver la Figura 160.



4) $x + y = 10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y = 10$
1 9

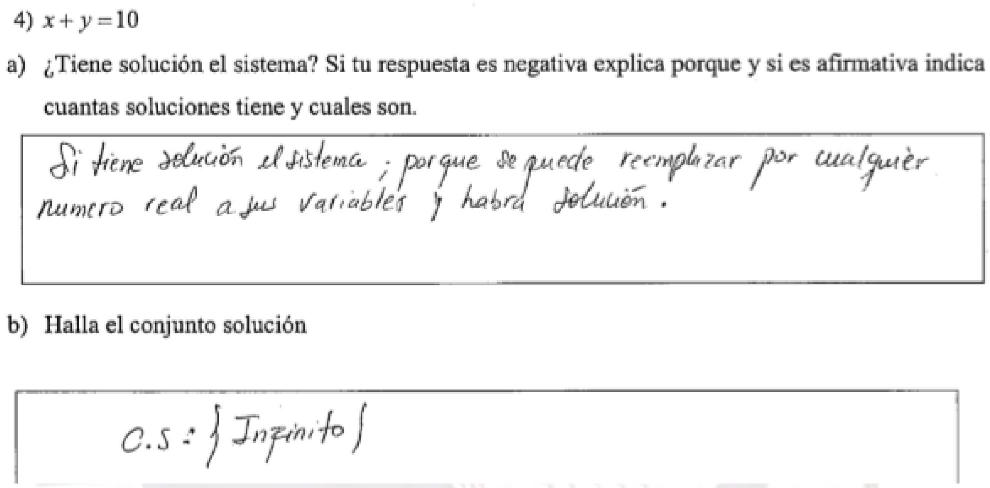
Si, tiene ∞ soluciones

b) Halla el conjunto solución

$C.S = \mathbb{R}$

Figura 160: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la respuesta del estudiante de la pregunta 4 a) mostró que el sistema sí tenía solución, pero no lo identifico ningún valor de la variable y afirmó que la ecuación tenía infinitas soluciones. En su respuesta de la pregunta 4b) muestra la palabra infinito entre llave, nosotros podríamos inferir que dicho error es provocado por el uso de la calculadora Casio Fx-570Lax, que podrían usar los estudiantes en el momento de aplicar la prueba diagnóstica, dicho dificultad está asociada a los pensamientos matemáticos según Socas (1997), además hay un tránsito parcial sobre el pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000), este hecho fue detectado por García y Proleón (2017). Ver la Figura 161.


4) $x + y = 10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

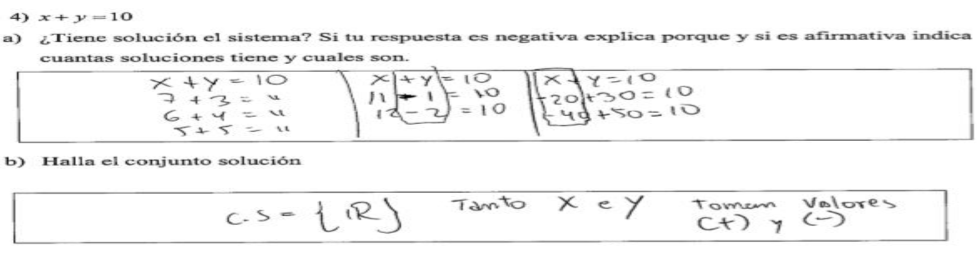
Si tiene solución el sistema; porque se puede reemplazar por cualquier numero real a sus variables y habrá solución.

b) Halla el conjunto solución

C.S : } Infinito {

Figura 161: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante tabuló valores que cumplían con la ecuación y resaltó los valores negativos de la variable. Es posible que esto se debiera a la manera en que se preguntó. Consideró que el conjunto solución era todos los reales. Su técnica de tabulación fue graficar una recta. El estudiante no pudo mostrar todas las soluciones. Esto sería una dificultad de pensamiento matemático según Socas (1997), debido en su resolución de la respuesta no hay ningún formalizo matemático. Dicha dificultad no fue reportada por nuestros investigadores. Ver la Figura 162.


4) $x + y = 10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

X + Y = 10
7 + 3 = u
6 + 4 = u
5 + 5 = u

X + Y = 10
11 + -1 = 10
12 - 2 = 10

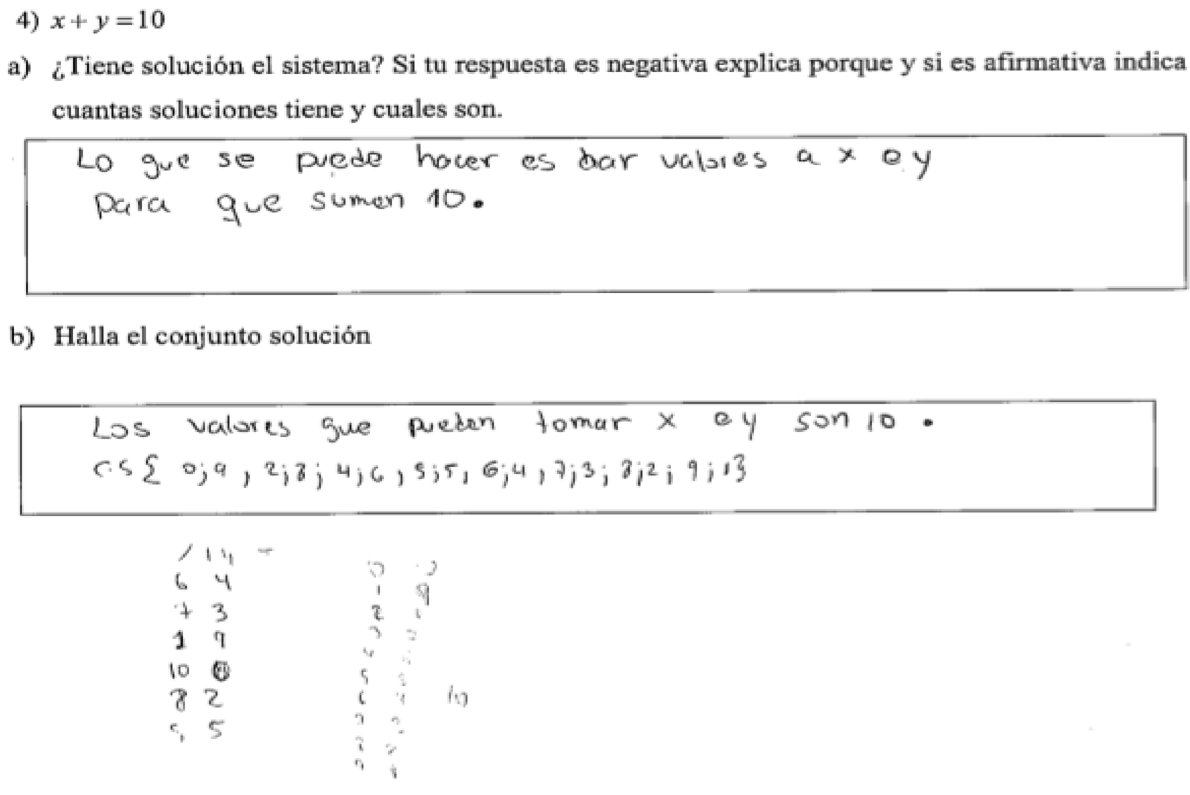
X + Y = 10
-20 + 30 = 10
-40 + 50 = 10

b) Halla el conjunto solución

C.S = {IR} Tanto X e Y toman valores (+) y (-)

Figura 162: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la respuesta de la pregunta 4 a) del estudiante mostro que, para determinar los valores de la variable, se debe asignar valores, de manera que su suma sea 10. El estudiante mostró 8 combinaciones de números y una de ellas no cumplió con la ecuación. En todos los casos, mostró números naturales. Podemos inferir que el alumno tenía un pensamiento aritmético con respecto al conjunto de números naturales. Esto sería una dificultad asociada a un pensamiento matemático, según Socas (1997). En su respuesta **b***)*, a pesar de que no consideró como par ordenado sus soluciones encontradas, mostró los elementos del conjunto solución en parejas de dos a dos, por lo que reiteró la dificultad detectada en el ítem *a)*. Ver la Figura 163.


4) $x+y=10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

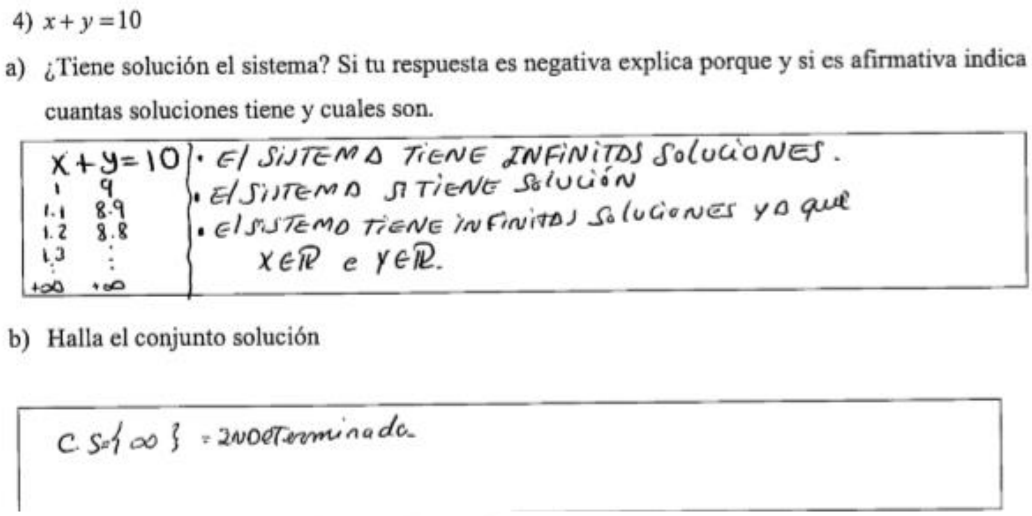
Lo que se puede hacer es dar valores a x e y para que sumen 10.

b) Halla el conjunto solución

Los valores que pueden tomar x e y son 10.
cs{ 0;9 , 2;8; 4;6 , 5;5, 6;4 , 7;3; 8;2; 9;1}

Figura 163: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la siguiente repuesta de la pregunta 4*a)*, el estudiante asignó valores a las variables *x* e *y*, de manera que cumplieran la ecuación; sin embargo, solo se aprecia que brindó valores positivos y ninguno negativo. Afirmó que las variables pertenecían a los números reales. Podemos inferir que el estudiante tuvo una dificultad asociada a un pensamiento matemático, como lo indica Socas (1997). En la parte *b)* de su respuesta, relacionó infinitas soluciones con el símbolo infinito y la palabra “indeterminada”. Ver la Figura 164.


4) $x+y=10$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y=10$	
1	9
1.1	8.9
1.2	8.8
1.3	⋮
$+\infty$	$+\infty$

• El SISTEMA TIENE INFINITOS SOLUCIONES.
• El SISTEMA SI TIENE SOLUCIÓN
• El SISTEMA TIENE INFINITOS SOLUCIONES YA QUE $X \in \mathbb{R}$ e $Y \in \mathbb{R}$.

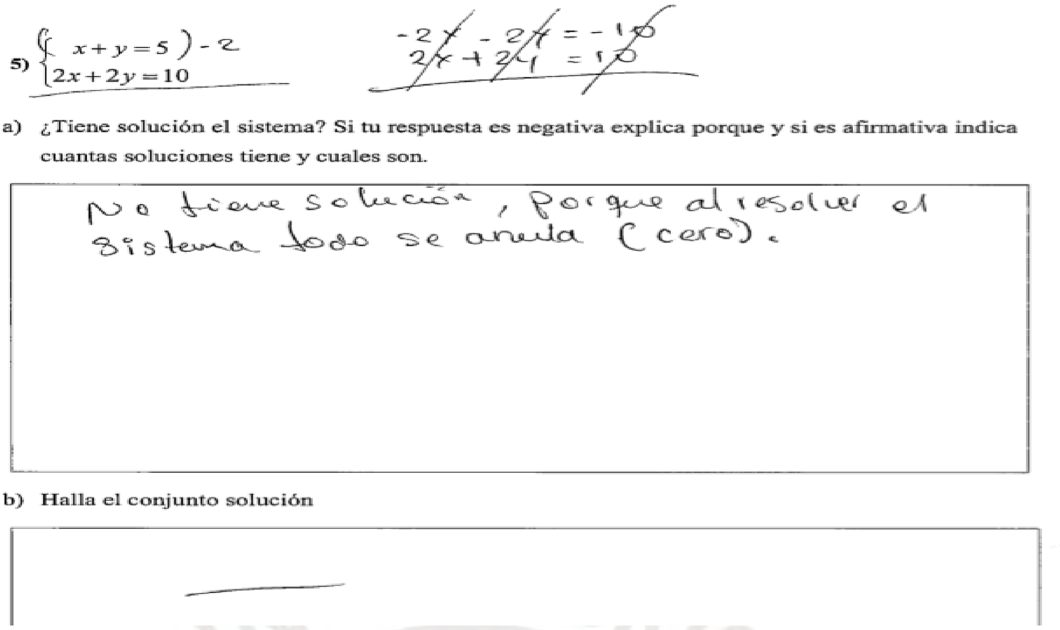
b) Halla el conjunto solución

C.S $=\{\infty\}$ = indeterminada

Figura 164: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

Los errores y dificultades detectadas en las respuestas de los estudiantes en la pregunta 4) evidencia que no han podido movilizarse adecuadamente sobre el pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000)

La siguiente resolución de la pregunta 5) el estudiante desarrolló la solución por el método de eliminación de variable. Indicó que todo se anulaba, pues esperaba que solo se anulara una variable. Concluyó que el sistema no tenía solución. Esta afirmación errada coincide con las investigaciones de Mora (2001) y es un error de procedimiento, según Socas. Podemos inferir que dicha resolución transita parcialmente bajo el pensamiento analítico aritmético, debido a que utiliza un algoritmo para resolver el sistema, pero no puede transitar bajo en pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000) debido a que no puede interpretar sus valores obtenido del algoritmo. Ver la Figura 165.



5) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$) -2

$-2\cancel{x} - 2\cancel{y} = -\cancel{10}$
$2\cancel{x} + 2\cancel{y} = \cancel{10}$

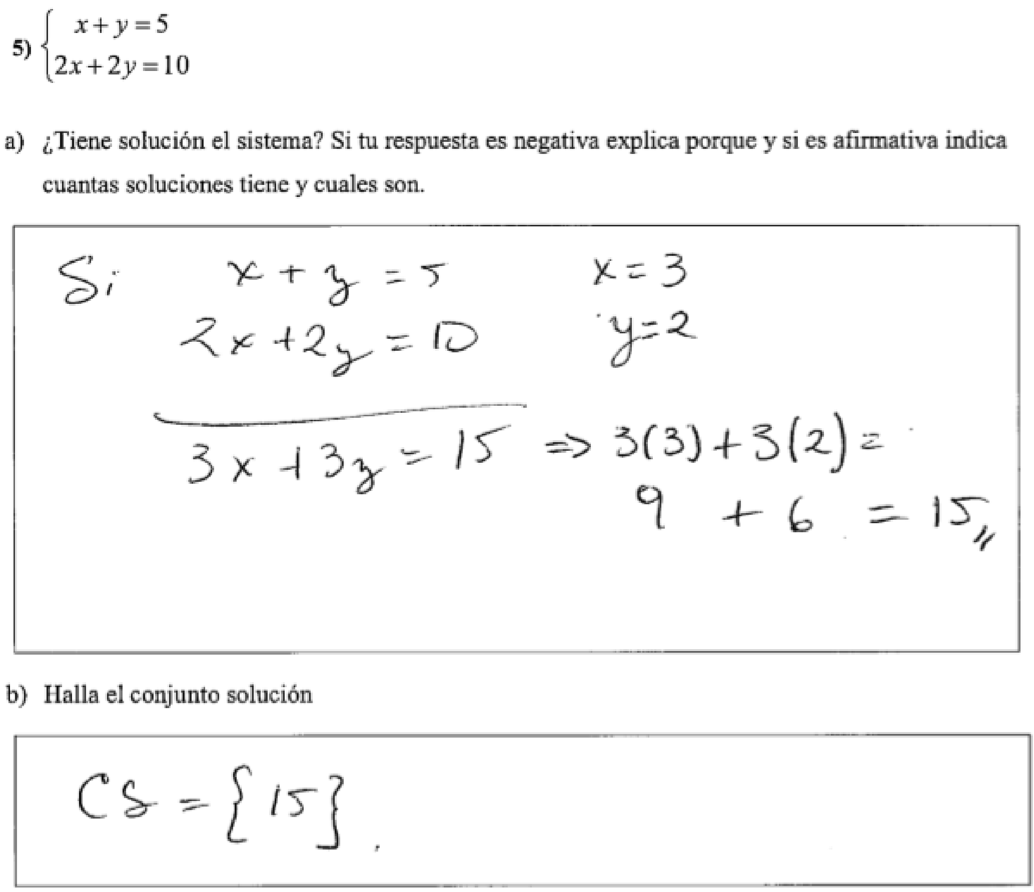
a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

No tiene solución, porque al resolver el sistema todo se anula (cero).

b) Halla el conjunto solución

Figura 165: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la respuesta del siguiente estudiante, determinó una nueva ecuación sumando las dos primeras ecuaciones. Luego, buscó una solución a la nueva ecuación y asignándole valores a las variables. Después, consideró que la solución es el término independiente de la nueva ecuación encontrada. Dicho error es aritmético, según Socas (1997), pues el estudiante consideró que el valor final que acompaña a la igualdad es el resultado final, como lo entendió en el curso de aritmética. Dicho error no fue detectado por nuestros investigadores en los antecedentes. Podemos inferir que el estudiante no transita por ninguno de los pensamientos de Sierpinska (2000) Ver la Figura 166.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Si $\quad x+y=5 \quad x=3$

$2x+2y=10 \quad y=2$

$3x+3y=15 \Rightarrow 3(3)+3(2)=$

$9+6=15$

b) Halla el conjunto solución

$CS=\{15\}$

Figura 166: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante identificó en la respuesta de la pregunta 5) que las ecuaciones eran proporcionales, indicó que había una solución. Es posible que relacionara la cantidad de ecuaciones con el número de soluciones; sin embargo, al expresar el conjunto solución, afirmó que eran todos los reales. Coincidió con las investigaciones de Cutz (2005), pues considera a una recta o ecuación como solución única. Ver la Figura 167.

5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

tiene 1 solución

$x+y=5$ $\quad$ $2x+y=10$

$2(x+y=10$

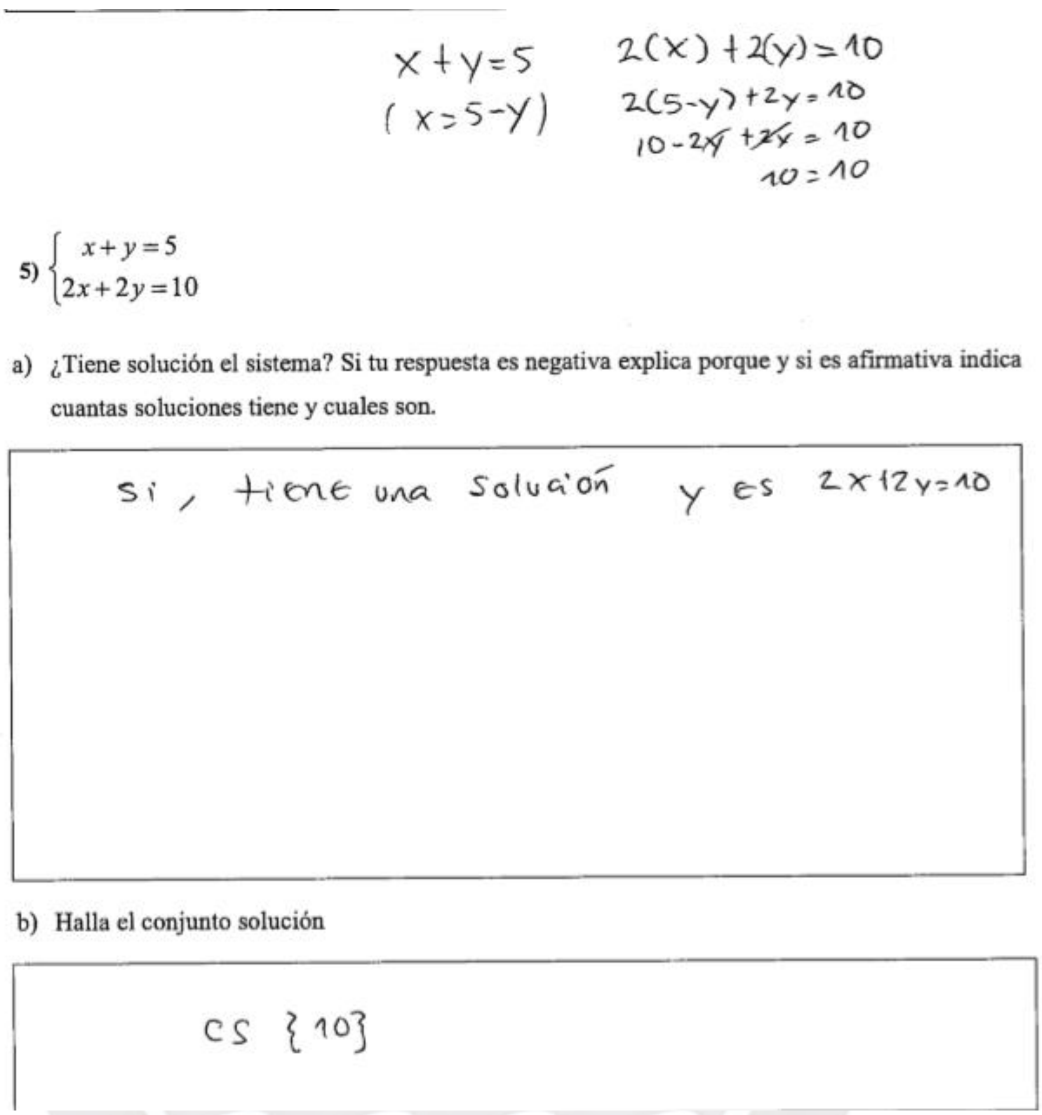
solución 0

b) Halla el conjunto solución

$CS : \} \mathbb{R} \{$

Figura 167: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

La resolución del siguiente estudiante coincidió con las investigaciones de Mora (2 001), pues desarrollo el algoritmo de solución, pero no pudo interpretar sus valores obtenidos. Esto es un error de procedimiento, según Socas (1997), pues su técnica de solución no contemplaba dichos casos. En la parte b*)*, colocó como solución el número 10. Esto puede deberse a que consideró que todo número después de una igualdad debía ser la respuesta. Esto es un error que provino de la aritmética, según Socas (1997). Nosotros podemos inferir que la resolución de la respuesta de la pregunta está transitando por el pensamiento analítico aritmético de Sierpinska (2000), pero no coexisten con el pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000), debido a que interpreta erróneamente los valores encontrados. Ver la Figura 168.



$x+y=5$

$(x=5-y)$

$2(x)+2(y)=10$

$2(5-y)+2y=10$

$10-\cancel{2y}+\cancel{2y}=10$

$10=10$

5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

si, tiene una solución y es $2x+2y=10$

b) Halla el conjunto solución

cs $\{10\}$

Figura 168: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la siguiente respuesta del estudiante de la pregunta 5) resolvió coherentemente el sistema, no respondió si el sistema tenía solución; sin embargo, expresó en forma adecuada un par ordenado como solución y resaltó que la variable pertenecía a los reales, pero no expresó en forma adecuada el conjunto solución. Esto sería una dificultad de precisión según Socas (1997). En la resolución podemos apreciar que existe un tránsito del pensamiento analítico aritmético al pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000). Ver la Figura 169.

5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y=5$
$2x+2y=10$

$x=5-y$

Remplando x

$2(5-y)+2y=10$

$10-2y+2y=10$

$-2y+2y=10-10$
$0=0$

$y \in \mathbb{R}$

$(x;y)=(5-y;y)$; $y \in \mathbb{R}$

b) Halla el conjunto solución

Figura 169: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El siguiente estudiante desarrolló su técnica para resolver el sistema y llegó a una igualdad. Debido a ello, afirmó que el sistema tenía solución, pero no mostró ninguna de ellas, como lo indicaban Mora (2001). Expresó el conjunto solución como intervalos para cada variable entre 0 y 5. Esto pudo deberse a que, en sesiones de clase anteriores, en la técnica para graficar, se tabularon puntos que eran los cortes con los ejes coordenados y se resaltó la gráfica en el primer cuadrante. Esto sería una dificultad de pensamiento matemático según Socas (1997) En la resolución de la respuesta de la pregunta no está transitando sobre el pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2 000) Ver la Figura 170.

5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$2x+2y=10$
$2(x+y)=10$
$2(5)=10$

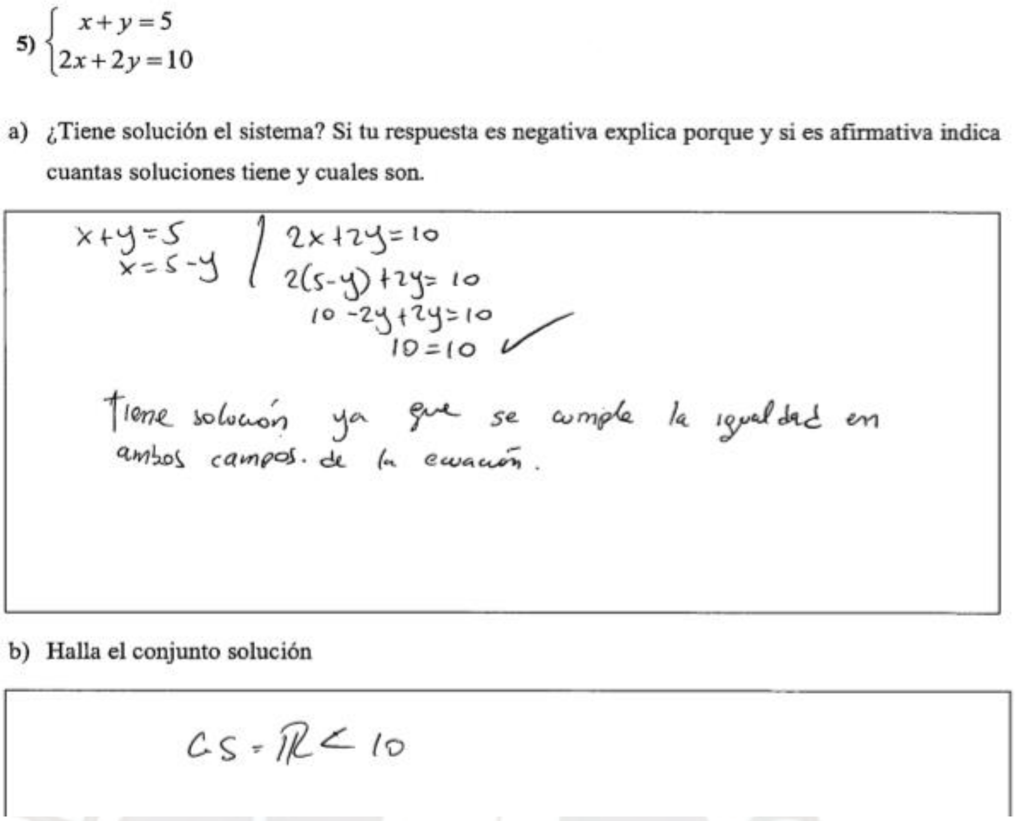
Si hay solucion, ya que al momento de reemplazar si hay la igualdad

b) Halla el conjunto solución

$C.S: \{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 5\}$
$\{y \in \mathbb{R} / 0 \leq y \leq 5\}$

Figura 170: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante desarrolló la pregunta 5) por el sistema por el método de eliminación, llegó a una igualdad, expresó que el sistema tenía solución, pero no mostró ninguno, como detectó Mora (2001). Sin embargo, colocó como conjunto solución los números reales menores de 10. De la resolución de la pregunta se muestra una coexistencia del pensamiento analítico aritmético al pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000). Ver la Figura 171.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y=5$
$x=5-y$

$2x+2y=10$
$2(5-y)+2y=10$
$10-2y+2y=10$
$10=10$

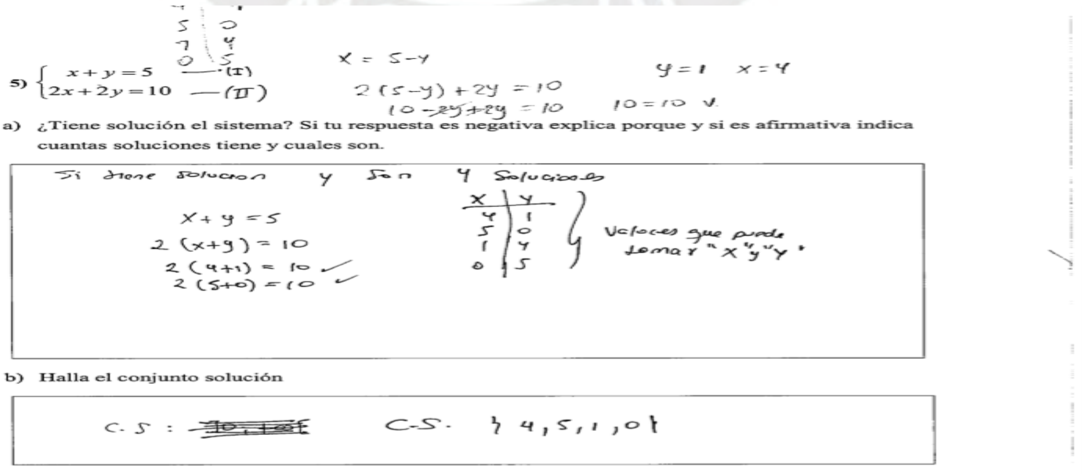
Tiene solución ya que se cumple la igualdad en ambos campos. de la ecuación.

b) Halla el conjunto solución

$CS=\mathbb{R}<10$

Figura 171: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante empezó a resolver la pregunta 5) por el método de eliminación, llegó una igualdad, luego determinó bajo una tabulación 4 soluciones del sistema, pero, al determinar el conjunto solución, solo determinó los valores de la variable *x*. Esto es una dificultad de pensamiento matemático Socas (1997), el método de tabulación no coincide con las investigaciones registrados en los antecedentes. Ver la Figura 172.



5) $\begin{cases} x+y=5 & \text{—(I)} \\ 2x+2y=10 & \text{—(II)} \end{cases}$

$x=5-y$
$2(5-y)+2y=10$
$10-2y+2y=10$
$10=10$ V.

$y=1$ $x=4$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Si tiene solucion y son 4 soluciones

$x+y=5$
$2(x+y)=10$
$2(4+1)=10$
$2(5+0)=10$

x	y
4	1
5	0
1	4
0	5

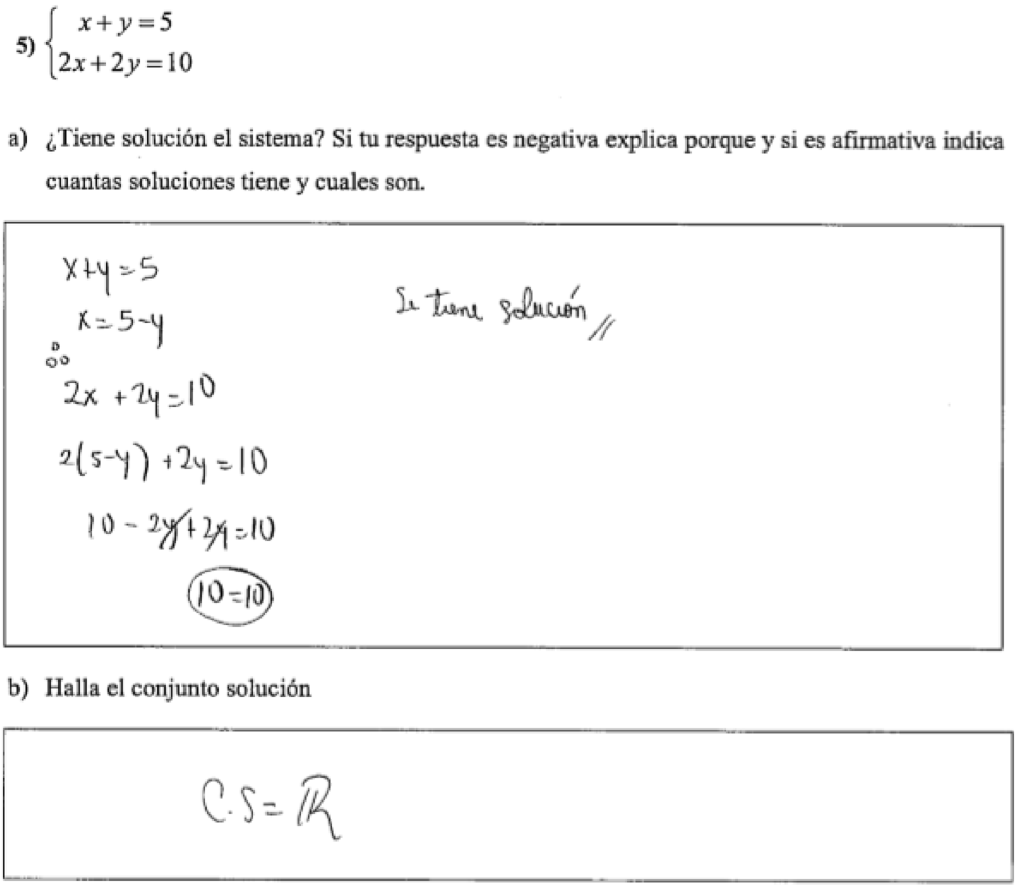
Valores que puede tomar "x" "y".

b) Halla el conjunto solución

C.S: ~~10; 10~~ C.S. {4,5,1,0}

Figura 172: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la resolución del estudiante, en la pregunta 5) por el método de sustitución, llegó a una igualdad; luego, concluyó que el sistema sí tenía solución, pero no mostró alguna solución, como lo detectó Mora (2001). Se infiere que el estudiante pensó que el sistema tenía infinitas soluciones, motivo por el cual colocó como conjunto solución a todos los reales. Es una dificultad de pensamiento matemático según Socas (1997), debido a que podemos inferir que relaciones infinitas soluciones con los números reales. Además, podemos suponer que el estudiante no puede transitar del pensamiento analítico aritmético al pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000) parcialmente. Ver la Figura 173.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$x+y=5$

$x=5-y$

$2x+2y=10$

$2(5-y)+2y=10$

$10-\cancel{2y}+\cancel{2y}=10$

$10=10$

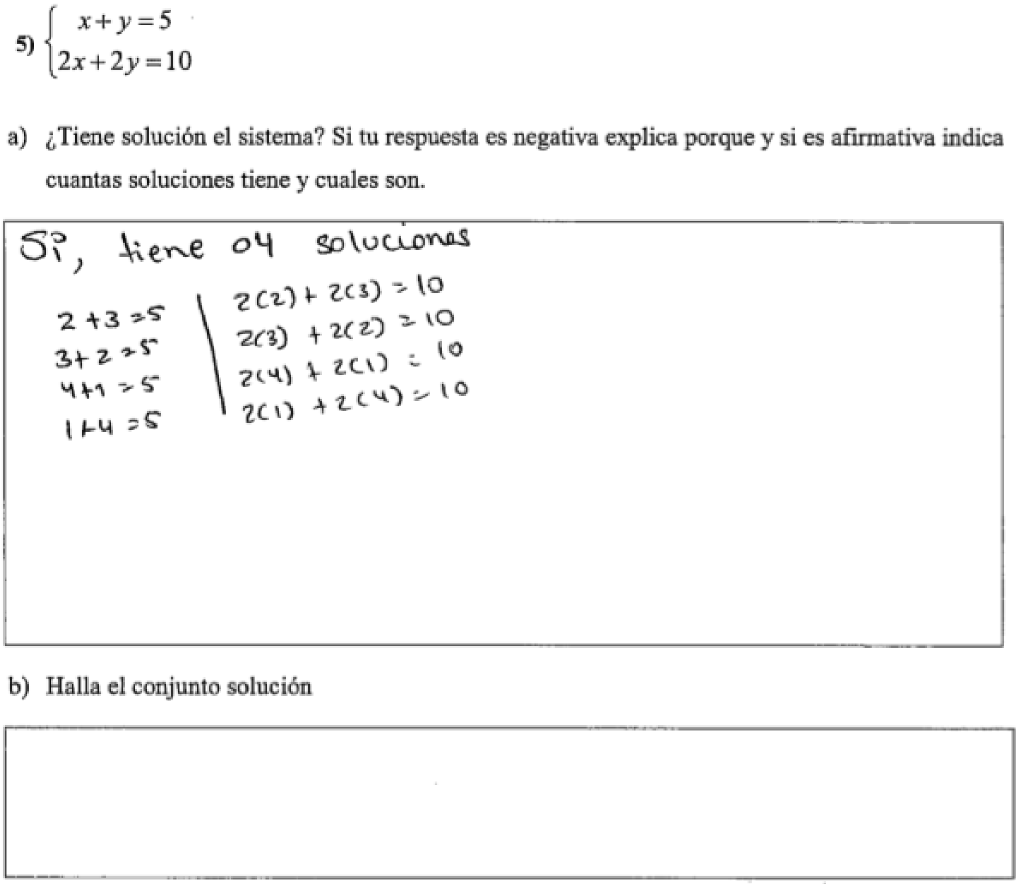
Si tiene solución //

b) Halla el conjunto solución

$C.S=\mathbb{R}$

Figura 173: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la resolución de la pregunta 5) el siguiente estudiante brindó como soluciones pares ordenados cuyos valores son enteros positivos, identificó que cada solución debe ser un par ordenado, pero no lo expresó. Podríamos afirmar que esto es una dificultad asociada a que el estudiante tiene un pensamiento aritmético, según Socas (1997). Podemos mostrar que el estudiante no puede movilizarte sobre el pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000) Ver la Figura 174.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

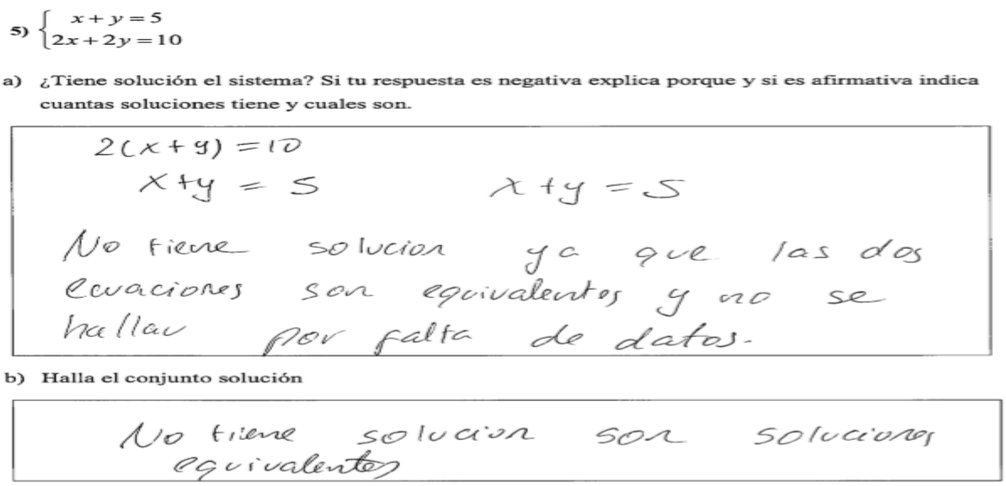
Sí, tiene 04 soluciones

$2+3=5$	$2(2)+2(3)=10$
$3+2=5$	$2(3)+2(2)=10$
$4+1=5$	$2(4)+2(1)=10$
$1+4=5$	$2(1)+2(4)=10$

b) Halla el conjunto solución

Figura 174: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El siguiente estudiante identificó que las dos ecuaciones son equivalentes, motivo por el cual afirmó que falta una ecuación para poder resolver dicho sistema. Esto coincidió con lo que detectaron los investigadores Panizza, Sadosky y Sessa (1999). Esto sería un error de procedimiento según Socas (1997). Transita parcialmente bajo el pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000). Ver la Figura 175.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

$2(x+y)=10$
$x+y=5 \qquad x+y=5$

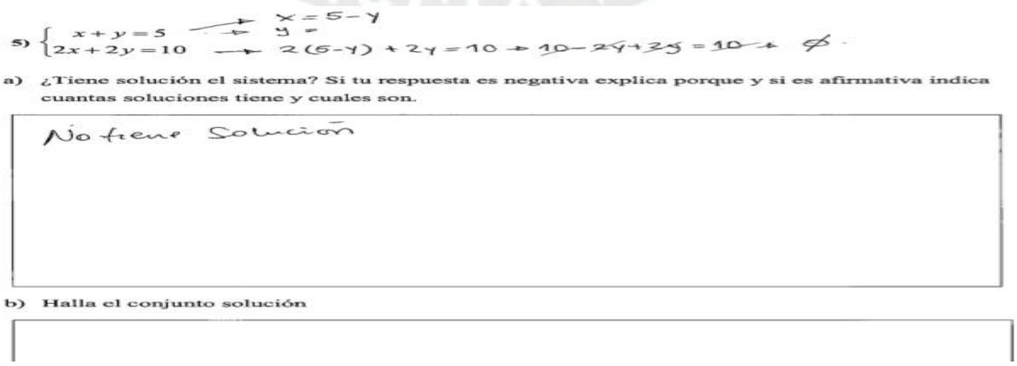
No tiene solucion ya que las dos ecuaciones son equivalentos y no se hallar por falta de datos.

b) Halla el conjunto solución

No tiene solucion son solucionos equivalentos

Figura 175: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante resolvió el sistema por el método de sustitución, luego llegó a una igualdad cero igual cero, con lo cual concluyó que el sistema no tenía solución. Se puede inferir que el estudiante relacionó el número cero con el vacío. Esto coincidió con Mora (2001), pues el estudiante conoce la técnica, pero no es capaz de analizar sus resultados. Podemos inferir que no existe una coexistencia del pensamiento analítico aritmético al pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000). Ver la Figura 176.



5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$ $x=5-y$, $y=$, $2(5-y)+2y=10 \rightarrow 10-2y+2y=10 \rightarrow \emptyset$.

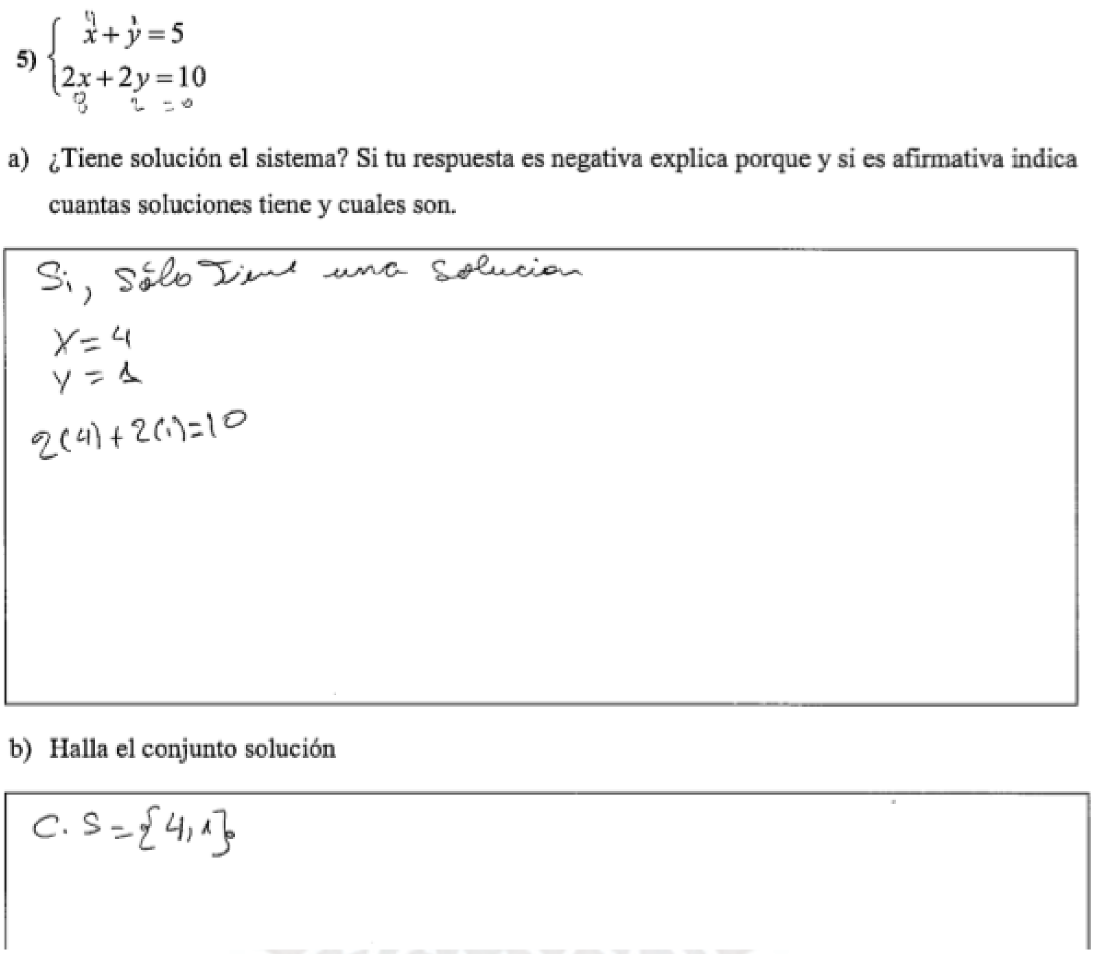
a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

No tiene Solución

b) Halla el conjunto solución

Figura 176: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante tabuló un par de valores en el sistema y verificó que cumpliera. Luego, indicó que dichos valores determinados eran la solución del sistema. Es posible que el estudiante siempre piense que los sistemas de ecuaciones de dos ecuaciones con dos incógnitas tienen solo una solución, como lo detectó Ochoviet (2009) en sus investigaciones. Esto sería una dificultad de pensamiento matemático según Socas (1997). Ver la Figura 177.



5) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa explica porque y si es afirmativa indica cuantas soluciones tiene y cuales son.

Si, sólo tiene una solucion

$X = 4$

$Y = 1$

$2(4) + 2(1) = 10$

b) Halla el conjunto solución

$C.S = \{4, 1\}$

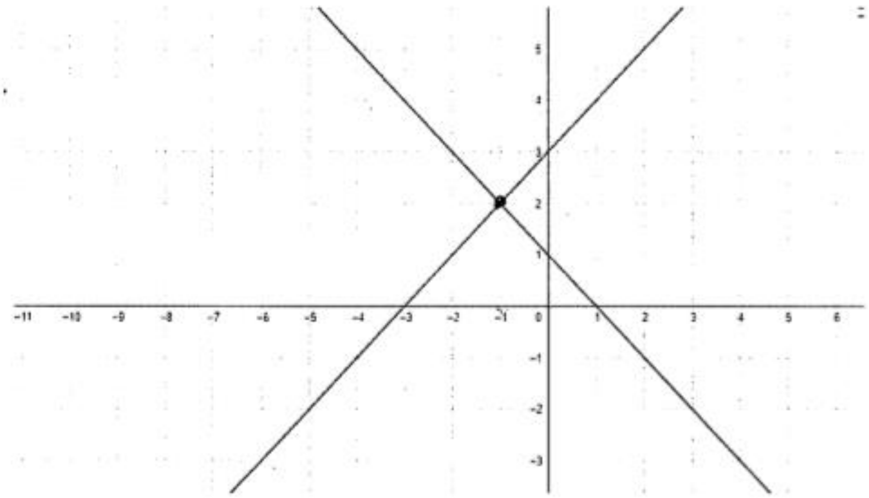
Figura 177: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

Al haber detectado errores y dificultades en la respuesta de las preguntas 5) se evidencia el no poder transitar del pensamiento analítico aritmético al pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2 000)

En la resolución de la respuesta del siguiente estudiante en la pregunta 6) se muestra que determinó la cantidad de soluciones, lo justificó adecuadamente y, al expresar el conjunto solución, no lo colocó como par ordenado. Esto sería una dificultad de precisión, según Socas (1997). El estudiante transita bajo el pensamiento sintético geométrico, según Sierpinska (2000). Ver la Figura 178.

Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.



a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

Solo 1, porque ambas rectas se cruzan

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

C.S {-1; 2}

Figura 178: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la resolución de la pregunta 6) del siguiente estudiante procedió a determinar las ecuaciones de la gráfica de las rectas mostradas y consideró que la cantidad de soluciones del sistema era igual al número de ecuaciones. Como lo había detectado Ochoviet (2009) o podemos inferir que está considerando la cantidad de soluciones como la cantidad de rectas en la gráfica como lo detecto Cutz (2005). No simbolizó el conjunto solución. El estudiante no transita bajo el pensamiento sintético geométrico de Sierpinska (2 000) Ver la Figura 179.

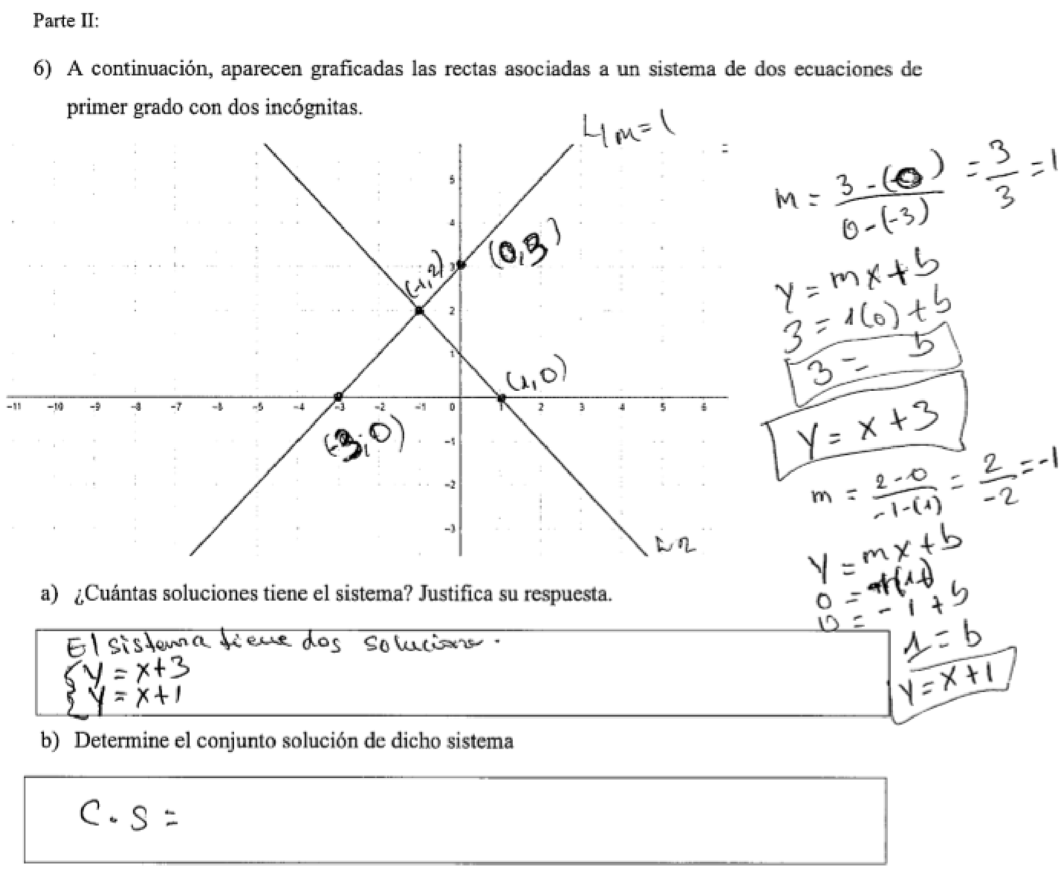
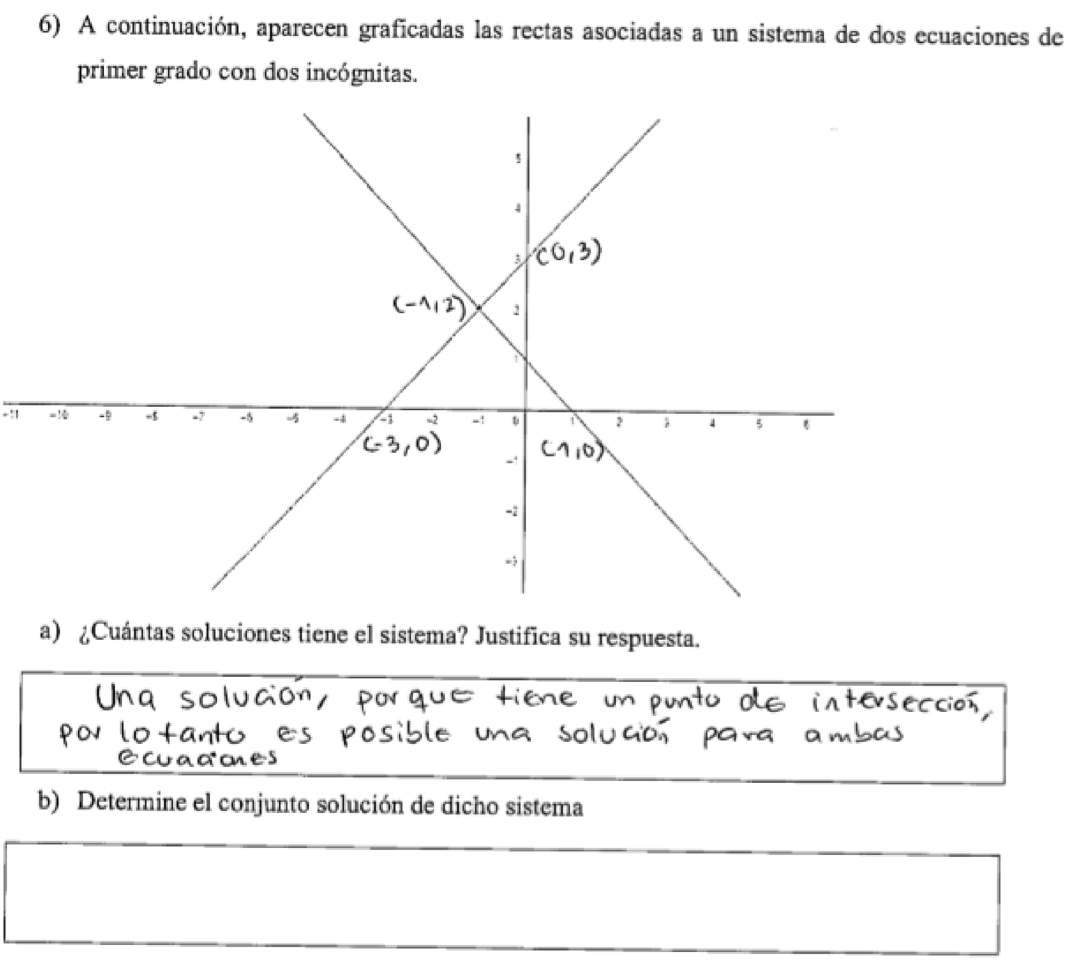


Figura 179: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la resolución del siguiente estudiante en la pregunta 6) reconoce la cantidad de soluciones. Lo explica mediamente bien, pero no colocó el conjunto solución. Esto sería una dificultad de precisión según Socas (1997), además transita bajo el pensamiento sintético geométrico de Sierpinska (2000). Ver la Figura 180.


6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

Una solución, porque tiene un punto de intersección, por lo tanto es posible una solución para ambas ecuaciones

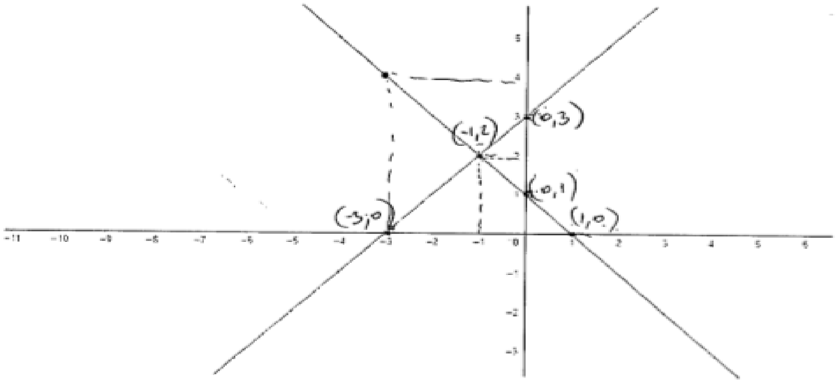
b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

Figura 180: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la resolución de la pregunta 6) del siguiente estudiante mostró los puntos de corte de las rectas con los ejes coordenados y el punto de corte entre las rectas. Identificó cada punto de dichas intersecciones como solución del sistema; sin embargo, colocó como conjunto solución todos los reales. Es posible que el estudiante haya comprendido que la solución de un sistema de ecuaciones es la intersección de dos rectas, lo cual muestra interceptando todas las rectas que encuentra. Esto sería un error de procedimiento según Socas (1997). En la resolución de la respuesta del estudiante, se muestra que no puede transitar bajo el pensamiento sintético geométrico de Sierpinska (2000). Esto coincide con las investigaciones de Oaxaca y De La Cruz (2009). Ver la Figura 181.

Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.



a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

$y = mx + b$

tiene I soluciones, ya que contamos con 4 puntos que cortan los ejes y 1 punto que une 2 rectas.

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

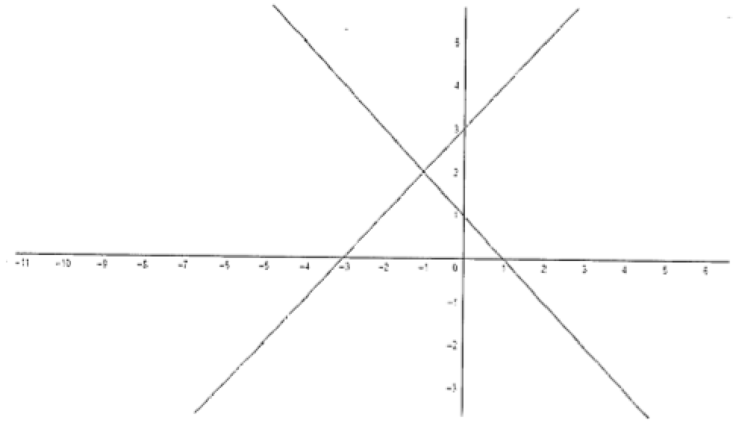
C-S = $\mathbb{R}$

Figura 181: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la resolución del estudiante en la pregunta 6) determinó con error las ecuaciones de las gráficas de las rectas. Luego, las resolvió e indicó que la solución del sistema eran los valores determinados por la variable. Estos resultados no coincidieron con los antecedentes: el estudiante reconoció la técnica de resolver el sistema, pero fue no pudo interpretarlo geométricamente. No puede transitar del pensamiento sintético geométrico al pensamiento analítico aritmético de Sierpinska (2000). Ver la Figura 182.

Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.



a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

Una

$-x + 3y = 3$ $\quad$ $4y = 4$ $\quad$ $\therefore x + 1 = 1$

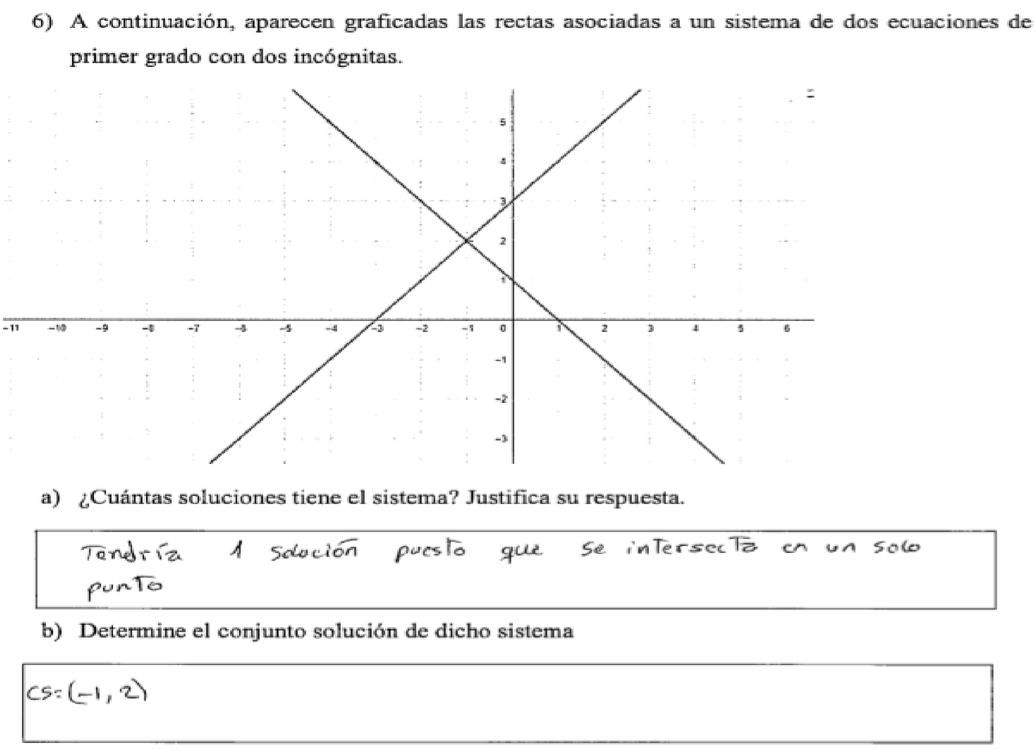
$x + y = 1$ $\quad$ $y = 1$ $\quad$ $x = 0$

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

C.S= {0;1}

Figura 182: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante interpretó adecuadamente la gráfica, determinó la cantidad de soluciones y, al expresar el conjunto solución, le faltó colocar las llaves. Esto sería una dificultad de precisión de precisión según Socas (1997). Podemos inferir que el estudiante transita sobre el pensamiento sintético geométrico de Sierpinska (2000) al pensamiento analítico estructural. Ver la Figura 183.



6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

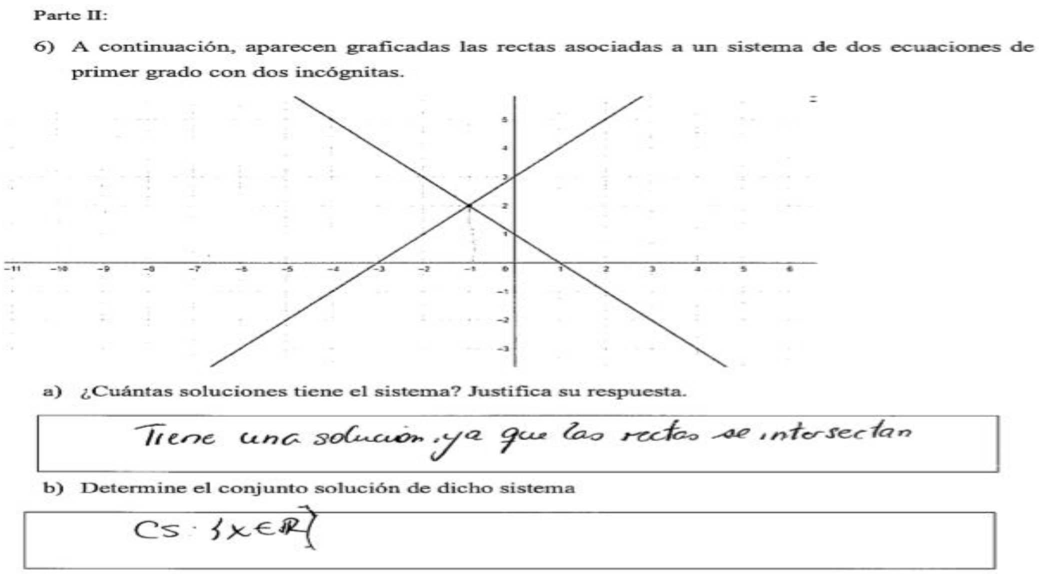
Tendría 1 solución puesto que se intersecta en un solo punto

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

CS: (-1, 2)

Figura 183: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante reconoció que la gráfica de las ecuaciones brinda una solución, pero no identifica cuál era; sin embargo, mostró como conjunto solución todos los reales. Esto no fue detectado por los investigadores registradores en los antecedentes. El estudiante transitar parcialmente bajo el pensamiento sintético geométrico de Sierpinska (2000). Ver la figura 184



Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

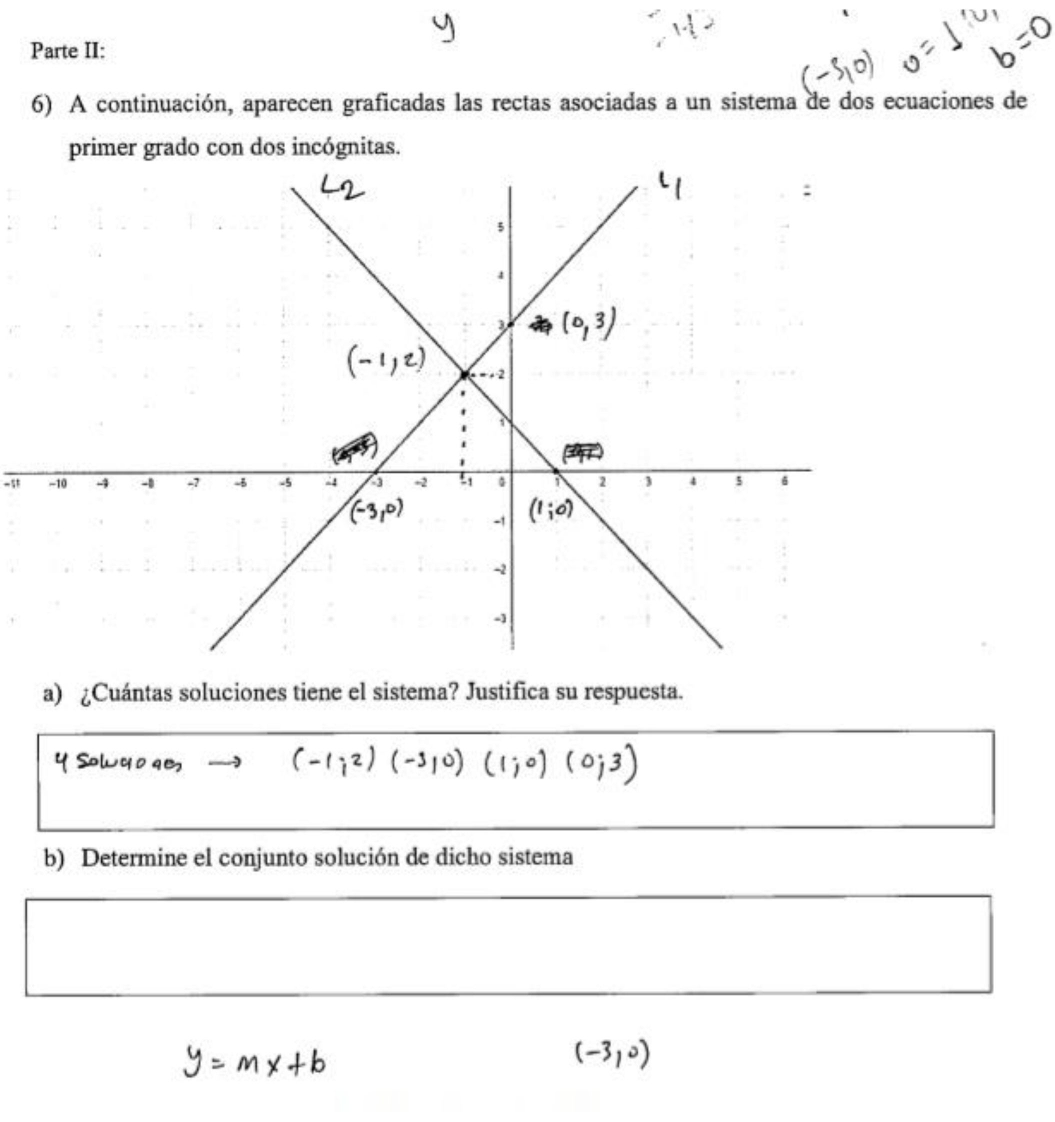
Tiene una solución, ya que las rectas se intersectan

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

CS: {x∈ℝ}

Figura 184: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante mostró como solución del sistema cuatro puntos. Podríamos inferir que el estudiante relacionó la solución del sistema con la intersección de dos rectas. Esto no coincide con los antecedentes y sería un error de procedimiento, según Socas (1997). En la resolución de la pregunta se detecta que transita parcialmente bajo el pensamiento sintético geométrico de Sierpinska (2000) Ver la Figura 185.


Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

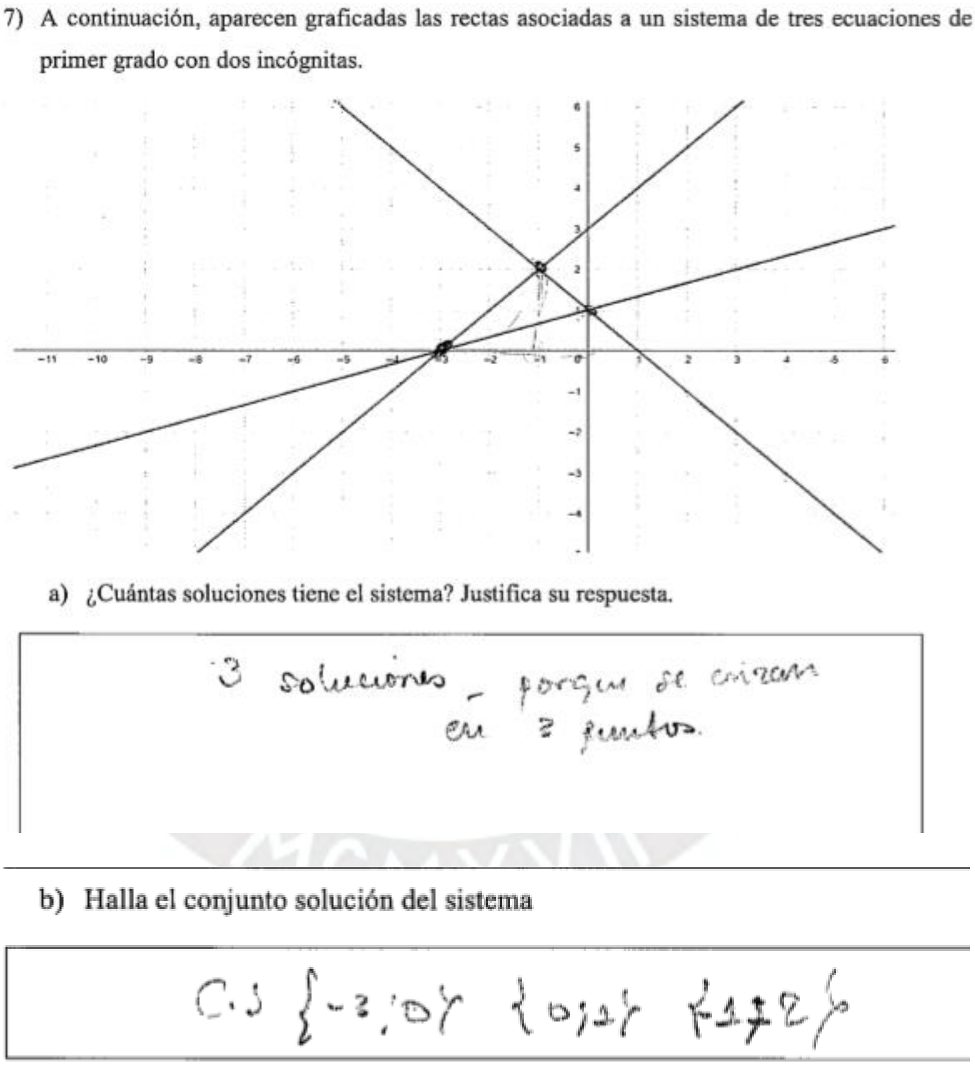
4 soluciones → (-1;2) (-3;0) (1;0) (0;3)

b) Determine el conjunto solución de dicho sistema

y = mx + b (-3,0)

Figura 185: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

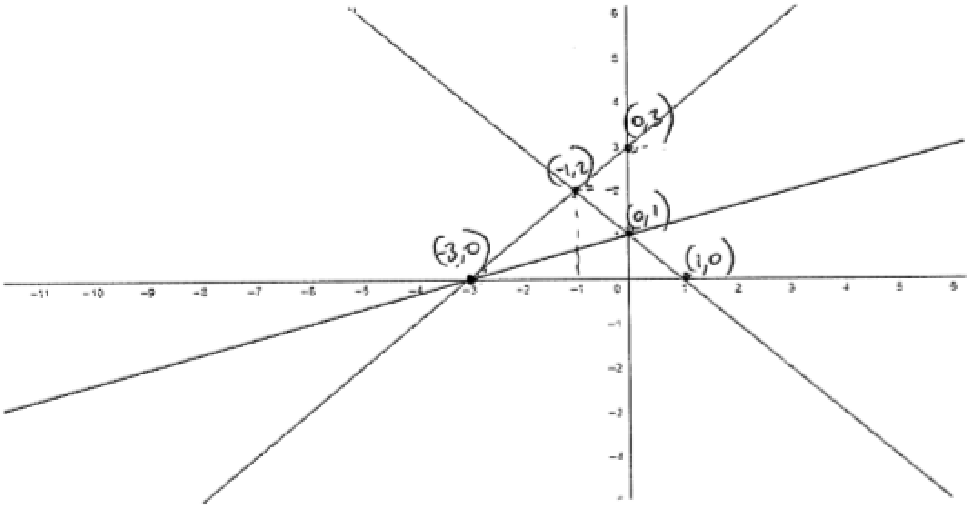
En la resolución de la pregunta 6) mostro que el sistema de ecuaciones_tenia tres soluciones, que son los cortes con las rectas. Esto coincidió con las observaciones que detectaron los investigadores Cutz (2005); Oktac, García y Ramírez (2006); Eslava y Villegas (1998); y Mora (2 001). Esto es un error de procedimiento, según Socas (1997) pues el estudiante comprendió que intersección entre dos rectas siempre será solución. Esto evidencia que el estudiante transita parcialmente bajo el pensamiento sintético geométrico de Sierpinska (2000) Ver la Figura 186.



Figuras 186: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante mostró que la gráfica del sistema tenía 5 soluciones; sin embargo, colocó como conjunto solución los números reales. Esto sería un error de procedimiento, según Socas (1997) debido a que considera que el corte de dos rectas es la solución de un sistema. Considerar como solución los cortes de las rectas con los ejes coordenados fue detectado por Oaxaca y De La Cruz (2009). Además, transita parcialmente sobre el pensamiento sintético geométrico. Ver la Figura 187.

7) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de tres ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.



a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

tiene 5 soluciones que se cortan entre sí

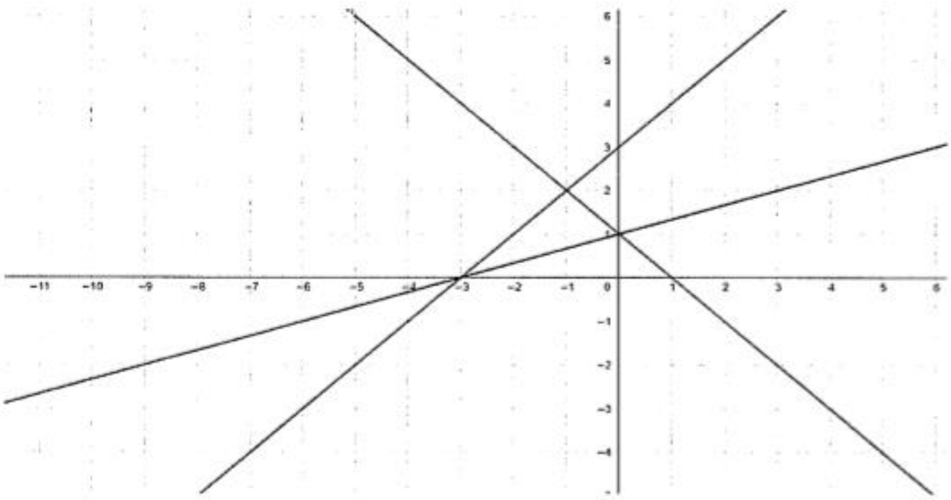
b) Halla el conjunto solución del sistema

C.S {0,1}

Figura 187: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la resolución del siguiente estudiante relacionó los números de cortes de las rectas mostradas con la cantidad de soluciones y mostró como conjunto solución los tres puntos de corte. Este hecho coincide con las investigaciones de Oktac, García, y Ramírez (2006), Eslava, Villegas (1998), Cutz (2005) y Mora (2001). Podríamos afirmar que es un error de procedimiento, según Socas (1997). Debido a que considera como solución las intersecciones de las rectas. Esto muestra que hubo un tránsito parcial del pensamiento sintético geométrico de Sierpinska (2 000). Ver la Figura 188.

7) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de tres ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.



a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

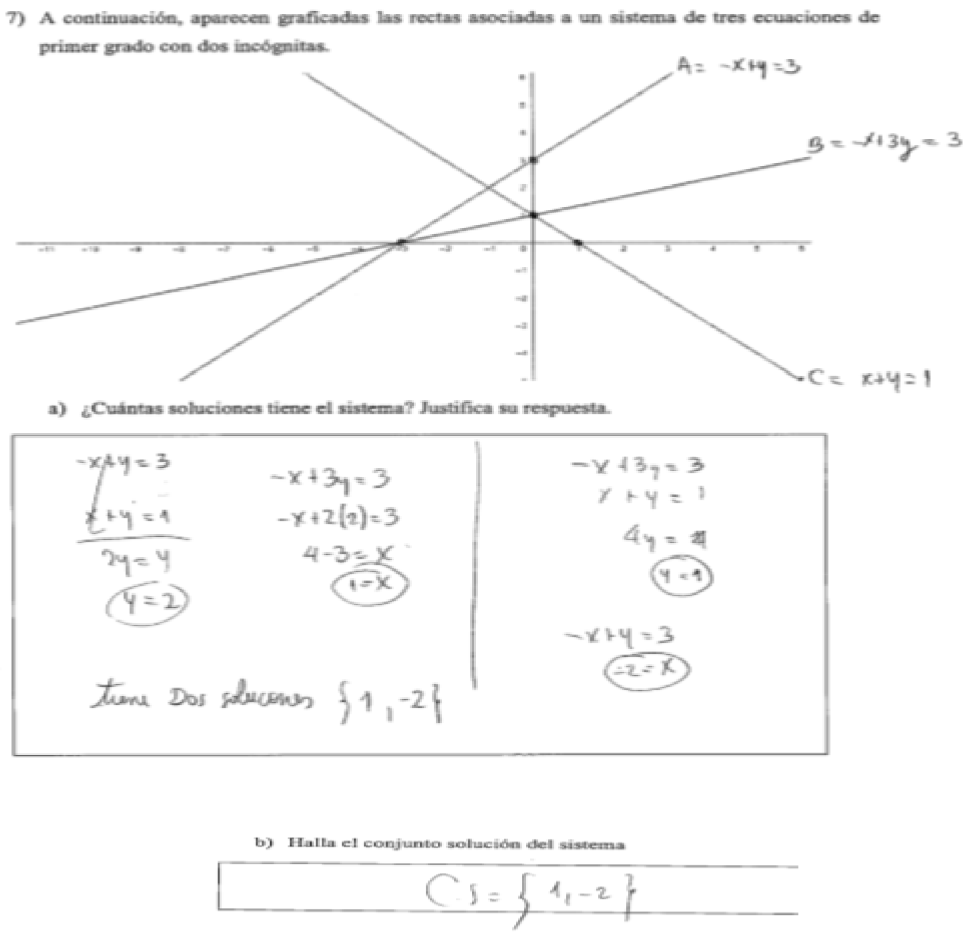
Tendría 3 Soluciones porque se intersecten en 3 puntos en el plano cartesiano

b) Halla el conjunto solución del sistema

CS = (-1,2) ; (-3;0) ; (0,1)

Figuras 188: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

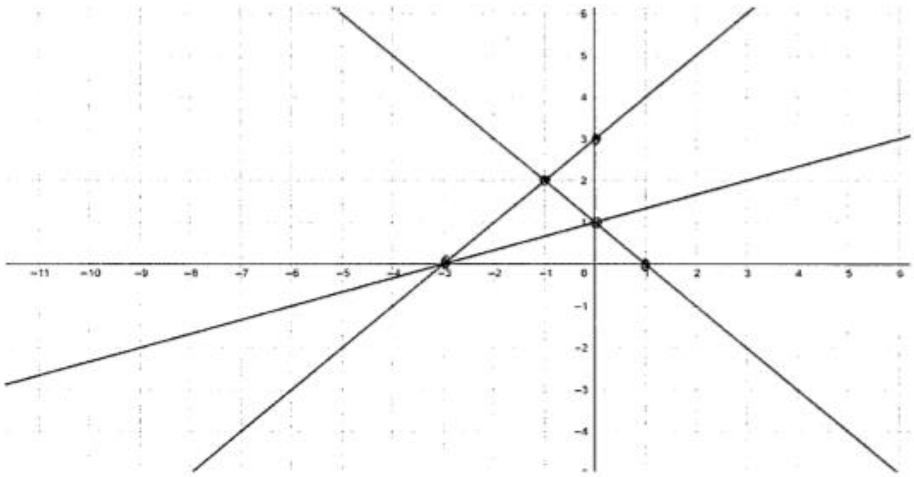
El siguiente estudiante determinó las ecuaciones de la recta, eligió dos parejas y determinó los valores de su variable. Sin embargo, afirmó que tenía dos soluciones y dio como resultado solo los valores de la variable *x*. Podríamos inferir que el estudiante solo reconoció como variable a *x*. El estudiante no puede transitar adecuadamente por el pensamiento sintético geométrico según Sierpinska (2000), pero si transita parcialmente bajo el pensamiento analítico aritmético debido a que desarrolla algoritmo para determinar los valores de la variable, pero no puede interpretar la solución del sistema como los puntos comunes de las tres rectas, que este caso sería vació. Ochoviet (2009) ya había detectado a estudiantes que sólo reconocían como variables a ***x*** e ***y***, como nuestro alumno podemos inferir que sólo reconoció como variable a ***x***, esto sería una dificultad de pensamiento matemático según Socas (1997), debido a que reconoce la técnica, pero no verifica sus valores encontrados en las ecuaciones, ni lo analiza con las intersecciones de las gráficas de las ecuaciones. Ver las Figura 189.



Figuras 189: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la resolución de la respuesta del estudiante mostró que el sistema tenía cinco soluciones, pues consideró que la intersección de rectas dos a dos será solución. Esto debe ser un error de procedimiento, según Socas (1997), esto evidencia que pudo transitar parcialmente sobre el pensamiento sintético geométrico de Sierpinska (2 000). Ver las Figura 190.

7) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de tres ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.



a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

+ tiene 5 soluciones

+ Cada punto de intersección en el sistema de coordenadas es una solución.

b) Halla el conjunto solución del sistema

C.S: {(-3,0), (-1,3), (0,1), (1,0) (-1,2)}

Figuras 190: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante relacionó las gráficas de las rectas con tres funciones lineales; luego, las interpretó adecuadamente y mostró el conjunto solución sistema, pero lo simbolizó inadecuadamente. Esto sería una dificultad de precisión, según Socas (1997). Esto evidencia que transito del pensamiento sintético geométrico de Sierpinska (2000). Ver la Figura 191.

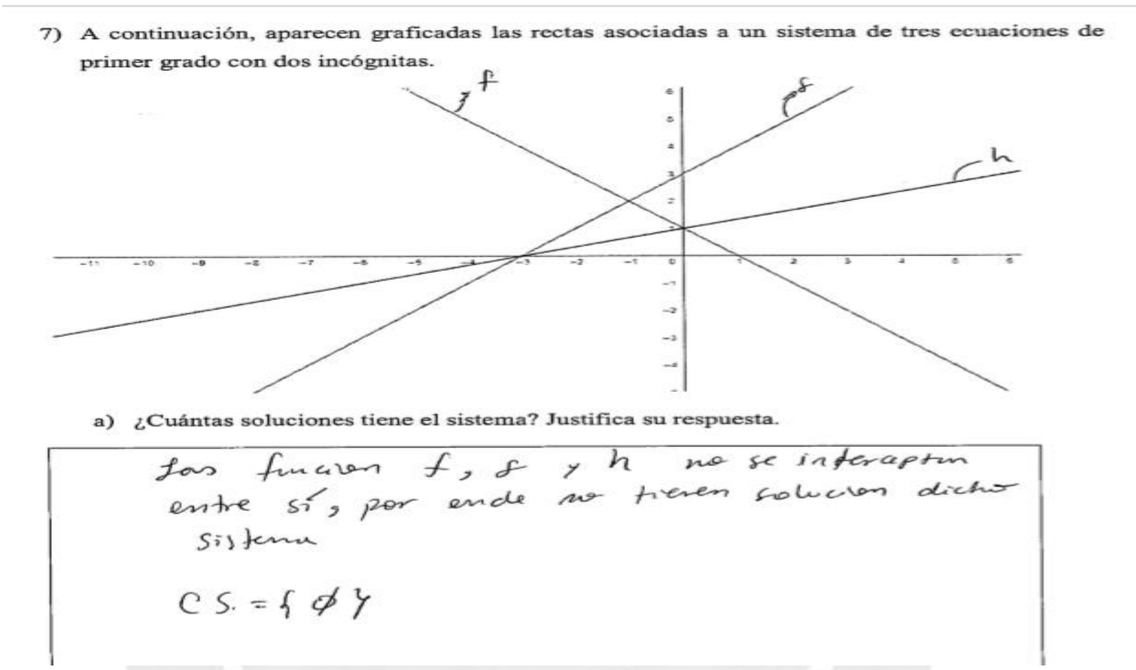
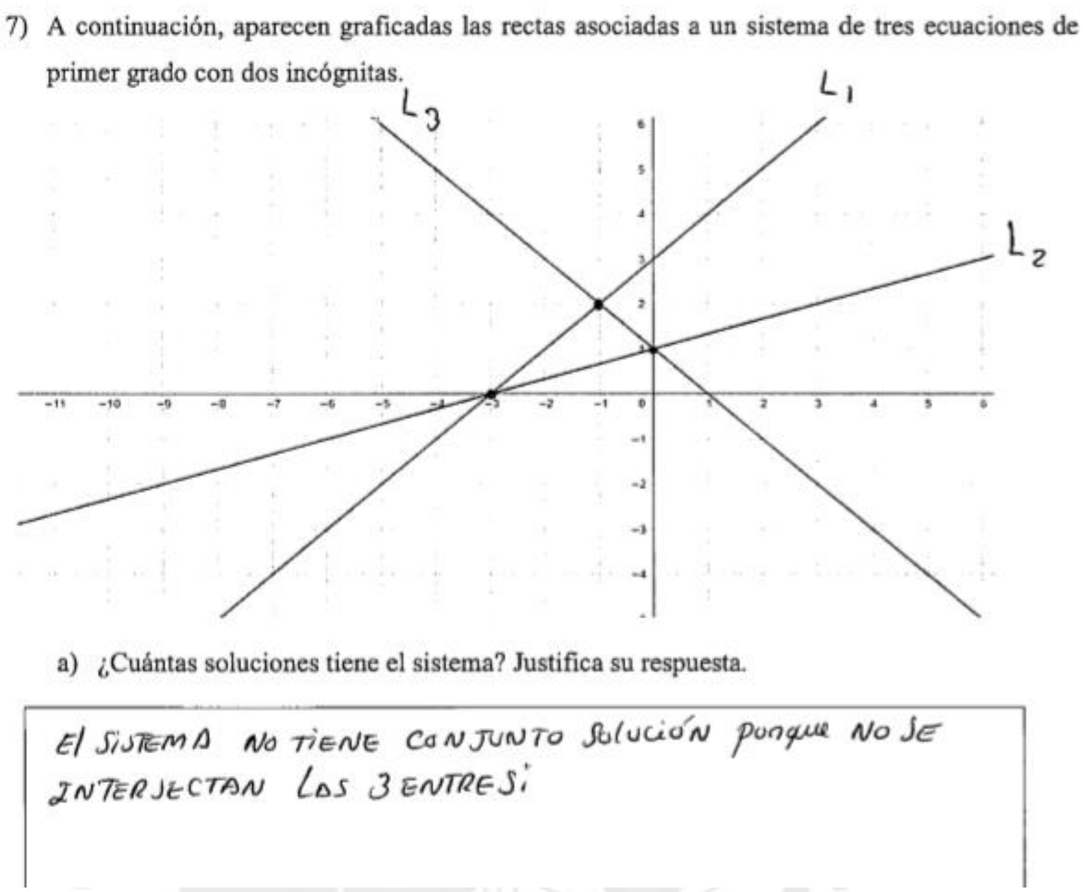


Figura 191: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la resolución de la respuesta de la pregunta 7) del siguiente estudiante interpreta adecuadamente la gráfica de las ecuaciones; es decir, transita bajo el pensamiento sintético geométrico de Sierpinska (2000) adecuadamente y simboliza de forma inadecuada el conjunto solución. Esto sería una dificultad de precisión, según Socas (1997). Ver las Figura 192.

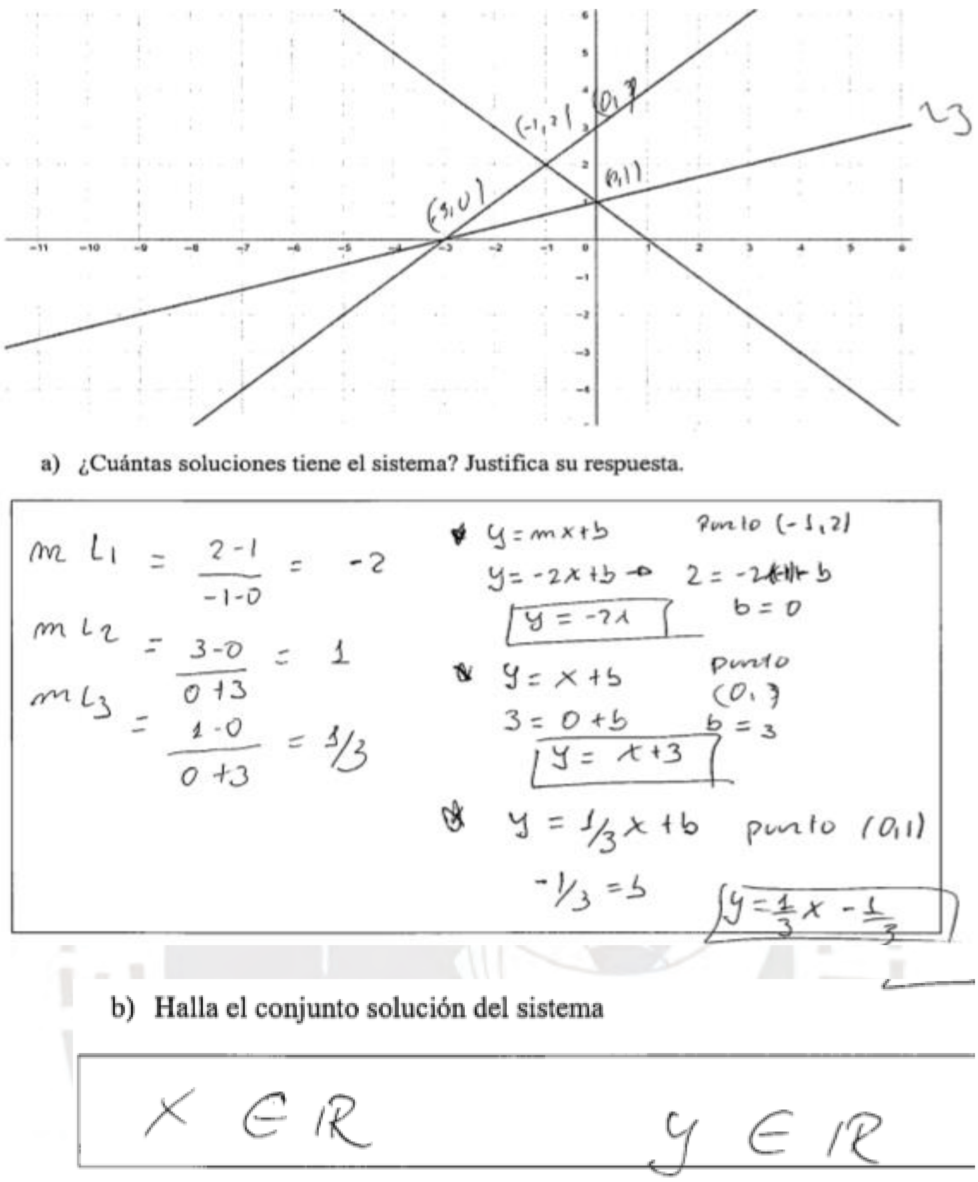

7) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de tres ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

El SISTEMA NO TIENE CONJUNTO SOLUCIÓN PORQUE NO SE INTERJECTAN LOS 3 ENTRE SÍ

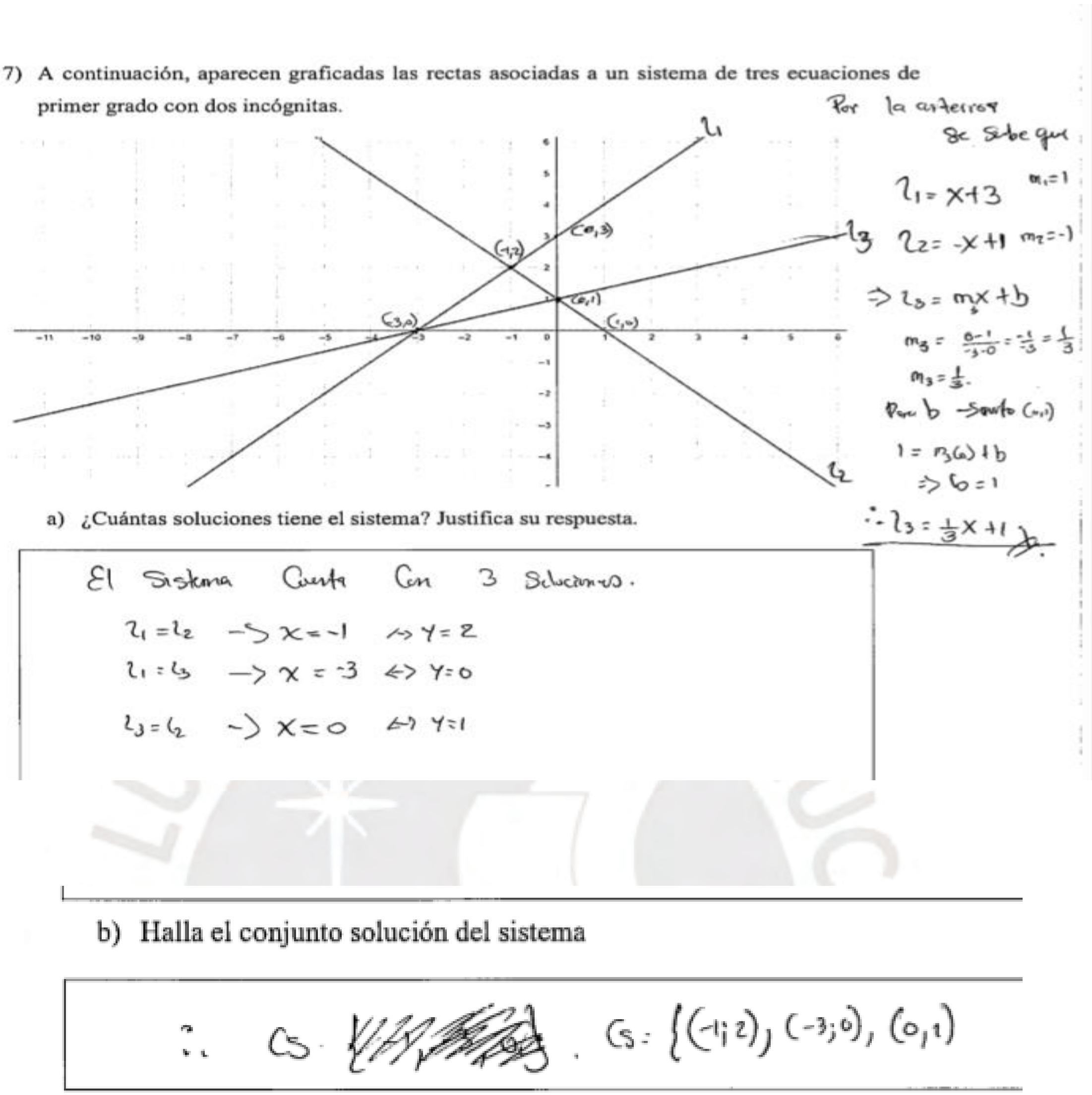
Figuras 192: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la resolución de la respuesta del siguiente estudiante en la pregunta 7) determinó las ecuaciones de las rectas, las resaltó colocándolas bajo un rectángulo, pero no afirmó si el sistema tenía solución ni cuántos eran. Mostró el conjunto solución con las variables ***x*** e ***y*** que pertenecen a todos los reales. Esto no fue reportado en nuestros antecedente y evidencias que no hubo un tránsito sobre el pensamiento sintético geométrico de Sierpinska (2000). Ver las Figura 193.



Figuras 193: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la resolución de la pregunta 7) el estudiante determinó las ecuaciones de las gráficas dadas y determinó las intersecciones de las rectas, tomadas de dos a dos, y las mostró como solución. Podemos inferir que el estudiante transitó bajo un pensamiento analítico aritmético, pero tuvo dificultades para transitar en el pensamiento sintético geométrico, debido a que no pudo determinar, a través de la gráfica, los puntos de intersección. Su respuesta coincide con las observaciones que detectaron los investigadores Cutz (2005), Oktac, García y Ramírez (2006), Eslava y Villegas (1998) y Mora (2001). Este modo de responder es un error de procedimiento según Socas (1997). Esto evidencia que hubo una coexistencia del pensamiento sintético geométrico de Sierpinska (2000) al pensamiento analítico aritmético, con un predominio de esta última. Ver la Figura 194.



7) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de tres ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.

El Sistema Cuenta Con 3 Soluciones.

$l_1 = l_2 \rightarrow x = -1 \leftrightarrow y = 2$

$l_1 = l_3 \rightarrow x = -3 \leftrightarrow y = 0$

$l_3 = l_2 \rightarrow x = 0 \leftrightarrow y = 1$

b) Halla el conjunto solución del sistema

$\therefore$ CS: $\{(-1;2), (-3;0), (0,1)\}$

Figuras 194: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante dejó en blanco la pregunta *8)*. En la pregunta *9)*, entendió la igualdad como expresiones equivalentes y consideró que el conjunto solución es todos los reales. Esto sería un error de procedimiento, según Socas (1997), debido a que el estudiante lo relacionó con características similares cuando se encontró con una ecuación con una variable. En la pregunta 10), interpretó la información como si las ecuaciones no fueran equivalentes, lo cual era cierto, pero no realizó más comentarios. En las preguntas 9) y 10) se evidencia que no hubo un tránsito sobre el pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2 000). Ver la Figura 195.

Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

Que son equivalente, y el conjunto solucion seria todos los reales.

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

La equivalencia no existe entre las ecuaciones.

Figura 195: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante dejó en blanco las preguntas 8*)* y 10*)*. En la pregunta *9)*, interpretó la igualdad como una igualdad de expresiones matemáticas y mostró como conjunto solución todos los reales. Esto pudo ser un error de procedimiento, según Socas (1997), pues, cuando aprendió a resolver casos similares en ecuaciones con una sola variable. Esto evidencia que no puede transitar sobre el pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000), Ver la Figura 196.

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

Significa que la ecuación esta balanceada

C.S.{R{

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

Figura 196: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante, en la pregunta *8)*, determinó un sistema. En la pregunta 9*)*, expresó la palabra “indefinida” para aquello que no se puede definir, motivo por el cual consideró que el sistema sí tenía solución, pero que no lo pudo determinar. En la pregunta 10*)*, el estudiante interpretó adecuadamente la información, pero no simbolizó. Esto sería una dificultad de precisión, según Socas (1997). Los términos indefinida e indeterminado lo usa inadecuadamente, sin embargo, hay evidencia que transito bajo el pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2 000). Ver la Figura 197.

Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

$a+b=3$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

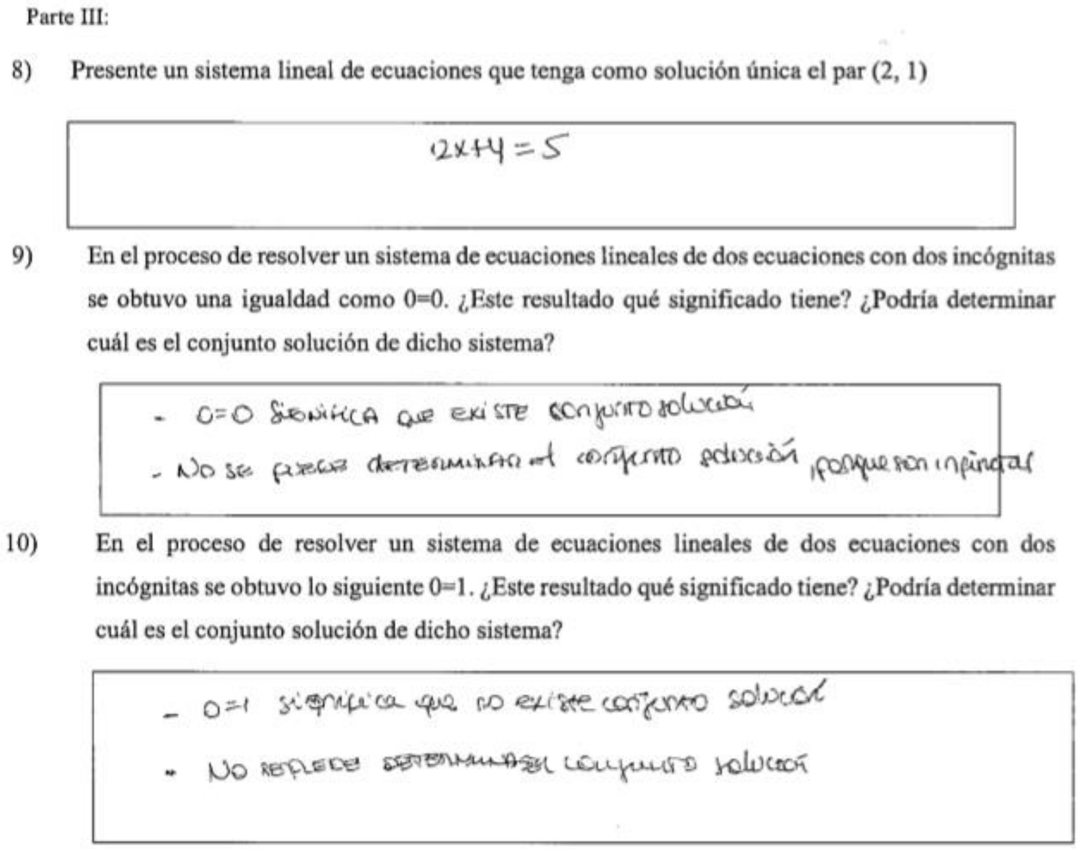
La ecuación es indefinida que no se puede definir
y no se puede determinar el conjunto solución

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

Es una Ecuación indeterminada un absurdo porque nunca
se va ha cumplir que 0 sea igual que 1. significa
que los valores no Tendran solución por Tanto no hay
conjunto solucion

Figura 197: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la respuesta del estudiante en la pregunta 8) es correcta, en la pregunta 9*)*, el estudiante interpretó correctamente la igualdad cero igual a cero, considerando sólo algunos casos. En la pregunta 10*)*, interpretó que el sistema no tenía solución, motivo por el cual no muestra solución. Esto sería un error de precisión según Socas (1997). Esto evidencia que hubo un tránsito sobre el pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2 000). Ver la Figura 198.



Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

$2x+y=5$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

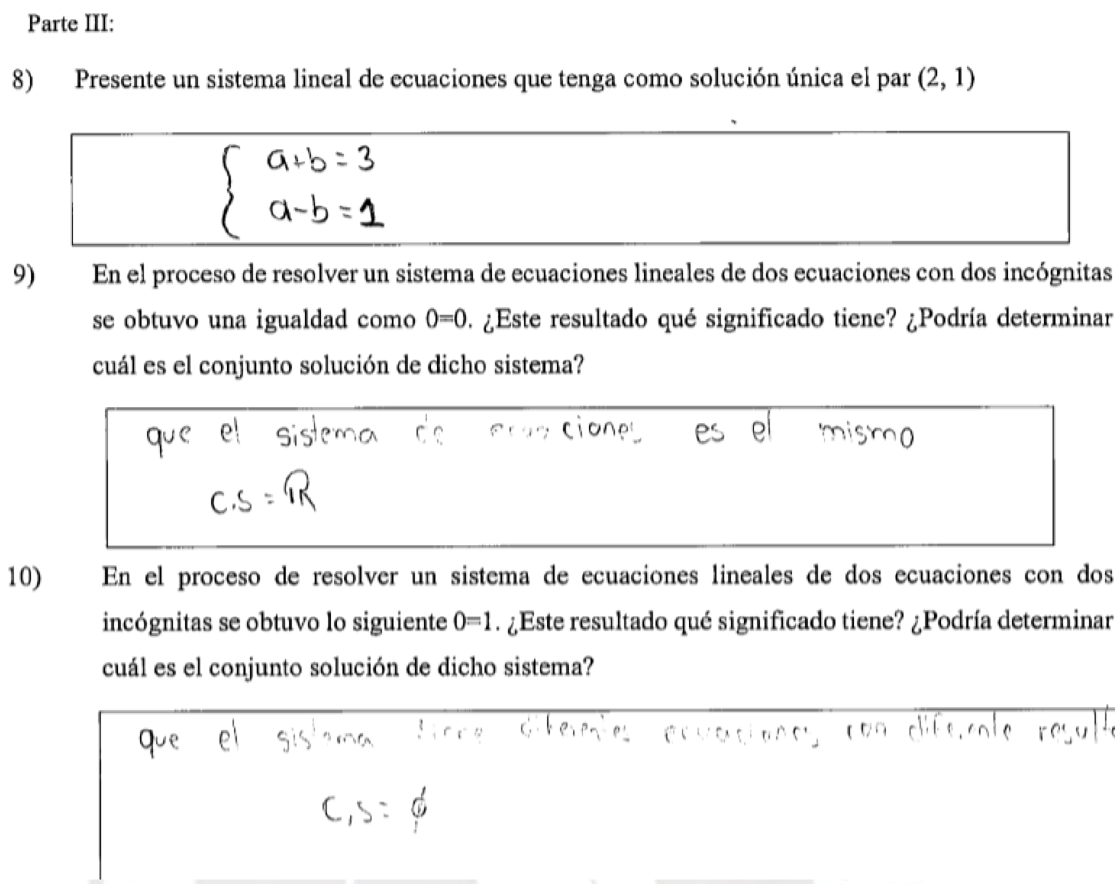
- 0=0 significa que existe conjunto solución
- No se puede determinar el conjunto solución porque son infinitas

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

- 0=1 significa que no existe conjunto solución
- No se puede determinar el conjunto solución

Figura 198: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante, en la pregunta *8)*, determinó en forma adecuada el sistema de ecuaciones. Podemos afirmar que el estudiante transitó correctamente sobre el pensamiento analítico estructural, según Sierpinska. En la pregunta *9)*, identificó la igualdad que se le presentó como igualdad de ecuaciones y reportó el conjunto solución como todos los reales. Identificó que proviene de un sistema que sí tiene solución, pero no pudo plasmar el conjunto solución de manera adecuada. En la pregunta 10*)*, el estudiante interpretó adecuadamente la información, con lo cual transitó coherentemente sobre el pensamiento analítico estructural. Ver la Figura 199.



Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

$$\begin{cases} a+b=3 \\ a-b=1 \end{cases}$$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

que el sistema de ecuaciones es el mismo

$C.S = \mathbb{R}$

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

que el sistema tiene diferentes ecuaciones con diferente resulta

$C.S: \phi$

Figura 199: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante, en la pregunta *8)*, brindó el sistema de ecuaciones y lo resolvió para verificar los valores de la solución indicada. Reconoció a ***a*** y ***b*** como variables. La pregunta 9*)* y 10*)* las dejó en blanco. Esto podría evidenciar que existe un tránsito del pensamiento analítico estructural al pensamiento analítico estructural al pensamiento analítico aritmético de Sierpinska (2000) Ver la Figura 200.

Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

$$\begin{cases} a+b=3 \\ 2a+b=5 \end{cases} \qquad \begin{aligned} 2a+2b&=6 \quad (-) \\ 2a+b&=5 \\ \hline \boxed{b=1} \end{aligned} \qquad \therefore \begin{aligned} a+b&=3 \\ a+1&=3 \\ \hline \boxed{a=2} \end{aligned}$$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

Figura 200: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante planteó, en la pregunta 8*)*, una ecuación que cumplía con la solución. En la pregunta 9*)* la dejó en blanco, pero, en la pregunta 10*)*, el estudiante formó un sistema lineal con términos independientes tomados de la igualdad 0=1. Esto pude ser producido por un error de la aritmética, según Socas. (1997). En la pregunta 8) evidencia un tránsito del pensamiento estructural Sierpinska (2 000) pero no en la pregunta 10). Ver la Figura 201.

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

$$2x+y=5$$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

$$\begin{aligned} x+y&=0 \\ x-y&=1 \\ \hline 2x&=1 \\ x&=\tfrac{1}{2} \end{aligned}$$

Figura 201: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante, en la pregunta 8), determinó adecuadamente el sistema de ecuaciones. En la pregunta 9), el estudiante entendió infinitas soluciones como indeterminada y, en la pregunta 10), el estudiante interpretó adecuadamente, pero no simbolizó. Esto es un error de precisión. Ver la Figura 205.

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

$x+y=3$
$x-y=1$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

El conjunto solución de dicho sistema es indeterminado

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

El conjunto solución es el vacio.

Figura 202: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la pregunta *8)*, determinó una ecuación que cumplía la solución pedida. En la pregunta *9)*, el estudiante relacionó la igualdad de ceros con el término independiente de una ecuación, cuya grafica es horizontal. Dicho capitulo se dictó en sesiones anteriores. En la pregunta 10*)*, el estudiante interpretó que el sistema no tenía solución; pero lo justifica inadecuadamente, como lo detecto Mora (2001), no expresa matemáticamente correcta el conjunto solución, esto sería una dificultad de precisión según Socas (1997). Todo esto evidencia que en la pregunta 8) tránsito por el pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2 000) pero no en las preguntas 9) y 10). Ver la Figura 203.

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

$2x+y=5$ $\quad (2,1)$

$2(2)+1=5$ $\quad x\ y$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

$y = mx + b = 0$ la recta sera horizontal

que $x = -b/m$ paralelo al eje X

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

que las incognitas no $\in$ a la ecuacion lineal $\therefore$ no hay solucion que presenta

Figura 203: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la pregunta 8), el estudiante tabuló adecuadamente e identificó una ecuación que cumplía la solución del sistema, como esperaba de los antecedentes. En la pregunta 9) y 10), se detectó que el estudiante cometió un error que provino de la aritmética, según Socas (1997), debido a que las igualdades de cero igual a cero y uno igual a cero las consideró como término independiente de las nuevas ecuaciones que creó. Por eso razón, el estudiante consideró que debe ser la respuesta. Esto evidencia que hubo un tránsito bajo el pensamiento analítico aritmético en la pregunta 8) pero no en la pregunta 9) y 10). Ver la Figura 204.

$y=\frac{b}{2}x+b$ $y=b(\frac{x}{2}+1)$ ⇒

Parte III: $y=mx+b$. $1=m(2)+b$.

$m=\frac{b}{2}$

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

x	y
2	1

⇒ $y=x-1$ ∄ $x \in \mathbb{R}-\{2\}$. ⇒ ∄ $x=2$.

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

$x+y=0$
$x+y=0$

que las incognitas son iguales es decir
$x=-y$

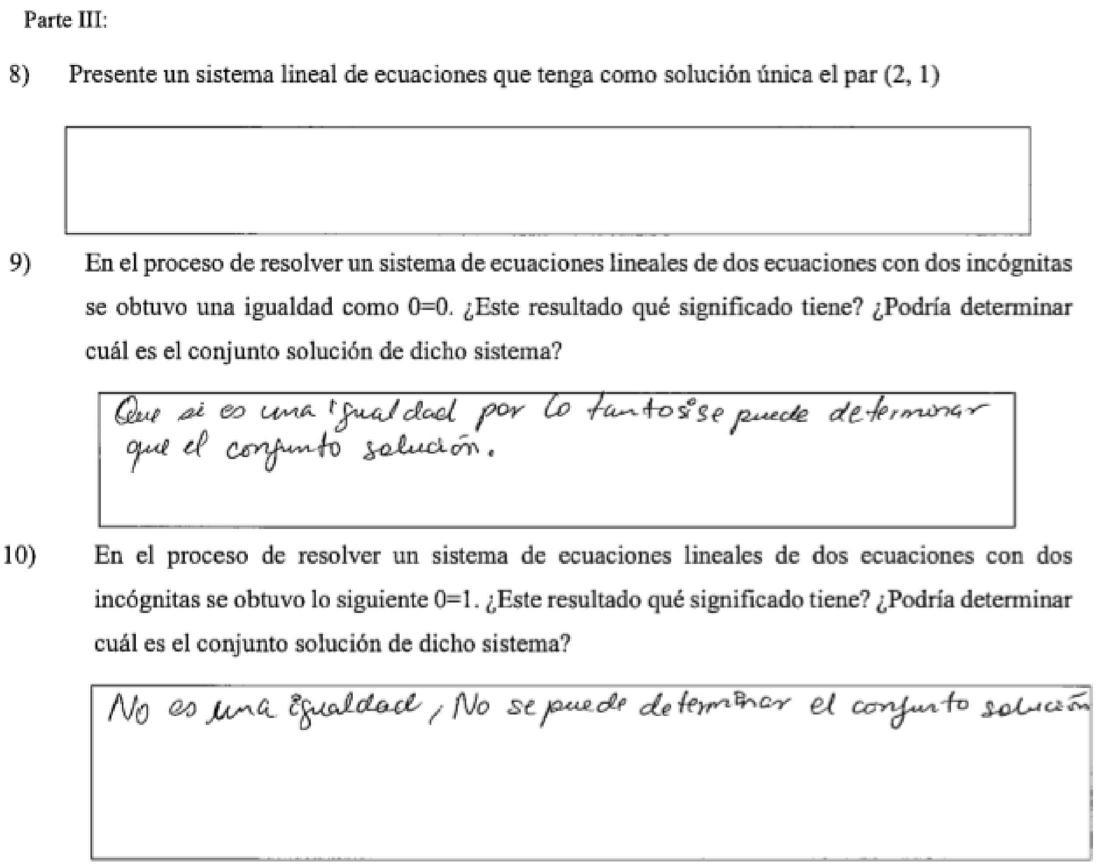
10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

$x+y=0$
$x-y=1$

El prene x es mayor a y en 1 unidad
$x=y+1$ k,

Figura 204: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

El estudiante, en la pregunta 9*)*, identificó que dicha igualdad produjo un sistema con conjunto solución. En la pregunta *10)*, también identificó que el sistema no tenía solución, pero no lo simbolizó. Esto sería una dificultad de precisión según Socas (1997). Los ítems 9*)* y 10*)* coincidieron con los que detectaron los investigadores Eslava y Villegas (1998). Ver la Figura 205.



Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

Que si es una igualdad por lo tanto si se puede determinar que el conjunto solución.

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

No es una igualdad, No se puede determinar el conjunto solución

Figura 205: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

En la pregunta 8*)*, determinó una ecuación que cumplía la solución. En la pregunta 9) interpreta que la solución del será vació esto coincide con Oktac, García y Ramírez (2000) y en la *10)*, colocó como conjunto solución a 1. Es posible que esto fuera un error relacionado con la aritmética, según Socas (1997). Estos resultados evidencias que la pregunta 9) y 10) no pudo transitar bajo el pensamiento analítico estructural de Sierpinska (2000), pero si en la pregunta 8). Ver la Figura 206.

Parte III:

8) Presente un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2, 1)

$$X + Y = 3$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$2 \quad 1$$

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

el resultado de la ecuacion lineal tiene que ser Ø
no, ya que el resultado es Ø

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

0=1, que el resultado de la ecuacion lineal tiene que ser igual a 1

C.S={1}

Figura 206: Fragmento de la evaluación diagnóstica aplicada a los alumnos

CAPÍTULO 3: CONSIDERACIONES FINALES

Después de desarrollar nuestro trabajo de investigación podemos ser capaces de responder a la pregunta de investigación y dar cuenta de si se han cumplido con los objetivos propuestos.

3.1 Con relación a la pregunta de investigación

Con respecto a nuestra pregunta de investigación: ¿Cuáles son algunas de las dificultades o errores acerca del concepto solución de un sistema de ecuaciones lineales en estudiantes del nivel superior o como transitan en los modos de pensamientos de Sierpinska (2000)?

Nosotros detectamos en nuestra prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes de ingeniería de los primeros ciclos de una universidad de Lima, que han terminado sus estudios secundarios por lo menos hace 5 años y están empezamos a estudiar su carrera profesional, los siguientes los errores y dificultades definidas por Socas (1997):

- Tienen una dificultad de precisión según Socas (1997), al no poder escribir adecuadamente el conjunto solución en un sistema de ecuaciones lineales.
- Tienen un error de procedimiento según Socas (1997), sólo al ser capaces de resolver sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas, y cuando se enfrentan a un sistema de tres ecuaciones con dos incógnitas, lo agrupan de dos en dos, y muestra como la solución del sistema tres pares ordenados, además cuando se enfrentan a resolver una ecuación con dos variables, consideran que no hay solución porque falta como información otra ecuación.
- Tienen un error del significado de la igualdad según Socas (1997), al considerar los términos independientes del sistema de ecuaciones como la solución.
- Tienen una dificultad de pensamiento matemático y un error de procedimiento según Socas (1997) al considerar como solución todos los cortes entres graficas de las rectas y/o con los ejes coordenados, es decir si se les muestran las grafica de tres rectas de manera que se intercepten en tres puntos no colineales, algunos estudiantes responderían que el

sistema tiene tres soluciones y otros indicarían que tienen 5 soluciones pues además están agregando los cortes con los ejes coordenados.

- Los estudiantes tienen en algunos casos un pensamiento analítico aritmético y no tienen desarrollado un pensamiento sintético según Sierpinska (2 000), esto se manifiesta cuando se enfrentan a grafica de un sistema de ecuaciones y en vez de interpretar la gráfica, determinan las ecuaciones del sistema para luego resolverlo, esto sería una dificultad de procedimiento.
- Tienen una dificultad de pensamiento matemático y error de procedimiento según Socas (1997), cuando los estudiantes después de resolver un sistema de ecuaciones lineales, determinan los valores de las variables ***x*** e ***y***, con lo cual consideran que el sistema tiene dos soluciones y no una, porque puedo inferir que dichos estudiantes no lo consideran como un par ordenado la solución del sistema.

3.2 Con relación al objetivo general

Con respecto a nuestro objetivo general el cual es analizar las dificultades y errores definidas por Socas (1997) relativas al concepto de solución de sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de nivel superior podemos determinar, que pudieron observar que los errores y dificultades detectadas en nuestros antecedentes, son similares en la mayoría de casos detectados por nuestros estudiantes en la prueba diagnóstica que aplicamos a ellos, podemos mencionar:

- Según Ochoviet (2009), hay algunos estudiantes que sólo reconocen las variables ***x*** e ***y***, en nuestros casos algunos estudiantes sólo reconocían como variable a ***x****.*
- Según, Panizza, Sadovosky y Sessa (1999), muchos estudiantes no son capaces de resolver una ecuación con dos variables, debido a que consideran que falta una ecuación, en nuestro caso dicha respuesta coincidió con algunas resoluciones de la respuesta de la prueba diagnóstica, esto sería un error de procedimiento según Socas(1997) pero otros mostraron algunas soluciones de la ecuación, y fueron sólo 2 alumnos de 40 estudiantes que fueron capaces de resolver correctamente la ecuación, podemos inferir que dichos estudiantes han transitado por el pensamiento analítico estructural de Sierpinska(2 000) .

- Según Cutz (2005), Eslava y Villegas (1998), Oaxaca y De La Cruz (2009), cuando los estudiantes se enfrentan a la gráfica de un sistema de ecuaciones lineales, brinda como soluciones los tres puntos de cortes o le agregan además los cortes con los ejes coordenados, esto coincide con algunas respuestas que desarrollados los estudiantes en nuestra prueba diagnóstica. Esto sería un error de procedimiento según Socas (1997)
- Según Ochoviet (2009) y Valencia (2015), detectaron que los estudiantes evidenciaron problemas al resolver sistema de ecuaciones lineales que tenga el número de ecuaciones diferente al número de incógnitas, en nuestra prueba diagnóstica detectamos que el sistema de tres ecuaciones y dos incógnitas, mostrada como pregunta algebraicamente y gráficamente los estudiantes tuvieron demasiado problemas para poder determinar el conjunto solución. Esto sería un error de procedimiento según Socas (1997)
- Según Gonzales y Roa(2015), sus estudiantes investigados tiene más desarrollados el pensamiento analítico aritmético de Sierpinska(2000), en nuestro caso podemos afirmar lo mismo, debido a que pocos respondieron las preguntas donde se brinda como dato la gráfica de las ecuaciones, esto significaría que dichos alumnos no tienen desarrollados el pensamiento sintético geométrico, además sólo tres alumnos de 40 puedo responder adecuadamente cuando se les pregunta el conjunto solución , de un ejercicio que termina con la condición 0=1, esto lo podemos interpretar que los estudiante no han desarrollado el pensamiento analítico estructural , y las preguntas o técnica de usaron las mayoría de estudiantes fue de resolver algebraicamente los sistema de ecuaciones, esto ultimo sería un error de la interpretación de la igualdad según Socas(1997).

3.3 Con relación al objetivo especifico

Con respecto a nuestro objetivo específico el cual es elaborar una lista de las dificultades y errores sobre la noción de solución de un sistema de ecuaciones lineales reportadas en otras investigaciones en el área de Didáctica de las Matemáticas, según las definiciones por Socas (1997), hemos detectado en nuestro trabajo de investigación lo siguiente:

Errores de procedimiento según Socas (1997) cuando en el sistema de tres ecuaciones con dos incógnitas, muestran como solución los pares ordenados obtenidos de resolver tres subsistemas formado cada una por dos ecuaciones, sin verificar dichos valores en la ecuación original.

Errores del significado de la igualdad según Socas (1997), al mostrar en las algunas resoluciones como respuesta los términos independientes de las ecuaciones.

Dificultad de pensamiento matemático según Socas (1997), cuando a pesar de resolver el sistema de ecuaciones y determinar los valores de ***x*** e ***y***, sólo reconoce a la variable ***x*** como solución.

Dificultad en el procedimiento según Socas (1997), cuando a pesar de conocer el procedimiento para resolver el sistema, en los procesos operativos se equivoca.

Errores de procedimiento según Socas (1997), cuando en el sistema de tres ecuaciones con dos incógnitas, muestran como solución los pares ordenados obtenidos de resolver tres subsistemas formado cada una por dos ecuaciones, sin verificar dichos valores en la ecuación original.

Dificultad del vocabulario común según Socas (1997), esto ocurrió cuando en la pregunta del bloque I) apareció la palabra si su respuesta es negativa, refiriéndose si el sistema no tiene solución y no a que tome valores negativos, como se evidencio en la resolución de alguna prueba de nuestra investigación.

Dificultad de precisión según Socas (1997), esto se evidenció cuando en las resoluciones de las pruebas de los estudiantes algunas no muestran adecuadamente como el conjunto solución.

En nuestra investigación no pudimos evidenciar los errores que tienen su origen en un obstáculo, según Socas (1997) que estaban en nuestra lista inicial.

Además, detectamos que no se presentaron en nuestra investigación errores que tienen su origen en un obstáculo, dificultades de confusión con los signos matemáticos y dificultades con el método de enseñanza.

3.4 Consideraciones para futuras investigaciones

Después de revisar los antecedentes y analizar los resultados de la prueba diagnóstica en base a los errores y dificultades, según Socas, y ver el transito de los tres pensamientos de Sierpinska en nuestro foco de estudio, consideramos las siguientes sugerencias que ayudarán a desarrollar un mejor entendimiento y comprensión de la solución o conjunto solución en un sistema de ecuaciones lineales:

- Se debe desarrollar el contenido de conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales bajo el criterio de Sierpinska (2000), que contiene tres pensamientos, los cuales son el analítico aritmético, el sintético geométrico y el analítico estructural, en los cuales deben ser articulados en el desarrollo de la enseñanza.

- Se debe desarrollar con los estudiantes sistemas de ecuaciones lineales del que sean compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible, porque hemos detectado en nuestra investigación que la cantidad de preguntas mayor contestada es el caso de compatible determinado, en los demás casos, los estudiantes tienen problemas para desarrollar con éxitos dichos temas.
- Se debe proponer a los estudiantes ejercicios donde ellos puedan discriminar cuando es o no es solución de un sistema de ecuaciones lineales, en forma analítica y gráficamente, porque hemos detectado en nuestra investigación, que la mayoría de las resoluciones de la respuesta no verifica su posible solución del sistema, motivo por el cual podría ocurrir que brinde soluciones que no cumplen con el sistema.

- Se debe desarrollar ejercicios de sistemas de ecuaciones lineales con variables diferentes a ***x*** e ***y***, debido que en nuestra investigación hemos detectado en algunas resoluciones de las respuestas de nuestra prueba diagnóstica, que hay dificultad por aceptar a **a** y ***b***, como variables.

- Se debe proponer ejercicios de sistema de ecuaciones lineales que tengan como información las soluciones del sistema, de manera que el estudiante pueda construir un sistema de ecuaciones, debido que en nuestra investigación se detectó que dichos tipos de preguntas, son las menos contestadas, es posible que sea debido a que el estudiante está acostumbrado a usar algoritmo de soluciones y no a reflexionar sobre ello.

REFERENCIAS

Anne, B. (2002). Algunos elementos de la historia de los números negativos. Recuperado del sitio web: http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/ 3/Usrn/fundoro/archivos%20adjuntos/publicaciones/otros_idiomas/Espanol /Penelope/Boye_negativos_es.pdf

Betancourt, Y. (2009). Ambiente Computacional para apoyar la enseñanza de la resolución de sistemas de ecuaciones lineales en la educación superior. Tesis de Maestría en Matemática Educativa. México, Distrito Federal.

Coulange, L. (2000). Étude des pratiques du professeur du double points de vue écologique et économique. Grenoble: (Tesis de doctorado) Universite Joseph Fourier. Obtenido de https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00624286/document

Coulange, L. (2000). Evolutions du passage arithmétique-algebre dans les manuels et les programmes du 20eme siecle. Petit X (57), 61-78. Obtenido de http://www-irem.ujfrenoble.fr/revues/revue x/fic/57/57x3.pdf

Cutz, B. (2005) Un estudio acerca de las concepciones de estudiantes de licenciatura sobre los irem sistemas de ecuaciones y su solución. Tesis de maestría,

Dorier, JL. (1995). Educational studies in mathematics 29, pp175-197

Cinvestav- IPN.

Eslava, M., & Villegas, M. (1998). *Análisis de los modos de pensar sintético y analítico en la representación de las categorías de tres rectas en el plano* (Tesina de Diplomado, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. México).

Gallardo, A. Santos, N. Hernández, J. A. (2010). La aparición simultanea de los sentidos de uso de los números negativos y el cero en alumnos de secundaria. Un estudio de caso. CINVESTAV, México (1), SEP-AFSEDF (2)

González, D., & Roa, S. (2015). Los sistemas de ecuaciones lineales: evidencias del tránsito entre los modos de pensamiento en estudiantes universitarios. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 102-109). México D.F.: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Hernández, A. (2009). El cero y la negatividad. Doctoral Dissertation. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN., México

Hoch, M. y Dreyfus, T. (2004). Structure sense in high school algebra: the effect of brackets. En M. Johnsen y A. Berit (Eds.), Proceedings of the 28th International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen, (Vol. 3; pp. 49-56). Bergen, Noruega: Bergen University College.

Kieran. (1981). Concepts associated with the equality symbol, Educational Studies of Mathematics, Vol. 12, pp. 3 17-326.

Marroquín, C. (2009). Construcción del concepto ecuaciones lineales con dos variables mediante visualización y registros de representación en alumnos de primer semestre de ingeniería agroindustrial: secuencia de una situación didáctica. Tegucigalpa. Universidad Tecnológica Nacional Francisco Morán

Mattos, J. (2 018) Un análisis de las concepciones acerca de las dificultades, los obstáculos y los errores relativo al límite (Tesis de magister en la enseñanza de las matemáticas).

Ministerio de educación (2009) diseño curricular nacional en educación básica regular.

Mora, B. (2001). *Modos de pensamiento en la interpretación de la solución de sistemas de ecuaciones lineales* (Tesis de Maestría, CINVESTAV-IPN. México).

Motta, M. (2017) Los sistemas de ecuaciones lineales como instrumento de modelización en la secundaria. Tesis de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas.

Oaxaca, J. (2002). Dificultades en el transito del razonamiento sintético geométrico al analítico aritmético en la solución de sistema de ecuaciones lineales

Ochoviet, T. (2009) *Sobre el concepto de solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas*. (Tesis de doctorado no publicada. CICATA-IPN, México).

Oktaç, A., García, C., Ramírez, C. (2007). Diseño de Actividades: Ejemplos de Álgebra lineal. En C. Dolores, G. Martínez, R. M. Farfán, C. Carrillo, I. López, C. Navarro (Eds.), Matemática Educativa. Algunos aspectos de la socio epistemología y la visualización en el aula. México: Ediciones Díaz de Santos, 315-327.

Panizza, M., Sadovsky, P., & Sessa, C. (1999). La ecuación lineal con dos variables: entre la unicidad y el infinito. *Enseñanza de las Ciencias, 17* (3), 453-461.

Sierpinska, A. (2000). On some aspects of students' thinking in linear algebra. En J.-L. Dorier (Ed.), *On the Teaching of Linear Algebra* (pp. 209-246). Kluwer Academic Publishers.

Sierpinska, A. (2000). Part II – Chapter 7 on some aspect of students' thinking in linear algebra.

Stewart, J. (2012) precálculo: conceptos y contextos, sexta edición. México D.F.: Cengage Learning.

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. La educación matemática en la enseñanza secundaria, 125-154.

Valencia, E. (2015). *Errores y dificultades de los estudiantes de ingeniería en el procedimiento para describir el espacio generado por un conjunto de vectores R^n*. (Tesis de Maestría en la enseñanza en las matemáticas)

Zamar, A., Macoritto, A., Serrano E. y Amaduro I. (2011). Curso de Articulación sobre algebra.

. **Anexo**

PRUEBA DIÁGNOSTICO SOBRE REPRESENTACIONES DEL CONJUNTO SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Indicaciones:

Está permitido uso de calculadoras científicas, pero no la utilización de apuntes de clase. Todos los cálculos, procedimientos y las respuestas a cada pregunta deberán estar desarrolladas en el espacio asignado para tal efecto. El orden y la claridad en la presentación serán tomados en cuenta en la calificación.

Tiempo: 30 minutos

- Nombre y apellido: ……………………………………………………
- ¿Cuál fue el último curso de matemática que llevaste? ¿Dónde? ¿Hace cuánto tiempo?

....

PARTE I:

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el procedimiento que desees. Luego, responde las siguientes interrogantes.

1) $\begin{cases} a+b=5 \\ a-b=3 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa, explica por qué, y si es afirmativa, indica cuántas soluciones tiene y cuáles son.
b) Halla el conjunto solución.

2) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \\ 5x+3y=15 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa, explica por qué, y si es afirmativa, indica cuántas soluciones tiene y cuáles son.
b) Halla el conjunto solución.

3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa, explica por qué, y si es afirmativa, indica cuántas soluciones tiene y cuáles son.
b) Halla el conjunto solución.

4) $x+y=10$

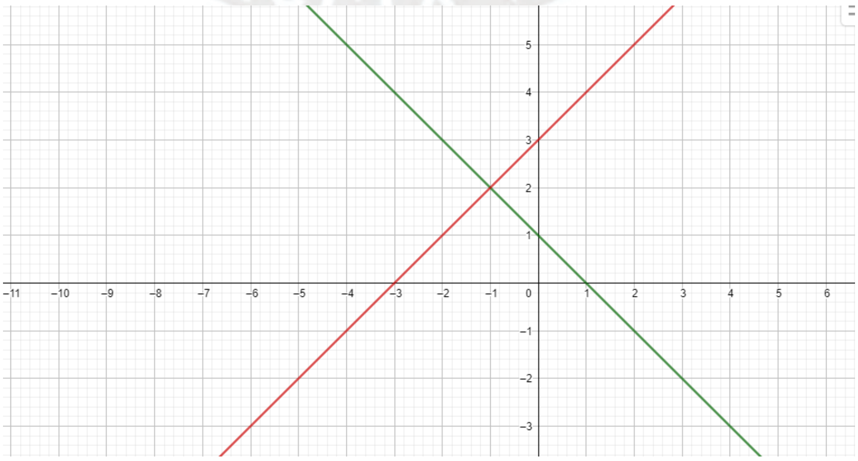
a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa, explica por qué, y si es afirmativa, indica cuántas soluciones tiene y cuáles son.
b) Halla el conjunto solución.

5) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$

a) ¿Tiene solución el sistema? Si tu respuesta es negativa, explica por qué, y si es afirmativa, indica cuántas soluciones tiene y cuáles son.
b) Halla el conjunto solución.

Parte II:

6) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.



c) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica tu respuesta.

d) Determina el conjunto solución de dicho sistema.

7) A continuación, aparecen graficadas las rectas asociadas a un sistema de tres ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema? Justifica su respuesta.
b) Halla el conjunto solución del sistema

Parte III:

8) Presenta un sistema lineal de ecuaciones que tenga como solución única el par (2; 1).

9) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas, se obtuvo una igualdad como 0=0. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?

10) En el proceso de resolver un sistema de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas, se obtuvo lo siguiente 0=1. ¿Este resultado qué significado tiene? ¿Podría determinar cuál es el conjunto solución de dicho sistema?