

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



**DESEMPEÑO ESTRUCTURAL DEL CONCRETO LANZADO EN EL SOSTENIMIENTO  
DE BÓVEDAS.**

**Tesis para obtener el título profesional de Ingeniera Civil**

**AUTORA:**

Camila Alejandra Gallo Vercelli

**ASESOR:**

Mg. Ing. Wilson Edgar Silva Berríos

Lima, abril, 2025

## Informe de Similitud

Yo, **Wilson Edgar Silva Berríos**,

docente de la Facultad de Ciencias e Ingeniería de la Pontificia

Universidad Católica del Perú, asesor de la tesis/el trabajo de investigación titulado:

**Desempeño Estructural del Concreto Lanzado en el Sostenimiento de Bóvedas.**


de la autora:

**Camila Alejandra Gallo Vercelli**,

dejo constancia de lo siguiente:

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 5%. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software *Turnitin* el **14/02/2025**.
- He revisado con detalle dicho reporte y la Tesis o Trabajo de Suficiencia Profesional, y no se advierte indicios de plagio.
- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lugar y fecha: Lima, 14 de febrero de 2025

|   |  |
|---|--|
| Apellidos y nombres del asesor:<br><b>Silva Berríos, Wilson Edgar</b> |  |
| DNI:<br><b>10147201</b>   | Firma:<br> |
| ORCID:<br><b>0000-0002-1832-3591</b>                                  |  |



## **RESUMEN.**

El presente proyecto de tesis tiene como principal objetivo realizar el análisis comparativo entre las propiedades mecánicas de losas de concreto lanzado -con diferente tipo de refuerzo-, tanto ensayadas experimentalmente como analizadas mediante modelos numéricos, con el fin de caracterizar el comportamiento mecánico y establecer recomendaciones de diseño útiles en la prevención de colapsos en los sistemas de sostenimiento de bóvedas.

Se llevó a cabo en la Pontificia Universidad Católica del Perú un programa experimental de losas cuadradas de 1.80 m de lado y 8 y 10 cm de espesor ancladas en sus cuatro esquinas, ensayadas monotónicamente con desplazamiento incremental servo-controlado en su punto central, registrando valores de desplazamiento y de fuerza asociada. Asimismo, se desarrollaron modelos numéricos en dos programas: Robot Structural Analysis, con el que se realizaron análisis elásticos para entender los parámetros más influyentes en el desempeño a nivel general de una losa de concreto y DIANA FEA, con el que se realizaron análisis inelásticos de tipo pushover, permitiéndose así profundizar en el estudio del comportamiento global de un paño de losa.

Por otro lado, se realizaron comparaciones entre los resultados obtenidos experimentalmente y los calculados en el programa computacional, para calibrar el modelo y así, determinar cuáles son los parámetros más influyentes en su desempeño. Entre ellos se determinó el tipo de apoyo y las condiciones de continuidad del paño o falta de la misma. También se realizó extrapolaciones a modelos planos de mayores dimensiones y mayor número de paños con cargas en posiciones definidas, considerando las propiedades mecánicas representativas a cada tipo de refuerzo obtenidas de las calibraciones previas. Por último, se

proponen nuevas variantes para esta investigación a fin de ampliar y diversificar más temas en la misma línea de investigación.



Agradecimientos.

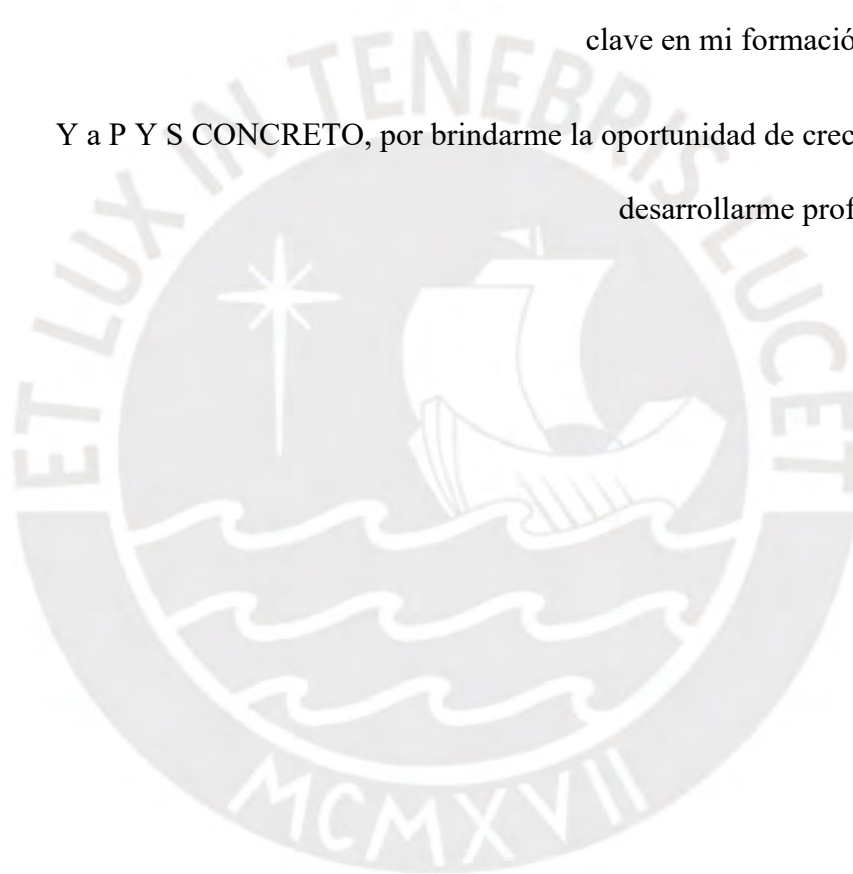
Agradezco a Dios por guiarme en cada paso de este camino.

A mi familia, por su amor incondicional, su apoyo constante y su fe en mí.

Al Ing. Wilson Silva, mi asesor de tesis, por su valiosa orientación y respaldo durante este proceso.

Al Ing. Julio Carhuamaca, por su paciencia, sus consejos y por haber sido una pieza clave en mi formación profesional.

Y a P Y S CONCRETO, por brindarme la oportunidad de crecer, aprender y desarrollarme profesionalmente.



# Contenido

|   |    |
|---|----|
| <b>1. Generalidades</b> .....                                   | 1  |
| 1.1. Introducción .....   | 1  |
| 1.2. Justificación e hipótesis.....                             | 1  |
| 1.3. Antecedentes.....  | 2  |
| 1.4. Objetivos.....   | 3  |
| 1.5. Organización.....  | 4  |
| <b>2. Estado del arte.</b> .....                                | 6  |
| 2.1. Sistemas de sostenimiento de bóvedas. ....                 | 6  |
| 2.2. Comportamiento mecánico de elementos bidimensionales. .... | 8  |
| 2.3. Parámetros de desempeño y normativa .....                  | 10 |
| <b>3. Metodología.</b> .....                                    | 18 |
| 3.1. Selección y procesamiento de datos experimentales. ....    | 18 |
| 3.2. Procedimiento de modelado y análisis.....                  | 19 |
| 3.3. Desarrollo de conclusiones.....                            | 21 |
| <b>4. Desarrollo numérico.</b> .....                            | 22 |
| 4.1. Procesamiento de datos experimentales.....                 | 22 |
| 4.2. Modelado numérico. ....                                    | 30 |
| 4.3. Análisis de resultados. ....                               | 42 |
| 4.4. Discusión de resultados.....                               | 67 |
| <b>5. Conclusiones y recomendaciones.</b> .....                 | 69 |
| 5.1. Conclusiones.....  | 69 |
| 5.2. Recomendaciones. ....                                      | 72 |
| <b>6. Bibliografía.</b> .....                                   | 74 |
| <b>7. Anexos</b> .....  | 76 |

## Lista de tablas.

|   |    |
|---|----|
| Tabla 4-1. Resumen de resultados losa S-B.....  | 24 |
| Tabla 4-2. Resumen de resultados losa S-M-S-B. ....   | 25 |
| Tabla 4-3. Resumen de resultados losa FRS1-B.....   | 26 |
| Tabla 4-4. Resumen de resultados losa FRS1-M-B.....   | 27 |
| Tabla 4-5. Resumen de resultados losa FRS-B-1. ....   | 28 |
| Tabla 4-6. Resumen de resultados de todas las losas ensayadas. ....                         | 28 |
| Tabla 4-7. Valores de desviación estándar obtenidos para cada tipo de refuerzo ensayado. .. | 29 |
| Tabla 4-8. Propiedades empleadas en el modelo S-B.....                                      | 37 |
| Tabla 4-9. Propiedades empleadas en el modelo S-M-S-B. ....                                 | 38 |
| Tabla 4-10. Propiedades empleadas en el modelo FRS1-B.....                                  | 38 |
| Tabla 4-11. Propiedades empleadas en el modelo FRS1-M-B.....                                | 38 |
| Tabla 4-12. Propiedades empleadas en el modelo FRS-B-1.....                                 | 38 |
| Tabla 4-13. Deflexión del punto central en modelos de un paño en Robot.....                 | 42 |
| Tabla 4-14. Diferencia deflexiones modelos R4P y R9P. ....                                  | 68 |
| Tabla 5-1. Porcentaje de disipación de energía. ....  | 70 |
| Tabla 5-2. Desviación estándar de cada prototipo. ....                                      | 71 |
| Tabla 7-1. Distribución de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.....              | 82 |
| Tabla 7-2. Distribución porcentual de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.....   | 83 |
| Tabla 7-3. Distribución de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.....              | 84 |
| Tabla 7-4. Distribución porcentual de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.....   | 85 |
| Tabla 7-5. Distribución de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.....              | 86 |
| Tabla 7-6. Distribución porcentual de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.....   | 87 |
| Tabla 7-7. Distribución de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.....              | 88 |
| Tabla 7-8. Distribución porcentual de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.....   | 89 |

Tabla 7-9. Distribución de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.....90

Tabla 7-10. Distribución porcentual de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.....91



## Lista de Figuras

|  |    |
|--|----|
| Figura 2-1. Mecanismos de sostenimiento con concreto lanzado en tunelería (Brady et Al, 2006)                                      | 7  |
| Figura 2-2. Notación empleada en la ecuación diferencial que gobierna el comportamiento de placas (Ugural, 2017)                   | 9  |
| Figura 2-3. Discretización de un túnel en un número finito de elementos tipo Placa o Losa. (Oñate, 2013)                           | 10 |
| Figura 2-4. Ensayo según los criterios establecidos por la norma ASTM C1550-20. (ASTM C1550-20)                                    | 13 |
| Figura 2-5. Ensayo según los criterios establecidos por la norma EFNARC para concreto lanzado (EFNARC para concreto lanzado, 1996) | 13 |
| Figura 2-6. Método de ensayo HE-HD. (Martin et al., 2015)  | 15 |
| Figura 2-7. Máquina de ensayo laboratorio LE-DI PUCP. (Fuente propia)  | 15 |
| Figura 2-8. Ensayos y secuencia de instalación de la campaña experimental de diciembre de 2021.                                    | 16 |
| Figura 2-9. Interrupción de un ensayo por colapso prematuro de la muestra.   | 17 |
| Figura 2-10. Fin de un ensayo por alcanzar la deflexión máxima (25 cm).  | 17 |
| Figura 3-1. Flujograma de programa en Matlab que analiza los datos experimentales.   | 19 |
| Figura 4-1. Fuerza - desplazamiento losa S-B.  | 23 |
| Figura 4-2. Energía-desplazamiento losa S-B.   | 23 |
| Figura 4-3. Fuerza-desplazamiento losa S-M-S-B.  | 24 |
| Figura 4-4. Energía-desplazamiento losa S-M-S-B.   | 24 |
| Figura 4-5. Fuerza-desplazamiento losa FRS1-B.   | 25 |
| Figura 4-6. Energía-desplazamiento losa FRS1-B.  | 25 |
| Figura 4-7. Fuerza-desplazamiento losa FRS1-M-B.   | 26 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 4-8. Energía-desplazamiento losa FRS1-M-B.   | 26 |
| Figura 4-9. Fuerza-desplazamiento losa FRS-B-1.   | 27 |
| Figura 4-10. Energía-desplazamiento losa FRS-B-1.   | 27 |
| Figura 4-11. Resumen de resultados de todas las losas ensayadas.  | 28 |
| Figura 4-12. Fuerza-desplazamiento malla electrosoldada.  | 29 |
| Figura 4-13. Energía-desplazamiento malla electrosoldada.   | 30 |
| Figura 4-14. Modelo de un paño con bordes libres –vista en planta. (R1PBL)  | 32 |
| Figura 4-15. Modelo de un paño con bordes libres -vista perfil. (R1PBL)   | 32 |
| Figura 4-16. Modelo de un paño con bordes restringidos -vista planta. (R1PBR)   | 33 |
| Figura 4-17. Modelo de un paño con bordes restringidos -vista perfil. (R1PBR)   | 33 |
| Figura 4-18. Modelo de Robot de 4 paños –vista en planta (R4P).   | 34 |
| Figura 4-19. Modelo de Robot de 4 paños -vista perfil (R4P).  | 34 |
| Figura 4-20. Modelo Robot 9 paños -vista en planta. (R9P)   | 35 |
| Figura 4-21. Modelo Robot 9 paños-vista de perfil. (R9P)  | 35 |
| Figura 4-22. Flujo de trabajo DIANA FEA.  | 36 |
| Figura 4-23. Representación gráfica de una losa típica.   | 37 |
| Figura 4-24. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del paño central.                                  | 40 |
| Figura 4-25. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.                                | 41 |
| Figura 4-26. Losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.                     | 41 |
| Figura 4-27. Losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños | 41 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 4-28. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central. | 42 |
| Figura 4-29. Deflexión R1PBL.   | 43 |
| Figura 4-30. Deflexión R1PBR.   | 43 |
| Figura 4-31. DMF modelo R1PBL   | 44 |
| Figura 4-32. DMF modelo R1PBR.  | 44 |
| Figura 4-33. Deflexión R4P.   | 44 |
| Figura 4-34. DMF tramo central R4P.   | 45 |
| Figura 4-35. DMF tramo central de un paño.  | 45 |
| Figura 4-36. Deflexión R9P.   | 45 |
| Figura 4-37. DMF tramo central R9P.   | 46 |
| Figura 4-38. DMF en los apoyos internos R9P.  | 46 |
| Figura 4-39. DMF al centro del paño externo R9P.  | 46 |
| Figura 4-40. Fuerza-Desplazamiento losa S-B.  | 47 |
| Figura 4-41. Energía-Desplazamiento losa S-B.   | 47 |
| Figura 4-42. Fuerza-desplazamiento losa S-M-S-B.  | 48 |
| Figura 4-43. Energía-desplazamiento losa S-M-S-B.   | 48 |
| Figura 4-44. Fuerza-desplazamiento losa FRS1-B.   | 49 |
| Figura 4-45. Energía-desplazamiento losa FRS1-B.  | 49 |
| Figura 4-46. Fuerza-desplazamiento losa FRS1-M-B.   | 50 |
| Figura 4-47. Energía-desplazamiento losa FRS1-M-B.  | 50 |
| Figura 4-48. Fuerza-desplazamiento losa FRS-B-1.  | 51 |
| Figura 4-49. Energía-desplazamiento losa FRS-B-1.   | 51 |
| Figura 4-50. Referencias de apoyos en las losas de nueve paños.   | 52 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4-51. Deformaciones en planta en la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del paño central.                                   | 53 |
| Figura 4-52. Deformaciones en elevación en la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del paño central.                                | 53 |
| Figura 4-53. Patrón de fisuración en la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del paño central. (Vista superior)                     | 54 |
| Figura 4-54. Deformaciones en planta de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.                                 | 55 |
| Figura 4-55. Deformaciones en elevación de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.                              | 56 |
| Figura 4-56. Patrón de fisuración vista superior de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.                     | 56 |
| Figura 4-57. Patrón de fisuración vista inferior de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.                     | 57 |
| Figura 4-58. Deformaciones en planta de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.                      | 58 |
| Figura 4-59. Deformaciones en elevación de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.                   | 59 |
| Figura 4-60. Patrón de fisuración vista superior de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.          | 59 |
| Figura 4-61. Patrón de fisuración vista inferior de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.          | 60 |
| Figura 4-62. Deformaciones en planta de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños. | 61 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 4-63. Deformaciones en elevación de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños.          | 62 |
| Figura 4-64. Patrón de fisuración vista superior de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños. | 62 |
| Figura 4-65. Patrón de fisuración vista inferior de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños. | 63 |
| Figura 4-66. Deformaciones en planta de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central.                              | 64 |
| Figura 4-67. Deformaciones en elevación de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central.                           | 65 |
| Figura 4-68. Patrón de fisuración vista superior de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central.                  | 65 |
| Figura 4-69. Patrón de fisuración vista inferior de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central.                  | 66 |
| Figura 7-1. Patrón de fisuración losa S-B. Parte posterior.  | 76 |
| Figura 7-2. Patrón de fisuración losa S-M-S-B. Parte inferior. Load step 50.   | 76 |
| Figura 7-3. Patrón de fisuración losa S-M-S-B. Parte inferior. Load step 100.  | 77 |
| Figura 7-4. Patrón de fisuración losa S-M-S-B. Parte inferior. Load step 413   | 77 |
| Figura 7-5. Patrón de fisuración losa FRS1-B. Parte superior. Load step 501.   | 78 |
| Figura 7-6. Patrón de fisuración losa FRS1-B. Parte inferior. Load step 501.   | 78 |
| Figura 7-7. Patrón de fisuración losa FRS1-B. Parte inferior. Load step 100.   | 79 |
| Figura 7-8. Patrón de fisuración losa FRS1-B. Parte inferior. Load step 50.  | 79 |
| Figura 7-9. Patrón de fisuración losa FRS1-M-B. Parte inferior. Load step 491.   | 80 |
| Figura 7-10. Patrón de fisuración losa FRS1-M-B. Parte inferior. Load step 50.   | 80 |
| Figura 7-11. Patrón de fisuración losa FRSB-1. Parte inferior. Load step 501.  | 81 |



# 1. Generalidades.

## 1.1. Introducción

El concreto es uno de los materiales más utilizados en la construcción. Dentro de la variedad de sistemas de aplicación, el concreto lanzado tiene usos que varían desde obras civiles hasta sistemas de sostenimiento en taludes, tunelería, y más.

Por otro lado, en el ámbito de la minería subterránea, el uso de concreto lanzado como sistema de sostenimiento en bóvedas se ha incrementado en los últimos años. Si bien en muchos países se reporta una disminución de accidentes fatales a partir del empleo de este sistema, según Osinergmin (2022) el gran porcentaje de los presentados a nivel nacional son a causa de caída de rocas no protegidas. Por lo que el desarrollo de métodos de diseño adecuados para estos sistemas de sostenimiento es de vital importancia.

Con la finalidad de reducir la vulnerabilidad de las bóvedas diseñadas con concreto lanzado como sistema de sostenimiento, el presente estudio tiene como principal objetivo comparar el comportamiento de paneles de concreto lanzado cuadrados con diferentes tipos de refuerzo. A partir de ello será posible deducir recomendaciones relativas al diseño del sostenimiento, donde, por simplicidad, en vez de bóvedas, se han estudiado paños planos continuos. A continuación, se procede a detallar las generalidades relativas al proyecto.

## 1.2. Justificación e hipótesis

Los sistemas de soporte empleados en las minas subterráneas suelen estar conformados por una combinación de pernos de anclaje, mallas metálicas y concreto lanzado (Raffaldi et. Al, 2018). La importancia del análisis de este tipo de sostenimiento radica en la necesidad de reducir o eliminar el riesgo de colapso en la diversidad de infraestructura que lo emplea. Esto, debido a que la ocurrencia de fallas como desprendimientos o colapsos podría resultar en una tragedia fatal.

Asimismo, este tipo de infraestructura está sujeta a distintos tipos de solicitaciones tales como los empujes del terreno y las solicitaciones sísmicas. Los métodos de diseño más comúnmente empleados, como el Nuevo Método Austriaco (NMA), basan sus cálculos en el análisis y comparación del estado tenso-deformacional del estrato y del sostenimiento, al punto de alcanzar un equilibrio (Abadía. F. et Al, 2011). En tal sentido, es coherente afirmar que uno de los factores más influyentes es la optimización de la curva característica del sostenimiento, incrementando la tenacidad como una medida de energía disipada, de modo tal que permita alcanzar mayores deformaciones de manera efectiva y segura.

En diciembre del 2021 se llevó a cabo en la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP) un proyecto experimental de ensayos estáticos monotónicos con desplazamiento servo-controlado. En tal sentido, la presente tesis complementará dicha campaña experimental mediante el modelado numérico a fin de interpretar, analizar y comparar los resultados analíticos y experimentales. De tal manera será posible evaluar diferencias relativas y determinar parámetros más influyentes en el comportamiento estructural de los elementos.

El proyecto, desarrollado para un caso genérico, contempla una separación entre pernos usual de 1.2 m y su extrapolación al modelado de varios paños. Esto, permite obtener resultados representativos de órdenes de magnitud respecto a las variables trabajadas. A fin de simplificar el análisis y limitar las variables influyentes, se optó únicamente por el modelado de elementos planos, cuyos apoyos representan pernos de anclaje y las cargas aplicadas simulan los desplazamientos puntuales del terreno debido a desprendimientos de roca, en distintas zonas de los paños.

### **1.3. Antecedentes**

Debido a que el desprendimiento de rocas ha sido (y en muchos casos sigue siendo) la principal causa de accidentes fatales en minería, muchos estudios han sido llevados a cabo a fin de determinar las mejores prácticas que conducen a un buen desempeño de los sistemas de

sostenimiento empleados. Destacando entre ellos al concreto lanzado, se cuenta con un sinnúmero de normativas referentes tanto a procesos constructivos como a ensayos determinantes del desempeño de diferentes tipos de especímenes. Asimismo, también hay una amplia variedad en ensayos no normados capaces de medir la tenacidad y energía disipada.

Si bien no hay un consenso global de la forma o dimensión más adecuada para los especímenes a ensayar a fin de obtener los principales parámetros de desempeño, en general consisten de un panel de concreto lanzado, bien sea cuadrado o circular, apoyado en un determinado número de apoyos con ciertas características y sometido a desplazamientos en su centro geométrico. Tal es el caso del método propuesto por Martin et Al (2015) en el artículo “A New High Force and Displacement Shotcrete Test”, donde se propone el ensayo de paneles cuadrados de 6 pies de lado, ante desplazamiento incremental vertical en sentido opuesto a la gravedad y sujeto por 4 columnas de reacción.

Luego de realizar modificaciones referentes al sentido del desplazamiento (ahora en sentido de la gravedad) y la forma de los apoyos (anclajes) al ensayo propuesto por Martin et Al (2015), se llevó a cabo una etapa experimental en el Laboratorio de Estructuras Antisísmicas - PUCP en el mes de diciembre del 2021, cuyos datos serán empleados en el análisis comparativo a desarrollar.

#### **1.4. Objetivos.**

##### 1.4.1. Objetivo general:

Comparar el comportamiento mecánico de forma numérica y experimental de paneles cuadrados de concreto lanzado anclados en sus cuatro esquinas con diferentes tipos de refuerzo para identificar el desempeño estructural de bóvedas que tengan este sistema de sostenimiento.

##### 1.4.2. Objetivos específicos:

- a. Analizar los resultados experimentales y establecer el desempeño de los especímenes con diferentes tipos de refuerzo en función de la fuerza máxima elástica, desplazamiento máximo elástico; ductilidad y energía disipada (rango inelástico).
- b. Realizar un modelo lineal en el programa Robot Structural Analysis (en adelante Robot) a fin de obtener una primera aproximación referente a las principales formas de deformación y esfuerzos, y la extrapolación a modelos de mayor número de paños, para entender el efecto de la continuidad (hiperestaticidad).
- c. Realizar el modelado y calibración en el programa DIANA FEA para el rango elástico de comportamiento de los paneles cuadrados ensayados en el laboratorio.
- d. Utilizar las calibraciones obtenidas en la extrapolación a modelos con mayor cantidad de paños planos, colocando cargas incrementales en diferentes puntos que simulen deformaciones en un elemento real a fin de analizar la influencia de la misma en diferentes parámetros mecánicos del elemento. Para efectos de la presente investigación, se optó por realizar el modelado de elementos planos y no curvos a fin de mantener la representatividad de un paño genérico que guarde relación con los ensayos elaborados.

### **1.5. Organización.**

El presente proyecto se divide en cinco capítulos que se proceden a explicar a continuación.

El capítulo 1: “Generalidades”, detalla lo relativo a la justificación, antecedentes y objetivos del proyecto.

El capítulo 2: “Estado del arte”, detalla en primera instancia lo relacionado a la definición de un sistema de sostenimiento de bóvedas, su relevancia, características, entre otros.

El capítulo 3: “Metodología”, explica detalladamente tanto los procedimientos a realizar como los criterios a tener en cuenta, indicando claramente los recursos.

El capítulo 4: “Desarrollo numérico”, incluye el análisis de los especímenes ensayados, el desarrollo y resultados de los modelos en Robot y DIANA FEA.

El capítulo 5 incluye las conclusiones del proyecto y recomendaciones para futuras investigaciones en base a lo analizado en el presente proyecto.



## **2. Estado del arte.**

### **2.1. Sistemas de sostenimiento de bóvedas.**

#### 2.1.1. Definición de sistema de sostenimiento.

Dentro del campo de la mecánica de rocas el término “sostenimiento” se emplea para hacer referencia a la combinación de procedimientos y materiales utilizados para mejorar la estabilidad y mantener la capacidad de carga de la roca próxima a una excavación (Brady et Al, 2006). En general, son sistemas que limitan el desplazamiento de la masa rocosa mediante la aplicación de fuerza reactiva sobre la superficie de la excavación (Galvin et Al, 2006),

Asimismo, una clasificación sencilla de los tipos de sostenimiento de rocas los divide en sostenimiento activo y sostenimiento pasivo. El primero inicia la imposición de la carga a la roca desde el momento de su instalación. En tanto que el segundo empieza a desarrollar esfuerzo a medida que la deformación de la masa rocosa se incrementa. (Galvin et Al, 2006)

#### 2.1.2. Descripción de los sistemas de sostenimiento con concreto lanzado.

Uno de los sistemas de sostenimiento pasivo cuyo uso viene incrementándose en las últimas décadas son los basados en concreto lanzado (Brady et Al, 2006). La Figura 2-1 muestra algunos de los mecanismos más empleados en tunelería con este sistema. Cabe mencionar que la combinación de mallas electrosoldadas y/o refuerzos de fibras con el sistema de sostenimiento de concreto lanzado, combinación a la que el comité ACI 506 denomina “sistemas de sostenimiento compuestos”, tiende a mejorar los principales parámetros de desempeño del sistema como la tenacidad y ductilidad.

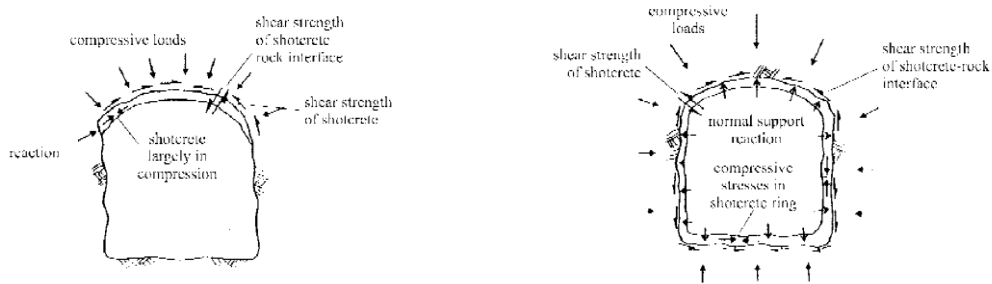


Figura 2-1. Mecanismos de sostenimiento con concreto lanzado en tunelería (Brady et Al, 2006)

A partir de la comparación numérica realizada por Abdellah et Al, (2020) de tres tipos de sostenimiento y un caso patrón sin sostenimiento es posible afirmar que, en general los sistemas de sostenimiento compuestos proveen de mayor estabilidad a los túneles, cuyos principales constituyentes se detallan a continuación. En primer lugar, los sistemas de pernos se caracterizan por contar con un anclaje, un vástago de acero, una placa frontal, una tuerca de ajuste y, en ocasiones, una placa deformable (Brady et Al, 2006). En general los sistemas de sostenimiento de pernos trabajan bajo el principio de transferencia de cargas (Peter et Al, 2021) y pueden clasificarse según su tipo de anclaje: mecánico, por fricción o cementado con resina o cemento.

El anclaje mecánico es el más antiguo y requiere de una roca suficientemente dura que asegure el desarrollo de la capacidad resistente bajo esfuerzo axial en el anclaje (Osinga 2018). Por otro lado, el anclaje por fricción depende de la resistencia a fricción que se genera entre el anclaje y la pared que lo rodea (Song et al. 2017). Por último, los anclajes con cemento o resina son comúnmente utilizados en tunelería (Peter, 2022) y presentan la ventaja de proteger de la corrosión a la barra de acero de anclaje (Chao, 1998).

Otro sistema de sostenimiento frecuentemente utilizado consiste en mallas de acero. Según lo indicado por Brady et al (2006), estas se emplean para restringir el desprendimiento de las pequeñas piezas de roca entre pernos y como refuerzo al concreto lanzado. Los diámetros

del acero de la malla suelen estar alrededor de los 4 mm con cuadrículas espaciadas cerca de 10 cm entre sí.

Finalmente, el refuerzo de macrofibras estructurales aporta, según lo indicado por el comité ACI 506, una mayor ductilidad post agrietamiento y capacidad de carga residual. Estas pueden ser o bien sintéticas o bien de acero, cada una con diferentes características y variedades.

## **2.2. Comportamiento mecánico de elementos bidimensionales.**

### **2.1.3. Definición y tipos de elementos bidimensionales.**

Un elemento bidimensional, plano o curvo, es aquel cuyo espesor es significativamente inferior a cualquiera de sus otras dimensiones. En lo que respecta al análisis estructural, dependiendo de la dirección de las fuerzas que asume, la clasificación más ampliamente difundida y aceptada los diferencia en membranas, placas (losas) y cáscaras.

Mientras que una membrana solo toma fuerzas en su propio plano y en su estado interno solo desarrolla fuerzas normales biaxiales y de corte coplanar; las placas (o losas) reciben cargas perpendiculares a su plano, desarrollando fuerzas cortantes transversales a su plano, momentos flectores y torsiones. Finalmente, una cáscara está sometida tanto a fuerzas en el plano como perpendiculares, desarrollando una combinación de esfuerzos internos que incluyen la superposición de esfuerzos de membrana y de placa. Dicho de otro modo, una cáscara puede ser considerada como la extensión de una placa cuya superficie no es plana y que debido a ello, se generan esfuerzos axiales (Oñate, 2013).

En lo que respecta a los sistemas de sostenimiento de bóvedas de concreto lanzado, es claro que por la geometría (dimensiones, el espesor, la esbeltez) y el tipo de sollicitación presente en túneles, así como por lo explicado en el párrafo anterior, estos pueden ser perfectamente asumidos como cáscaras.

#### 2.1.4. Consideraciones en el análisis de elementos bidimensionales.

El análisis de un elemento bidimensional depende de diversos factores. En primera instancia, la identificación del tipo de elemento según lo indicado en 2.1.3 es fundamental. Asimismo, se debe diferenciar al elemento en función de características particulares como su forma, las restricciones impuestas por los apoyos y la dirección y tipo de la carga aplicada.

En función a la clasificación que tenga el elemento, existe una diversidad de teoría relativa al análisis. A continuación, se procede a desarrollar la teoría referente a los casos que guardan relación con el caso de investigación.

##### a. Placas rectangulares sometidas a flexión.

Tomando como base a la teoría de Kirchoff para placas delgadas en el rango elástico se hacen las siguientes asunciones basadas en el método de Euler-Bernoulli: Deflexiones pequeñas, el plano medio permanece sin esfuerzos y las secciones transversales originalmente planas permanecen planas. (Ugural, 2017)

Para la notación expresada en la Figura 2-2, la ecuación diferencial que gobierna el comportamiento de placas delgadas se muestra en la Ecuación 2-1, donde la solución del desplazamiento vertical ( $w$ ) se calcula a partir de las condiciones de borde impartidas al elemento correspondientes a la pendiente en los apoyos (Ugural, 2017).

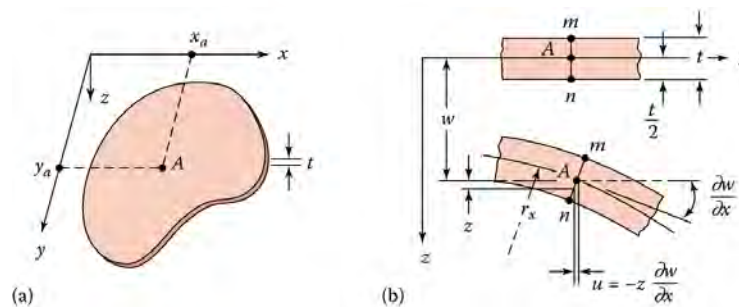


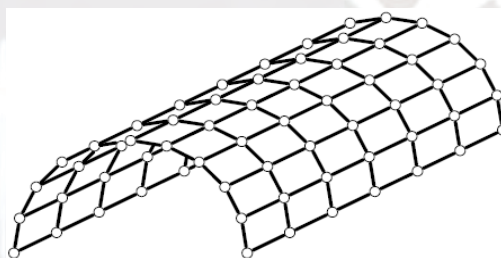
Figura 2-2. Notación empleada en la ecuación diferencial que gobierna el comportamiento de placas (Ugural, 2017)

*Ecuación 2-1. Ecuación diferencial del comportamiento de placas.*

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 0$$

b. Cáscaras rectangulares sometidas a flexión.

A diferencia con el caso del análisis de placas, las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de las cáscaras son más complicadas debido a la curvatura de las mismas (Oñate, 2013). Por ello una propuesta para su análisis consiste en la discretización de la misma en un número finito de placas unidas por medio de nodos, también conocido como método de elementos finitos (Ver Figura 2-3).



*Figura 2-3. Discretización de un túnel en un número finito de elementos tipo Placa o Losa. (Oñate, 2013)*

Según lo indicado previamente referente al análisis de elementos tipo cáscara, se hace evidente la necesidad de emplear un software cuyo procesamiento esté basado en el método de elementos finitos (FEM). Si bien existe una amplia variedad de programas comerciales especializados en análisis no lineal como DIANA FEA, ABAQUS, ATENA, entre otros, no todos son flexibles a modificaciones por el usuario y requieren de mayor expertiz técnica (Chaudhari et al, 2012).

## **2.3. Parámetros de desempeño y normativa.**

### **2.1.5. Propiedades mecánicas del concreto lanzado en tracción.**

La definición de las propiedades mecánicas de un material guarda estricta relación con el modelo constitutivo asumido. El cual queda definido en principio por los valores de

resistencia y deformación de fluencia así como también los criterios de ablandamiento o endurecimiento para las fases plásticas.

El concreto lanzado consiste de un sistema constructivo, siendo los modelos constitutivos generalmente asumidos para el concreto, válidos para concretos colocados bajo este sistema. En tal sentido, los valores generalmente asumidos para concreto simple se definen como se muestra a continuación.

Según el RNE E.060, la resistencia a flexión (Módulo de Rotura) se define por:

$$f'_{r} = 1.33 \times \sqrt{f'_{c}} \dots \left( \frac{kg}{cm^2} \right)$$

Según MacGregor (1997), la deformación unitaria a tracción correspondiente al punto de esfuerzo máximo en tracción directa y a flexión es:

$$\varepsilon_{\text{en el punto de máxima fuerza-tracción directa}} \approx 0.0001$$

$$\varepsilon_{\text{en el punto de máxima fuerza-flexión}} \approx 0.00014 \text{ a } 0.0002$$

Por otro lado, si bien existen muchos criterios para caracterizar el comportamiento de un concreto reforzado con macrofibras, en este caso se consideró el uso de gráficas esfuerzo-CMOD. Se parte de la premisa que el uso de fibras rara vez produce cambios en la resistencia a la tracción de la matriz (Zerbino, 2020) y que, para dosis bajas de fibras, se parte de un desempeño post pico de ablandamiento.

Cabe mencionar que el desempeño post-agrietamiento de un elemento de concreto puede representarse por medio de la energía absorbida. Esta, se interpreta como la capacidad del elemento para redistribuir esfuerzos luego del agrietamiento y se calcula como el área bajo la curva de fuerza-deformación (ASTM C1550-20, 2020).

#### 2.1.6. Normativas y ensayos para el cálculo de tenacidad y energía disipada.

En lo que refiere a métodos disponibles para la medición de la tenacidad de paneles de concreto lanzado se encuentran por un lado los métodos estandarizados o normados y por otro lado, una diversidad de métodos y ensayos propuestos que no han sido normados.

En términos generales, todos los métodos una carga puntual a un panel de forma y dimensiones prestablecidas mientras se mide la deflexión del mismo. Así se genera una curva de carga- desplazamiento (o deflexión) a partir de la que se mide el área bajo la curva y se obtiene la energía absorbida por el espécimen para un determinado desplazamiento.

Por un lado, los métodos estandarizados más ampliamente aceptados son los indicados en la normativa americana ASTM o la normativa europea EFNARC. La norma ASTM C 1550 -20 “Método de ensayo estandarizado para la tenacidad a flexión de concreto reforzado con fibra (Usando paneles redondos cargados al centro)” cubre la determinación de la tenacidad expresada como disipación de energía en el rango post agrietamiento utilizando un panel circular (ver Figura 2-9) con diámetro de 0.80 m y alrededor de 8 cm de espesor apoyado en tres pivotes y sujeto a una carga puntual central. La norma EFNARC para concreto lanzado (1993), a diferencia de la ASTM, define a las muestras como cuadrados de 0.6 m x 0.6 m o 1.00 m x 1.00 m (ver Figura 2-10) dependiendo del método de lanzado (manual o robótico respectivamente) y con un espesor no menor de 10 cm. El método de ensayo de disipación de energía definido en la misma norma indica cuatro apoyos continuos en los ejes de la muestra y una carga en el punto central.

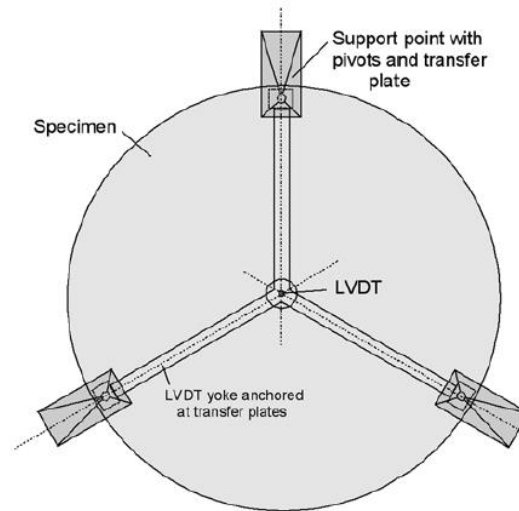


Figura 2-4. Ensayo según los criterios establecidos por la norma ASTM C1550-20. (ASTM C1550-20)

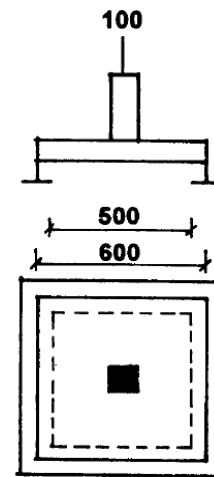


Figura 2-5. Ensayo según los criterios establecidos por la norma EFNARC para concreto lanzado (EFNARC para concreto lanzado, 1996)

Por otro lado, para los casos en los que sea necesario evaluar el desempeño global del concreto lanzado con otros sistemas de sostenimiento y se desee minimizar el efecto de los apoyos es posible expandir la escala del espécimen (Martin et al., 2015). Ampliar la escala permite tener resultados más próximos al comportamiento real del sistema de sostenimiento empleado en túneles en minería pues, entre otros, permite que los apoyos tengan un espaciamiento similar al patrón de pernos de anclaje, así como también incrementar el desplazamiento a valores observados in situ (Martin et al., 2015). Al realizar dichas modificaciones se estaría ingresando al grupo de ensayos no normados, dentro de los que resalta el método “HE-HD” propuesto por “NIOSH’s OMSHR Spokane Research Laboratory” (Ver Figura 2-6).

El método “HE-HD” o “Gran energía – Gran desplazamiento” por sus siglas en inglés consta de 4 columnas de concreto reforzado que sostienen al espécimen por medio de anclajes típicos usados en minería. Al centro de las columnas se ubica el actuador que impone desplazamiento a través de un cabezal esférico de 3 pies de diámetro (Martin et al., 2015). Cabe mencionar que la carga aplicada tiene sentido opuesto a la gravedad y el

espécimen de ensayo de 4 pulgadas de espesor queda apoyado sobre las columnas formando un cuadrado de arista igual a 4 pies.

Tomando como referencia al método “HE-HD”, en el mes de diciembre del 2021 se llevó a cabo un proyecto experimental en el Laboratorio de Estructuras Antisísmicas - PUCP (Ver Figura 2-7). En el que se desarrollaron las siguientes modificaciones al método original para asemejar más el ensayo a la realidad:

- Se emplearon losas de  $1.80 \times 1.80 \text{ m}^2$  y 10 cm de espesor
- Se reemplazaron los apoyos de columnas, por anclajes suspendidos del mismo tipo al empleado en túneles mineros.
- Se invirtió el sentido de la fuerza aplicada, por el sentido de la gravedad.
- Se diferenciaron a los especímenes en 10 grupos con diferentes tipos de refuerzo que combinan, además del concreto lanzado y los pernos, a 3 tipos de macrofibras y malla electrosoldada interna o externa (en la cara expuesta).

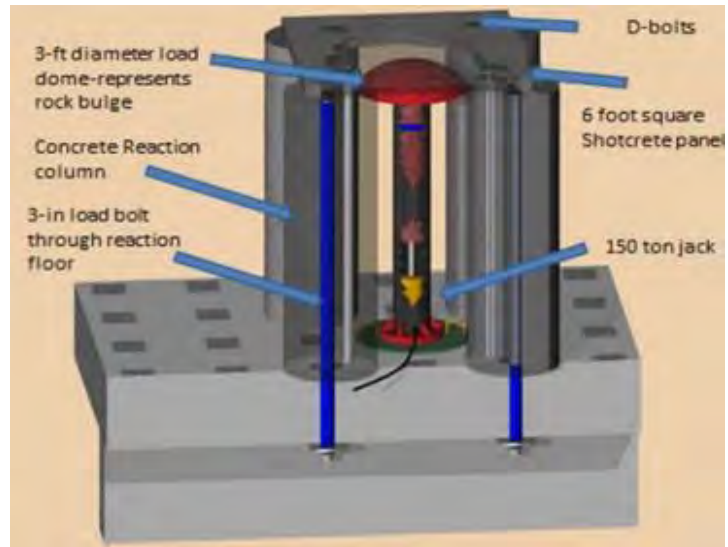


Figura 2-6. Método de ensayo HE-HD. (Martin et al., 2015)



Figura 2-7. Máquina de ensayo laboratorio LE-DI PUCP. (Fuente propia)

La serie de ensayos desarrollados evaluaron diferentes mecanismos de refuerzo, diferenciados por la secuencia de instalación y el tipo de fibra empleado, las cuales se clasifican de la siguiente manera: FRS1: macrofibra metálica, FRS2: macrofibra sintética 1 y FRS3: macrofibra sintética 2; todos los casos con una dosificación de 20 kg/m<sup>3</sup>. Se desarrollaron 10 tipos de muestras con 3 especímenes para cada caso, obteniendo un total de 30 losas que se muestran en la Figura 2-8.

| Espécimen <sup>1</sup> | Secuencia de instalación   |
|------------------------|--|
| S-B                    | (1) shotcrete (2) pernos de anclaje  |
| S-M-B                  | (1) shotcrete (2) malla electro-soldada (3) pernos de anclaje                                |
| M-B-S                  | (1) malla electro-soldada (2) pernos de anclaje (3) shotcrete                                |
| S-M-S-B                | (1) shotcrete (2) malla (3) shotcrete (4) pernos de anclaje                                  |
| FRS1-B                 | (1) shotcrete reforzado con fibras tipo 1 (2) pernos de anclaje                              |
| FRS1-M-B               | (1) shotcrete reforzado con fibras tipo 1 (2) malla electro-soldada<br>(3) pernos de anclaje |
| FRS2-B                 | (1) shotcrete reforzado con fibras tipo 2 (2) pernos de anclaje                              |
| FRS2-M-B               | (1) shotcrete reforzado con fibras tipo 2 (2) malla electro-soldada<br>(3) pernos de anclaje |
| FRS3-B                 | (1) shotcrete reforzado con fibras tipo 3 (2) pernos de anclaje                              |
| FRS3-M-B               | (1) shotcrete reforzado con fibras tipo 3 (2) malla electro-soldada<br>(3) pernos de anclaje |

Figura 2-8. Ensayos y secuencia de instalación de la campaña experimental de diciembre de 2021.

El desplazamiento objetivo previsto –según referencia del Método HE-HD-, para el ensayo de tenacidad es 10 pulgadas o 25cm (Figura 2-10), el mismo que no se alcanzó en todos los casos, debido a la ocurrencia anticipada del colapso (Figura 2-9).

En diciembre del 2022 se desarrolló una ampliación con ensayos adicionales, que consideraron los mismos tipos de fibra y dimensiones en planta, con un espesor de 8 cm y una dosificación de 25 kg/m<sup>3</sup> de fibras.



Figura 2-9. Interrupción de un ensayo por colapso prematuro de la muestra.



Figura 2-10. Fin de un ensayo por alcanzar la deflexión máxima (25 cm).

### **3. Metodología.**

#### **3.1. Selección y procesamiento de datos experimentales.**

Teniendo en consideración la variedad de tipos de especímenes ensayados descritos en la Figura 2-13, se realizará un filtro para determinar los casos de muestras a evaluar. Este filtro tomará en consideración los parámetros expuestos a continuación.

##### 3.1.1. Correlación de resultados.

Se realizará la lectura del registro de datos empleando el software Matlab y se seleccionarán los casos en los que la correlación entre los resultados de fuerza-desplazamiento y energía-desplazamiento de los tres especímenes de una misma muestra guarden menor dispersión de resultados.

##### 3.1.2. Consideraciones adicionales.

Se considerará como caso patrón la muestra de concreto lanzado sin ningún tipo de refuerzo adicional. Además, se considerará al menos una muestra de concreto lanzado con refuerzo interno de malla sin refuerzo de fibras y una muestra de concreto lanzado reforzado con un tipo de fibra.

Luego de seleccionar las muestras que se emplearán para el análisis se procederá con su procesamiento en el software Matlab. Se realizarán regresiones de las etapas elástica e inelástica de la respuesta de cada muestra y posteriormente se determinarán parámetros representativos para cada etapa de los ensayos. Estos parámetros incluirán la rigidez elástica ( $K_1$ ), fuerza máxima elástica, desplazamiento máximo elástico, punto de colapso efectivo, energía elástica, energía total. En la Figura 3-1, se muestra el flujograma para el desarrollo del programa que analizará los datos experimentales.

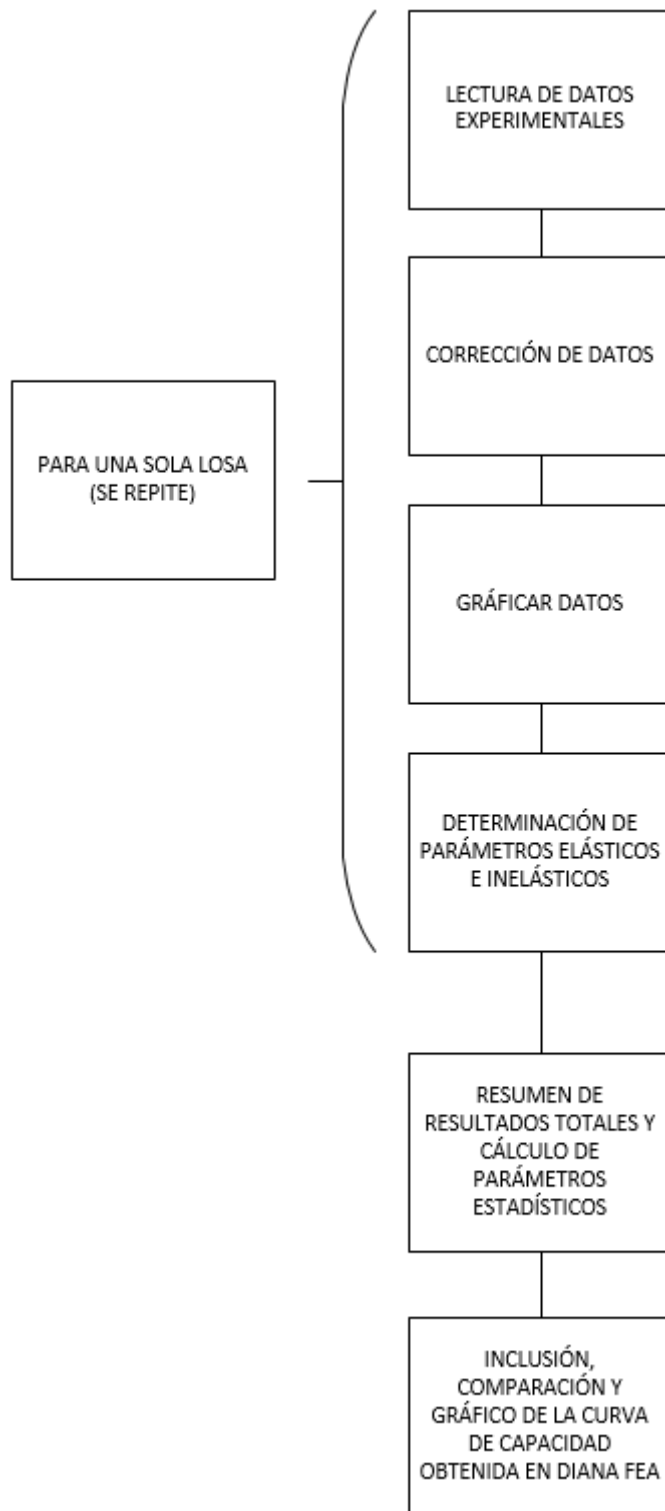


Figura 3-1. Flujograma de programa en Matlab que analiza los datos experimentales.

### 3.2. Procedimiento de modelado y análisis.

En una primera etapa, se realizaron una serie de modelos numéricos lineales empleando el software Robot a fin de buscar una aproximación inicial de los resultados analíticos, con los

experimentales. En este programa se modeló una losa de concreto sin refuerzo de acero o fibras, pues su uso fue ilustrativo.

El primer modelo consta de un paño con cuatro apoyos. En este se realizaron los ajustes necesarios a fin de obtener numéricamente un desempeño similar al obtenido en los paneles ensayados. Este modelo es representativo del ensayo realizado, pero no de una franja de varios paños, debido a los efectos borde por la continuidad de la bóveda. A fin de limitar y calibrar los efectos de borde en el modelado, se realizó el modelo de una franja de bóveda, como losa plana, con cuatro paños utilizando la misma configuración obtenida para el paño aislado.

El objetivo de este segundo modelo está centrado en el análisis del apoyo central común que sostiene 4 paños. Por último, se realizó el modelado de 9 paños, donde el paño central es el paño representativo de un caso real. Con cada uno de los modelos se evaluaron los diagramas de momentos, deformaciones y diversas variaciones entre los modelos obtenidos. Se optó por el modelado de paños planos continuos, en vez de modelarlos como una losa en forma de bóveda curva a fin de mantener la representatividad con los ensayos elaborados.

En una segunda etapa de modelado, se empleó el programa DIANA FEA, que permitió calibrar los modelos de losas de un paño, con cuatro tipos de refuerzo seleccionados de entre los ensayos experimentales. La calibración se enfocó a lograr la mayor cercanía posible con sus equivalentes experimentales en la etapa elástica tanto en fuerza como en desplazamiento a través de un análisis de tipo push-over liderado por fuerza.

Finalmente, la última etapa de modelado consistió en extrapolar la calibración obtenida con uno de los modelos de paños aislados elaborados en la etapa previa, a un modelo de 9 paños. A este modelo, se aplicaron cargas incrementales en diferentes puntos a fin de simular deformaciones en lugares distintos. De esta manera permite evaluar la distribución de deformaciones, formación de fisuras y distribución de fuerzas en cada punto de apoyo.

### 3.3. Desarrollo de conclusiones.

El desarrollo de conclusiones se elaboró en relación a cuatro niveles diferentes:

- a. A partir de los ensayos experimentales.
- b. A partir de los modelos y aproximaciones elásticas elaboradas en Robot.
- c. A partir de los modelos de paños aislados con diferentes tipos de refuerzo elaborados en DIANA FEA.
- d. A partir de las extrapolaciones en modelos de nueve paños elaborados en DIANA FEA para diferentes posiciones de carga.



## 4. Desarrollo numérico.

### 4.1. Procesamiento de datos experimentales.

#### 4.1.1. Selección de datos a analizar.

Las muestras seleccionadas para realizar el procesamiento de datos se detallan a continuación.

5. Losa patrón de 10 cm de espesor de concreto lanzado sin ningún tipo de refuerzo interno de fibras o interior o exterior de malla de acero (S-B).
6. Losa de 10 cm de espesor de concreto lanzado con refuerzo interno de malla electrosoldada (S-M-S-B).
7. Losa de 10 cm de espesor de concreto lanzado con refuerzo de macrofibras metálicas a una tasa de  $20 \text{ kg/m}^3$  (FRS1-B).
8. Losa de 10 cm de espesor de concreto lanzado con refuerzo de macrofibras metálicas a una tasa de  $20 \text{ kg/m}^3$  y refuerzo externo de malla de acero electrosoldado (FRS1-M-B).
9. Losa de 8 cm de espesor de concreto lanzado con refuerzo de macrofibras metálicas a una tasa de  $25 \text{ kg/m}^3$ . (FRS-B-1)

#### 4.1.2. Procesamiento de datos experimentales.

El desplazamiento objetivo previsto –según referencia del Método HE-HD-, para el ensayo de tenacidad es 10 pulgadas o 25cm, el mismo que no se alcanzó en todos los casos, debido a la ocurrencia anticipada del colapso.

Para fines de cálculo de la ductilidad y para limitar la variabilidad, se definió como el punto de colapso efectivo aquel que corresponde a alcanzar el 50% de la fuerza máxima elástica desarrollada para cada caso. Sin embargo, para el cálculo de la energía disipada se consideró hasta el máximo desplazamiento alcanzado por cada muestra. Asimismo, las gráficas que se

muestran a continuación son las gráficas experimentales totales del ensayo realizado, de inicio a fin.

- Losa de tipo S-B

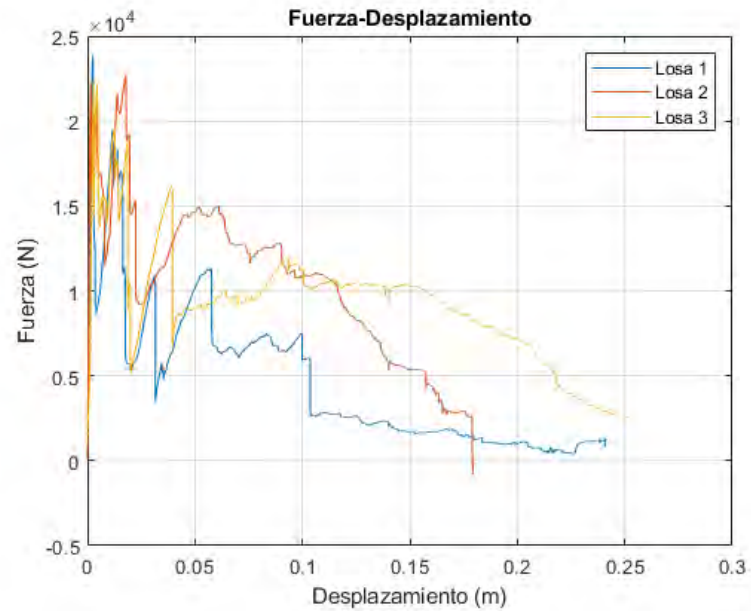


Figura 4-1. Fuerza - desplazamiento losa S-B.

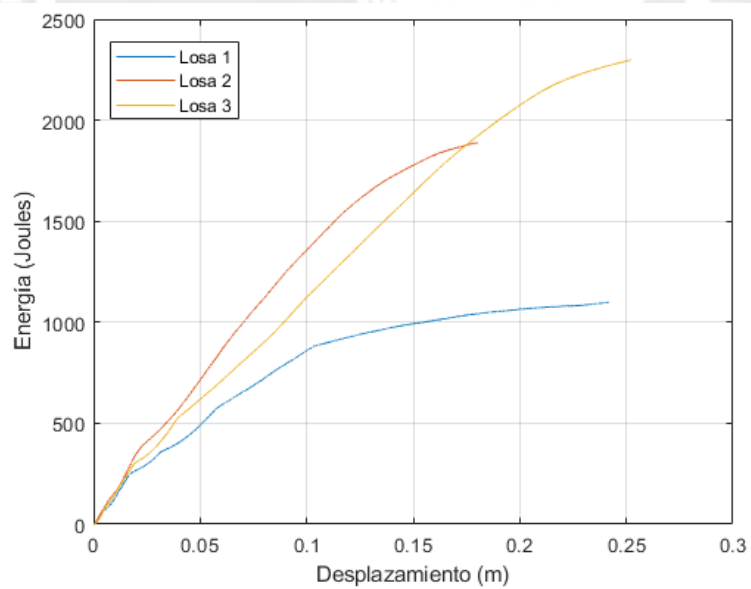


Figura 4-2. Energía-desplazamiento losa S-B.

Tabla 4-1. Resumen de resultados losa S-B.

| LOSA | RIGIDEZ (N/m) | DUCTILIDAD | FUERZA MÁXIMA ELÁSTICA (N) | Desp. Max Elástico (mm) | ENERGÍA TOTAL (J) | ENERGÍA INELÁSTICA (J) |
|------|---------------|------------|----------------------------|-------------------------|-------------------|------------------------|
| 1    | 10,757,633    | 1.40       | 23,855.01                  | 0.25                    | 1,099             | 1,062                  |
| 2    | 17,075,497    | 14.25      | 22,163.90                  | 0.16                    | 1,887             | 1,867                  |
| 3    | 7,582,725     | 6.61       | 22,298.67                  | 0.28                    | 2,298             | 2,269                  |

- Losa de tipo S-M-S-B

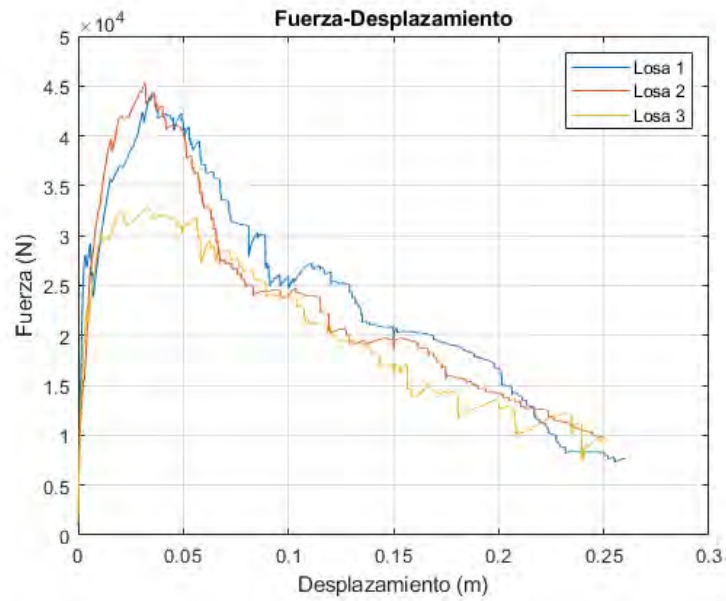


Figura 4-3. Fuerza-desplazamiento losa S-M-S-B.

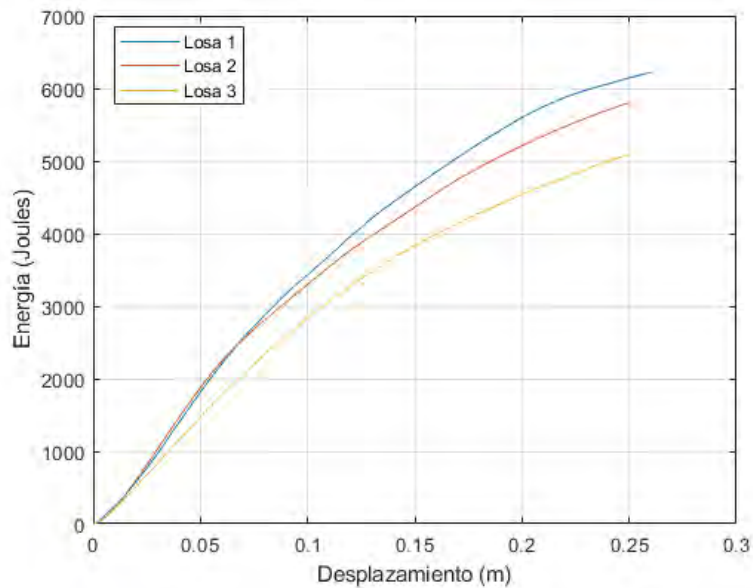


Figura 4-4. Energía-desplazamiento losa S-M-S-B.

Tabla 4-2. Resumen de resultados losa S-M-S-B.

| LOSA | RIGIDEZ (N/m) | DUCTILIDAD | FUERZA MÁXIMA ELÁSTICA (N) | Desp. Max Elástico (mm) | ENERGÍA TOTAL (J) | ENERGÍA INELÁSTICA (J) |
|------|---------------|------------|----------------------------|-------------------------|-------------------|------------------------|
| 1    | 1,084,578     | 3.80       | 44,378.74                  | 3.54                    | 6,223             | 5,024                  |
| 2    | 1,179,787     | 3.62       | 45,193.12                  | 3.19                    | 5,802             | 4,691                  |
| 3    | 341,747       | 4.52       | 32,814.06                  | 3.32                    | 5,095             | 4,159                  |

- Losa de tipo FRS1-B

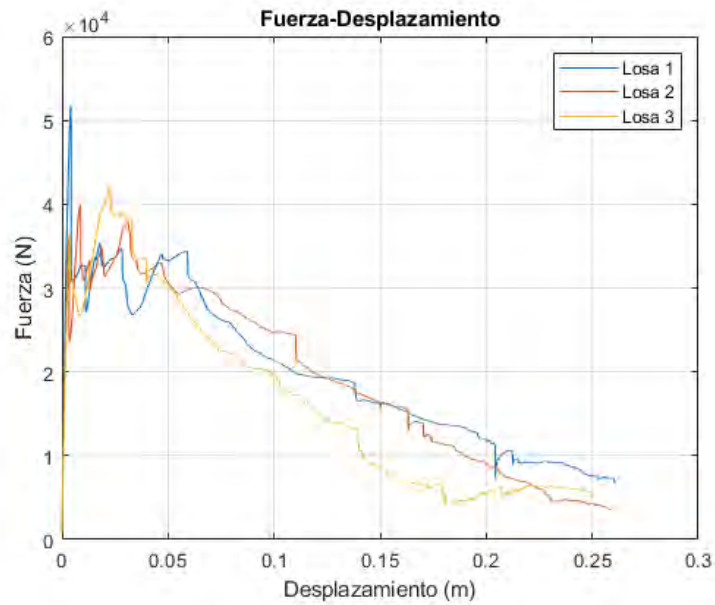


Figura 4-5. Fuerza-desplazamiento losa FRS1-B.

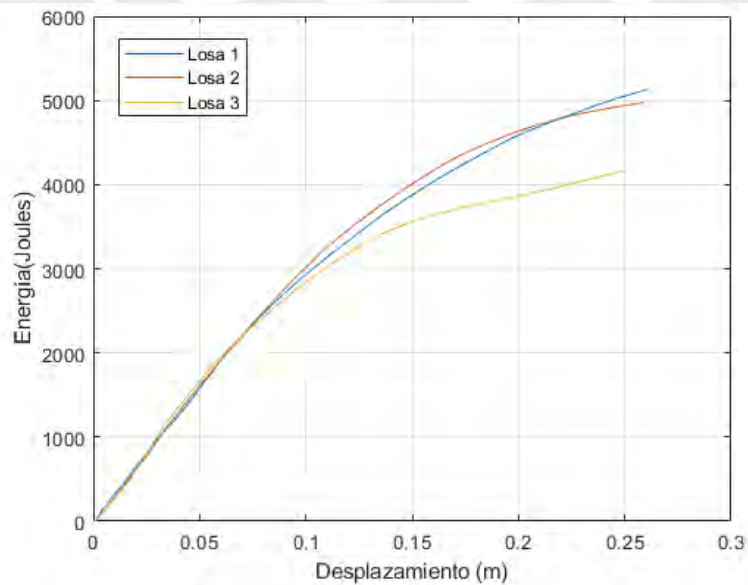


Figura 4-6. Energía-desplazamiento losa FRS1-B.

Tabla 4-3. Resumen de resultados losa FRS1-B.

| LOSA | RIGIDEZ (N/m) | DUCTILIDAD | FUERZA MÁXIMA ELÁSTICA (N) | Desp. Max Elástico (mm) | ENERGÍA TOTAL (J) | ENERGÍA INELÁSTICA (J) |
|------|---------------|------------|----------------------------|-------------------------|-------------------|------------------------|
| 1    | 14,918,946    | 19.35      | 51,657.78                  | 0.41                    | 5,132             | 5,004                  |
| 2    | 11,388,897    | 41.87      | 36,149.20                  | 0.33                    | 4,976             | 4,905                  |
| 3    | 11,399,429    | 28.30      | 36,338.08                  | 0.37                    | 4,169             | 4,089                  |

- Losa de tipo FRS1-M-B

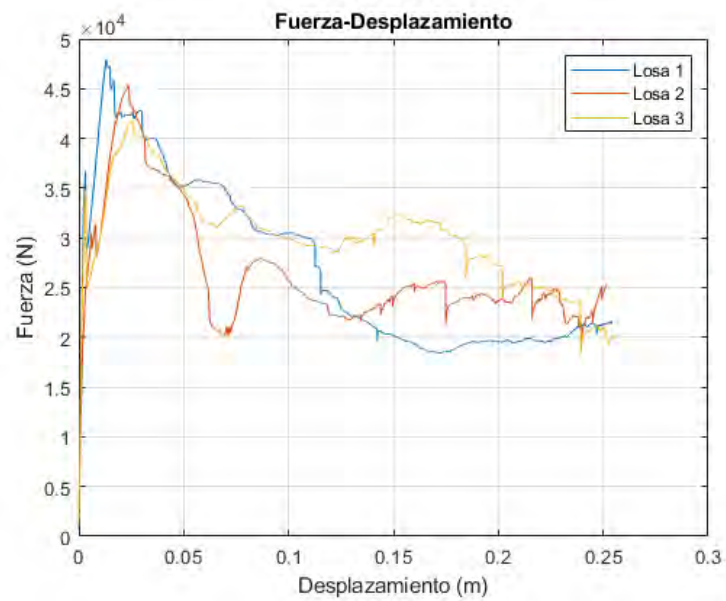


Figura 4-7. Fuerza-desplazamiento losa FRS1-M-B.

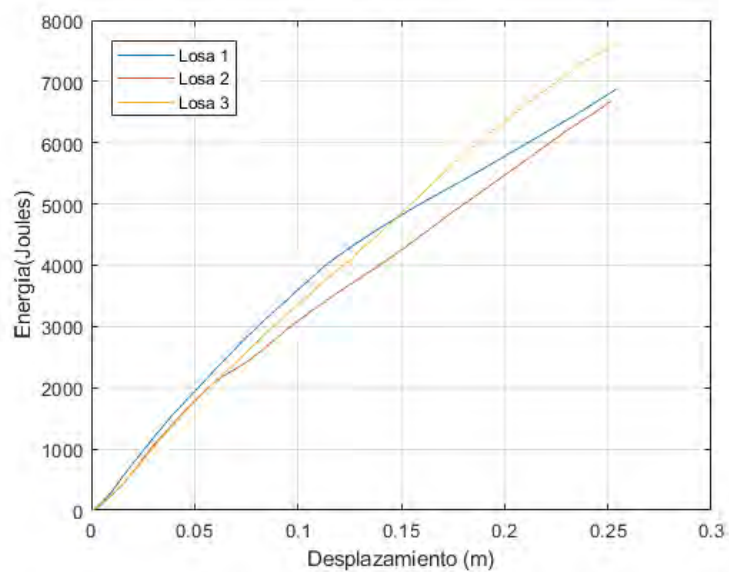


Figura 4-8. Energía-desplazamiento losa FRS1-M-B.

Tabla 4-4. Resumen de resultados losa FRS1-M-B.

| LOSA | RIGIDEZ (N/m) | DUCTILIDAD | FUERZA MÁXIMA ELÁSTICA (N) | Desp. Max Elástico (mm) | ENERGÍA TOTAL (J) | ENERGÍA INELÁSTICA (J) |
|------|---------------|------------|----------------------------|-------------------------|-------------------|------------------------|
| 1    | 450,131       | 9.37       | 47,949                     | 1.31                    | 6,872             | 6,426                  |
| 2    | 419,574       | 2.61       | 45,355                     | 2.38                    | 6,683             | 5,890                  |
| 3    | 997,582       | 9.42       | 41,698                     | 2.54                    | 7,675             | 6,841                  |

- Losa tipo FRS-B-1 (8 cm + refuerzo de macrofibra)

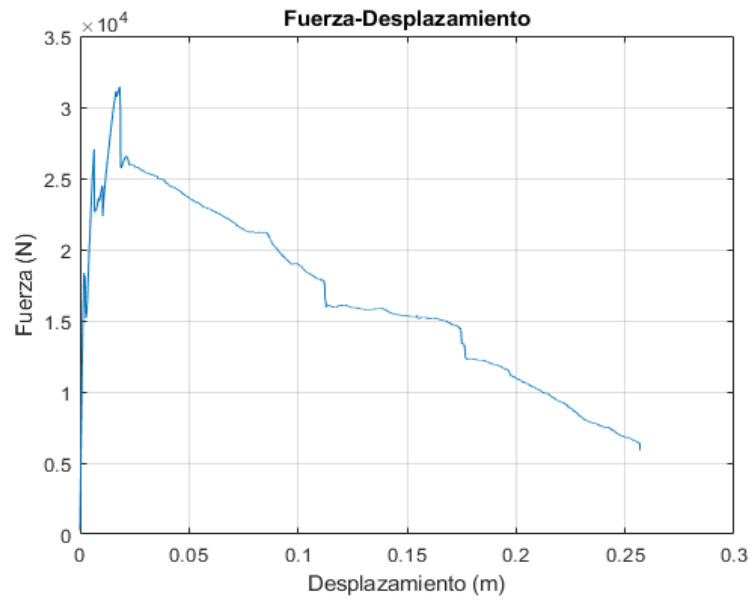


Figura 4-9. Fuerza-desplazamiento losa FRS-B-1.

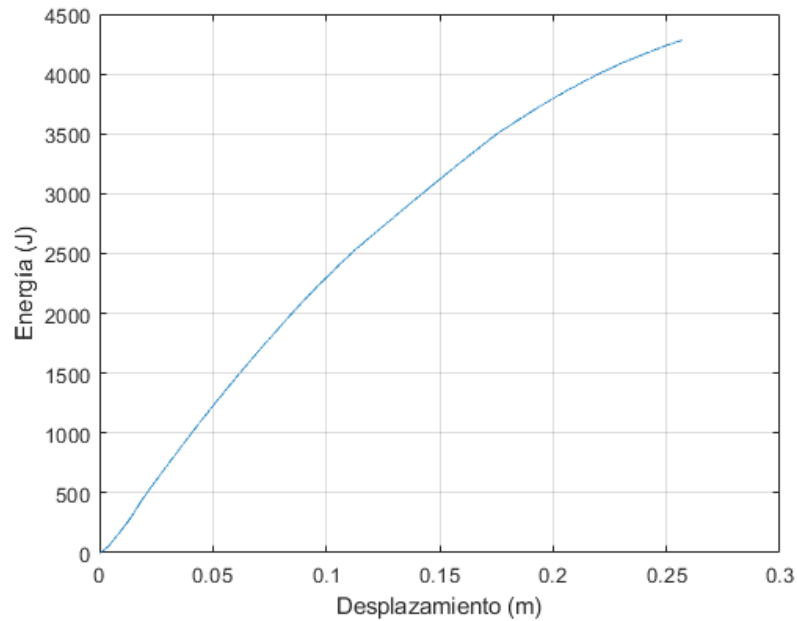


Figura 4-10. Energía-desplazamiento losa FRS-B-1.

Tabla 4-5. Resumen de resultados losa FRS-B-1.

| RIGIDEZ (N/m) | DUCTILIDAD | FUERZA MÁXIMA ELÁSTICA (N) | Desp. Máx. Elástico (m) | ENERGÍA TOTAL (J) | ENERGÍA INELÁSTICA (J) |
|---------------|------------|----------------------------|-------------------------|-------------------|------------------------|
| 249,260       | 14.08      | 31,432                     | 1.82                    | 4,282             | 3,856                  |

A continuación, en la Figura 4-11, se colocan las gráficas promedio de 3 ensayos de los especímenes de 10 cm de espesor con diferentes tipos de refuerzo. En la Tabla 4-6 se resumen los resultados de las cuatro losas ensayadas de 10 cm de espesor, donde se ordenan de mayor a menor energía total disipada.

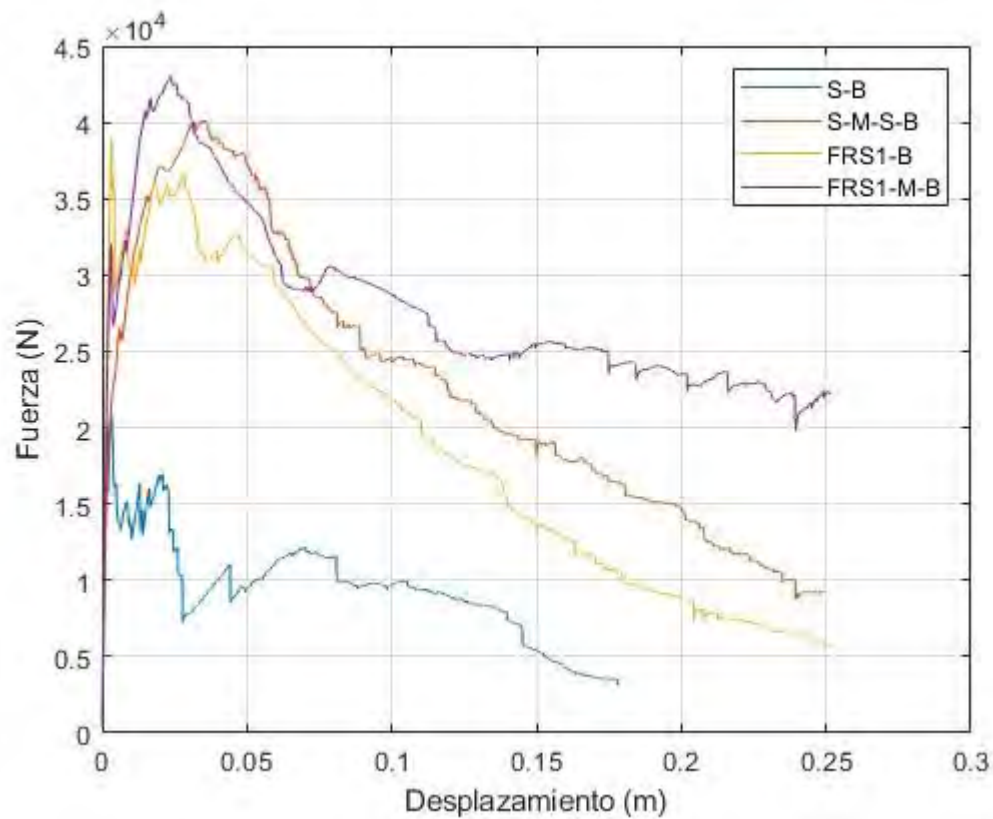


Figura 4-11. Resumen de resultados de todas las losas ensayadas.

Tabla 4-6. Resumen de resultados de todas las losas ensayadas.

| TIPO DE REFUERZO | RIGIDEZ (N/m) | DUCTILIDAD | FUERZA MÁXIMA ELÁSTICA (N) | DESP. MAX ELÁSTICO (mm) | ENERGÍA TOTAL (J) | ENERGÍA ELÁSTICA (J) | ENERGÍA INELÁSTICA (J) |
|------------------|---------------|------------|----------------------------|-------------------------|-------------------|----------------------|------------------------|
| FRS1-M-B         | 622,429       | 13.36      | 45,000                     | 2.08                    | 7,077             | 691                  | 6,386                  |
| S-M-S-B          | 868,704       | 7.58       | 40,795                     | 3.35                    | 5,707             | 1,082                | 4,625                  |

|               |            |       |        |      |       |    |       |
|---------------|------------|-------|--------|------|-------|----|-------|
| <b>FRS1-B</b> | 12,569,090 | 70.72 | 41,382 | 0.37 | 4,759 | 93 | 4,666 |
| <b>S-B</b>    | 11,805,284 | 7.42  | 22,772 | 0.23 | 1,761 | 29 | 1,733 |

La Tabla 4-7 resume los valores de desviación standard obtenidos para cada tipo de refuerzo ensayado.

Tabla 4-7. Valores de desviación estándar obtenidos para cada tipo de refuerzo ensayado.

| <b>LOSA/Desv. Est.</b> | <b>Fuerza máxima elástica (N)</b> | <b>Desplazamiento máximo elástico (m)</b> | <b>Energía total (J)</b> |
|------------------------|-----------------------------------|---|--------------------------|
| <b>FRS1-M-B</b>        | 3,141                             | 6.726                                     | 527                      |
| <b>S-M-S-B</b>         | 6,924                             | 1.798                                     | 570                      |
| <b>FRS1-B</b>          | 8,900                             | 0.416                                     | 517                      |
| <b>S-B</b>             | 940                               | 0.650                                     | 609                      |

Por otro lado, también se ensayó en flexión biaxial la malla electrosoldada de manera individual, los resultados se muestran a continuación.

- Malla electrosoldada

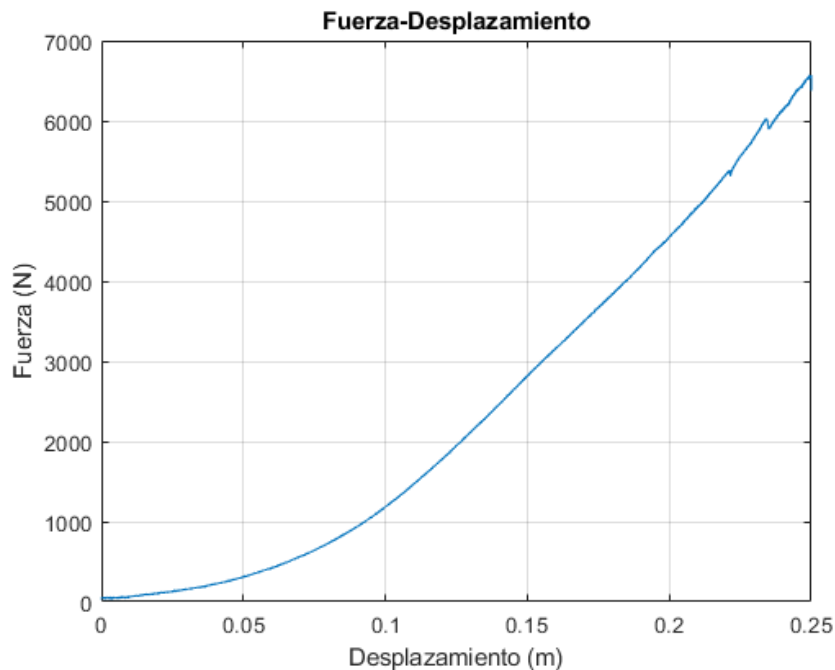


Figura 4-12. Fuerza-desplazamiento malla electrosoldada.

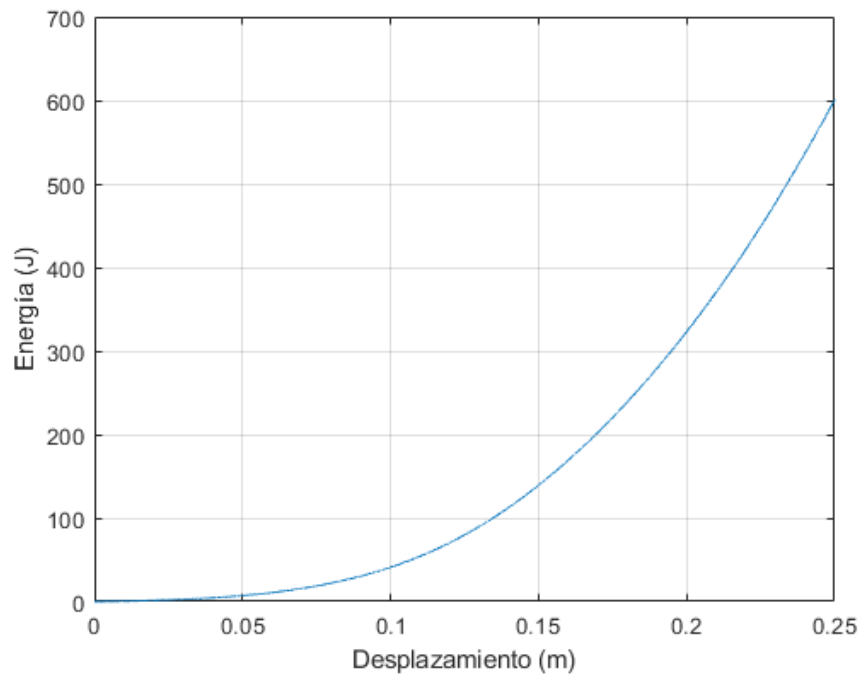


Figura 4-13. Energía-desplazamiento malla electrosoldada.

Se observa que la energía máxima disipada fue de 600.3 J.

Es importante recordar que los criterios para interrumpir los ensayos fueron o bien el colapso o caída del espécimen ensayado o alcanzar los 25 cm de deflexión. Sin embargo, es coherente afirmar que el colapso efectivo habría llegado mucho antes de los 25 cm, y que la resistencia residual puede deberse a la fricción o trabazón en la losa de concreto fisurada, pero no garantiza estabilidad estructural.

#### 4.2. Modelado numérico.

El proceso de modelado se subdividió en dos etapas: la primera en el programa de análisis lineal “Robot Structural Analysis” y la segunda con el programa “DIANA FEA” a fin de realizar un análisis más sofisticado. La primera etapa consistió en modelar linealmente el comportamiento de una losa patrón (S-B), donde se obtuvieron aproximaciones generales del comportamiento de una losa. Asimismo, se analizó el efecto de continuidad en los paños, los

tipos y dimensiones de apoyos. Esta etapa sirvió de base para plantear las asunciones iniciales en el modelo con el programa DIANA FEA.

### **Programa Robot:**

En la Tabla 4-9 se resumen los parámetros mecánicos que se emplearon en todos los casos trabajados.

*Tabla 4-9. Parámetros empleados en el programa Robot.*

|  |       |
|--|-------|
| <b>Resistencia (Kg/cm<sup>2</sup>)</b>           | 210   |
| <b>Dimensiones (m)</b>                           | 1.80  |
| <b>Distanciamiento entre puntos de apoyo (m)</b> | 1.20  |
| <b>Espesor (m)</b>                               | 0.10  |
| <b>Tipo de elemento</b>                          | Shell |

#### 4.2.1. Modelos de un paño.

Se desarrollaron dos modelos: El modelo de un paño con bordes libres (R1PBL) y el modelo de un paño con bordes restringidos (R1PBR). En las Figuras 4-2, 4-3, 4-4 y 4-5 se muestra la representación gráfica de los modelos en mención. Se utilizó un mallado de elementos finitos cuadrulado de 10 cm x 10 cm. Asimismo, para el modelo de bordes restringidos, se modeló una restricción de 50 cm de lado asemejando el ensayo desarrollado en el laboratorio.

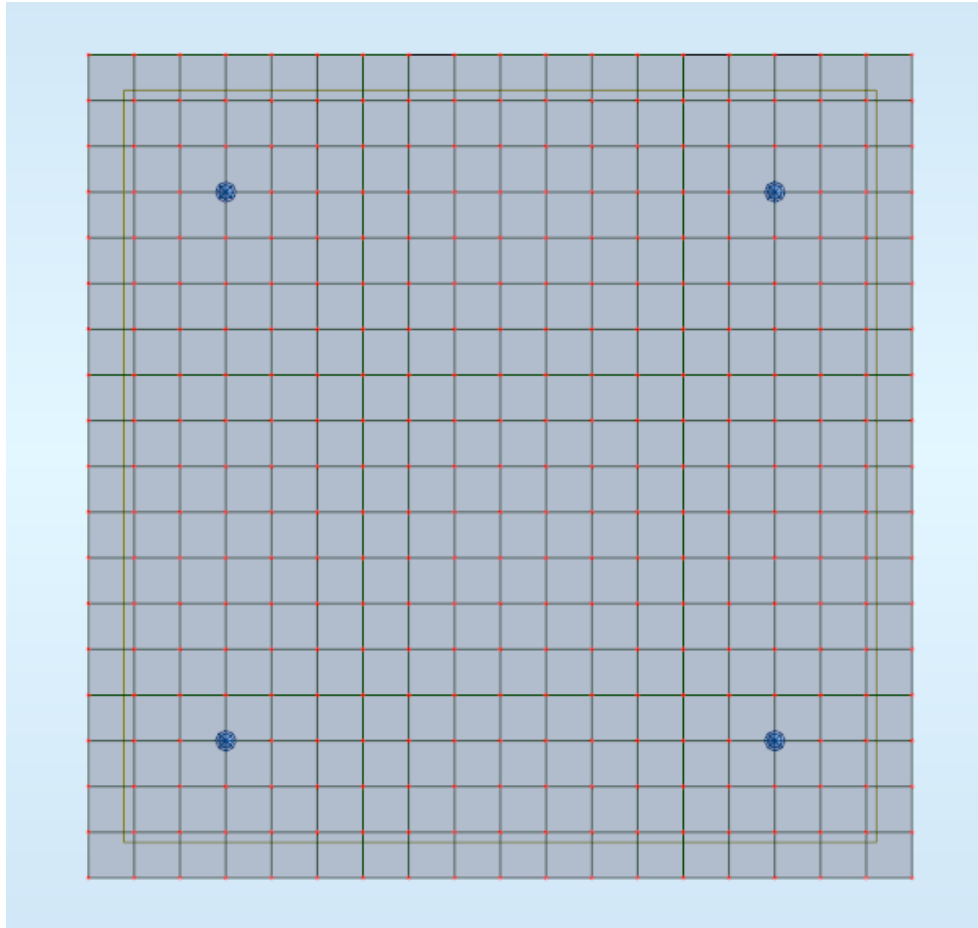


Figura 4-14. Modelo de un paño con bordes libres –vista en planta. (R1PBL)

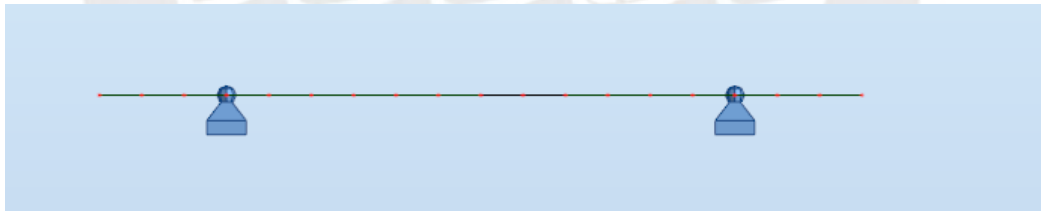


Figura 4-15. Modelo de un paño con bordes libres -vista perfil. (R1PBL)

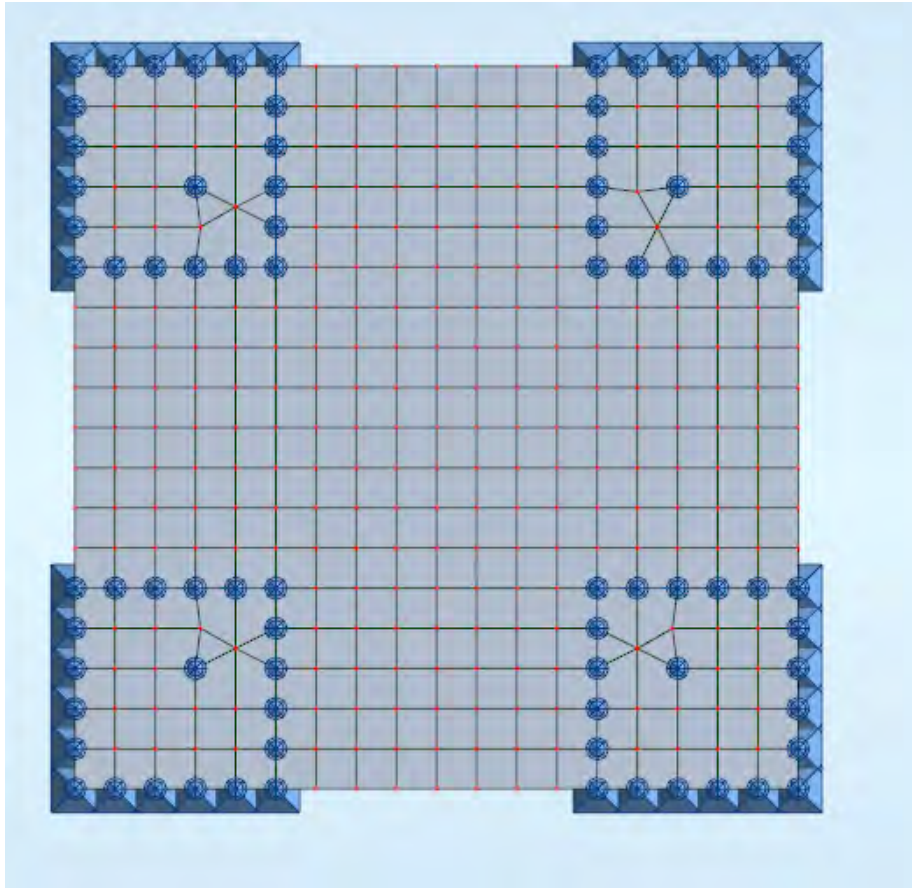


Figura 4-16. Modelo de un paño con bordes restringidos -vista planta. (R1PBR)



Figura 4-17. Modelo de un paño con bordes restringidos -vista perfil. (R1PBR)

#### 4.2.2. Modelo de cuatro paños.

Se realizó el modelo en Robot correspondiente a 4 paños (R4P). En este caso, el apoyo central se restringió con apoyos simplemente apoyados a lo largo de un área cuadrada de 40 x 40 cm<sup>2</sup>.

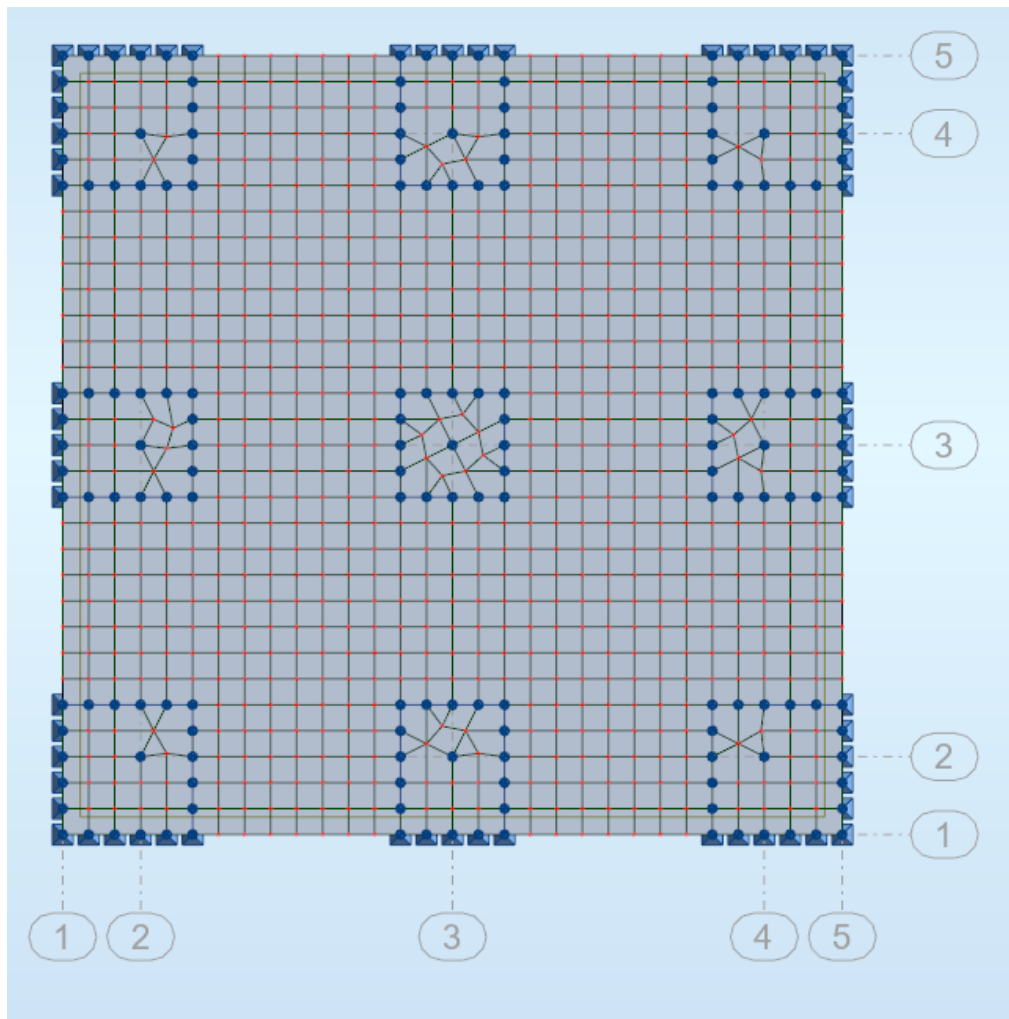


Figura 4-18. Modelo de Robot de 4 paños -vista en planta (R4P).

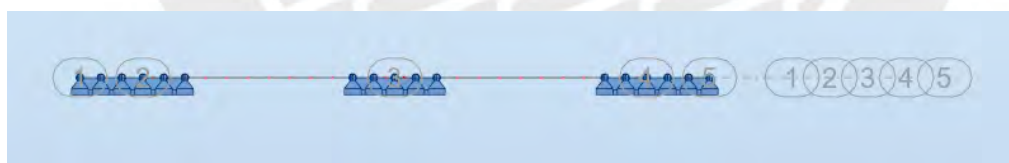


Figura 4-19. Modelo de Robot de 4 paños -vista perfil (R4P).

#### 4.2.3. Modelo de nueve paños.

Se realizó en Robot el modelo de 9 paños (R9P). Con respecto a los apoyos empleados, siendo el paño central el paño representativo a un paño real. Se emplearon apoyos simplemente apoyados a lo largo de áreas cuadradas de  $10 \times 10 \text{ cm}^2$  según se observa en la Figura 4-20.

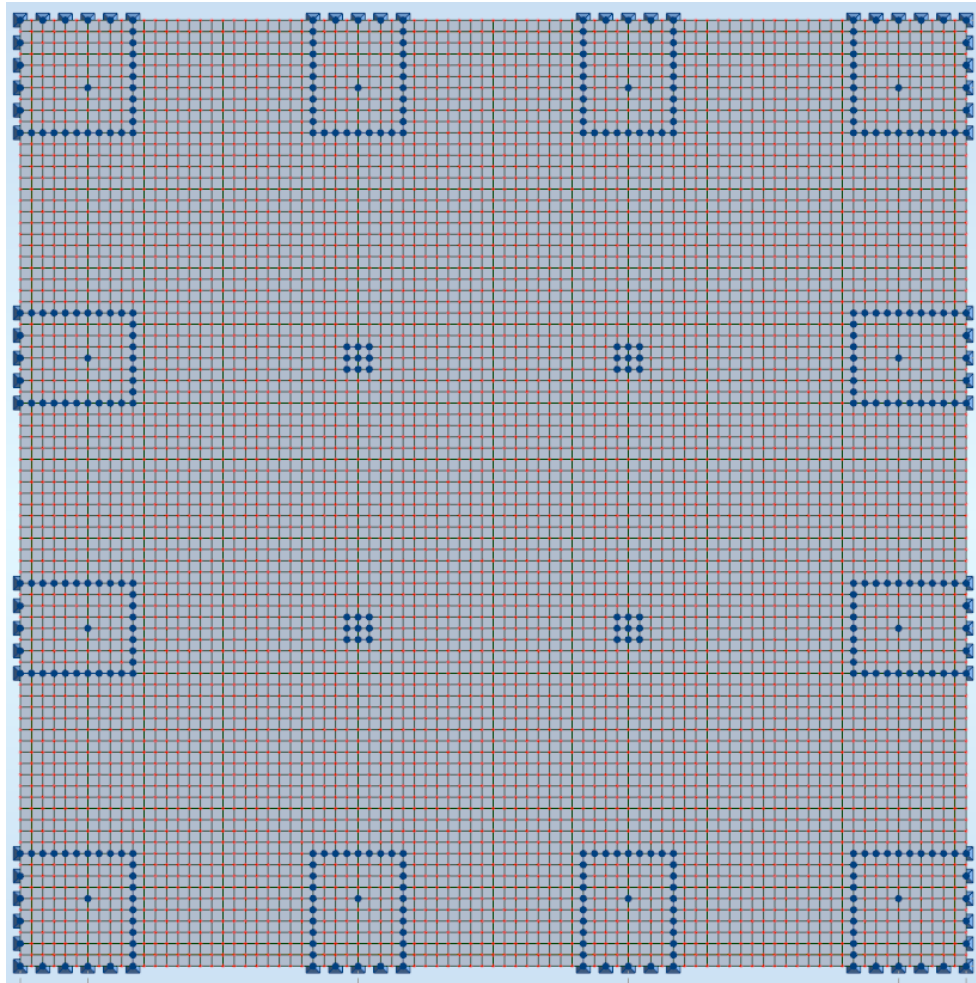


Figura 4-20. Modelo Robot 9 paños -vista en planta. (R9P)



Figura 4-21. Modelo Robot 9 paños-vista de perfil. (R9P)

### **Programa Diana F.E.A.**

Se empleó el programa DIANA FEA para desarrollar el modelo numérico no lineal tanto de las losas ensayadas de un paño; como las de nueve paños (modeladas como losas planas continuas), extrapolar las propiedades previamente calibradas. Las propiedades empleadas para los elementos modelados varían en función del caso a analizar y el tipo de elemento general utilizado; para todos los casos es de sólido estructural. La Figura 4-22 muestra el

diagrama de flujo de la secuencia a seguir para el correcto modelado y configuración de análisis en el programa DIANA FEA.



*Figura 4-22. Flujo de trabajo DIANA FEA.*

A continuación, se procede a detallar las propiedades y características de cada modelo elaborado.

#### 4.2.4. Modelos de un paño.

Se elaboraron modelos de un paño cuadrado de 1.80 m de lado, cuyos apoyos son de tipo área y forma triangular para asemejar a las losas ensayadas. Se generaron losas de 10 y 8 cm de espesor semejantes a la mostrada en la Figura 4-23 y el material utilizado es concreto con modelo de tipo “Total strain-based crack model”.

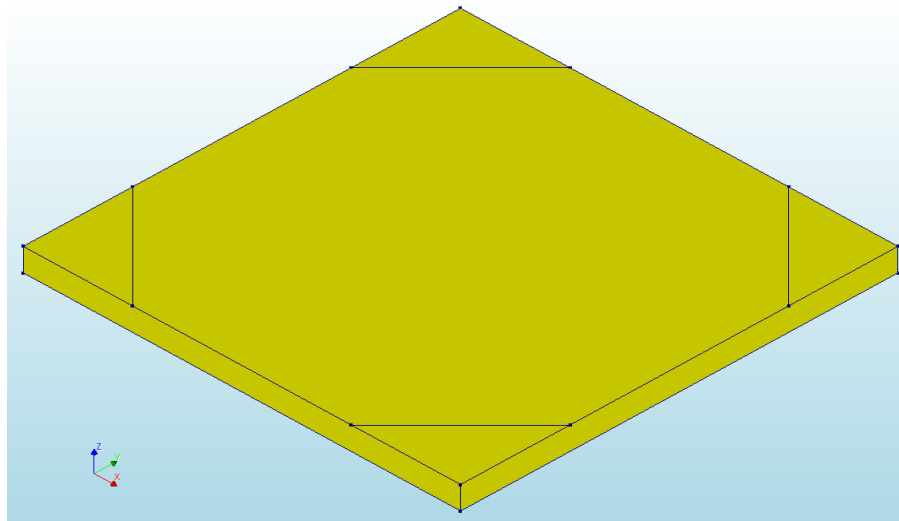


Figura 4-23. Representación gráfica de una losa típica.

Asimismo, las propiedades particulares empleadas para cada caso se muestran en las tablas y figuras de a continuación. Cabe mencionar que la deformación unitaria considerada en los modelos a tracción, está basada en el margen de 0.0015 a 0.003 para la carga pico conforme indica MacGregor (1997), en base a los estudios realizados por B. Sinha et Al.

Tabla 4-8. Propiedades empleadas en el modelo S-B.

| PROPIEDAD                                  | CONCRETO                     |
|--|------------------------------|
| Espesor de la losa(cm)                     | 10                           |
| Módulo de Poisson                          | 0.15                         |
| Densidad (kg/m <sup>3</sup> )              | 2400                         |
| Modelo a compresión                        | Elástico                     |
| Modelo a tracción                          | Linear-ultimate crack strain |
| Módulo de elasticidad (N/m <sup>2</sup> )  | 7,897,500,000                |
| Carga pico tracción (N/m <sup>2</sup> )    | 660,295                      |
| Carga última a tracción(N/m <sup>2</sup> ) | 297,132                      |
| Deformación unitaria para carga pico       | 0.00008361                   |
| Deformación unitaria última                | 0.00035                      |

Tabla 4-9. Propiedades empleadas en el modelo S-M-S-B.

| PROPIEDAD                                   | CONCRETO                     | MALLA ACERO                  |
|---|------------------------------|------------------------------|
| Espesor de la losa - diámetro de acero (cm) | 10                           | 0.45                         |
| Módulo de Poisson                           | 0.15                         | 0.28                         |
| Densidad (kg/m <sup>3</sup> )               | 2400                         | -                            |
| Modelo a compresión                         | Elástico                     | -                            |
| Modelo a tracción                           | Linear-ultimate crack strain | Reinforcement steel-embbebed |
| Módulo de elasticidad (N/m <sup>2</sup> )   | 6.31E+09                     | 1.60175E+11                  |
| Carga pico tracción (N/m <sup>2</sup> )     | 660,295.00                   | 480,525,850.00               |
| Carga última a tracción(N/m <sup>2</sup> )  | 297,132.00                   | 549,172,400.00               |
| Deformación unitaria para carga pico        | 0.00010464                   | 0.003                        |
| Deformación unitaria última                 | 0.00035                      | 0.015                        |

Tabla 4-10. Propiedades empleadas en el modelo FRS1-B.

Tabla 4-11. Propiedades empleadas en el modelo FRS1-M-B.

| PROPIEDAD                                       | CONCRETO                             | MALLA ACERO                  |
|---|--------------------------------------|------------------------------|
| Espesor de la losa - diámetro del acero (cm)    | 10                                   | 0.45                         |
| Módulo de Poisson                               | 0.15                                 | 0.28                         |
| Densidad (kg/m <sup>3</sup> )                   | 2400                                 | -                            |
| Modelo a compresión                             | Elástico                             | -                            |
| Modelo a tracción                               | fib fiber reinforced concrete - CMOD | reinforcement steel-embbebed |
| Módulo de elasticidad                           | 8.00E+09                             | 1.60175E+11                  |
| Carga pico a tracción (N/m <sup>2</sup> )       | 546,400                              | 480,525,850.00               |
| CMOD carga pico (m)                             | 0.00005                              | -                            |
| Carga última (N/m <sup>2</sup> )                | -                                    | 549,172,400.00               |
| Carga a un CMOD de 0.0005 m (N/m <sup>2</sup> ) | 330,933                              | -                            |
| Carga a un CMOD de 0.0015 m (N/m <sup>2</sup> ) | 302,667                              | -                            |
| Carga a un CMOD de 0.0025 m (N/m <sup>2</sup> ) | 281,867                              | -                            |
| CMOD último (m)                                 | 0.005                                | -                            |
| Deformación unitaria para carga pico            | -                                    | 0.0003                       |
| Deformación unitaria última                     | -                                    | 0.0015                       |

Tabla 4-12. Propiedades empleadas en el modelo FRS-B-1.

| PROPIEDAD | CONCRETO |
|-----------|----------|
|-----------|----------|

|  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| <b>Espesor de la losa (cm)</b>                       | 8                                    |
| <b>Módulo de Poisson</b>                             | 0.15                                 |
| <b>Densidad (kg/m<sup>3</sup>)</b>                   | 2400                                 |
| <b>Modelo a compresión</b>                           | Elástico                             |
| <b>Modelo a tracción</b>                             | fib fiber reinforced concrete - CMOD |
| <b>Módulo de elasticidad</b>                         | 8.00E+09                             |
| <b>Carga pico a tracción (N/m<sup>2</sup>)</b>       | 546,400                              |
| <b>CMOD carga pico (m)</b>                           | 0.00005                              |
| <b>Carga a un CMOD de 0.0005 m (N/m<sup>2</sup>)</b> | 397,119.6                            |
| <b>Carga a un CMOD de 0.0015 m (N/m<sup>2</sup>)</b> | 363,200                              |
| <b>Carga a un CMOD de 0.0025 m (N/m<sup>2</sup>)</b> | 338,240                              |
| <b>CMOD último (m)</b>                               | 0.005                                |

#### 4.2.5. Modelos de nueve paños.

Se desarrollaron 05 modelos de 09 paños planos a los que se aplicó diferentes cargas puntuales incrementales en posiciones estratégicas. El modelo empleó los parámetros definidos para el tipo de refuerzo “FRS1-B” (Tabla 4-12), correspondientes a la losa de 10 cm reforzadas únicamente con refuerzo de macrofibras.

Los puntos de aplicación de carga corresponden a los puntos donde ocurrirían las deformaciones aplicadas al conjunto, las mismas que representan el parámetro más crítico al momento de realizar el diseño de un sistema de sostenimiento en bóvedas. De esta manera, para asemejar la situación real en una bóveda se aplicaron cargas “puntuales” distribuidas en una pequeña área circular de 10 cm de diámetro.

| PROPIEDAD                                       | CONCRETO                             |
|---|--------------------------------------|
| Espesor de la losa (cm)                         | 10                                   |
| Módulo de Poisson                               | 0.15                                 |
| Densidad (kg/m <sup>3</sup> )                   | 2400                                 |
| Modelo a compresión                             | Elástico                             |
| Modelo a tracción                               | fib fiber reinforced concrete - CMOD |
| Módulo de elasticidad                           | 8.00E+09                             |
| Carga pico a tracción (N/m <sup>2</sup> )       | 546,400                              |
| CMOD carga pico (m)                             | 0.00005                              |
| Carga a un CMOD de 0.0005 m (N/m <sup>2</sup> ) | 330,933                              |
| Carga a un CMOD de 0.0015 m (N/m <sup>2</sup> ) | 302,667                              |
| Carga a un CMOD de 0.0025 m (N/m <sup>2</sup> ) | 281,867                              |
| CMOD último (m)                                 | 0.005                                |

Para cada caso de carga, el análisis se centra en el paño central, siendo la intención identificar la influencia del desplazamiento de diferentes puntos del elemento en un paño representativo.

Las Figura 4-24 a Figura 4-28 muestran las zonas de aplicación de carga para cada caso.

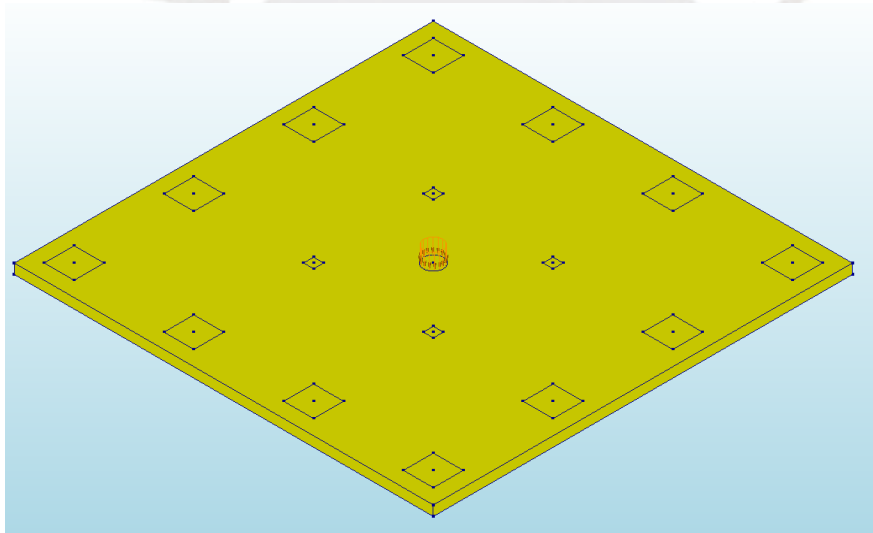


Figura 4-24. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del paño central.

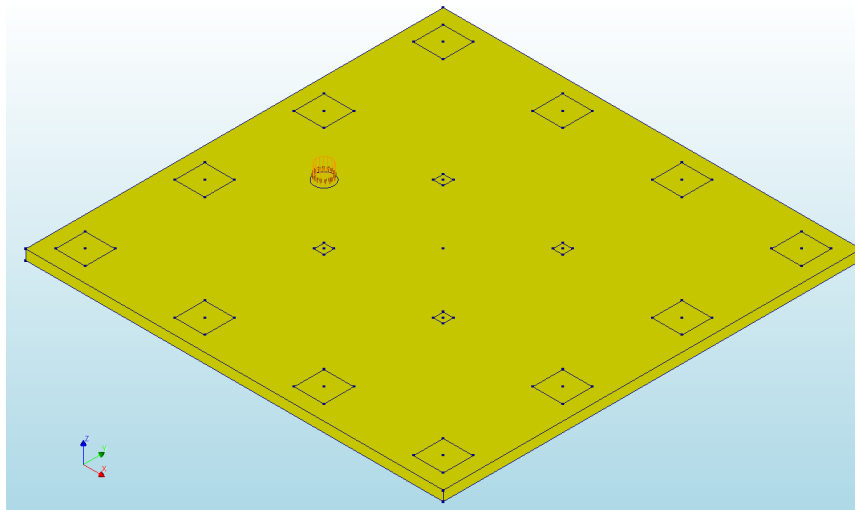


Figura 4-25. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.

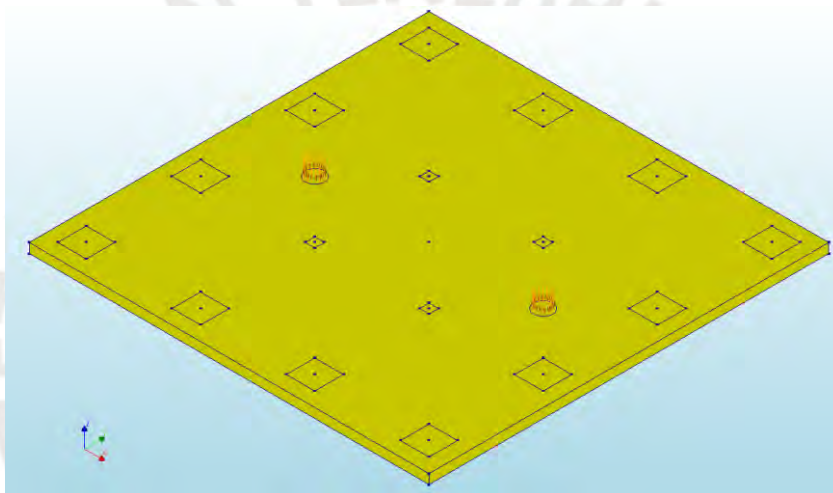


Figura 4-26. Losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.

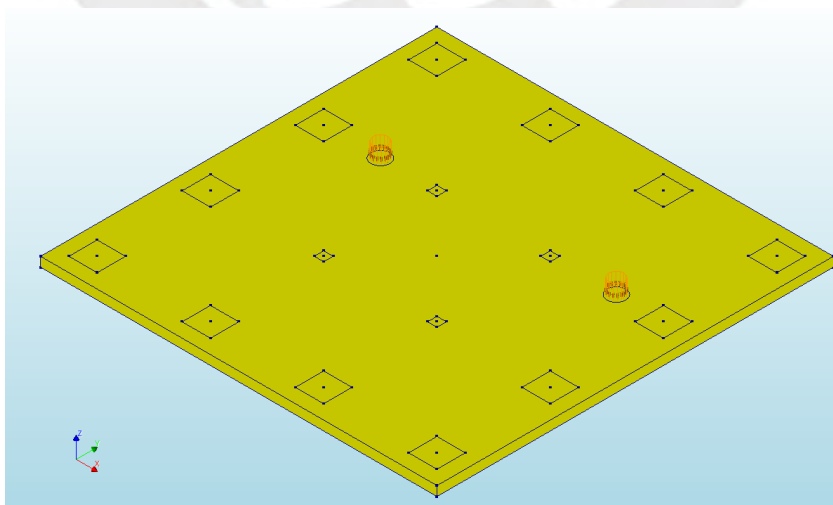


Figura 4-27. Losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños

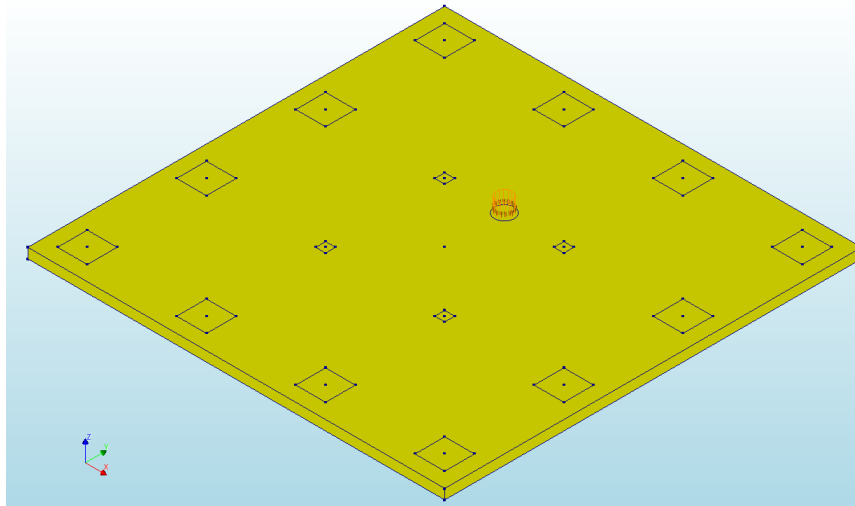


Figura 4-28. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central.

### 4.3. Análisis de resultados.

#### 4.3.1. Resultados obtenidos con Robot.

Teniendo en consideración los modelos desarrollados con Robot, se aplicó una carga unitaria (1 KN) en el punto central de cada paño y se desarrollaron análisis de tipo lineal-estático. A continuación, se muestran los resultados de deflexión y diagramas de momento flector para cada caso.

#### Modelos de un paño

\*Deflexión en el punto central

Tabla 4-13. Deflexión del punto central en modelos de un paño en Robot.

| Modelo                | Deflexión en el punto central (mm) |
|-----------------------|------------------------------------|
| R1PBL                 | 678.95                             |
| R1PBR                 | 123.2                              |
| diferencia porcentual | 81.85%                             |

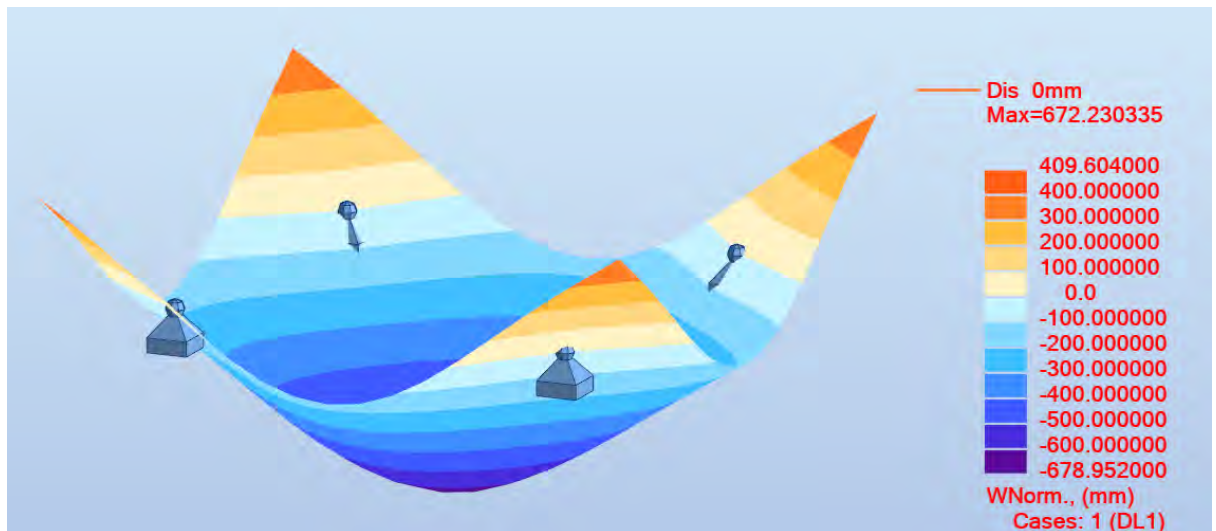


Figura 4-29. Deflexión R1PBL.



Figura 4-30. Deflexión R1PBR.

\*Diagramas de momentos flectores.

Se definen los cortes A-A1 y B-B1 correspondientes al tramo central y a un corte paralelo a una arista de la sección que pasa por dos apoyos. En la Figura 4-31 se observan los diagramas de momento flector para los cortes A-A1 y B-B1 de color rosado y azul respectivamente para el modelo R1PBL.

En la Figura 4-32 se muestran los mismos diagramas para el modelo R1PBR.

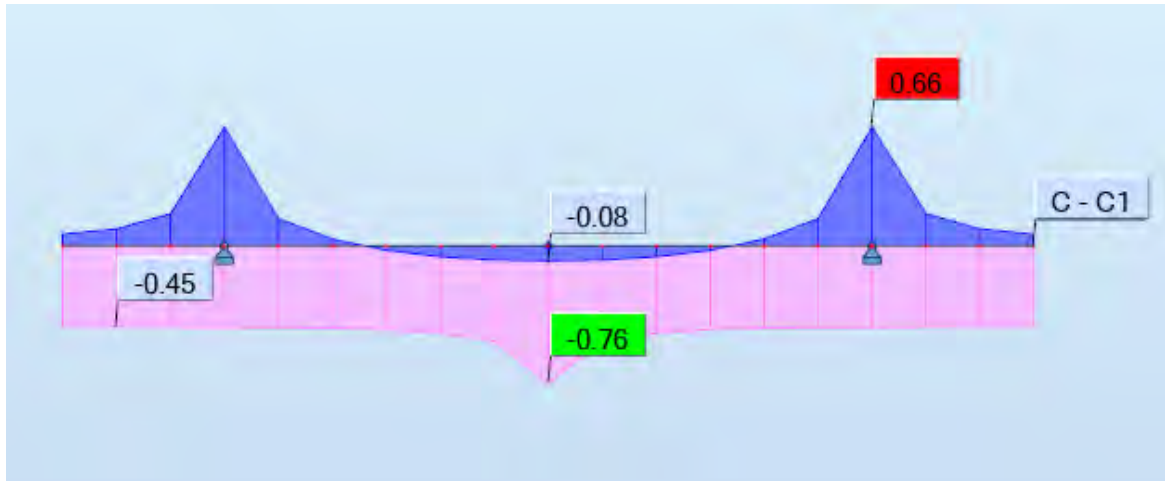


Figura 4-31. DMF modelo RIPBL

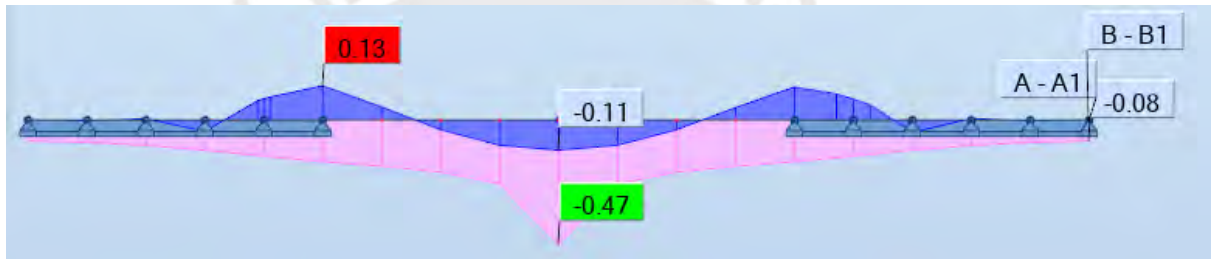


Figura 4-32. DMF modelo RIPBR.

Modelo de 4 paños

\*Deflexión en el punto central de cada paño

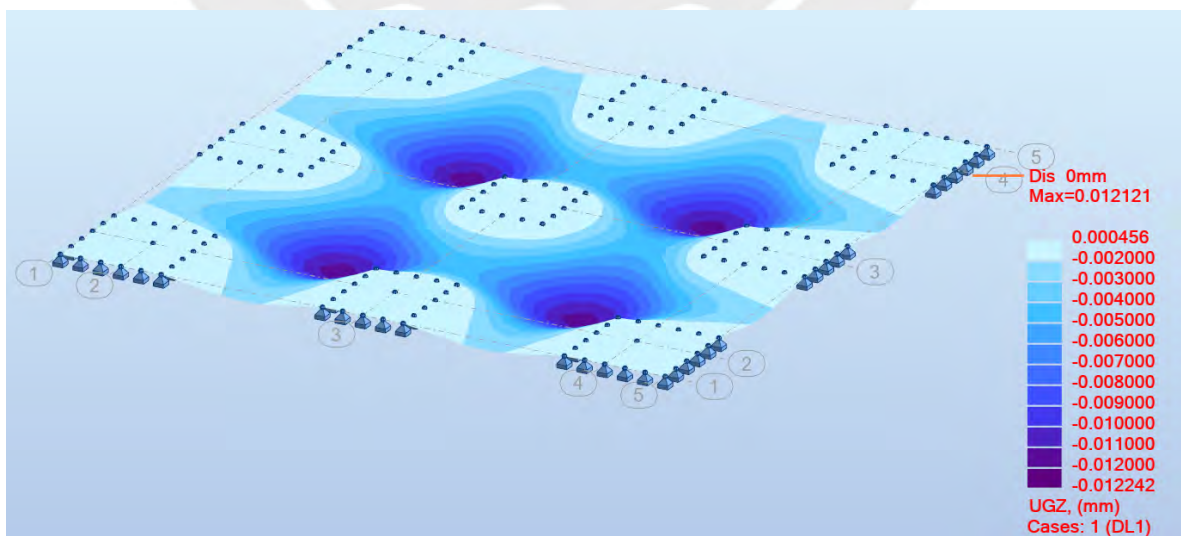


Figura 4-33. Deflexión R4P.

\*Diagrama de momento flector en el punto medio y al medio de un paño

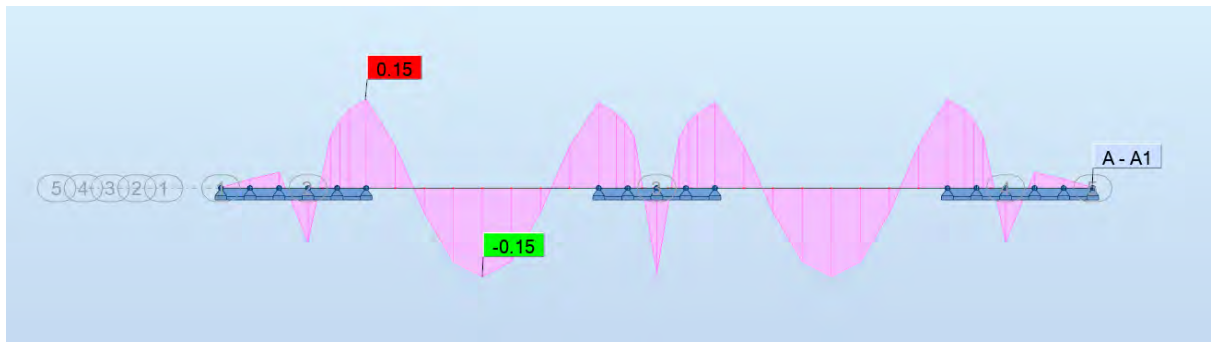


Figura 4-34. DMF tramo central R4P.

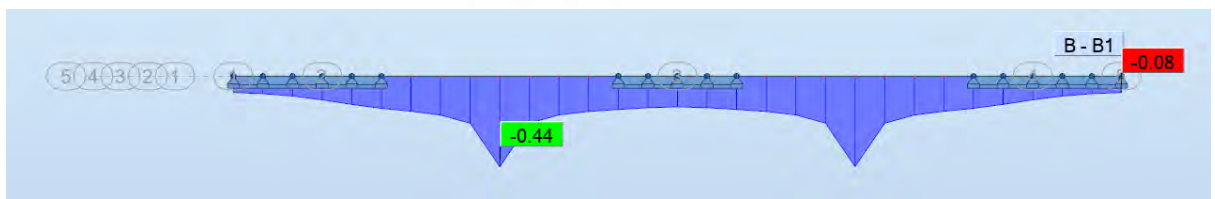


Figura 4-35. DMF tramo central de un paño.

### Modelo de 9 paños

\*Deflexión en el punto central.

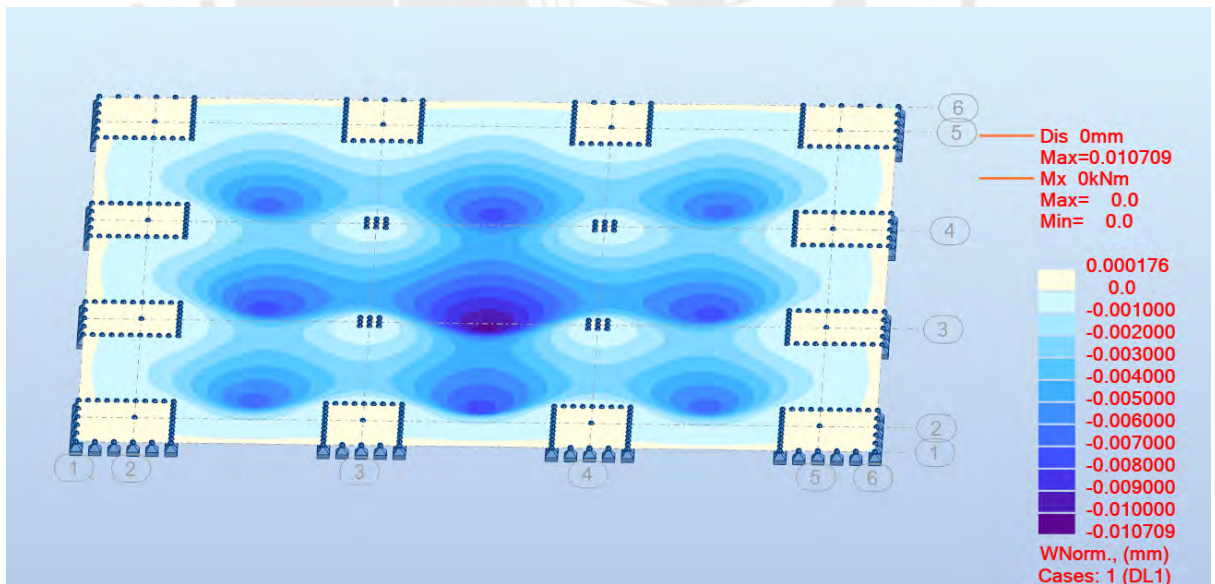


Figura 4-36. Deflexión R9P.

\*Diagramas de momentos flectores.

Se definen los cortes A-A1, B-B1 y C-C1 correspondientes al tramo central, al tramo que pasa por los apoyos internos y al centro del paño externo respectivamente.

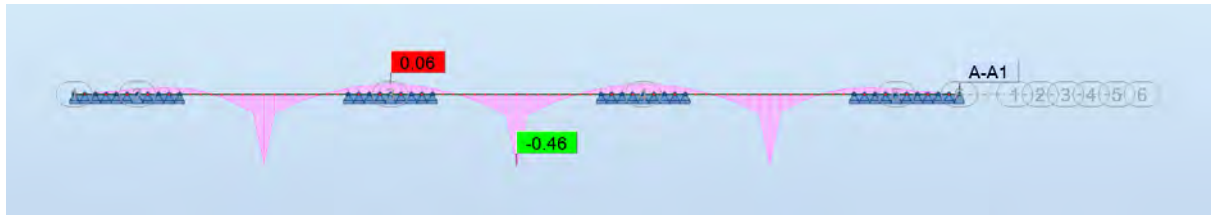


Figura 4-37. DMF tramo central R9P.

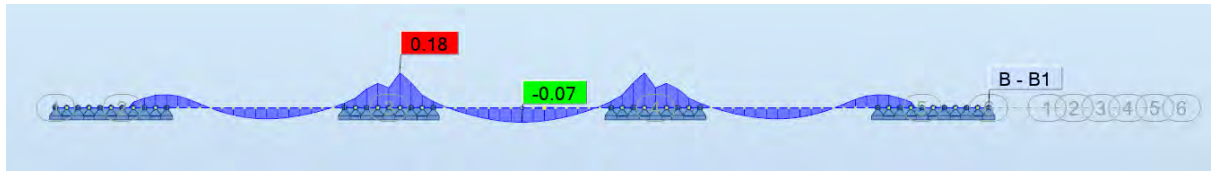


Figura 4-38. DMF en los apoyos internos R9P.

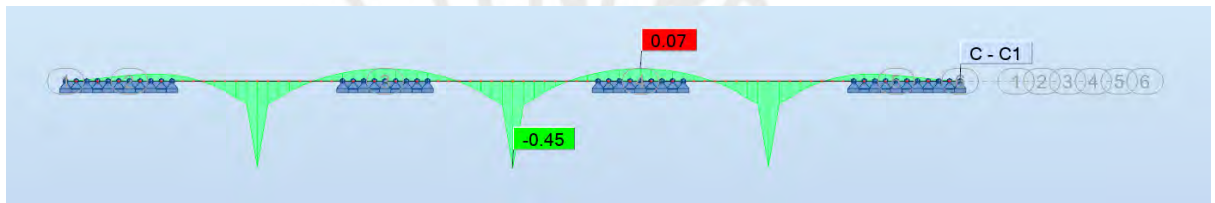


Figura 4-39. DMF al centro del paño externo R9P.

#### 4.3.2. Resultados obtenidos con Diana FEA.

##### Modelos de 1 paño

Para cada losa modelada se realizó un análisis modal y un pushover. El segundo tuvo la finalidad de verificar y calibrar los modelos a los resultados obtenidos experimentalmente. Cabe mencionar que debido a limitaciones del programa, el análisis pushover se realiza considerando incrementos de carga y no incrementos de desplazamiento. En las secciones de a continuación se muestran los resultados obtenidos a partir del modelo numérico, tanto para los diagramas de fuerza-desplazamiento como de energía-desplazamiento, contrastados con los resultados experimentales. Los patrones de fisuramiento obtenidos con el programa se encuentran en el anexo 7.1.

- Losa tipo S-B.



Figura 4-40. Fuerza-Desplazamiento losa S-B.

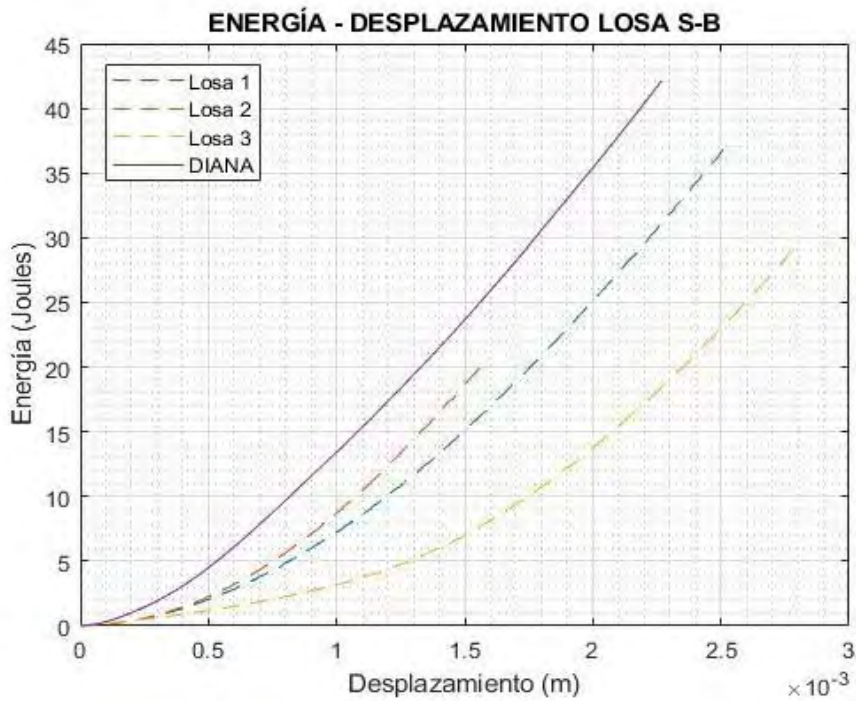


Figura 4-41. Energía-Desplazamiento losa S-B.

- Losa tipo S-M-S-B.

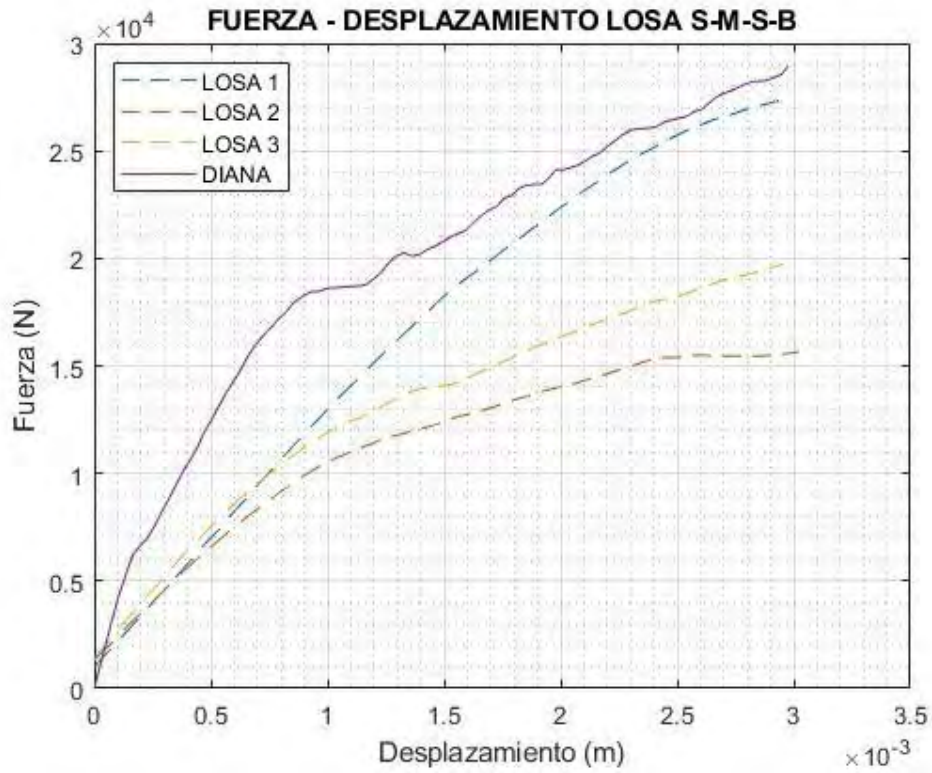


Figura 4-42. Fuerza-desplazamiento losa S-M-S-B.

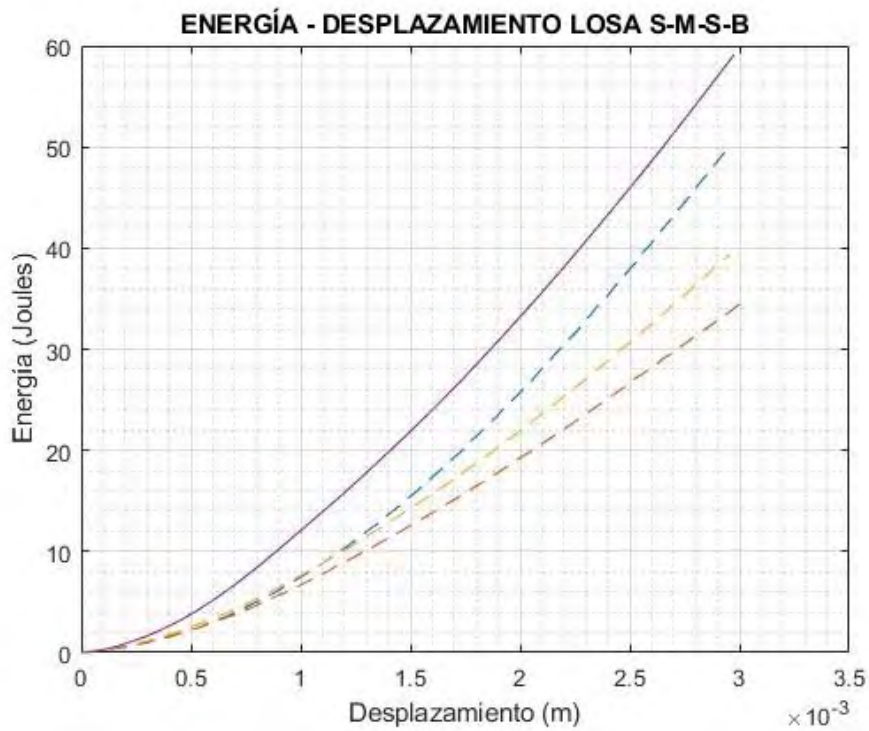


Figura 4-43. Energía-desplazamiento losa S-M-S-B.

- Losa FRS1-B.

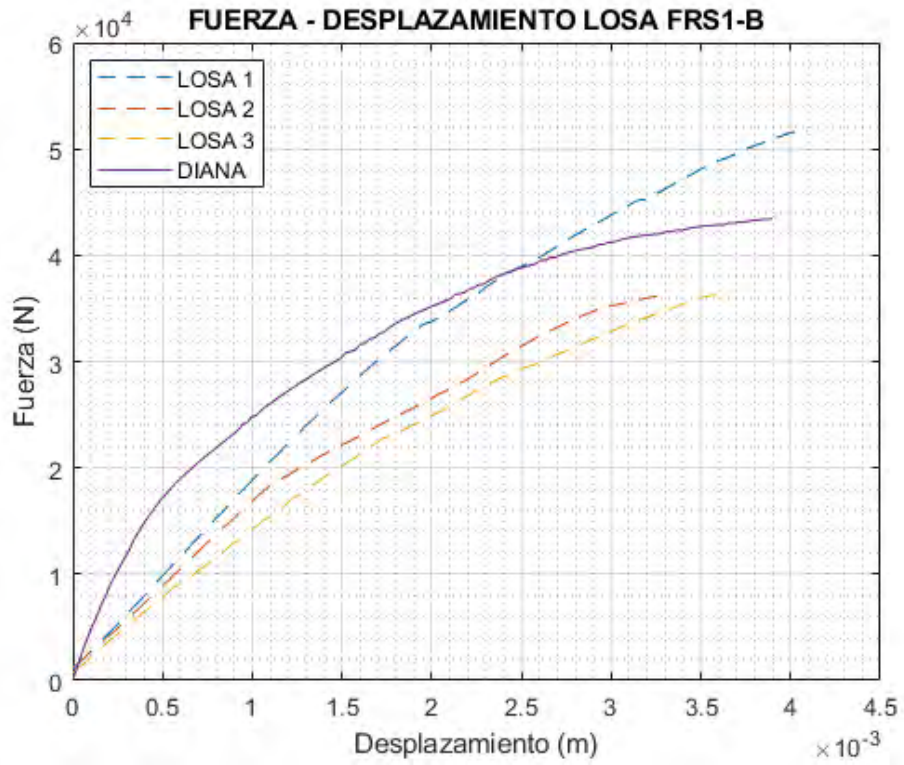


Figura 4-44. Fuerza-desplazamiento losa FRS1-B.

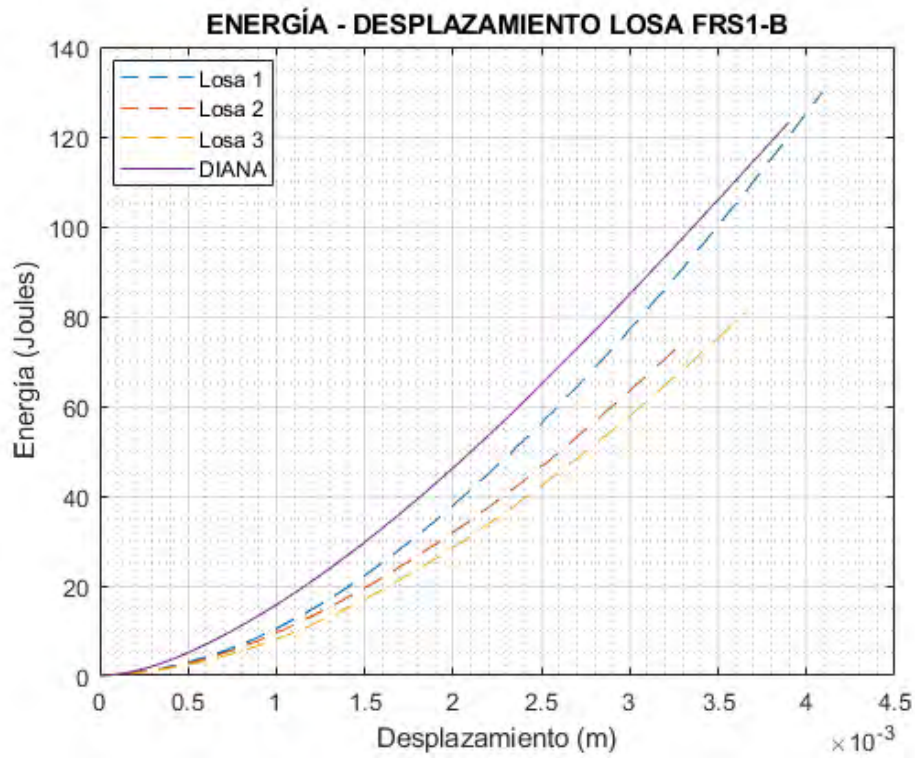


Figura 4-45. Energía-desplazamiento losa FRS1-B.

- Losa FRS1-M-B.

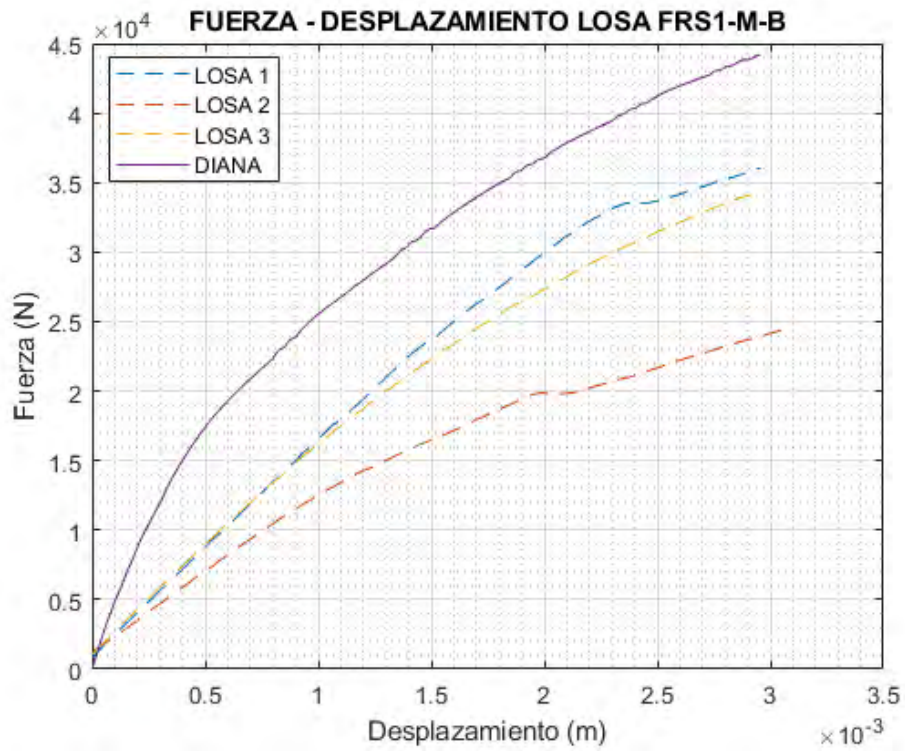


Figura 4-46. Fuerza-desplazamiento losa FRS1-M-B.

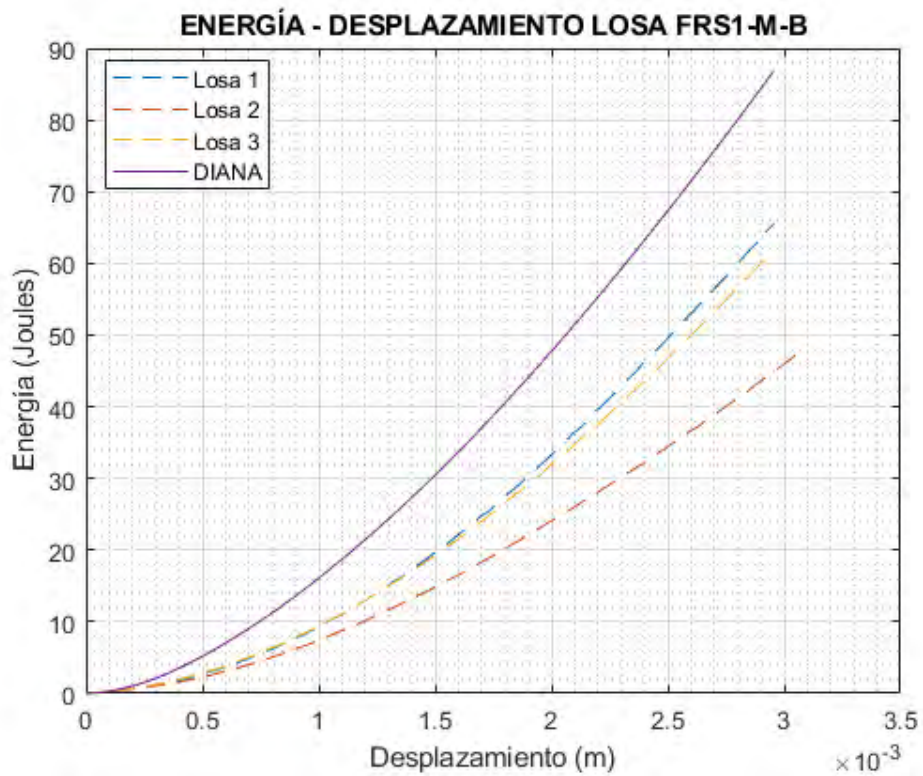


Figura 4-47. Energía-desplazamiento losa FRS1-M-B.

- Losa FRS-B-1.

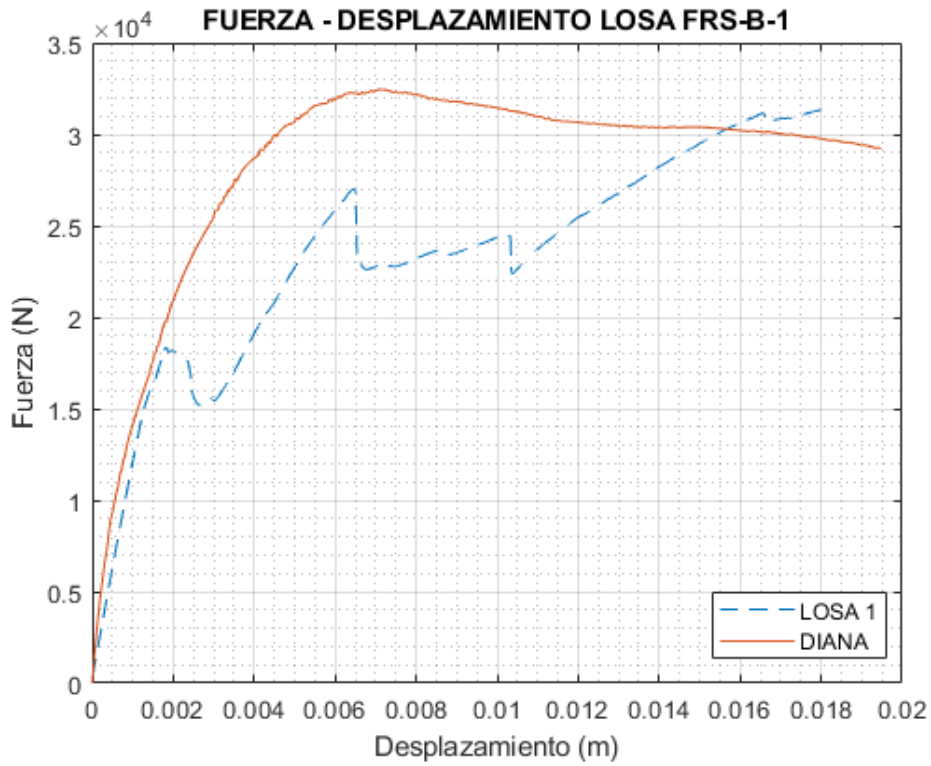


Figura 4-48. Fuerza-desplazamiento losa FRS-B-1.

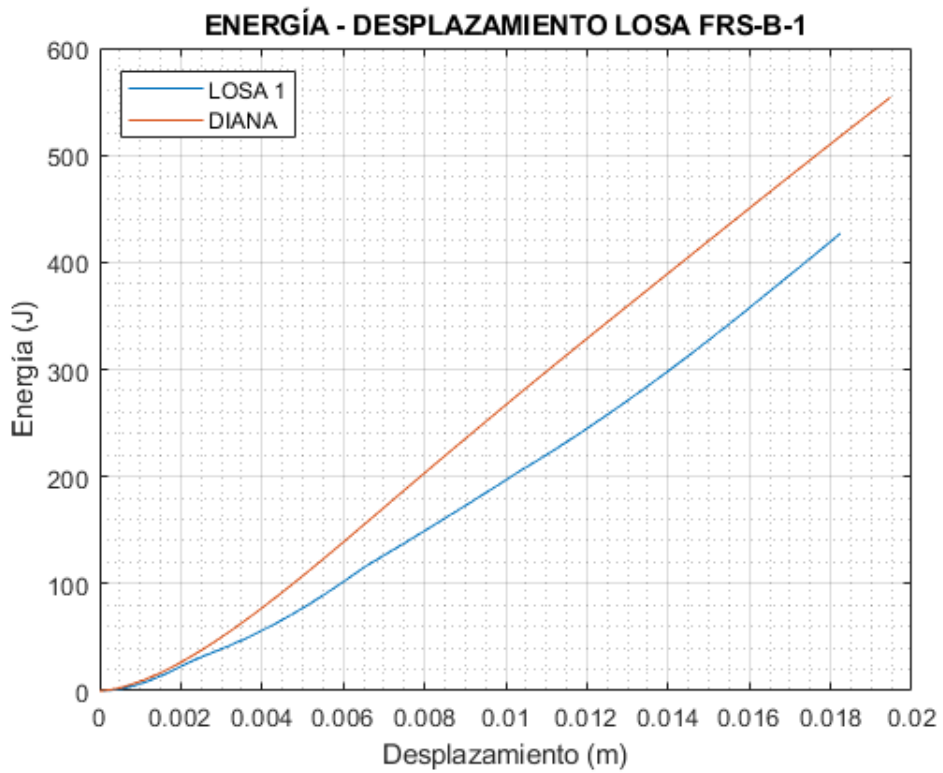
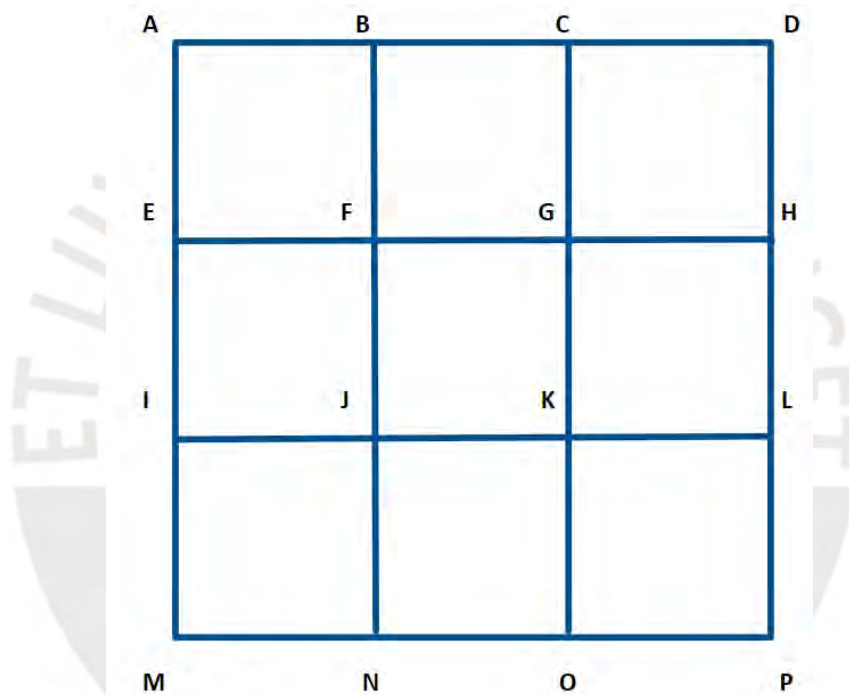


Figura 4-49. Energía-desplazamiento losa FRS-B-1.

### Modelos de 9 paños

Los resultados en esta sección se dividen en tres. En primer lugar, se muestran los patrones y valores asociados a la deformación tras recibir cada carga, seguidamente se muestra el patrón de fisuración en cada caso y por último, se muestran las tablas y gráficas correspondientes a la distribución de la fuerza absorbida por cada apoyo tras cada incremento de carga en los puntos especificados. Para esto, se nombró a cada apoyo con una letra según se muestra en la Figura 4-50.



*Figura 4-50. Referencias de apoyos en las losas de nueve paños.*

- Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del paño central.

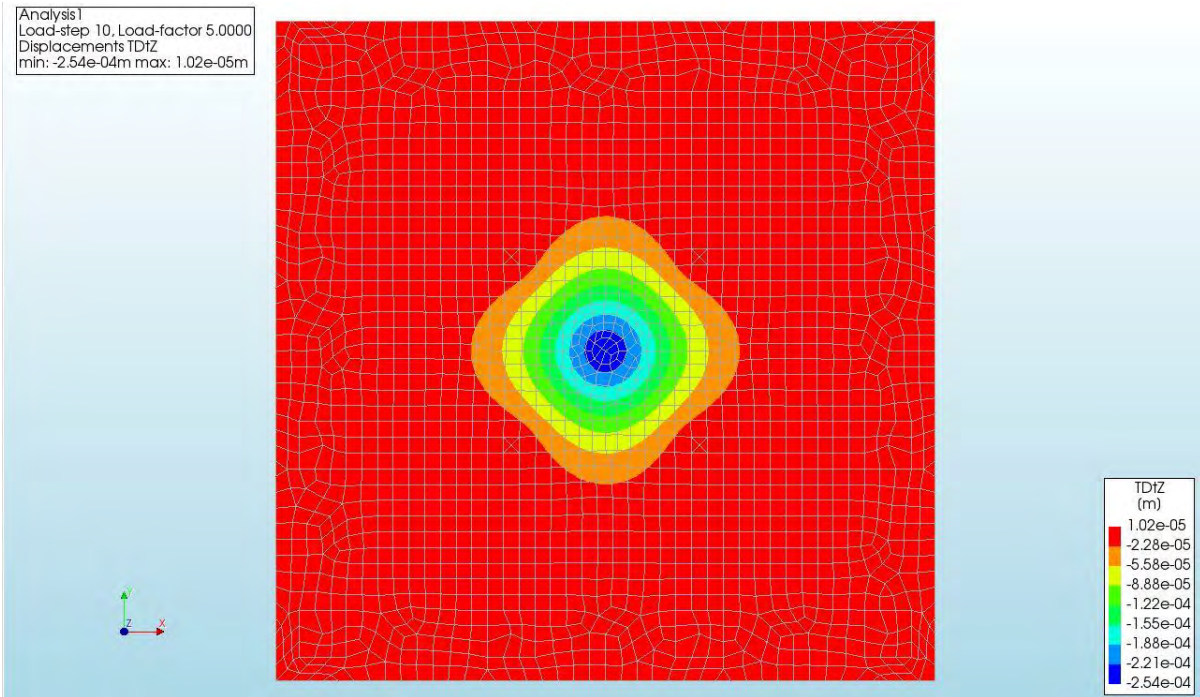


Figura 4-51. Deformaciones en planta en la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del paño central.

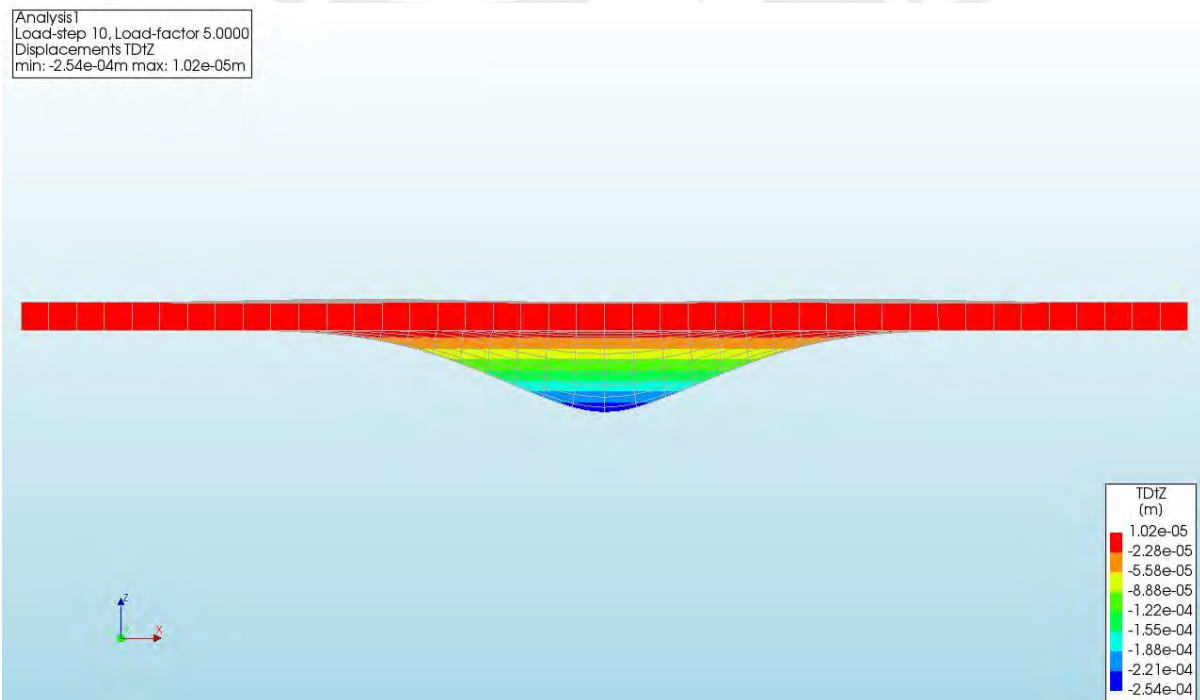


Figura 4-52. Deformaciones en elevación en la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del paño central.

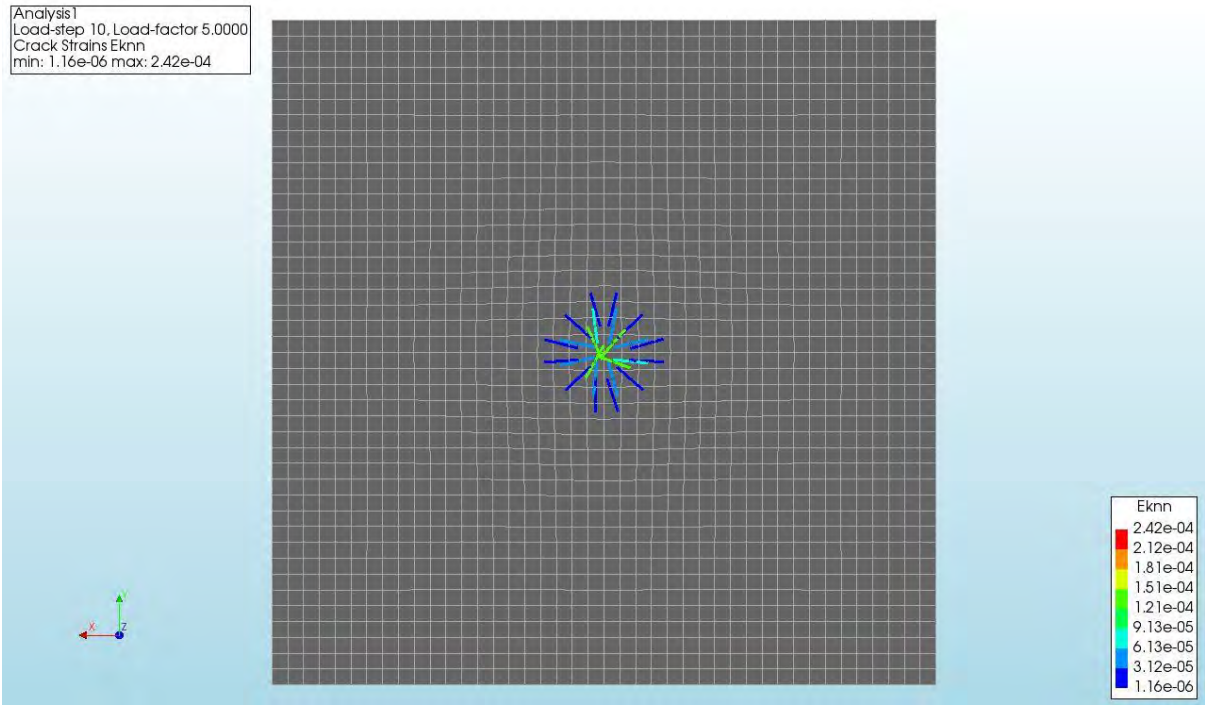
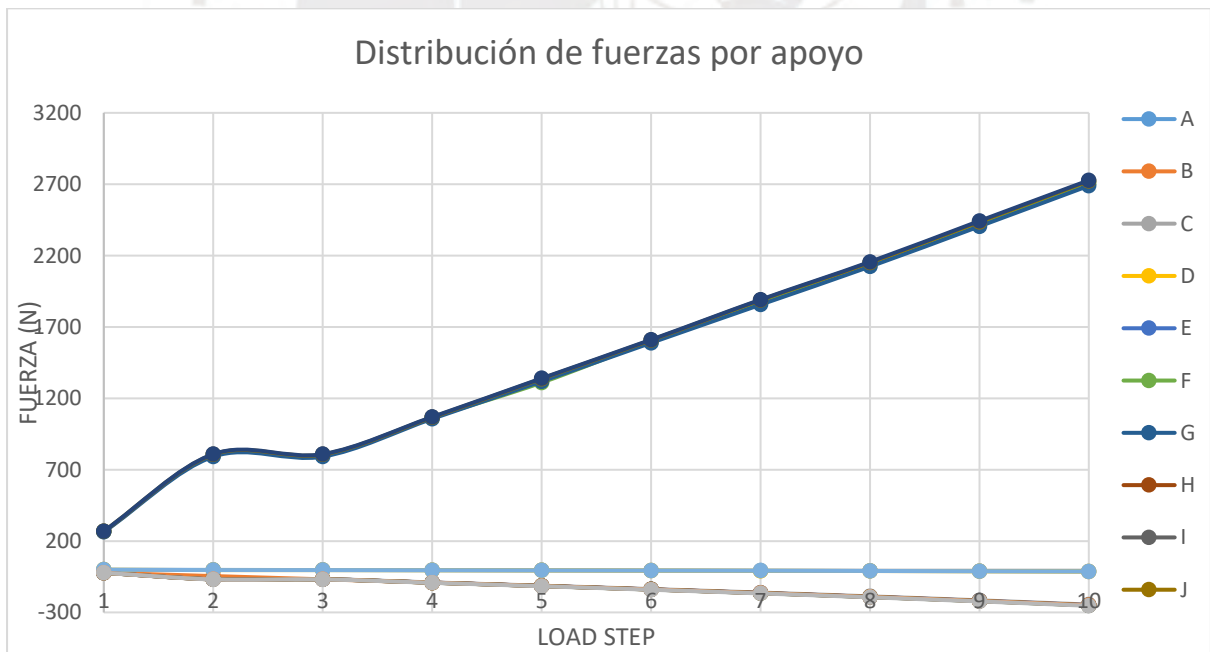
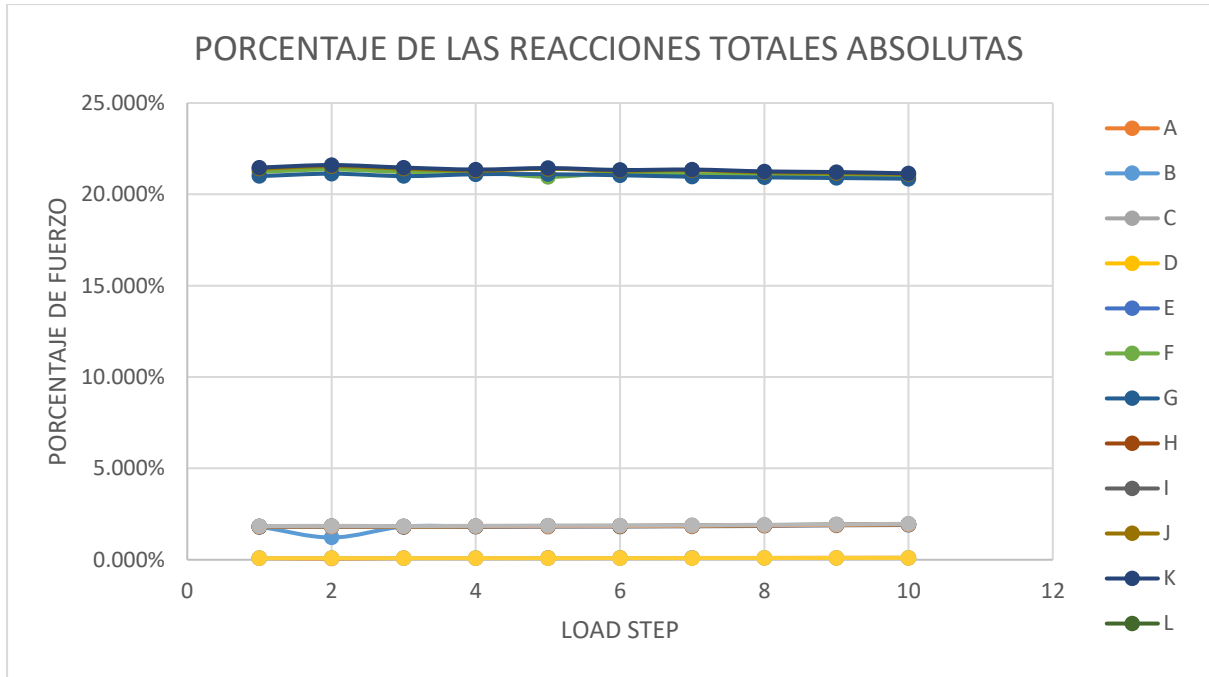


Figura 4-53. Patrón de fisuración en la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del paño central. (Vista superior)



Gráfica 4-1. Distribución de fuerzas por apoyo tras cada incremento de carga. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del paño central.



Gráfica 4-2. Porcentaje de absorción de fuerza por cada apoyo tras cada incremento de carga. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del paño central.

- Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.

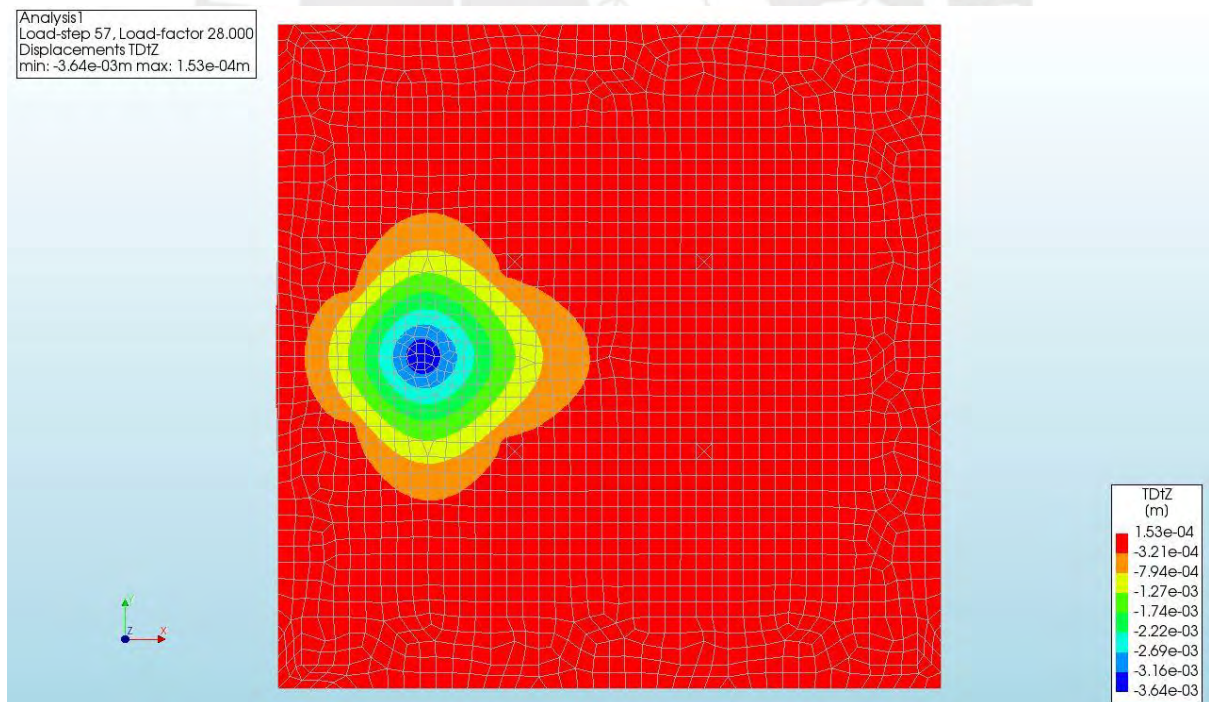


Figura 4-54. Deformaciones en planta de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.

Analysis1  
 Load-step 57, Load-factor 28.000  
 Displacements TDIZ  
 min: -3.64e-03m max: 1.53e-04m

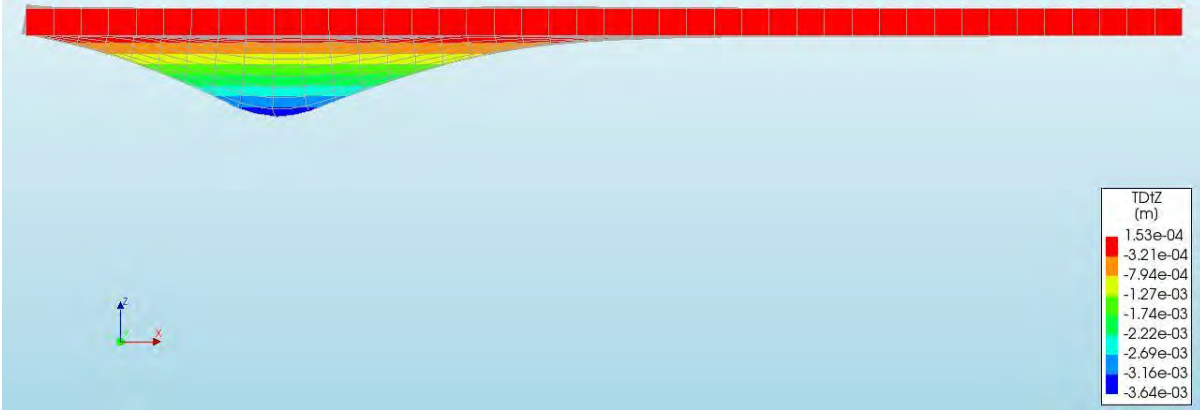


Figura 4-55. Deformaciones en elevación de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.

Analysis1  
 Load-step 57, Load-factor 28.000  
 Crack Strains Eknn  
 min: 1.71e-07 max: 1.26e-02

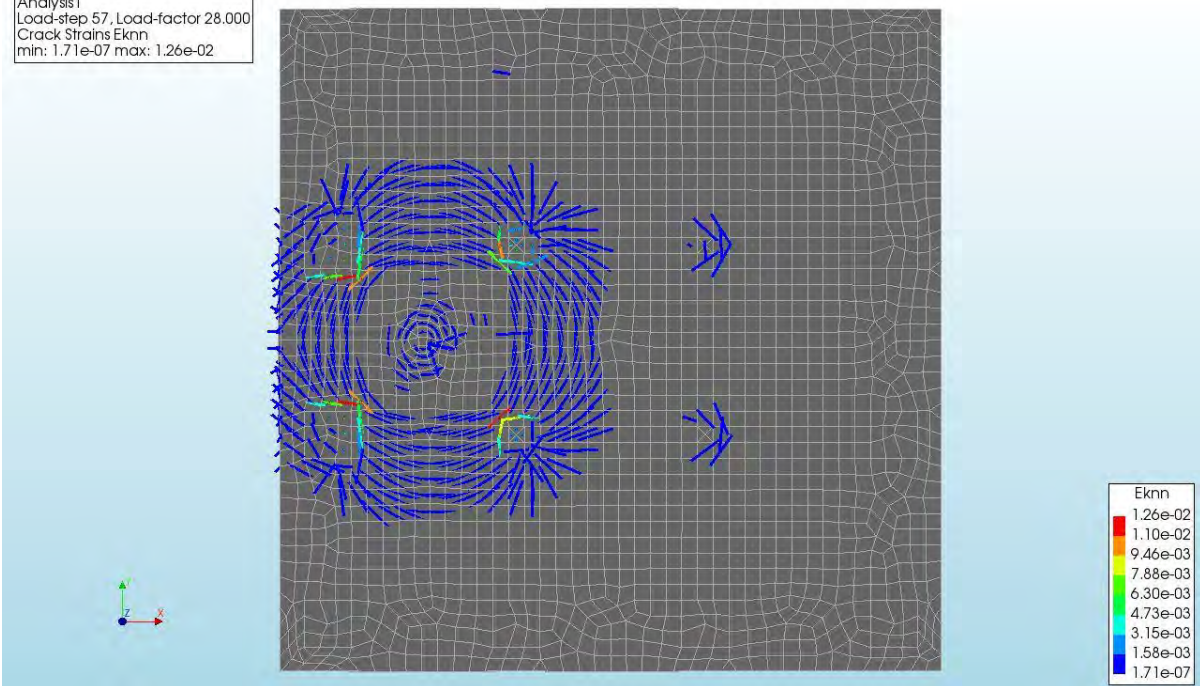


Figura 4-56. Patrón de fisuración vista superior de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.

Analysis1  
 Load-step 57, Load-factor 28.000  
 Crack Strains Eknn  
 min: 1.71e-07 max: 1.26e-02

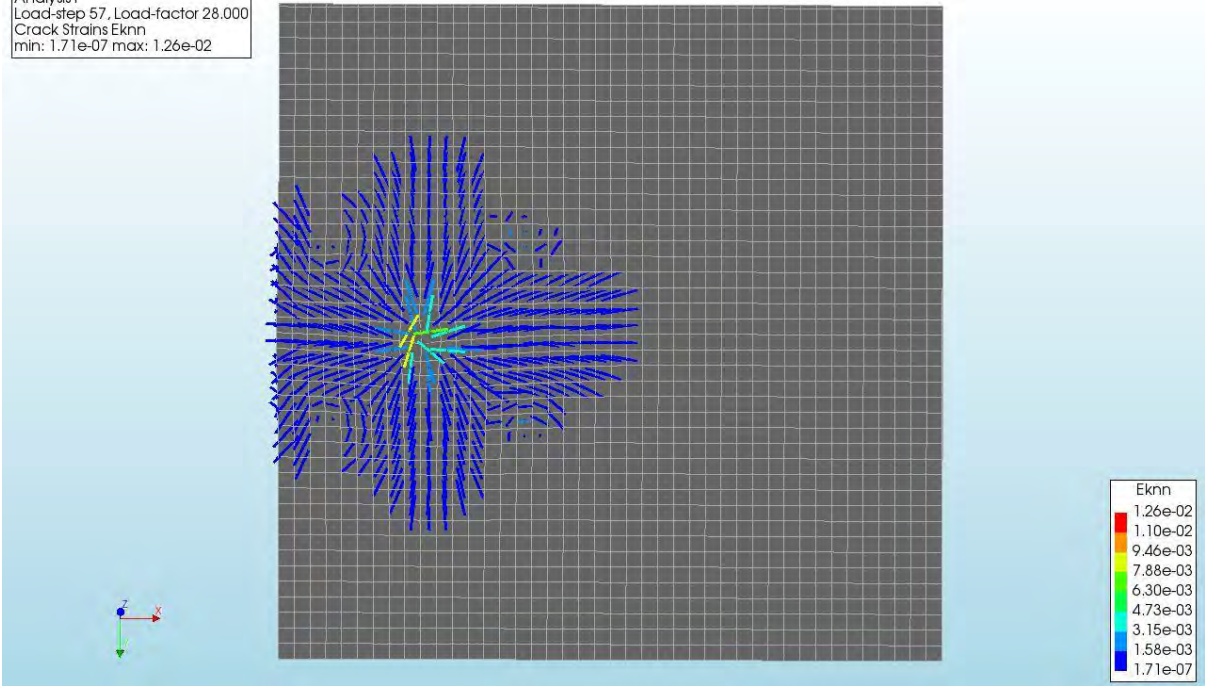
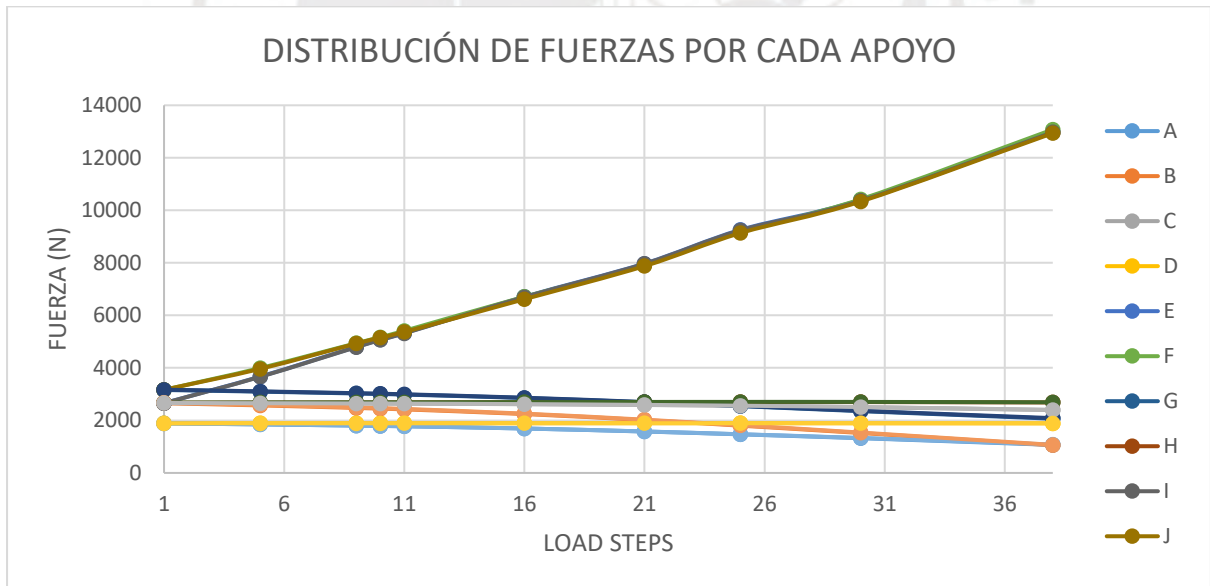
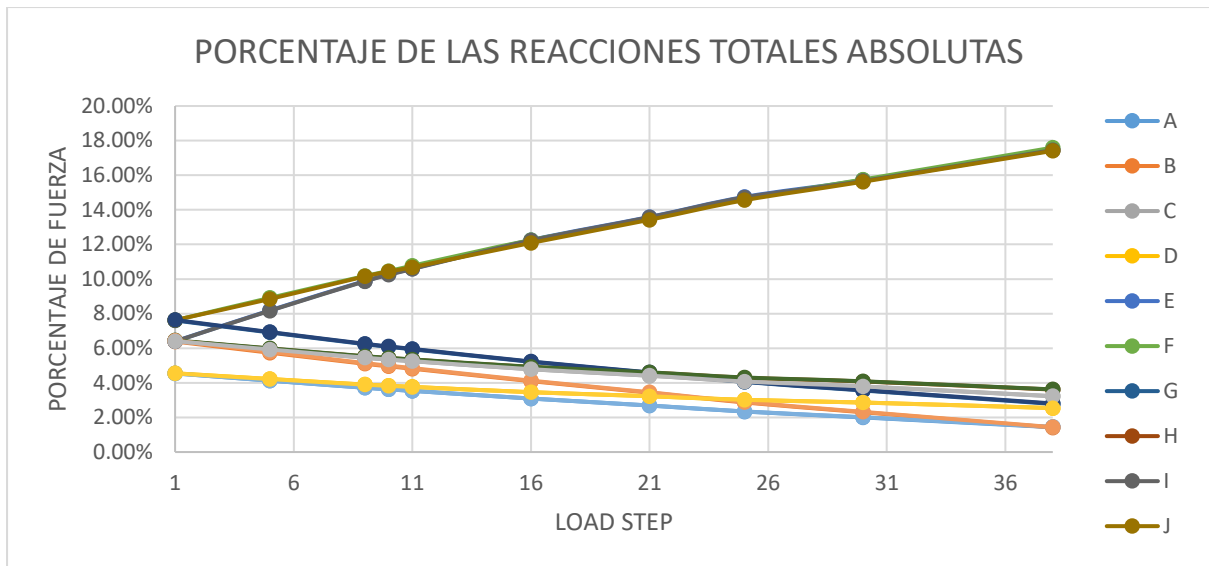


Figura 4-57. Patrón de fisuración vista inferior de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.



Gráfica 4-3. Distribución de fuerzas por apoyo tras cada incremento de carga. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.



Gráfica 4-4. Porcentaje de absorción de fuerza por cada apoyo tras cada incremento de carga. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.

- Losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.

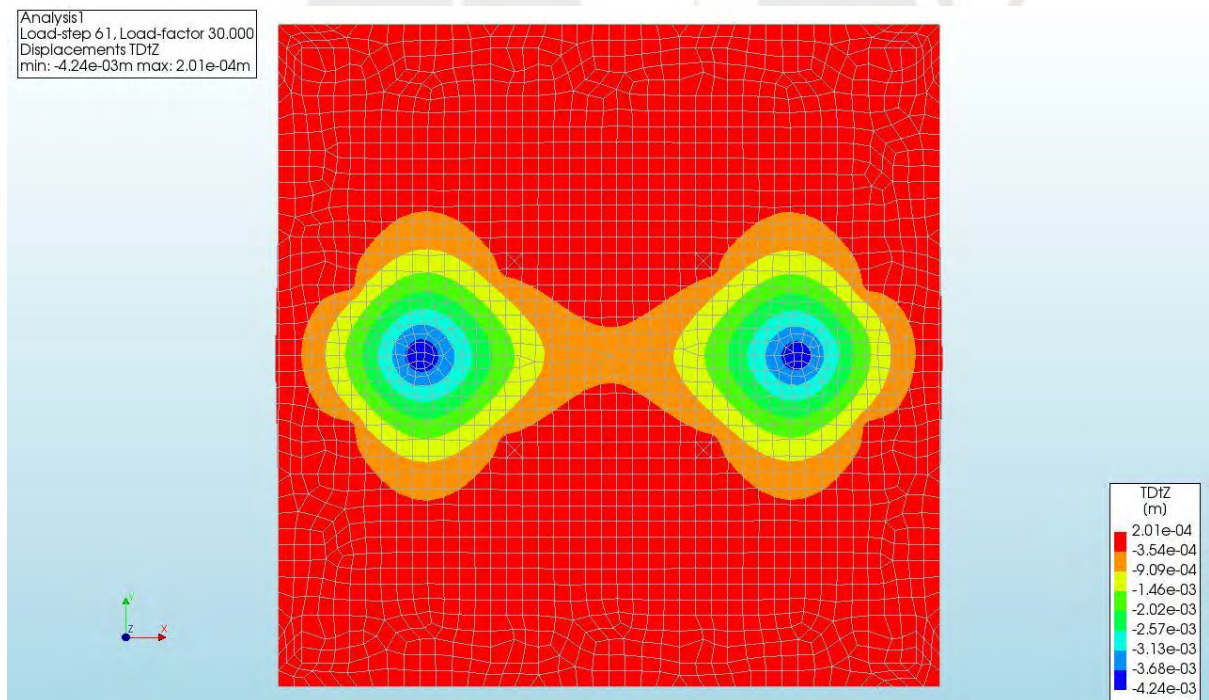


Figura 4-58. Deformaciones en planta de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.

Analysis1  
Load-step 61, Load-factor 30.000  
Displacements TDtZ  
min: -4.24e-03m max: 2.01e-04m

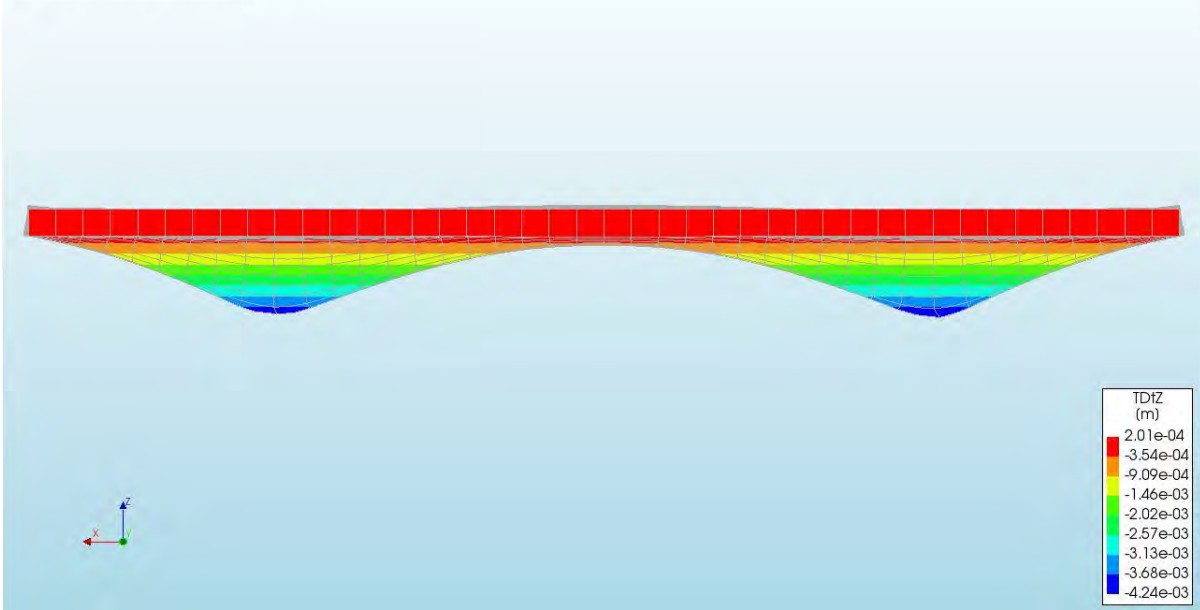


Figura 4-59. Deformaciones en elevación de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.

Analysis1  
Load-step 61, Load-factor 30.000  
Crack Strains Eknn  
min: 6.56e-09 max: 1.55e-02

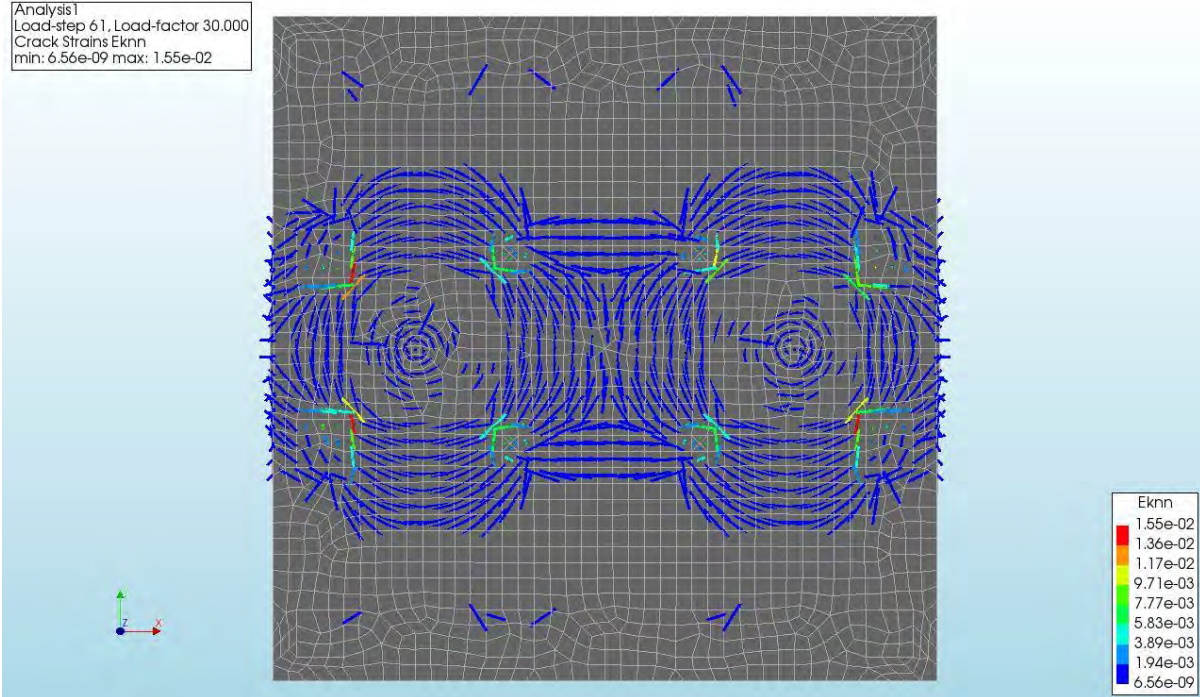


Figura 4-60. Patrón de fisuración vista superior de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.

Analysis1  
 Load-step 61, Load-factor 30.000  
 Crack Strains Eknn  
 min: 6.56e-09 max: 1.55e-02

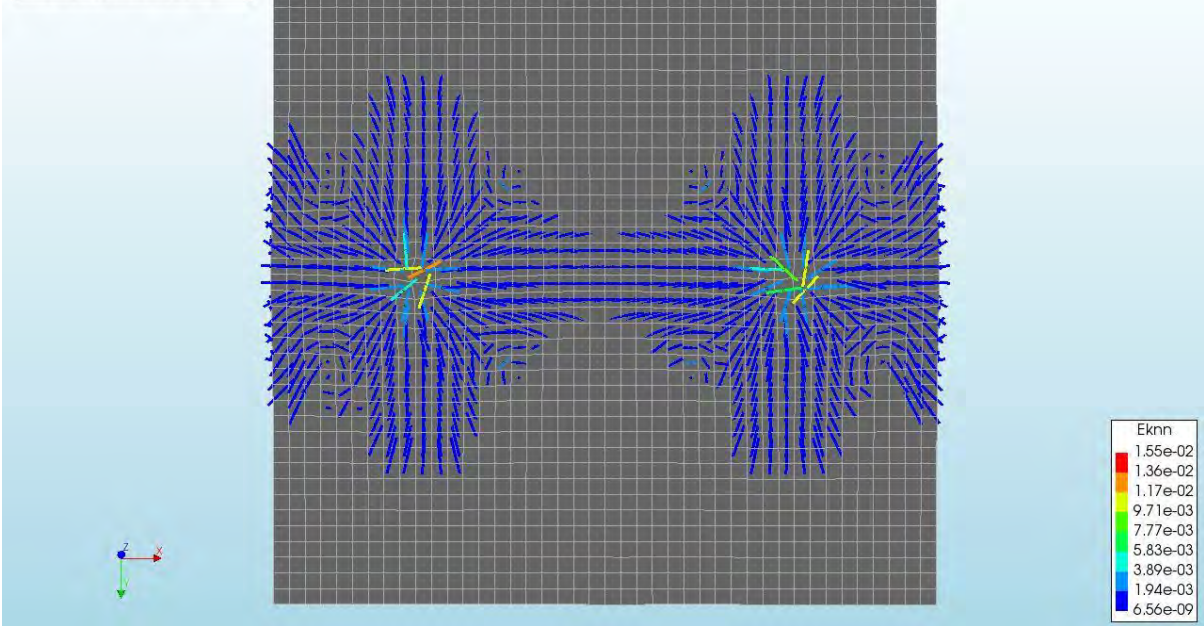
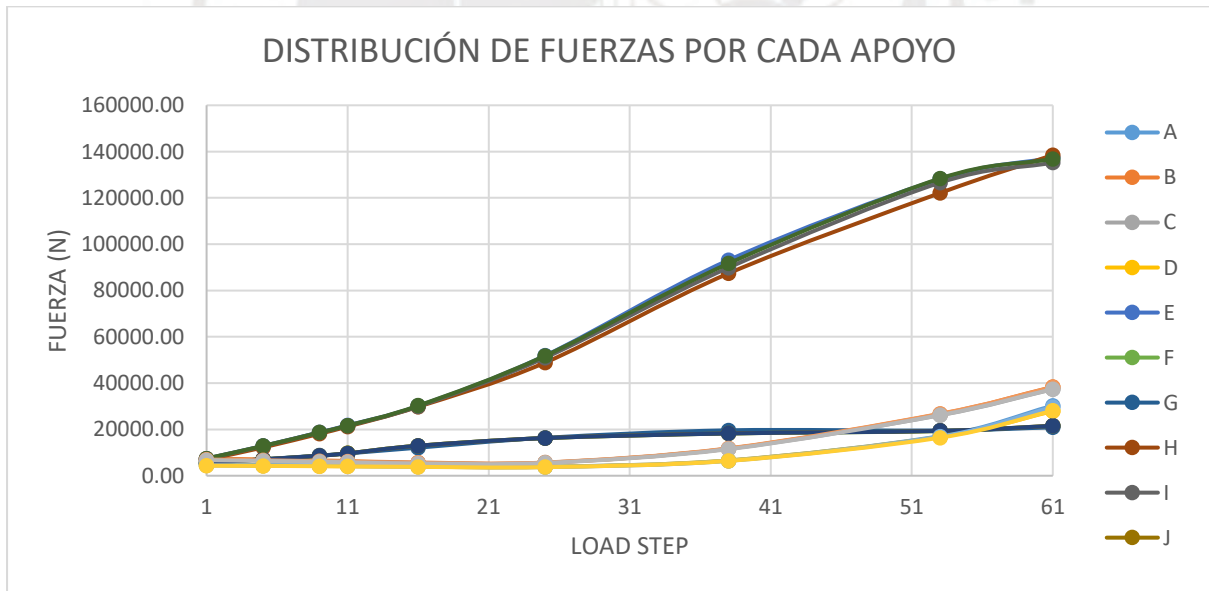
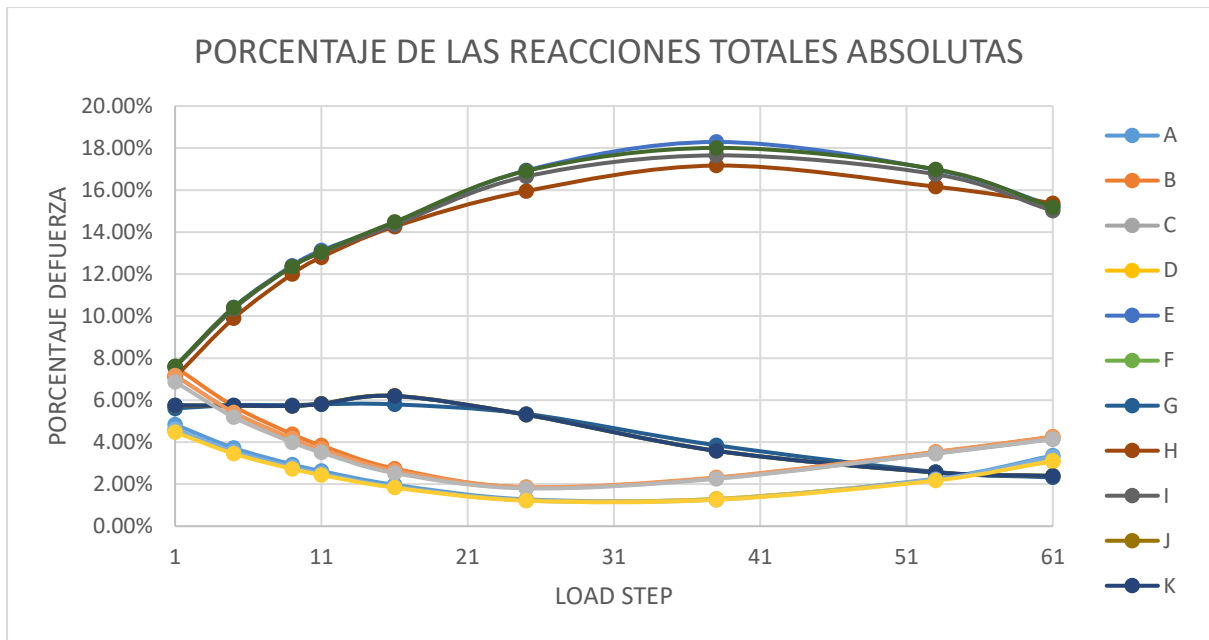


Figura 4-61. Patrón de fisuración vista inferior de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.



Gráfica 4-5. Distribución de fuerzas por apoyo tras cada incremento de carga. Losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.



Gráfica 4-6. Porcentaje de absorción de fuerza por cada apoyo tras cada incremento de carga. Losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.

- Losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños.

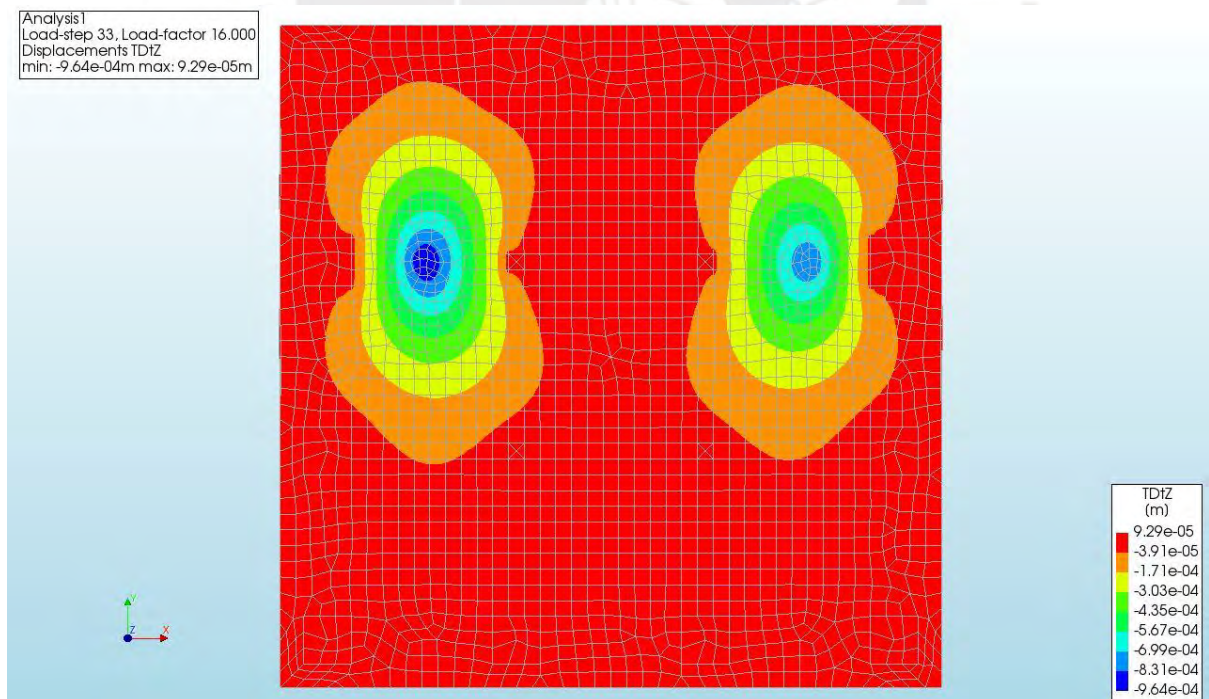


Figura 4-62. Deformaciones en planta de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños.

Analysis1  
Load-step 33, Load-factor 16.000  
Displacements TDIZ  
min: -9.64e-04m max: 9.29e-05m

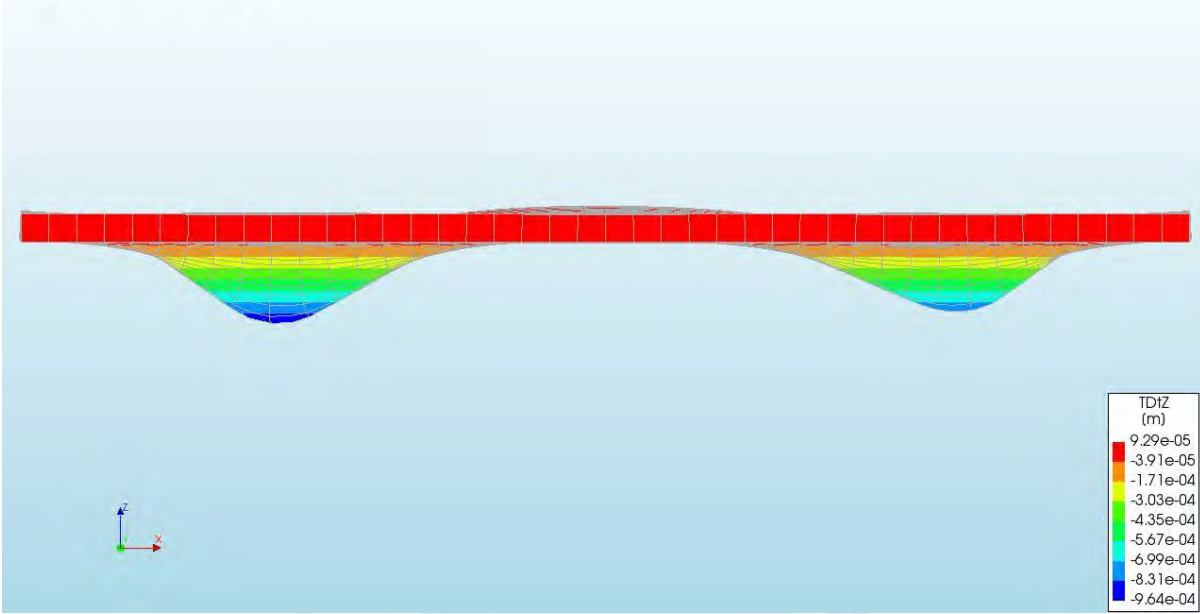


Figura 4-63. Deformaciones en elevación de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños.

Analysis1  
Load-step 33, Load-factor 16.000  
Crack Strains Eknn  
min: 4.21e-08 max: 3.46e-03

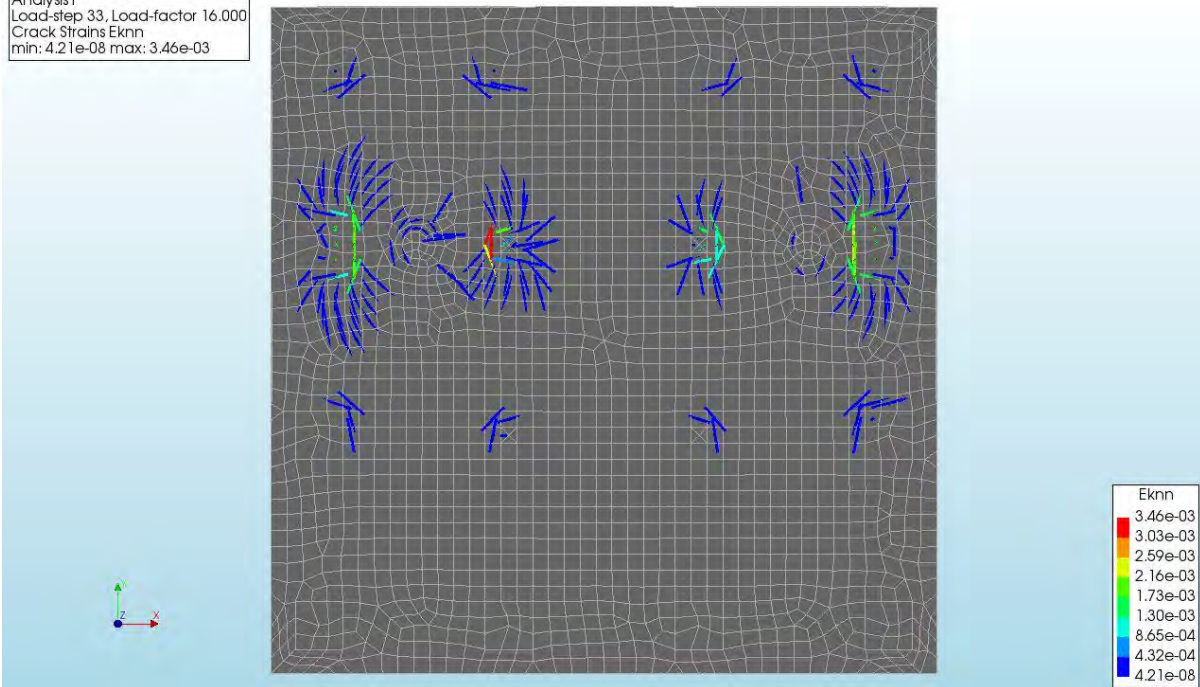


Figura 4-64. Patrón de fisuración vista superior de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños.

Analysis1  
 Load-step 33, Load-factor 16.000  
 Crack Strains Eknn  
 min: 4.21e-08 max: 3.46e-03

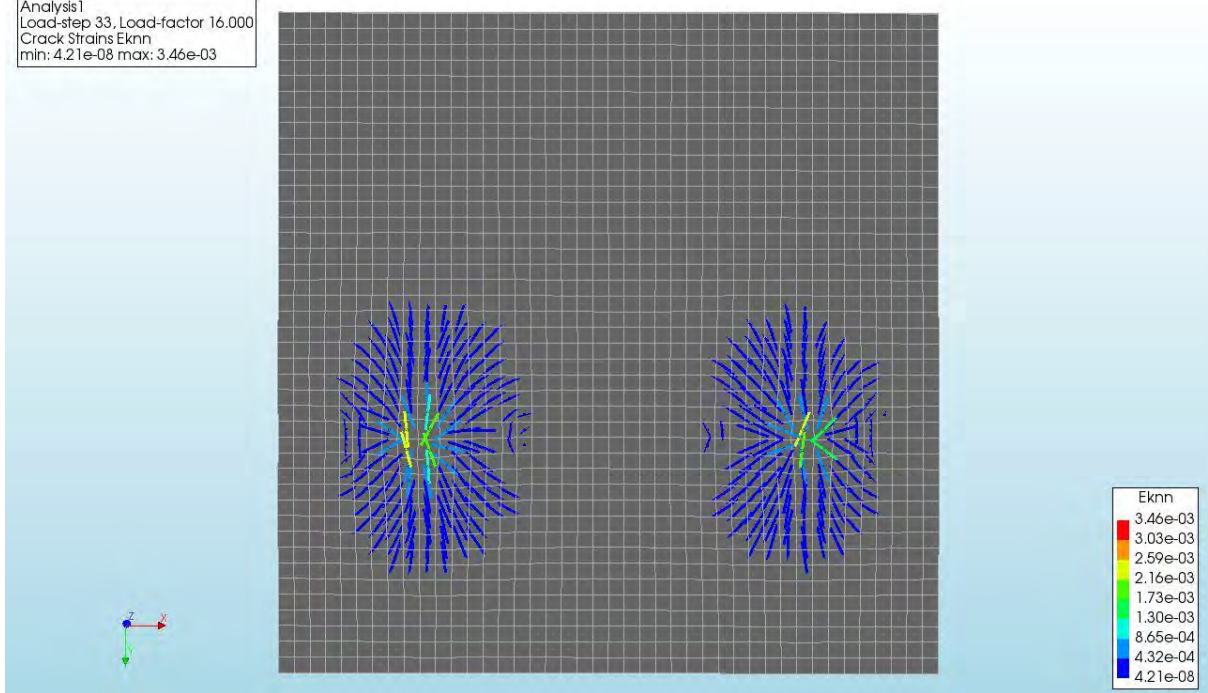
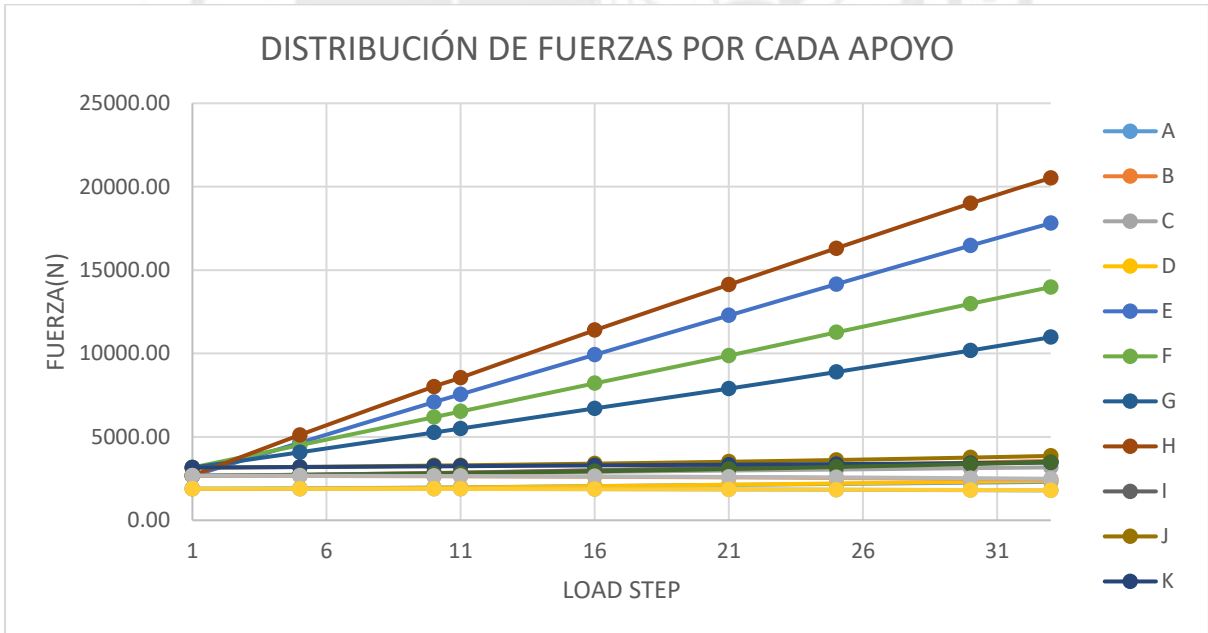
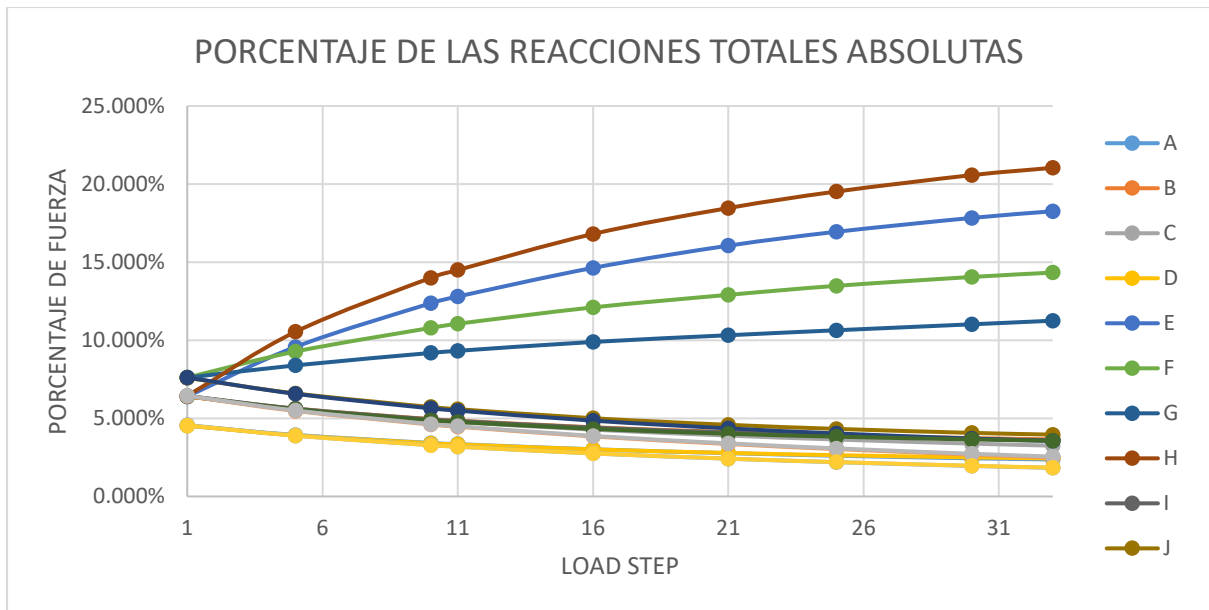


Figura 4-65. Patrón de fisuración vista inferior de la losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños.



Gráfica 4-7. Distribución de fuerzas por apoyo tras cada incremento de carga. Losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños.



Gráfica 4-8. Porcentaje de absorción de fuerza por cada apoyo tras cada incremento de carga. Losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños.

- Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central.

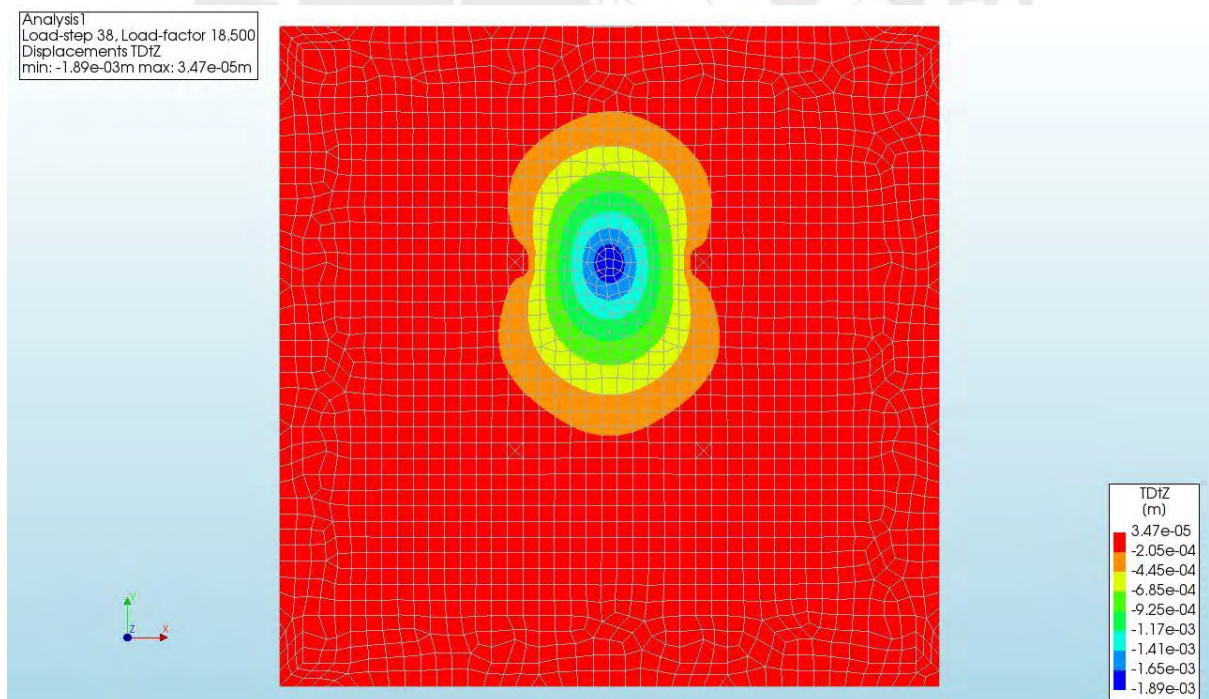


Figura 4-66. Deformaciones en planta de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central.

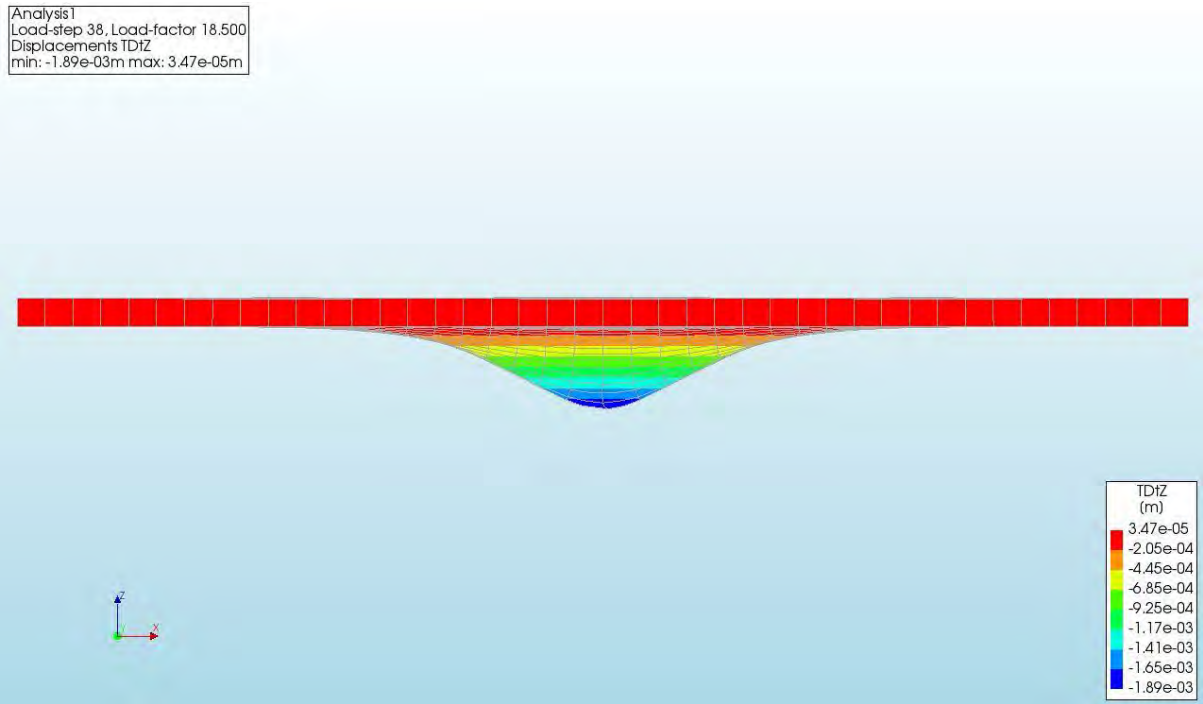


Figura 4-67. Deformaciones en elevación de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central.

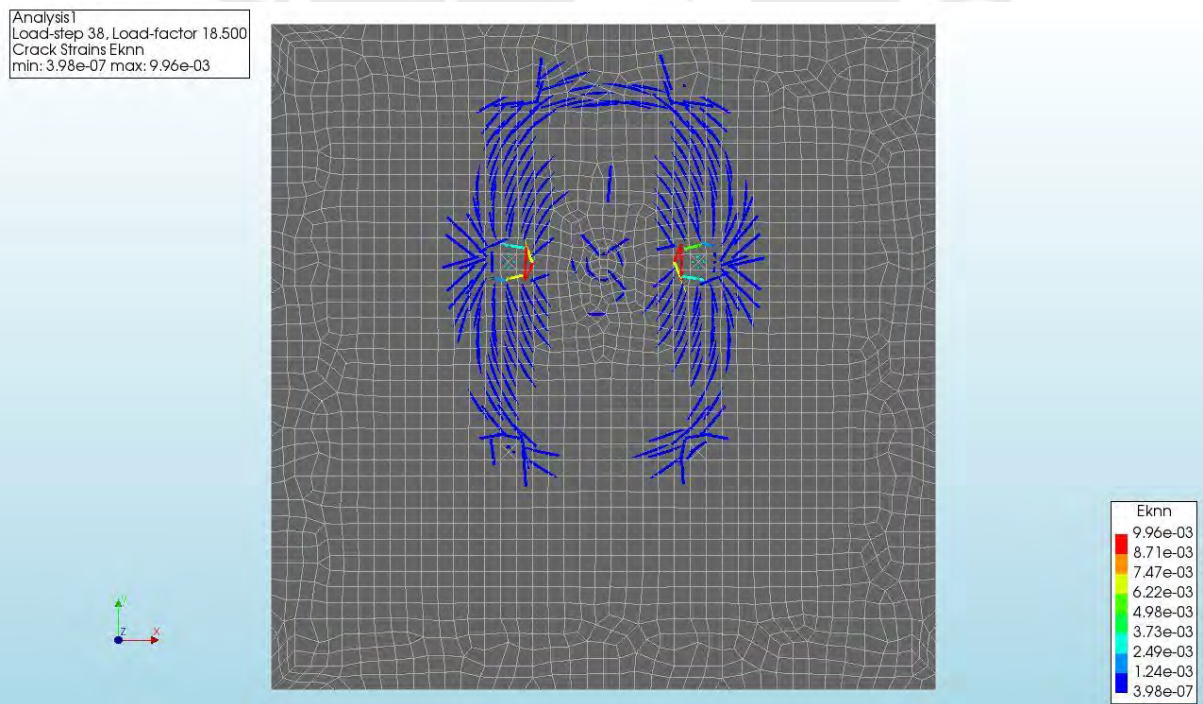


Figura 4-68. Patrón de fisuración vista superior de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central.

Analysis1  
 Load-step 38, Load-factor 18.500  
 Crack Strains Eknn  
 min: 3.98e-07 max: 9.96e-03

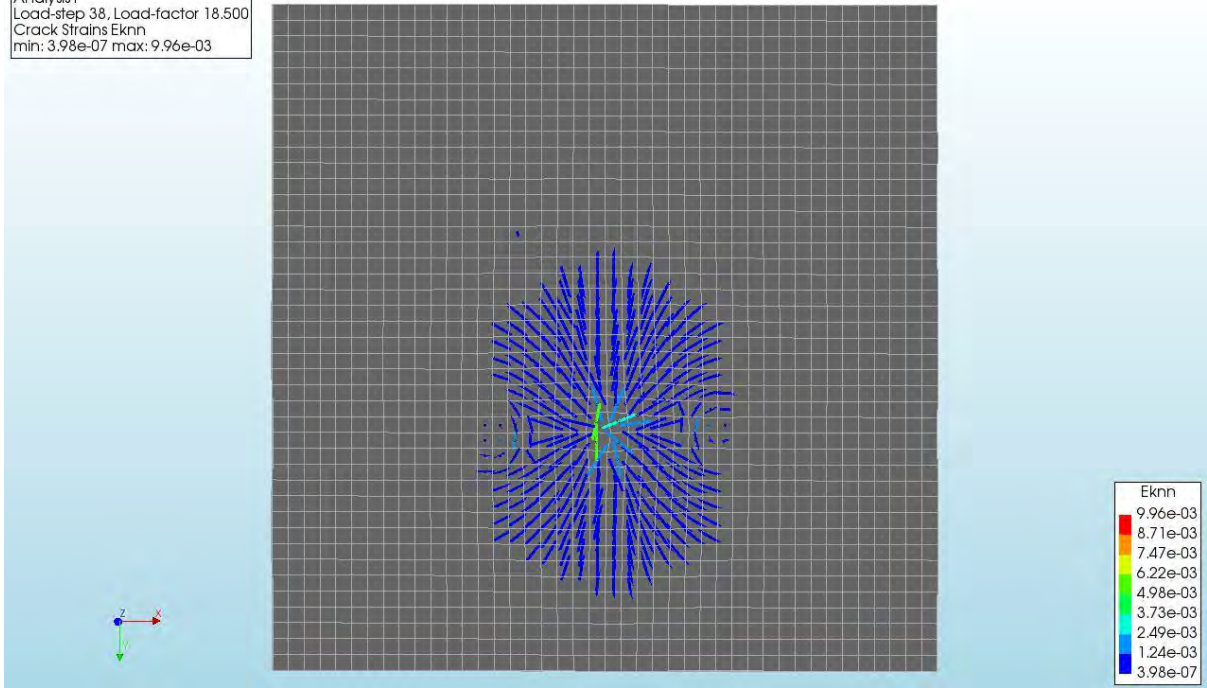
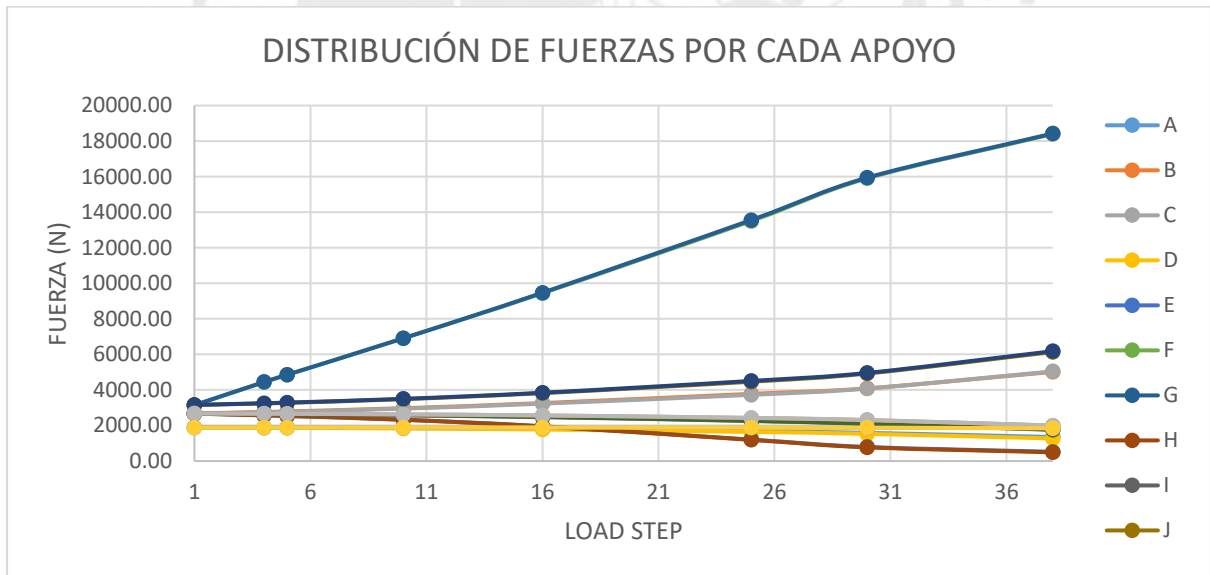
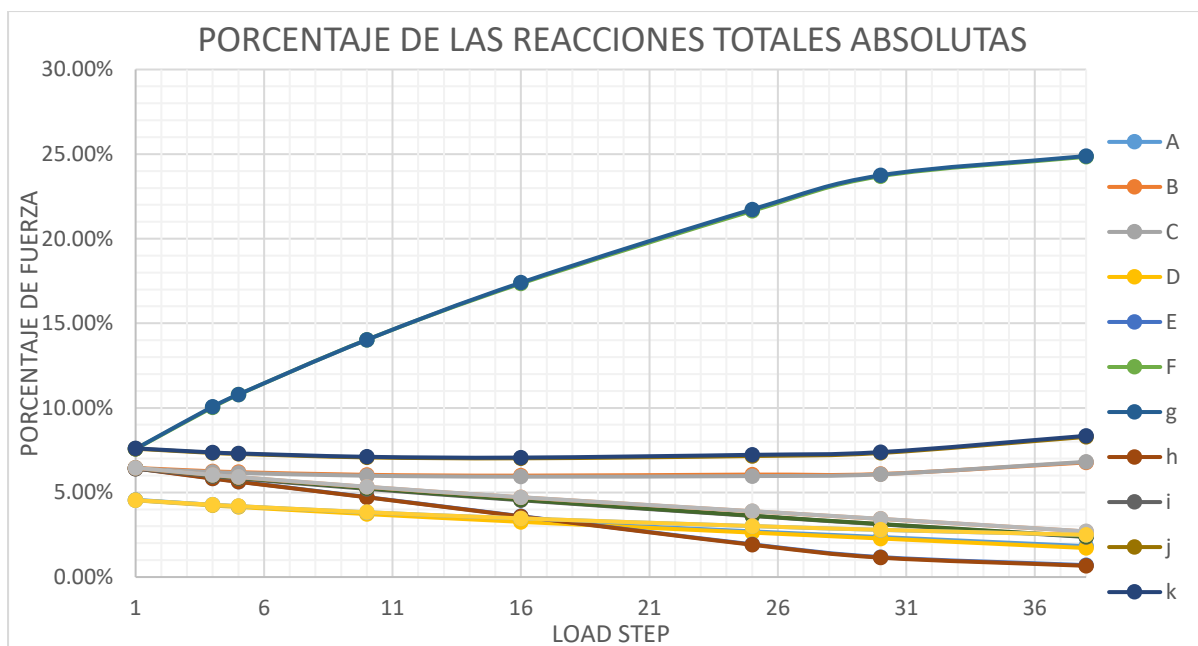


Figura 4-69. Patrón de fisuración vista inferior de la losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central.



Gráfica 4-9. Distribución de fuerzas por apoyo tras cada incremento de carga. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central.



Gráfica 4-10. Porcentaje de absorción de fuerza por cada apoyo tras cada incremento de carga. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central.

#### 4.4. Discusión de resultados.

##### 4.4.1. Aproximación inicial a partir de Robot.

##### Modelos de un paño

Con respecto a las deformaciones obtenidas en los modelos R1PBL y R1PBR se observa una notable diferencia en las deformaciones y diagramas de momentos flectores al refinar el tipo de apoyo. Luego de restringir el desplazamiento vertical del área de las losas correspondiente a los extremos, el desplazamiento elástico en el punto central se redujo significativamente. Ese mismo efecto logró disminuir en gran medida el momento flector en la zona central del paño.

##### Modelo de 4 paños.

El efecto de continuidad permitió reducir de manera notoria tanto las deflexiones como los momentos flectores en la parte central de cada paño.

### Modelo de 9 paños.

Al igual que en el caso de 4 paños, para el caso de 9 paños, el efecto de la continuidad por los 4 bordes se hizo más notorio, reduciendo hasta en 12.5% la deflexión en el punto central del mismo (Tabla 4-14).

*Tabla 4-14. Diferencia deflexiones modelos R4P y R9P.*

| Modelo                | Deflexión (mm) |
|-----------------------|----------------|
| R4P                   | 12.242         |
| R9P                   | 10.709         |
| Diferencia porcentual | 12.5%          |

#### 4.4.2. Resultados obtenidos con el programa DIANA FEA.

##### Modelos de un paño.

En lo referente al análisis pushover, se obtuvo un desplazamiento que guarda estrecha relación con el desplazamiento máximo elástico obtenido experimentalmente. Debido a la caída en la resistencia luego de superado el límite elástico, lo más conveniente hubiera sido realizar un análisis de tipo pushover guiado por incrementos en el desplazamiento. Sin embargo, por ser el análisis pushover guiado por incrementos de carga, es de esperarse que se obtuvieran mejores aproximaciones para el rango elástico que para el rango inelástico y así fue.

Asimismo, el programa pudo detectar adecuadamente el primer patrón de fisuras que apareció en las losas experimentalmente de tipo “cruz” (Anexo 7.1).

##### Modelos de nueve paños

La extrapolación de la calibración obtenida en la etapa previa, del caso de refuerzo FRS1-B, a un modelo de nueve paños brindó diversos acercamientos con respecto a la influencia de la distribución de las reacciones en los apoyos y de las deformaciones esperadas.

Por un lado, se observa que la distribución de fuerzas en cada apoyo no es proporcional a al incremento de carga. Esto se evidencia en las gráficas de distribución porcentual de fuerzas. En las mismas, se puede ver que en general los apoyos más próximos al punto de aplicación de la fuerza asumen un mayor porcentaje de carga conforme esta aumenta.

## **5. Conclusiones y recomendaciones.**

### **5.1. Conclusiones.**

Etapas experimentales:

- 5.1.1. Respecto a los ensayos experimentales de losas de tipo “S-B” sin ningún refuerzo adicional, guardan semejanza en el rango elástico, sin embargo en el rango inelástico se observan caídas y recuperaciones de la fuerza aplicada (Figura 4-1). Siendo que luego de la primera caída de resistencia, los resultados de las tres losas difieren y no guardan ninguna tendencia representativa, se concluye que no es recomendable considerar esa resistencia residual para efectos de diseño o cálculo de parámetros mecánicos del elemento. Recordar que, al no tener refuerzo alguno, esas caídas y recuperaciones de resistencia son debidas a efectos de trabazón y fricción entre los bloques de concreto fisurados, lo que se excede límites predecibles.
- 5.1.2. Tomando como principal parámetro de desempeño a la capacidad de disipar energía, los tipos de refuerzo que incluyen acero en forma de malla electrosoldada son la mejor alternativa. Los mismos, como se observa en la Tabla 5-1, representan los primeros dos casos de mayor disipación de energía. Por otro lado, si bien el uso únicamente de macrofibras metálicas implica un incremento del 170% en la capacidad de disipación de energía con respecto al caso patrón de

concreto lanzado sin ningún tipo de refuerzo, su uso de manera individual debe evaluarse en función al desempeño requerido.

*Tabla 5-1. Porcentaje de disipación de energía.*

|                 | <b>ENERGÍA TOTAL<br/>(J)</b> | <b>DISIPACIÓN DE ENERGÍA CON<br/>RESPECTO AL MÁXIMO (%)</b> |
|-----------------|------------------------------|---|
| <b>FRS1-M-B</b> | 7077                         | 100%  |
| <b>S-M-S-B</b>  | 5707                         | 81%   |
| <b>FRS1-B</b>   | 4759                         | 67%   |
| <b>S-B</b>      | 1761                         | 25%   |

5.1.3. En lo que respecta al comportamiento elástico, los valores más altos tanto en fuerza como en desplazamiento se obtuvieron en las configuraciones que incluyeron mallas de acero electrosoldado. Sin embargo, teniendo en cuenta el criterio de colapso especificado, las losas que solo llevaban macrofibras metálicas presentaron mayores valores de ductilidad.

Modelado en Robot:

5.1.4. Uno de los factores más influyentes en la forma y dimensiones que se puede deformar una losa cuadrada sometida a una carga puntual en el punto central son los tipos de apoyo. Se observó que al aumentar el área restringida en el punto de apoyo, la deflexión que sufre la losa bajo la acción de una misma carga es menor en alrededor del 82%.

5.1.5. Otro de los factores más influyentes en el desempeño de un paño es su posición relativa con respecto a otros paños. Se observó una mayor reducción en el desplazamiento y en el momento flector al colocar paños con la misma solicitud alrededor del paño analizado.

Modelado en DIANA FEA:

- 5.1.6. Con respecto a los modelos desarrollados en DIANA FEA se concluye que es necesario realizar un análisis pushover controlado por incrementos de desplazamientos y no por incrementos de fuerzas para poder tener resultados más representativos en el rango inelástico.
- 5.1.7. La precisión que se puede lograr con un modelo numérico en un programa sofisticado con respecto a especímenes ensayados experimentalmente termina siendo limitada si no se cuenta con un material homogéneo. En este caso se observaron imperfecciones o irregularidades congénitas o de fabricación en las losas ensayadas debido a un procedimiento de lanzamiento no adecuado. Entre otros, se observó capas de debilidad propias de pulsos de aditivo acelerante no homogenizado al concreto. Debido a estas irregularidades, se observaron diferencias incluso entre losas de un mismo tipo de refuerzo, donde la mayor variación en cuanto al parámetro de máxima fuerza elástica, se obtuvo en las losas que únicamente tuvieron refuerzo de macrofibras metálicas.

*Tabla 5-2. Desviación estándar de cada prototipo.*

|                 | <b>Fuerza<br/>máxima<br/>(N)</b> | <b>Desv.<br/>Estándar<br/>(N)</b> | <b>Desv. Est /<br/>Fuerza<br/>(%)</b> |
|-----------------|----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|
| <b>FRS1-M-B</b> | 45,000                           | 3,141.00                          | 6.98%                                 |
| <b>S-M-S-B</b>  | 40,795                           | 6,923.94                          | 16.97%                                |
| <b>FRS1-B</b>   | 41,381                           | 8,899.86                          | 21.51%                                |
| <b>S-B</b>      | 22,772                           | 939.88                            | 4.13%                                 |

- 5.1.8. A partir de los modelos de 9 paños desarrollados, se observa que para valores de carga menores, la distribución de carga en los apoyos responde a los criterios de análisis lineal, distribuyendo las reacciones en los apoyos de la estructura. Sin

embargo, al incrementar la carga a valores que exceden el comportamiento elástico, la distribución de cargas en los apoyos pierde la proporcionalidad y su alcance se limita principalmente a los apoyos más próximos.

- 5.1.9. Los patrones de fisuración predichos por el programa para los modelos de paños individuales guardan relación en una primera etapa con los observados en los ensayos experimentales (Revisar anexo 7.1). Sin embargo, al incrementar la carga actuante existen diferencias propias de las condiciones particulares de borde realizadas en el ensayo. Por otro lado, los patrones de fisuración observados en los modelos de 9 paños donde se aplicó la carga en el punto central de uno o más paños guarda relación con el observado para paños individuales, extrapolando su influencia a los paños aledaños.

## **5.2. Recomendaciones.**

A fin de ampliar el alcance de esta tesis, se proponen las siguientes recomendaciones para próximas investigaciones que se resumen a continuación.

- 5.4.1. Si bien todos los ensayos realizados demostraron un comportamiento plástico de ablandamiento, se recomienda variar la dosis de macrofibras empleada a fin de evaluar la posibilidad de obtener comportamientos de tipo endurecimiento que permitan mayores capacidades de disipación de energía.
- 5.4.2. Se recomienda considerar la posibilidad de realizar el análisis pushover liderado por desplazamientos a fin de obtener resultados más representativos para el rango inelástico.
- 5.4.3. Otro refuerzo para sistemas de sostenimiento de bóvedas que puede analizarse es la inclusión de dovelas.

- 5.4.4. Se puede variar el espesor de las losas a ensayar. Si bien para efectos de la presente tesis se consideraron espesores de 10 y 08 cm, se pueden ensayar losas de 12 y 15 cm.
- 5.4.5. Se recomienda considerar variantes al ensayo que puedan incluir cargas distribuidas de manera más homogénea para aproximar aún más las condiciones reales.
- 5.4.6. Se recomienda realizar más ensayos con los mismos tipos de refuerzo a fin de poder obtener parámetros estadísticos más representativos e identificar el mejor tipo de distribución estadística que gobierna la performance de cada tipo de refuerzo. Lo indicado permitirá determinar expresiones propias del comportamiento de cada tipo de losa y refuerzo.
- 5.4.7. Se puede elaborar un análisis considerando cargas dinámicas actuantes sobre el elemento, propias y representativas de actividades mineras como bien pueden ser vibraciones debido a explosiones o eventos sísmicos. Para este fin se puede considerar, entre otros, elaborar un análisis de tipo tiempo-historia.
- 5.4.8. Si bien para efectos de la presente investigación, se optó por realizar el modelado de elementos planos y no curvos a fin de mantener la representatividad de un paño genérico que guarde relación con los ensayos elaborados; se recomienda, para casos posteriores extrapolar el análisis al caso particular de un túnel de refuerzo y dimensiones conocidas.

## 6. Bibliografía.

Abadía, F., López, C. (2011). Manual de túneles y obras subterráneas. Ingeniería de túneles.

Abdellah, W., Abdelhaffez, G., & Saleem, H. (2020). Stability assessment of underground openings using different rock support systems. *Rudarsko-geološko-naftni zbornik*, 35(1).

ASTM. (2020). Standard Test Method for Flexural Toughness of Fiber Reinforced Concrete (Using Centrally Loaded Round Panel). ASTM C1550-20. ASTM International.

Brady, B. H., & Brown, E. T. (2006). *Rock mechanics: for underground mining*. Springer science & business media.

Chao T-y (1998) The numerical modelling of rockbolts in geomechanics by finite element methods. PhD Thesis, Uxbridge, UK: Brunel University, Middlesex

Chaudhari, S. V., & Chakrabarti, M. A. (2012). Modeling of concrete for nonlinear analysis using finite element code ABAQUS. *International Journal of Computer Applications*, 44(7), 14-18.

EFNARC. (1996). European Specification for Sprayed Concrete.

Feng, X. T., & Hudson, J. A. (2011). *Rock engineering design*. CRC Press.

Galvin, J. M. (2016). *Ground engineering-principles and practices for underground coal mining*. Springer.

Macgregor, J. (1997). *Reinforced concrete*. Prentice Hall.

Martin, L., Clark, C., Johnson, J., & Stepan, M. (2015, February). A new high force and displacement shotcrete test. In *SME 2015 Annual Conference and Expo* (pp. 158-090).

MINEM. (2022). Reporte anual de las principales unidades mineras en producción del Perú.

Ministerio de Vivienda, C. y. S. (2018). E.030 DISEÑO SISMORRESISTENTE.

Sinha, B. P., Gerstle, K. H., & Tulin, L. G. (1964, February). Stress-strain relations for concrete under cyclic loading. In *Journal Proceedings* (Vol. 61, No. 2, pp. 195-212).

Oñate, E. (2013). Structural analysis with the finite element method. Linear statics: volume 2: beams, plates and shells. Springer Science & Business Media.

Osinermin. (s/f). Accidentes mortales en minería. Osinermin. Recuperado el 7 de octubre de 2022, de <https://www.osinermin.gob.pe/empresas/mineria/dashboards/accidentes-mortales-mineria>

Osinga, D. (2018). A review of the high performance rock-bolting method and Its application in a Nordic mine.

P. K. Kaiser, D. R. McCreath, D. D. Tannant. (1996). Canada Rockburst Support Handbook.

Peter, K., Moshood, O., Akinseye, P. O., Martha, A., Khadija, S. O., Abdulsalam, J., ... & Emman, A. A. (2021). An Overview of the Use of Rockbolts as Support Tools in Mining Operations. *Geotechnical and Geological Engineering*, 1-25.

Schütz, R., Potts, D. M., & Zdravkovic, L. (2011). Advanced constitutive modelling of shotcrete: Model formulation and calibration. *Computers and Geotechnics*, 38(6), 834-845.

Song, G., Li, W., Wang, B., & Ho, S. C. M. (2017). A review of rock bolt monitoring using smart sensors. *Sensors*, 17(4), 776.

Ugural, A. C. (2017). *Plates and shells: theory and analysis*. CRC Press.

Zerbino, L. (2020). *Hormigón reforzado con fibras*. Asociación Argentina de Tecnología del Hormigón.

## 7. Anexos

### 7.1. Patrones de fisuración de los modelos de un solo paño trabajados en Diana FEA.

#### Losa S-B

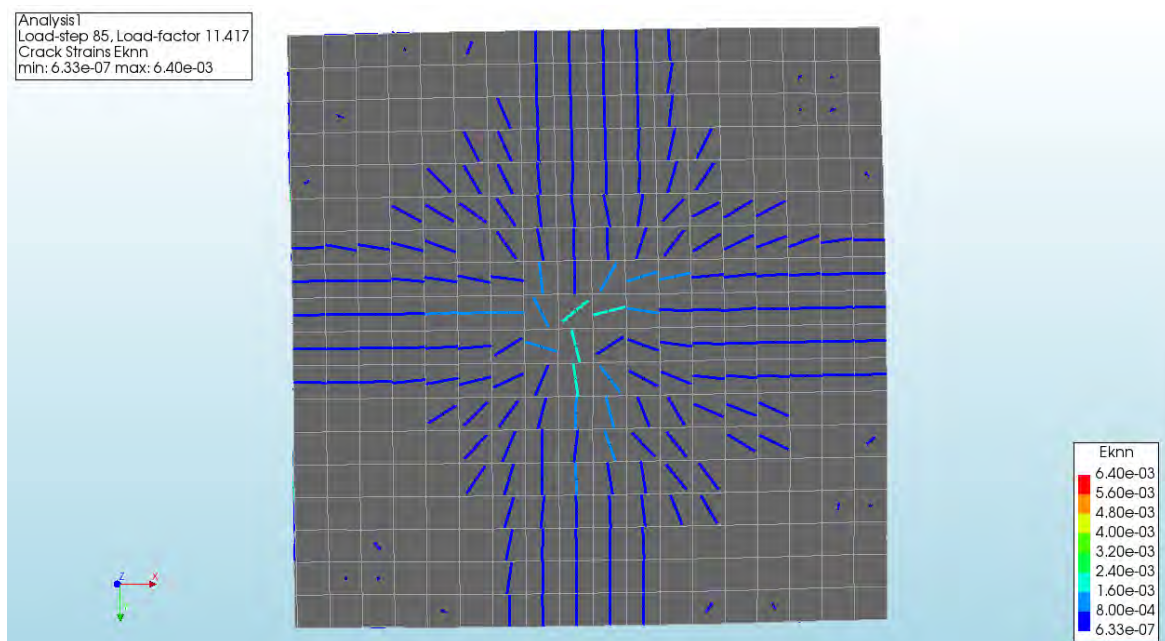


Figura 7-1. Patrón de fisuración losa S-B. Parte posterior.

#### Losa S-M-S-B

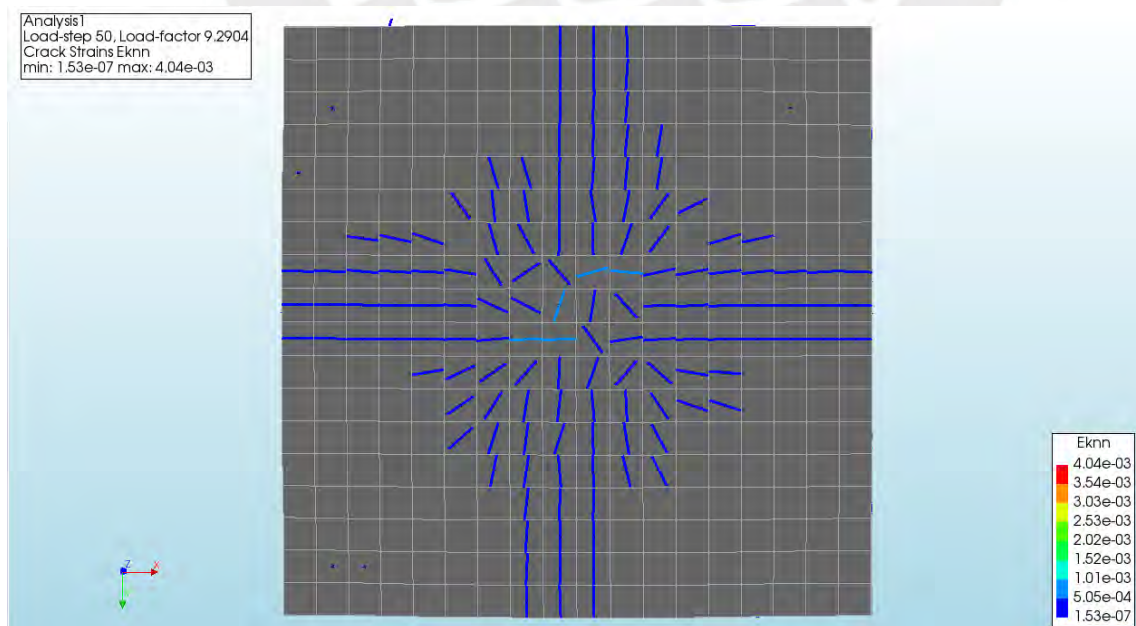


Figura 7-2. Patrón de fisuración losa S-M-S-B. Parte inferior. Load step 50.

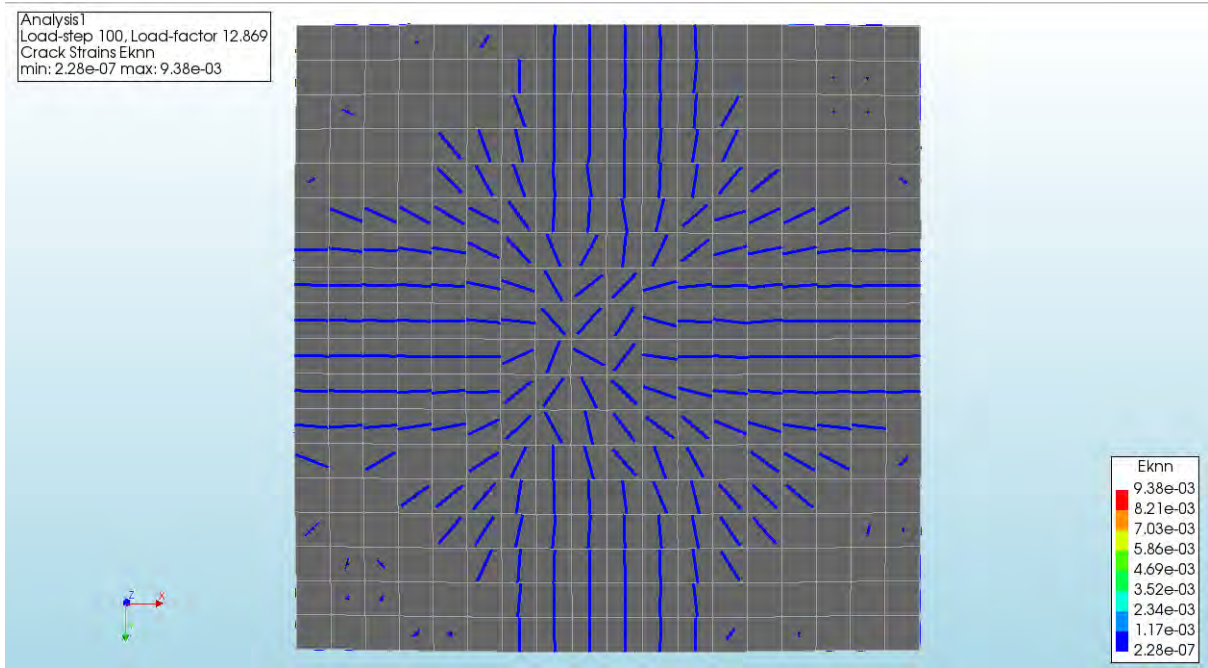


Figura 7-3. Patrón de fisuración losa S-M-S-B. Parte inferior. Load step 100.

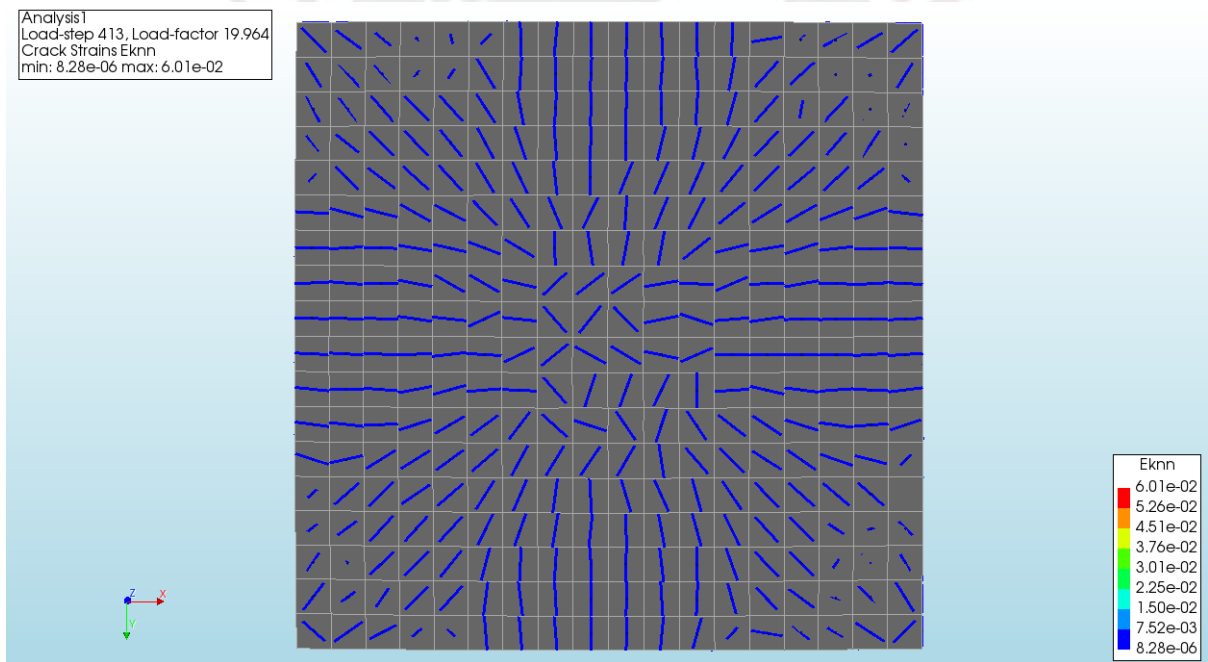


Figura 7-4. Patrón de fisuración losa S-M-S-B. Parte inferior. Load step 413

## Losa FRS1-B

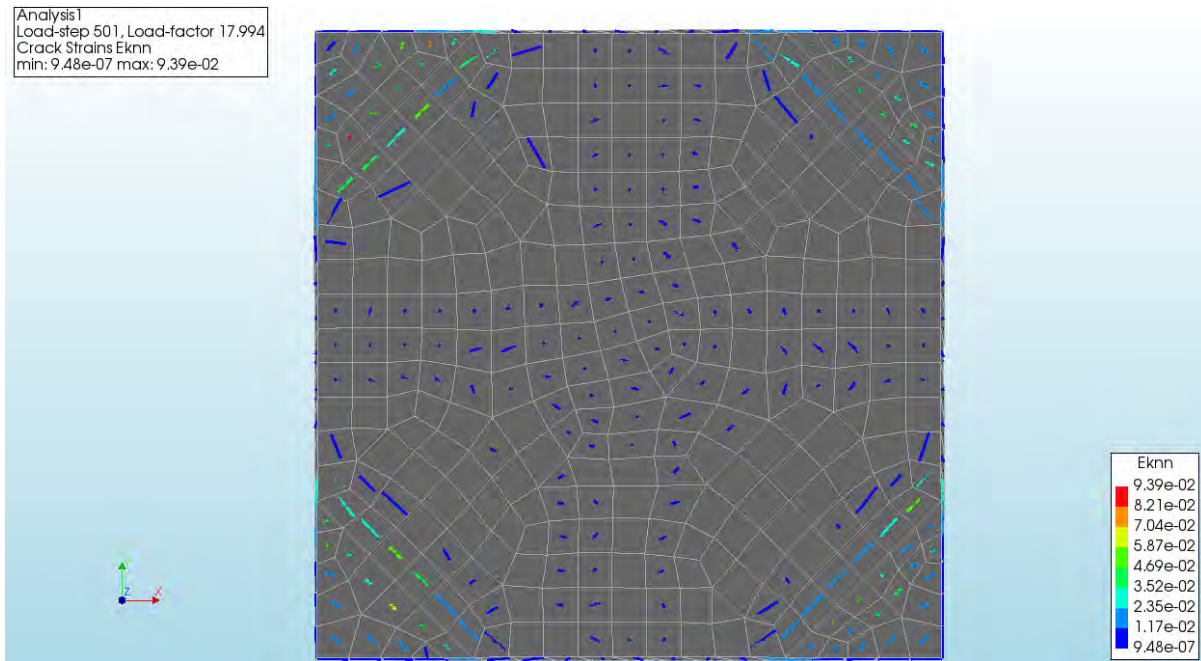


Figura 7-5. Patrón de fisuración losa FRS1-B. Parte superior. Load step 501.

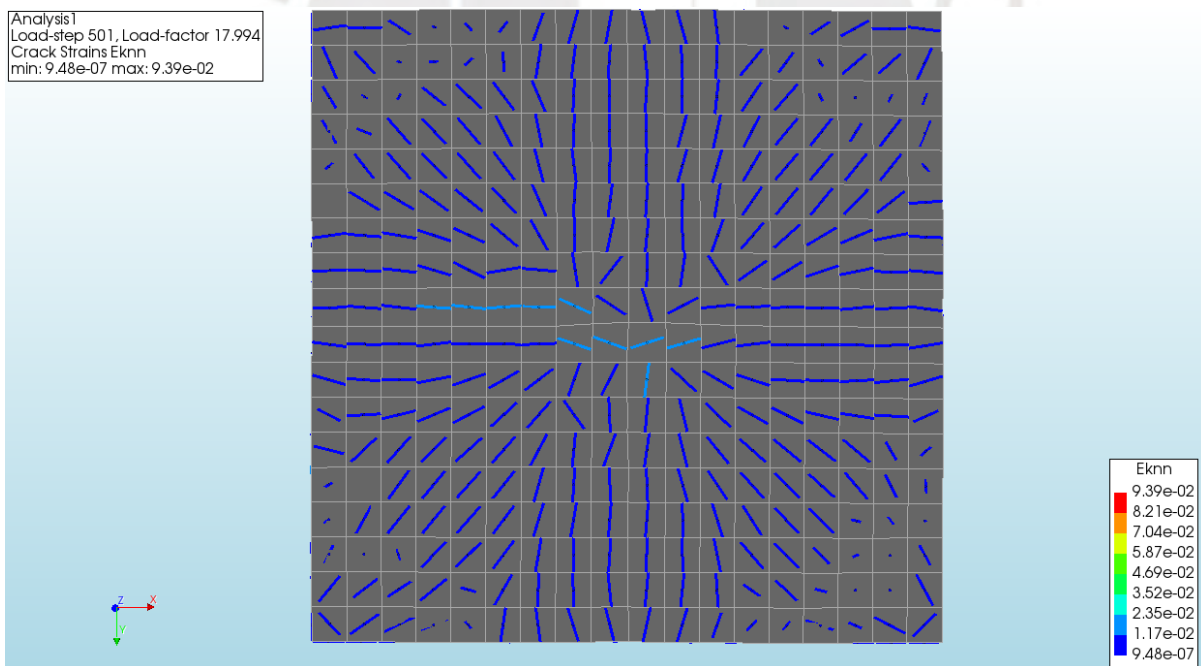


Figura 7-6. Patrón de fisuración losa FRS1-B. Parte inferior. Load step 501.

Analysis1  
Load-step 100, Load-factor 16.207  
Crack Strains Eknn  
min: 4.62e-07 max: 6.62e-03

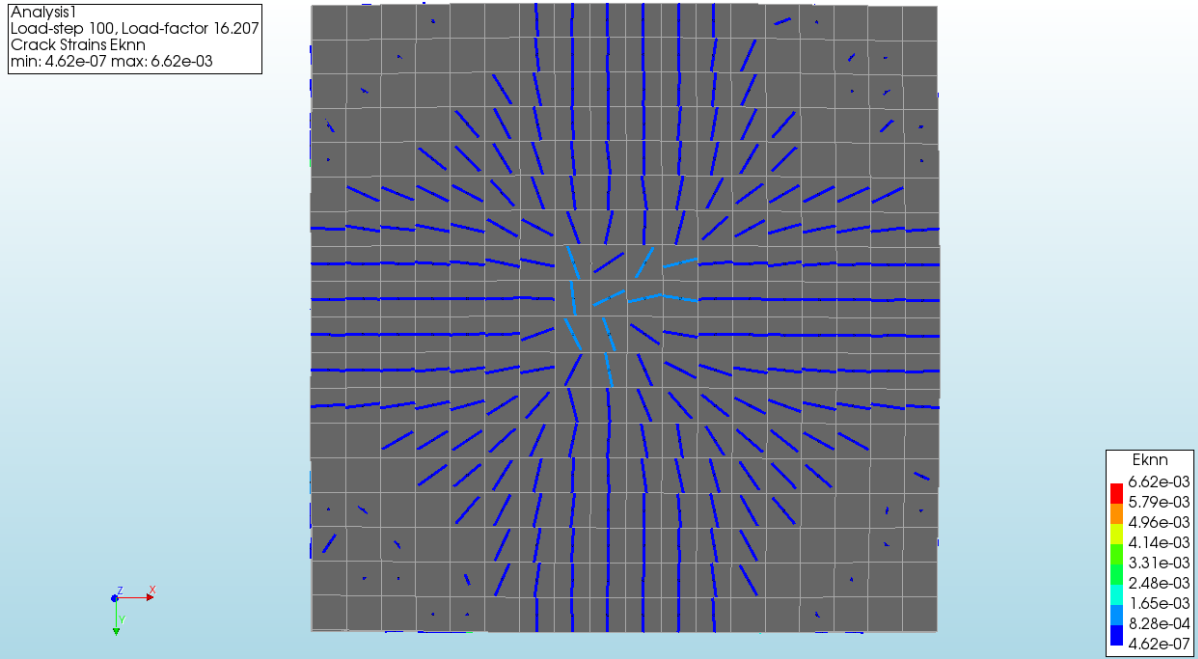


Figura 7-7. Patrón de fisuración losa FRS1-B. Parte inferior. Load step 100.

Analysis1  
Load-step 50, Load-factor 11.143  
Crack Strains Eknn  
min: 3.72e-07 max: 2.64e-03

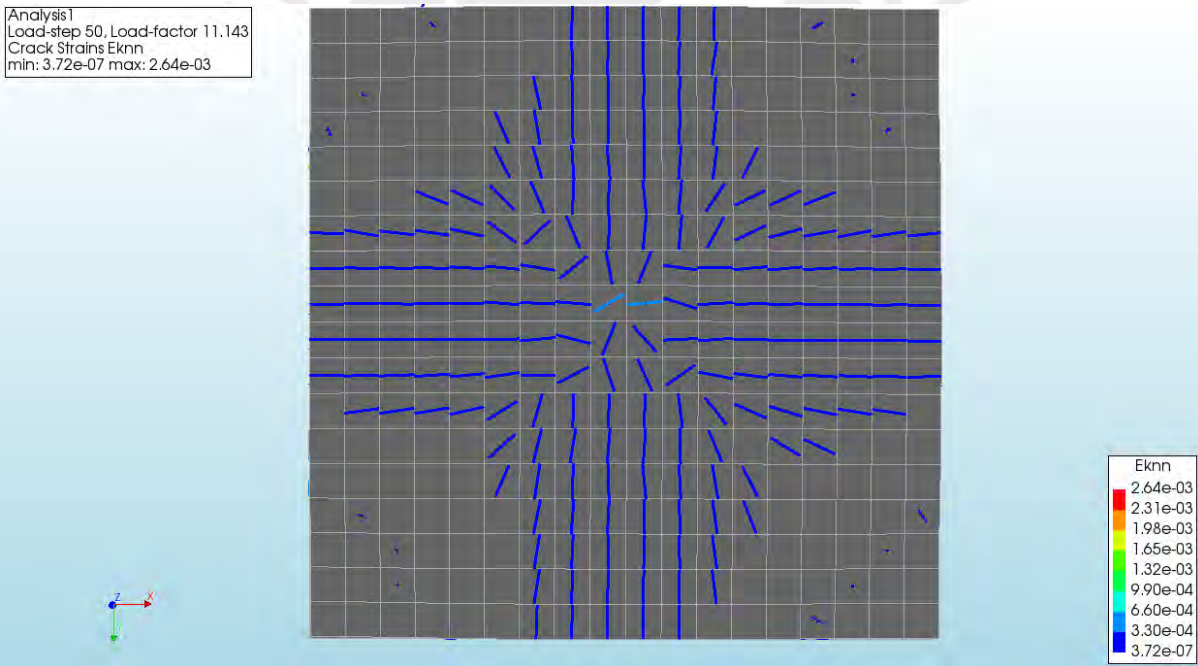


Figura 7-8. Patrón de fisuración losa FRS1-B. Parte inferior. Load step 50.

## Losa FRS1-M-B

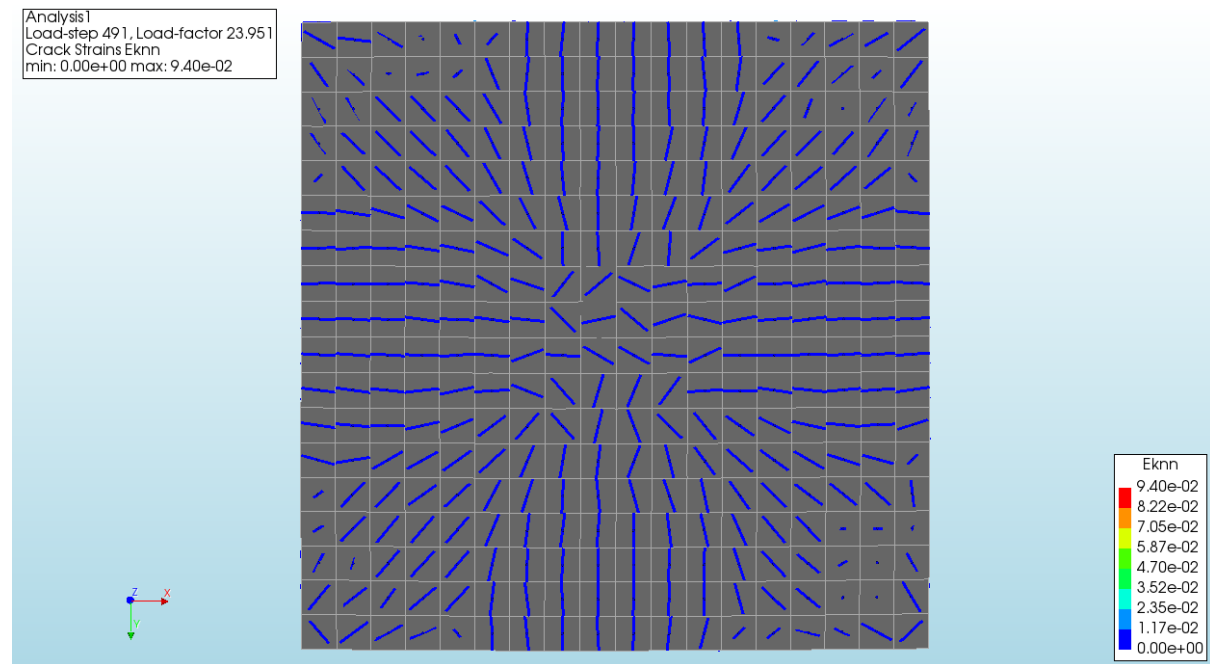


Figura 7-9. Patrón de fisuración losa FRS1-M-B. Parte inferior. Load step 491.

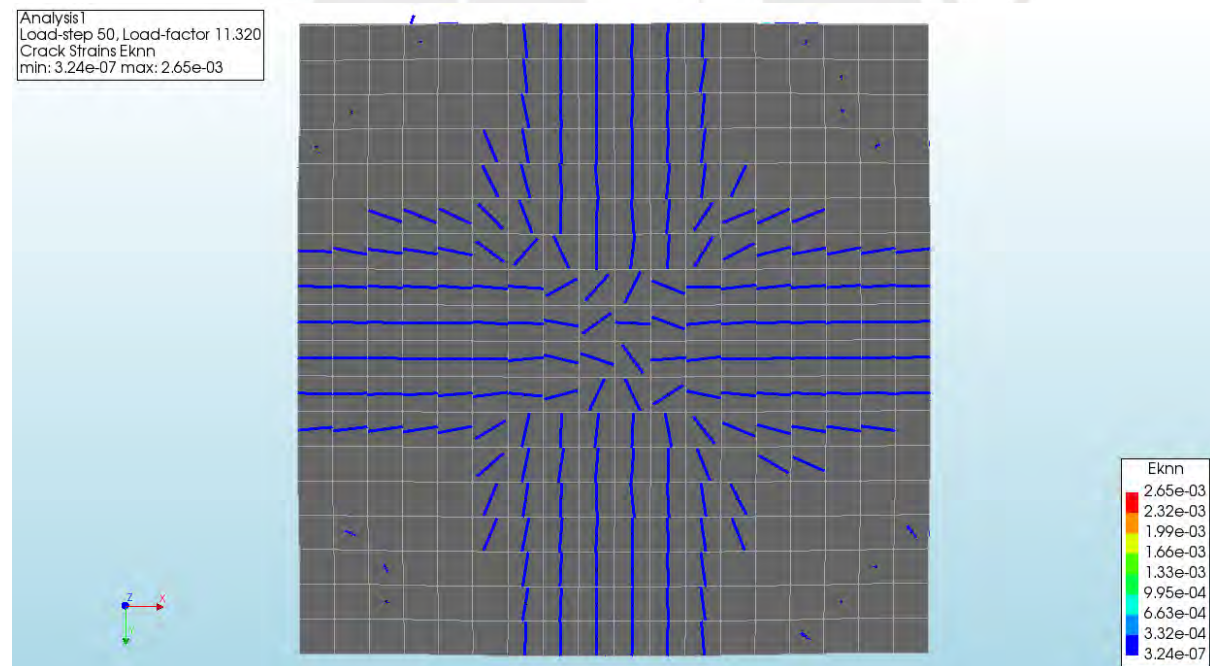


Figura 7-10. Patrón de fisuración losa FRS1-M-B. Parte inferior. Load step 50.

## Losa FRSB-1

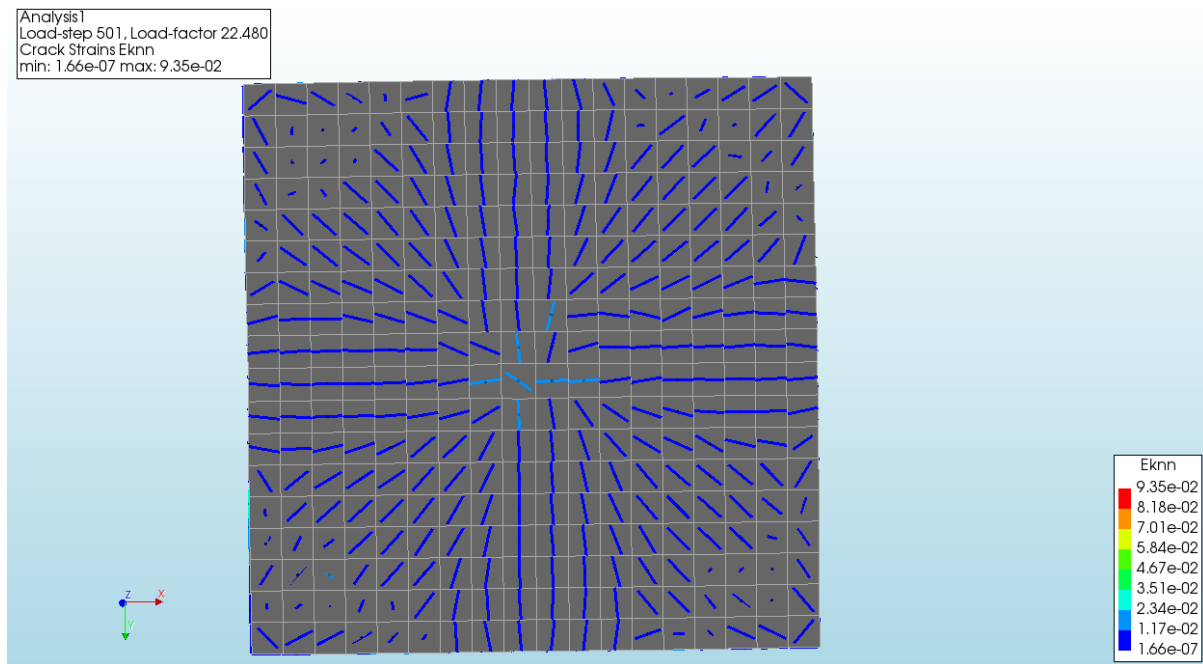


Figura 7-11. Patrón de fisuración losa FRSB-1. Parte inferior. Load step 501.

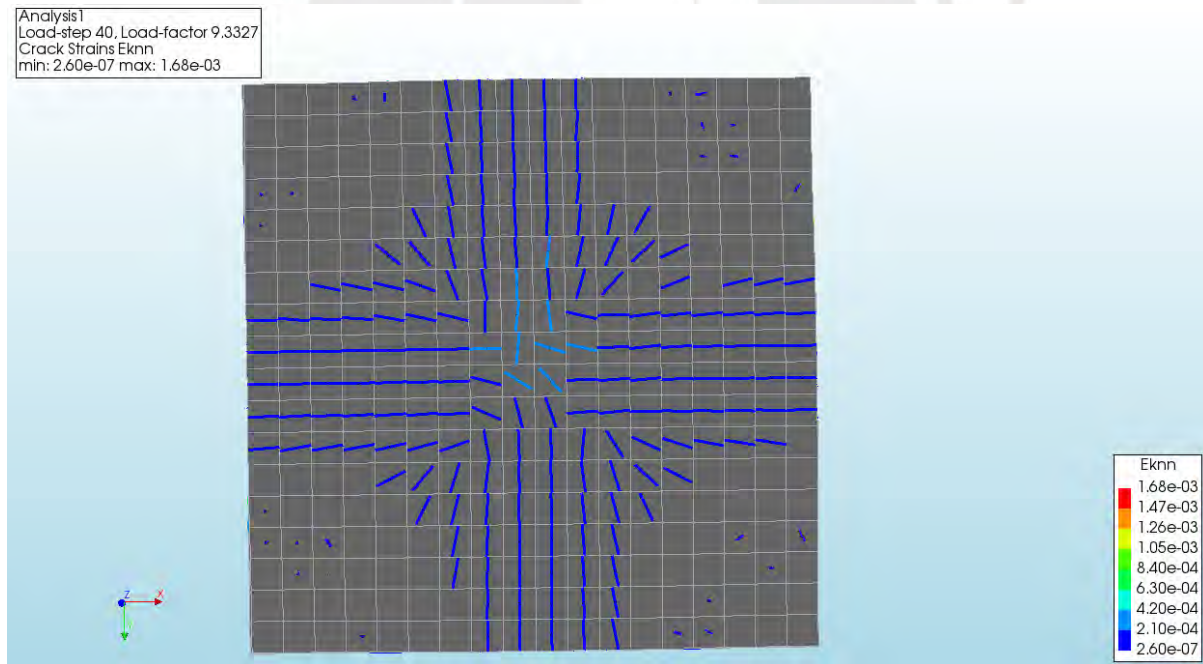


Figura 7-12. Patrón de fisuración losa FRSB-1. Parte inferior. Load step 40.

7.2. Distribución de esfuerzos en los apoyos de las losas de nueve paños modeladas en DIANA FEA.

7.2.1. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del paño central.

Tabla 7-1. Distribución de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.

| APOYO    | LOAD STEP 1 | LOAD STEP 2 | LOAD STEP 3 | LOAD STEP 4 | LOAD STEP 5 | LOAD STEP 6 | LOAD STEP 7 | LOAD STEP 8 | LOAD STEP 9 | LOAD STEP 10 |
|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|
| <b>A</b> | -1.15       | -2.29       | -3.44       | -4.60       | -5.82       | -7.09       | -8.44       | -9.89       | -11.46      | -13.22       |
| <b>B</b> | -22.78      | -45.55      | -68.33      | -91.32      | -114.94     | -139.11     | -164.16     | -190.57     | -218.50     | -248.60      |
| <b>C</b> | -22.47      | -67.40      | -67.40      | -90.04      | -112.95     | -136.50     | -161.02     | -187.51     | -215.40     | -245.15      |
| <b>D</b> | -1.18       | -3.54       | -3.54       | -4.73       | -5.94       | -7.22       | -8.60       | -10.20      | -11.88      | -13.72       |
| <b>E</b> | -22.72      | -68.17      | -68.17      | -91.06      | -114.61     | -138.77     | -164.16     | -190.82     | -218.96     | -249.16      |
| <b>F</b> | 266.61      | 799.84      | 799.84      | 1063.01     | 1309.80     | 1599.51     | 1868.07     | 2142.28     | 2422.42     | 2703.34      |
| <b>G</b> | 263.71      | 791.12      | 791.12      | 1056.21     | 1318.83     | 1588.39     | 1855.76     | 2122.47     | 2404.51     | 2689.26      |
| <b>H</b> | -22.89      | -68.67      | -68.67      | -91.69      | -115.08     | -139.09     | -164.26     | -191.29     | -219.72     | -249.95      |
| <b>I</b> | -22.84      | -68.51      | -68.51      | -91.74      | -115.35     | -139.64     | -165.20     | -192.04     | -220.55     | -251.15      |
| <b>J</b> | 268.84      | 806.53      | 806.53      | 1066.32     | 1337.19     | 1607.30     | 1887.81     | 2150.90     | 2436.14     | 2722.32      |
| <b>K</b> | 269.61      | 808.83      | 808.83      | 1069.11     | 1339.91     | 1610.33     | 1890.85     | 2155.74     | 2442.26     | 2727.10      |
| <b>L</b> | -22.89      | -68.66      | -68.66      | -91.95      | -115.60     | -139.90     | -165.48     | -192.37     | -220.90     | -251.51      |
| <b>M</b> | -1.13       | -3.38       | -3.38       | -4.54       | -5.73       | -6.98       | -8.30       | -9.74       | -11.31      | -13.07       |
| <b>N</b> | -22.80      | -68.41      | -68.41      | -91.57      | -115.16     | -139.38     | -164.80     | -191.50     | -219.83     | -250.20      |
| <b>O</b> | -23.15      | -69.44      | -69.44      | -92.93      | -116.81     | -141.40     | -167.13     | -194.27     | -223.06     | -253.79      |
| <b>P</b> | -1.11       | -3.33       | -3.33       | -4.48       | -5.64       | -6.87       | -8.18       | -9.61       | -11.18      | -12.94       |

Tabla 7-2. Distribución porcentual de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.

| APOYO    | LOAD STEP 1 | LOAD STEP 2 | LOAD STEP 3 | LOAD STEP 4 | LOAD STEP 5 | LOAD STEP 6 | LOAD STEP 7 | LOAD STEP 8 | LOAD STEP 9 | LOAD STEP 10 |
|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|
| <b>A</b> | 0.091%      | 0.061%      | 0.091%      | 0.092%      | 0.093%      | 0.094%      | 0.095%      | 0.098%      | 0.100%      | 0.103%       |
| <b>B</b> | 1.814%      | 1.217%      | 1.814%      | 1.825%      | 1.839%      | 1.843%      | 1.854%      | 1.879%      | 1.899%      | 1.928%       |
| <b>C</b> | 1.789%      | 1.800%      | 1.789%      | 1.799%      | 1.807%      | 1.809%      | 1.819%      | 1.849%      | 1.872%      | 1.901%       |
| <b>D</b> | 0.094%      | 0.094%      | 0.094%      | 0.094%      | 0.095%      | 0.096%      | 0.097%      | 0.101%      | 0.103%      | 0.106%       |
| <b>E</b> | 1.809%      | 1.821%      | 1.809%      | 1.819%      | 1.834%      | 1.839%      | 1.854%      | 1.882%      | 1.903%      | 1.932%       |
| <b>F</b> | 21.229%     | 21.365%     | 21.229%     | 21.238%     | 20.959%     | 21.193%     | 21.103%     | 21.124%     | 21.050%     | 20.965%      |
| <b>G</b> | 20.998%     | 21.132%     | 20.998%     | 21.102%     | 21.103%     | 21.045%     | 20.964%     | 20.929%     | 20.894%     | 20.856%      |
| <b>H</b> | 1.823%      | 1.834%      | 1.823%      | 1.832%      | 1.842%      | 1.843%      | 1.856%      | 1.886%      | 1.909%      | 1.938%       |
| <b>I</b> | 1.818%      | 1.830%      | 1.818%      | 1.833%      | 1.846%      | 1.850%      | 1.866%      | 1.894%      | 1.916%      | 1.948%       |
| <b>J</b> | 21.407%     | 21.544%     | 21.407%     | 21.304%     | 21.397%     | 21.296%     | 21.326%     | 21.210%     | 21.169%     | 21.112%      |
| <b>K</b> | 21.468%     | 21.605%     | 21.468%     | 21.360%     | 21.441%     | 21.336%     | 21.360%     | 21.257%     | 21.222%     | 21.149%      |
| <b>L</b> | 1.822%      | 1.834%      | 1.822%      | 1.837%      | 1.850%      | 1.854%      | 1.869%      | 1.897%      | 1.920%      | 1.951%       |
| <b>M</b> | 0.090%      | 0.090%      | 0.090%      | 0.091%      | 0.092%      | 0.092%      | 0.094%      | 0.096%      | 0.098%      | 0.101%       |
| <b>N</b> | 1.816%      | 1.827%      | 1.816%      | 1.829%      | 1.843%      | 1.847%      | 1.862%      | 1.888%      | 1.910%      | 1.940%       |
| <b>O</b> | 1.843%      | 1.855%      | 1.843%      | 1.857%      | 1.869%      | 1.873%      | 1.888%      | 1.916%      | 1.938%      | 1.968%       |
| <b>P</b> | 0.089%      | 0.089%      | 0.089%      | 0.089%      | 0.090%      | 0.091%      | 0.092%      | 0.095%      | 0.097%      | 0.100%       |

7.2.2. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central de un paño aledaño.

Tabla 7-3. Distribución de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.

| APOYO    | LOAD STEP 1 | LOAD STEP 5 | LOAD STEP 9 | LOAD STEP 10 | LOAD STEP 11 | LOAD STEP 16 | LOAD STEP 21 | LOAD STEP 25 | LOAD STEP 30 | LOAD STEP 38 |
|----------|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>A</b> | 1888        | 1849        | 1803        | 1790         | 1777         | 1692         | 1577         | 1469         | 1323         | 1067         |
| <b>B</b> | 2653        | 2571        | 2475        | 2448         | 2420         | 2243         | 2013         | 1799         | 1520         | 1051         |
| <b>C</b> | 2660        | 2653        | 2643        | 2641         | 2638         | 2618         | 2588         | 2556         | 2505         | 2395         |
| <b>D</b> | 1891        | 1892        | 1892        | 1893         | 1893         | 1894         | 1894         | 1894         | 1893         | 1889         |
| <b>E</b> | 2657        | 3668        | 4800        | 5073         | 5325         | 6708         | 7973         | 9257         | 10398        | 12968        |
| <b>F</b> | 3163        | 3993        | 4939        | 5169         | 5411         | 6708         | 7913         | 9185         | 10422        | 13079        |
| <b>G</b> | 3159        | 3096        | 3026        | 3006         | 2984         | 2854         | 2690         | 2544         | 2353         | 2066         |
| <b>H</b> | 2674        | 2678        | 2682        | 2683         | 2685         | 2691         | 2696         | 2699         | 2698         | 2684         |
| <b>I</b> | 2656        | 3659        | 4789        | 5063         | 5315         | 6694         | 7963         | 9240         | 10365        | 12973        |
| <b>J</b> | 3167        | 3962        | 4927        | 5154         | 5367         | 6616         | 7877         | 9137         | 10336        | 12939        |
| <b>K</b> | 3171        | 3107        | 3037        | 3016         | 2995         | 2864         | 2701         | 2554         | 2367         | 2087         |
| <b>L</b> | 2679        | 2684        | 2688        | 2689         | 2691         | 2697         | 2703         | 2706         | 2705         | 2690         |
| <b>M</b> | 1886        | 1848        | 1803        | 1790         | 1777         | 1693         | 1580         | 1473         | 1332         | 1081         |
| <b>N</b> | 2676        | 2594        | 2495        | 2467         | 2438         | 2259         | 2028         | 1816         | 1537         | 1069         |
| <b>O</b> | 2662        | 2656        | 2647        | 2644         | 2641         | 2621         | 2591         | 2560         | 2510         | 2402         |
| <b>P</b> | 1889        | 1890        | 1890        | 1891         | 1891         | 1892         | 1893         | 1893         | 1892         | 1888         |

Tabla 7-4. Distribución porcentual de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.

| APOYO    | LOAD STEP 1 | LOAD STEP 5 | LOAD STEP 9 | LOAD STEP 10 | LOAD STEP 11 | LOAD STEP 16 | LOAD STEP 21 | LOAD STEP 25 | LOAD STEP 30 | LOAD STEP 38 |
|----------|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>A</b> | 4.54%       | 4.13%       | 3.72%       | 3.62%        | 3.54%        | 3.09%        | 2.69%        | 2.34%        | 2.00%        | 1.44%        |
| <b>B</b> | 6.39%       | 5.74%       | 5.10%       | 4.95%        | 4.82%        | 4.10%        | 3.43%        | 2.87%        | 2.30%        | 1.41%        |
| <b>C</b> | 6.40%       | 5.92%       | 5.45%       | 5.34%        | 5.25%        | 4.78%        | 4.41%        | 4.07%        | 3.79%        | 3.22%        |
| <b>D</b> | 4.55%       | 4.22%       | 3.90%       | 3.83%        | 3.77%        | 3.46%        | 3.23%        | 3.02%        | 2.86%        | 2.54%        |
| <b>E</b> | 6.40%       | 8.19%       | 9.89%       | 10.27%       | 10.60%       | 12.25%       | 13.59%       | 14.74%       | 15.72%       | 17.45%       |
| <b>F</b> | 7.62%       | 8.91%       | 10.18%      | 10.46%       | 10.77%       | 12.25%       | 13.48%       | 14.63%       | 15.75%       | 17.60%       |
| <b>G</b> | 7.61%       | 6.91%       | 6.23%       | 6.08%        | 5.94%        | 5.21%        | 4.58%        | 4.05%        | 3.56%        | 2.78%        |
| <b>H</b> | 6.44%       | 5.98%       | 5.53%       | 5.43%        | 5.34%        | 4.92%        | 4.60%        | 4.30%        | 4.08%        | 3.61%        |
| <b>I</b> | 6.39%       | 8.17%       | 9.87%       | 10.24%       | 10.58%       | 12.23%       | 13.57%       | 14.72%       | 15.67%       | 17.45%       |
| <b>J</b> | 7.63%       | 8.85%       | 10.15%      | 10.43%       | 10.68%       | 12.08%       | 13.42%       | 14.55%       | 15.62%       | 17.41%       |
| <b>K</b> | 7.63%       | 6.93%       | 6.26%       | 6.10%        | 5.96%        | 5.23%        | 4.60%        | 4.07%        | 3.58%        | 2.81%        |
| <b>L</b> | 6.45%       | 5.99%       | 5.54%       | 5.44%        | 5.36%        | 4.93%        | 4.61%        | 4.31%        | 4.09%        | 3.62%        |
| <b>M</b> | 4.54%       | 4.13%       | 3.71%       | 3.62%        | 3.54%        | 3.09%        | 2.69%        | 2.35%        | 2.01%        | 1.45%        |
| <b>N</b> | 6.44%       | 5.79%       | 5.14%       | 4.99%        | 4.85%        | 4.13%        | 3.46%        | 2.89%        | 2.32%        | 1.44%        |
| <b>O</b> | 6.41%       | 5.93%       | 5.45%       | 5.35%        | 5.26%        | 4.79%        | 4.42%        | 4.08%        | 3.79%        | 3.23%        |
| <b>P</b> | 4.55%       | 4.22%       | 3.89%       | 3.83%        | 3.76%        | 3.46%        | 3.23%        | 3.01%        | 2.86%        | 2.54%        |

7.2.3. Losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de ambos paños aledaños.

Tabla 7-5. Distribución de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.

| APOYO    | LOAD STEP 1 | LOAD STEP 5 | LOAD STEP 9 | LOAD STEP 11 | LOAD STEP 16 | LOAD STEP 25 | LOAD STEP 38 | LOAD STEP 53 | LOAD STEP 61 |
|----------|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>A</b> | 4728.67     | 4598.10     | 4442.22     | 4355.62      | 4121.07      | 3915.11      | 6589.61      | 17110.33     | 30252.73     |
| <b>B</b> | 7407.39     | 7051.22     | 6617.66     | 6374.49      | 5733.23      | 5630.43      | 11698.67     | 26650.43     | 38373.73     |
| <b>C</b> | 7019.54     | 6687.73     | 6290.33     | 6069.94      | 5497.93      | 5648.65      | 11646.38     | 26127.25     | 37354.48     |
| <b>D</b> | 4433.71     | 4313.40     | 4175.13     | 4099.26      | 3900.95      | 3790.48      | 6603.84      | 16765.74     | 27857.29     |
| <b>E</b> | 7425.69     | 12857.74    | 18731.65    | 21770.31     | 30128.22     | 51867.69     | 93093.73     | 128158.27    | 137400.50    |
| <b>F</b> | 5616.57     | 7073.08     | 8643.84     | 9670.57      | 12955.06     | 16245.88     | 18248.52     | 19286.96     | 21512.11     |
| <b>G</b> | 5480.71     | 7108.27     | 8700.80     | 9629.12      | 12115.03     | 16380.57     | 19608.79     | 19520.89     | 20914.11     |
| <b>H</b> | 6934.14     | 12206.49    | 18118.64    | 21236.83     | 29796.49     | 48854.86     | 87375.46     | 122106.92    | 138521.30    |
| <b>I</b> | 7389.27     | 12755.17    | 18659.83    | 21603.90     | 29976.47     | 50987.99     | 89851.80     | 126573.44    | 135237.62    |
| <b>J</b> | 5614.56     | 7069.61     | 8642.68     | 9674.20      | 12970.29     | 16260.92     | 18275.79     | 19351.17     | 21584.83     |
| <b>K</b> | 5623.71     | 7082.13     | 8646.48     | 9657.37      | 12953.74     | 16254.80     | 18248.15     | 19350.91     | 21558.20     |
| <b>L</b> | 7440.70     | 12840.55    | 18654.44    | 21656.25     | 30263.57     | 51796.71     | 91668.33     | 128371.52    | 136863.00    |
| <b>M</b> | 4523.45     | 4394.10     | 4241.50     | 4155.88      | 3922.71      | 3751.56      | 6443.72      | 16896.05     | 29683.88     |
| <b>N</b> | 7006.97     | 6684.76     | 6299.24     | 6083.60      | 5519.75      | 5701.44      | 11820.01     | 26761.22     | 38251.75     |
| <b>O</b> | 6718.33     | 6402.68     | 6027.56     | 5820.72      | 5281.78      | 5509.92      | 11468.98     | 26203.45     | 37438.19     |
| <b>P</b> | 4375.69     | 4257.07     | 4117.90     | 4042.03      | 3834.33      | 3718.19      | 6396.88      | 16431.89     | 28055.40     |

Tabla 7-6. Distribución porcentual de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.

| APOYO    | LOAD STEP 1 | LOAD STEP 5 | LOAD STEP 9 | LOAD STEP 11 | LOAD STEP 16 | LOAD STEP 25 | LOAD STEP 38 | LOAD STEP 53 | LOAD STEP 61 |
|----------|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>A</b> | 4.84%       | 3.73%       | 2.94%       | 2.63%        | 1.97%        | 1.28%        | 1.29%        | 2.26%        | 3.36%        |
| <b>B</b> | 7.58%       | 5.71%       | 4.38%       | 3.84%        | 2.74%        | 1.84%        | 2.30%        | 3.53%        | 4.26%        |
| <b>C</b> | 7.18%       | 5.42%       | 4.17%       | 3.66%        | 2.63%        | 1.84%        | 2.29%        | 3.46%        | 4.15%        |
| <b>D</b> | 4.54%       | 3.50%       | 2.76%       | 2.47%        | 1.87%        | 1.24%        | 1.30%        | 2.22%        | 3.09%        |
| <b>E</b> | 7.60%       | 10.42%      | 12.40%      | 13.12%       | 14.42%       | 16.93%       | 18.29%       | 16.96%       | 15.25%       |
| <b>F</b> | 5.75%       | 5.73%       | 5.72%       | 5.83%        | 6.20%        | 5.30%        | 3.58%        | 2.55%        | 2.39%        |
| <b>G</b> | 5.61%       | 5.76%       | 5.76%       | 5.80%        | 5.80%        | 5.35%        | 3.85%        | 2.58%        | 2.32%        |
| <b>H</b> | 7.09%       | 9.89%       | 12.00%      | 12.80%       | 14.26%       | 15.95%       | 17.16%       | 16.16%       | 15.38%       |
| <b>I</b> | 7.56%       | 10.34%      | 12.36%      | 13.02%       | 14.34%       | 16.65%       | 17.65%       | 16.75%       | 15.01%       |
| <b>J</b> | 5.74%       | 5.73%       | 5.72%       | 5.83%        | 6.21%        | 5.31%        | 3.59%        | 2.56%        | 2.40%        |
| <b>K</b> | 5.75%       | 5.74%       | 5.73%       | 5.82%        | 6.20%        | 5.31%        | 3.58%        | 2.56%        | 2.39%        |
| <b>L</b> | 7.61%       | 10.41%      | 12.35%      | 13.05%       | 14.48%       | 16.91%       | 18.01%       | 16.99%       | 15.19%       |
| <b>M</b> | 4.63%       | 3.56%       | 2.81%       | 2.51%        | 1.88%        | 1.22%        | 1.27%        | 2.24%        | 3.30%        |
| <b>N</b> | 7.17%       | 5.42%       | 4.17%       | 3.67%        | 2.64%        | 1.86%        | 2.32%        | 3.54%        | 4.25%        |
| <b>O</b> | 6.87%       | 5.19%       | 3.99%       | 3.51%        | 2.53%        | 1.80%        | 2.25%        | 3.47%        | 4.16%        |
| <b>P</b> | 4.48%       | 3.45%       | 2.73%       | 2.44%        | 1.83%        | 1.21%        | 1.26%        | 2.17%        | 3.11%        |

7.2.4. Losa de nueve paños con cargas distribuidas en los puntos centrales de los ejes superiores de los paños aledaños.

Tabla 7-7. Distribución de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.

| APOYO    | LOAD STEP 1 | LOAD STEP 5 | LOAD STEP 10 | LOAD STEP 11 | LOAD STEP 16 | LOAD STEP 21 | LOAD STEP 25 | LOAD STEP 30 | LOAD STEP 33 |
|----------|-------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>A</b> | 1884.09     | 1910.46     | 1961.00      | 1974.49      | 2049.32      | 2120.68      | 2176.40      | 2255.05      | 2305.98      |
| <b>B</b> | 2660.49     | 2726.42     | 2836.10      | 2862.11      | 3003.71      | 3157.50      | 3286.06      | 3454.97      | 3566.75      |
| <b>C</b> | 2672.08     | 2719.91     | 2792.69      | 2810.12      | 2898.96      | 2982.70      | 3042.78      | 3123.83      | 3173.30      |
| <b>D</b> | 1879.47     | 1901.33     | 1950.55      | 1964.41      | 2043.67      | 2132.07      | 2206.84      | 2309.55      | 2373.11      |
| <b>E</b> | 2657.88     | 4646.31     | 7083.12      | 7549.60      | 9924.78      | 12280.31     | 14154.90     | 16467.25     | 17808.35     |
| <b>F</b> | 3162.59     | 4502.87     | 6179.50      | 6522.27      | 8210.67      | 9873.22      | 11265.19     | 12976.07     | 13978.46     |
| <b>G</b> | 3158.44     | 4072.67     | 5261.74      | 5499.47      | 6709.18      | 7894.77      | 8888.47      | 10177.32     | 10975.17     |
| <b>H</b> | 2673.55     | 5114.87     | 8015.61      | 8551.22      | 11398.14     | 14123.30     | 16308.29     | 18996.79     | 20524.10     |
| <b>I</b> | 2672.30     | 2728.81     | 2826.96      | 2850.67      | 2988.74      | 3130.35      | 3250.73      | 3409.61      | 3511.85      |
| <b>J</b> | 3153.10     | 3200.51     | 3278.57      | 3295.80      | 3396.53      | 3509.18      | 3613.93      | 3758.22      | 3861.12      |
| <b>K</b> | 3162.03     | 3188.31     | 3231.87      | 3241.55      | 3290.40      | 3334.46      | 3369.13      | 3421.78      | 3464.50      |
| <b>L</b> | 2663.34     | 2708.00     | 2791.68      | 2812.63      | 2934.48      | 3072.85      | 3196.47      | 3369.75      | 3481.23      |
| <b>M</b> | 1896.93     | 1891.48     | 1882.61      | 1880.50      | 1867.47      | 1850.00      | 1831.92      | 1804.50      | 1784.72      |
| <b>N</b> | 2666.90     | 2656.49     | 2638.64      | 2634.28      | 2606.57      | 2569.78      | 2531.43      | 2473.16      | 2430.81      |
| <b>O</b> | 2677.04     | 2668.91     | 2654.95      | 2651.51      | 2629.74      | 2601.14      | 2571.39      | 2524.07      | 2490.06      |
| <b>P</b> | 1891.39     | 1886.74     | 1879.45      | 1877.72      | 1867.00      | 1852.71      | 1837.96      | 1814.66      | 1797.77      |

Tabla 7-8. Distribución porcentual de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.

| APOYO    | LOAD STEP 1 | LOAD STEP 5 | LOAD STEP 10 | LOAD STEP 11 | LOAD STEP 16 | LOAD STEP 21 | LOAD STEP 25 | LOAD STEP 30 | LOAD STEP 33 |
|----------|-------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>A</b> | 4.537%      | 3.937%      | 3.424%       | 3.348%       | 3.022%       | 2.773%       | 2.605%       | 2.442%       | 2.364%       |
| <b>B</b> | 6.406%      | 5.619%      | 4.953%       | 4.853%       | 4.429%       | 4.128%       | 3.934%       | 3.742%       | 3.657%       |
| <b>C</b> | 6.434%      | 5.605%      | 4.877%       | 4.765%       | 4.275%       | 3.900%       | 3.643%       | 3.383%       | 3.254%       |
| <b>D</b> | 4.525%      | 3.918%      | 3.406%       | 3.331%       | 3.013%       | 2.788%       | 2.642%       | 2.501%       | 2.433%       |
| <b>E</b> | 6.400%      | 9.575%      | 12.369%      | 12.801%      | 14.634%      | 16.056%      | 16.946%      | 17.834%      | 18.260%      |
| <b>F</b> | 7.615%      | 9.280%      | 10.791%      | 11.059%      | 12.107%      | 12.909%      | 13.486%      | 14.053%      | 14.333%      |
| <b>G</b> | 7.605%      | 8.393%      | 9.188%       | 9.325%       | 9.893%       | 10.322%      | 10.641%      | 11.022%      | 11.253%      |
| <b>H</b> | 6.437%      | 10.541%     | 13.997%      | 14.499%      | 16.807%      | 18.465%      | 19.523%      | 20.573%      | 21.044%      |
| <b>I</b> | 6.434%      | 5.624%      | 4.937%       | 4.833%       | 4.407%       | 4.093%       | 3.892%       | 3.693%       | 3.601%       |
| <b>J</b> | 7.592%      | 6.596%      | 5.725%       | 5.588%       | 5.008%       | 4.588%       | 4.326%       | 4.070%       | 3.959%       |
| <b>K</b> | 7.614%      | 6.571%      | 5.644%       | 5.496%       | 4.852%       | 4.360%       | 4.033%       | 3.706%       | 3.552%       |
| <b>L</b> | 6.413%      | 5.581%      | 4.875%       | 4.769%       | 4.327%       | 4.018%       | 3.827%       | 3.649%       | 3.569%       |
| <b>M</b> | 4.567%      | 3.898%      | 3.288%       | 3.188%       | 2.754%       | 2.419%       | 2.193%       | 1.954%       | 1.830%       |
| <b>N</b> | 6.421%      | 5.475%      | 4.608%       | 4.467%       | 3.843%       | 3.360%       | 3.030%       | 2.678%       | 2.492%       |
| <b>O</b> | 6.446%      | 5.500%      | 4.636%       | 4.496%       | 3.878%       | 3.401%       | 3.078%       | 2.734%       | 2.553%       |
| <b>P</b> | 4.554%      | 3.888%      | 3.282%       | 3.184%       | 2.753%       | 2.422%       | 2.200%       | 1.965%       | 1.843%       |

7.2.5. Losa de nueve paños con carga distribuida en el punto central del eje superior del paño central.

Tabla 7-9. Distribución de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.

| <b>APOYO</b> | <b>LOAD STEP 1</b> | <b>LOAD STEP 4</b> | <b>LOAD STEP 5</b> | <b>LOAD STEP 10</b> | <b>LOAD STEP 16</b> | <b>LOAD STEP 25</b> | <b>LOAD STEP 30</b> | <b>LOAD STEP 38</b> |
|--------------|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| <b>A</b>     | 1896.09            | 1885.42            | 1881.62            | 1857.48             | 1808.76             | 1685.25             | 1588.24             | 1352.90             |
| <b>B</b>     | 2678.46            | 2761.11            | 2792.01            | 2975.09             | 3262.96             | 3780.51             | 4089.70             | 5016.41             |
| <b>C</b>     | 2664.49            | 2741.00            | 2770.65            | 2947.95             | 3228.77             | 3724.06             | 4078.13             | 5045.44             |
| <b>D</b>     | 1883.12            | 1869.23            | 1864.04            | 1832.98             | 1775.82             | 1639.10             | 1529.55             | 1270.68             |
| <b>E</b>     | 2673.76            | 2577.47            | 2541.02            | 2327.42             | 1958.75             | 1207.11             | 792.72              | 521.03              |
| <b>F</b>     | 3142.22            | 4432.46            | 4851.54            | 6905.85             | 9442.33             | 13504.67            | 15907.04            | 18397.08            |
| <b>G</b>     | 3148.97            | 4450.50            | 4858.43            | 6904.01             | 9470.95             | 13561.02            | 15943.57            | 18428.91            |
| <b>H</b>     | 2667.18            | 2570.94            | 2534.63            | 2321.01             | 1950.25             | 1191.61             | 770.20              | 492.11              |
| <b>I</b>     | 2657.49            | 2632.05            | 2622.44            | 2566.50             | 2469.57             | 2253.61             | 2091.66             | 1754.50             |
| <b>J</b>     | 3150.70            | 3240.49            | 3275.87            | 3482.10             | 3819.49             | 4463.07             | 4924.02             | 6135.57             |
| <b>K</b>     | 3159.52            | 3253.77            | 3289.43            | 3499.85             | 3843.52             | 4508.51             | 4958.69             | 6182.91             |
| <b>L</b>     | 2679.61            | 2653.57            | 2643.74            | 2586.74             | 2487.21             | 2265.00             | 2103.81             | 1773.81             |
| <b>M</b>     | 1885.39            | 1885.66            | 1885.75            | 1886.09             | 1885.56             | 1880.11             | 1872.39             | 1845.52             |
| <b>N</b>     | 2677.37            | 2663.16            | 2657.58            | 2624.10             | 2564.73             | 2425.53             | 2306.14             | 1996.25             |
| <b>O</b>     | 2682.51            | 2667.86            | 2662.21            | 2628.60             | 2569.04             | 2430.20             | 2311.40             | 1999.01             |
| <b>P</b>     | 1886.74            | 1886.99            | 1887.08            | 1887.46             | 1887.00             | 1882.10             | 1874.75             | 1847.18             |

Tabla 7-10. Distribución porcentual de fuerza por apoyo tras cada incremento de carga.

| <b>APOYO</b> | <b>LOAD STEP 1</b> | <b>LOAD STEP 4</b> | <b>LOAD STEP 5</b> | <b>LOAD STEP 10</b> | <b>LOAD STEP 16</b> | <b>LOAD STEP 25</b> | <b>LOAD STEP 30</b> | <b>LOAD STEP 38</b> |
|--------------|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| <b>A</b>     | 4.57%              | 4.27%              | 4.18%              | 3.77%               | 3.32%               | 2.70%               | 2.37%               | 1.83%               |
| <b>B</b>     | 6.45%              | 6.25%              | 6.20%              | 6.04%               | 6.00%               | 6.06%               | 6.09%               | 6.77%               |
| <b>C</b>     | 6.42%              | 6.21%              | 6.15%              | 5.99%               | 5.93%               | 5.97%               | 6.07%               | 6.81%               |
| <b>D</b>     | 4.53%              | 4.23%              | 4.14%              | 3.72%               | 3.26%               | 2.63%               | 2.28%               | 1.72%               |
| <b>E</b>     | 6.44%              | 5.84%              | 5.64%              | 4.73%               | 3.60%               | 1.93%               | 1.18%               | 0.70%               |
| <b>F</b>     | 7.57%              | 10.03%             | 10.78%             | 14.03%              | 17.35%              | 21.64%              | 23.69%              | 24.84%              |
| <b>G</b>     | 7.58%              | 10.08%             | 10.79%             | 14.02%              | 17.40%              | 21.73%              | 23.75%              | 24.88%              |
| <b>H</b>     | 6.42%              | 5.82%              | 5.63%              | 4.71%               | 3.58%               | 1.91%               | 1.15%               | 0.66%               |
| <b>I</b>     | 6.40%              | 5.96%              | 5.83%              | 5.21%               | 4.54%               | 3.61%               | 3.12%               | 2.37%               |
| <b>J</b>     | 7.59%              | 7.34%              | 7.28%              | 7.07%               | 7.02%               | 7.15%               | 7.33%               | 8.28%               |
| <b>K</b>     | 7.61%              | 7.37%              | 7.31%              | 7.11%               | 7.06%               | 7.23%               | 7.39%               | 8.35%               |
| <b>L</b>     | 6.45%              | 6.01%              | 5.87%              | 5.25%               | 4.57%               | 3.63%               | 3.13%               | 2.40%               |
| <b>M</b>     | 4.54%              | 4.27%              | 4.19%              | 3.83%               | 3.46%               | 3.01%               | 2.79%               | 2.49%               |
| <b>N</b>     | 6.45%              | 6.03%              | 5.90%              | 5.33%               | 4.71%               | 3.89%               | 3.43%               | 2.70%               |
| <b>O</b>     | 6.46%              | 6.04%              | 5.91%              | 5.34%               | 4.72%               | 3.89%               | 3.44%               | 2.70%               |
| <b>P</b>     | 4.54%              | 4.27%              | 4.19%              | 3.83%               | 3.47%               | 3.02%               | 2.79%               | 2.49%               |