

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**  
**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



**MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LA BIOMECÁNICA  
DE LA MARCHA NORMAL LLEVANDO UNA MOCHILA  
EN LA ESPALDA**

Tesis para obtener el título profesional de Ingeniero Mecánico

**AUTOR:**

Israel Aarón Alania Ojeda

**ASESOR:**

Dante Angel Elías Giordano


Lima, 2026

## Informe de Similitud

Yo, Dante Angel Elias Giordano, docente de la Facultad de la Facultad de Ciencias e Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica del Perú, asesor de la tesis titulada **MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LA BIOMECÁNICA DE LA MARCHA NORMAL LLEVANDO UNA MOCHILA EN LA ESPALDAO**, del autor Israel Aarón Alania Ojeda, dejo constancia de lo siguiente:

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 14%. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software *Turnitin* el 23/04/2026.
- He revisado con detalle dicho reporte y la Tesis o Trabajo de Suficiencia Profesional, y no se advierte indicios de plagio.
- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lugar y fecha: Lima, 23 de abril de 2026

Apellidos y nombres del asesor: Elias Giordano, Dante Angel	
DNI: 10142907	Firma 
ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0001-5920-9608">https://orcid.org/0000-0001-5920-9608</a>	

*A mis padres Martin Alania y Carolina Ojeda  
y a mi hermana Beatriz por su apoyo  
incondicional y constante motivación durante  
mi etapa universitaria.*



## RESUMEN

En este trabajo se implementa un modelo biomecánico simplificado de la marcha humana normal, centrado en los miembros inferiores y estructurado con cuatro segmentos y cuatro grados de libertad. El modelamiento se basa en enfoques ampliamente utilizados en la literatura, que combinan representaciones esqueléticas reducidas y patrones cinemáticos obtenidos de estudios previos. Como simplificación, el contacto con el suelo se considera en un punto ubicado a nivel del tobillo, criterio común en modelos de análisis reducido que busca equilibrar la fidelidad biomecánica con la eficiencia computacional. Para la simulación se emplearon parámetros antropométricos de un sujeto joven como referencia, lo que permitió calcular trayectorias articulares y estimar fuerzas y momentos internos durante un ciclo de marcha con mochila y sin carga adicional.

La cinemática se formuló a partir de la trayectoria de la cadera y de los ángulos articulares asociados, mientras que la cinética se obtuvo mediante diagramas de cuerpo libre y propiedades inerciales de los segmentos. Las simulaciones se desarrollaron en Matlab y se compararon con mediciones experimentales obtenidas en un laboratorio de análisis de movimiento, empleando registro de fuerzas de reacción y análisis de video para la evaluación de trayectorias donde participó el sujeto de referencia previamente mencionado.

Los resultados muestran que el modelo reproduce adecuadamente las tendencias globales del movimiento articular y de la reacción vertical del suelo para ambas condiciones de carga. Además, permite identificar el incremento del trabajo en la articulación del tobillo asociado al uso de una mochila de cinco kilogramos, con un error promedio del orden de 34% respecto a los ensayos, margen acorde con las simplificaciones estructurales consideradas.

En conjunto, este trabajo constituye una aproximación funcional para el análisis biomecánico del transporte de carga durante la marcha, y ofrece una base sobre la cual pueden desarrollarse modelos musculoesqueléticos tridimensionales que representen con mayor detalle las condiciones reales del movimiento humano y también otras condiciones de marcha.

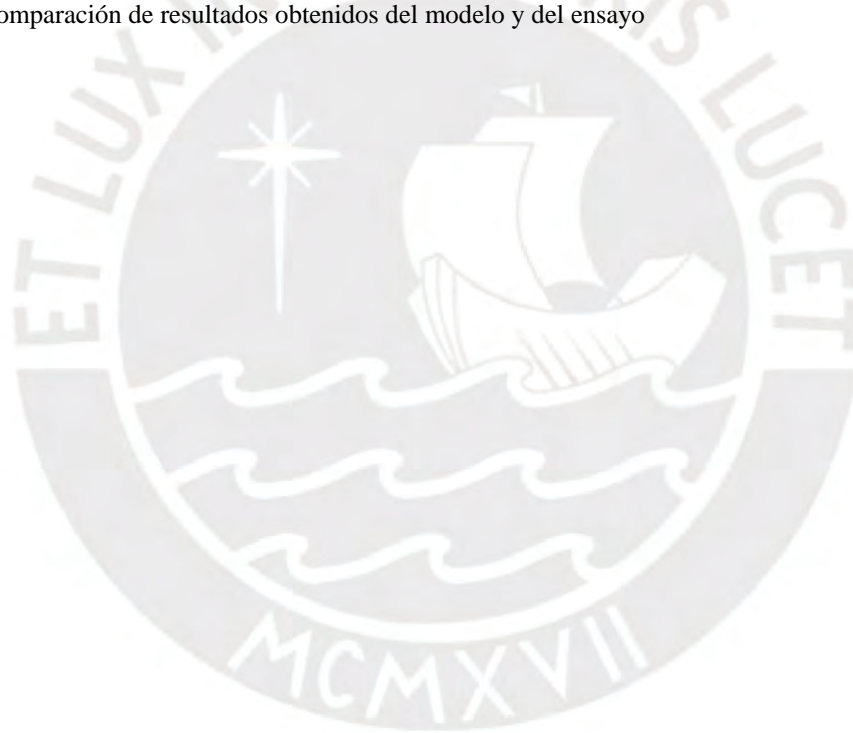
## ÍNDICE DE CONTENIDO

ÍNDICE DE TABLAS .....	iv
ÍNDICE DE FIGURAS .....	v
LISTA DE SÍMBOLOS.....	ix
INTRODUCCIÓN .....	1
ESTADO DEL ARTE .....	3
1.1. Biomecánica .....	3
1.1.1. Planos de referencia.....	4
1.1.2. Partes del cuerpo humano .....	4
1.1.3. Articulaciones de la pierna humana.....	5
1.2. Marcha humana normal.....	7
1.2.1. Subdivisiones de la fase de apoyo.....	8
1.2.2. Subdivisiones de la fase de balanceo .....	8
1.3. Efectos de llevar una carga durante la marcha.....	10
1.4. Tecnologías existentes .....	13
1.5. Arquitecturas de red para el modelamiento.....	14
1.6. Modelamiento del cuerpo humano .....	17
MODELAMIENTO BIOMECÁNICO .....	33
2.1. Elementos involucrados en el modelo .....	33
2.2. Modelo biomecánico propuesto .....	34
2.3. Cinemática de la cadera .....	35
2.4. Cinemática del torso .....	38
2.5. Cinemática de rodilla derecha (Rd) y centro de masa del fémur derecho (Gfd) .....	38
2.6. Cinemática del tobillo derecho (Td) y centro de masa de la tibia derecha (Gtd) .....	42
2.7. Cinemática de rodilla izquierda (Ri) y centro de masa de fémur izquierdo (Gfi).....	47
2.8. Cinemática de tobillo izquierdo (Ti) y centro de masa de tibia izquierda (Gti).....	50
2.9. Efectos cinéticos sobre el modelo biomecánico .....	54
2.10. Diagrama de cuerpo libre general de todo el cuerpo .....	55
2.11. Diagrama de cuerpo libre y diagrama cinético del torso sin mochila .....	56
2.12. Diagrama de cuerpo libre y diagrama cinético del torso con mochila.....	57
2.13. Diagrama de cuerpo libre y diagrama cinético del fémur de la pierna derecha.....	58
2.14. Diagrama de cuerpo libre y diagrama cinético de la tibia de la pierna derecha.....	59

2.15. Diagrama de cuerpo libre y diagrama cinético del fémur de la pierna izquierda.....	60
2.16. Diagrama de cuerpo libre y diagrama cinético de la tibia de la pierna izquierda.....	61
2.17. Consideraciones adicionales durante la marcha.....	62
2.18. Resolución de ecuaciones sin mochila.....	62
2.19. Fuerzas y momentos de reacción en las articulaciones incluyendo mochila.....	67
VERIFICACIÓN DEL MODELO BIOMECÁNICO.....	73
3.1. Software Kinovea.....	73
3.2. Elementos usados para el ensayo.....	74
3.2.1. Marcadores Antirreflejantes.....	74
3.2.2. Cinta de Doble Contacto.....	75
3.2.3. Cámaras de Video de Alta Resolución.....	75
3.2.4. Mochila de 5kg.....	76
3.2.5. Plataforma de fuerza de LIBRA.....	76
3.3. Resultados cinemáticos del ensayo.....	77
3.3.1. Lado Derecho sin mochila – Fase de Apoyo.....	77
3.3.2. Lado Izquierdo sin mochila – Fase de Balanceo.....	79
3.3.3. Lado Derecho con mochila – Fase de Apoyo.....	81
3.3.4. Lado Izquierdo con mochila – Fase de Balanceo.....	83
3.4. Resultados cinéticos del ensayo.....	86
3.4.1. Fuerzas de Reacción Tobillo Derecho sin mochila.....	86
3.4.2. Fuerzas de Reacción Tobillo Izquierdo sin mochila.....	87
3.4.3. Fuerzas de Reacción Tobillo Derecho con mochila.....	89
3.4.4. Fuerzas de Reacción Tobillo Izquierdo con mochila.....	91
3.4.5. Comparación de fuerzas de reacción vertical del suelo.....	92
3.5. Evaluación de resultados cinemáticos y cinéticos.....	95
OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES.....	98
CONCLUSIONES.....	100
BIBLIOGRAFÍA.....	102
ANEXOS.....	1

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Propiedades inerciales de los cuerpos rígidos usados en el modelo biomecánico	18
Tabla 1.2. Valores numéricos de parámetros dinámicos y geométricos del prototipo	28
Tabla 2.1. Comparación de ángulos según el porcentaje de marcha	42
Tabla 2.2. Comparación de ángulos según el porcentaje de marcha	46
Tabla 2.3. Comparación de ángulos según el porcentaje de marcha	50
Tabla 2.4. Comparación de ángulos según el porcentaje de marcha	53
Tabla 2.5. Propiedades inerciales de los segmentos del modelo biomecánico	54
Tabla 2.6. Parámetros usados en las Ecuaciones 3.29 a 3.31 y 3.35 a 3.49	63
Tabla 2.7. Parámetros usados en las Ecuaciones 3.32 a 3.49	67
Tabla 3.1. Comparación de resultados obtenidos del modelo y del ensayo	97



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Planos principales del cuerpo humano	4
Figura 1.2. Huesos de la pierna humana	5
Figura 1.3. Rangos de movimiento de la pierna respecto a la cadera	6
Figura 1.4. Rangos de movimiento en la rodilla	6
Figura 1.5. Rangos de movimiento angular en el tobillo	7
Figura 1.6. Fases y etapas del ciclo de la marcha	8
Figura 1.7. Longitud del paso y longitud del paso completo durante la marcha	9
Figura 1.8. A) Movimiento del centro de masa en la marcha humana normal B) Gráfica del comportamiento de la fuerza de reacción vs el movimiento del centro de masa	9
Figura 1.9. Cinemática de las tres articulaciones principales de la parte inferior del cuerpo humano en el plano sagital	19
Figura 1.10. Zona baja: 1 <sup>a</sup> -5 <sup>a</sup> vértebra lumbar	11
Figura 1.11. Zona alta: 1 <sup>a</sup> -6 <sup>a</sup> vértebra torácica	11
Figura 1.12. Prototipo de mochila estudiado	13
Figura 1.13. Esquema de funcionamiento del sistema Generative GaitNet	14
Figura 1.14. Representación de la marcha en base al esqueleto a partir de la silueta de la imagen obtenida de la base de datos CASIA-B	15
Figura 1.15. Esquema de funcionamiento de la arquitectura GaitMixer	16
Figura 1.16. Modelo del esqueleto humano con 24 articulaciones	16
Figura 1.17. Proceso de modelamiento del cuerpo humano	17
Figura 1.18. Modelo biomecánico en 2D de la parte inferior del cuerpo	18
Figura 1.19. DCL de los cuerpos rígidos de la parte inferior del cuerpo humano donde a) corresponde al pie, b) a la pantorrilla y c) al muslo	19
Figura 1.20. Comparación de resultados (a) fuerza de reacción en la cadera y (b) Momento de fuerza en el tobillo	20
Figura 1.21. Modelo simplificado de la marcha humana	20
Figura 1.22. Fuerzas involucradas en el modelo para a) Fase de apoyo simple b) Fase de apoyo doble	21
Figura 1.23. a) Modelamiento cinemático de miembros inferiores durante la marcha b) Modelo en base al esqueleto en OpenSim	21
Figura 1.24. Modelamiento cinemático de las articulaciones de la pierna derecha en el plano sagital	22
Figura 1.25. Modelo del esqueleto del cuerpo humano simplificado	22
Figura 1.26. Esquema de la unión entre la mochila y el torso del cuerpo humano	23
Figura 1.27. Vista sagital de la representación geométrica del modelo de Barrios	24
Figura 1.28. Modelo bípedo con una pierna en fase de balanceo y DCL del pie en fase de apoyo	25
Figura 1.28. Comportamiento de las posiciones articulares del modelo en el tiempo	25
Figura 1.30. Comportamiento de los torques articulares en el tiempo	25
Figura 1.31. Altura del pie en la fase de balanceo durante un paso	26
Figura 1.32. Prototipo del robot bípedo antropomórfico	26
Figura 1.33. Esquema del modelo bípedo con parámetros de movimiento	27
Figura 1.34. Esquema del modelo bípedo con la enumeración y longitud de cada cuerpo	27
Figura 1.35. Ubicación de centros de gravedad de extremidades del modelo	28
Figura 1.36. Esquema del modelo bípedo con ángulos absolutos	29
Figura 1.37. Longitud de segmentos del modelo	30
Figura 1.38. Relación origen ángulo en el modelo	31
Figura 1.39. Vista 3D de la simulación de la marcha en Matlab	32
Figura 1.40. Simulación de marcha normal del modelo con prótesis en Opensim	32
Figura 2.1. Ubicación del nivel de referencia utilizado en el modelo	34
Figura 2.2. Modelo de esqueleto humano basado en el sujeto de estudio	35

Figura 2.3. Modelo de pie basado en sujeto de estudio	36
Figura 2.4. Trayectoria de la cadera en el plano sagital sin carga	37
Figura 2.5. Trayectoria vertical del centro de masa del torso	38
Figura 2.6. Ángulo de flexión ( $\phi_1$ ) de la cadera con el fémur de Rd en el modelo	39
Figura 2.7. Ángulos de la cadera durante un ciclo de marcha en porcentaje	39
Figura 2.8. Movimiento angular de la cadera aproximado respecto del fémur derecho	40
Figura 2.9. Superposición de gráficas para el movimiento angular del fémur respecto a la cadera	40
Figura 2.10. Trayectoria vertical de la rodilla derecha en un ciclo de marcha	41
Figura 2.11. Trayectoria vertical del centro de masa del fémur derecho	41
Figura 2.12. Ángulo de flexión ( $\phi_2$ ) de la rodilla (Rd) en el modelo	43
Figura 2.13. Ángulo de flexión de la rodilla durante el ciclo de marcha en %	43
Figura 2.14. Ángulo de flexión de la rodilla derecha estimado en el tiempo	44
Figura 2.15 Superposición de gráficas para el movimiento angular de flexión de la rodilla	44
Figura 2.16. Trayectoria vertical del tobillo derecho respecto del piso en un ciclo de marcha	45
Figura 2.17. Trayectoria vertical del centro de masa de la tibia derecha en un ciclo de marcha	45
Figura 2.18. Trayectoria de la pierna derecha durante un ciclo de marcha. Porcentajes de marcha de 0%, 20%, 40%, 60%, 80% y 100% de izquierda a derecha respectivamente	46
Figura 2.19. Ángulo de flexión ( $\phi_3$ ) de la cadera con el fémur izquierdo	47
Figura 2.20. Movimiento angular de la cadera respecto al fémur izquierdo aproximado	48
Figura 2.21. Trayectoria vertical de la rodilla izquierda en un ciclo de marcha	49
Figura 2.22. Trayectoria vertical del centro de masa del fémur izquierdo en un ciclo de marcha	49
Figura 2.23. Ángulo de flexión de la rodilla izquierda en el modelo	50
Figura 2.24. Ángulo de flexión ( $\phi_4$ ) de la rodilla izquierda estimado en el tiempo	51
Figura 2.25. Trayectoria vertical del tobillo izquierdo en un ciclo de marcha	52
Figura 2.26. Trayectoria vertical del centro de masa de la tibia izquierda en un ciclo de marcha	52
Figura 2.27. Trayectoria de la pierna 2 durante un ciclo de marcha. Porcentajes de marcha de 0%, 20%, 40%, 60%, 80% y 100% de izquierda a derecha respectivamente	53
Figura 2.28. Trayectoria del modelo con ambas piernas durante un ciclo de marcha. Porcentajes de marcha de 0%, 20%, 40%, 60%, 80% y 100% de izquierda a derecha respectivamente	54
Figura 2.29. DCL General del modelo con torso y sin mochila	55
Figura 2.30. DCL general considerando mochila	56
Figura 2.31. DCL del torso sin mochila	56
Figura 2.32. DCL del torso con mochila	57
Figura 2.33. DCL del fémur de la pierna derecha	58
Figura 2.34. DCL de la tibia de la pierna derecha	59
Figura 2.35. DCL del fémur de la pierna izquierda	60
Figura 2.36. DCL de la tibia de la pierna izquierda	61
Figura 2.37. Torque producido en la cadera debido a piernas izquierda y derecha	63
Figura 2.38. Fuerza de reacción vertical en la cadera producida por piernas izquierda y derecha	63
Figura 2.39. Fuerza de reacción horizontal en la cadera producida por piernas izquierda y derecha	64
Figura 2.40. Torque producido en la rodilla debido a piernas izquierda y derecha	64
Figura 2.41. Fuerza de reacción vertical en rodilla producida por piernas izquierda y derecha	64
Figura 2.42. Fuerza de reacción horizontal en rodilla producida por piernas izquierda y derecha	65
Figura 2.43. Torque producido en el tobillo debido a piernas izquierda y derecha	65
Figura 2.44. Fuerza de reacción vertical en el tobillo producido por piernas izquierda y derecha	65
Figura 2.45. Fuerza de reacción horizontal en el tobillo producido por piernas izquierda y derecha	66
Figura 2.46. Fuerza horizontal en el tobillo derecho	66
Figura 2.47. Fuerza vertical en el tobillo derecho	66
Figura 2.48. Fuerza horizontal en el tobillo izquierdo	67

Figura 2.49. Fuerza vertical en el tobillo izquierdo	67
Figura 2.50. Comparación de torque producido en la cadera debido a pierna izquierda	68
Figura 2.51. Comparación de torque producido en la cadera debido a pierna derecha	68
Figura 2.52. Comparación de fuerza de reacción vertical en la cadera producida por la pierna izquierda	68
Figura 2.53. Comparación de fuerza de reacción vertical en cadera producida por la pierna derecha	69
Figura 2.54. Comparación de torque producido en la rodilla izquierda	69
Figura 2.55. Comparación de fuerza de reacción vertical en rodilla izquierda	69
Figura 2.56. Comparación de torque producido en la rodilla derecha	70
Figura 2.57. Comparación de fuerza de reacción vertical producida en la rodilla derecha	70
Figura 2.58. Comparación de torque producido en el tobillo izquierdo	70
Figura 2.59. Comparación de fuerza de reacción vertical producida en el tobillo izquierdo	71
Figura 2.60. Comparación de torque producido en el tobillo derecho	71
Figura 2.61. Comparación de fuerza de reacción vertical en el tobillo derecho	71
Figura 3.1. Marcadores Antirreflejantes de LIBRA	74
Figura 3.2. Marcadores posicionados sobre el sujeto	75
Figura 3.3. Cinta de doble contacto de LIBRA	75
Figura 3.4. Cámara de video para el lado izquierdo	76
Figura 3.5. Cámara de video para el lado derecho	76
Figura 3.6. Mochila utilizada para el ensayo	76
Figura 3.7. Plataforma de Fuerza de LIBRA	77
Figura 3.8. Posición vertical de la cadera durante fase de apoyo	77
Figura 3.9. Posición vertical de la rodilla derecha durante fase de apoyo	78
Figura 3.10. Posición vertical del tobillo derecho durante fase de apoyo	78
Figura 3.11. Aceleración vertical del centro de masa del fémur derecho durante fase de apoyo	79
Figura 3.12. Aceleración vertical del centro de masa de la tibia derecha durante fase de apoyo	79
Figura 3.13. Posición vertical de la rodilla izquierda durante fase de balanceo	80
Figura 3.14. Posición vertical del tobillo izquierdo durante fase de balanceo	80
Figura 3.15. Aceleración vertical del centro de masa del fémur izquierdo durante fase de balanceo	81
Figura 3.16. Aceleración vertical del centro de masa de la tibia izquierda durante fase de balanceo	81
Figura 3.17. Posición vertical de la cadera durante fase de apoyo con mochila	82
Figura 3.18. Posición vertical de la rodilla derecha durante fase de apoyo con mochila	82
Figura 3.19. Posición vertical del tobillo derecho durante fase de apoyo con mochila	82
Figura 3.20. Aceleración vertical del centro de masa de fémur derecho durante fase de apoyo con mochila	83
Figura 3.21. Aceleración vertical del centro de masa de tibia derecha durante fase de apoyo con mochila	83
Figura 3.22. Posición vertical de la rodilla izquierda durante fase de balanceo con mochila	84
Figura 3.23. Posición vertical del tobillo izquierdo durante fase de balanceo con mochila	84
Figura 3.24. Aceleración del centro de masa del fémur izquierdo durante fase de balanceo con mochila	85
Figura 3.25. Aceleración del centro de masa de la tibia izquierda durante fase de balanceo con mochila	85
Figura 3.26. Fuerza de reacción horizontal en tobillo derecho sin mochila	86
Figura 3.27. Fuerza de reacción vertical en tobillo derecho sin mochila	87
Figura 3.28. Momento producido en tobillo derecho sin mochila	87
Figura 3.29. Fuerzas de reacción horizontal en tobillo izquierdo sin mochila	88
Figura 3.30. Fuerzas de reacción vertical en tobillo izquierdo sin mochila	88
Figura 3.31. Momento producido en tobillo izquierdo sin mochila	89
Figura 3.32. Fuerzas de reacción horizontal en tobillo derecho con mochila	89
Figura 3.33. Fuerzas de reacción vertical en tobillo derecho con mochila	90
Figura 3.34. Momento producido en tobillo derecho con mochila	90

Figura 3.35. Fuerzas de reacción horizontal en tobillo izquierdo con mochila	91
Figura 3.36. Fuerzas de reacción vertical en tobillo izquierdo con mochila	91
Figura 3.37. Momento producido en tobillo izquierdo con mochila	92
Figura 3.38. Fuerza vertical en el tobillo derecho obtenida del modelo	93
Figura 3.39. Fuerza vertical en el tobillo derecho obtenida de los ensayos	94
Figura 3.40. Fuerza vertical en el tobillo izquierdo obtenida del modelo	94
Figura 3.41. Fuerza vertical en el tobillo izquierdo obtenida de los ensayos	95



## LISTA DE SÍMBOLOS

$L_{fe}$	Longitud del fémur derecho e izquierdo [cm]
$L_{ti}$	Longitud de la tibia izquierda y derecha [cm]
$C$	Cadera
$R_d$	Rodilla derecha
$R_i$	Rodilla izquierda
$T_d$	Tobillo derecho
$T_i$	Tobillo izquierdo
$G_{torso}$	Centro de masa del torso
$y_c$	Trayectoria vertical de la cadera [cm]
$x_c$	Trayectoria horizontal de la cadera [cm]
$A$	Amplitud del movimiento de la cadera [cm]
$f_{marcha}$	Frecuencia de marcha del sujeto [Hz]
$x_o$	Posición horizontal inicial de la cadera [cm]
$h_o$	Altura de la cadera del sujeto de pie [cm]
$v_{marcha}$	Velocidad de la marcha normal del sujeto [cm/s]
$T_{marcha}$	Duración de un ciclo de marcha [s]
$x_{Gtorso}$	Trayectoria horizontal del centro de masa del torso [cm]
$y_{Gtorso}$	Trayectoria vertical del centro de masa del torso
$\varphi_1$	Ángulo de flexión del fémur derecho [rad]
$x_{Rd}$	Trayectoria horizontal de la rodilla derecha [cm]
$y_{Rd}$	Trayectoria vertical de la rodilla derecha [cm]
$G_{fd}$	Centro de masa del fémur derecho
$x_{Gfd}$	Trayectoria horizontal del centro de masa del fémur derecho [cm]
$y_{Gfd}$	Trayectoria vertical del centro de masa del fémur derecho [cm]
$G_{td}$	Centro de masa de la tibia derecha
$\varphi_2$	Ángulo de flexión de la rodilla derecha [rad]
$x_{Td}$	Trayectoria horizontal del tobillo derecho [cm]
$y_{Td}$	Trayectoria vertical del tobillo derecho [cm]
$x_{Gtd}$	Trayectoria horizontal del centro de masa de la tibia derecha [cm]
$y_{Gtd}$	Trayectoria vertical del centro de masa de la tibia derecha [cm]
$G_{fi}$	Centro de masa del fémur izquierdo
$\varphi_3$	Ángulo de flexión del fémur izquierdo [rad]
$x_{Ri}$	Trayectoria horizontal de la rodilla izquierda [cm]
$y_{Ri}$	Trayectoria vertical de la rodilla izquierda [cm]
$x_{Gfi}$	Trayectoria horizontal del centro de masa del fémur izquierdo [cm]
$y_{Gfi}$	Trayectoria vertical del centro de masa del fémur izquierdo [cm]
$G_{ti}$	Centro de masa de la tibia izquierda
$\varphi_4$	Ángulo de flexión de la rodilla izquierda [rad]
$x_{Ti}$	Trayectoria horizontal del tobillo izquierdo [cm]
$y_{Ti}$	Trayectoria vertical del tobillo izquierdo [cm]
$x_{Gti}$	Trayectoria horizontal del centro de masa de la tibia izquierda [cm]
$y_{Gti}$	Trayectoria vertical del centro de masa de la tibia izquierda [cm]
$m_F$	Masa del fémur izquierdo y derecho [kg]
$m_T$	Masa de la tibia izquierda y derecha [kg]
$m_m$	Masa de la mochila [kg]
$m_{torso}$	Masa del torso [kg]
$I_F$	Inercia del fémur [kg.m <sup>2</sup> ]
$I_T$	Inercia de la tibia [kg.m <sup>2</sup> ]
$F_{Rxd}$	Fuerza de reacción del suelo horizontal del pie derecho [N]
$F_{Ryd}$	Fuerza de reacción del suelo vertical del pie derecho [N]
$F_{Rxi}$	Fuerza de reacción del suelo horizontal del pie izquierdo [N]
$F_{Ryi}$	Fuerza de reacción del suelo vertical del pie izquierdo [N]
$T_{cd}$	Torque en la cadera por pierna derecha [Nm]
$T_{ci}$	Torque en la cadera por pierna izquierda [Nm]
$F_{Cxd}$	Fuerza horizontal en la cadera por pierna derecha [N]

$F_{Cyd}$	Fuerza vertical en la cadera por pierna derecha [N]
$F_{Cxi}$	Fuerza horizontal en la cadera por pierna izquierda [N]
$F_{Cyi}$	Fuerza vertical en la cadera por pierna izquierda [N]
$a_{yGtorso}$	Aceleración vertical del centro de masa del torso [m/s <sup>2</sup> ]
$a_{xGtorso}$	Aceleración horizontal del centro de masa del torso [m/s <sup>2</sup> ]
$T_{Rd}$	Torque en la rodilla derecha [Nm]
$F_{xRd}$	Fuerza horizontal en la rodilla derecha [N]
$F_{yRd}$	Fuerza vertical en la rodilla derecha [N]
$a_{yGfd}$	Aceleración vertical del centro de masa del fémur derecho [m/s <sup>2</sup> ]
$a_{xGfd}$	Aceleración horizontal del centro de masa del fémur derecho [m/s <sup>2</sup> ]
$\alpha_{fd}$	Aceleración angular del fémur derecho [rad/s <sup>2</sup> ]
$T_{Td}$	Torque en el tobillo derecho [Nm]
$a_{yGtd}$	Aceleración vertical del centro de masa de la tibia derecha [m/s <sup>2</sup> ]
$a_{xGtd}$	Aceleración horizontal del centro de masa de la tibia derecha [m/s <sup>2</sup> ]
$\alpha_{td}$	Aceleración angular de la tibia derecha [rad/s <sup>2</sup> ]
$T_{Ri}$	Torque en la rodilla izquierda [Nm]
$F_{xRi}$	Fuerza horizontal en la rodilla izquierda [N]
$F_{yRi}$	Fuerza vertical en la rodilla izquierda [N]
$a_{yGfi}$	Aceleración vertical del centro de masa del fémur izquierdo [m/s <sup>2</sup> ]
$a_{xGfi}$	Aceleración horizontal del centro de masa del fémur izquierdo [m/s <sup>2</sup> ]
$\alpha_{fi}$	Aceleración angular del fémur izquierdo [rad/s <sup>2</sup> ]
$a_{yGti}$	Aceleración vertical del centro de masa de la tibia izquierda [m/s <sup>2</sup> ]
$a_{xGti}$	Aceleración horizontal del centro de masa de la tibia izquierda [m/s <sup>2</sup> ]
$\alpha_{ti}$	Aceleración angular de la tibia izquierda [rad/s <sup>2</sup> ]
$G_m$	Centro de masa de la mochila



## INTRODUCCIÓN

El acto de caminar constituye una actividad esencial en la vida diaria, en la que el uso de mochilas para transportar pertenencias es común. Diversos estudios han señalado que su uso rutinario puede generar modificaciones en la postura y en el patrón de marcha, lo que podría incrementar el riesgo de molestias o lesiones musculoesqueléticas [Gillet, 2006]. Esta problemática cobra especial importancia en la población joven de 15 a 29 años, que representa el 23.3% de la población peruana según el INEI, de los cuales más del 33% estudia y emplea mochilas de manera frecuente. En este grupo, Heuscher [2010] reporta que aproximadamente el 29.2% presenta dolor lumbar asociado a su uso, lo que sugiere que cerca de 760 mil jóvenes podrían estar expuestos a molestias derivadas del transporte de carga durante la marcha.

La literatura especializada indica que los efectos biomecánicos del uso de mochilas se vuelven más significativos cuando la carga supera el 40% del peso corporal o cuando la velocidad de marcha es elevada ( $>1.6$  m/s) [Santos, 2019]. Asimismo, estudios recientes señalan que los modelos basados en la estructura esquelética para analizar la marcha humana requieren mayor desarrollo y validación [Teepe, 2022; Ekkasit, 2022]. Comprender cómo una carga moderada afecta las articulaciones y los segmentos corporales durante la marcha podría aportar evidencia útil para el diseño ergonómico de mochilas y la prevención de problemas de salud. Además, se ha observado que el transporte de carga puede modificar el comportamiento de las fuerzas de compresión en la articulación lumbosacra [Li, 2019], lo que refuerza la relevancia biomecánica de este tipo de análisis.

En este contexto, el presente trabajo analiza la marcha humana normal con y sin mochila tomando como referencia los parámetros antropométricos de un sujeto joven representativo, con el fin de desarrollar un modelo biomecánico simplificado de los miembros inferiores. Para ello, el modelamiento se construye a partir de datos antropométricos estandarizados y se fundamenta en la estructura propuesta por Miossec [2004], complementada con elementos del modelo de Moreira [2015], lo que permite representar de manera aproximada el comportamiento articular durante el ciclo de marcha. Esta aproximación asume que el contacto con el piso se produce en un punto equivalente a la ubicación aproximada del tobillo cuando el pie está apoyado, criterio empleado en modelos tipo spring-mass, aproximaciones con “roller-feet” y estudios de marcha bípedo que reducen el contacto a un punto para

simplificar el análisis. Dicho enfoque busca un equilibrio entre realismo biomecánico y practicidad computacional, permitiendo estudiar las fuerzas y momentos internos sin requerir la representación anatómica completa del pie.

El objetivo general de este trabajo es modelar y simular, mediante un enfoque biomecánico simplificado, la marcha humana normal con y sin una mochila en la espalda, con el propósito de estimar y comparar las trayectorias articulares y las reacciones internas generadas durante el ciclo de marcha. Para ello, se plantearon los siguientes objetivos específicos: i) realizar un estado del arte sobre la modelación biomecánica de la marcha humana y los efectos de transportar cargas en la espalda, identificando enfoques, modelos y parámetros relevantes para el estudio; ii) desarrollar un modelo biomecánico conceptual y simplificado de los miembros inferiores, definiendo sus segmentos, supuestos, parámetros antropométricos y grados de libertad; iii) formular la cinemática y la cinética del modelo e implementar su simulación en Matlab, empleando las trayectorias articulares y los diagramas de cuerpo libre y cinéticos necesarios para estimar fuerzas y momentos internos; iv) comparar los resultados del modelo con los datos experimentales obtenidos en el laboratorio LIBRA, evaluando su concordancia, discrepancias y limitaciones.

La revisión de la literatura se realizó mediante plataformas como ScienceDirect, SpringerLink, Scopus, IEEE Xplore y Mendeley; el modelamiento se desarrolló empleando datos antropométricos representativos de un sujeto de referencia; y el análisis cinemático, cinético y la simulación se llevaron a cabo en Matlab. Asimismo, se incorporaron mediciones experimentales obtenidas en el laboratorio LIBRA con el fin de contrastar las predicciones del modelo propuesto.

El desarrollo de este trabajo permite apreciar de manera aproximada los efectos que una mochila puede generar sobre el cuerpo humano durante la marcha, y constituye una referencia útil para profesionales dedicados a la salud, la biomecánica y el diseño ergonómico de dispositivos de transporte de carga. Además, esta aproximación puede servir como base para futuras investigaciones que busquen ampliar el modelamiento biomecánico hacia otras condiciones de carga, diferentes terrenos de marcha o modelos que consideren grados de libertad adicionales y análisis fuera del plano sagital.

## **CAPÍTULO 1**

### **ESTADO DEL ARTE**

En este capítulo se presenta el estado del arte sobre la modelación biomecánica de la marcha humana y los efectos de transportar una mochila en la espalda. Se revisan primero conceptos de biomecánica funcional, segmentos y articulaciones de la parte inferior del cuerpo y sus rangos de movimiento; luego se describe la marcha humana normal y las modificaciones que se producen al añadir una carga externa. A continuación, se analizan estudios experimentales, tecnologías, modelos y arquitecturas de red propuestos para el análisis de la marcha y del transporte de carga, con énfasis en enfoques basados en el esqueleto y en simulaciones musculoesqueléticas. Finalmente, se sintetizan los modelos de cuerpo humano más relevantes para este trabajo, los cuales sirven de referencia para definir los parámetros y supuestos del modelo biomecánico desarrollado en los capítulos posteriores.

#### **1.1. Biomecánica**

Según Alfonso [2019], la biomecánica es el área que estudia los componentes cinéticos y cinemáticos del movimiento corporal del ser humano, es decir, se le aplican los principios de la mecánica clásica, en el cual se hace énfasis en parámetros relacionados a la fuerza muscular, rangos de movimiento, velocidad, aceleración, desplazamiento, etc. Santos [2018] hace mención a dos tipos de biomecánica: interna y externa, teniéndose que la biomecánica interna se enfoca en la determinación de fuerzas internas y consecuencias resultantes debido a estas. Por otro lado, la biomecánica externa estudia y analiza los parámetros cualitativos y cuantitativos, los cuales están relacionados con la posición del cuerpo y el desplazamiento de este.

### 1.1.1. Planos de referencia

Como se puede observar en la Figura 1.1, el cuerpo humano cuenta con tres planos principales: transversal, sagital y frontal. El plano transversal permite observar el cuerpo humano desde su parte superior y su parte inferior. El plano sagital proporciona una vista de perfil del cuerpo de sus lados izquierdo y derecho. El plano frontal permite observar la parte anterior y posterior del cuerpo humano.

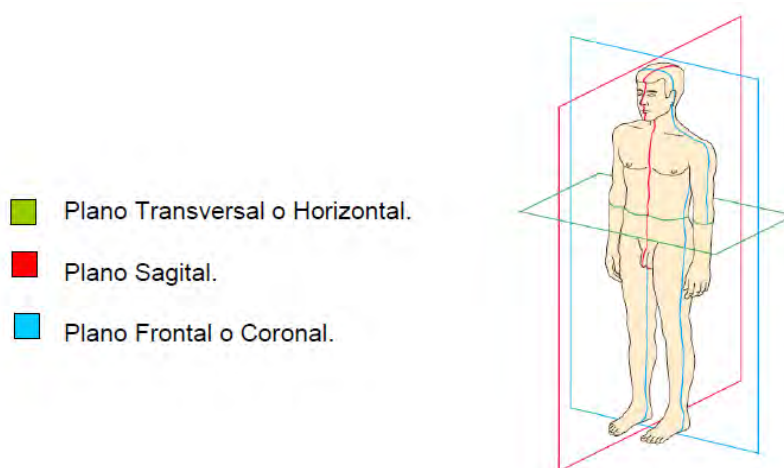


Figura 1.1. Planos principales del cuerpo humano [Ramos, 2020]

En el análisis biomecánico de la marcha humana con una mochila en la espalda se tomó como referencia el plano sagital de cuerpo humano, pues este plano permite una mejor visualización de los movimientos que realiza el cuerpo humano durante la marcha.

### 1.1.2. Partes del cuerpo humano

El modelamiento de la biomecánica de la marcha humana que se realizará en este estudio es en base al esqueleto del cuerpo. Por ello, para tener un esquema del modelo, la parte inferior del cuerpo humano se simplifica y divide en cuatro segmentos: pelvis, fémur, tibia y pie, los cuales se pueden observar en la Figura 1.2.

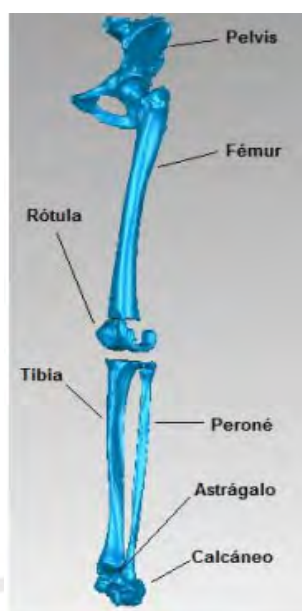


Figura 1.2. Huesos de la pierna humana [López, 2013]

### 1.1.3. Articulaciones de la pierna humana

Las articulaciones son los elementos que permiten que haya movimiento entre los segmentos establecidos para el modelo del cuerpo humano y así poder simular la marcha normal adecuadamente. De acuerdo a los segmentos de la parte inferior seleccionados se tienen las siguientes articulaciones de interés y su rango de movimiento:

**a) Cadera:** Según Ramos [2020], esta articulación permite el movimiento de la pierna en todos los planos principales del cuerpo humano, lo cual incluye también el movimiento que se produce en la marcha normal. Desde el punto de vista del plano sagital, la pierna produce dos tipos de movimientos respecto de la cadera, los cuales son la extensión y la flexión. La extensión es el movimiento en sentido horario de la pierna hacia la parte posterior del cuerpo humano y puede llegar hasta un ángulo de aproximadamente 15 grados. Por otro lado, la flexión es el movimiento de la pierna cuando gira en sentido antihorario respecto a la cadera hacia la parte anterior del cuerpo y puede llegar a formar un ángulo máximo de entre 130 y 140 grados. En la Figura 1.3 se puede apreciar los rangos de movimiento mencionados.

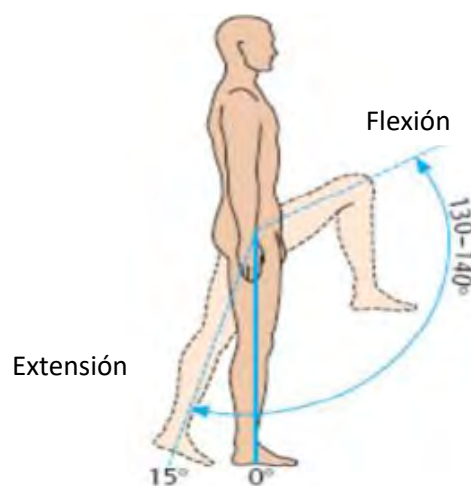


Figura 1.3. Rangos de movimiento de la pierna respecto a la cadera [Ramos, 2020]

**b) Rodilla:** Esta articulación es la que permite el movimiento que se da entre el fémur y la tibia. Según Ramos, el rango de movimiento que se da en esta articulación depende de las características de cada cuerpo humano y se tienen dos tipos de movimiento en el plano sagital, los cuales son la flexión y la extensión. En la flexión, la tibia gira en dirección a la parte posterior del cuerpo formando un ángulo con el fémur de hasta 25 grados que se da cuando el glúteo entra en contacto con el talón. Por otro lado, la extensión se da cuando el fémur y la tibia se encuentran alineados y, dependiendo de la flexibilidad de la persona, la tibia podría llegar a girar hasta 10 grados en dirección a la parte anterior del cuerpo humano. Estos rangos de movimiento se pueden apreciar en la Figura 1.4.

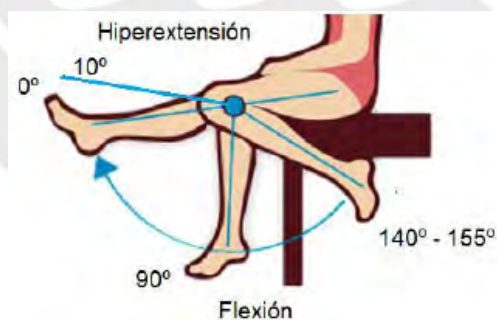


Figura 1.4. Rangos de movimiento en la rodilla [Ramos, 2020]

**c) Tobillo:** Esta es la articulación que permite el movimiento entre el pie y la tibia. Desde el punto de vista del plano sagital, en esta articulación se producen dos movimientos principales, los cuales son la flexión dorsal o dorsiflexión y la flexión plantar o plantarflexión. De acuerdo a Ramos, se considera al pie en una posición de referencia de 0 grados cuando este se encuentra formando un ángulo de 90 grados con la tibia. Tomando

esto en cuenta, la dorsiflexión se da cuando el pie gira respecto al tobillo hacia la tibia hasta 20 grados desde la referencia del pie. Por otro lado, la plantarflexión se da cuando el pie gira en sentido contrario respecto al tobillo ángulos de hasta 45 grados desde la referencia. Esto se ve representado en la Figura 1.5.

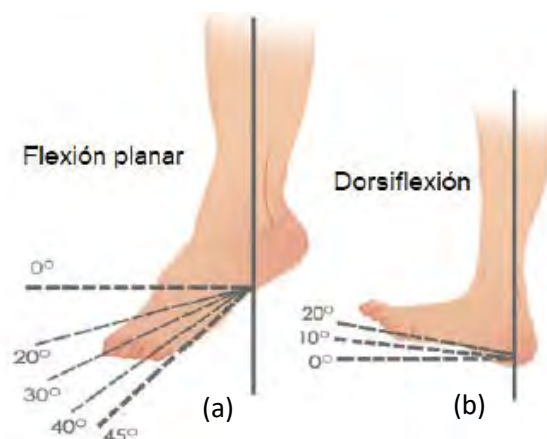


Figura 1.5. Rangos de movimiento angular en el tobillo: (a) flexión planar, (b) dorsiflexión [Ramos, 2020]

## 1.2. Marcha humana normal

Britos [2020] define la marcha normal como un proceso en el cual el cuerpo humano se desplaza por medio de movimientos alternantes y rítmicos del tronco, brazos y piernas de manera que se establece un ciclo de la marcha dividido en dos fases: fase de apoyo y fase de balanceo, lo cual puede observarse representativamente en la Figura 1.6. De acuerdo a Acosta [2010], en la fase de apoyo, uno de los pies se mantiene en contacto con el suelo, mientras que, en la fase de balanceo, ese pie deja de estar en contacto y el ciclo se reinicia cuando el talón del mismo pie entra nuevamente en contacto con el suelo. Además, se tienen dos periodos denominados apoyo sencillo y apoyo doble. El apoyo sencillo se refiere al instante cuando se tiene un solo pie en contacto con el suelo, mientras que el apoyo doble se refiere al instante cuando ambos pies se encuentran en contacto con el suelo.

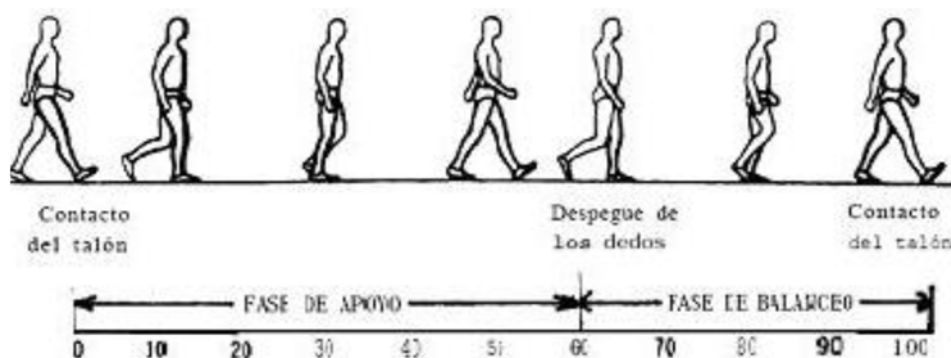


Figura 1.6. Fases y etapas del ciclo de la marcha [Britos, 2020]

### 1.2.1. Subdivisiones de la fase de apoyo

Acosta [2010] hace mención a cinco momentos notables que se producen durante esta fase, los cuales vendrían a ser:

- Contacto del talón: El talón del pie de referencia se encuentra en contacto con el suelo.
- Apoyo plantar: Se produce el contacto entre la parte anterior del pie y el suelo.
- Apoyo medio: El trocánter mayor se encuentra alineado verticalmente con el centro del pie de referencia desde el punto de vista del plano sagital.
- Elevación del pie: El talón del pie de referencia deja de estar en contacto con el suelo.
- Despegue del pie: Los dedos del pie dejan de estar en contacto con el suelo.

### 1.2.2. Subdivisiones de la fase de balanceo

Acosta [2010] menciona que esta fase puede dividirse en tres intervalos, los cuales son:

- Aceleración: En este intervalo se produce una rápida aceleración en el instante en el que los dedos del pie dejan de estar en contacto con el suelo.
- Balanceo medio: La pierna que está en balanceo sobrepasa a la otra que se encuentra en fase de apoyo.
- Desaceleración: Se produce una desaceleración cuando el pie está a punto de volver a entrar en contacto con el suelo finalizando así el ciclo.

En este ciclo de marcha se establece una velocidad normal entre 100 y 115 pasos por minuto donde, según Osorio [2013], se entiende por paso a la distancia lineal entre los puntos de contacto del talón de ambos pies y, además, se establece la longitud del paso completo la

cual vendría a ser la distancia lineal entre los puntos de contacto del talón de un solo pie durante la marcha. Esto puede apreciarse de forma gráfica en la Figura 1.7.

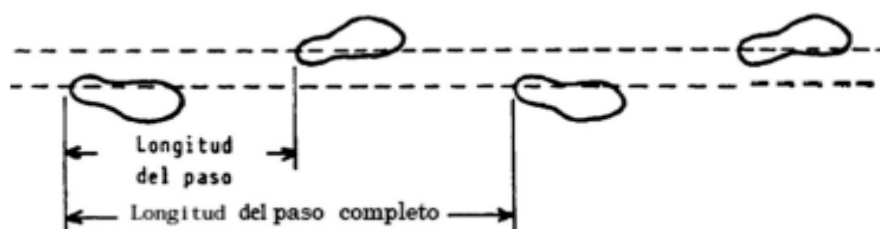


Figura 1.7. Longitud del paso y longitud del paso completo durante la marcha [Osorio, 2013]

Mingyi [2022] menciona que, durante la marcha, la aceleración que sufre el centro de masa del cuerpo humano es resultado de los efectos de la fuerza de reacción del suelo y la fuerza gravitacional, lo cual provoca que el centro de masa adquiera un comportamiento sinusoidal en el tiempo y este se encuentre desfasado respecto a la fase de la fuerza de reacción en  $0.75\pi$ , tal y como se puede observar en la Figura 1.8. Además, en la Figura 1.9, se pueden apreciar los registros cinemáticos de las tres articulaciones principales durante la marcha.

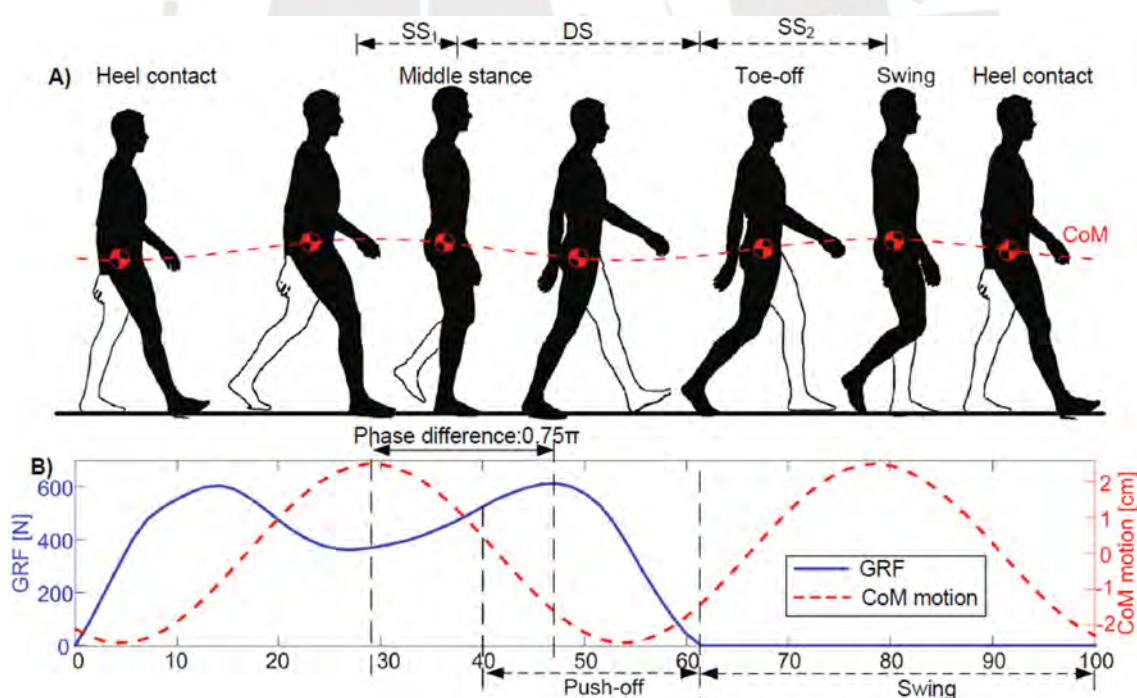


Figura 1.8. Trayectoria del centro de masa de la cadera: A) Cinemática durante un ciclo de marcha en una persona B) Gráfica de fuerza de reacción con el suelo (GRF) y desplazamiento del centro de masa (CoM) vs porcentaje de un ciclo de marcha [Mingyi,2022]

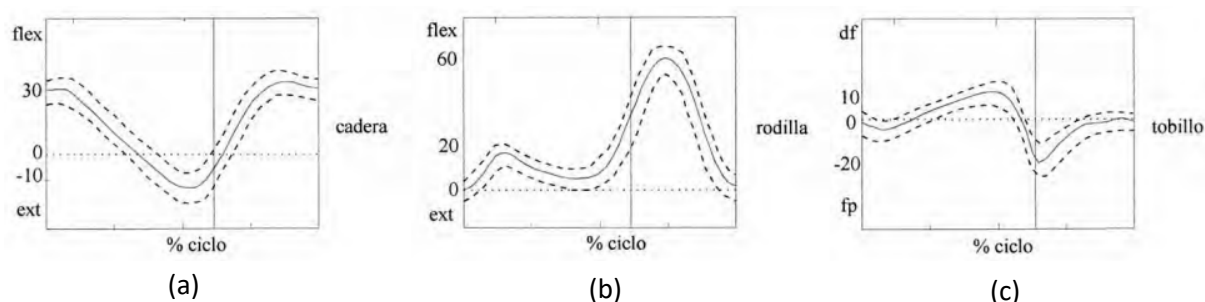


Figura 1.9. Cinemática de articulaciones principales de la parte inferior del cuerpo humano en el plano sagital: (a) Cadera, (b) Rodilla, (c) Tobillo [Maceira, 2003]

### 1.3. Efectos de llevar una carga durante la marcha

Sarmiento [2009] sugiere que durante la marcha se produce una demanda energética, la cual se relaciona al esfuerzo que representa el llevar una mochila en la espalda. Además, menciona que la demanda metabólica podría incrementarse de manera lineal si la carga supera el 20% del peso corporal. Asimismo, Sarmiento lo relaciona con un estudio realizado con mujeres jóvenes, donde se descubrió que el mayor consumo energético por unidad de distancia se produce a una velocidad de 2 m/s considerando la carga límite establecida del 20%; por otro lado, se tiene que con cargas entre el 10 y 20% del peso corporal y con una velocidad entre 1.33 y 2 m/s el incremento del consumo energético que se produce es lo suficientemente bajo como para que sea comparable al consumo que cuando se tiene 0% de carga en todas las velocidades.

Además, se resalta la importancia del posicionamiento de la carga dependiendo si esta se encuentra concentrada en la zona alta o baja de la espalda, obteniéndose que, durante la marcha, se produce un mayor consumo de oxígeno para cargas bajas concluyendo que el posicionamiento alto de las cargas sea fisiológicamente más eficiente en comparación al otro caso. Por otro lado, Golriz [2018] realizó un estudio experimental que involucraba a quince adultos sanos donde fueron sometidos a distintas condiciones de carga en colocaciones altas y bajas en la espalda donde se midió el consumo metabólico de los participantes durante la marcha y se estimó el esfuerzo que estos percibían en cada escenario por medio de una escala de Borg. Como resultado, se tuvo que la presencia de la carga incrementaba el consumo de oxígeno; sin embargo, no se apreció una diferencia significativa para los distintos posicionamientos de la carga, es decir, no influyó en las variables fisiológica analizadas, pero sí se menciona una percepción de menor esfuerzo en los hombros por parte de los participantes cuando la carga estaba en la zona baja. En la Figura 1.10 y Figura 1.11 se

aprecian las zonas analizadas de la espalda cuando se refiere a carga en posicionamiento alto y bajo.



Figura 1.10. Zona baja: 1<sup>a</sup>-5<sup>a</sup> vértebra lumbar<sup>1</sup>



Figura 1.11. Zona alta: 1<sup>a</sup>-6<sup>a</sup> vértebra torácica<sup>2</sup>

Así mismo, Devroey [2007] realizó un estudio similar variando la carga en relación al porcentaje del peso corporal en las zonas lumbar y torácica de la espalda analizando a 20 estudiantes universitarios con el objetivo de estudiar su fisiología y datos biomecánicos de los sujetos obteniendo que se aumenta la flexión en el tórax, se reduce la actividad del músculo erector de la columna mientras que aumenta en la zona abdominal y que se produce un aumento de la frecuencia cardiaca conforme aumenta la carga; además, también se hace mención a una preferencia por parte de los participantes de tener la carga en la zona lumbar. El estudio realizado sugiere evitar cargas mayores e iguales al 10% del peso corporal, ya que a partir de estas se aprecian más cambios significativos en la electromiografía, cinemática y puntuaciones en la escala de Borg. Del mismo modo, Sarmiento [2009] también hace mención al comportamiento de las variables fisiológicas previamente mencionadas

<sup>1</sup> Imagen generada mediante el sitio web interactivo Anatomography

<sup>2</sup> Imagen generada mediante el sitio web interactivo Anatomography

adicionando que se afecta la actividad de los músculos relacionados a la respiración debido a la presión que se produce en el pecho y también señala que una carga de 6 kg es suficiente para provocar una insuficiencia respiratoria leve de tipo restrictivo indicando que el efecto fue mayor al emplear una mochila de una sola correa en comparación a la de dos correas.

Por otro lado, Mingyi [2022] menciona que, durante la marcha, el centro de masa del cuerpo se desplaza en dirección vertical y este movimiento también lo sufre la carga que es transportada como la mochila generando una aceleración y, en consecuencia, provocando una fuerza. Esta fuerza ejerce presión sobre el cuerpo y puede provocar problemas a la salud, molestias en la espalda y lesiones. En relación a esto, Barrios [2020] establece que el transporte de cargas pesadas en la espalda conlleva a cambios espaciotemporales en la postura y la marcha, los cuales pueden deberse a una inclinación del tronco o a un aumento en la frecuencia de la zancada. Además, Barrios menciona que el centro de masa es el elemento que describe el comportamiento general del sistema en términos de rendimiento de movimiento y estabilidad, por lo que entender la influencia de la carga sobre el centro de masa es importante para poder mitigar los efectos adversos.

Matos [2020] evaluó la influencia del uso de una cartera en la marcha femenina en 258 mujeres de entre 18 y 59 años donde menciona que la mayoría de estas participantes tenían hijos, realizaban actividad física y dormían en una posición inadecuada. Los resultados del estudio mostraron un mayor reporte de molestias en los hombros. Respecto a la evaluación de la marcha, se notó una ligera disminución en la velocidad de marcha, se produjo un aumento en la presión máxima producida entre el contacto entre el pie y el suelo, hubo una reducción en el tiempo de paso cuando la carga era menor al 5% del peso corporal y este tiempo aumentó cuando la carga era mayor al 5% y también se notó un aumento en la longitud de zancada en ambos casos. Sin embargo, menciona que los cambios en las variables producidos por una carga asimétrica no fueron significativos debido a un mecanismo de adaptación del cuerpo humano que reorganiza los segmentos del cuerpo humano en una postura anormal. Por otro lado, según Pascoe [1997], la longitud de la zanca y la longitud del paso disminuyen conforme aumenta la carga de una bolsa y se vuelve más asimétrica. Además, se produce un aumento en el tiempo de contacto del pie que soporta el peso.

Hyung [2016] realizó un estudio para examinar cómo el transporte de carga externa altera el movimiento pélvico durante la marcha de dieciséis sujetos sanos con edad  $20,68 \pm 1,95$  años, altura  $167,56 \pm 8,46$  cm y peso  $60,25 \pm 9,37$  kg. Las condiciones de carga a la que fueron sometidos los sujetos fueron de 0%, 5%, 10% y 15% del peso corporal y se utilizó la herramienta G-Walk registrar y analizar el movimiento pélvico durante la marcha. Los resultados mostraron que, para bolsas cruzadas y mochilas, la inclinación pélvica aumentaba en proporción al peso de la carga, aunque no era significativo, mientras que la rotación pélvica disminuía de forma significativa para cargas correspondientes al 10% y 15% del peso corporal. De acuerdo a Yu [2013], el incremento de carga en una mochila produce un aumento en el ancho de paso durante la marcha normal y, además, se produce un mecanismo para estabilizar la marcha que reduce la velocidad y la cadencia de la persona.

#### 1.4. Tecnologías existentes

Gillet [2006] desarrolló un prototipo de mochila que permite mover parte de la carga detrás o al frente del tronco. El análisis de datos cinemáticos y dinámicos durante la marcha mostró que, al posicionar la carga hacia adelante, el tronco del usuario se eleva, aproximando la postura a la normal sin carga. En los resultados dinámicos, no se observaron diferencias significativas entre el prototipo, una mochila convencional y la ausencia de mochila. La Figura 1.12 ilustra el prototipo utilizado en el estudio.



Figura 1.12. Prototipo de mochila estudiado [Gillet, 2006]

El autor Machado [2010] realizó un estudio experimental que involucraba a 40 sujetos sanos (20 hombres y 20 mujeres), con quienes analizó la fuerza de reacción del suelo durante la marcha normal para las condiciones sin carga y con carga. Para poder recopilar estos datos empleó una plataforma de fuerza BERTEC 4060-15, un sistema de amplificador BERTEC

AM 6300, una unidad de conversión analógico-digital de 16 bits BIOPAC y, para el análisis estadístico, utilizó el software SPSS 16.0. Los resultados del estudio mostraron un aumento de la duración de la fase de apoyo, una disminución significativa de los picos de la componente vertical de la fuerza de reacción del suelo (GRF) y un aumento de la fuerza de frenado en dirección horizontal.

### 1.5. Arquitecturas de red para el modelamiento

Jungnam [2022] presenta una arquitectura de red llamada Generative GaitNet, que se basa en el aprendizaje por refuerzo profundo para controlar un modelo musculoesquelético de cuerpo completo que posee 304 musculotendones de tipo Hill. Este sistema ha sido previamente entrenado con redes neuronales artificiales que fueron aprendidas de un dominio de 618 dimensiones de condiciones anatómicas y condiciones de la marcha, las que consideran parámetros como la proporción corporal, distribución de masa, deformidad ósea, déficits musculares, zancada, cadencia, etc. GaitNet recibe información de las condiciones anatómicas y de la marcha como datos de entrada, con los que genera ciclos de marcha según las condiciones establecidas por medio de una simulación con base en la física, obteniendo así una gran variedad de simulaciones de marcha humana que considera aspectos patológicos. Este proceso se puede apreciar en forma de esquema en la Figura 1.13.

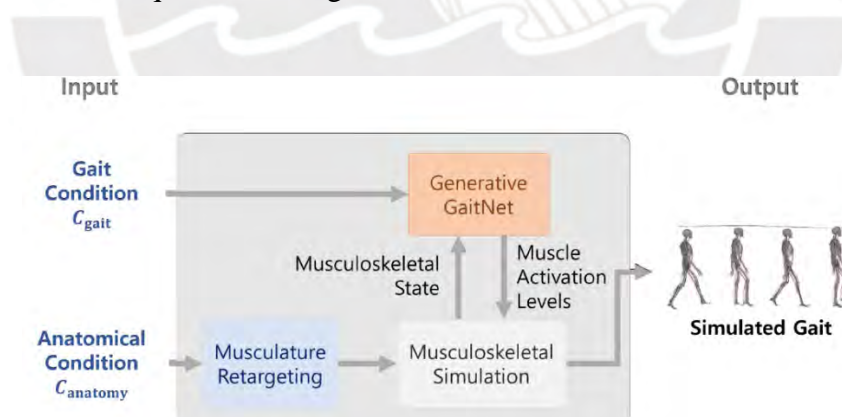


Figura 1.13. Esquema de funcionamiento del sistema Generative GaitNet [Jungnam, 2022]

Teepe [2022] establece que la mayoría de métodos de reconocimiento de la marcha toman como referencia la silueta de las personas para determinar las características de su ciclo de marcha, pero al tratarse solo de siluetas se puede perder información espacial relevante y pueden presentar pistas visuales que no son propias de la marcha real. Por ello, propone un método para comprender mejor el reconocimiento de la marcha basado en el esqueleto y así obtener una representación de la marcha más real, donde se capture la postura espacial y el movimiento

temporal. Para ello, Teepe toma como referencia dos bases de datos: CASIA-B y OUMVLP-Pose. CASIA-B incluye información de la marcha de 124 sujetos en diferentes condiciones como variación en el ángulo de visión, la vestimenta y las condiciones de carga. Por otro lado, OUMVLP-Pose contiene información de la secuencia de marcha de 10,307 sujetos desde diferentes perspectivas a intervalos de  $15^\circ$  y diferentes condiciones de marcha, de manera que centrándose solo en el movimiento y haciendo una representación del esqueleto, considerando puntos clave del cuerpo humano, se puede obtener información de la marcha real, como se observa en la Figura 1.14.

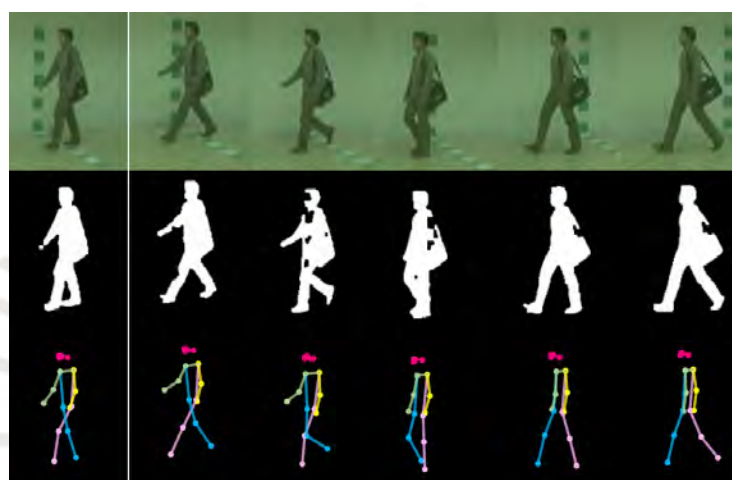


Figura 1.14. Representación de la marcha en base al esqueleto a partir de la silueta de la imagen obtenida de la base de datos CASIA-B [Teepe, 2022]

Ekkasit [2022] reconoce que los métodos de reconocimiento de marcha suelen basarse en las siluetas y que el rendimiento de las soluciones basadas en el esqueleto es inferior que el de las basadas en siluetas. Por ello, propone un nuevo modelo de red denominado GaitMixer, el cual puede capturar dinámicas de alta y baja frecuencia de los datos de la marcha y así obtener un resultado más preciso. En la Figura 1.15 se puede apreciar en detalle el esquema de funcionamiento del modelo mencionado.

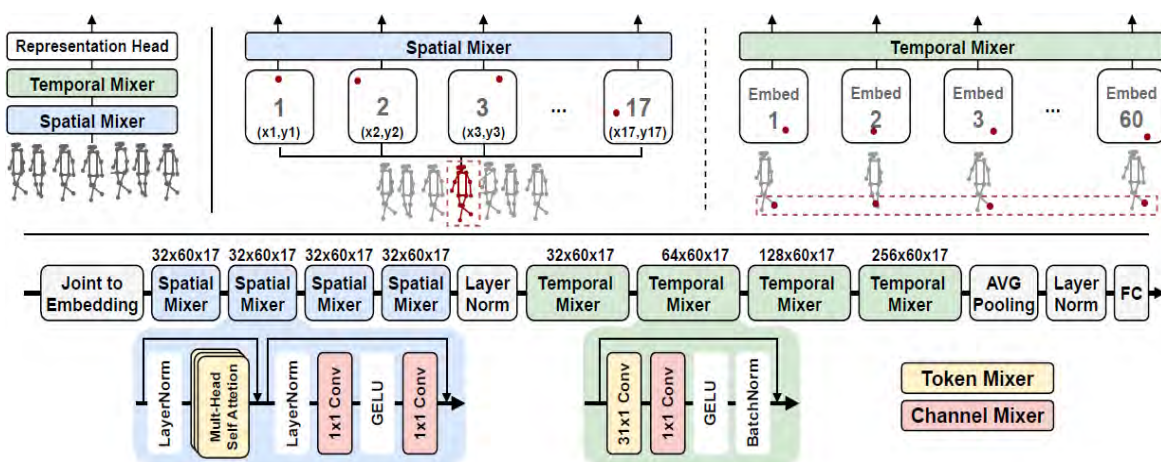


Figura 1.15. Esquema de funcionamiento de la arquitectura GaitMixer [Ekkasit, 2022]

La base de datos de marcha llamada “OU-ISIR” contiene información para diferentes condiciones y perspectivas de los parámetros involucrados, tales como datos de la marcha en una caminadora, ciclo de marcha de una gran variedad de sujetos desde diferentes perspectivas, velocidad de la marcha, edad de sujetos, datos de marcha cuando se tiene carga en el cuerpo, datos de sensores inerciales y estimación de modelos de marcha de sujetos. En la Figura 1.16 se tiene la base del modelo del esqueleto humano donde se consideran 24 articulaciones y en la Figura 1.17 se puede apreciar el proceso de estimación para el modelamiento del esqueleto del cuerpo humano.

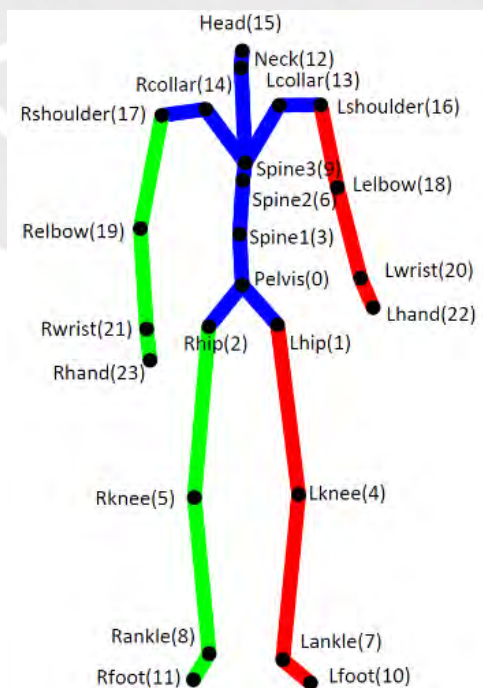


Figura 1.16. Modelo del esqueleto humano con 24 articulaciones [Li, 2022]

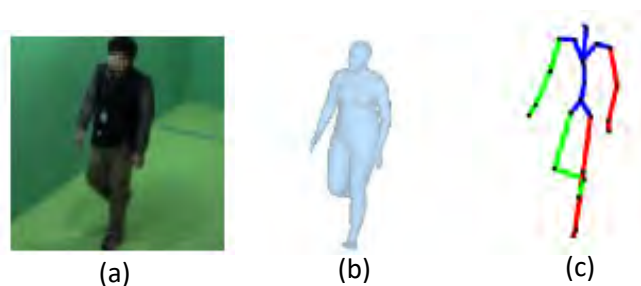


Figura 1.17. Proceso de modelamiento del cuerpo humano: (a) Captura real, (b) Modelado 3D, (c) Modelado esquelético [Li, 2022]

Jun [2022] menciona que, de acuerdo a la literatura, las características cinemáticas y dinámicas de las articulaciones de los miembros inferiores del cuerpo humano establecen las características de la marcha humana. Por ello, emplea OpenSim para modelar y analizar la marcha, pues este es un software basado en C++ y Java, que permite simular los movimientos relacionados con el cuerpo humano donde los usuarios pueden realizar sus propios modelos y programas de interfaz haciendo uso de MATLAB y otros softwares. OpenSim se basa en la biomecánica y, al combinar la cinemática directa inversa, se puede calcular el proceso de movimiento del modelo. Para el modelado del cuerpo, hace falta analizar parámetros morfológicos, parámetros característicos fisiológicos del cuerpo a modelar, de manera que estos puedan permitir la construcción del modelo.

### 1.6. Modelamiento del cuerpo humano

En lo que se refiere a modelamiento del cuerpo humano, Moreira [2015] desarrolló un modelo multicuerpo biomecánico plano, el cual puede ser utilizado en análisis dinámicos inversos con enfoque en distintos escenarios de marcha, ya sea la normal o cuando se presenta una patología como la polio. Para esto, segmentó el modelo biomecánico de la parte inferior del cuerpo humano en tres elementos: muslo, pierna y pie, los cuales están unidos mediante articulaciones de revolución y son descritos por ocho coordenadas cartesianas ubicadas en la cadera, rodilla, tobillo y metatarso-falángica tal y como se muestra en la Figura 1.18. El sistema biomecánico que desarrolló tiene 5 grados de libertad: 2 para la trayectoria de la cadera, 1 para el movimiento de flexión-extensión de la cadera, 1 para el movimiento de flexión-extensión de la rodilla y 1 para la flexión plantar-dorsiflexión del tobillo.

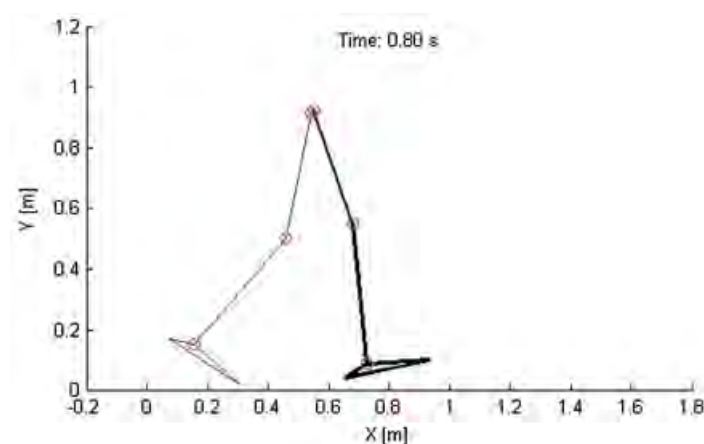


Figura 1.17. Modelo biomecánico en 2D de la parte inferior del cuerpo [Moreira, 2015]

En la Tabla 1.1 se pueden apreciar los datos antropométricos de masa y momento de inercia de masa correspondientes a los segmentos anatómicos modelados de dos sujetos: uno saludable y otro con polio.

Tabla 1.1 Propiedades inerciales de los cuerpos rígidos usados en el modelo biomecánico [Moreira, 2015]

Cuerpo	Masa (kg)	Momento de inercia (kg.m <sup>2</sup> )
<i>Hombre sano</i>		
Pie	0.77	0.0035
Pantorrilla	3.28	0.0490
Muslo	6.86	0.1238
<i>Hombre patológico</i>		
Pie	0.82	0.0016
Pantorrilla	4.00	0.0537
Muslo	9.28	0.1173

El análisis dinámico inverso de la marcha humana fue realizado adoptando dos metodologías: las ecuaciones clásicas de Newton-Euler y la metodología multicuerpo basada en la matriz de proyección-R. La formulación de Newton-Euler es considerada para el estudio y análisis del comportamiento dinámico del modelo biomecánico planteado por medio del diagrama de cuerpo libre que puede apreciarse en la Figura 1.18.

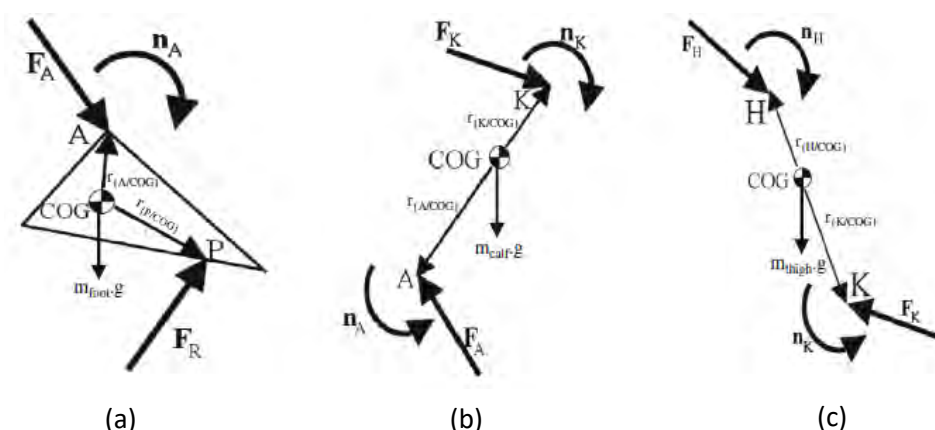


Figura 1.19. DCL de los cuerpos rígidos de la parte inferior del cuerpo humano donde a) corresponde al pie, b) a la pantorrilla y c) al muslo [Moreira, 2015]

Moreira [2015] expresa las ecuaciones dinámicas de forma general para la determinación de reacciones según lo mostrado en las Ecuaciones 1.1 y 1.2. Entonces, en base a estas ecuaciones, se plantea las ecuaciones correspondientes al segmento del pie (Ecuaciones 1.3 y 1.4), las que se usarán para determinar los parámetros  $F_A$  y  $n_A$ , donde el valor de la fuerza de reacción del suelo  $F_R$  en el punto P fue medido directamente con la plataforma de fuerza.

$$\begin{cases} \sum \mathbf{F} + m\mathbf{a}_g = m\mathbf{a} \\ \sum \mathbf{n} = I\alpha \end{cases} \quad (1.1)$$

(1.2)

$$\begin{cases} \mathbf{F}_A = m(\mathbf{a} - \mathbf{a}_g) - \mathbf{F}_R \\ \mathbf{n}_A = I\alpha - (\mathbf{r}_{\text{COG}} - \mathbf{r}_P) \times \mathbf{F}_R - (\mathbf{r}_{\text{COG}} - \mathbf{r}_A) \times \mathbf{F}_A \end{cases} \quad (1.3)$$

(1.4)

Por otro lado, el uso de la metodología multicuerpo, basada en la matriz de proyección-R, permite obtener un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de dimensión equivalente al número de grados de libertad utilizando un conjunto  $z$  de coordenadas independientes, de manera que la dinámica inversa del movimiento humano pueda ser resuelta.

Como resultado, el modelo biomecánico propuesto por Moreira [2015] permite determinar los momentos y las fuerzas de reacción en las articulaciones, obteniendo resultados similares al aplicar la formulación de Newton-Euler y la metodología multicuerpo basada en la matriz de proyección-R para los mismos datos de entrada, tal y como se puede observar en la Figura 1.20.

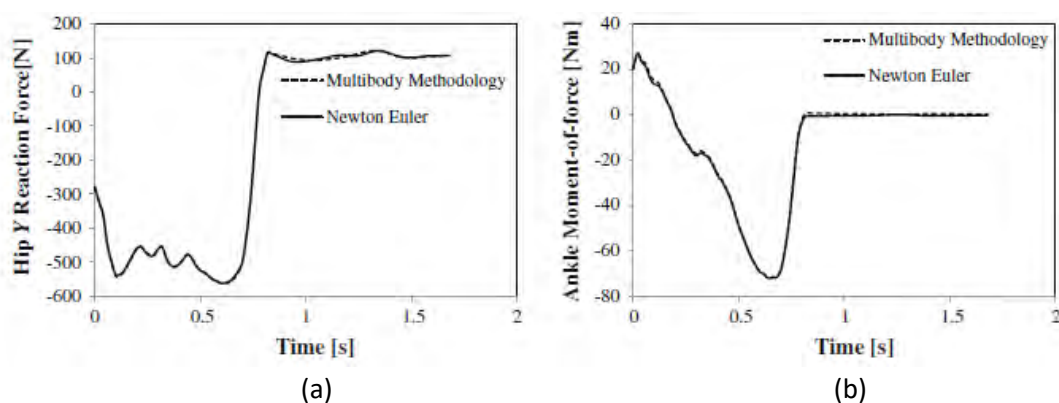


Figura 1.20. Comparación de resultados (a) fuerza de reacción en la cadera y (b) Momento de fuerza en el tobillo [Moreira, 2015]

Mingyi [2022] muestra un modelo de la parte inferior del cuerpo humano (Figura 1.21) para representar la marcha humana, en el cual el centro de masa representa al cuerpo y su movimiento sinusoidal se ve representado por  $y=Y\sin(2\pi ft)$  donde “Y” es la amplitud y “f” es la frecuencia de la marcha. Además, establece que las piernas no tienen masa y poseen un grado de libertad, el cual viene dado por un movimiento de deslizamiento telescópico.

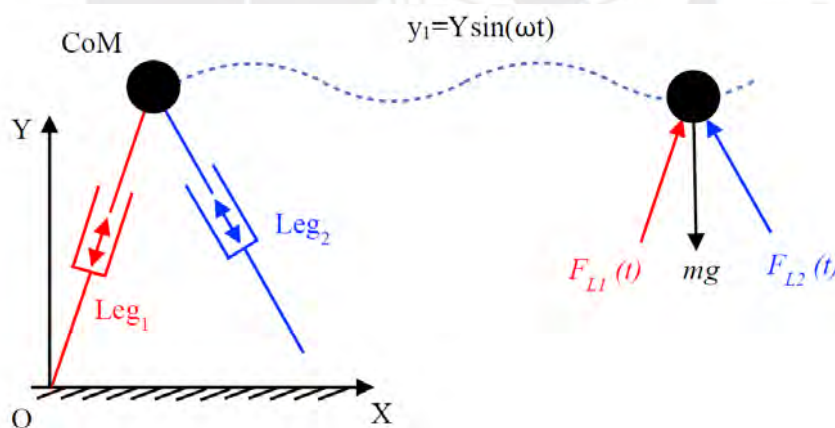


Figura 1.21. Modelo simplificado de la marcha humana [Mingyi, 2022]

Zehao [2023] muestra un modelo para representar la marcha humana basado en un péndulo invertido y flexible. En la Figura 1.22 se puede apreciar las fuerzas involucradas en el modelo para la fase de apoyo único y la fase de apoyo doble.

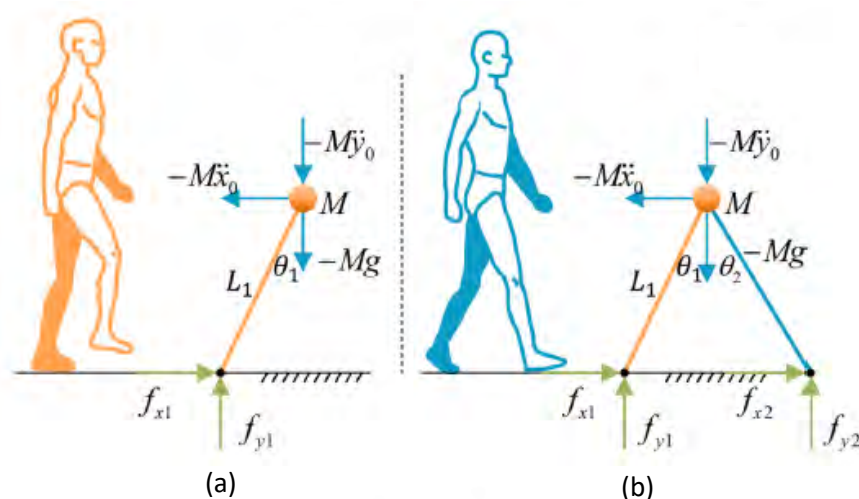


Figura 1.22. Fuerzas involucradas en el modelo para a) Fase de apoyo simple b) Fase de apoyo doble [Zehao, 2023]

Gonzalez [2021] propone un modelo para visualizar la cinemática de la marcha con énfasis en la posición geométrica de articulaciones que representan 8 grados de libertad del modelo biomecánico, el cual fue realizado en OpenSim. Este modelo puede apreciarse en la Figura 1.23 y en la Figura 1.24 se puede apreciar visto desde el plano sagital.

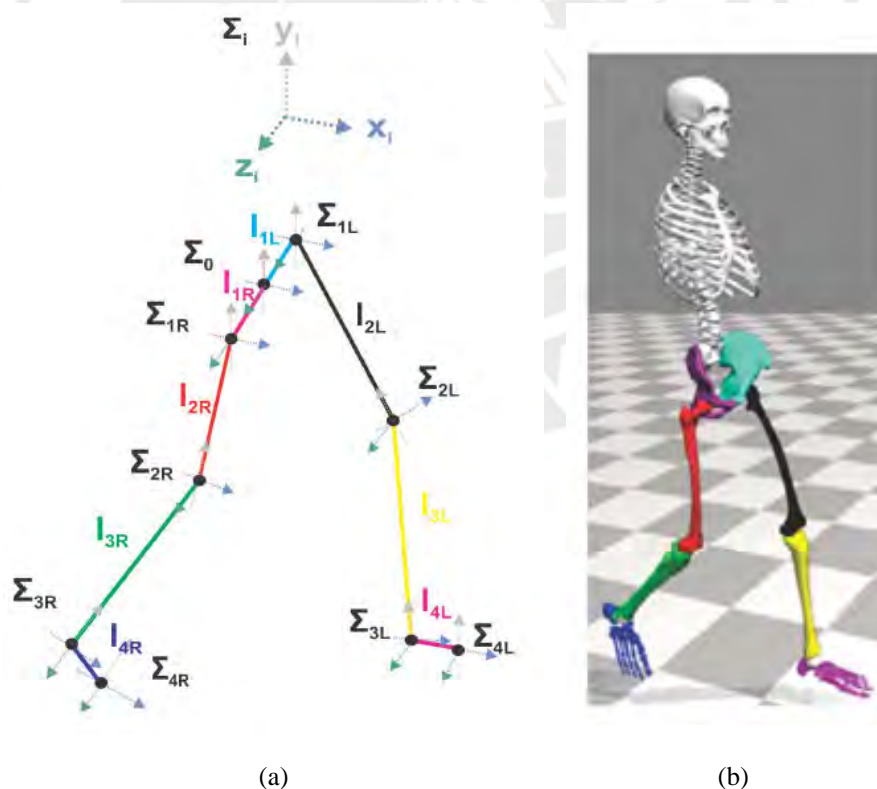


Figura 1.23. (a) Modelamiento en 3D en base al esqueleto de la parte inferior del cuerpo humano observada en el (b) Modelo en 3D del esqueleto en OpenSim [Gonzalez, 2021]

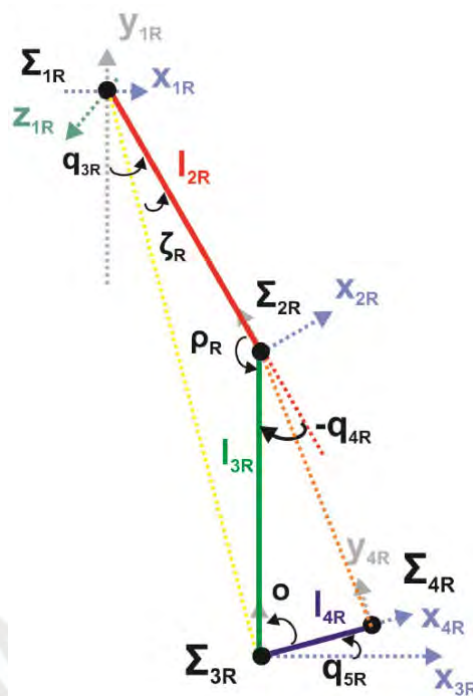


Figura 1.24. Modelamiento cinemático de las articulaciones de la pierna derecha en el plano sagital [Gonzalez, 2021]

Hongbo [2021] establece un modelo en base al esqueleto donde simplifica la cantidad de huesos y articulaciones del cuerpo con el fin de reducir la complejidad del modelo y del análisis de movimiento, pero, de ser necesario una descripción de movimiento más detallada, se tiene la flexibilidad de agregar huesos o articulaciones de acuerdo a las necesidades de aplicación. El modelo mostrado en la Figura 1.25 cuenta con 15 huesos y 14 articulaciones.

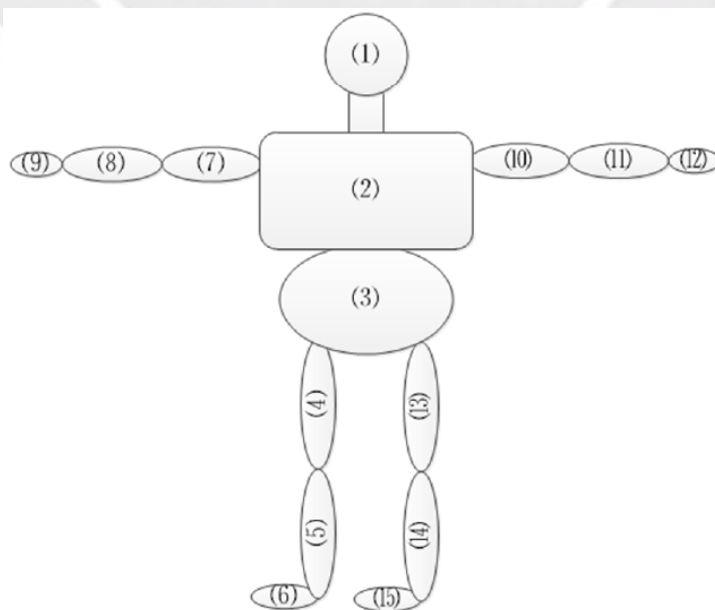


Figura 1.25. Modelo del esqueleto del cuerpo humano simplificado [Hongbo, 2021]

Sturdy [2021] establece un modelo para representar el transporte de la mochila soportado por los hombros, el cual puede apreciarse en la Figura 1.26. Este modelo tiene como referencia el centro de masa del torso y también considera el contacto entre la mochila y la pelvis. Además, se establecen los siguientes parámetros: las dimensiones para la mochila son de 0.41x0.33x0.23m, la distancia respecto al centro de masa de la pelvis se considera 0.1 m en dirección vertical y 0.15 m en horizontal y, finalmente, la distancia del centro de masa del torso respecto al de la mochila es de 0.135 m en dirección horizontal y 0.0475 m en vertical.

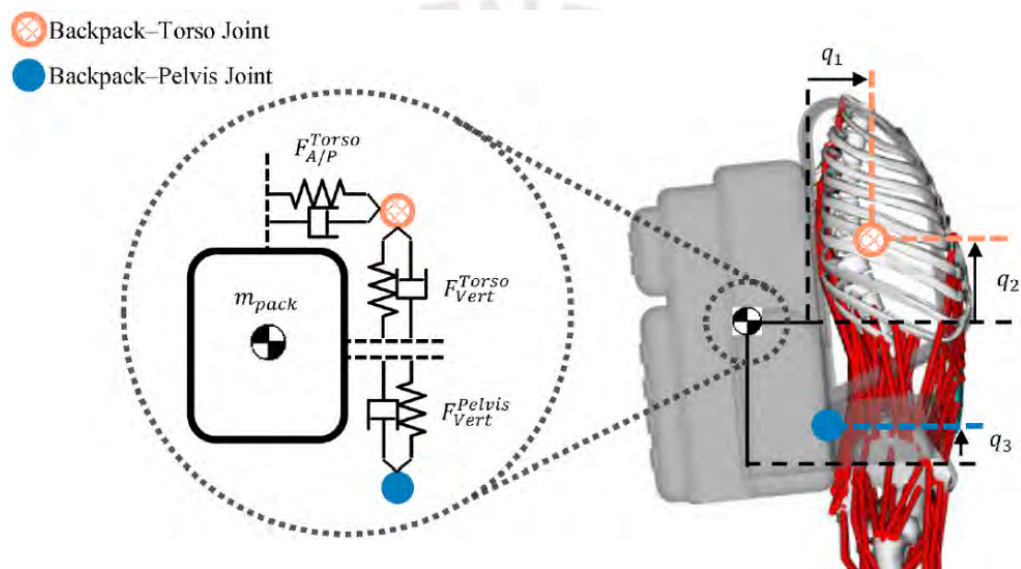


Figura 1.26. Esquema de la unión entre la mochila y el torso del cuerpo humano [Sturdy, 2021]

En base a la Figura 1.26, las fuerzas presentes en las uniones vienen dadas de acuerdo a la Ecuación 1.5.

$$F_{DoF} = k * q_{DoF} + m_{pack} * \ddot{q}_{DoF} + c * \dot{q}_{DoF} \quad (1.5)$$

Donde Jordan [2021] menciona que  $q_{DoF}$  es el movimiento horizontal o vertical de la articulación analizada,  $k$  es la constante del resorte y  $c$  el coeficiente de amortiguación. Además, se definen los valores de  $k$  y  $c$  como 5060 N/m y 320 Ns/m respectivamente, los cuales corresponden a los valores promedio que se producen en la mochila durante la marcha.

Barrios [2020] desarrolló un modelo para la estimación de la trayectoria del centro de masa del cuerpo humano durante la marcha normal con una carga en la espalda basado en el conocimiento cinemático del terreno y del cuerpo humano modelado. Este modelo se basa en una formulación triangular del movimiento durante la marcha donde la altura  $h$  representa el desplazamiento vertical del centro de masa,  $b$  representa la longitud de la pierna y la base viene dada por la unión de dos puntos ubicados cada uno en un pie, tal y como se puede observar en la Figura 1.27.

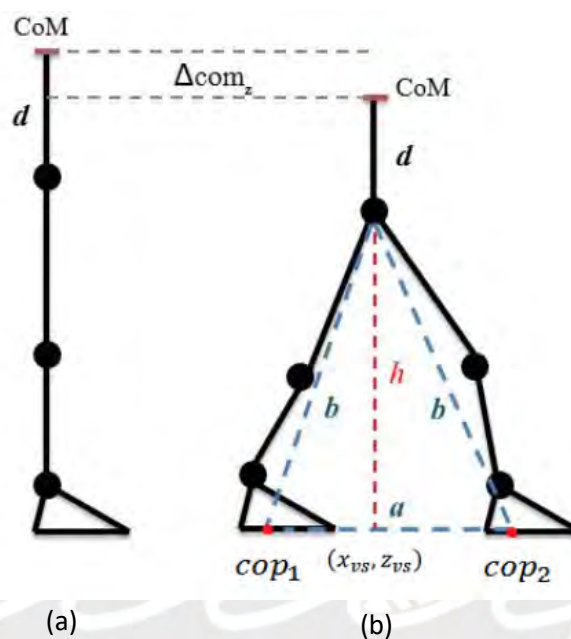


Figura 1.27. Vista del plano sagital del modelo cuando está (a) de pie y (b) en fase de doble apoyo [Barrios, 2020]

Méndez [2020] realizó un modelo dinámico y geométrico de una estructura bípeda con 6 grados de libertad como se puede observar en la Figura 1.28 para modelar la biomecánica de la marcha humana. Para determinar las trayectorias que describen la marcha cíclica aplicó la técnica de optimización paramétrica tomando como referencia parámetros geométricos y dinámicos de un robot con características humanas. Como resultado de su análisis en la Figura 1.29 se puede observar el comportamiento de las posiciones articulares de modelo bípedo en el tiempo para una velocidad de marcha de 0.5 m/s, en la Figura 1.30 se puede observar el comportamiento de los torques articulares en el tiempo para la misma velocidad de marcha y en la Figura 1.31 se puede observar la trayectoria del pie durante la fase de balanceo en un paso.

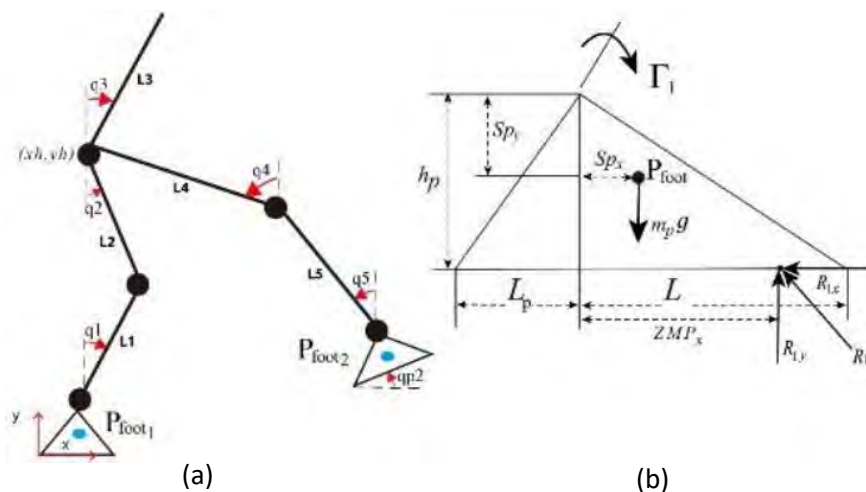


Figura 1.28. (a) Modelo bípodo con una pierna en fase de balanceo (b) DCL del pie en fase de apoyo [Méndez, 2020]

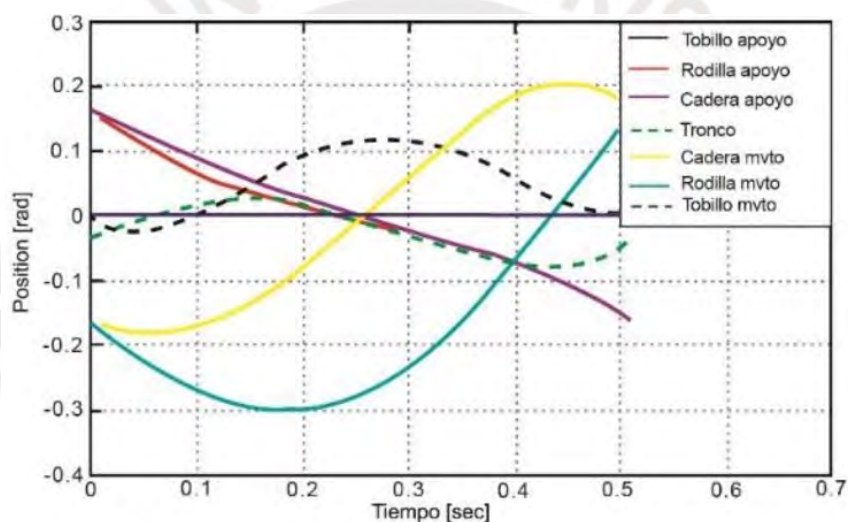


Figura 1.29. Comportamiento de las posiciones articulares del modelo en el tiempo [Méndez, 2020]

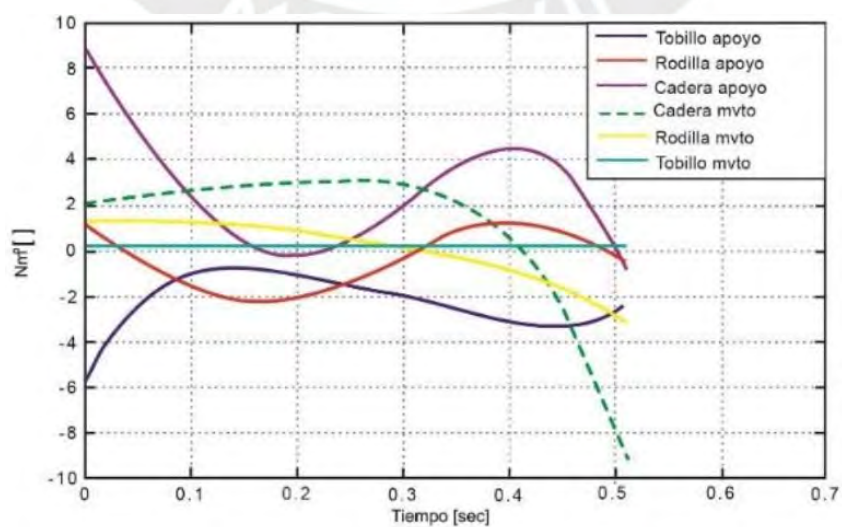


Figura 1.30. Comportamiento de los torques articulares en el tiempo [Méndez, 2020]

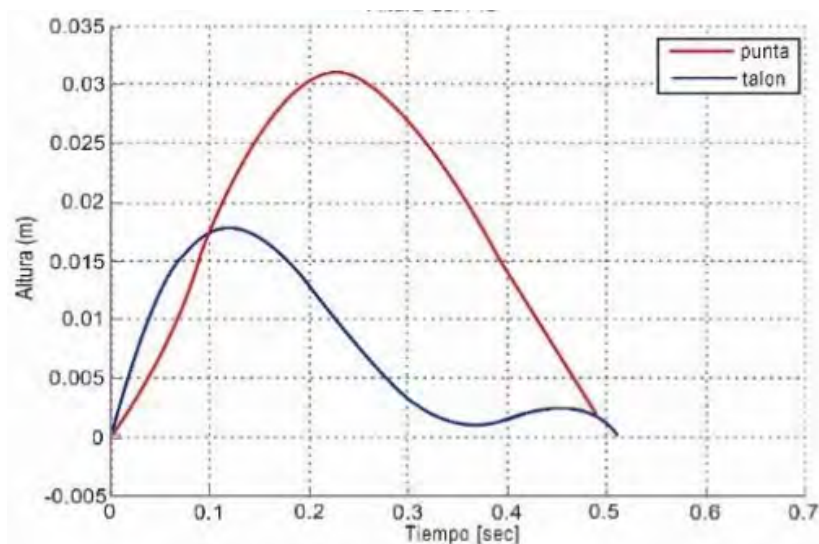


Figura 1.31. Altura del pie en la fase de balanceo durante un paso [Méndez, 2020]

Miossec [2004] también realizó un modelo del cuerpo humano basado en un robot bípedo antropomórfico, el cual se puede observar en la Figura 1.32 y fue diseñado para analizar la marcha humana normal. Así mismo, en la Figura 1.33 se puede observar el esquema del modelo bípedo realizado y los parámetros angulares relativos a considerar en las articulaciones en base a un sistema de referencia fijo. En la Figura 1.34 se tiene la enumeración de cada extremidad involucrada y en la Figura 1.35 se tienen las posiciones de los centros de gravedad de las extremidades del modelo.



Figura 1.32. Prototipo del robot bípedo antropomórfico [Miossec, 2004]

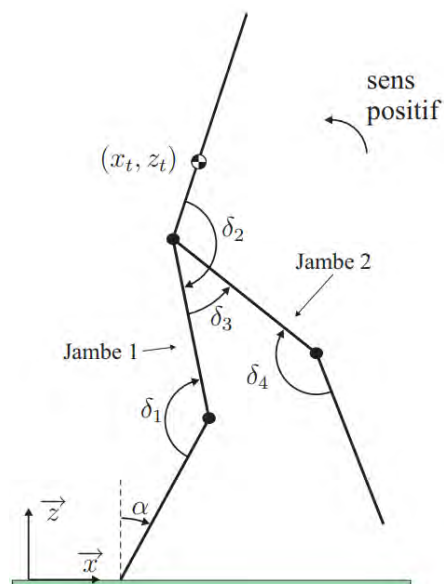


Figura 1.33. Esquema del modelo bípedo con parámetros de movimiento [Miossec, 2004]

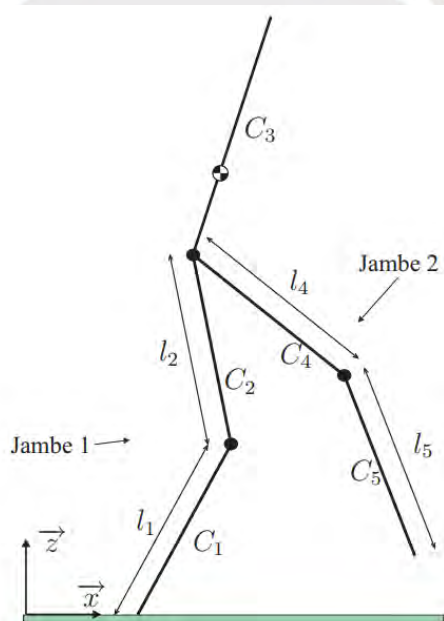


Figura 1.34. Esquema del modelo bípedo con la enumeración y longitud de cada cuerpo [Miossec, 2004]

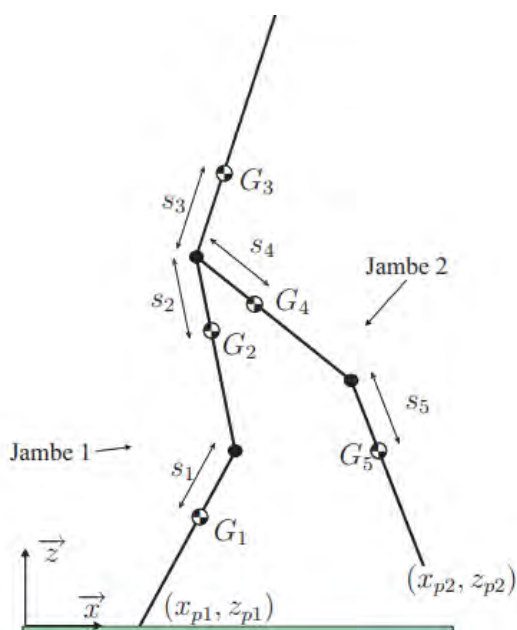


Figura 1.35. Ubicación de centros de gravedad de extremidades del modelo [Miossec, 2004]

En la Tabla 1.2 se pueden observar los valores numéricos de los parámetros del modelo bípedo utilizados para el análisis dinámico y cinemático de la marcha.

Tabla 1.2. Valores numéricos de parámetros dinámicos y geométricos del prototipo [Miossec, 2004]

Parámetros	Valor numérico
$l_1, l_2, l_4, l_5$	0.4 m
$s_1, s_5$	0.127 m
$s_2, s_4$	0.163 m
$s_3$	0.20025 m
$m_1, m_5$	3.2 kg
$m_2, m_4$	6.8 kg
$m_3$	16 kg
$I_{y1}, I_{y5}$	0.1 kg.m <sup>2</sup>
$I_{y2}, I_{y4}$	0.25 kg.m <sup>2</sup>
$I_{y3}$	2.22 kg.m <sup>2</sup>
$I_{m1}, I_{m2}, I_{m3}, I_{m4}$	0.000332 kg.m <sup>2</sup>
$L_b$	3 m
$l_c$	0.5 m
$M_b$	15 kg
$M_c$	7.5 kg
$\Gamma_{s1}, \Gamma_{s4}$	5.48 N.m
$\Gamma_{s2}, \Gamma_{s3}$	16.5 N.m
$f_{v1}, f_{v4}$	8.84 N.m/(rad.s <sup>-1</sup> )
$f_{v2}, f_{v3}$	15.0 N.m/(rad.s <sup>-1</sup> )

Miossec [2004] utiliza orientaciones absolutas en el modelo para la determinación de las coordenadas cartesianas de los centros de gravedad de las extremidades, como se puede observar en la Figura 1.36, de manera que puede establecer relaciones entre ángulos relativos y ángulos absolutos como se muestra en la Ecuación 1.6.

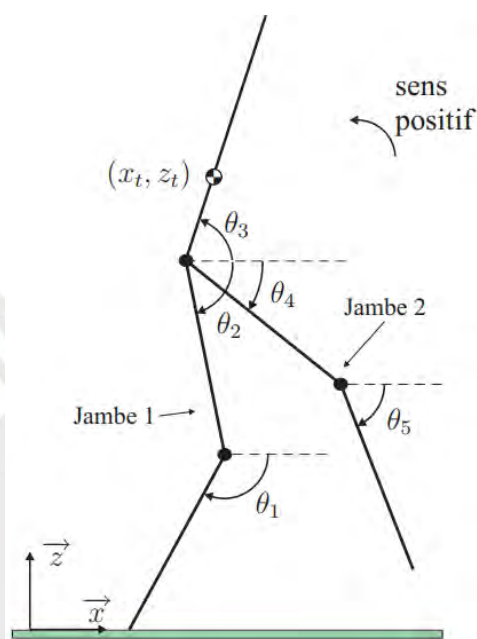


Figura 1.36. Esquema del modelo bípedo con ángulos absolutos [Miossec, 2004]

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_1 = \alpha - \frac{\pi}{2} \\ \theta_2 = \alpha + \delta_1 + \frac{\pi}{2} \\ \theta_3 = \alpha + \delta_1 - \delta_2 + \frac{\pi}{2} \\ \theta_4 = \alpha + \delta_1 + \delta_3 + \frac{\pi}{2} \\ \theta_5 = \alpha + \delta_1 + \delta_3 - \delta_4 - \frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad (1.6)$$

De esta manera, mediante el método de Lagrange, se tienen la Ecuación 1.7 que representa la posición de los centros de gravedad de las extremidades y la Ecuación 1.8 que representa las posiciones de la extremidad de la pierna 2 durante la marcha normal.

$$\begin{cases} x_{G1} = -(l_1 - s_1)\cos(\theta_1) \\ z_{G1} = -(l_1 - s_1)\sin(\theta_1) \\ x_{G2} = -l_1\cos(\theta_1) - (l_2 - s_2)\cos(\theta_2) \\ z_{G2} = -l_1\sin(\theta_1) - (l_2 - s_2)\sin(\theta_2) \\ x_{G3} = -l_1\cos(\theta_1) - l_2\cos(\theta_2) + s_3\cos(\theta_3) \\ z_{G3} = -l_1\sin(\theta_1) - l_2\sin(\theta_2) + s_3\sin(\theta_3) \\ x_{G4} = -l_1\cos(\theta_1) - l_2\cos(\theta_2) + s_4\cos(\theta_4) \\ z_{G4} = -l_1\sin(\theta_1) - l_2\sin(\theta_2) + s_4\sin(\theta_4) \\ x_{G5} = -l_1\cos(\theta_1) - l_2\cos(\theta_2) + l_4\cos(\theta_4) + s_5\cos(\theta_5) \\ z_{G5} = -l_1\sin(\theta_1) - l_2\sin(\theta_2) + l_4\sin(\theta_4) + s_5\sin(\theta_5) \end{cases} \quad (1.7)$$

$$\begin{cases} x_{p2} = -l_1\cos(\theta_1) - l_2\cos(\theta_2) + l_4\cos(\theta_4) + l_5\cos(\theta_5) \\ z_{p2} = -l_1\sin(\theta_1) - l_2\sin(\theta_2) + l_4\sin(\theta_4) + l_5\sin(\theta_5) \end{cases} \quad (1.8)$$

Camargo [2017] realizó un análisis cinemático de la marcha de un sujeto con prótesis para determinar los distintos efectos en el movimiento durante esta donde se comparan los resultados de la pierna amputada y la no amputada. El modelo fue realizado Opensim y Matlab tomando como referencia las mediciones realizadas al paciente con sensores inerciales. En la Figura 1.37 se pueden observar los segmentos en los que fue dividido la parte inferior del cuerpo humano correspondiente al modelo y en la Figura 1.38 se pueden observar los sistemas de referencia fijados al final de cada sección de las extremidades inferiores.

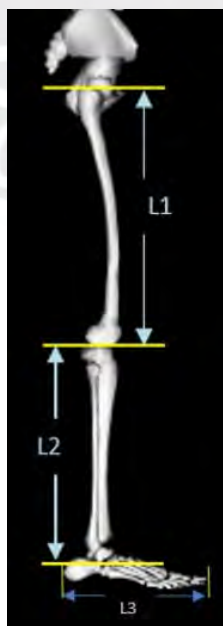


Figura 1.37. Longitud de segmentos del modelo [Camargo, 2017]

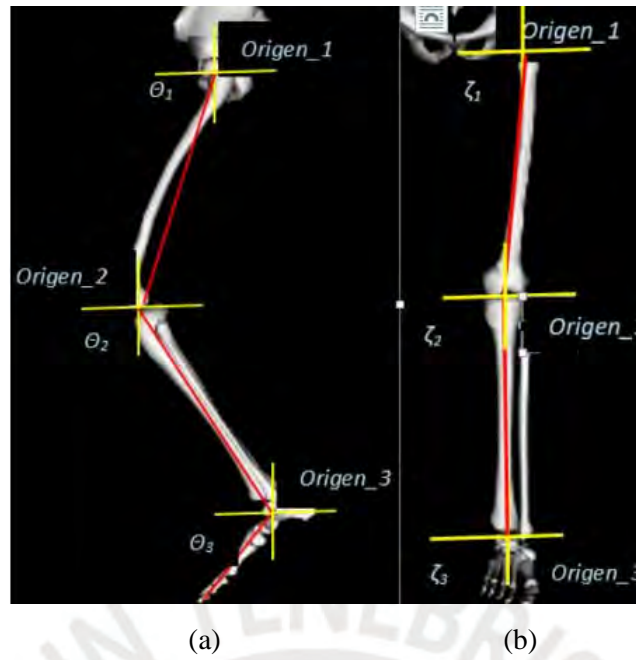


Figura 1.38. Relación origen-ángulo en el modelo visto desde: (a) Plano Sagital y (b) Plano frontal  
[Camargo, 2017]

La realización de los cálculos para la cinemática usa valores de vectores para un instante del tiempo, los cuales están descritos en las Ecuaciones 1.9 a 1.12 para el plano sagital.

$$Origen_1 = (0,0,0) \quad (1.9)$$

$$Origen_2 = (L_1 \cdot \cos(\theta_1), L_1 \cdot \sin(\theta_1), 0) \quad (1.10)$$

$$Origen_3 = (L_2 \cdot \cos(\theta_2), L_2 \cdot \sin(\theta_2), 0) \quad (1.11)$$

$$Punta_pie = (L_3 \cdot \cos(\theta_3), L_3 \cdot \sin(\theta_3), 0) \quad (1.12)$$

En la Figura 1.39 se puede observar la visión 3D de la marcha normal combinando las expresiones que definen el movimiento de las extremidades usando el software Matlab.

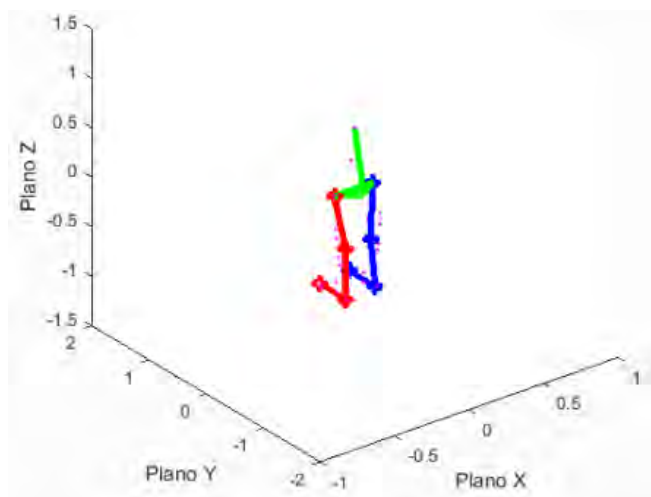


Figura 1.39. Vista 3D de la simulación de la marcha en Matlab [Camargo, 2017]

En la Figura 1.40 se puede observar la simulación de la marcha considerando las modificaciones estructurales de la prótesis en el software Opensim.

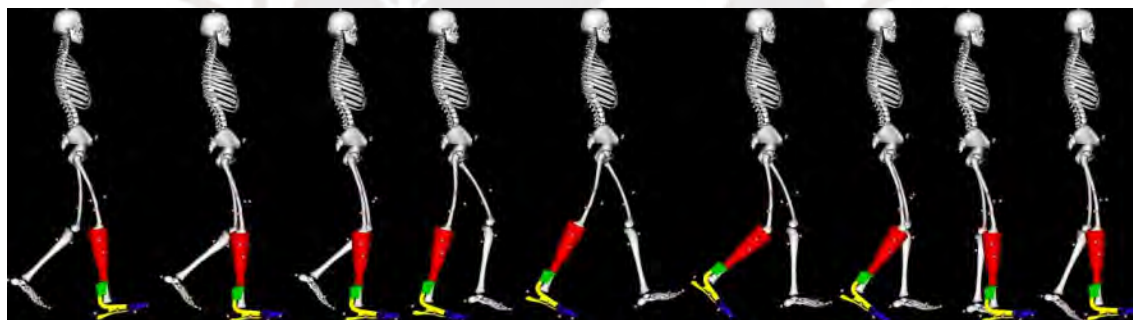


Figura 1.40. Simulación de marcha normal del modelo con prótesis en Opensim [Camargo, 2017]

## CAPÍTULO 2

### MODELAMIENTO BIOMECÁNICO

En este capítulo se desarrolla el modelamiento biomecánico simplificado de los miembros inferiores del cuerpo humano para las condiciones de marcha con y sin una mochila de 5 kg en la espalda. El modelo se construye a partir de datos antropométricos obtenidos de un sujeto de referencia y se fundamenta en la estructura propuesta por Miossec [2004], complementada con elementos del modelo de Moreira [2015], con el fin de definir un modelo conceptual simplificado que represente la parte inferior del cuerpo. A partir de este modelo se formulan las relaciones cinemáticas de los puntos y segmentos de interés, tomando como referencia los patrones descritos por Mingyi [2022] y Camargo [2017], y posteriormente se desarrolla el análisis cinético mediante diagramas de cuerpo libre y diagramas cinéticos. De este modo, se establecen los supuestos, parámetros, grados de libertad y ecuaciones necesarios para implementar en Matlab la simulación del ciclo de marcha con y sin mochila, proporcionando la base para el análisis comparativo de las fuerzas y momentos articulares que se presenta en el capítulo posterior.

#### **2.1. Elementos involucrados en el modelo**

Los elementos involucrados en el modelamiento de la parte inferior del esqueleto humano deben representar adecuadamente la estructura del mismo de forma simplificada, pues el esqueleto humano cuenta con 206 huesos. De esta manera, se tienen como elementos representativos el fémur con 45 cm de longitud,  $L_{fe}$  para los lados izquierdo y derecho por igual, y la tibia con 53 cm de longitud,  $L_{ti}$  para los lados izquierdo y derecho por igual. Estos datos antropométricos corresponden a una persona joven de 22 años de 180 cm y 74kg en la

vida real, pues en base a este sujeto se realizarán las comparaciones de los efectos cinemáticos y cinéticos durante la marcha con y sin mochila para corroborar la efectividad del modelo realizado. Como la metodología de cálculo es la misma, para analizar la marcha de otro sujeto será suficiente con modificar los datos antropométricos correspondientes para modelar su ciclo de marcha.

En lo referente a las articulaciones de interés, las principales son la cadera, la rodilla y el tobillo. En este trabajo se usó una simplificación un poco mayor que la de algunos modelos reducidos de marcha, ya que se tomó la articulación del tobillo como el punto de contacto con el piso y no se consideró la geometría completa del pie. Esta elección sigue la idea de varios trabajos donde el pie se representa de manera mínima o incluso se omite para simplificar el análisis de la marcha. Esto se observa en modelos tipo spring-mass, en aproximaciones con “roller-feet” y también en estudios de marcha bípedo donde el contacto con el piso se reduce a un punto en la extremidad para facilitar los cálculos y centrarse en las fuerzas y momentos que actúan sobre las articulaciones [Miossec, 2004; Whittington, 2009; Mauersberger, 2022; Xiang, 2023]. Estos enfoques buscan un equilibrio entre realismo biomecánico y practicidad computacional, por lo que resultan adecuados cuando se necesita estudiar el comportamiento articular sin modelar el pie con detalle anatómico. Bajo este criterio, el nivel de referencia (NR) que representa el piso se ubicó aproximadamente al mismo nivel del tobillo real cuando el pie está completamente apoyado, como se muestra en la Figura 2.1.

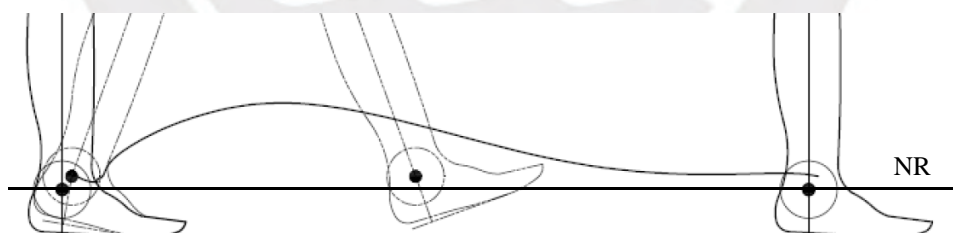


Figura 2.1. Ubicación del nivel de referencia utilizado en el modelo [Garcés, 2017]

## 2.2. Modelo biomecánico propuesto

En base a los elementos representativos establecidos, se propone el modelo biomecánico que puede apreciarse en la Figura 2.2, el cual toma como referencia la altura y los datos antropométricos del sujeto en la vida real. Este cuenta con 4 grados de libertad: 2 para la trayectoria de la cadera, 1 para el movimiento de flexión-extensión de la cadera y 1 para el movimiento de flexión-extensión de la rodilla. Además, este modelo cuenta con las

articulaciones correspondientes que permiten el movimiento entre sus partes, las cuales son la cadera (C), la rodilla derecha (Rd), la rodilla izquierda (Ri), el tobillo derecho (Td) y el tobillo izquierdo (Ti). Cabe mencionar que para el desarrollo de la cinemática y cinética del modelo se considera que el torso se mantiene completamente erguido y que el centro de gravedad del torso del sujeto se alinea verticalmente con la cadera. Esto permite simplificar los cálculos realizados y distinguir mejor los efectos producidos por la mochila como carga externa que genera momento.

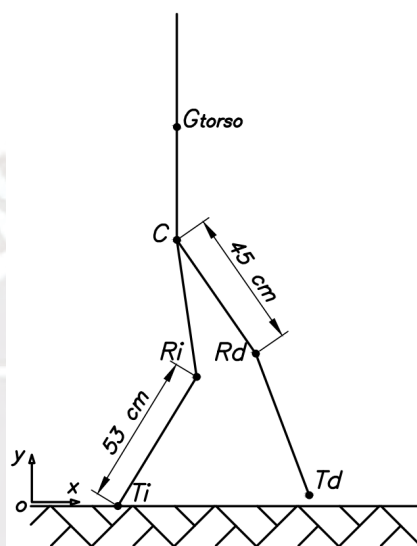


Figura 2.2. Modelo de esqueleto humano basado en el sujeto de estudio

### 2.3. Cinemática de la cadera

La cadera se considera que posee una trayectoria aproximadamente sinusoidal en un sistema de referencia fijo según la Ecuación 2.1. Esta trayectoria describe el desplazamiento de la cadera desde que comienza el contacto inicial de la pierna derecha de apoyo. Además, la posición horizontal de la cadera vendría dada por la Ecuación 2.2 considerando que parte de una posición inicial fija y se desplaza a velocidad constante.

$$y_C = -A * \text{Cos}(2\pi ft) + h \quad (2.1)$$

$$x_C = x_o + v_{marcha} * t \quad (2.2)$$

Donde:

$x_C$ : trayectoria horizontal de la cadera (cm)

$y_C$ : trayectoria vertical de la cadera (cm)

$A$ : amplitud del movimiento de la cadera (cm)

$x_0$ : posición inicial de la cadera (cm)

$f_{marcha}$ : frecuencia de la marcha del sujeto (Hz)

$h_0$ : altura de la cadera cuando el sujeto está de pie (cm)

$v_{marcha}$ : velocidad de la marcha normal (m/s)

De acuerdo a lo establecido por Mingyi [2022] en la Figura 1.8, respecto a la información obtenida sobre la marcha humana y su influencia en la trayectoria de la cadera, la amplitud de la cadera durante la marcha es de aproximadamente de 2.5 cm. Además, la altura inicial de la cadera vendría 98 cm que vendría a ser la suma de las longitudes del fémur y de la tibia cuando el sujeto de estudio está de pie como se puede apreciar en la Figura 2.3, mientras que la posición inicial en el eje horizontal se asume de 50 cm como referencia.

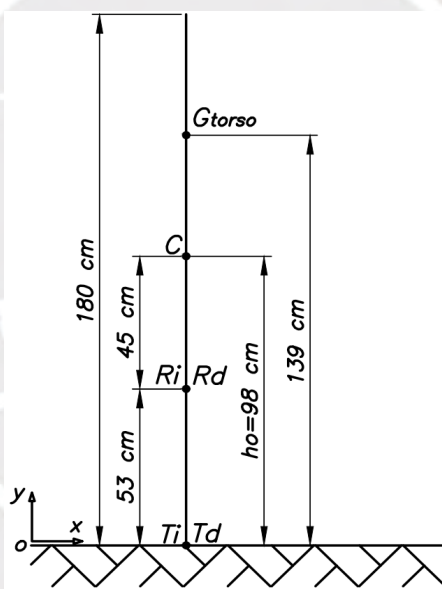


Figura 2.3. Modelo de pie basado en sujeto de estudio

Por otro lado, la frecuencia de la marcha se determina en base a la cadencia de la marcha humana normal, la cual se considera de 135 pasos por minuto, lo cual equivale a una velocidad de marcha normal de 148.5 cm/s de acuerdo a Osorio [2013] y que el ciclo de la marcha se completa en aproximadamente 3 pasos. Estos valores permiten la determinación del periodo de la marcha de acuerdo a la Ecuación 2.3, mientras que la Ecuación 2.4 permite la determinación de la frecuencia en base al periodo determinado.

$$T_{marcha} = \frac{\#pasos\ por\ ciclo}{cadencia\ de\ marcha} \quad (2.3)$$

$$f_{marcha} = \frac{1}{T_{marcha}} \quad (2.4)$$

De esta manera, haciendo uso de la Ecuación 2.3, se tiene que la duración de un ciclo de marcha es de 1.33 segundos. Además, de acuerdo a Mingyi [2022] la trayectoria del centro de masa oscila en aproximadamente dos periodos durante ese tiempo, como se puede observar en la Figura 1.8, por lo que se considera un tiempo de 0.665 segundos para hallar la frecuencia de la trayectoria, la cual por medio de la Ecuación 2.4 se estima de 1.5 Hz. Así, la trayectoria vertical y horizontal de la cadera en el plano sagital vendría dada por las Ecuaciones 2.5 y 2.6. En la Figura 2.4 se puede observar la trayectoria vertical de la cadera durante la marcha a lo largo de un ciclo de marcha.

$$y_C = -2.5 * \text{Cos}\left(\frac{20}{9}\pi t\right) + 98 \text{ [cm]} \quad (2.5)$$

$$x_C = 50 + 110 * t \text{ [cm]} \quad (2.6)$$

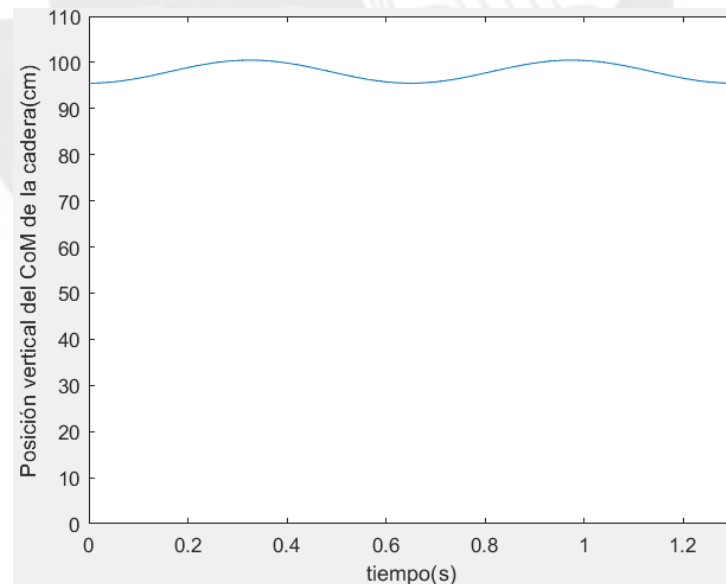


Figura 2.4. Trayectoria de la cadera en el plano sagital sin carga

## 2.4. Cinemática del torso

El torso del modelo se considera que permanece en posición vertical durante la marcha, por lo que su trayectoria tendrá el mismo comportamiento que la del torso como se puede observar en las Ecuaciones 2.7 y 2.8 que representan la trayectoria de su centro de masa. Por otro lado, la longitud del torso se determinó considerando la altura de 180 cm del sujeto y la longitud de su fémur y tibia obteniendo una longitud resultante de 82 cm y se considera que el centro de masa del torso está ubicado a la mitad de este como se puede observar en la Figura 2.2.

$$y_{Gtorso} = -2.5 * \cos\left(\frac{20}{9}\pi t\right) + 139 \text{ [cm]} \quad (2.7)$$

$$x_{Gtorso} = 50 + 110 * t \text{ [cm]} \quad (2.8)$$

En la Figura 2.5 se puede observar la trayectoria vertical del centro de masa del torso a lo largo de un ciclo de marcha.

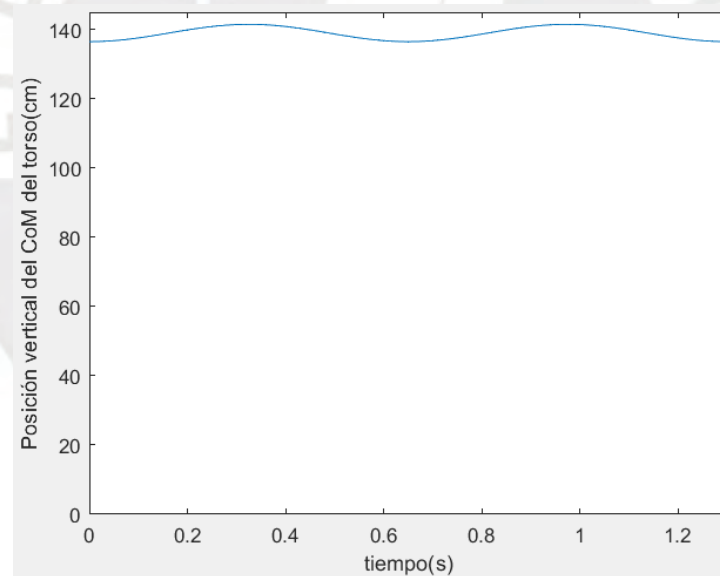


Figura 2.5. Trayectoria vertical del centro de masa del torso

## 2.5. Cinemática de rodilla derecha (Rd) y centro de masa del fémur derecho (Gfd)

De acuerdo a Camargo [2017], tanto la trayectoria de la articulación de la rodilla como del centro de masa del fémur pueden ser establecidas tomando como origen la trayectoria de la cadera, la longitud del fémur ( $L_{fe}$ ) y el ángulo de flexión ( $\varphi_1$ ) que forma el fémur derecho con la línea vertical que pasa por la cadera, la cual se representa en la Figura 2.6. El ángulo " $\varphi_1$ " que forma

el fémur con la línea vertical que cruza la cadera tiene un comportamiento a lo largo del ciclo de marcha que puede apreciarse en la Figura 2.7.

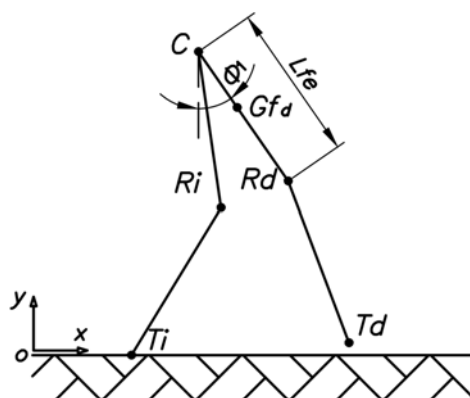


Figura 2.6. Ángulo de flexión ( $\varphi_1$ ) de la cadera con el fémur de Rd en el modelo

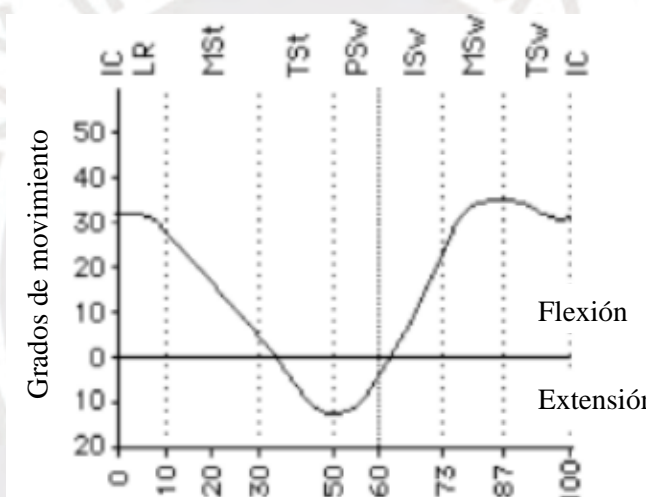


Figura 2.7. Ángulos del fémur derecho durante un ciclo de marcha en porcentaje [Camargo, 2017]

De esta manera, la posición de la rodilla derecha (Rd) en función del tiempo en el plano sagital vendría dada por las Ecuaciones 2.9 y 2.10, en base al sistema de referencia establecido para la cadera (C).

$$x_{Rd} = x_C + L_{fe} * \text{sen}(\varphi_1) \quad (2.9)$$

$$y_{Rd} = y_C - L_{fe} * \text{cos}(\varphi_1) \quad (2.10)$$

Por otro lado, la Ecuación 2.11 describe el ángulo del fémur durante la marcha, que se aproxima mediante una regresión polinomial aplicada a la curva de la Figura 2.7,

obteniéndose una expresión de octavo grado con el software Excel. En la Figura 2.8 se puede observar que esta ecuación describe aproximadamente el mismo comportamiento de la Figura 2.7.

$$\begin{aligned} \varphi_1 = & -370.74t^8 + 2993.89t^7 - 9699.96t^6 + 16133.49t^5 - 14713.62t^4 \\ & + 7373.97t^3 - 1916.73t^2 + 161.52t + 29.97 \end{aligned} \quad (2.11)$$

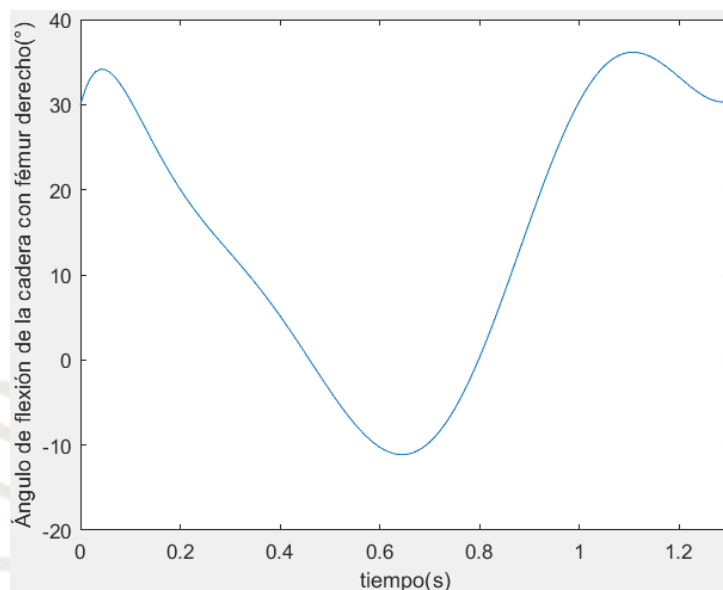


Figura 2.8. Movimiento angular del fémur derecho aproximado respecto a la cadera.

En la Figura 2.9, se puede apreciar en una misma gráfica la curva obtenida a partir de la Ecuación 2.11 y la curva real mostrada en la Figura 2.7.

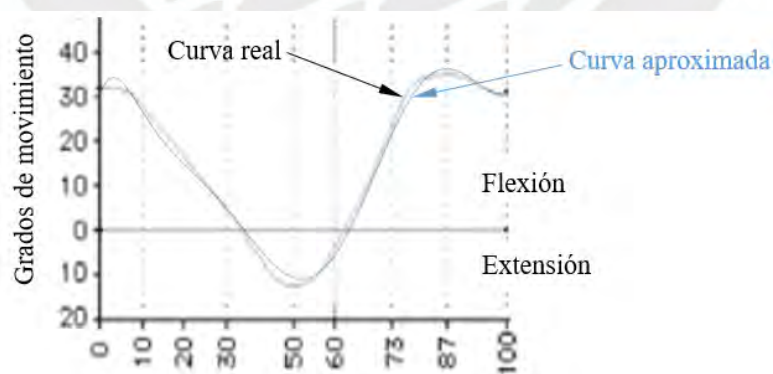


Figura 2.9. Superposición de gráficas para el movimiento angular del fémur respecto a la cadera.

Similarmente, la ubicación del centro de masa del fémur derecho (Gfd) respecto de la cadera, descrita por las Ecuaciones 2.12 y 2.13, se determinó según lo establecido por Ren [2008], el cual indica que el centro de masa del fémur está ubicado en el 40.95% de su longitud

desde su unión con la cadera. En la Figura 2.10 se puede observar la trayectoria vertical de la rodilla derecha (Rd) en función al tiempo de un ciclo de marcha, mientras que en la Figura 2.11 se puede observar la trayectoria vertical del centro de masa del fémur derecho (Gfd) en el mismo periodo.

$$x_{Gfd} = x_c + 40.95\%L_{fe} * \text{sen}(\varphi_1) \text{ [cm]} \quad (2.12)$$

$$y_{Gfd} = y_c - 40.95\%L_{fe} * \text{cos}(\varphi_1) \text{ [cm]} \quad (2.13)$$

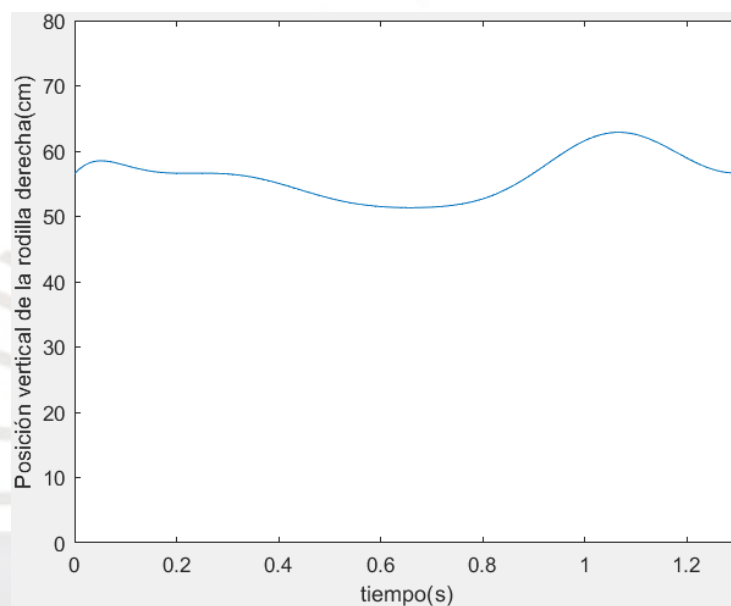


Figura 2.10. Trayectoria vertical de la rodilla derecha en un ciclo de marcha

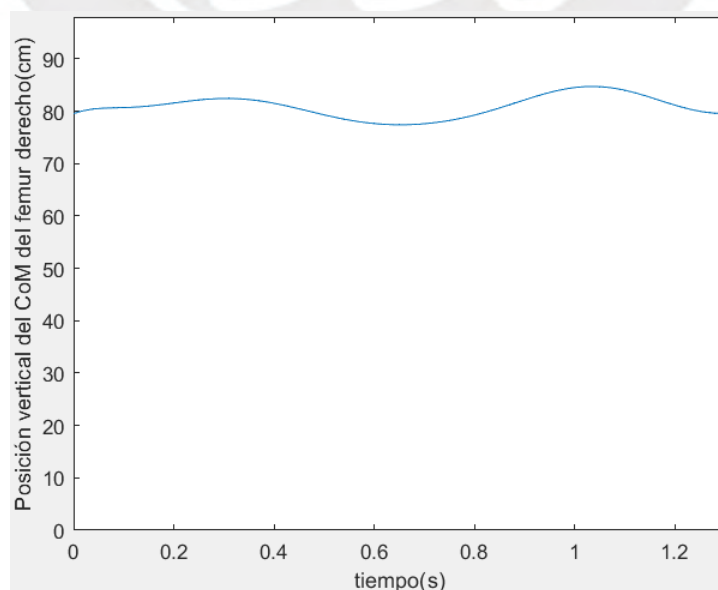


Figura 2.11. Trayectoria vertical del centro de masa del fémur derecho

En la Tabla 2.1 se tiene la comparación entre los ángulos de flexión del fémur derecho con respecto a la cadera correspondientes a la curva de la Figura 2.7 de acuerdo a lo establecido por Camargo [2017] y los ángulos de flexión estimados con la Ecuación 2.11 para un determinado porcentaje de marcha. Esta comparación se realiza para verificar la proximidad de la curva estimada de la Figura 2.8 mediante los errores relativos. Se puede observar que para el 60% del porcentaje de marcha se tiene un error relativo de 41.5%, el cual es el que más se aleja del promedio, pero no se considera significativo al tratarse de un ángulo pequeño.

Tabla 2.1. Comparación de ángulos según el porcentaje de marcha

Porcentaje de marcha (%)	Valor de curva real (°)	Valor de curva estimada $\varphi_1$ (°)	Error relativo (%)
0	30	29.97	0.10
10	27	27.24	0.89
20	16	15.30	4.38
30	5	5.99	19.8
40	-5	-5.28	5.60
50	-10	-11.11	11.10
60	-4	-2.34	41.50
73	25	23.86	4.56
87	35	35.92	2.63
95	32	31.57	1.34
100	30	30.39	1.3
Error relativo promedio (%)			8.47

## 2.6. Cinemática del tobillo derecho (Td) y centro de masa de la tibia derecha (Gtd)

De acuerdo a Camargo [2017], del mismo modo que la rodilla derecha, tanto la trayectoria de la articulación del tobillo derecho (Td) como la del centro de masa de la tibia derecha (Gtd) pueden ser establecidas tomando ahora como referencia la trayectoria de la rodilla derecha (Rd), la longitud de la tibia (Lti) y el ángulo de flexión de la rodilla derecha ( $\varphi_2$ ) que se forma entre la tibia y una línea que se extiende del fémur, como se aprecia en la Figura 2.12.

El ángulo " $\varphi_2$ " de flexión de la rodilla derecha (Rd) tiene un comportamiento a lo largo del ciclo de marcha que puede apreciarse en la Figura 2.13. De esta manera, la trayectoria del tobillo en el tiempo en el plano sagital vendría dada por las Ecuaciones 2.14 y 2.15 en base al sistema de referencia fijo establecido para la cadera (C).

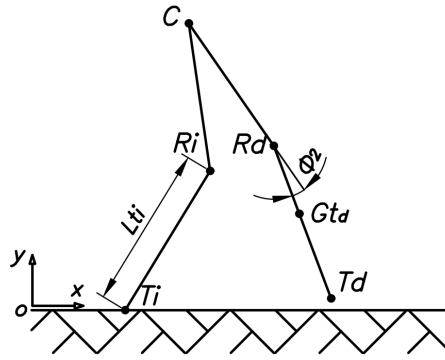


Figura 2.12. Ángulo de flexión ( $\varphi_2$ ) de la rodilla (Rd) en el modelo

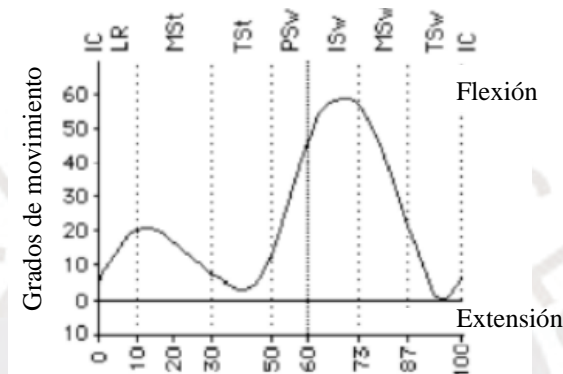


Figura 2.13. Ángulo de flexión de la rodilla durante el ciclo de marcha en % [Camargo, 2017]

$$x_{Td} = x_C + L_{fe} * \text{sen}(\varphi_1) + L_{ti} * \text{cos}(90 - \varphi_1 + \varphi_2) \quad (2.14)$$

$$y_{Td} = y_C - L_{fe} * \text{cos}(\varphi_1) - L_{ti} * \text{sen}(90 - \varphi_1 + \varphi_2) \quad (2.15)$$

La Ecuación 2.16, que describe el ángulo de flexión de la rodilla derecha respecto al fémur derecho durante la marcha, se aproxima mediante una regresión polinomial aplicada a la curva de la Figura 2.13 obteniéndose una expresión de octavo grado con el software Excel. En la Figura 2.14 observa que esta ecuación describe aproximadamente el mismo comportamiento que la Figura 2.12.

$$\begin{aligned} \varphi_2 = & -951.11t^8 + 7032.91t^7 - 20802.36t^6 + 31594.83t^5 - 26527.01t^4 \\ & + 12519.79t^3 - 3230.68t^2 + 385.22t + 4.99 \end{aligned} \quad (2.16)$$

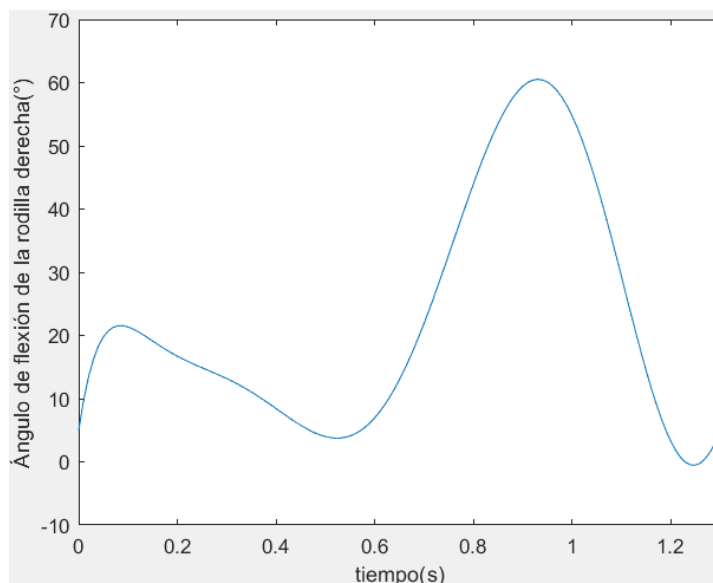


Figura 2.14. Ángulo de flexión de la rodilla derecha estimado en el tiempo

En la Figura 2.15, se puede apreciar en una misma gráfica la curva obtenida a partir de la Ecuación 2.16 y la curva real mostrada en la Figura 2.13.

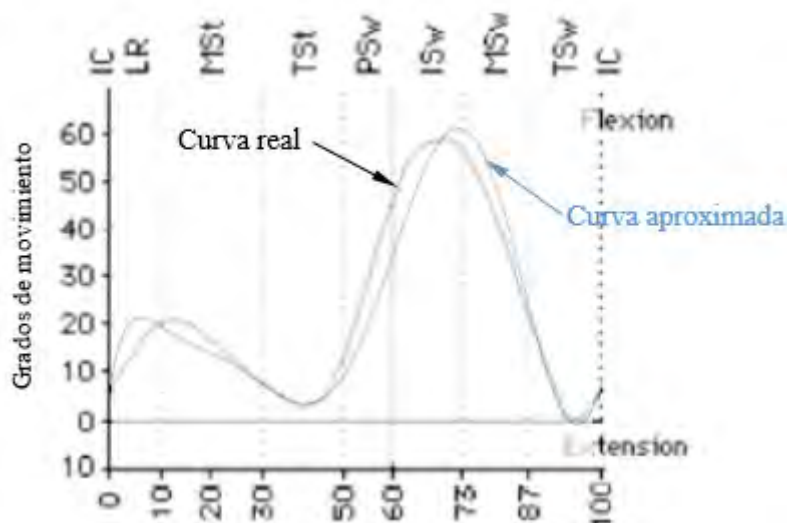


Figura 2.15. Superposición de gráficas para el movimiento angular de flexión de la rodilla.

Por otro lado, la ubicación del centro de masa de la tibia derecha (Gtd) respecto de la rodilla derecha, Ecuaciones 2.17 y 2.18, se determinó según Ren [2008], el cual indica que el centro de masa de la tibia está ubicado en el 43.95% de su longitud desde su unión con la cadera. En la Figura 2.16 y Figura 2.17 se tienen las trayectorias verticales del tobillo derecho y del centro de masa de la tibia derecha respectivamente para un ciclo de marcha.

$$x_{Gtd} = x_{Rd} + 43.95\%L_{ti} * \cos(90 - \varphi_1 + \varphi_2)[cm] \quad (2.17)$$

$$y_{Gtd} = y_{Rd} - 43.95\%L_{ti} * \sin(90 - \varphi_1 + \varphi_2) [cm] \quad (2.18)$$

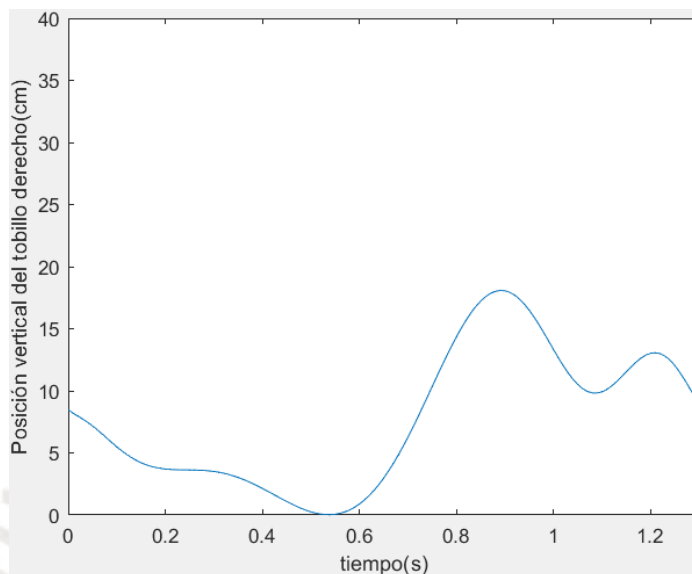


Figura 2.16. Trayectoria vertical del tobillo derecho respecto del piso en un ciclo de marcha

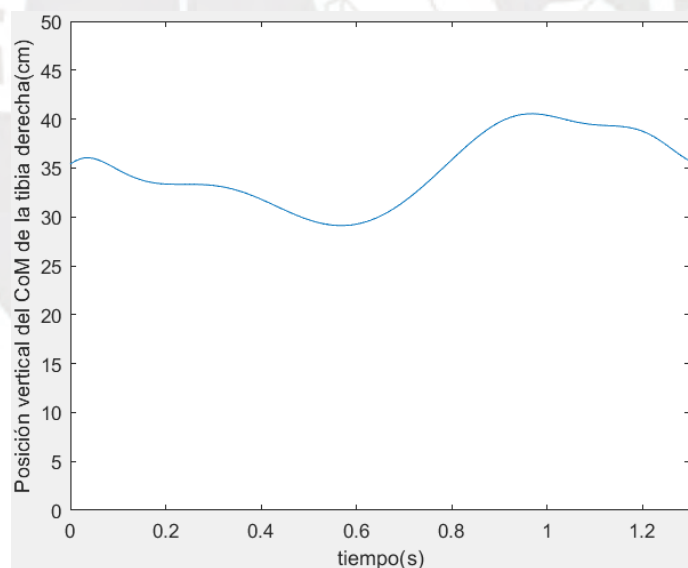


Figura 2.17. Trayectoria vertical del centro de masa de la tibia derecha en un ciclo de marcha

En la Tabla 2.2 se comparan los ángulos de flexión de la rodilla derecha correspondientes a la curva de la Figura 2.13 de acuerdo a lo establecido por Camargo [2017], y los ángulos de flexión estimados con la Ecuación 2.16 para un determinado porcentaje de marcha. Esta comparación se realiza para verificar la proximidad de la curva estimada en la Figura 2.14 mediante los errores relativos. En esta tabla se observa que para el 40% del porcentaje de

marcha se tiene un error relativo de 25%, el cual es el que más se aleja del promedio, pero no se considera significativo por ser un ángulo pequeño.

Tabla 2.2. Comparación de ángulos según el porcentaje de marcha

Porcentaje de marcha (%)	Valor de curva real (°)	Valor de curva estimada $\varphi_2$ (°)	Error relativo (%)
0	5	4.99	0.20
10	20	20.13	0.65
20	15	14.55	3.00
30	8	8.97	12.13
40	5	3.75	25.00
50	12	12.99	8.25
60	40	39.56	1.10
70	60	60.02	0.03
87	20	19.90	0.50
100	5	4.62	7.60
Error relativo promedio (%)			5.85

En la Figura 2.18 se observa el comportamiento de la pierna derecha luego de definir las trayectorias de sus articulaciones principales. En esta figura se tiene la posición de la pierna para distintos porcentajes del tiempo del ciclo de marcha, que permiten observar la fase de apoyo (0%, 20%, 40%), la fase de balanceo (60%, 80%, 100%) y el momento donde el talón vuelve a entrar en contacto con el suelo (100%) para dar comienzo a un nuevo ciclo.

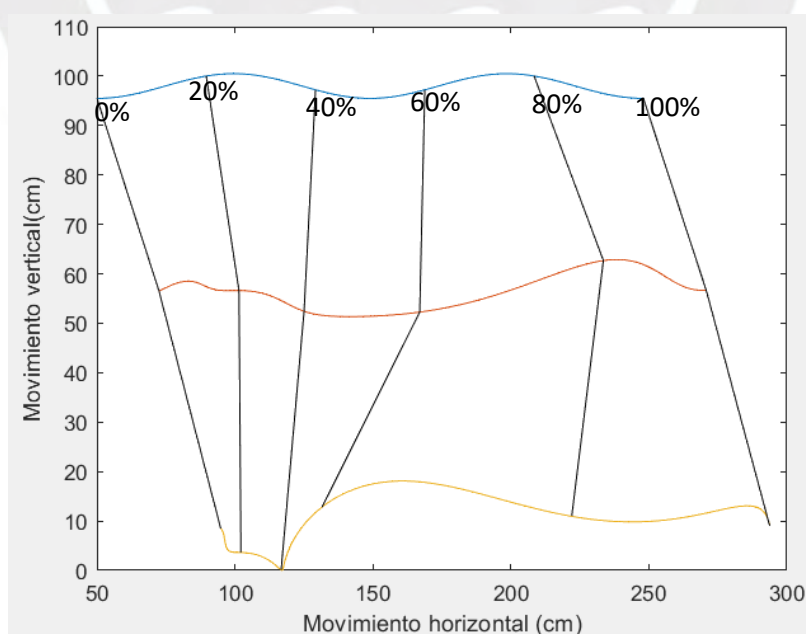


Figura 2.18. Trayectoria de la pierna derecha durante un ciclo de marcha. Porcentajes de marcha de 0%, 20%, 40%, 60%, 80% y 100% de izquierda a derecha respectivamente

## 2.7. Cinemática de rodilla izquierda (Ri) y centro de masa de fémur izquierdo (Gfi)

La trayectoria de la rodilla izquierda (Ri) y del centro de masa del fémur izquierdo (Gfi) se determina de forma similar a la rodilla derecha (Rd) y el centro de masa del fémur derecho tomando como referencia la trayectoria de la cadera, la longitud del fémur (Lfe) y el ángulo de flexión ( $\varphi_3$ ) que forma el fémur izquierdo con la línea vertical que pasa por la cadera, la cual se representa en la Figura 2.19.

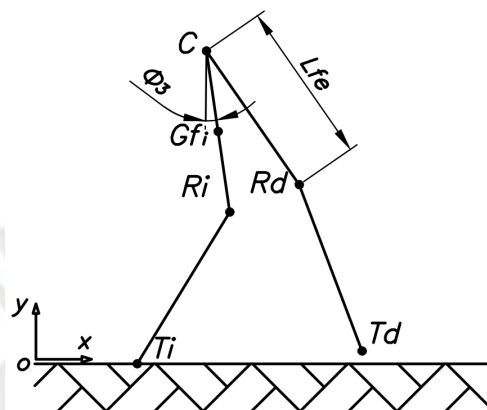


Figura 2.19. Ángulo de flexión ( $\varphi_3$ ) de la cadera con el fémur izquierdo

El ángulo " $\varphi_3$ " se determina considerando que el comienzo de su comportamiento se da en el 50% del ciclo de marcha de la Figura 2.7. De esta manera, conociendo los datos aproximados del ángulo en función del porcentaje de fase, se obtiene la Ecuación 2.19 que describe el ángulo del fémur izquierdo durante la marcha y se aproxima mediante una regresión polinomial aplicada a la curva de la Figura 2.7 obteniéndose una expresión de octavo grado. En la Figura 2.20 se puede observar que esta ecuación describe aproximadamente el comportamiento de la Figura 2.7 a partir del 50% del ciclo de marcha.

$$\begin{aligned} \varphi_3 = & -165.01t^8 + 975.06t^7 - 1981.8t^6 + 1085.24t^5 + 1620.35t^4 \\ & - 2684.97t^3 + 1316.46t^2 - 127.19t - 9.99 \end{aligned} \quad (2.19)$$

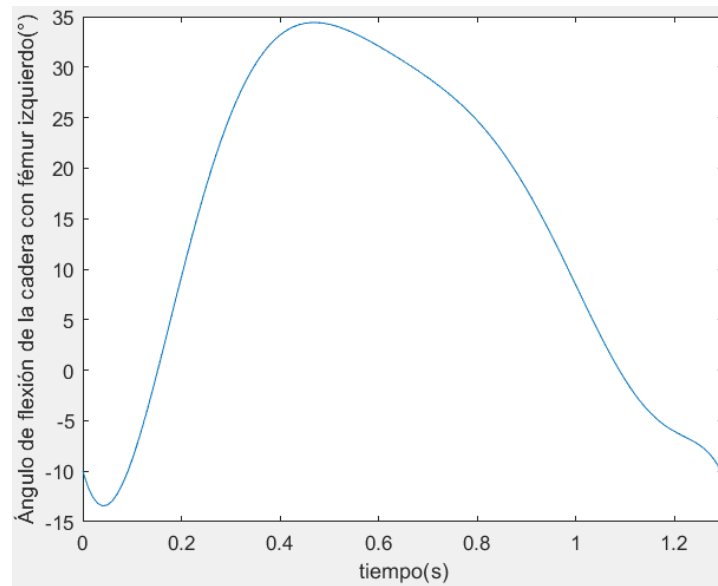


Figura 2.20. Movimiento angular del fémur izquierdo aproximado respecto a la cadera

De esta manera, la trayectoria de la rodilla izquierda en el plano sagital vendría dada por las Ecuaciones 2.20 y 2.21. En la Figura 2.21 se puede observar la trayectoria vertical de esta rodilla en función al tiempo de un ciclo de marcha. Por otro lado, se tienen las Ecuaciones 2.22 y 2.23 que describen la trayectoria del centro de masa del fémur izquierdo respecto de la cadera y en la Figura 2.22 se puede observar la trayectoria vertical de esta para un ciclo de marcha.

$$x_{Ri} = x_C + L_{fe} * \text{sen}(\varphi_3) \text{ [cm]} \quad (2.20)$$

$$y_{Ri} = y_C - L_{fe} * \text{cos}(\varphi_3) \text{ [cm]} \quad (2.21)$$

$$x_{Gfi} = x_C + 40.95\%L_{fe} * \text{sen}(\varphi_3) \text{ [cm]} \quad (2.22)$$

$$y_{Gfi} = y_C - 40.95\%L_{fe} * \text{cos}(\varphi_3) \text{ [cm]} \quad (2.23)$$

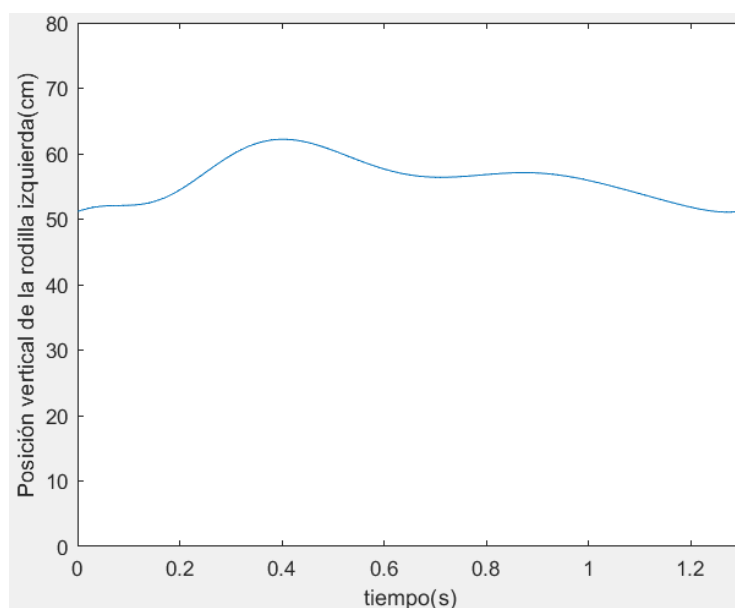


Figura 2.21. Trayectoria vertical de la rodilla izquierda en un ciclo de marcha

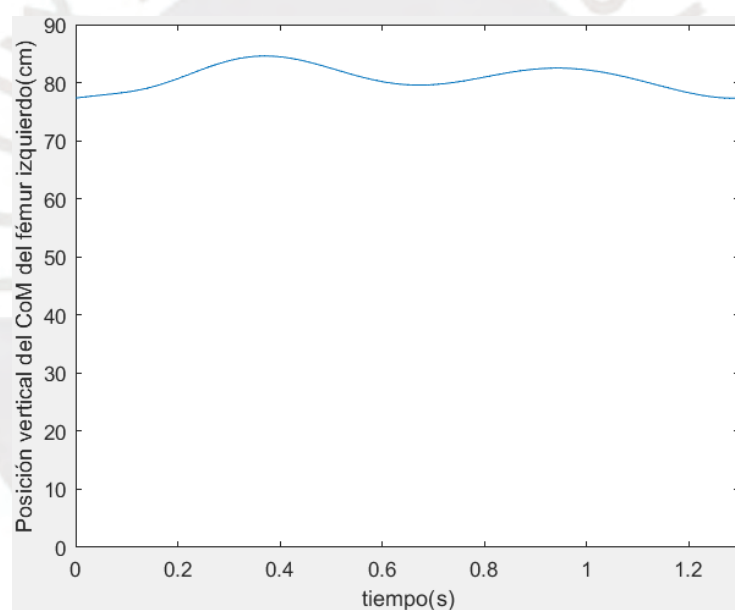


Figura 2.22. Trayectoria vertical del centro de masa del fémur izquierdo en un ciclo de marcha

En la Tabla 2.3 se tiene la comparación entre los ángulos de flexión del fémur izquierdo con respecto a la cadera correspondientes a la curva de la Figura 2.7 de acuerdo a lo establecido por Camargo [2017] y los ángulos de flexión estimados con la Ecuación 2.19 para un determinado porcentaje de marcha. Esta comparación se realiza para verificar la proximidad de la curva estimada de la Figura 2.20 mediante los errores relativos. En esta tabla se puede observar que para el 80% del porcentaje de marcha se tiene un error relativo de 12.2%, el cual es el que más se aleja del promedio, pero no se considera significativo al tratarse de un ángulo pequeño.

Tabla 2.3. Comparación de ángulos según el porcentaje de marcha

Porcentaje de marcha (%)	Valor de curva real (°)	Valor de curva estimada $\varphi_3$ (°)	Error relativo (%)
0	-10	-9.99	0.10
10	-4	-4.05	1.25
23	25	25.18	0.72
37	35	34.39	1.74
45	32	32.49	1.53
50	30	30.59	1.97
60	27	25.71	4.78
70	16	17.06	6.63
80	5	4.39	12.20
90	-5	-5.08	1.6
100	-10	-10.55	5.5
Error relativo promedio (%)			3.46

### 2.8. Cinemática de tobillo izquierdo (Ti) y centro de masa de tibia izquierda (Gti)

La trayectoria del tobillo izquierdo (Ti) y del centro de masa de la tibia izquierda (Gti) se determinan de forma similar al tobillo derecho (Td) y al centro de masa de la tibia derecha (Gtd) tomando como ahora como referencia la trayectoria de la rodilla izquierda (Ri), la longitud de la tibia (Lti) y el ángulo de flexión de la rodilla izquierda ( $\varphi_4$ ) que se forma entre la tibia y una línea que se extiende desde el fémur, esto se aprecia en la Figura 2.23.

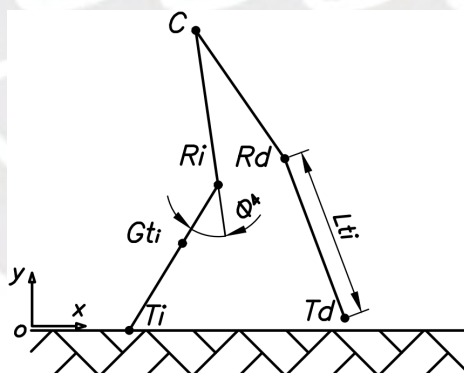


Figura 2.23. Ángulo de flexión de la rodilla izquierda en el modelo

El ángulo " $\varphi_4$ " se determina considerando que el comienzo de su comportamiento se da en el 50% del ciclo de marcha de la Figura 2.13. De esta manera, con los datos aproximados del ángulo en función del porcentaje de fase, se obtiene la Ecuación 2.24 que describe el ángulo de flexión de la rodilla izquierda durante la marcha y se aproxima mediante una regresión polinomial aplicada a la curva de la Figura 2.13, obteniéndose una expresión de octavo grado con el software

Excel. En la Figura 2.24 se puede observar que esta ecuación describe aproximadamente el comportamiento de la Figura 2.13 a partir del 50% del ciclo de marcha.

$$\begin{aligned} \varphi_4 = & -181.73t^8 + 105.18t^7 + 4179.75t^6 - 15089.86t^5 + 21982.41t^4 \\ & - 15014.71t^3 + 4256.24t^2 - 238.47t + 12.03 \end{aligned} \quad (2.24)$$

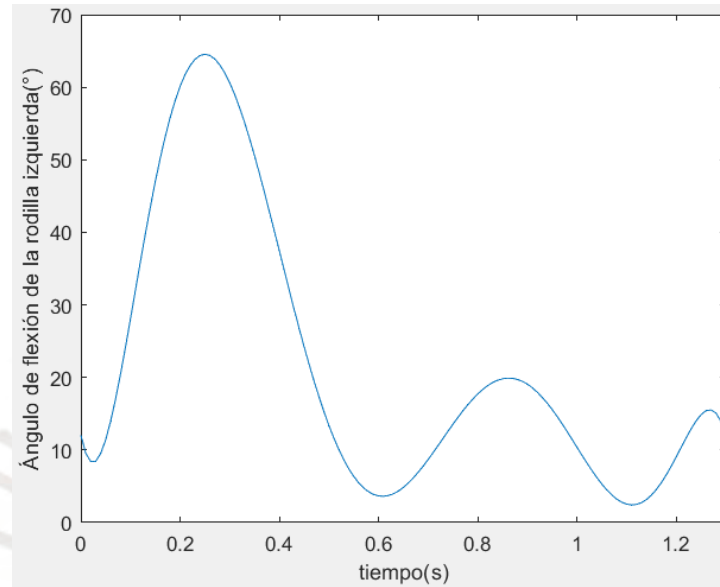


Figura 2.24. Ángulo de flexión ( $\varphi_4$ ) de la rodilla izquierda estimado en el tiempo

De esta manera, la trayectoria del tobillo izquierdo en el plano sagital vendría dada por las Ecuaciones 2.25 y 2.26. En la Figura 2.25 se puede observar su trayectoria en función al tiempo de un ciclo de marcha. Por otro lado, se tienen las Ecuaciones 2.27 y 2.28 que describen la trayectoria del centro de masa de la tibia izquierda respecto de la rodilla izquierda y en la Figura 2.26 se puede observar la trayectoria vertical de esta para un ciclo de marcha.

$$x_{Ti} = x_{Ri} + L_{ti} * \cos(90 - \varphi_3 + \varphi_4) \text{ [cm]} \quad (2.25)$$

$$y_{Ti} = y_{Ri} - L_{ti} * \sen(90 - \varphi_3 + \varphi_4) \text{ [cm]} \quad (2.26)$$

$$x_{Gti} = x_{r2} + 43.95\%L_{ti} * \cos(90 - \varphi_3 + \varphi_4) \text{ [cm]} \quad (2.27)$$

$$y_{Gti} = y_{r2} - 43.95\%L_{ti} * \sen(90 - \varphi_3 + \varphi_4) \text{ [cm]} \quad (2.28)$$

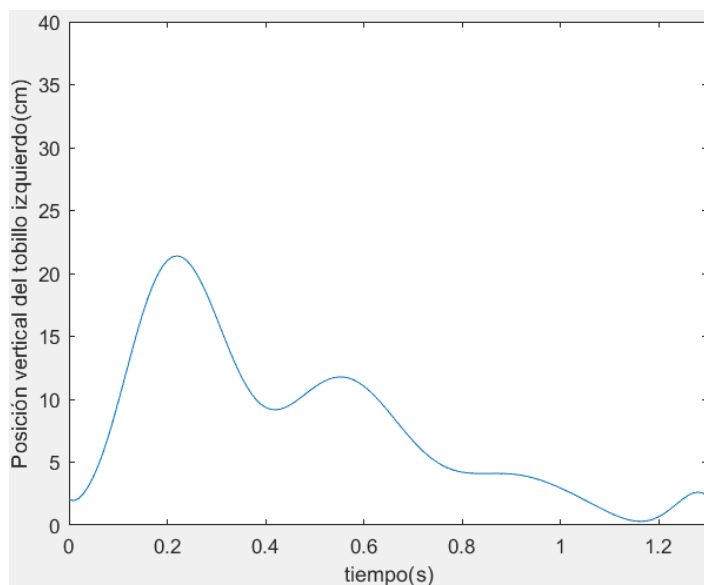


Figura 2.25. Trayectoria vertical del tobillo izquierdo en un ciclo de marcha

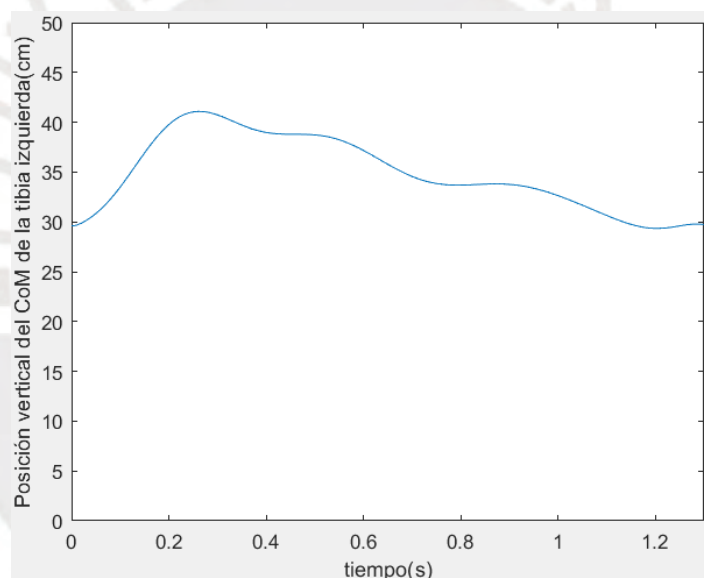


Figura 2.26. Trayectoria vertical del centro de masa de la tibia izquierda en un ciclo de marcha

En la Tabla 2.4 se tiene la comparación entre los ángulos de flexión de la rodilla izquierda correspondientes a la curva de la Figura 2.13 de acuerdo a lo establecido por Camargo [2017] y los ángulos de flexión estimados con la Ecuación 2.24 para un determinado porcentaje de marcha. Esta comparación se realiza para verificar la proximidad de la curva estimada de la Figura 2.24 mediante los errores relativos. En esta tabla se puede observar que para el 60% del porcentaje de marcha se tiene un error relativo de 23.73%, el cual es el que más se aleja del promedio, pero no se considera significativo al momento de realizarse los cálculos.

Tabla 2.4. Comparación de ángulos según el porcentaje de marcha

Porcentaje de marcha (%)	Valor de curva real (°)	Valor de curva estimada $\varphi_2$ (°)	Error relativo (%)
0	12	12.03	0.25
10	40	39.81	0.48
23	60	60.75	1.25
37	20	17.08	14.6
50	5	4.86	2.80
60	20	16.25	18.75
70	15	18.56	23.73
80	8	6.19	22.63
90	5	5.51	10.20
100	12	11.94	0.50
Error relativo promedio (%)			9.52

En la Figura 2.27 se observa el comportamiento de la pierna izquierda luego de definir las trayectorias de sus articulaciones principales, mostrando la posición para distintos porcentajes del ciclo de marcha. Estas posiciones permiten observar la fase de balanceo (0%, 20%, 40%), la fase de apoyo (60%, 80%, 100%) y el momento donde el talón vuelve a dejar de estar en contacto con el suelo (100%) para dar comienzo a un nuevo ciclo. Una vez establecidas las trayectorias de ambas piernas durante un ciclo de marcha se puede realizar la simulación del modelo a lo largo de un ciclo de marcha para distintas fases. En la Figura 2.28 se puede observar la marcha normal del modelo realizado en Matlab con ambas piernas.

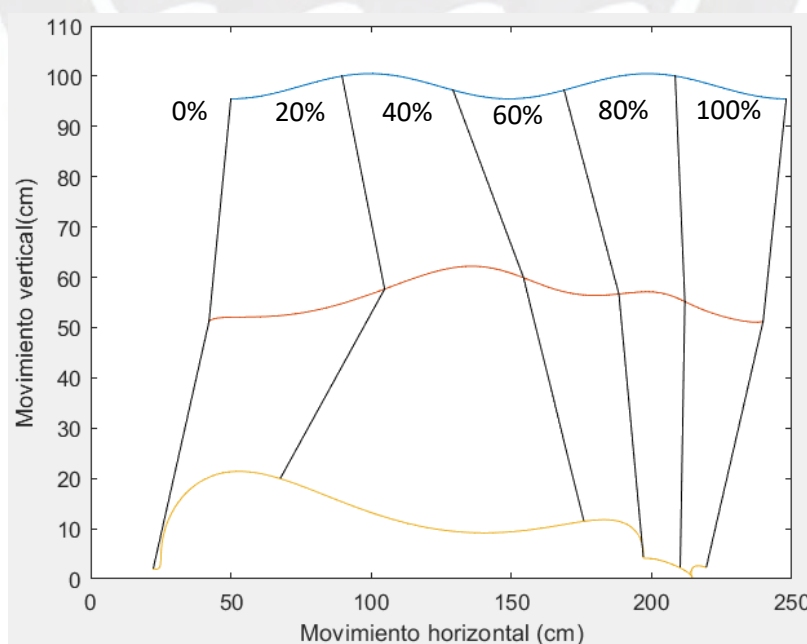


Figura 2.27. Trayectoria de la pierna izquierda durante un ciclo de marcha. Porcentajes de marcha de 0%, 20%, 40%, 60%, 80% y 100% de izquierda a derecha respectivamente

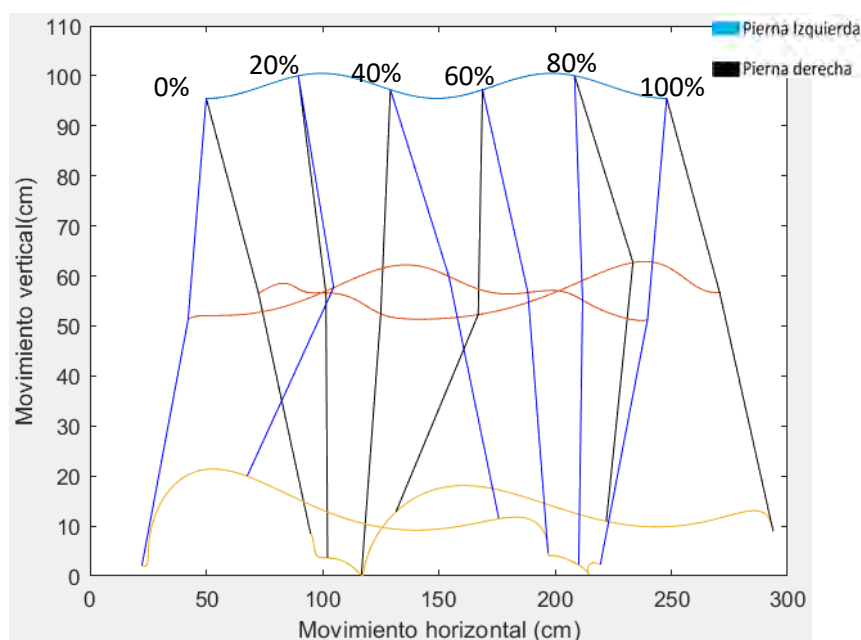


Figura 2.28. Trayectoria del modelo con ambas piernas durante un ciclo de marcha. Porcentajes de marcha de 0%, 20%, 40%, 60%, 80% y 100% de izquierda a derecha respectivamente

Se puede apreciar que al juntar las trayectorias de ambas piernas se ve representada la marcha humana normal para las fases de marcha indicadas.

## 2.9. Efectos cinéticos sobre el modelo biomecánico

La determinación de los efectos cinéticos sobre el modelo propuesto se realiza por medio de la formulación Newton-Euler, considerando los segmentos que conforman el modelo biomecánico como cuerpos rígidos, y tomando como referencia las propiedades inerciales establecidas por Moreira [2015], las que se pueden apreciar en la Tabla 2.5.

Tabla 2.5. Propiedades inerciales de los segmentos del modelo biomecánico

Segmento	Masa (kg)	Inercia (kg.m <sup>2</sup> )
Fémur	6.86	0.1238
Tibia	3.28	0.049

Además, considerando que el sujeto de referencia, de 1.80 metros de estatura, tiene un peso saludable de 74 kilogramos, se puede determinar que la masa del torso es de 53.72 kilogramos al restar los pesos de los segmentos de la Tabla 2.5. Por otro lado, se establece que la masa de referencia de la mochila es de 5 kg. Una vez establecidos los parámetros necesarios, se procede a realizar el diagrama de cuerpo libre de cada segmento.

### 2.10. Diagrama de cuerpo libre general de todo el cuerpo

Se elabora el diagrama general de cuerpo libre del modelo sin mochila. Esto se hace para tener en cuenta todas las fuerzas involucradas e ir realizando los diagramas de cuerpo libre de los distintos segmentos que lo componen. Además, se considera que, durante la marcha normal, el torso no se inclina y se mantiene en posición vertical durante todo el ciclo, tal como se estipuló en la Sección 2.2. Este diagrama se puede observar en la Figura 2.29.

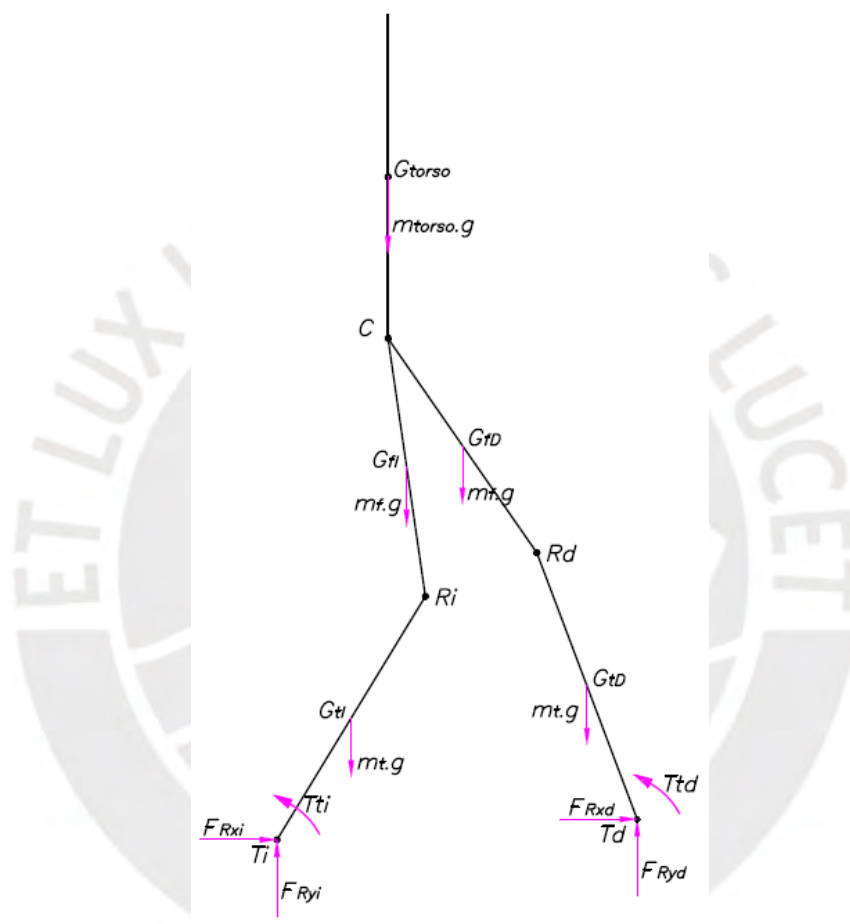


Figura 2.29 DCL General del modelo con torso y sin mochila

Por otro lado, se procede a realizar el diagrama general de cuerpo libre incluyendo la mochila. Este diagrama se puede observar en la Figura 2.30. Además, la distancia entre el centro de masa de la mochila y el centro de masa del torso es de 13.5 cm de acuerdo a lo establecido por [Sturdy, 2021].

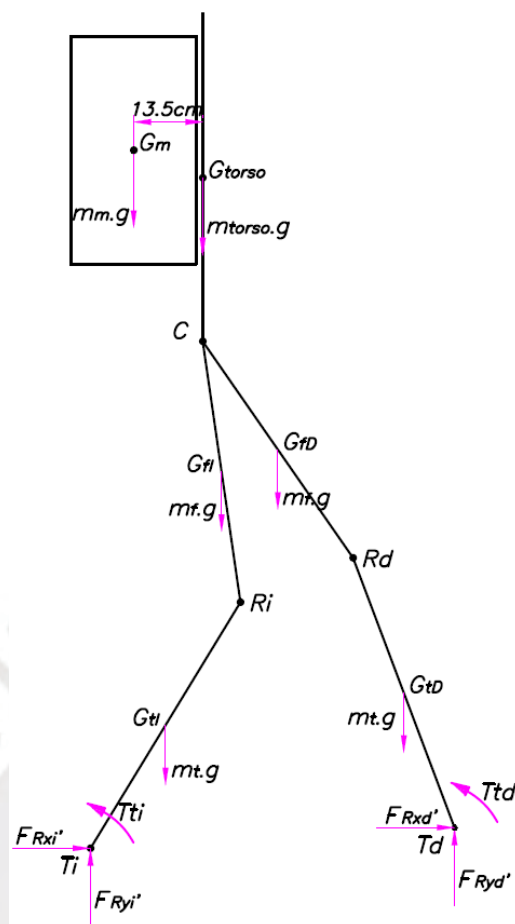


Figura 2.30. DCL general considerando mochila

## 2.11. Diagrama de cuerpo libre y diagrama cinético del torso sin mochila

En la Figura 2.31 se muestra el DCL y el DC correspondiente al torso cuando no se tiene mochila.

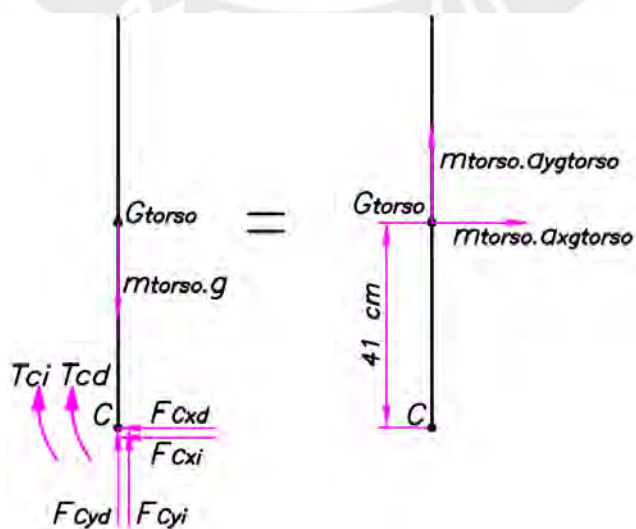


Figura 2.31. DCL y DC del torso sin mochila

De la Ecuación 2.8 se puede observar que el centro de masa del torso se desplaza a velocidad constante, por lo que la aceleración en dirección horizontal es nula. Por otro lado, para la Ecuación 2.7 se determina su derivada de segundo orden con el software Matlab, para determinar la aceleración en dirección vertical en función al tiempo. De acuerdo a la primera y segunda Ley Newton-Euler se tienen las Ecuaciones 2.29 a 2.31 que nos indican el resultado de la suma de fuerzas en dirección horizontal y vertical y el resultado de la suma de torques respecto al centro de gravedad respectivamente.

$$F_{cxi} = -F_{cxd} \text{ [N]} \quad (2.29)$$

$$F_{cyd} + F_{cyi} - m_{\text{torso}} * g = m_{\text{torso}} * a_{ygtorso} \text{ [N]} \quad (2.30)$$

$$T_{cd} = -T_{ci} \text{ [N.m]} \quad (2.31)$$

## 2.12. Diagrama de cuerpo libre y diagrama cinético del torso con mochila

En la Figura 2.32 se puede observar el DCL y el DC correspondiente al torso con la mochila.

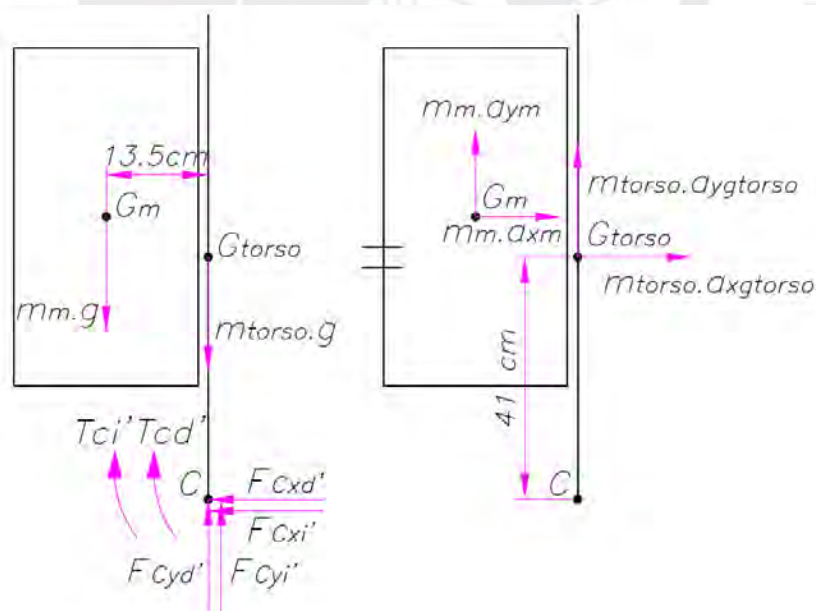


Figura 2.32. DCL y DC del torso con mochila

De acuerdo a la primera y segunda Ley Newton-Euler se tienen las Ecuaciones 2.32, 2.33 y 2.34 que nos indican el resultado de la suma de fuerzas en dirección horizontal y vertical y el resultado de la suma de torques respecto al centro de gravedad respectivamente.

$$F_{cxi} = -F_{cxd} [N] \quad (2.32)$$

$$F_{cyd} + F_{cyi} - m_{torso} * g - m_m * g = (m_{torso} + m_m) * a_{ygtorso} [N] \quad (2.33)$$

$$T_{cd} + T_{ci} = 0.135 * m_m * (g + a_{ym}) + 0.4575 * m_m * a_{xm} [N.m] \quad (2.34)$$

A partir de lo observado en las Ecuaciones 2.29 a 2.31 y 2.32 a 2.34, se considera que la única diferencia en los sistemas sin mochila y con mochila es la ubicación de esta en el tronco. Asimismo, como los efectos de esta carga se transmiten a través de las fuerzas de interacción con la cadera, los diagramas de cuerpo libre para los segmentos de ambas piernas de ambos sistemas serán los mismos.

### 2.13. Diagrama de cuerpo libre y diagrama cinético del fémur de la pierna derecha

En la Figura 2.33 se puede observar el diagrama de cuerpo libre y el diagrama cinético del fémur correspondiente a esta pierna. El DCL toma en cuenta la fuerza de reacción vertical sobre la cadera ( $F_{cyd}$ ), la fuerza de reacción horizontal sobre la cadera ( $F_{cxd}$ ), el torque en la cadera ( $T_{cd}$ ), la fuerza en dirección vertical de la rodilla derecha ( $F_{yrd}$ ), la fuerza en dirección horizontal de la rodilla derecha ( $F_{xrd}$ ) y el torque de la rodilla derecha ( $T_{rd}$ ).

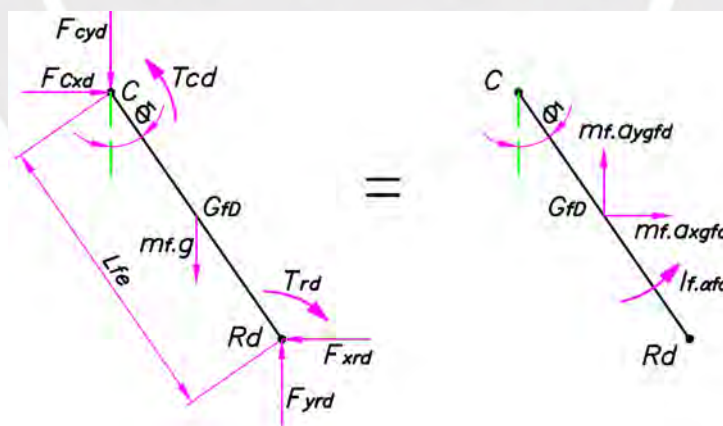


Figura 2.33. DCL y DC del fémur de la pierna derecha

La aceleración del centro de masa en las direcciones horizontal y vertical se puede determinar al hallar la derivada de segundo orden de la Ecuaciones 2.12 y 2.13, correspondientes a la trayectoria del centro de masa del fémur de la pierna derecha, haciendo uso del software Matlab. De acuerdo a la primera y segunda Ley Newton-Euler se tienen las Ecuaciones 2.35 a 2.37 que

nos indican el resultado de la suma de fuerzas en dirección horizontal y vertical y el resultado de la suma de torques respecto al centro de gravedad respectivamente.

$$F_{cxd} - F_{xrd} = m_F * a_{xGfd} [N] \quad (2.35)$$

$$F_{yrd} = m_F * g + F_{cyd} + m_F * a_{yGfd} [N] \quad (2.36)$$

$$T_{cd} - T_{rd} + 0.4095 * L_{fe} * \text{sen}(\varphi_1) * F_{cyd} + 0.5905 * L_{fe} * \text{sen}(\varphi_1) * F_{yrd} - 0.4095 * L_{fe} * \text{cos}(\varphi_1) * F_{cxd} - 0.5905 * L_{fe} * \text{cos}(\varphi_1) * F_{xrd} = I_f * \alpha_{fd} \quad (2.37)$$

#### 2.14. Diagrama de cuerpo libre y diagrama cinético de la tibia de la pierna derecha

En la Figura 2.34 se puede observar el diagrama de cuerpo libre y el diagrama cinético de la tibia correspondiente a esta pierna. El DCL toma en cuenta la fuerza en dirección vertical de la rodilla derecha ( $F_{yrd}$ ), la fuerza en dirección horizontal de la rodilla derecha ( $F_{xrd}$ ), el torque de la rodilla derecha ( $T_{rd}$ ), la fuerza de reacción del suelo en dirección vertical ( $F_{Ryd}$ ), la fuerza de reacción del suelo en dirección horizontal ( $F_{Rxd}$ ) y el torque del tobillo derecho ( $T_{td}$ ).

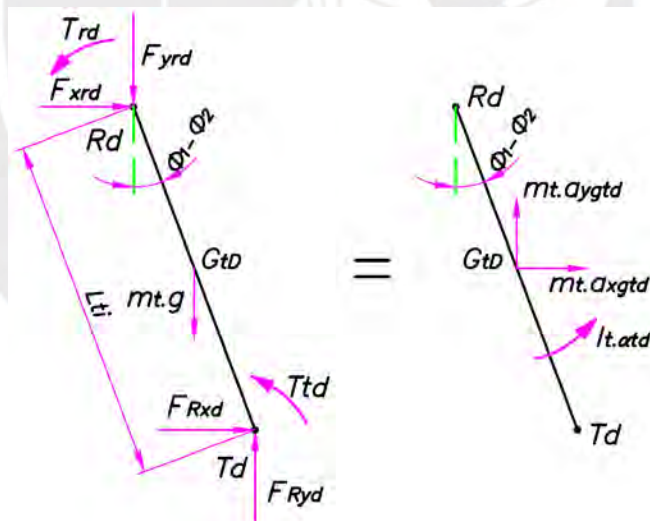


Figura 2.34. DCL y DC de la tibia de la pierna derecha

La aceleración del centro de masa en las direcciones horizontal y vertical se puede determinar con la derivada de segundo orden de las Ecuaciones 2.17 y 2.18, correspondientes a la trayectoria del centro de masa de la tibia de la pierna derecha, haciendo uso del software Matlab. De acuerdo a la primera y segunda Ley Newton-Euler se tienen las Ecuaciones 2.38 a 2.40 que nos indican

el resultado de la suma de fuerzas en dirección horizontal y vertical y el resultado de la suma de torques respecto al centro de gravedad respectivamente.

$$F_{Rxd} + F_{xrd} = m_T * a_{xGtd} [N] \quad (2.38)$$

$$F_{Ryd} - F_{yrd} - m_T * g = m_T * a_{yGtd} [N] \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} T_{td} + T_{rd} + 0.4395 * L_{ti} * \text{sen}(\varphi_1 - \varphi_2) * F_{yrd} + 0.5605 * L_{ti} * \text{sen}(\varphi_1 - \varphi_2) * F_{Ryd} \\ + 0.5605 * L_{ti} * \text{cos}(\varphi_1 - \varphi_2) * F_{Rxd} - 0.4395 * L_{ti} * \text{cos}(\varphi_1 - \varphi_2) \\ * F_{xrd} = I_t * \alpha_{td} \end{aligned} \quad (2.40)$$

## 2.15. Diagrama de cuerpo libre y diagrama cinético del fémur de la pierna izquierda

En la Figura 2.35 se puede observar el diagrama de cuerpo libre y el diagrama cinético del fémur correspondiente a esta pierna. El DCL toma en cuenta durante la fase de balanceo la fuerza de reacción vertical sobre la cadera ( $F_{cyi}$ ), la fuerza de reacción horizontal sobre la cadera ( $F_{cxi}$ ), el torque en la cadera ( $T_{ci}$ ), la fuerza en dirección vertical de la rodilla izquierda ( $F_{yri}$ ), la fuerza en dirección horizontal de la rodilla izquierda ( $F_{xri}$ ) y el torque de la rodilla izquierda ( $T_{ri}$ ).

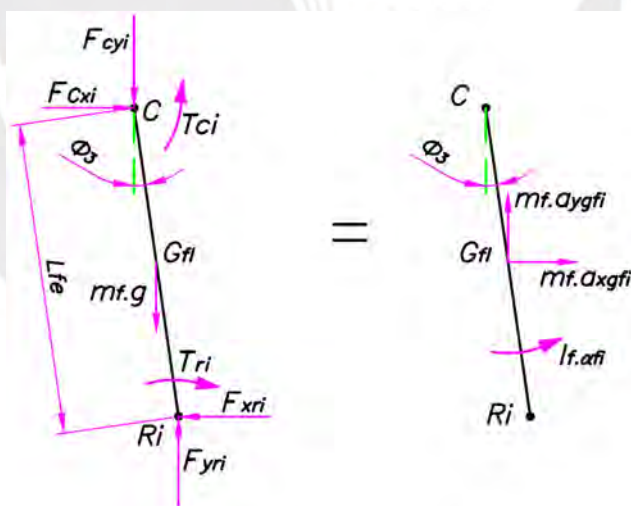


Figura 2.35. DCL y DC del fémur de la pierna izquierda

La aceleración del centro de masa en las direcciones horizontal y vertical se puede determinar con la derivada de segundo orden de las Ecuaciones 2.22 y 2.23, correspondientes a la trayectoria del centro de masa del fémur de la pierna izquierda, haciendo uso del software Matlab. De acuerdo a la primera y segunda Ley Newton-Euler se tienen las Ecuaciones 2.41 a 2.43 que nos

indican el resultado de la suma de fuerzas en dirección horizontal y vertical y el resultado de la suma de torques respecto al centro de gravedad respectivamente.

$$F_{cxi} - F_{xri} = m_F * a_{xGfi} [N] \quad (2.41)$$

$$F_{yri} - F_{cyi} - m_F * g = m_F * a_{yGfi} [N] \quad (2.42)$$

$$T_{ci} - T_{ri} - 0.4095 * L_{fe} * \cos(\varphi_3) * F_{cxi} - 0.5905 * L_{fe} * \cos(\varphi_3) * F_{xri} + 0.4095 * L_{fe} * \sin(\varphi_3) * F_{cyi} + 0.5905 * L_{fe} * \sin(\varphi_3) * F_{yri} = I_f * \alpha_{fi} \quad (2.43)$$

## 2.16. Diagrama de cuerpo libre y diagrama cinético de la tibia de la pierna izquierda

En la Figura 2.36 se puede observar el diagrama de cuerpo libre y el diagrama cinético de la tibia correspondiente a esta pierna. El DCL toma en cuenta la fuerza en dirección vertical de la rodilla izquierda ( $F_{yri}$ ), la fuerza en dirección horizontal de la rodilla izquierda ( $F_{xri}$ ) y el torque de la rodilla izquierda ( $T_{ri}$ ).

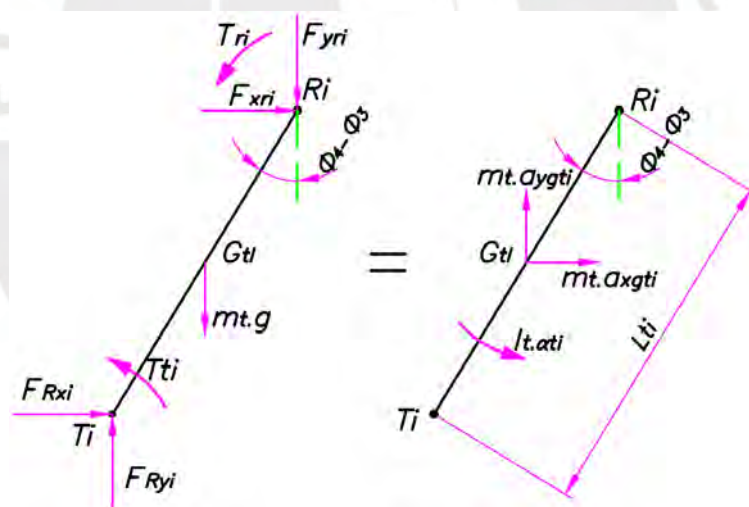


Figura 2.36. DCL y DC de la tibia de la pierna izquierda

La aceleración del centro de masa en las direcciones horizontal y vertical se puede determinar con la derivada de segundo orden de las Ecuaciones 2.27 y 2.28, correspondientes a la trayectoria del centro de masa de la tibia de la pierna izquierda, haciendo uso del software Matlab. De acuerdo a la primera y segunda Ley Newton-Euler se tienen las Ecuaciones 2.44 a 2.46 que nos indican el resultado de la suma de fuerzas en dirección horizontal y vertical y el resultado de la suma de torques respecto al centro de gravedad respectivamente.

$$F_{xri} + F_{Rxi} = m_T * a_{xGti} [N] \quad (2.44)$$

$$F_{Ryi} - F_{yri} - m_T * g = m_T * a_{yGti} [N] \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} T_{ti} + T_{ri} - 0.4395 * L_{ti} * \text{sen}(\varphi_4 - \varphi_3) * F_{yri} - 0.4395 * L_{ti} * \cos(\varphi_4 - \varphi_3) * F_{xri} \\ + 0.5605 * L_{ti} * \cos(\varphi_4 - \varphi_3) * F_{Rxi} - 0.5605 * L_{ti} * \text{sen}(\varphi_4 - \varphi_3) \\ * F_{Ryi} = I_t * \alpha_{ti} \end{aligned} \quad (2.46)$$

### 2.17. Consideraciones adicionales durante la marcha

Como se estableció en las Secciones 2.7 y 2.8, y como se evidencia en las Figuras 2.46 a 2.49, existe un desfase en el comportamiento de las fuerzas y ángulos entre la pierna derecha y la izquierda de aproximadamente 50%. Esto nos permite establecer una relación entre las fuerzas de ambas piernas como se muestra en las Ecuaciones 2.47, 2.48 y 2.49.

$$F_{Rxi} = F_{Rxd}(t_{ciclo} + 50\%t_{ciclo}) [N] \quad (2.47)$$

$$F_{Ryi} = F_{Ryd}(t_{ciclo} + 50\%t_{ciclo}) [N] \quad (2.48)$$

$$T_{ti} = T_{td}(t_{ciclo} + 50\%t_{ciclo}) [Nm] \quad (2.49)$$

Además, cabe mencionar que para considerar la condición de balanceo en ambas piernas se establecieron funciones parciales en las fuerzas de reacción del tobillo derecho que representa el pie, de modo que se distinga la fase de balanceo con la de apoyo. Es decir, se definió que a partir del 50% del ciclo de marcha, los valores en cada reacción decrezcan hasta llegar a 0. Esto se implementó en Matlab de modo que se asegure la continuidad con las curvas obtenidas para cada reacción en el tobillo. Esto se hizo con el objetivo de poder representar la fase donde no existe contacto alguno con el suelo.

### 2.18. Resolución de ecuaciones sin mochila

El sistema de ecuaciones que abarca las Ecuaciones 2.29 a 2.31 y 2.35 a 2.49 fue resuelto haciendo uso del software Matlab con los datos de la Tabla 2.6. De esta manera se obtienen las Figuras 2.37 a 2.45, que representan el comportamiento de las fuerzas y momentos de

reacción sobre cada articulación durante la marcha sin usar mochila y las consideraciones establecidas en las Secciones 2.9 y 2.10.

Tabla 2.6. Parámetros usados en las Ecuaciones 2.29 a 2.31 y 2.35 a 2.49

Parámetro	Valor
$L_{fe}$	45 cm
$L_{ti}$	53 cm
$m_f$	6.86 kg
$I_f$	0.1238 kg.m <sup>2</sup>
$m_{torso}$	53.72 kg
$m_t$	3.28 kg
$I_t$	0.049 kg.m <sup>2</sup>

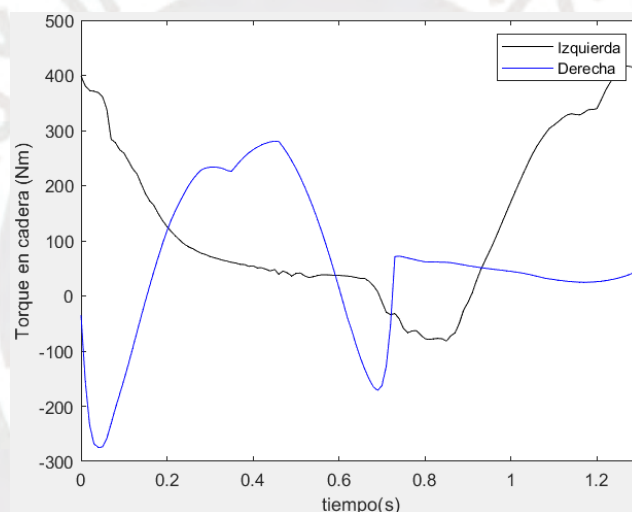


Figura 2.37. Torque producido en la cadera debido a piernas izquierda y derecha

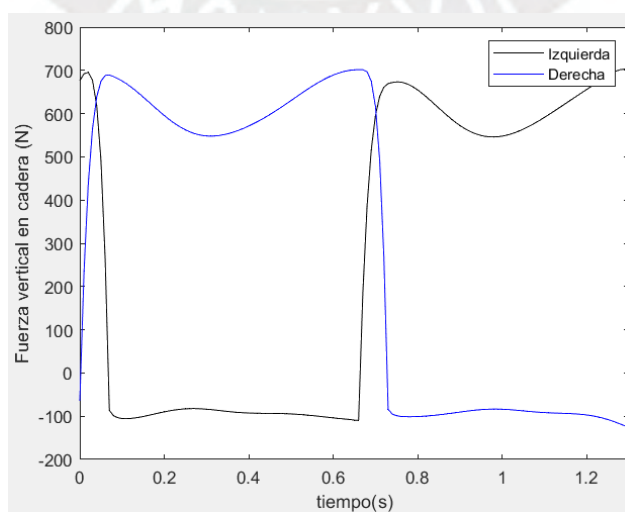


Figura 2.38. Fuerza de reacción vertical en la cadera producida por piernas izquierda y derecha

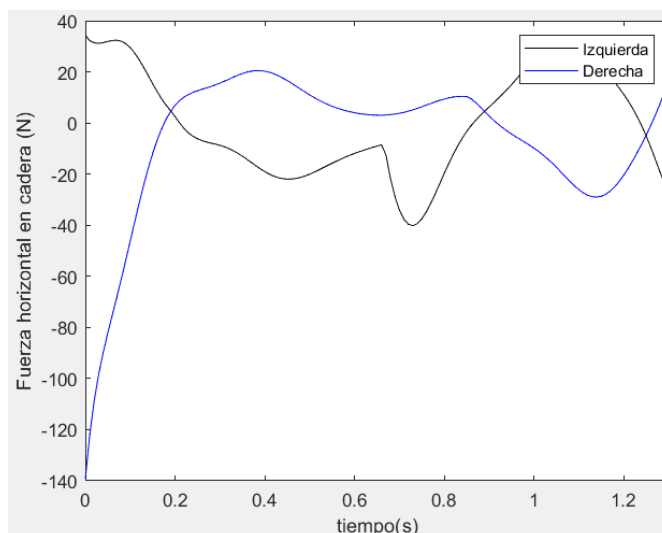


Figura 2.39. Fuerza de reacción horizontal en la cadera producida por piernas izquierda y derecha

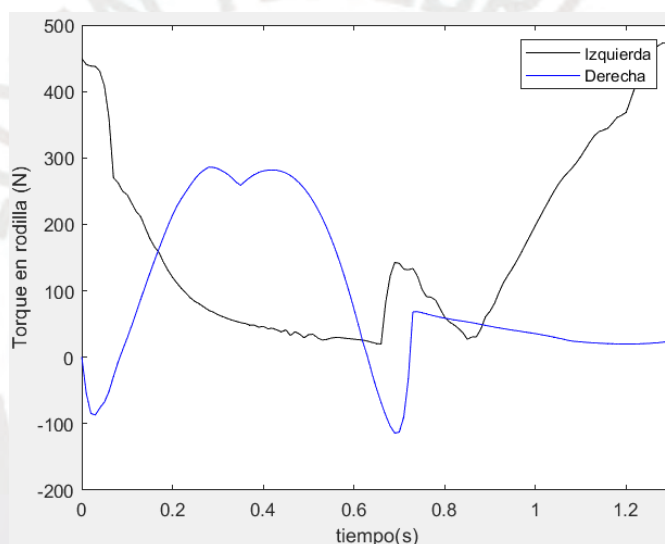


Figura 2.40. Torque producido en la rodilla debido a piernas izquierda y derecha

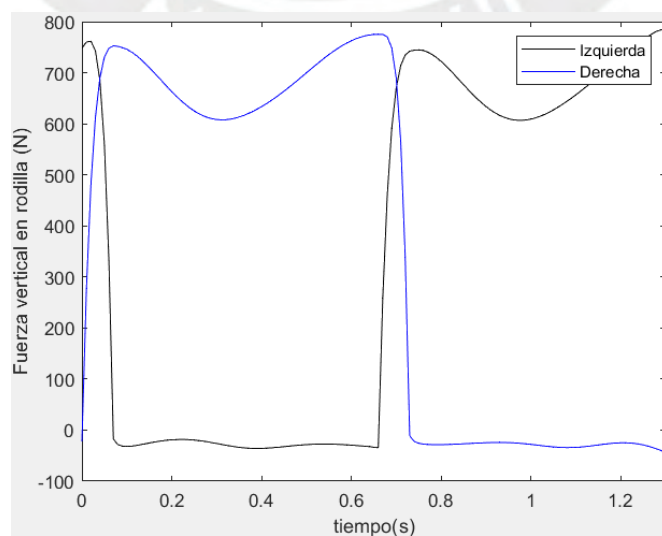


Figura 2.41. Fuerza de reacción vertical en la rodilla producida por piernas izquierda y derecha

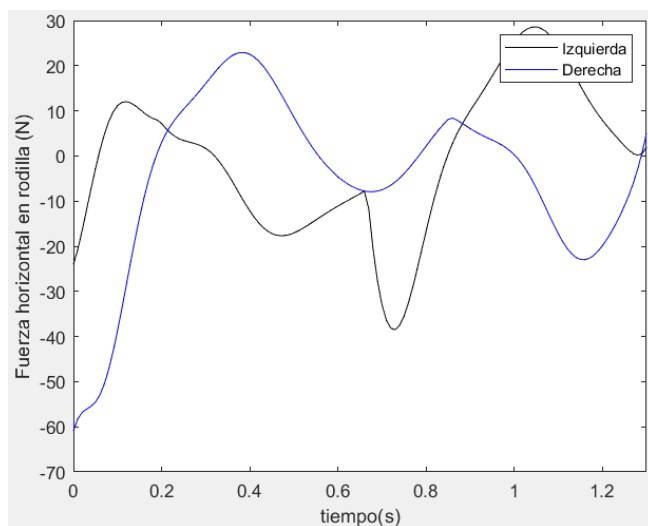


Figura 2.42. Fuerza de reacción horizontal en la rodilla producida por piernas izquierda y derecha

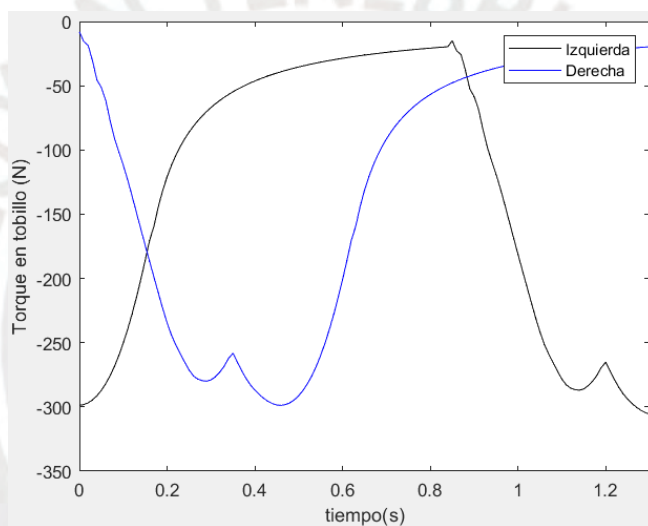


Figura 2.43. Torque producido en el tobillo debido a piernas izquierda y derecha

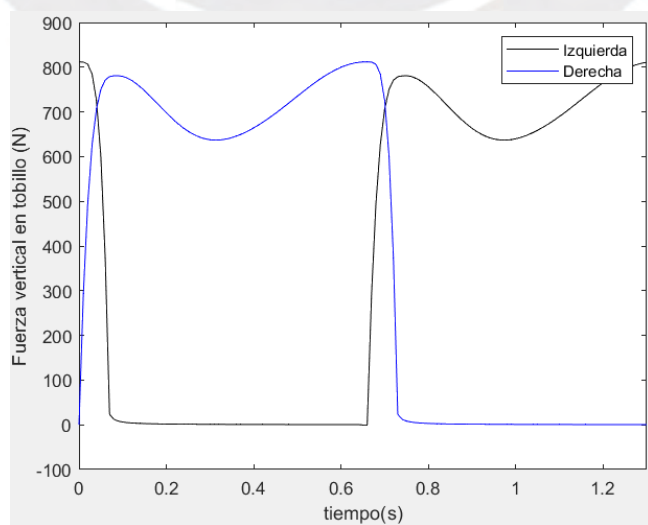


Figura 2.44. Fuerza de reacción vertical en el tobillo producida por piernas izquierda y derecha

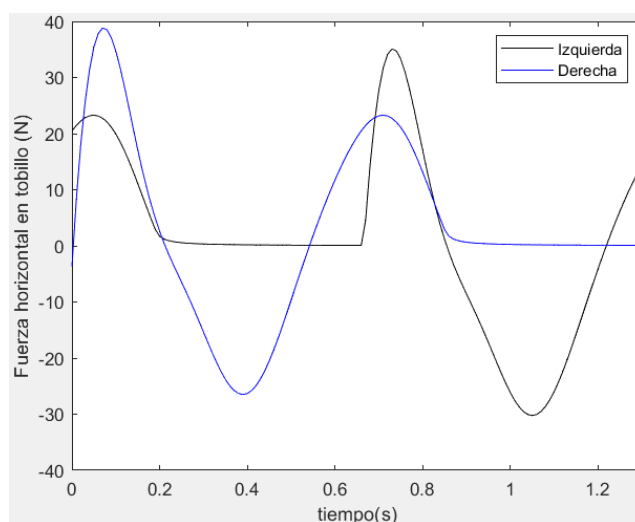


Figura 2.45. Fuerza de reacción horizontal en el tobillo producido por piernas izquierda y derecha

De acuerdo a lo planteado por Pàmies [2012] en sus estudios sobre el análisis la marcha humana normal, se observa similitud en el comportamiento de las gráficas de las Figuras 2.44 y 2.45 con las Figuras 2.46 a 2.49, de manera que ahora se tenga que verificar los resultados obtenidos utilizando información de la vida real con el sujeto de referencia.

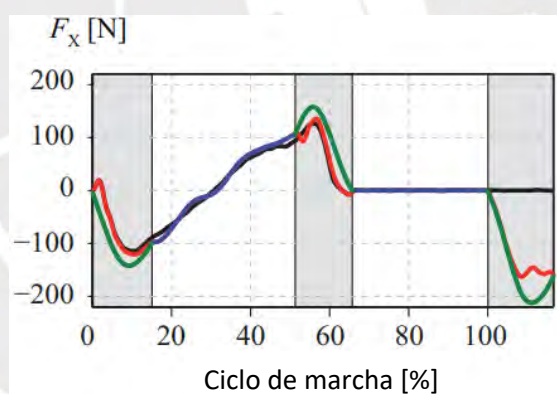


Figura 2.46. Fuerza horizontal en el tobillo derecho [Pàmies, 2012]

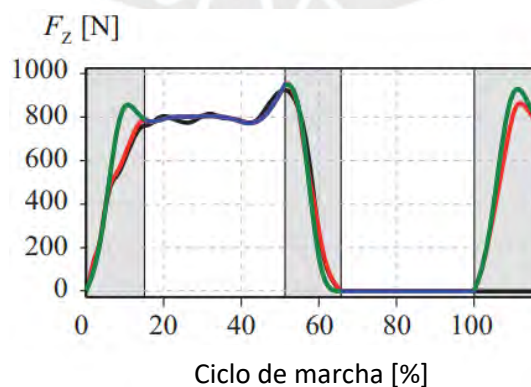


Figura 2.47. Fuerza vertical en el tobillo derecho [Pàmies, 2012]

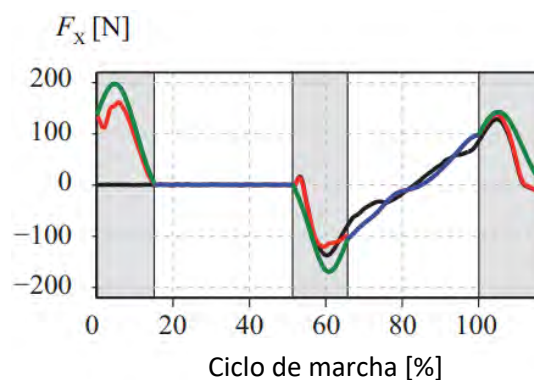


Figura 2.48. Fuerza horizontal en el tobillo izquierdo [Pàmies, 2012]

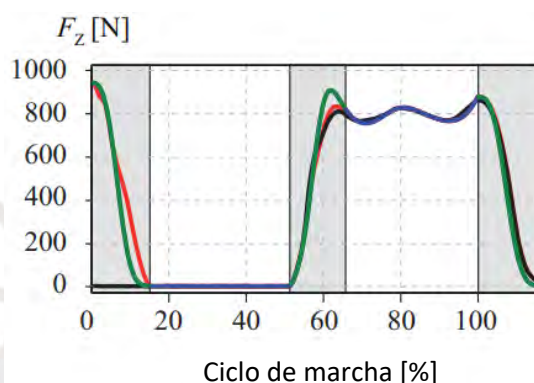


Figura 2.49. Fuerza vertical en el tobillo izquierdo [Pàmies, 2012]

## 2.19. Fuerzas y momentos de reacción en las articulaciones incluyendo mochila

El sistema de ecuaciones que abarca las Ecuaciones 2.32 a 2.49 fue resuelto haciendo uso del software Matlab con los datos de la Tabla 2.7. De esta manera se obtienen las Figuras 2.50 a 2.61, donde se muestra el comportamiento de las fuerzas y momentos de reacción sobre cada articulación durante la marcha con y sin el uso de mochila y las consideraciones establecidas en las Secciones 2.9 y 2.10.

Tabla 2.7. Parámetros usados en las Ecuaciones 2.32 a 2.49

Parámetro	Valor
$L_{fe}$	45 cm
$L_{ti}$	53 cm
$m_f$	6.86 kg
$I_f$	0.1238 kg.m <sup>2</sup>
$m_{torso}$	53.72 kg
$m_t$	3.28 kg
$I_t$	0.049 kg.m <sup>2</sup>
$m_m$	5 kg

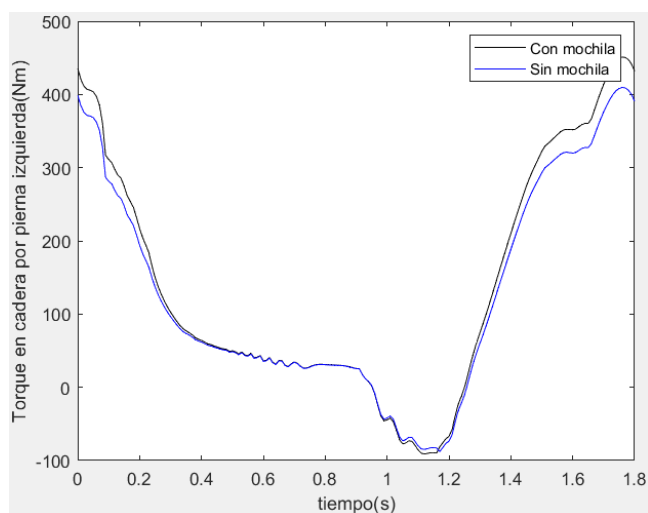


Figura 2.50. Comparación de torque producido en la cadera debido a pierna izquierda

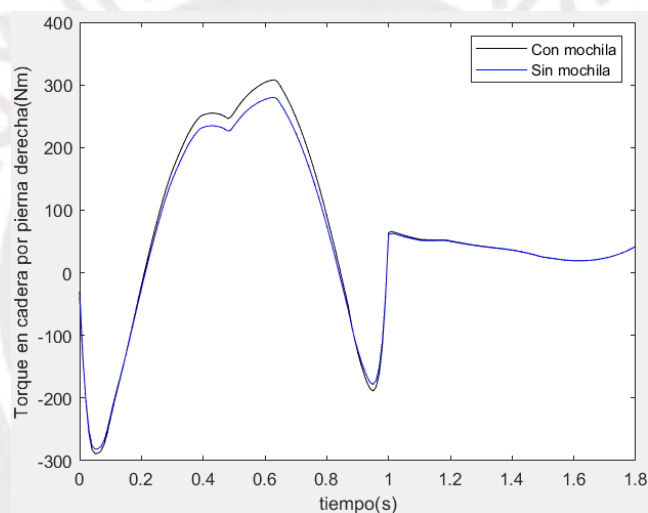


Figura 2.51. Comparación de torque producido en la cadera debido a pierna derecha

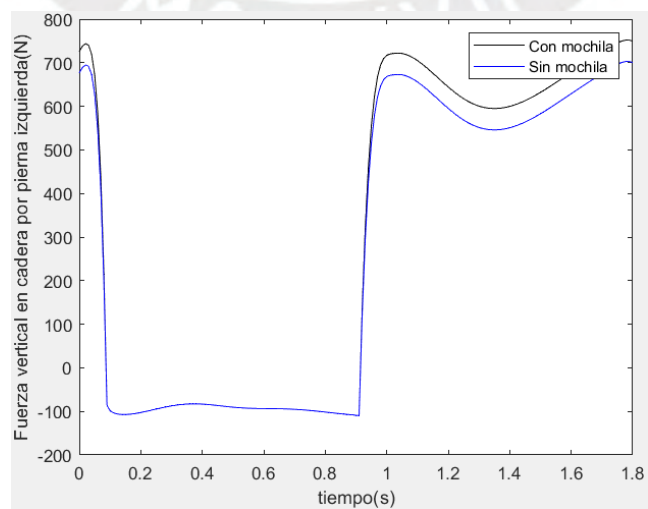


Figura 2.52. Comparación de fuerza de reacción vertical en la cadera producida por la pierna izquierda

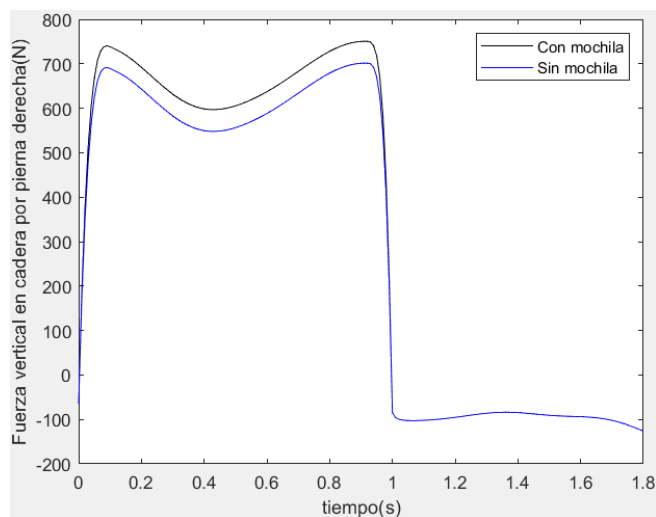


Figura 2.53. Comparación de fuerza de reacción vertical en cadera producida por la pierna derecha

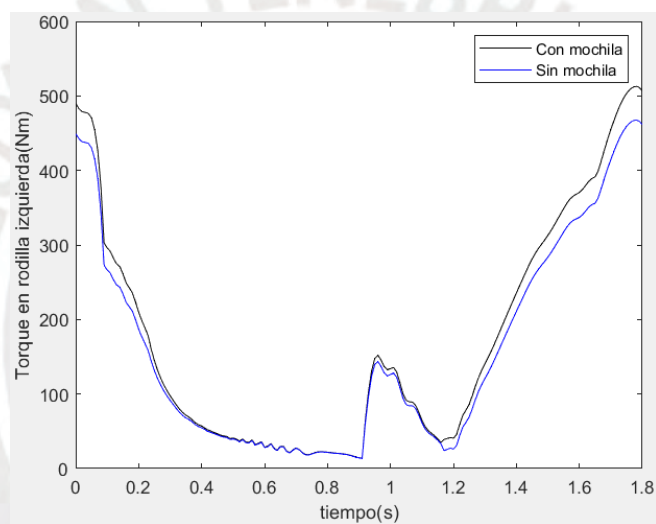


Figura 2.54. Comparación de torque producido en la rodilla izquierda

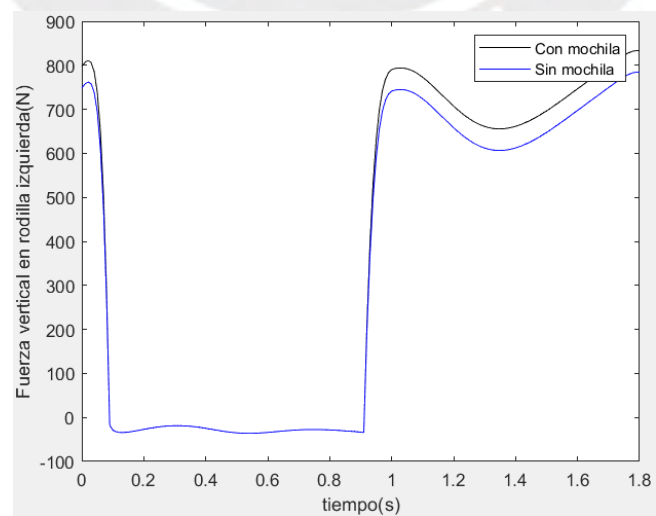


Figura 2.55. Comparación de fuerza de reacción vertical en rodilla izquierda

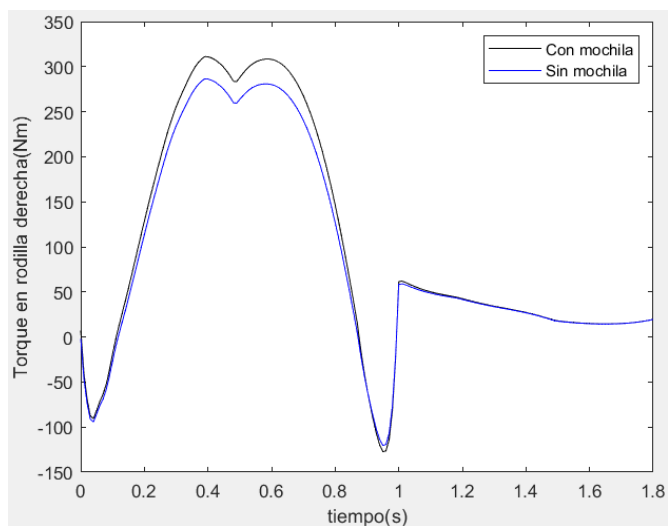


Figura 2.56. Comparación de torque producido en la rodilla derecha

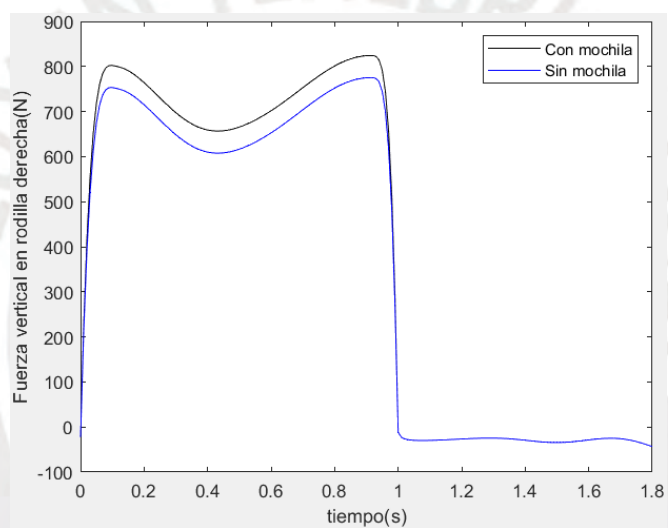


Figura 2.57. Comparación de fuerza de reacción vertical producida en la rodilla derecha

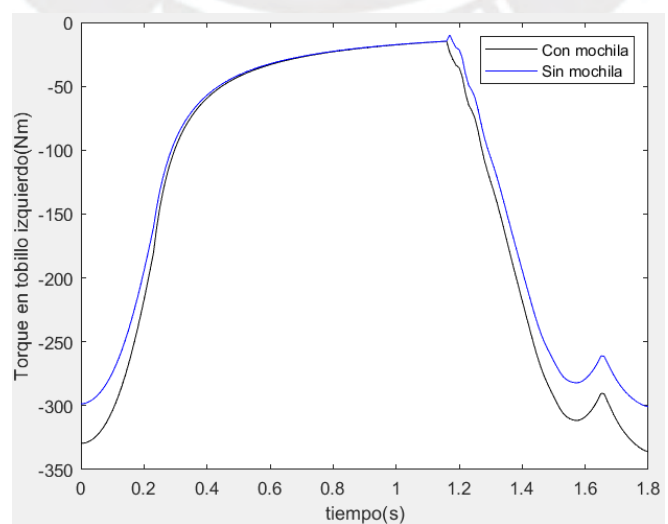


Figura 2.58. Comparación de torque producido en el tobillo izquierdo

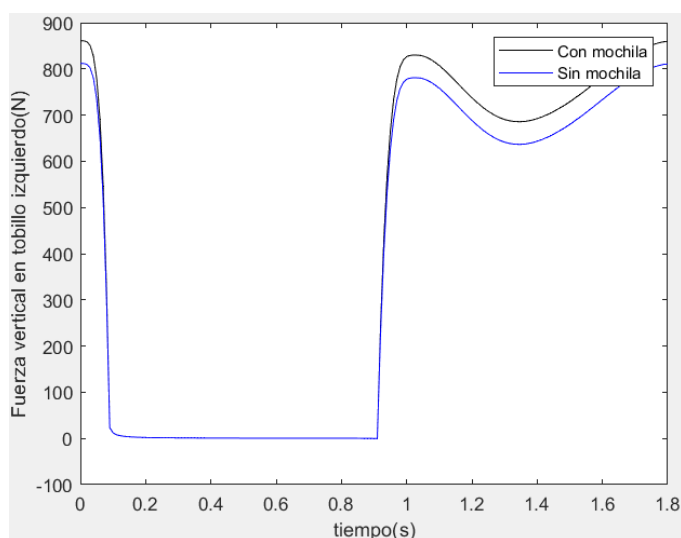


Figura 2.59. Comparación de fuerza de reacción vertical producida en el tobillo izquierdo

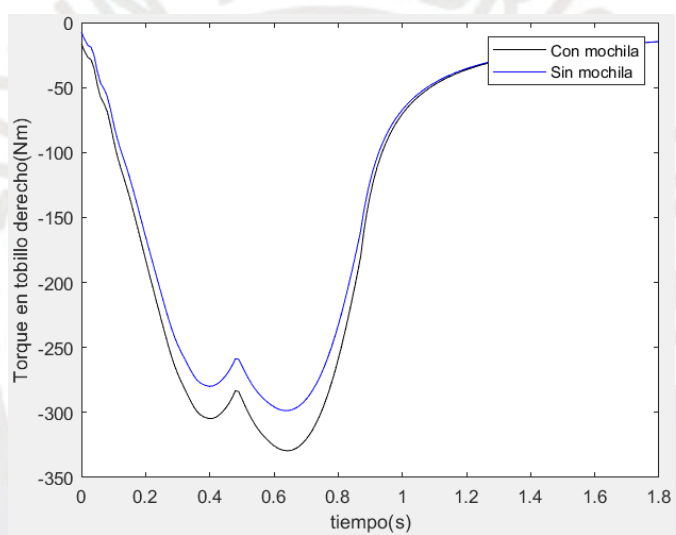


Figura 2.60. Comparación de torque producido en el tobillo derecho

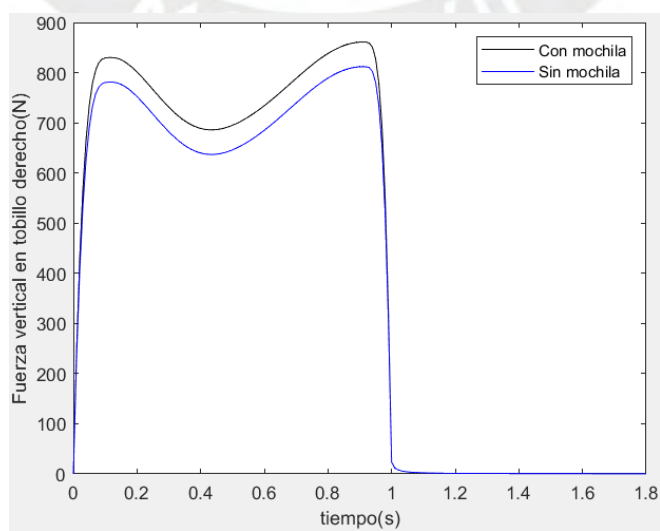
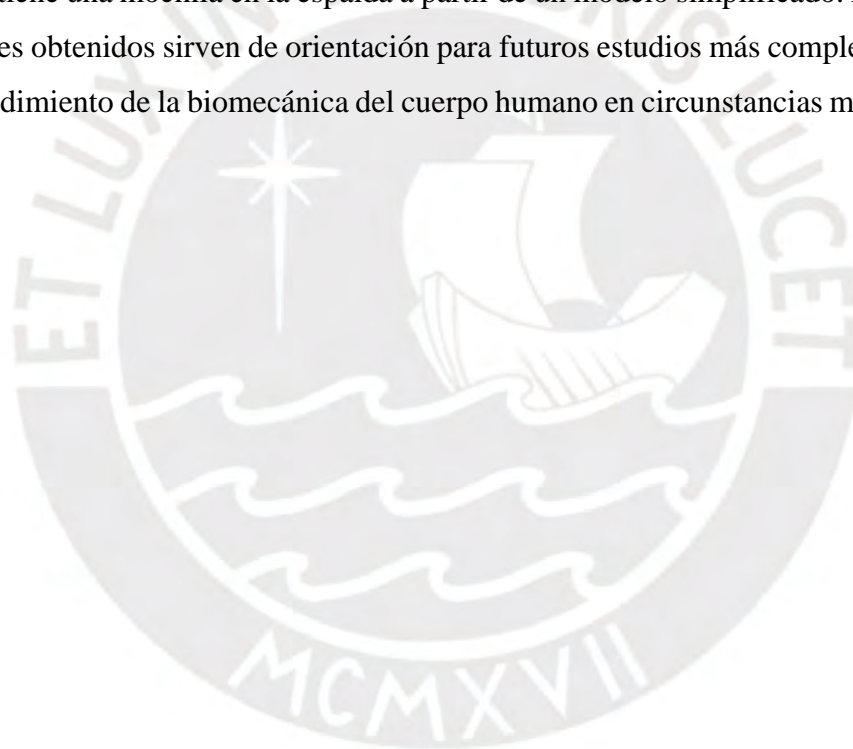


Figura 2.61. Comparación de fuerza de reacción vertical en el tobillo derecho

Como se puede observar, al comparar las gráficas de ambos casos se podrán observar los efectos de la mochila sobre las distintas fuerzas y los distintos momentos de reacción sobre el cuerpo durante la marcha humana normal. Cabe mencionar que los efectos sobre las fuerzas de reacción en dirección horizontal son las mismas, por lo que la mochila afecta principalmente a las fuerzas de reacción vertical. Además, en las gráficas de fuerzas de reacción vertical de esta sección, se puede observar un incremento del área bajo la curva del caso con mochila respecto al caso sin mochila. Este incremento representaría el trabajo adicional que realiza cada articulación cuando el sujeto tiene una mochila.

En conclusión, el modelo biomecánico propuesto permite tener un primer acercamiento al estudio de la cinemática y, en especial, de la cinética de la parte inferior del cuerpo humano cuando se tiene una mochila en la espalda a partir de un modelo simplificado. Los resultados preliminares obtenidos sirven de orientación para futuros estudios más complejos enfocados en el entendimiento de la biomecánica del cuerpo humano en circunstancias más específicas.



## **CAPÍTULO 3**

### **VERIFICACIÓN DEL MODELO BIOMECÁNICO**

En este capítulo se verifica el modelo biomecánico propuesto mediante la comparación de sus resultados con datos experimentales obtenidos del sujeto de referencia en el Laboratorio de Investigación en Biomecánica y Robótica Aplicada (LIBRA-PUCP), dando cumplimiento al objetivo específico de contrastar el modelo con mediciones reales. Para ello, se analiza la cinemática de la marcha con y sin mochila a partir de videos procesados en el software Kinovea, y se evalúa la cinética mediante las fuerzas de reacción del suelo registradas con la plataforma de fuerza del laboratorio. Los ensayos se realizaron siguiendo un protocolo aprobado por el Comité de Ética de la PUCP, lo que asegura el cumplimiento de las consideraciones éticas correspondientes.

En las secciones siguientes se describen el software y la instrumentación empleada, el procedimiento experimental aplicado al sujeto de referencia y los resultados obtenidos. Posteriormente, se presentan las comparaciones entre las trayectorias, aceleraciones, fuerzas y momentos estimados por el modelo y los datos experimentales, así como el cálculo del trabajo articular en los tobillos con y sin mochila. Finalmente, se discuten las discrepancias observadas, las limitaciones del modelo y el grado de concordancia alcanzado, con el fin de valorar el alcance real de esta aproximación biomecánica y orientar posibles mejoras en trabajos futuros.

#### **3.1. Software Kinovea**

Kinovea es un programa de análisis de video, el cual permite al usuario cargar un video y desarrollar distintas funciones sobre este como su reproducción a diferentes velocidades,

dibujar para resaltar ciertos elementos, medir ángulos y distancias y realizar análisis cuantitativos del movimiento. Estas dos últimas funciones son las de interés para realizar la validación del modelo propuesto, además de que el programa permite personalizar y ampliar sus funcionalidades según sea conveniente.

Este software permite delimitar el área de la marcha humana que se desea analizar y, además, tiene una función para añadir marcadores en puntos anatómicos clave, como en los tobillos, rodilla, cadera o centros de masa de los segmentos del modelo. De esta manera, Kinovea podrá realizar el seguimiento de estos puntos durante un ciclo de marcha y verificar que la cinemática esté conforme a lo planteado.

### **3.2. Elementos usados para el ensayo**

El ensayo para analizar la cinemática y cinética de la marcha humana normal del sujeto de referencia con y sin mochila fue realizado en laboratorio de LIBRA y para lograr el cometido se utilizaron diferentes elementos.

#### **3.2.1. Marcadores Antirreflejantes**

Los marcadores de la Figura 3.1 permiten ubicar con mayor facilidad, gracias a su propiedad antirreflejante, los puntos anatómicos de interés sobre el sujeto durante la marcha normal. Esto permitirá un mejor análisis del video grabado al usarlo en el software Kinovea, de manera que se asegure que siempre se seguirá el mismo punto de la articulación con un reducido margen de error. Estos marcadores fueron ubicados en ambos lados de la cadera, en las rodillas, tobillos y en los centros de masa de los segmentos que conforman la pierna. Esto se puede apreciar en la Figura 3.2.



Figura 3.1. Marcadores Antirreflejantes de LIBRA



Figura 3.2. Marcadores posicionados sobre el sujeto

### 3.2.2. Cinta de Doble Contacto

La cinta de doble contacto, mostrada en la Figura 3.3, fue utilizada para fijar los marcadores antirreflejantes sobre el sujeto gracias a su buena adherencia.



Figura 3.3. Cinta de doble contacto de LIBRA

### 3.2.3. Cámaras de Video de Alta Resolución

Las grabaciones fueron realizadas con dos cámaras de video de alta resolución Panasonic HC-VX980 pertenecientes a LIBRA-PUCP. Durante la marcha del sujeto, una cámara se encargaba de grabar su lado derecho, mientras la otra su lado izquierdo. Con ayuda de trípodes y una cinta métrica se aseguró que ambas estuvieran bien alineadas. Estas cámaras se pueden apreciar en las Figura 3.4 y 3.5.



Figura 3.4. Cámara de video para el lado izquierdo



Figura 3.5. Cámara de video para el lado derecho

### 3.2.4. Mochila de 5kg

La mochila de la Figura 3.6 fue utilizada para el ensayo de la marcha humana normal con mochila y tuvo un peso aproximado de 5 kilogramos.



Figura 3.6. Mochila utilizada para el ensayo

### 3.2.5. Plataforma de fuerza de LIBRA

La medición de las fuerzas de reacción con el suelo de ambas piernas durante la marcha fue realizada con la plataforma de fuerza de la Figura 3.7 perteneciente a LIBRA-PUCP. La información medida por la plataforma fue registrada en una computadora en tiempo real; con estos datos se realizará la verificación de la cinética del modelo planteado.



Figura 3.7. Plataforma de Fuerza de LIBRA

### 3.3. Resultados cinemáticos del ensayo

En esta sección se muestran los resultados obtenidos en los ensayos y se comparan con los resultados obtenidos usando el modelo propuesto. Las fases analizadas para la cinemática fueron la fase de apoyo para la pierna derecha y la fase de balanceo para la pierna izquierda.

#### 3.3.1. Lado Derecho sin mochila – Fase de Apoyo

En las Figuras 3.8 a 3.10 se tiene la comparación de la posición vertical durante la fase de apoyo de la cadera, rodilla y tobillo de la pierna derecha del modelo con la obtenida del ensayo realizado en el laboratorio a través del software Kinovea. Estas comparaciones son para el caso donde no se tiene mochila y se puede observar que las curvas del ensayo y modelo tienen comportamientos similares en el intervalo mostrado, pero difieren debido a la precisión, exactitud y velocidad de marcha del modelo, la cual provoca un desfase.

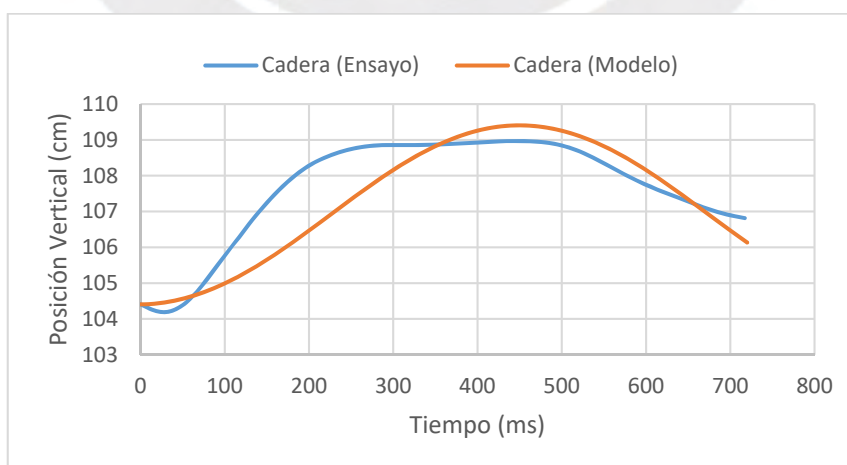


Figura 3.8. Posición vertical de la cadera durante fase de apoyo

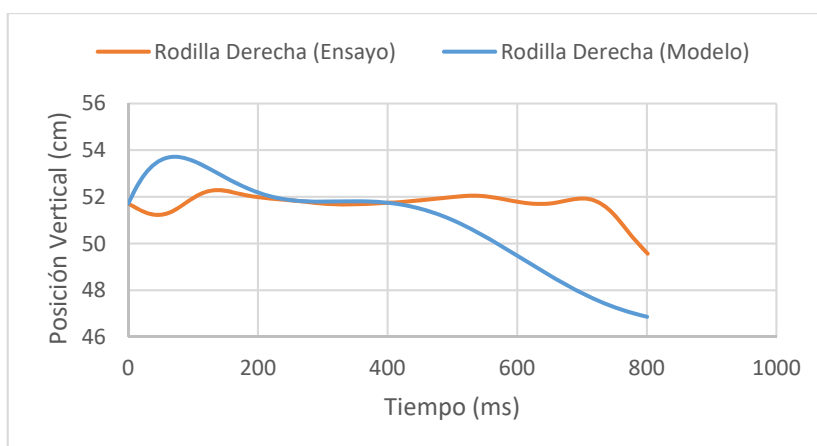


Figura 3.9. Posición vertical de la rodilla derecha durante fase de apoyo

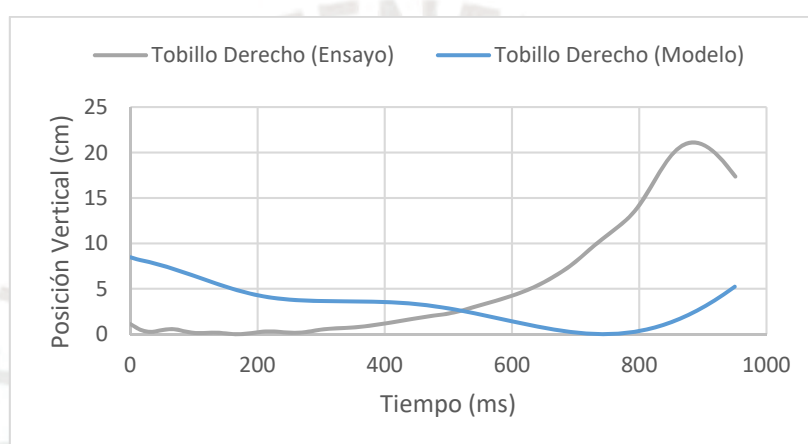


Figura 3.10. Posición vertical del tobillo derecho durante fase de apoyo

En las Figuras 3.11 a 3.12 se tiene la comparación de la aceleración vertical durante la fase de apoyo de los centros de masa del fémur y tibia de la pierna derecha del modelo con la obtenida mediante Kinovea. Estas comparaciones son para el caso donde no se tiene mochila y se puede observar que las curvas del ensayo y modelo tienen comportamientos similares en el intervalo mostrado, pero difieren debido a la precisión, exactitud y velocidad de marcha del modelo, la cual provoca un desfase.

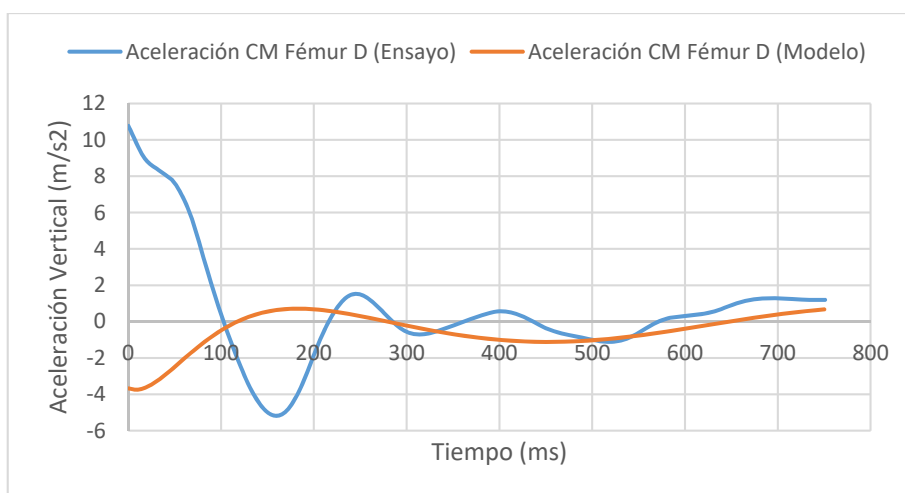


Figura 3.11. Aceleración vertical del centro de masa del fémur derecho durante fase de apoyo

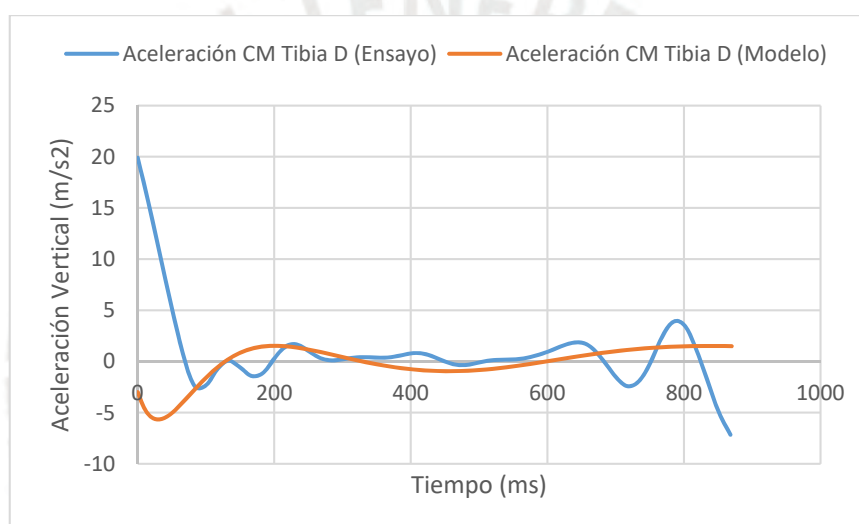


Figura 3.12. Aceleración vertical del centro de masa de la tibia derecha durante fase de apoyo

### 3.3.2. Lado Izquierdo sin mochila – Fase de Balanceo

En las Figuras 3.13 a 3.14 se tiene la comparación de la posición vertical durante la fase de balanceo de la rodilla y tobillo de la pierna izquierda del modelo con la obtenida mediante Kinovea. Estas comparaciones corresponden al caso sin mochila y muestran que las curvas del ensayo y del modelo presentan comportamientos similares en el intervalo analizado, aunque difieren debido a la precisión, la exactitud y la velocidad de marcha del modelo, lo que genera un desfase.

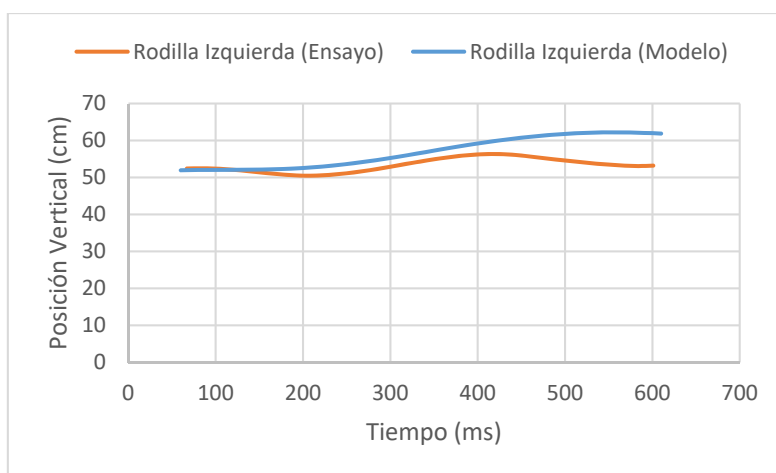


Figura 3.13. Posición vertical de la rodilla izquierda durante fase de balanceo

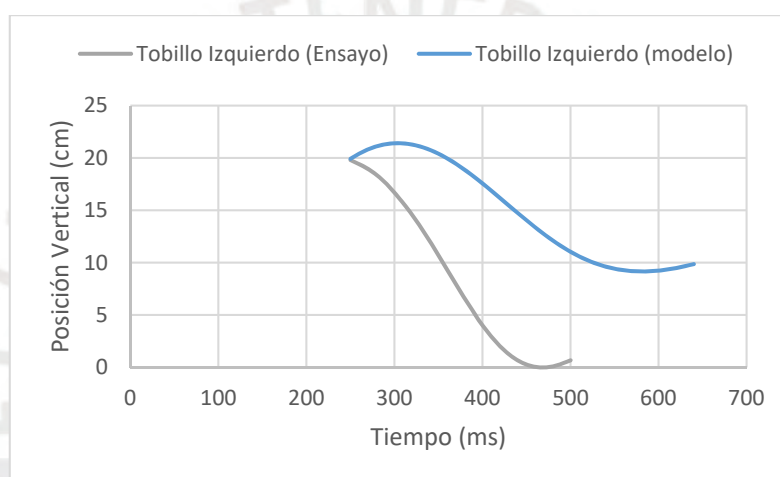


Figura 3.14. Posición vertical del tobillo izquierdo durante fase de balanceo

En las Figuras 3.15 a 3.16 se puede tener la comparación de la aceleración vertical durante la fase de balanceo de los centros de masa del fémur y tibia de la pierna izquierda del modelo con la obtenida mediante Kinovea. Estas comparaciones son para el caso donde no se tiene mochila y se puede observar que las curvas del ensayo y modelo tienen comportamientos similares en el intervalo mostrado, pero difieren debido a la precisión, exactitud y velocidad de marcha del modelo, la cual provoca un desfase.

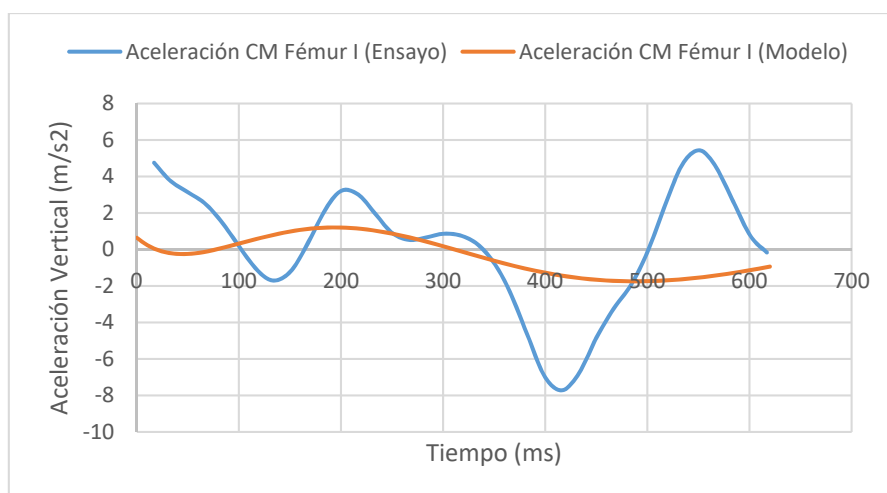


Figura 3.15. Aceleración vertical del centro de masa del fémur izquierdo durante fase de balanceo

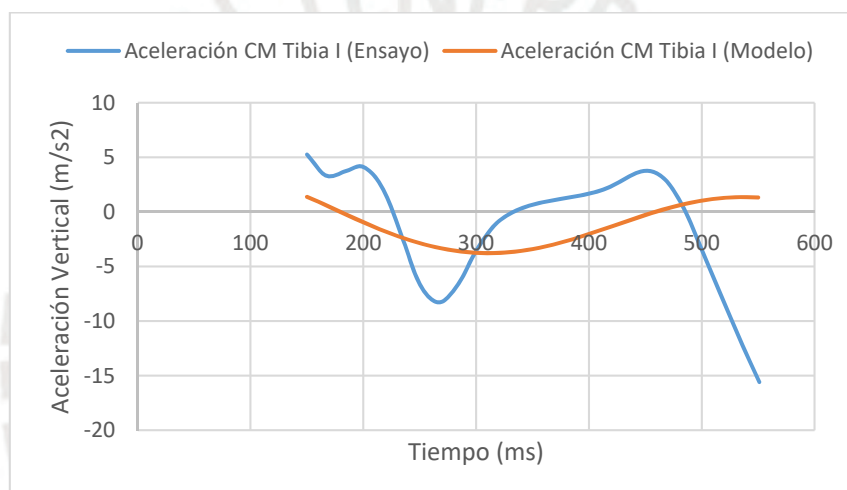


Figura 3.16. Aceleración vertical del centro de masa de la tibia izquierda durante fase de balanceo

### 3.3.3. Lado Derecho con mochila – Fase de Apoyo

En las Figuras 3.17 a 3.19 se tiene la comparación de la posición vertical durante la fase de apoyo de la cadera, rodilla y tobillo de la pierna derecha del modelo con la obtenida mediante Kinovea. Estas comparaciones son para el caso donde se tiene mochila y se puede observar que las curvas del ensayo y modelo tienen comportamientos similares en el intervalo mostrado, pero difieren debido a la precisión, exactitud y velocidad de marcha del modelo, la cual provoca un desfase.

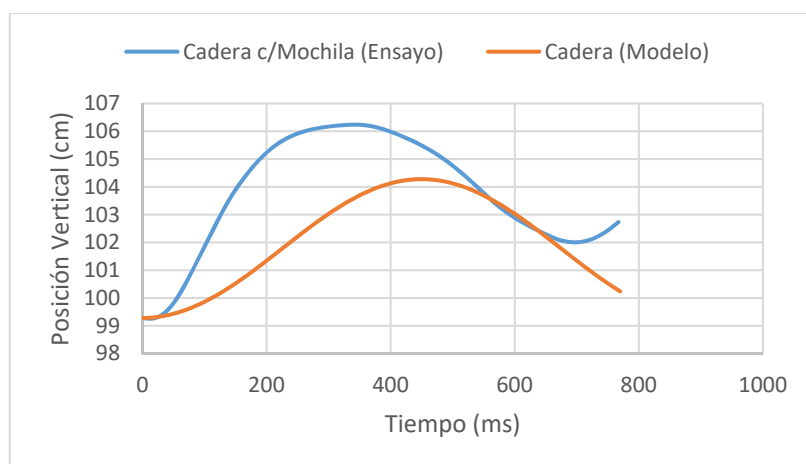


Figura 3.17. Posición vertical de la cadera durante fase de apoyo con mochila

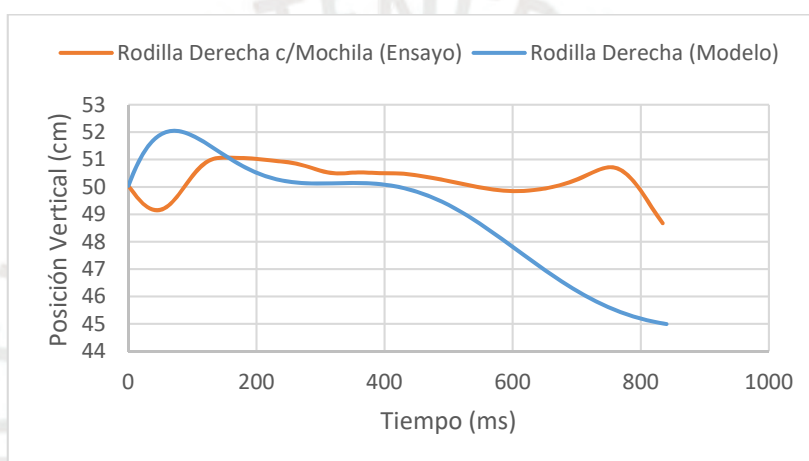


Figura 3.18. Posición vertical de la rodilla derecha durante fase de apoyo con mochila

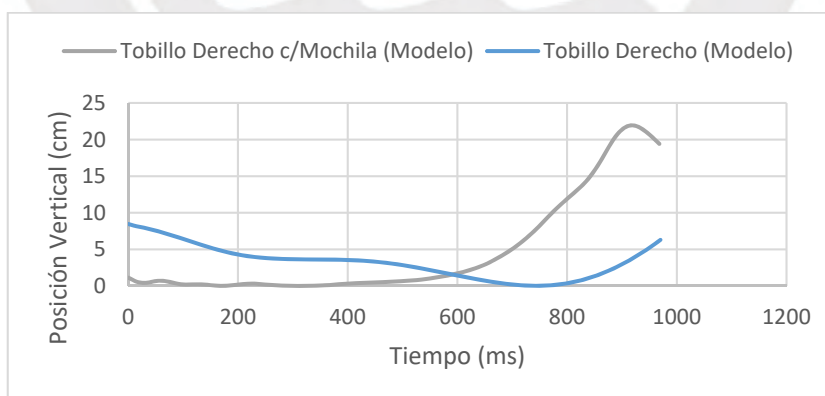


Figura 3.19. Posición vertical del tobillo derecho durante fase de apoyo con mochila

En las Figuras 3.20 a 3.21 se tiene la comparación de la aceleración vertical durante la fase de apoyo de los centros de masa del fémur y tibia de la pierna derecha del modelo con la obtenida mediante Kinovea. Estas comparaciones son para el caso donde se tiene mochila y

se puede observar que las curvas del ensayo y modelo tienen comportamientos similares en el intervalo mostrado, pero difieren debido a la precisión, exactitud y velocidad de marcha del modelo, la cual provoca un desfase.

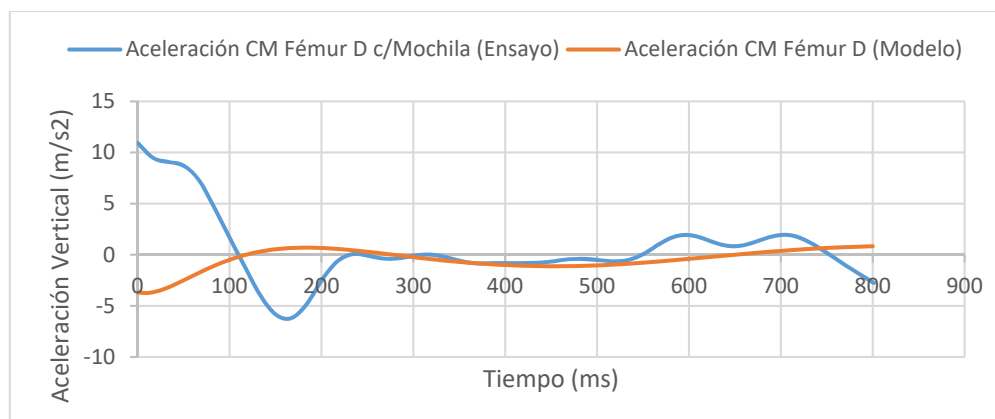


Figura 3.20. Aceleración vertical del centro de masa de fémur derecho durante fase de apoyo con mochila

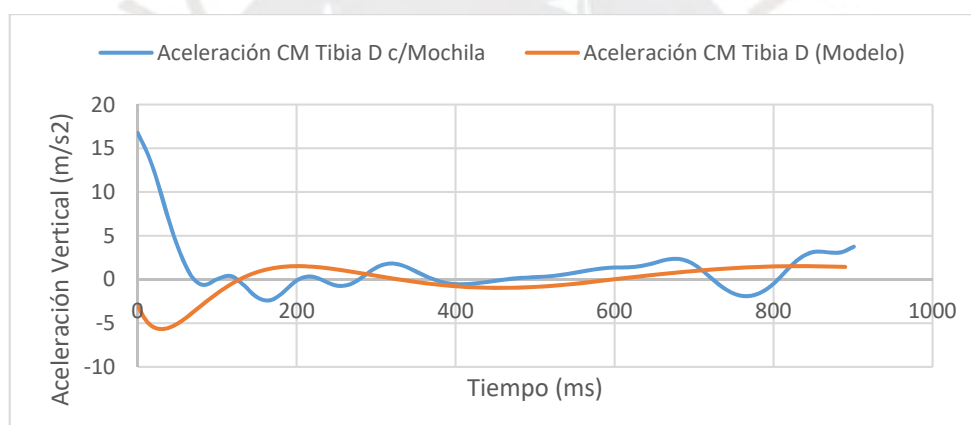


Figura 3.21. Aceleración vertical del centro de masa de tibia derecha durante fase de apoyo con mochila

### 3.3.4. Lado Izquierdo con mochila – Fase de Balanceo

En las Figuras 3.22 a 3.23 se tiene la comparación de la posición vertical durante la fase de balanceo de la rodilla y tobillo de la pierna izquierda del modelo con la obtenida mediante Kinovea. Estas comparaciones son para el caso donde se tiene mochila y se puede observar que las curvas del ensayo y modelo tienen comportamientos similares en el intervalo mostrado, pero difieren debido a la precisión, exactitud y velocidad de marcha del modelo, la cual provoca un desfase.

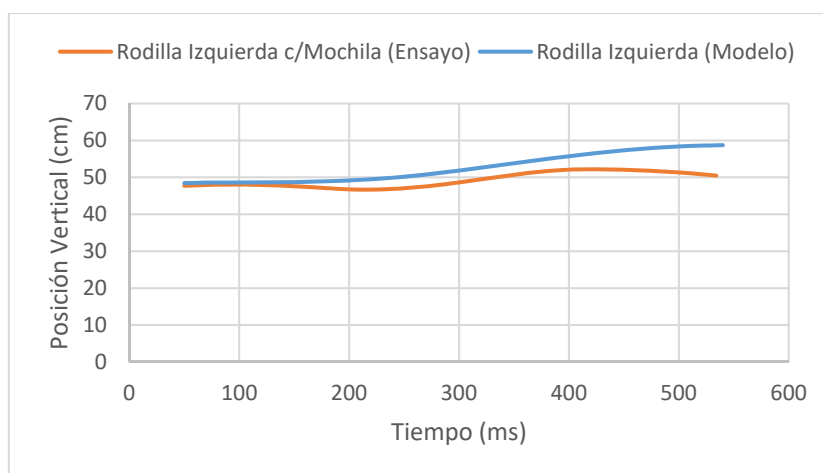


Figura 3.22. Posición vertical de la rodilla izquierda durante fase de balanceo con mochila

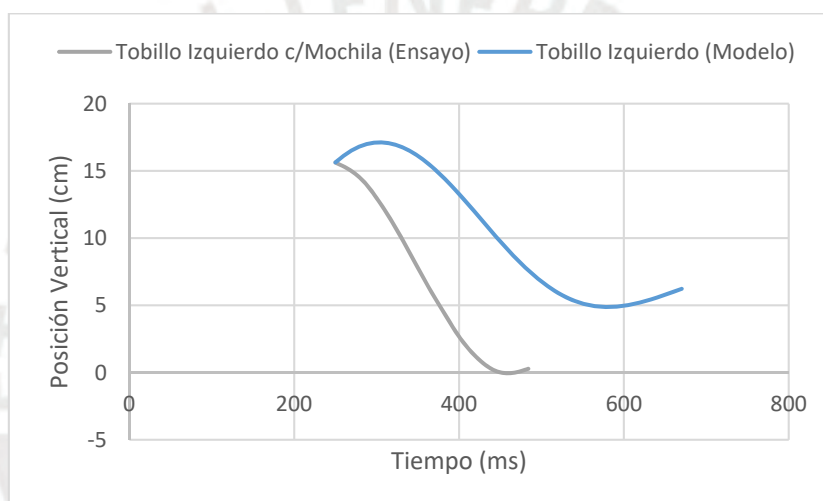


Figura 3.23. Posición vertical del tobillo izquierdo durante fase de balanceo con mochila

En las Figuras 3.24 y 3.25 se tiene la comparación de la aceleración vertical durante la fase de balanceo de los centros de masa del fémur y tibia de la pierna izquierda del modelo con la obtenida mediante Kinovea. Estas comparaciones son para el caso donde se tiene mochila y se puede observar que las curvas del ensayo y modelo tienen comportamientos similares en el intervalo mostrado, pero difieren debido a la precisión, exactitud y velocidad de marcha del modelo, la cual provoca un desfase.

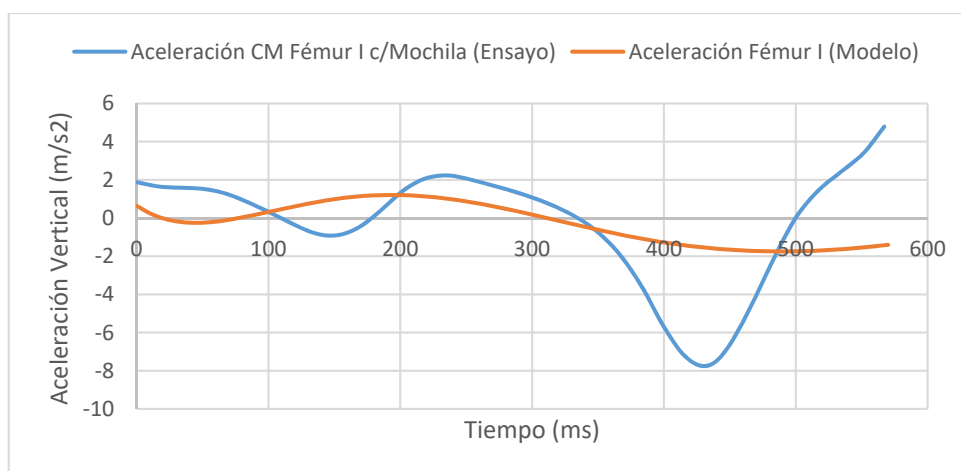


Figura 3.24. Aceleración del centro de masa del fémur izquierdo durante fase de balanceo con mochila

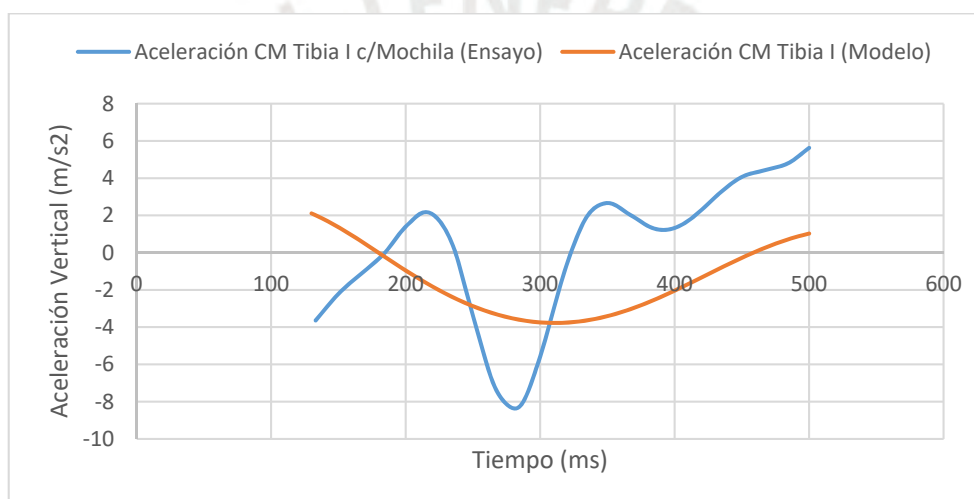


Figura 3.25. Aceleración del centro de masa de la tibia izquierda durante fase de balanceo con mochila

Como se puede observar de las gráficas, en las cuales se comparan los resultados obtenidos tanto del ensayo como del modelo propuesto, las tendencias son similares. Por lo tanto, se puede considerar que el modelo otorga una buena aproximación sobre la cinemática de la marcha humana normal cuando se tiene y no se tiene mochila. Cabe mencionar que la velocidad de marcha con la que se partió como punto base para el modelo es relativamente diferente a la obtenida por el ensayo, puesto que el ciclo de marcha del sujeto finaliza medio segundo más rápido que el asumido, lo cual explicaría por qué hay desfases en algunas de las gráficas presentadas.

### 3.4. Resultados cinéticos del ensayo

En este apartado se muestra la información de las fuerzas de reacción obtenidas mediante la plataforma de fuerza para ambos pies, y se realiza una comparación con los resultados cinéticos obtenidos mediante el modelo propuesto para un ciclo de marcha.

#### 3.4.1. Fuerzas de Reacción Tobillo Derecho sin mochila

La Figura 3.26 muestra la comparación de la fuerza de reacción horizontal en el tobillo derecho obtenida del modelo planteado con lo registrado por la plataforma de fuerza. Esto es para el caso donde no se tiene mochila y se observa que las gráficas del ensayo y del modelo siguen una tendencia general similar, aunque el modelo presenta variaciones más suaves y un ligero desfase que reflejan las simplificaciones asumidas y la menor variabilidad propia del comportamiento real.

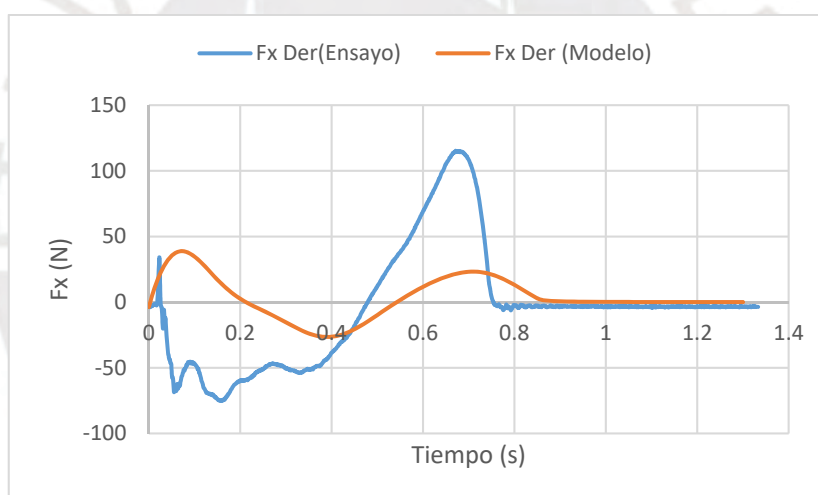


Figura 3.26. Fuerza de reacción horizontal en tobillo derecho sin mochila

La Figura 3.27 muestra la comparación de la fuerza de reacción vertical en el tobillo derecho obtenida del modelo planteado con lo registrado por la plataforma de fuerza. Esto es para el caso donde no se tiene mochila y se observa que las gráficas del ensayo y del modelo presentan una tendencia global similar, aunque el modelo muestra transiciones más suaves y un ligero desfase derivado de las simplificaciones empleadas y de la ausencia de variabilidad presente en la marcha real.

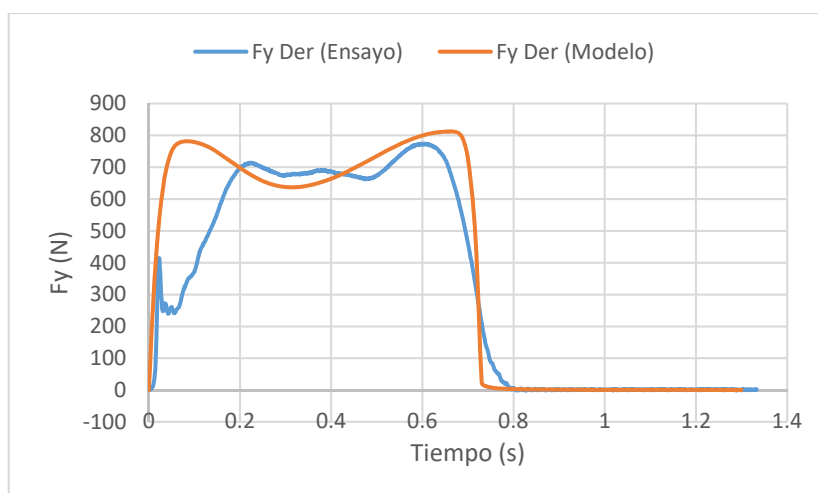


Figura 3.27. Fuerza de reacción vertical en tobillo derecho sin mochila

La Figura 3.28 muestra la comparación del momento producido en el tobillo derecho obtenido del modelo planteado con lo registrado por la plataforma de fuerza. Esto es para el caso donde no se tiene mochila y se observa que las gráficas del ensayo y del modelo mantienen una tendencia similar en el intervalo analizado, aunque el modelo presenta mayor amplitud y un ligero desfase debido a sus parámetros idealizados y a la ausencia de variabilidad fisiológica.

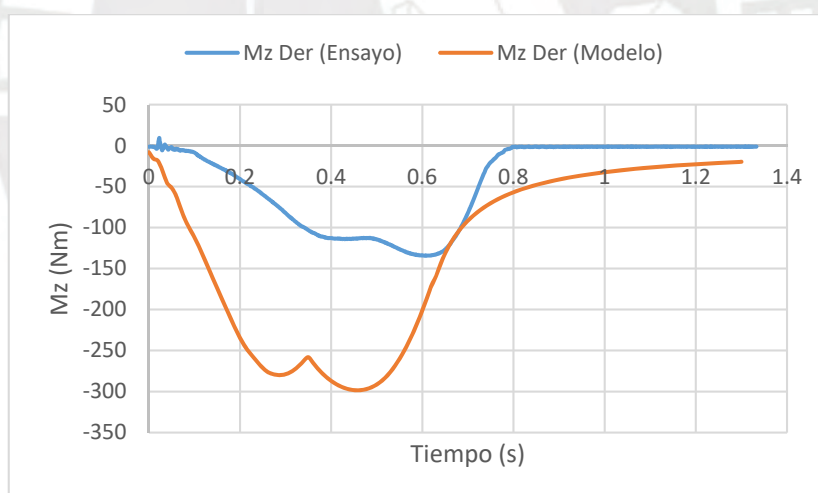


Figura 3.28. Momento producido en tobillo derecho sin mochila

### 3.4.2. Fuerzas de Reacción Tobillo Izquierdo sin mochila

La Figura 3.29 muestra la comparación de la fuerza de reacción horizontal en el tobillo izquierdo obtenida del modelo planteado con lo registrado por la plataforma de fuerza. Esto es para el caso donde no se tiene mochila y se observa que las gráficas del ensayo y del modelo presentan una tendencia general similar, aunque el modelo muestra amplitudes más

moderadas y un desfase asociado a las simplificaciones empleadas y a la falta de variabilidad propia del comportamiento real.

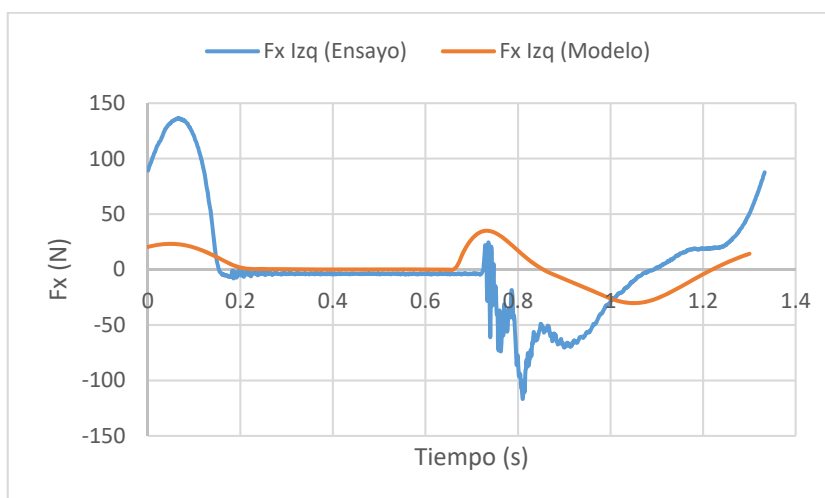


Figura 3.29. Fuerzas de reacción horizontal en tobillo izquierdo sin mochila

La Figura 3.30 muestra la comparación de la fuerza de reacción vertical en el tobillo izquierdo obtenida del modelo planteado con lo registrado por la plataforma de fuerza. Esto es para el caso donde no se tiene mochila y se observa que las gráficas del ensayo y del modelo mantienen la misma tendencia global, aunque el modelo presenta transiciones más suaves y un ligero desfase que reflejan las simplificaciones empleadas y la ausencia de variabilidad propia del comportamiento real.

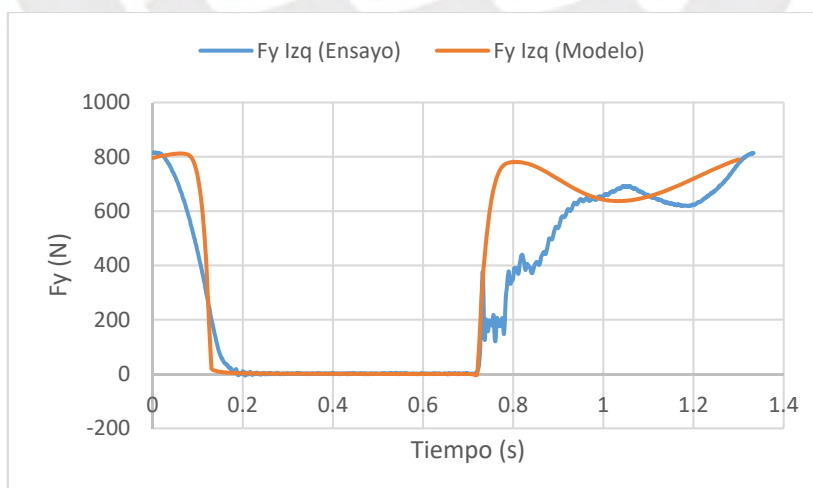


Figura 3.30. Fuerzas de reacción vertical en tobillo izquierdo sin mochila

La Figura 3.31 muestra la comparación del momento producido en el tobillo izquierdo obtenido del modelo planteado con lo registrado por la plataforma de fuerza. Esto es para el caso donde

no se tiene mochila y se observa que las gráficas del ensayo y del modelo comparten la tendencia general del momento articular, aunque el modelo muestra una amplitud mayor y un ligero desfase asociado a las simplificaciones empleadas y a la ausencia de variabilidad fisiológica.

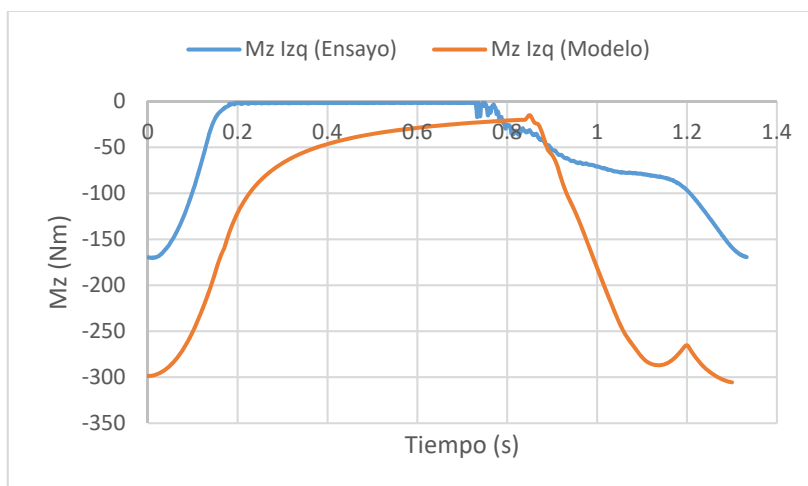


Figura 3.31. Momento producido en tobillo izquierdo sin mochila

### 3.4.3. Fuerzas de Reacción Tobillo Derecho con mochila

La Figura 3.32 muestra la comparación de la fuerza de reacción horizontal en el tobillo derecho obtenida del modelo planteado con lo registrado por la plataforma de fuerza. Esto es para el caso con mochila y se observa que las gráficas del ensayo y del modelo siguen una tendencia general semejante, aunque el modelo presenta oscilaciones más suaves y un ligero desfase derivado de las simplificaciones empleadas y de la menor variabilidad que caracteriza al comportamiento real.

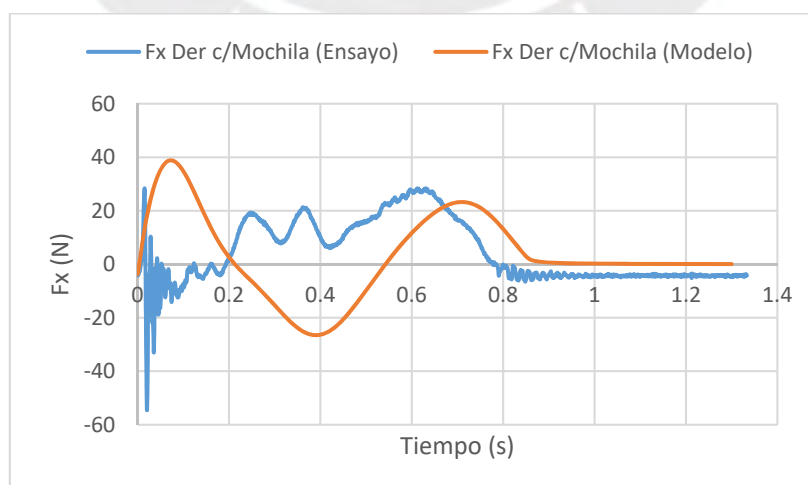


Figura 3.32. Fuerzas de reacción horizontal en tobillo derecho con mochila

La Figura 3.33 muestra la comparación de la fuerza de reacción vertical en el tobillo derecho obtenida del modelo planteado con lo registrado por la plataforma de fuerza. Esto es para el caso con mochila y se observa que las gráficas del ensayo y del modelo mantienen una tendencia global similar, aunque el modelo presenta transiciones más suaves y un ligero desfase que reflejan las simplificaciones empleadas y la menor variabilidad respecto al comportamiento real.

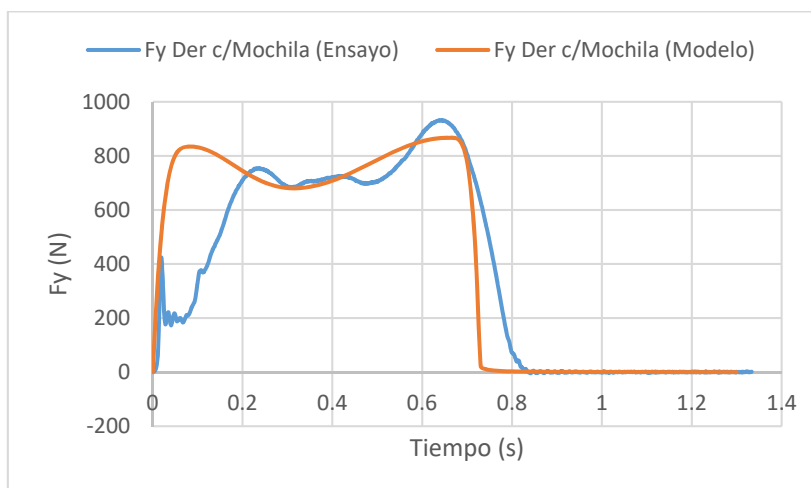


Figura 3.33. Fuerzas de reacción vertical en tobillo derecho con mochila

La Figura 3.34 muestra la comparación del momento producido en el tobillo derecho obtenido del modelo planteado con lo registrado por la plataforma de fuerza. Esto es para el caso con mochila y se observa que las gráficas del ensayo y del modelo conservan una tendencia general semejante, aunque el modelo muestra una mayor amplitud y un ligero desfase asociados a las simplificaciones asumidas y a la ausencia de variabilidad fisiológica presente en la marcha real.

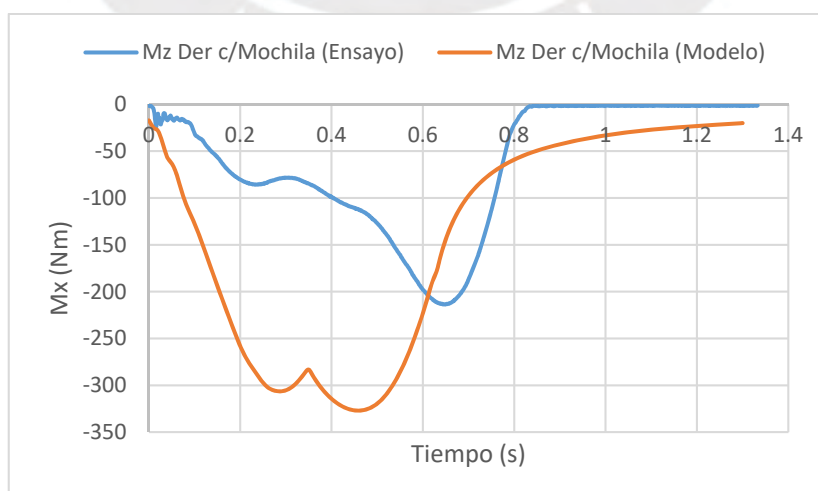


Figura 3.34. Momento producido en tobillo derecho con mochila

### 3.4.4. Fuerzas de Reacción Tobillo Izquierdo con mochila

La Figura 3.35 muestra la comparación de la fuerza de reacción horizontal en el tobillo izquierdo obtenida del modelo planteado con lo registrado por la plataforma de fuerza. Esto es para el caso con mochila y se observa que las gráficas del ensayo y del modelo siguen una tendencia general semejante, aunque el modelo presenta oscilaciones más suaves y un ligero desfase que reflejan las simplificaciones asumidas y la menor variabilidad propia del comportamiento real.

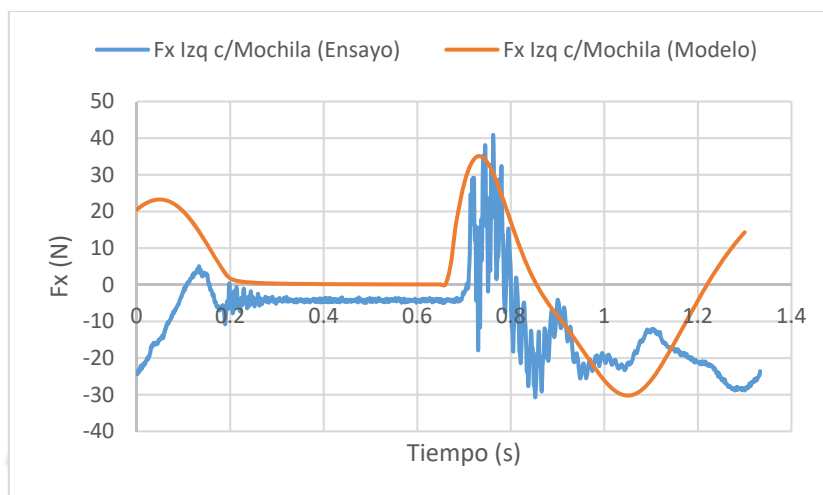


Figura 3.35. Fuerzas de reacción horizontal en tobillo izquierdo con mochila

La Figura 3.36 muestra la comparación de la fuerza de reacción vertical en el tobillo izquierdo obtenida del modelo planteado con lo registrado por la plataforma de fuerza. Esto es para el caso con mochila y se observa que las gráficas del ensayo y del modelo mantienen una tendencia global similar, aunque el modelo presenta transiciones más suaves y un ligero desfase asociado a las simplificaciones empleadas y a la menor variabilidad respecto al comportamiento real.

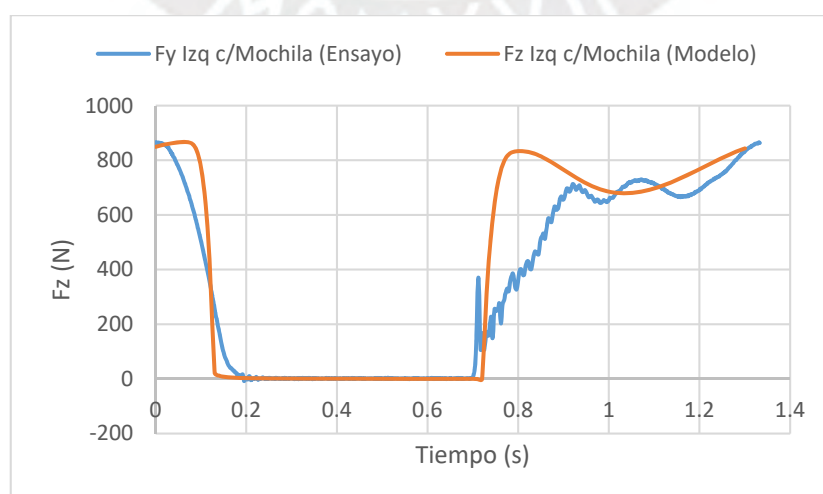


Figura 3.36. Fuerzas de reacción vertical en tobillo izquierdo con mochila

La Figura 3.37 muestra la comparación del momento producido en el tobillo izquierdo obtenido del modelo planteado con lo registrado por la plataforma de fuerza. Esto es para el caso con mochila y se observa que las gráficas del ensayo y del modelo conservan una tendencia general semejante, aunque el modelo presenta una mayor amplitud y un ligero desfase que reflejan las simplificaciones asumidas y la ausencia de variabilidad propia del comportamiento real.

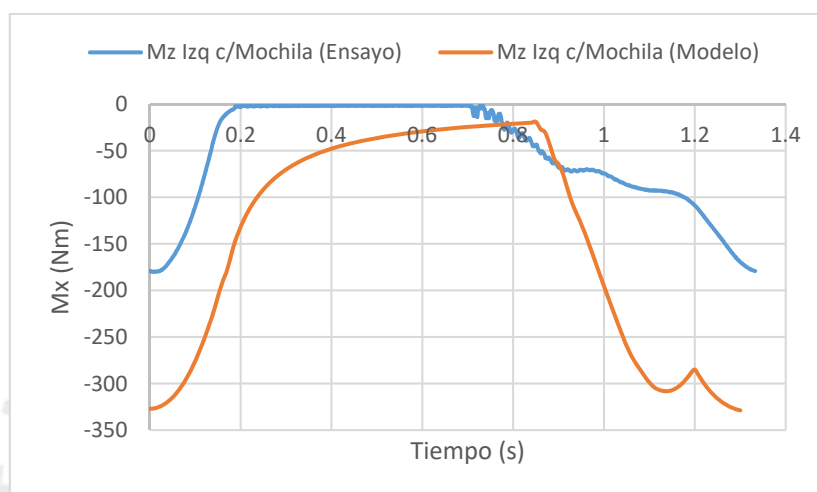


Figura 3.37. Momento producido en tobillo izquierdo con mochila

De las gráficas planteadas podemos observar que la tendencia del comportamiento de las reacciones es similar, lo cual nos indica que se ha planteado un modelo que proporciona una buena aproximación al comportamiento biomecánico del cuerpo humano. Además, se puede notar que las fuerzas de reacción vertical son las que tienen mayor influencia sobre la carga producida en las articulaciones. Esto nos indica que, si bien el modelo aún puede mejorar, este nos proporciona una idea de las fuerzas y momentos internos producidos durante la marcha normal.

### 3.4.5. Comparación de fuerzas de reacción vertical del suelo

Dado que las gráficas de fuerza de reacción vertical con el suelo son las que visualmente presentan mejor aproximación, serán estas las que se van a usar para verificar la fiabilidad del modelo. Para esto usaremos una variable que puede ser calculada a partir de las gráficas del modelo y del ensayo: el trabajo realizado por la fuerza vertical en el tobillo. Se procede a comparar si el modelo planteado representa bien el incremento del trabajo realizado por la

fuerza de reacción vertical en el tobillo respecto al incremento obtenido de los ensayos. Con este objetivo en mente, se analizará el incremento del área bajo la curva producidos en el tobillo izquierdo y derecho. Además, se multiplicará el área bajo la curva obtenida de cada gráfica por la velocidad de marcha respectiva para obtener el resultado en Joules. La velocidad de marcha considerada para el modelo es de 148.5 cm/s, mientras que la velocidad del sujeto en los ensayos es de aproximadamente 148.54 cm/s.

#### a) Fuerza de reacción del suelo vertical en tobillo derecho

En la Figura 3.38 se puede observar el incremento del área bajo la curva cuando se incluye la mochila en el modelo. El área de la fuerza vertical cuando no se tiene mochila es de 756.92 Joules, mientras que cuando se incluye la mochila es de 808 Joules. Esto nos indica que al añadir una mochila de 5kg, el tobillo derecho tiene que realizar un trabajo adicional de 51.08 Joules, lo cual representa un incremento del 6.75%.

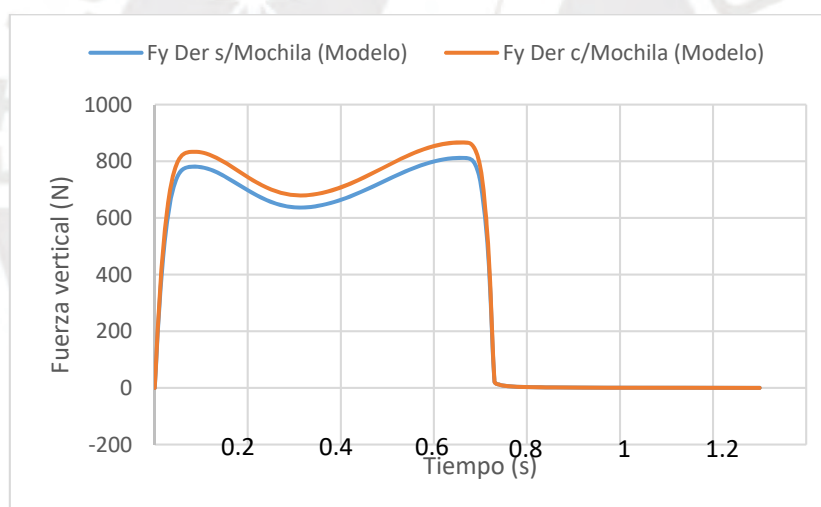


Figura 3.38. Fuerza vertical en el tobillo derecho obtenida del modelo

En la Figura 3.39 se puede observar el incremento del área bajo la curva cuando se incluye la mochila en el ensayo. El área de la fuerza vertical cuando no se tiene mochila es de 657.16 Joules, mientras que cuando se incluye la mochila es de 745.96 Joules. Esto nos indica que al añadir una mochila de 5kg, el tobillo derecho tiene que realizar un trabajo adicional de 88.8 Joules, lo cual representa un incremento del 13.51%.

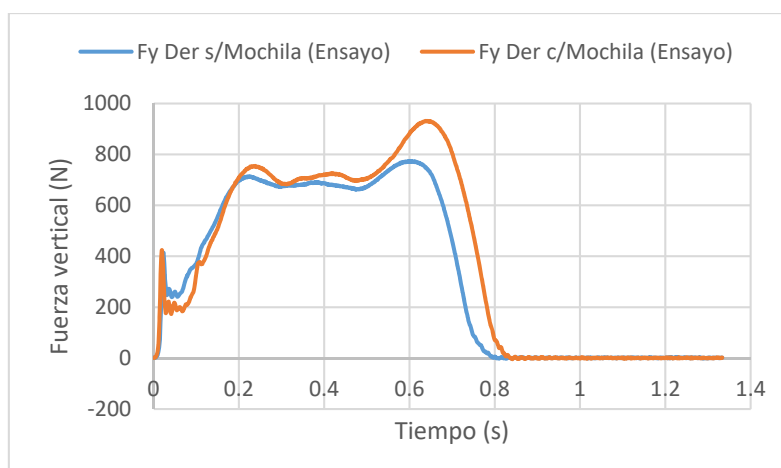


Figura 3.39. Fuerza vertical en el tobillo derecho obtenida de los ensayos

Comparando el trabajo adicional en el tobillo derecho obtenido del modelo de 51.08 J y el del ensayo de 88.8 J, se tiene un margen de error de 42.47%. Por otro lado, comparando el incremento de trabajo en el tobillo obtenido del modelo de 6.75% y el del ensayo de 13.51%, se tiene un margen de error de 50.04%.

#### b) Fuerza de reacción del suelo vertical en tobillo izquierdo

En la Figura 3.40 se puede observar el incremento del área bajo la curva cuando se incluye la mochila en el modelo. El área de la fuerza vertical cuando no se tiene mochila es de 734.06 Joules, mientras que cuando se incluye la mochila es de 783.21 Joules. Esto nos indica que al añadir una mochila de 5kg, el tobillo izquierdo tiene que realizar un trabajo adicional de 49.15 Joules, lo cual representa un incremento del 6.7%.

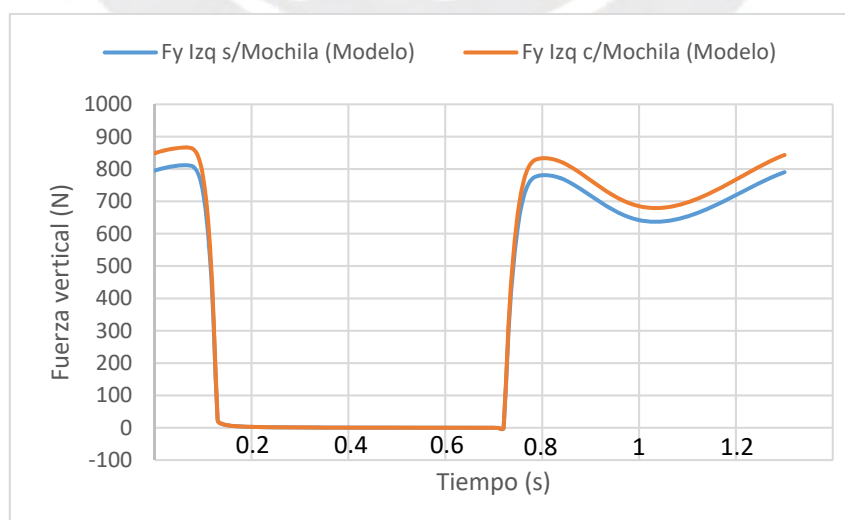


Figura 3.40. Fuerza vertical en el tobillo izquierdo obtenida del modelo

En la Figura 3.41 se puede observar el incremento del área bajo la curva cuando se incluye la mochila en el ensayo. El área de la fuerza vertical cuando no se tiene mochila es de 642.66 Joules, mientras que cuando se incluye la mochila es de 708.84 Joules. Esto nos indica que al añadir una mochila de 5kg, el tobillo izquierdo tiene que realizar un trabajo adicional de 66.18 Joules, lo cual representa un incremento del 10.3%.

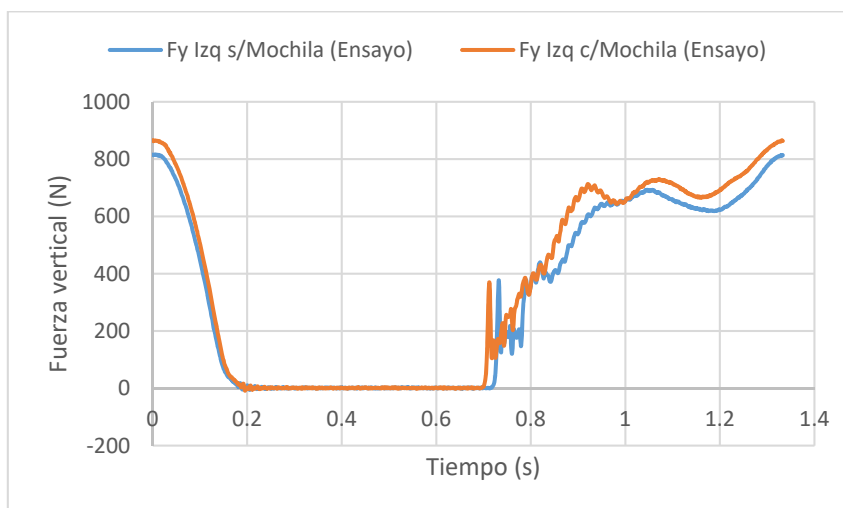


Figura 3.41 Fuerza vertical en el tobillo izquierdo obtenida de los ensayos

Comparando el trabajo adicional en el tobillo derecho obtenido del modelo de 49.15 J y el del ensayo de 66.18 J, se tiene un margen de error de 25.73%. Por otro lado, comparando el incremento de trabajo en el tobillo obtenido del modelo de 6.7% y el del ensayo de 10.3%, se tiene un margen de error de 34.95%.

Se puede observar que el modelo representa de forma aproximada el incremento de trabajo realizado por la articulación del tobillo tanto izquierdo como derecho al momento de incluirse la mochila. Considerando los errores de ambos tobillos, se tiene un error promedio de 34.1% para el trabajo adicional y 42.5% para el incremento de este.

### 3.5. Evaluación de resultados cinemáticos y cinéticos

En este apartado se discuten los resultados obtenidos y se analizan las limitaciones y factores que pudieron influir en las diferencias observadas entre el modelo y los ensayos experimentales. Asimismo, se constata el cumplimiento de los objetivos específicos a partir del desempeño alcanzado por el modelamiento desarrollado.

Los resultados muestran que el modelo numérico reproduce de manera aceptable la tendencia general de las fuerzas y momentos articulares durante la marcha. En la mayoría de los casos, las curvas simuladas presentan formas semejantes a las registradas experimentalmente, lo cual indica que la aproximación empleada logra capturar los patrones biomecánicos esperados. Sin embargo, en algunos intervalos el modelo presenta valores de mayor magnitud y transiciones más abruptas. Estas variaciones se explican principalmente por las simplificaciones asumidas, como representar la articulación del tobillo al mismo nivel del punto de contacto del pie con el suelo y omitir la geometría completa del pie y el desplazamiento del centro de presión. Estas decisiones facilitan los cálculos, pero restringen la capacidad del modelo para reflejar la complejidad del movimiento real.

Asimismo, se aprecia un ligero desfase temporal entre las curvas simuladas y experimentales. Este comportamiento se relaciona con el uso de parámetros idealizados, como tiempos de ciclo y velocidades promedio que no coinciden exactamente con los del ensayo. A ello se suma la presencia de errores propios tanto de la simulación como de las mediciones experimentales, por lo que es razonable encontrar discrepancias en magnitud o sincronización.

El modelo tampoco incluye factores determinantes del movimiento humano como la variabilidad muscular, los movimientos compensatorios del tronco ni el amortiguamiento natural de las articulaciones. Como consecuencia, las curvas simuladas tienden a ser más suaves o más sensibles en determinados tramos, mientras que los datos experimentales evidencian la variabilidad inherente al movimiento humano.

Aun con estas diferencias, la comparación global es positiva. El modelo logra representar los aspectos principales del comportamiento mecánico durante la fase de apoyo y permite interpretar de forma general la generación de las fuerzas y momentos internos. Además, los resultados confirman la predominancia de las fuerzas de reacción vertical como principal componente de carga articular. En conjunto, los valores obtenidos constituyen una referencia útil para estudios posteriores y muestran que el modelo puede perfeccionarse mediante una implementación más completa.

La Tabla 3.1 resume los resultados numéricos obtenidos para un ciclo de marcha en el modelo y en el ensayo, lo que permite visualizar de manera clara las diferencias entre parámetros y estimar el margen de error correspondiente.

Tabla 3.1. Comparación de resultados obtenidos del modelo y del ensayo

Parámetros	Valor en el Modelo	Valor en el Ensayo	Margen de error (%)
Velocidad de Marcha	148.5 cm/s	148.54 cm/s	0.027%
Duración de Ciclo de Marcha	1.3 s	1.33 s	2.26%
Trabajo en Tobillo Derecho sin Mochila	756.92 J	657.16 J	15.18%
Trabajo en Tobillo Derecho con Mochila	808 J	745.96 J	8.32%
Trabajo adicional en Tobillo Derecho por Mochila	51.08 J	88.8 J	42.47%
Incremento de trabajo en Tobillo Derecho	6.75%	13.51%	50.04%
Trabajo en Tobillo Izquierdo sin Mochila	734.06 J	642.66 J	14.22%
Trabajo en Tobillo Izquierdo con Mochila	783.21 J	708.84 J	10.49%
Trabajo adicional en Tobillo Izquierdo por Mochila	49.15 J	66.18 J	25.73%
Incremento de trabajo en Tobillo Izquierdo	6.7%	10.3%	34.95%

Respecto al trabajo generado en los tobillos durante un ciclo de marcha, los valores del modelo presentan una buena aproximación a los obtenidos experimentalmente, a pesar de las diferencias señaladas en el análisis anterior.

Por otra parte, el modelo presenta limitaciones que no pudieron incorporarse debido a su complejidad. No se incluyó la fuerza de fricción con el suelo, que depende del calzado y de la superficie, lo cual pudo influir en los valores registrados en el ensayo realizado sobre la placa de fuerza. Tampoco se consideró la intención de movimiento generada por el sistema neuromuscular, ni las no linealidades presentes en el comportamiento humano, como la fricción entre articulaciones o la variación temporal de los ejes de rotación.

Estas limitaciones afectan principalmente la estimación de fuerzas y momentos internos. Sin embargo, los resultados obtenidos en las Secciones 3.3 y 3.4 muestran que el modelo constituye una primera aproximación prometedora. Aunque aún presenta margen de mejora, proporciona un punto de partida adecuado para avanzar hacia un modelo que represente con mayor precisión las condiciones reales de la biomecánica del cuerpo humano.

## OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES

El modelo biomecánico propuesto se desarrolló únicamente en el plano sagital, por lo que los resultados obtenidos se limitan a esta perspectiva y no reflejan los componentes transversales o frontales del movimiento. En consecuencia, para estudios futuros se recomienda abordar un modelamiento tridimensional que permita evaluar los efectos fuera del plano sagital, especialmente relevantes cuando se analiza el transporte de cargas.

La representación empleada se construyó sobre un modelo esquelético simplificado, sin incorporar musculatura, elementos viscoelásticos o mecanismos de control neuromuscular. Esta simplificación contribuyó a las discrepancias observadas entre las simulaciones y los ensayos experimentales. Se sugiere que futuros trabajos empleen modelos musculoesqueléticos completos que permitan una estimación más precisa de las fuerzas y momentos internos durante la marcha con y sin carga.

El modelamiento se realizó empleando los datos antropométricos de un único sujeto, específicamente el autor del estudio. Esto limita la capacidad de generalización de los resultados. Para una validación más robusta del modelo sería necesario incluir una muestra más amplia de participantes y comparar los resultados entre diferentes perfiles antropométricos.

Durante el análisis cinemático realizado en el laboratorio se presentaron rebotes de marcadores antirreflejantes y oclusiones temporales provocadas por los movimientos de los brazos. Esto obligó a aproximar trayectorias en ciertos fotogramas y pudo introducir incertidumbres en la comparación con las simulaciones. Para investigaciones futuras se recomienda mejorar la fijación de los marcadores o emplear sistemas multicámara con mayor robustez frente a oclusiones.

En relación con el cumplimiento de los objetivos específicos:

- Objetivo 1 - Elaborar un estado del arte sobre la modelación biomecánica de la marcha humana y los efectos del transporte de carga: Este objetivo se cumplió mediante la revisión de diversos modelos y enfoques descritos en la literatura especializada. Estos se presentan en la Sección 1.6 e incluyen modelos reducidos de marcha, aproximaciones basadas en el esqueleto humano, estudios sobre patrones cinemáticos y cinéticos, y análisis de los efectos

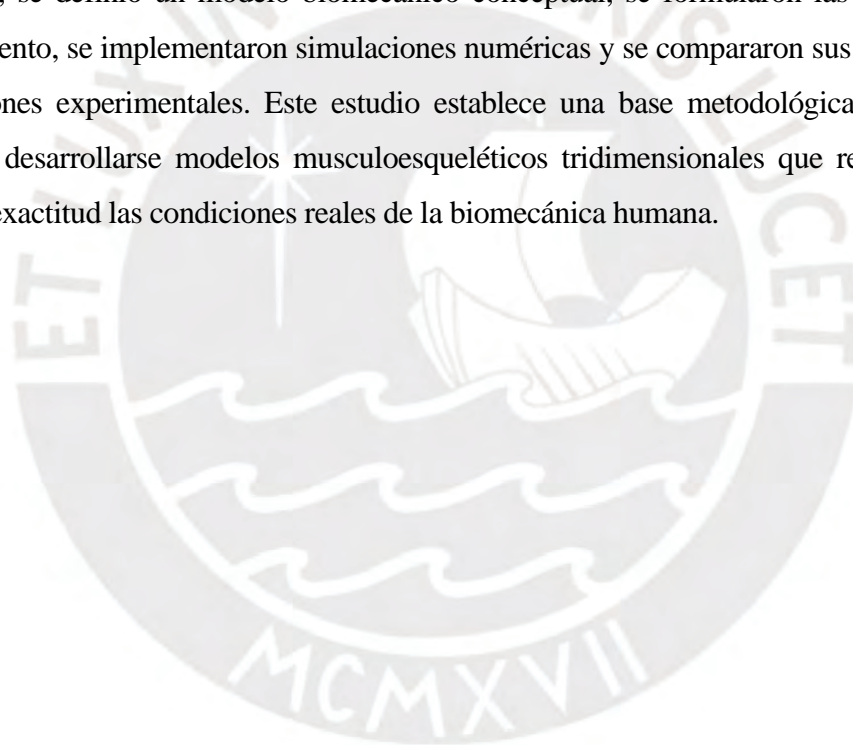
del uso de mochilas sobre la postura y las fuerzas internas. La revisión permitió identificar parámetros antropométricos relevantes y enfoques de representación del pie, así como metodologías que sirvieron de base para el modelamiento desarrollado.

- **Objetivo 2** - Desarrollar un modelo biomecánico conceptual y simplificado de los miembros inferiores: El cumplimiento de este objetivo se evidencia en la Sección 2.1, donde se definen los segmentos del modelo, los datos antropométricos del sujeto de referencia y los supuestos estructurales adoptados. La Figura 2.1 muestra la configuración inicial del modelo, la cual integra elementos de los enfoques propuestos por Moreira [2015] y Miossec [2004]. Asimismo, se establecen las articulaciones consideradas en el análisis y la posición del nivel de referencia del suelo, siguiendo criterios biomecánicos de la literatura.
- **Objetivo 3** - Formular la cinemática y la cinética del modelo e implementar su simulación en Matlab: Este objetivo se desarrolló en el Capítulo 2. Las Secciones 2.2 a 2.8 presentan el modelado cinemático a partir de la trayectoria de la cadera, la estimación de los ángulos articulares y la deducción de las trayectorias restantes, lo cual se resume en la Figura 2.28. Posteriormente, las Secciones 2.9 a 2.16 abordan el modelado cinético mediante la definición de masas e inercias de los segmentos y la construcción de diagramas de cuerpo libre y diagramas cinéticos. Las Secciones 2.17 y 2.18 muestran la modelización del comportamiento de las fuerzas y momentos internos del ciclo de marcha, tanto con mochila como sin ella. Todo el proceso se implementó en Matlab y generó las curvas de movimiento y reacciones internas utilizadas en el análisis.
- **Objetivo 4** - Comparar los resultados del modelo con los datos experimentales obtenidos en el laboratorio: Este objetivo se cumplió en el Capítulo 3. La Sección 3.1 presenta el uso del software Kinovea para analizar la cinemática experimental, mientras que la Sección 3.2 describe la instrumentación necesaria para registrar las fuerzas de reacción mediante la plataforma de fuerza. En la Sección 3.3 se comparan trayectorias articulares y aceleraciones del centro de masa entre el modelo y los ensayos. La Sección 3.4 presenta la comparación de fuerzas de reacción y momentos articulares, y la Sección 3.4.5 analiza cuantitativamente el trabajo articular en los tobillos para evaluar la aproximación del modelo. Aunque se identificaron discrepancias atribuibles a simplificaciones estructurales, las tendencias generales fueron consistentes y permitieron validar parcialmente el modelo como una aproximación inicial para el estudio de la marcha con y sin mochila.

## CONCLUSIONES

- El desarrollo del modelo biomecánico conceptual de los miembros inferiores permitió establecer una representación simplificada pero funcional de la marcha humana normal con y sin mochila. Esta construcción se basó en parámetros antropométricos reales del sujeto de referencia y en marcos teóricos consolidados, como los modelos propuestos por Miossec y Moreira. De esta manera se definieron los segmentos, los grados de libertad y los supuestos estructurales que sirvieron como base para las formulaciones cinemáticas y cinéticas empleadas en la simulación.
- La simplificación adoptada respecto al pie, modelado como un punto de contacto ubicado a nivel del tobillo, facilitó el análisis cinemático y la formulación de fuerzas internas mediante relaciones Newton-Euler. Si bien esta aproximación reduce la complejidad computacional y permite estudiar el comportamiento general de las articulaciones, también limita la representación de fenómenos relevantes como el desplazamiento del centro de presión y el rol del pie durante la fase de apoyo.
- La cinemática del modelo se construyó a partir de trayectorias de cadera y estimaciones angulares que siguen patrones publicados por Mingyi y Camargo, lo cual permitió reproducir las oscilaciones articulares durante un ciclo de marcha. De modo complementario, la cinética se formuló mediante diagramas de cuerpo libre y propiedades inerciales de fémur y tibia, con lo que fue posible estimar las fuerzas de reacción y los momentos internos en cada articulación. Las simulaciones en Matlab generaron trayectorias y reacciones articulares coherentes con la estructura del modelo.
- La comparación con los ensayos experimentales realizados en el laboratorio LIBRA evidenció que el modelo reproduce de manera aceptable las tendencias cinemáticas y cinéticas observadas en el sujeto de referencia. Las fuerzas de reacción vertical mostraron la mayor concordancia entre simulación y experimento, mientras que las fuerzas horizontales y algunos momentos articulares presentaron mayor divergencia debido a la ausencia de fricción, la omisión de la geometría del pie, la falta de amortiguamiento articular y la simplificación del movimiento del tronco. Además, factores experimentales como el rebote y ocultamiento parcial de los marcadores influyeron en la calidad del registro.

- El análisis energético del ciclo de marcha mostró que la mochila incrementa el trabajo realizado en ambas articulaciones del tobillo. El modelo estimó incrementos promedio cercanos a 6.7%, mientras que los ensayos evidenciaron incrementos mayores. La comparación del trabajo adicional arrojó un error promedio de 34.1% y un error en el incremento porcentual de 42.5%. A pesar de estas discrepancias, el modelo logra capturar de manera consistente la tendencia real de incremento de cargas debido a la mochila.
- Se concluye que el modelo desarrollado constituye una aproximación inicial válida para estudiar los efectos cinemáticos y cinéticos de transportar una carga en la espalda durante la marcha normal. El trabajo cumplió los objetivos específicos planteados: se revisó el estado del arte, se definió un modelo biomecánico conceptual, se formularon las ecuaciones de movimiento, se implementaron simulaciones numéricas y se compararon sus resultados con mediciones experimentales. Este estudio establece una base metodológica sobre la cual pueden desarrollarse modelos musculoesqueléticos tridimensionales que representen con mayor exactitud las condiciones reales de la biomecánica humana.



## BIBLIOGRAFÍA

- [ACOSTA, 2010] Acosta, P. (2010). *Biomecánica de la marcha*. Universidad de Santander, Curso de Biomecánica.
- [BARRIOS & SHEN, 2017] Barrios, L., & Shen, W.-M. (2017). Estimating the ambulatory center of mass during load carriage using a geometric approach. En *IEEE Workshop on Advanced Robotics and Its Social Impacts* (pp. 1–6).
- [BRITOS, 2018] Britos, E., et al. (2018). Simulation of human gait using real data in a computational exoskeleton model for lower limb. *Revista Argentina de Bioingeniería*, 22.
- [CAMARGO, 2017] Camargo, E. (2017). *Modelo cinemático de la marcha protésica transtibial* (Tesis doctoral). Pontificia Universidad Javeriana, Colombia.
- [DAVARZANI, 2020] Davarzani, S., et al. (2020). Closing the wearable gap. Part VI: Human gait recognition using deep learning methodologies. *Electronics*, 9(5), 796.
- [DEVROEY, 2007] Devroey, C., et al. (2007). Evaluation of the effect of backpack load and position during standing and walking using biomechanical, physiological and subjective measures. *Ergonomics*, 50, 728–742.
- [GARCÉS, 2017] Garcés, A. (2017). *Diseño de un mecanismo del tipo exoesqueleto de miembros inferiores que permita reproducir patrones de movimiento* (Tesis). Pontificia Universidad Católica del Perú.
- [GILLET, 2006] Gillet, C., et al. (2006). Influence of a new backpack design on kinematics and dynamics of walking. *[Datos incompletos]*.
- [GOLRIZ, 2018] Golriz, S., et al. (2018). The effect of backpack load placement on physiological and self-reported measures of exertion. *IOS Press*, 61, 273–279.
- [GONZÁLEZ, 2017] González, P. (2017). *Análisis biomecánico de la marcha mediante un modelo analítico de dinámica inversa en pacientes con alteración del equilibrio sagital del raquis* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Barcelona.
- [GONZALEZ, 2021] Gonzalez, J., et al. (2021). Virtual gait visualization based on geometric kinematics. En *International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering*.
- [HONGBO, 2021] Hongbo, K., et al. (2021). Human kinematics modeling and simulation based on OpenSim. En *10th International Conference on Control, Automation and Information Sciences*, Xi'an, China.
- [LI, 2019] Li, S., et al. (2019). Changes of lumbosacral joint compression force profile when walking caused by backpack loads. *Human Movement Science*, 66, 164–172.
- [LÓPEZ, 2013] López, J. (2013). *Modelo biomecánico OpenSim de miembro específico* (Proyecto de fin de carrera). Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Sevilla.
- [MACHADO, 2010] Machado, L., et al. (2010). Analysis of the backpack loading effects on the human gait. *[Datos incompletos]*.
- [MANTILLA, 2019] Mantilla, A. (2019). Herramientas tecnológicas para el estudio e intervención de la biomecánica en el deporte de alto rendimiento. *Revista Iberoamericana de Ciencias de la Actividad Física y el Deporte*, 8, 67–78.

- [MAUERSBERGER, 2022] Mauersberger, H., et al. (2022). Predicting ground reaction forces of human gait using a simple bipedal spring-mass model with roller feet. *Royal Society Open Science*. <https://doi.org/10.1098/rsos.211582>
- [MARTÍNEZ, 2013] Martínez, F., et al. (2013). Simulation of normal and pathological gaits using a fusion knowledge strategy. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, 10, 73.
- [MÉNDEZ, 2020] Méndez, C., et al. (2020). Modelado y simulación de una marcha bípeda usando optimización paramétrica. *Investigación e Innovación en Ingenierías*, 8(2), 199–212.
- [MINGYI, 2022] Mingyi, L., et al. (2022). Dynamic interaction of energy-harvesting backpack and the human body to improve walking comfort. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 174.
- [MIOSSEC, 2004] Miossec, S. (2004). *Contribution à l'étude de la marche d'un bipède* (Tesis doctoral). Université de Nantes.
- [MOREIRA, 2015a] Moreira, P., et al. (2015). Biomechanical models for human gait analyses using inverse dynamics formulation. En *5° Congresso Nacional de Biomecânica*.
- [MOREIRA, 2015b] Moreira, P., et al. (2015). Human gait analysis using multibody systems formulation: Normal and pathological scenarios. *Mechanisms and Machine Science*, 24, 505–513.
- [OSORIO & VALENCIA, 2013] Osorio, J., & Valencia, M. (2013). Bases para el entendimiento del proceso de la marcha humana. *Archivos de Medicina*, 13, 88–96.
- [PÀMIES, 2012] Pàmies, R. (2012). *Application of Multibody Dynamics Techniques to the Analysis of Human Gait* (Tesis doctoral). Universitat Politècnica de Catalunya.
- [PARK, 2022] Park, J., et al. (2022). Generative GaitNet. En *SIGGRAPH 2022*.
- [PINYOANUNTAPONG, 2022] Pinyoanuntapong, E., et al. (2022). GaitMixer: Skeleton-based gait representation learning via wide-spectrum multi-axial mixer. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2210.15491>
- [RAMOS, 2020] Ramos, D. (2020). *Identificación de patrones de marcha mediante análisis de movimiento para su aplicación a un exoesqueleto*. Universidad Politécnica de Cartagena.
- [REN, 2008] Ren, L. (2008). Whole body inverse dynamics over a complete gait cycle based only on measured kinematics. *Journal of Biomechanics*, 41, 2750–2759.
- [SANTOS, 2018] Santos, J., et al. (2018). Biomechanical analysis of gait with double backpack. *Journal of Mechanical Engineering and Biomechanics*, 2, 82–86.
- [SARAIVA, 2022] Saraiva, L., et al. (2022). A review on foot–ground contact modeling strategies for human motion analysis. *Mechanism and Machine Theory*. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2022.105046>
- [SARMIENTO, 2009] Sarmiento, F. (2009). Respuestas fisiológicas y biomecánicas ante el uso de maletas en niños, jóvenes y adultos jóvenes. *Umbral Científico*, 15, 40–58.
- [STURDY, 2021] Sturdy, J., et al. (2021). A backpack load sharing model to evaluate lumbar and hip joint contact forces during load carriage. *Applied Ergonomics*, 90.

- [TEEPE, 2022] Teepe, T., et al. (2022). Towards a deeper understanding of skeleton-based gait recognition. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2204.07855>
- [VAJDI, 2019] Vajdi, A., et al. (2019). Human gait database for normal walk collected by smartphone accelerometer. [*Datos incompletos*].
- [WANG, 2020] Wang, X., et al. (2020). Human gait recognition based on frame-by-frame gait energy images and convolutional long short-term memory. *International Journal of Neural Systems*, 30.
- [WHITTINGTON, 2009] Whittington, B. R., & Thelen, D. G. (2009). A simple mass-spring model with roller feet can induce the ground reactions observed in human walking. *Journal of Biomechanical Engineering*, 131(1), 011013. <https://doi.org/10.1115/1.3005147>
- [WINTER, 2009] Winter, D. (2009). *Biomechanics and motor control of human movement* (4.<sup>a</sup> ed.). John Wiley & Sons.
- [XIANG, 2023] Xiang, Y., et al. (2023). Modeling and analysis of foot function in human gait using a two-degrees-of-freedom inverted pendulum model with an arced foot. *Bioengineering*, 10(12). <https://www.mdpi.com/2306-5354/10/12/1344>
- [YU, 2020] Yu, J., et al. (2020). Human gait analysis based on OpenSim. En *International Conference on Advanced Mechatronic Systems*.
- [ZEHAO, 2023] Zehao, H., et al. (2023). Biomechanical modeling and experiments of energy harvesting backpacks. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 200.
- [ZHU, 2023] Zhu, H., et al. (2023). GaitRef: Recognition with refined sequential skeletons. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2304.07916>

## ANEXOS

**ANEXO A: Código de Matlab para la determinación de trayectorias de las articulaciones, realización de diagrama de palos de la marcha humana normal y determinación de comportamientos de las fuerzas y momentos involucrados.**

```

%Duración del ciclo de marcha%
t=0:0.01:1.8;
t2=0:0.01:1.3;
tciclo=1.3;
kciclo=1.8/tciclo;
%Trayectoria de la cadera%
y_com=-2.5*cos((20*pi/9)*(kciclo*t2))+98;
figure (1);plot(t2,y_com);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Posición vertical del CoM
de la cadera(cm)';ylim([0 110]);xlim([0 1.3])
x_com=50+110*(kciclo*t2);
%Trayectoria del torso
y_torso=-2.5*cos((20*pi/9)*(kciclo*t2))+139;
figure (2);plot(t2,y_torso);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Posición vertical del
CoM del torso(cm)';ylim([0 145]);xlim([0 1.3])

%Movimiento angular de la cadera 1%
phi_1=-370.74*(kciclo*t2).^8+2993.89*(kciclo*t2).^7-
9699.96*(kciclo*t2).^6+16133.49*(kciclo*t2).^5-
14713.62*(kciclo*t2).^4+7373.97*(kciclo*t2).^3-
1916.73*(kciclo*t2).^2+161.52*(kciclo*t2)+29.97;
figure (3);plot(t2,phi_1);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Ángulo de flexión de la
cadera con fémur derecho(°)';xlim([0 1.3])
%Movimiento angular de la rodilla 1%
phi_2=-951.11*(kciclo*t2).^8+7032.91*(kciclo*t2).^7-
20802.36*(kciclo*t2).^6+31594.83*(kciclo*t2).^5-
26527.01*(kciclo*t2).^4+12519.79*(kciclo*t2).^3-
3230.68*(kciclo*t2).^2+385.22*(kciclo*t2)+4.99;
figure (4);plot(t2,phi_2);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Ángulo de flexión de la
rodilla derecha(°)';xlim([0 1.3])
%Movimiento angular de la cadera 2%
phi_3=-165.01*(kciclo*t2).^8+975.06*(kciclo*t2).^7-
1981.8*(kciclo*t2).^6+1085.24*(kciclo*t2).^5+1620.35*(kciclo*t2).^4-
2684.97*(kciclo*t2).^3+1316.46*(kciclo*t2).^2-127.19*(kciclo*t2)-9.99;
figure (5);plot(t2,phi_3);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Ángulo de flexión de la
cadera con fémur izquierdo(°)';xlim([0 1.3])
%Movimiento angular de la rodilla 2%
phi_4=-181.73*(kciclo*t2).^8+105.18*(kciclo*t2).^7+4179.75*(kciclo*t2).^6-
15089.86*(kciclo*t2).^5+21982.41*(kciclo*t2).^4-
15014.71*(kciclo*t2).^3+4256.24*(kciclo*t2).^2-238.47*(kciclo*t2)+12.03;
figure (6);plot(t2,phi_4);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Ángulo de flexión de la
rodilla izquierda(°)';xlim([0 1.3])

%Trayectoria de la rodilla r1%
L_1=45;
x_r1=x_com+L_1*sind(phi_1);
y_r1=y_com-L_1*cosd(phi_1);
figure (7);plot(t2,y_r1);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Posición vertical de la
rodilla derecha(cm)';ylim([0 80]);xlim([0 1.3])

%Trayectoria de la rodilla r2%
x_r2=x_com+L_1*sind(phi_3);
y_r2=y_com-L_1*cosd(phi_3);

```

```
figure (8);plot(t2,y_r2);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Posición vertical de la
rodilla izquierda(cm)';ylim([0 80]);xlim([0 1.3])
```

```
%Trayectoria del tobillo t1%
```

```
L_2=53;
```

```
x_t1=x_r1+L_2*cosd(90-phi_1+phi_2);
```

```
y_t1=y_r1-L_2*sind(90-phi_1+phi_2);
```

```
figure (9);plot(t2,y_t1);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Posición vertical del
tobillo derecho(cm)';ylim([0 40]);xlim([0 1.3])
```

```
%Trayectoria del tobillo t2%
```

```
x_t2=x_r2+L_2*cosd(90-phi_3+phi_4);
```

```
y_t2=y_r2-L_2*sind(90-phi_3+phi_4);
```

```
figure (10);plot(t2,y_t2);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Posición vertical del
tobillo izquierdo(cm)';ylim([0 40]);xlim([0 1.3])
```

```
%Trayectoria de la pierna 1"
```

```
figure (11);plot(x_com,y_com);xlabel 'Movimiento horizontal (cm)';ylabel
'Movimiento vertical(cm)';ylim([0 110])
```

```
hold on;plot(x_r1,y_r1);plot(x_t1,y_t1);
```

```
%Pierna 1 para 0%
```

```
a_1=1;
```

```
plot([x_com(a_1) x_r1(a_1)],[y_com(a_1) y_r1(a_1)],'black');plot([x_r1(a_1)
x_t1(a_1)],[y_r1(a_1) y_t1(a_1)],'black')
```

```
%Pierna 1 para 20%
```

```
a_2=27;
```

```
plot([x_com(a_2) x_r1(a_2)],[y_com(a_2) y_r1(a_2)],'black');plot([x_r1(a_2)
x_t1(a_2)],[y_r1(a_2) y_t1(a_2)],'black')
```

```
%Pierna 1 para 40%
```

```
a_3=53;
```

```
plot([x_com(a_3) x_r1(a_3)],[y_com(a_3) y_r1(a_3)],'black');plot([x_r1(a_3)
x_t1(a_3)],[y_r1(a_3) y_t1(a_3)],'black')
```

```
%Pierna 1 para 60%
```

```
a_4=79;
```

```
plot([x_com(a_4) x_r1(a_4)],[y_com(a_4) y_r1(a_4)],'black');plot([x_r1(a_4)
x_t1(a_4)],[y_r1(a_4) y_t1(a_4)],'black')
```

```
%Pierna 1 para 80%
```

```
a_5=105;
```

```
plot([x_com(a_5) x_r1(a_5)],[y_com(a_5) y_r1(a_5)],'black');plot([x_r1(a_5)
x_t1(a_5)],[y_r1(a_5) y_t1(a_5)],'black')
```

```
%Pierna 1 para 100%
```

```
a_6=131;
```

```
plot([x_com(a_6) x_r1(a_6)],[y_com(a_6) y_r1(a_6)],'black');plot([x_r1(a_6)
x_t1(a_6)],[y_r1(a_6) y_t1(a_6)],'black')
```

```
hold off;
```

```
%Trayectoria de la pierna 2"
```

```
figure (12);plot(x_com,y_com);xlabel 'Movimiento horizontal (cm)';ylabel
'Movimiento vertical(cm)';ylim([0 110])
```

```
hold on;
```

```
plot(x_r2,y_r2);plot(x_t2,y_t2);
```

```
%Pierna 2 para 0%
```

```
a_1=1;
```

```
plot([x_com(a_1) x_r2(a_1)],[y_com(a_1) y_r2(a_1)],'black');plot([x_r2(a_1)
x_t2(a_1)],[y_r2(a_1) y_t2(a_1)],'black')
```

```
%Pierna 2 para 20%
```

```
a_2=27;
```

```
plot([x_com(a_2) x_r2(a_2)],[y_com(a_2) y_r2(a_2)],'black');plot([x_r2(a_2)
x_t2(a_2)],[y_r2(a_2) y_t2(a_2)],'black')
```

```
%Pierna 2 para 40%
```

```

a_3=53;
plot([x_com(a_3) x_r2(a_3)], [y_com(a_3) y_r2(a_3)], 'black'); plot([x_r2(a_3)
x_t2(a_3)], [y_r2(a_3) y_t2(a_3)], 'black')
%Pierna 2 para 60%
a_4=79;
plot([x_com(a_4) x_r2(a_4)], [y_com(a_4) y_r2(a_4)], 'black'); plot([x_r2(a_4)
x_t2(a_4)], [y_r2(a_4) y_t2(a_4)], 'black')
%Pierna 2 para 80%
a_5=105;
plot([x_com(a_5) x_r2(a_5)], [y_com(a_5) y_r2(a_5)], 'black'); plot([x_r2(a_5)
x_t2(a_5)], [y_r2(a_5) y_t2(a_5)], 'black')
%Pierna 2 para 100%
a_6=131;
plot([x_com(a_6) x_r2(a_6)], [y_com(a_6) y_r2(a_6)], 'black'); plot([x_r2(a_6)
x_t2(a_6)], [y_r2(a_6) y_t2(a_6)], 'black')
hold off;

%Trayectoria de ambas piernas%
figure (13); plot(x_com, y_com); xlabel 'Movimiento horizontal (cm)'; ylabel
'Movimiento vertical (cm)'; ylim([0 110])
hold on; plot(x_r1, y_r1); plot(x_t1, y_t1);
%Pierna 1 para 0%
plot([x_com(a_1) x_r1(a_1)], [y_com(a_1) y_r1(a_1)], 'black'); plot([x_r1(a_1)
x_t1(a_1)], [y_r1(a_1) y_t1(a_1)], 'black')
%Pierna 1 para 20%
plot([x_com(a_2) x_r1(a_2)], [y_com(a_2) y_r1(a_2)], 'black'); plot([x_r1(a_2)
x_t1(a_2)], [y_r1(a_2) y_t1(a_2)], 'black')
%Pierna 1 para 40%
plot([x_com(a_3) x_r1(a_3)], [y_com(a_3) y_r1(a_3)], 'black'); plot([x_r1(a_3)
x_t1(a_3)], [y_r1(a_3) y_t1(a_3)], 'black')
%Pierna 1 para 60%
plot([x_com(a_4) x_r1(a_4)], [y_com(a_4) y_r1(a_4)], 'black'); plot([x_r1(a_4)
x_t1(a_4)], [y_r1(a_4) y_t1(a_4)], 'black')
%Pierna 1 para 80%
plot([x_com(a_5) x_r1(a_5)], [y_com(a_5) y_r1(a_5)], 'black'); plot([x_r1(a_5)
x_t1(a_5)], [y_r1(a_5) y_t1(a_5)], 'black')
%Pierna 1 para 100%
plot([x_com(a_6) x_r1(a_6)], [y_com(a_6) y_r1(a_6)], 'black'); plot([x_r1(a_6)
x_t1(a_6)], [y_r1(a_6) y_t1(a_6)], 'black')

plot(x_r2, y_r2); plot(x_t2, y_t2);
%Pierna 2 para 0%
plot([x_com(a_1) x_r2(a_1)], [y_com(a_1) y_r2(a_1)], 'blue'); plot([x_r2(a_1)
x_t2(a_1)], [y_r2(a_1) y_t2(a_1)], 'blue')
%Pierna 2 para 20%
plot([x_com(a_2) x_r2(a_2)], [y_com(a_2) y_r2(a_2)], 'blue'); plot([x_r2(a_2)
x_t2(a_2)], [y_r2(a_2) y_t2(a_2)], 'blue')
%Pierna 2 para 40%
plot([x_com(a_3) x_r2(a_3)], [y_com(a_3) y_r2(a_3)], 'blue'); plot([x_r2(a_3)
x_t2(a_3)], [y_r2(a_3) y_t2(a_3)], 'blue')
%Pierna 2 para 60%
plot([x_com(a_4) x_r2(a_4)], [y_com(a_4) y_r2(a_4)], 'blue'); plot([x_r2(a_4)
x_t2(a_4)], [y_r2(a_4) y_t2(a_4)], 'blue')
%Pierna 2 para 80%
plot([x_com(a_5) x_r2(a_5)], [y_com(a_5) y_r2(a_5)], 'blue'); plot([x_r2(a_5)
x_t2(a_5)], [y_r2(a_5) y_t2(a_5)], 'blue')
%Pierna 2 para 100%
plot([x_com(a_6) x_r2(a_6)], [y_com(a_6) y_r2(a_6)], 'blue'); plot([x_r2(a_6)
x_t2(a_6)], [y_r2(a_6) y_t2(a_6)], 'blue')

```

```
hold off;
```

```
%Aceleracion cadera%
```

```
m_f=6.86;m_torso=53.72;g=9.81;
ax_gtorso=0;
ay_gtorso=(1000*pi^2*cos((20*pi*(kciclo*t2))/9))/81;
```

```
%Aceleracion centro de masa TIBIA 2 (Izquierda)%
```

```
m_t=3.28;I_t=0.049;
x_gt2=x_r2+0.4395*L_2*cosd(90-phi_3+phi_4);
y_gt2=y_r2-0.4395*L_2*sind(90-phi_3+phi_4);
figure (14);plot(t2,y_gt2);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Posición vertical del CoM
de la tibia izquierda(cm)';ylim([0 50]);xlim([0 1.3])
ax_gt2=(pi*cos((pi*((16501*(kciclo*t2).^8)/100 - (48753*(kciclo*t2).^7)/50 +
(9909*(kciclo*t2).^6)/5 - (27131*(kciclo*t2).^5)/25 - (32407*(kciclo*t2).^4)/20
+ (5904311470459453*(kciclo*t2).^3)/2199023255552 - (65823*(kciclo*t2).^2)/50 +
(12719*(kciclo*t2))/100 + 999/100))/180).*(- (231014*(kciclo*t2).^6)/25 +
(1023813*(kciclo*t2).^5)/25 - 59454*(kciclo*t2).^4 + (108524*(kciclo*t2).^3)/5
+ (97221*(kciclo*t2).^2)/5 - (17712934411378359*(kciclo*t2))/1099511627776 +
65823/25)/4 + (pi^2*sin((pi*((16501*(kciclo*t2).^8)/100 -
(48753*(kciclo*t2).^7)/50 + (9909*(kciclo*t2).^6)/5 - (27131*(kciclo*t2).^5)/25
- (32407*(kciclo*t2).^4)/20 + (5904311470459453*(kciclo*t2).^3)/2199023255552 -
(65823*(kciclo*t2).^2)/50 + (12719*(kciclo*t2))/100 + 999/100))/180).*(-
(33002*(kciclo*t2).^7)/25 + (341271*(kciclo*t2).^6)/50 -
(59454*(kciclo*t2).^5)/5 + (27131*(kciclo*t2).^4)/5 + (32407*(kciclo*t2).^3)/5
- (17712934411378359*(kciclo*t2).^2)/2199023255552 + (65823*(kciclo*t2))/25 -
12719/100).^2)/720 - (15529*pi^2*cos((pi*((418*(kciclo*t2).^8)/25 +
(21747*(kciclo*t2).^7)/25 - (123231*(kciclo*t2).^6)/20 +
(27788610203811841*(kciclo*t2).^5)/1717986918400 -
(27985402169340723*(kciclo*t2).^4)/1374389534720 +
(27113384994909715*(kciclo*t2).^3)/2199023255552 -
(40404028663791613*(kciclo*t2).^2)/13743895347200 + (2782*(kciclo*t2))/25 -
5601/50))/180).*((3344*(kciclo*t2).^7)/25 + (152229*(kciclo*t2).^6)/25 -
(369693*(kciclo*t2).^5)/10 + (27788610203811841*(kciclo*t2).^4)/343597383680 -
(27985402169340723*(kciclo*t2).^3)/343597383680 +
(81340154984729145*(kciclo*t2).^2)/2199023255552 -
(40404028663791613*(kciclo*t2))/6871947673600 + 2782/25).^2)/21600000 -
(15529*pi*sin((pi*((418*(kciclo*t2).^8)/25 + (21747*(kciclo*t2).^7)/25 -
(123231*(kciclo*t2).^6)/20 + (27788610203811841*(kciclo*t2).^5)/1717986918400 -
(27985402169340723*(kciclo*t2).^4)/1374389534720 +
(27113384994909715*(kciclo*t2).^3)/2199023255552 -
(40404028663791613*(kciclo*t2).^2)/13743895347200 + (2782*(kciclo*t2))/25 -
5601/50))/180).*((23408*(kciclo*t2).^6)/25 + (913374*(kciclo*t2).^5)/25 -
(369693*(kciclo*t2).^4)/2 + (27788610203811841*(kciclo*t2).^3)/85899345920 -
(83956206508022169*(kciclo*t2).^2)/343597383680 +
(81340154984729145*(kciclo*t2))/1099511627776 -
40404028663791613/6871947673600))/120000;
ay_gt2=(1000*pi^2*cos((20*pi*(kciclo*t2))/9))/81 +
(pi^2*cos((pi*((16501*(kciclo*t2).^8)/100 - (48753*(kciclo*t2).^7)/50 +
(9909*(kciclo*t2).^6)/5 - (27131*(kciclo*t2).^5)/25 - (32407*(kciclo*t2).^4)/20
+ (5904311470459453*(kciclo*t2).^3)/2199023255552 - (65823*(kciclo*t2).^2)/50 +
(12719*(kciclo*t2))/100 + 999/100))/180).*(- (33002*(kciclo*t2).^7)/25 +
(341271*(kciclo*t2).^6)/50 - (59454*(kciclo*t2).^5)/5 +
(27131*(kciclo*t2).^4)/5 + (32407*(kciclo*t2).^3)/5 -
(17712934411378359*(kciclo*t2).^2)/2199023255552 + (65823*(kciclo*t2))/25 -
12719/100).^2)/720 - (pi*sin((pi*((16501*(kciclo*t2).^8)/100 -
(48753*(kciclo*t2).^7)/50 + (9909*(kciclo*t2).^6)/5 - (27131*(kciclo*t2).^5)/25
- (32407*(kciclo*t2).^4)/20 + (5904311470459453*(kciclo*t2).^3)/2199023255552 -
(65823*(kciclo*t2).^2)/50 + (12719*(kciclo*t2))/100 + 999/100))/180).*(-
```

```

(231014*(kciclo*t2).^6)/25 + (1023813*(kciclo*t2).^5)/25 - 59454*(kciclo*t2).^4
+ (108524*(kciclo*t2).^3)/5 + (97221*(kciclo*t2).^2)/5 -
(17712934411378359*(kciclo*t2))/1099511627776 + 65823/25))/4 -
(15529*pi^2*sin((pi*((418*(kciclo*t2).^8)/25 + (21747*(kciclo*t2).^7)/25 -
(123231*(kciclo*t2).^6)/20 + (27788610203811841*(kciclo*t2).^5)/1717986918400 -
(27985402169340723*(kciclo*t2).^4)/1374389534720 +
(27113384994909715*(kciclo*t2).^3)/2199023255552 -
(40404028663791613*(kciclo*t2).^2)/13743895347200 + (2782*(kciclo*t2))/25 -
5601/50))/180).*((3344*(kciclo*t2).^7)/25 + (152229*(kciclo*t2).^6)/25 -
(369693*(kciclo*t2).^5)/10 + (27788610203811841*(kciclo*t2).^4)/343597383680 -
(27985402169340723*(kciclo*t2).^3)/343597383680 +
(81340154984729145*(kciclo*t2).^2)/2199023255552 -
(40404028663791613*(kciclo*t2))/6871947673600 + 2782/25).^2)/21600000 +
(15529*pi*cos((pi*((418*(kciclo*t2).^8)/25 + (21747*(kciclo*t2).^7)/25 -
(123231*(kciclo*t2).^6)/20 + (27788610203811841*(kciclo*t2).^5)/1717986918400 -
(27985402169340723*(kciclo*t2).^4)/1374389534720 +
(27113384994909715*(kciclo*t2).^3)/2199023255552 -
(40404028663791613*(kciclo*t2).^2)/13743895347200 + (2782*(kciclo*t2))/25 -
5601/50))/180).*((23408*(kciclo*t2).^6)/25 + (913374*(kciclo*t2).^5)/25 -
(369693*(kciclo*t2).^4)/2 + (27788610203811841*(kciclo*t2).^3)/85899345920 -
(83956206508022169*(kciclo*t2).^2)/343597383680 +
(81340154984729145*(kciclo*t2))/1099511627776 -
40404028663791613/6871947673600))/120000;
%Aceleracion angular tibia 2 (Izquierda)%
alpha_ti=(pi*((23408*(kciclo*t2).^6)/25 + (913374*(kciclo*t2).^5)/25 -
(369693*(kciclo*t2).^4)/2 + (27788610203811841*(kciclo*t2).^3)/85899345920 -
(83956206508022169*(kciclo*t2).^2)/343597383680 +
(81340154984729145*(kciclo*t2))/1099511627776 -
40404028663791613/6871947673600))/180;
%Fuerzas en la tibia 2 (Izquierda) BALANCEO 13-92 %
F_xgri=0.*(kciclo*t2);
F_xri0=-1*(F_xgri - 1*m_t*ax_gt2*10^(-2));
F_xri=circshift(F_xri0,-4);
F_ygri=0.*(kciclo*t2);
F_yri=-m_t*g + F_ygri - m_t*ay_gt2*10^(-2);
T_ti=0.*(kciclo*t2);
T_ri0=I_t*alpha_ti-T_ti-0.5605*L_2*(10^(-2))*cosd(phi_4-phi_3).*F_xgri - ((x_t2-
x_r2)./(abs(x_t2-x_r2)))*0.5605*L_2*(10^(-2)).*sind(phi_4-phi_3).*F_ygri -
((x_t2-x_r2)./(abs(x_t2-x_r2)))*0.4395*L_2*(10^(-2)).*sind(phi_4-phi_3).*F_yri
+ 0.4395*L_2*(10^(-2))*cos(phi_4-phi_3).*F_xri;

%Aceleracion centro de masa FEMUR 2 (Izquierda) BALANCEO 13-92 %
I_f=0.1238;
x_gf2=x_com+0.4095*L_1*sind(phi_3);
y_gf2=y_com-0.4095*L_1*cosd(phi_3);
figure (15);plot(t2,y_gf2);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Posición vertical del CoM
del fémur izquierdo(cm)';ylim([0 90]);xlim([0 1.3])
ax_gf2=(819*pi*cos((pi*((16501*(kciclo*t2).^8)/100 - (48753*(kciclo*t2).^7)/50
+ (9909*(kciclo*t2).^6)/5 - (27131*(kciclo*t2).^5)/25 -
(32407*(kciclo*t2).^4)/20 + (5904311470459453*(kciclo*t2).^3)/2199023255552 -
(65823*(kciclo*t2).^2)/50 + (12719*(kciclo*t2))/100 + 999/100))/180).*(-
(231014*(kciclo*t2).^6)/25 + (1023813*(kciclo*t2).^5)/25 - 59454*(kciclo*t2).^4
+ (108524*(kciclo*t2).^3)/5 + (97221*(kciclo*t2).^2)/5 -
(17712934411378359*(kciclo*t2))/1099511627776 + 65823/25))/8000 +
(91*pi^2*sin((pi*((16501*(kciclo*t2).^8)/100 - (48753*(kciclo*t2).^7)/50 +
(9909*(kciclo*t2).^6)/5 - (27131*(kciclo*t2).^5)/25 - (32407*(kciclo*t2).^4)/20
+ (5904311470459453*(kciclo*t2).^3)/2199023255552 - (65823*(kciclo*t2).^2)/50 +
(12719*(kciclo*t2))/100 + 999/100))/180).*(- (33002*(kciclo*t2).^7)/25 +
(341271*(kciclo*t2).^6)/50 - (59454*(kciclo*t2).^5)/5 +

```

```

(27131*(kciclo*t2).^4)/5 + (32407*(kciclo*t2).^3)/5 -
(17712934411378359*(kciclo*t2).^2)/2199023255552 + (65823*(kciclo*t2))/25 -
12719/100).^2)/160000;
ay_gf2=(100*pi^2*cos((20*pi*(kciclo*t2))/9))/81 +
(91*pi^2*cos((pi*((16501*(kciclo*t2).^8)/100 - (48753*(kciclo*t2).^7)/50 +
(9909*(kciclo*t2).^6)/5 - (27131*(kciclo*t2).^5)/25 - (32407*(kciclo*t2).^4)/20
+ (5904311470459453*(kciclo*t2).^3)/2199023255552 - (65823*(kciclo*t2).^2)/50 +
(12719*(kciclo*t2))/100 + 999/100))/180).*(- (33002*(kciclo*t2).^7)/25 +
(341271*(kciclo*t2).^6)/50 - (59454*(kciclo*t2).^5)/5 +
(27131*(kciclo*t2).^4)/5 + (32407*(kciclo*t2).^3)/5 -
(17712934411378359*(kciclo*t2).^2)/2199023255552 + (65823*(kciclo*t2))/25 -
12719/100).^2)/160000 - (819*pi*sin((pi*((16501*(kciclo*t2).^8)/100 -
(48753*(kciclo*t2).^7)/50 + (9909*(kciclo*t2).^6)/5 - (27131*(kciclo*t2).^5)/25
- (32407*(kciclo*t2).^4)/20 + (5904311470459453*(kciclo*t2).^3)/2199023255552 -
(65823*(kciclo*t2).^2)/50 + (12719*(kciclo*t2))/100 + 999/100))/180).*(-
(231014*(kciclo*t2).^6)/25 + (1023813*(kciclo*t2).^5)/25 - 59454*(kciclo*t2).^4
+ (108524*(kciclo*t2).^3)/5 + (97221*(kciclo*t2).^2)/5 -
(17712934411378359*(kciclo*t2))/1099511627776 + 65823/25))/8000;
%Aceleracion angular femur 2 (Izquierda)%
alpha_fi=(pi*(- (231014*(kciclo*t2).^6)/25 + (1023813*(kciclo*t2).^5)/25 -
59454*(kciclo*t2).^4 + (108524*(kciclo*t2).^3)/5 + (97221*(kciclo*t2).^2)/5 -
(17712934411378359*(kciclo*t2))/1099511627776 + 65823/25))/180;
%Fuerzas en el femur 2 (Izquierda)%
F_cxi0=F_xri0+m_f*ax_gf2*10^(-2);
F_cxi=circshift(F_cxi0,-4);
F_cyi=F_yri-m_f*g-m_f*ay_gf2*10^(-2);
T_ci0=I_f*alpha_fi + T_ri0 + 0.4095*L_1*(10^(-2))*cosd(phi_3).*F_cxi +
0.5905*L_1*(10^(-2))*cosd(phi_3).*F_xri -((x_r2-x_com)./abs(x_r2-
x_com))*0.4095*L_1*(10^(-2)).*sind(phi_3).*F_cyi -((x_r2-x_com)./abs(x_r2-
x_com))*0.5905*L_1*(10^(-2)).*sind(phi_3).*F_yri;

%Fuerzas en el torso BALANCEO 13-92 %
F_cxd0=-1*F_cxi0;
F_cxd=circshift(F_cxd0,-4);
F_cyd=-1*F_cyi + m_torso*g + m_torso*ay_gtorso*10^(-2);
T_cd0=-1*T_ci0;

%Aceleracion centro de masa FEMUR 1 (Derecha) BALANCEO 13-92%
x_gf1=x_com+0.4095*L_1*sind(phi_1);
y_gf1=y_com-0.4095*L_1*cosd(phi_1);
figure (16);plot(t2,y_gf1);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Posición vertical del CoM
del femur derecho(cm)';ylim([0 98]);xlim([0 1.3])
ax_gf1=-1*(819*pi*cos((pi*(- (18537*(kciclo*t2).^8)/50 +
(6583633734564577*(kciclo*t2).^7)/2199023255552 -
(1333152351120261*(kciclo*t2).^6)/137438953472 +
(8869479925803909*(kciclo*t2).^5)/549755813888 -
(8088898138338755*(kciclo*t2).^4)/549755813888 +
(8107765757871391*(kciclo*t2).^3)/1099511627776 -
(4214933844614185*(kciclo*t2).^2)/2199023255552 + (4038*(kciclo*t2))/25 +
2997/100))/180).*((519036*(kciclo*t2).^6)/25 -
(138256308425856117*(kciclo*t2).^5)/1099511627776 +
(19997285266803915*(kciclo*t2).^4)/68719476736 -
(44347399629019545*(kciclo*t2).^3)/137438953472 +
(24266694415016265*(kciclo*t2).^2)/137438953472 -
(24323297273614173*(kciclo*t2))/549755813888 +
4214933844614185/1099511627776))/8000 - (91*pi^2*sin((pi*(-
(18537*(kciclo*t2).^8)/50 + (6583633734564577*(kciclo*t2).^7)/2199023255552 -
(1333152351120261*(kciclo*t2).^6)/137438953472 +
(8869479925803909*(kciclo*t2).^5)/549755813888 -

```

```

(8088898138338755*(kciclo*t2).^4)/549755813888 +
(8107765757871391*(kciclo*t2).^3)/1099511627776 -
(4214933844614185*(kciclo*t2).^2)/2199023255552 + (4038*(kciclo*t2))/25 +
2997/100)/180).*((74148*(kciclo*t2).^7)/25 -
(46085436141952039*(kciclo*t2).^6)/2199023255552 +
(3999457053360783*(kciclo*t2).^5)/68719476736 -
(44347399629019545*(kciclo*t2).^4)/549755813888 +
(8088898138338755*(kciclo*t2).^3)/137438953472 -
(24323297273614173*(kciclo*t2).^2)/1099511627776 +
(4214933844614185*(kciclo*t2))/1099511627776 - 4038/25).^2)/160000;
ay_gf1=(1000*pi^2*cos((20*pi*(kciclo*t2))/9))/81 - (819*pi*sin((pi*(-
(18537*(kciclo*t2).^8)/50 + (6583633734564577*(kciclo*t2).^7)/2199023255552 -
(1333152351120261*(kciclo*t2).^6)/137438953472 +
(8869479925803909*(kciclo*t2).^5)/549755813888 -
(8088898138338755*(kciclo*t2).^4)/549755813888 +
(8107765757871391*(kciclo*t2).^3)/1099511627776 -
(4214933844614185*(kciclo*t2).^2)/2199023255552 + (4038*(kciclo*t2))/25 +
2997/100)/180).*((519036*(kciclo*t2).^6)/25 -
(138256308425856117*(kciclo*t2).^5)/1099511627776 +
(19997285266803915*(kciclo*t2).^4)/68719476736 -
(44347399629019545*(kciclo*t2).^3)/137438953472 +
(24266694415016265*(kciclo*t2).^2)/137438953472 -
(24323297273614173*(kciclo*t2))/549755813888 +
4214933844614185/1099511627776))/8000 + (91*pi^2*cos((pi*(-
(18537*(kciclo*t2).^8)/50 + (6583633734564577*(kciclo*t2).^7)/2199023255552 -
(1333152351120261*(kciclo*t2).^6)/137438953472 +
(8869479925803909*(kciclo*t2).^5)/549755813888 -
(8088898138338755*(kciclo*t2).^4)/549755813888 +
(8107765757871391*(kciclo*t2).^3)/1099511627776 -
(4214933844614185*(kciclo*t2).^2)/2199023255552 + (4038*(kciclo*t2))/25 +
2997/100)/180).*((74148*(kciclo*t2).^7)/25 -
(46085436141952039*(kciclo*t2).^6)/2199023255552 +
(3999457053360783*(kciclo*t2).^5)/68719476736 -
(44347399629019545*(kciclo*t2).^4)/549755813888 +
(8088898138338755*(kciclo*t2).^3)/137438953472 -
(24323297273614173*(kciclo*t2).^2)/1099511627776 +
(4214933844614185*(kciclo*t2))/1099511627776 - 4038/25).^2)/160000;
%Aceleracion angular femur 1 (Derecha)%
alpha_fd=-(pi*((519036*(kciclo*t2).^6)/25 -
(138256308425856117*(kciclo*t2).^5)/1099511627776 +
(19997285266803915*(kciclo*t2).^4)/68719476736 -
(44347399629019545*(kciclo*t2).^3)/137438953472 +
(24266694415016265*(kciclo*t2).^2)/137438953472 -
(24323297273614173*(kciclo*t2))/549755813888 +
4214933844614185/1099511627776))/180;
%Fuerzas en el femur 1 (Derecha)%
F_xrd0=F_cxd0-m_f*ax_gf1*10^(-2);
F_xrd=circshift(F_xrd0,-4);
F_yrd=m_f*g+F_cyd+m_f*ay_gf1*10^(-2);
T_rd0=-1*I_f*alpha_fd+T_cd0 + ((x_r1-x_com)./abs(x_r1-x_com))*0.4095*L_1*(10^(-
2)).*sind(phi_1).*F_cyd + ((x_r1-x_com)./abs(x_r1-x_com))*0.5905*L_1*(10^(-
2)).*sind(phi_1).*F_yrd - 0.4095*L_1*(10^(-2))*cosd(phi_1).*F_cxd -
0.5905*L_1*(10^(-2))*cosd(phi_1).*F_xrd;

%Aceleracion centro de masa TIBIA 1 (Derecha) BALANCEO 13-92 %
x_gt1=x_r1+0.4395*L_2*cosd(90-phi_1+phi_2);
y_gt1=y_r1-0.4395*L_2*sind(90-phi_1+phi_2);
figure (17);plot(t2,y_gt1);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Posición vertical del CoM
de la tibia derecha(cm)';ylim([0 50]);xlim([0 1.3])

```

$$\begin{aligned}
ax\_gt1 = & (15529 * \pi * \sin((\pi * (- (58037 * (kciclo * t2)^8) / 100 + \\
& (8881898909639639 * (kciclo * t2)^7) / 2199023255552 - \\
& (1525902237027533 * (kciclo * t2)^6) / 137438953472 + \\
& (8499961555499091 * (kciclo * t2)^5) / 549755813888 - \\
& (6494479834226359 * (kciclo * t2)^4) / 549755813888 + \\
& (5657888924442297 * (kciclo * t2)^3) / 1099511627776 - \\
& (72235165165813759 * (kciclo * t2)^2) / 54975581388800 + (2237 * (kciclo * t2)) / 10 + \\
& 3251 / 50) / 180) * ((812518 * (kciclo * t2)^6) / 25 - \\
& (186519877102432419 * (kciclo * t2)^5) / 1099511627776 + \\
& (22888533555412995 * (kciclo * t2)^4) / 68719476736 - \\
& (4249980777495455 * (kciclo * t2)^3) / 137438953472 + \\
& (19483439502679077 * (kciclo * t2)^2) / 137438953472 - \\
& (16973666773326891 * (kciclo * t2)) / 549755813888 + \\
& 72235165165813759 / 27487790694400) / 120000 - (15529 * \pi^2 * \cos((\pi * (- \\
& (58037 * (kciclo * t2)^8) / 100 + (8881898909639639 * (kciclo * t2)^7) / 2199023255552 - \\
& (1525902237027533 * (kciclo * t2)^6) / 137438953472 + \\
& (8499961555499091 * (kciclo * t2)^5) / 549755813888 - \\
& (6494479834226359 * (kciclo * t2)^4) / 549755813888 + \\
& (5657888924442297 * (kciclo * t2)^3) / 1099511627776 - \\
& (72235165165813759 * (kciclo * t2)^2) / 54975581388800 + (2237 * (kciclo * t2)) / 10 + \\
& 3251 / 50) / 180) * ((116074 * (kciclo * t2)^7) / 25 - \\
& (62173292367477473 * (kciclo * t2)^6) / 2199023255552 + \\
& (4577706711082599 * (kciclo * t2)^5) / 68719476736 - \\
& (4249980777495455 * (kciclo * t2)^4) / 549755813888 + \\
& (6494479834226359 * (kciclo * t2)^3) / 137438953472 - \\
& (16973666773326891 * (kciclo * t2)^2) / 1099511627776 + \\
& (72235165165813759 * (kciclo * t2)) / 27487790694400 - 2237 / 10) ^2) / 21600000 - \\
& (\pi * \cos((\pi * (- (18537 * (kciclo * t2)^8) / 50 + \\
& (6583633734564577 * (kciclo * t2)^7) / 2199023255552 - \\
& (1333152351120261 * (kciclo * t2)^6) / 137438953472 + \\
& (8869479925803909 * (kciclo * t2)^5) / 549755813888 - \\
& (8088898138338755 * (kciclo * t2)^4) / 549755813888 + \\
& (8107765757871391 * (kciclo * t2)^3) / 1099511627776 - \\
& (4214933844614185 * (kciclo * t2)^2) / 2199023255552 + (4038 * (kciclo * t2)) / 25 + \\
& 2997 / 100) / 180) * ((519036 * (kciclo * t2)^6) / 25 - \\
& (138256308425856117 * (kciclo * t2)^5) / 1099511627776 + \\
& (19997285266803915 * (kciclo * t2)^4) / 68719476736 - \\
& (44347399629019545 * (kciclo * t2)^3) / 137438953472 + \\
& (24266694415016265 * (kciclo * t2)^2) / 137438953472 - \\
& (24323297273614173 * (kciclo * t2)) / 549755813888 + \\
& 4214933844614185 / 1099511627776) / 4 - (\pi^2 * \sin((\pi * (- (18537 * (kciclo * t2)^8) / 50 \\
& + (6583633734564577 * (kciclo * t2)^7) / 2199023255552 - \\
& (1333152351120261 * (kciclo * t2)^6) / 137438953472 + \\
& (8869479925803909 * (kciclo * t2)^5) / 549755813888 - \\
& (8088898138338755 * (kciclo * t2)^4) / 549755813888 + \\
& (8107765757871391 * (kciclo * t2)^3) / 1099511627776 - \\
& (4214933844614185 * (kciclo * t2)^2) / 2199023255552 + (4038 * (kciclo * t2)) / 25 + \\
& 2997 / 100) / 180) * ((74148 * (kciclo * t2)^7) / 25 - \\
& (46085436141952039 * (kciclo * t2)^6) / 2199023255552 + \\
& (3999457053360783 * (kciclo * t2)^5) / 68719476736 - \\
& (44347399629019545 * (kciclo * t2)^4) / 549755813888 + \\
& (8088898138338755 * (kciclo * t2)^3) / 137438953472 - \\
& (24323297273614173 * (kciclo * t2)^2) / 1099511627776 + \\
& (4214933844614185 * (kciclo * t2)) / 1099511627776 - 4038 / 25) ^2) / 720; \\
ay\_gt1 = & (100 * \pi^2 * \cos((20 * \pi * (kciclo * t2)) / 9)) / 81 + (15529 * \pi * \cos((\pi * (- \\
& (58037 * (kciclo * t2)^8) / 100 + (8881898909639639 * (kciclo * t2)^7) / 2199023255552 - \\
& (1525902237027533 * (kciclo * t2)^6) / 137438953472 + \\
& (8499961555499091 * (kciclo * t2)^5) / 549755813888 - \\
& (6494479834226359 * (kciclo * t2)^4) / 549755813888 +
\end{aligned}$$

```

(5657888924442297*(kciclo*t2).^3)/1099511627776 -
(72235165165813759*(kciclo*t2).^2)/54975581388800 + (2237*(kciclo*t2))/10 +
3251/50))/180).*((812518*(kciclo*t2).^6)/25 -
(186519877102432419*(kciclo*t2).^5)/1099511627776 +
(22888533555412995*(kciclo*t2).^4)/68719476736 -
(4249980777495455*(kciclo*t2).^3)/137438953472 +
(19483439502679077*(kciclo*t2).^2)/137438953472 -
(16973666773326891*(kciclo*t2))/549755813888 +
72235165165813759/27487790694400))/120000 + (15529*pi^2*sin((pi*(-
(58037*(kciclo*t2).^8)/100 + (8881898909639639*(kciclo*t2).^7)/2199023255552 -
(1525902237027533*(kciclo*t2).^6)/137438953472 +
(8499961555499091*(kciclo*t2).^5)/549755813888 -
(6494479834226359*(kciclo*t2).^4)/549755813888 +
(5657888924442297*(kciclo*t2).^3)/1099511627776 -
(72235165165813759*(kciclo*t2).^2)/54975581388800 + (2237*(kciclo*t2))/10 +
3251/50))/180).*((116074*(kciclo*t2).^7)/25 -
(62173292367477473*(kciclo*t2).^6)/2199023255552 +
(4577706711082599*(kciclo*t2).^5)/68719476736 -
(4249980777495455*(kciclo*t2).^4)/549755813888 +
(6494479834226359*(kciclo*t2).^3)/137438953472 -
(16973666773326891*(kciclo*t2).^2)/1099511627776 +
(72235165165813759*(kciclo*t2))/27487790694400 - 2237/10).^2)/21600000 -
(pi*sin((pi*(- (18537*(kciclo*t2).^8)/50 +
(6583633734564577*(kciclo*t2).^7)/2199023255552 -
(1333152351120261*(kciclo*t2).^6)/137438953472 +
(8869479925803909*(kciclo*t2).^5)/549755813888 -
(8088898138338755*(kciclo*t2).^4)/549755813888 +
(8107765757871391*(kciclo*t2).^3)/1099511627776 -
(4214933844614185*(kciclo*t2).^2)/2199023255552 + (4038*(kciclo*t2))/25 +
2997/100))/180).*((519036*(kciclo*t2).^6)/25 -
(138256308425856117*(kciclo*t2).^5)/1099511627776 +
(19997285266803915*(kciclo*t2).^4)/68719476736 -
(44347399629019545*(kciclo*t2).^3)/137438953472 +
(24266694415016265*(kciclo*t2).^2)/137438953472 -
(24323297273614173*(kciclo*t2))/549755813888 +
4214933844614185/1099511627776))/4 + (pi^2*cos((pi*(- (18537*(kciclo*t2).^8)/50
+ (6583633734564577*(kciclo*t2).^7)/2199023255552 -
(1333152351120261*(kciclo*t2).^6)/137438953472 +
(8869479925803909*(kciclo*t2).^5)/549755813888 -
(8088898138338755*(kciclo*t2).^4)/549755813888 +
(8107765757871391*(kciclo*t2).^3)/1099511627776 -
(4214933844614185*(kciclo*t2).^2)/2199023255552 + (4038*(kciclo*t2))/25 +
2997/100))/180).*((74148*(kciclo*t2).^7)/25 -
(46085436141952039*(kciclo*t2).^6)/2199023255552 +
(3999457053360783*(kciclo*t2).^5)/68719476736 -
(44347399629019545*(kciclo*t2).^4)/549755813888 +
(8088898138338755*(kciclo*t2).^3)/137438953472 -
(24323297273614173*(kciclo*t2).^2)/1099511627776 +
(4214933844614185*(kciclo*t2))/1099511627776 - 4038/25).^2)/720;
%Aceleracion angular tibia 1 (Derecha)%
alpha_td=(pi*((812518*(kciclo*t2).^6)/25 -
(186519877102432419*(kciclo*t2).^5)/1099511627776 +
(22888533555412995*(kciclo*t2).^4)/68719476736 -
(4249980777495455*(kciclo*t2).^3)/137438953472 +
(19483439502679077*(kciclo*t2).^2)/137438953472 -
(16973666773326891*(kciclo*t2))/549755813888 +
72235165165813759/27487790694400))/180;
%Fuerzas en la tibia 1 (Derecha)%
F_xgrd0=m_t*ax_gt1*10^(-2) - F_xrd0;

```

```

F_xgrd=circshift(F_xgrd0,-4);
F_ygrd=F_yrd+m_t*g+m_t*ay_gt1*10^(-2);
T_td0=I_t*alpha_td-T_rd0 - ((x_t1-x_r1)./(abs(x_t1-x_r1)))*0.4395*L_2*(10^(-2)).*sind(phi_1-phi_2).*F_yrd - ((x_t1-x_r1)./(abs(x_t1-x_r1)))*0.5605*L_2*(10^(-2)).*sind(phi_1-phi_2).*F_ygrd - 0.5605*L_2*(10^(-2))*cosd(phi_1-phi_2).*F_xgrd + 0.4395*L_2*(10^(-2))*cosd(phi_1-phi_2).*F_xrd;
T_td=circshift(T_td0,-45);

```

**%Estimacion tramos para la fuerza de reaccion del suelo Pierna derecha%**

```

[y_gr1,x_gr1]=max(F_ygrd(4:13));
F_ygrd1=y_gr1-(y_gr1/(0.09^4))*(t2-0.09).^4; %1-10
[y_gr2,x_gr2]=max(F_ygrd(65:68));
F_ygrd2=y_gr2-(y_gr2/(0.07^4))*(t2-0.66).^4; %67-73
F_ygrd3=1./(4*t2-(4*t2(73)-1/F_ygrd2(73))); %73-131

```

**%Fase doble apoyo 1-10%**

```

F_xgri1=circshift(F_xgrd,-66);
F_ygri1=circshift(F_ygrd2,-66);

```

**%Hallamos Torque%**

```

T_td2=-15./(t2-(t2(64)+15/T_td(64))); %64-131
T_ti1=circshift(T_td,-46); %1-18
T_ti2=circshift(T_td2,-46); %18-85
T_ti30=circshift(T_td,85);
T_ti3=T_ti30-abs(T_ti30(85)-T_ti2(85));

```

**%Fase 10-67%**

```

F_xgri00=1./(24*t2-(24*t2(20)-1/F_xgri1(20)));

```

**%Fase 92-181%**

```

F_xgri20=circshift(F_xgrd,66);
F_xgri2=F_xgri20-abs(F_xgri20(67)-F_xgri00(67));
F_xgrd2=circshift(F_xgri00,66);
F_ygri2=circshift(F_ygrd3,-66);
F_ygri30=circshift(F_ygrd1,66);
F_ygri3=F_ygri30-abs(F_ygri2(67)-F_ygri30(67));
F_ygri40=circshift(F_ygrd,66);
F_ygri4=F_ygri40-abs(F_ygri3(75)-F_ygri40(75));

```

**%Reacciones finales Tobillo Izquierdo%**

```

F_xgri0=[F_xgri1(1:19) F_xgri00(20:67) F_xgri2(68:131)];
F_ygri0=[F_ygri1(1:7) F_ygri2(8:67) F_ygri3(68:75) F_ygri4(76:131)];
T_ti0=[T_ti1(1:18) T_ti2(19:85) T_ti3(86:131)];

```

**%Reacciones finales Rodilla Izquierda%**

```

F_xri00=-F_xgri0 + m_t*ax_gt2*10^(-2);
F_yri0=-m_t*g + F_ygri0 - m_t*ay_gt2*10^(-2);
T_ri00=I_t*alpha_ti-T_ti0-0.5605*L_2*(10^(-2))*cosd(phi_4-phi_3).*F_xgri0 - ((x_t2-x_r2)./(abs(x_t2-x_r2)))*0.5605*L_2*(10^(-2)).*sind(phi_4-phi_3).*F_ygri0 - ((x_t2-x_r2)./(abs(x_t2-x_r2)))*0.4395*L_2*(10^(-2)).*sind(phi_4-phi_3).*F_yri0 + 0.4395*L_2*(10^(-2))*cos(phi_4-phi_3).*F_xri00;

```

**%Reacciones finales Cadera Izquierda%**

```

F_cxi00=F_xri00+m_f*ax_gf2*10^(-2);
F_cyi00=F_yri0-m_f*g-m_f*ay_gf2*10^(-2);
T_ci00=I_f*alpha_fi + T_ri00 + 0.4095*L_1*(10^(-2))*cosd(phi_3).*F_cxi00 + 0.5905*L_1*(10^(-2))*cosd(phi_3).*F_xri00 - ((x_r2-x_com)./abs(x_r2-

```

```
x_com))*0.4095*L_1*(10^(-2)).*sind(phi_3).*F_cyi0 -((x_r2-x_com)./abs(x_r2-x_com))*0.5905*L_1*(10^(-2)).*sind(phi_3).*F_yri0;
```

#### %Reacciones finales Tobillo Derecho%

```
F_xgrd00=[F_xgrd(1:86) F_xgrd2(87:131)];
F_ygrd0=[F_ygrd1(1:10) F_ygrd(11:67) F_ygrd2(68:73) F_ygrd3(74:131)];
T_td00=[T_td(1:64) T_td2(65:131)];
```

#### %Reacciones finales Rodilla Derecha%

```
F_xrd00=m_t*ax_gt1*10^(-2) - F_xgrd00;
F_yrd0=F_ygrd0-m_t*g-m_t*ay_gt1*10^(-2);
T_rd00=I_t*alpha_td-T_td00 - ((x_t1-x_r1)./(abs(x_t1-x_r1)))*0.4395*L_2*(10^(-2)).*sind(phi_1-phi_2).*F_yrd0 - ((x_t1-x_r1)./(abs(x_t1-x_r1)))*0.5605*L_2*(10^(-2)).*sind(phi_1-phi_2).*F_ygrd0 - 0.5605*L_2*(10^(-2))*cosd(phi_1-phi_2).*F_xgrd00 + 0.4395*L_2*(10^(-2))*cosd(phi_1-phi_2).*F_xrd00;
```

#### %Reacciones finales Cadera Derecha%

```
F_cxd00=F_xrd00+m_f*ax_gf1*10^(-2);
F_cyd0=F_yrd0-m_f*g-m_f*ay_gf1*10^(-2);
T_cd00=T_rd00 + I_f*alpha_fd - ((x_r1-x_com)./abs(x_r1-x_com))*0.4095*L_1*(10^(-2)).*sind(phi_1).*F_cyd0 - ((x_r1-x_com)./abs(x_r1-x_com))*0.5905*L_1*(10^(-2)).*sind(phi_1).*F_yrd0 + 0.4095*L_1*(10^(-2))*cosd(phi_1).*F_cxd00 + 0.5905*L_1*(10^(-2))*cosd(phi_1).*F_xrd00;
```

```
figure (18);plot(t2,F_xgri0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza horizontal en tobillo izquierdo(N)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (19);plot(t2,F_ygri0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza vertical en tobillo izquierdo(N)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (20);plot(t2,T_ti0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Torque en tobillo izquierdo(Nm)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (21);plot(t2,F_xri00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza horizontal en rodilla izquierda(N)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (22);plot(t2,F_yri0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza vertical en rodilla izquierda(N)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (23);plot(t2,T_ri00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Torque en rodilla izquierda(Nm)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (24);plot(t2,F_cxi00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza horizontal en cadera por pierna izquierda(N)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (25);plot(t2,F_cyi0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza vertical en cadera por pierna izquierda(N)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (26);plot(t2,T_ci00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Torque en cadera por pierna izquierda(Nm)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (27);plot(t2,F_xgrd00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza horizontal en tobillo derecho(N)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (28);plot(t2,F_ygrd0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza vertical en tobillo derecho(N)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (29);plot(t2,T_td00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Torque en tobillo derecho(Nm)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (30);plot(t2,F_xrd00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza horizontal en rodilla derecha(N)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (31);plot(t2,F_yrd0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza vertical en rodilla derecha(N)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (32);plot(t2,T_rd00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Torque en rodilla derecha(Nm)';xlim([0 1.3])
```

```
figure (33);plot(t2,F_cxd00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza horizontal en cadera por pierna derecha(N)';xlim([0 1.3])
```

```

figure (34);plot(t2,F_cyd0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza vertical en
cadera por pierna derecha(N)';xlim([0 1.3])
figure (35);plot(t2,T_cd00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Torque en cadera por
pierna derecha(Nm)';xlim([0 1.3])

figure (60);plot(t2,T_ci00,'k',t2,T_cd00,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Torque
en cadera (Nm)';xlim([0 1.3]);legend('Izquierda','Derecha')
figure (61);plot(t2,F_cyi0,'k',t2,F_cyd0,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza
vertical en cadera (N)';xlim([0 1.3]);legend('Izquierda','Derecha')
figure (62);plot(t2,F_cxi00,'k',t2,F_cxd00,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Fuerza horizontal en cadera (N)';xlim([0 1.3]);legend('Izquierda','Derecha')

figure (63);plot(t2,T_ri00,'k',t2,T_rd00,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Torque
en rodilla (N)';xlim([0 1.3]);legend('Izquierda','Derecha')
figure (64);plot(t2,F_yri0,'k',t2,F_yrd0,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fuerza
vertical en rodilla (N)';xlim([0 1.3]);legend('Izquierda','Derecha')
figure (65);plot(t2,F_xri00,'k',t2,F_xrd00,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Fuerza horizontal en rodilla (N)';xlim([0 1.3]);legend('Izquierda','Derecha')

figure (66);plot(t2,T_ti0,'k',t2,T_td00,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Torque
en tobillo (N)';xlim([0 1.3]);legend('Izquierda','Derecha')
figure (67);plot(t2,F_ygri0,'k',t2,F_ygrd0,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Fuerza vertical en tobillo (N)';xlim([0 1.3]);legend('Izquierda','Derecha')
figure (68);plot(t2,F_xgri0,'k',t2,F_xgrd00,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Fuerza horizontal en tobillo (N)';xlim([0 1.3]);legend('Izquierda','Derecha')

m_m=5;
%Fuerzas en la TIBIA 2 (Izquierda) + mochila%
F_ygrim=0.*(kciclo*t2);
F_yrim=-m_t*g + F_ygrim - m_t*ay_gt2*10^(-2);
T_tim=0.*(kciclo*t2);
T_rim0=I_t*alpha_ti-T_tim-0.5605*L_2*(10^(-2))*cosd(phi_4-phi_3).*F_xgri -
((x_t2-x_r2)./(abs(x_t2-x_r2)))*0.5605*L_2*(10^(-2)).*sind(phi_4-
phi_3).*F_ygrim -((x_t2-x_r2)./(abs(x_t2-x_r2)))*0.4395*L_2*(10^(-
2)).*sind(phi_4-phi_3).*F_yrim + 0.4395*L_2*(10^(-2))*cosd(phi_4-phi_3).*F_xri;

%Fuerzas en el FEMUR 2 (Izquierda) + mochila%
F_cyim=F_yrim-m_f*g-m_f*ay_gf2*10^(-2);
T_cim0=I_f*alpha_fi + T_rim0 + 0.4095*L_1*(10^(-2))*cosd(phi_3).*F_cxi +
0.5905*L_1*(10^(-2))*cosd(phi_3).*F_xri -((x_r2-x_com)./abs(x_r2-
x_com))*0.4095*L_1*(10^(-2)).*sind(phi_3).*F_cyim -((x_r2-x_com)./abs(x_r2-
x_com))*0.5905*L_1*(10^(-2)).*sind(phi_3).*F_yrim;

%Fuerzas en el torso + mochila%
F_cydm=-1*F_cyim + m_torso*g + m_m*g + (m_torso + m_m)*ay_gtorso*10^(-2);
T_cdm0=0.135*m_m*g - T_cim0;

%Fuerzas en el FEMUR 1 (Derecha) + mochila%
F_yrdm=m_f*g+F_cydm+m_f*ay_gf1*10^(-2);
T_rdm0=-1*I_f*alpha_fd+T_cdm0 + ((x_r1-x_com)./abs(x_r1-
x_com))*0.4095*L_1*(10^(-2)).*sind(phi_1).*F_cydm + ((x_r1-x_com)./abs(x_r1-
x_com))*0.5905*L_1*(10^(-2)).*sind(phi_1).*F_yrdm - 0.4095*L_1*(10^(-
2))*cosd(phi_1).*F_cxd - 0.5905*L_1*(10^(-2))*cosd(phi_1).*F_xrd;

%Fuerzas en la TIBIA 1 (Derecha) + mochila%
F_ygrdm=F_yrdm+m_t*g+m_t*ay_gt1*10^(-2);
T_tdm0=I_t*alpha_td-T_rdm0 - ((x_t1-x_r1)./(abs(x_t1-x_r1)))*0.4395*L_2*(10^(-
2)).*sind(phi_1-phi_2).*F_yrdm - ((x_t1-x_r1)./(abs(x_t1-

```

```
x_r1))) * 0.5605 * L_2 * (10^(-2)) * sind(phi_1 - phi_2) * F_ygrdm - 0.5605 * L_2 * (10^(-2)) * cosd(phi_1 - phi_2) * F_xgrd + 0.4395 * L_2 * (10^(-2)) * cosd(phi_1 - phi_2) * F_xrd;
T_tdm = circshift(T_tdm0, -45);
```

```
%Estimacion tramos para la fuerza de reaccion del suelo Pierna derecha con MOCHILA%
```

```
[y_grm1, x_grm1] = max(F_ygrdm(4:13));
F_ygrdm1 = y_grm1 - (y_grm1 / (0.09^4)) * (t2 - 0.09).^4; %1-10
[y_grm2, x_grm2] = max(F_ygrdm(65:68));
F_ygrdm2 = y_grm2 - (y_grm2 / (0.07^4)) * (t2 - 0.66).^4; %67-73
F_ygrdm3 = 1 ./ (4 * t2 - (4 * t2(73) - 1 / F_ygrdm2(73))); %73-131
```

```
F_ygrim1 = circshift(F_ygrdm2, -66);
```

```
%Hallamos Torque%
```

```
T_tdm2 = -15 ./ (t2 - (t2(64) + 15 / T_tdm(64))); %64-131
T_tim1 = circshift(T_tdm, -46); %1-18
T_tim2 = circshift(T_tdm2, -46); %18-85
T_tim30 = circshift(T_tdm, 85);
T_tim3 = T_tim30 - abs(T_tim30(85) - T_tim2(85));
```

```
%Fase 92-181%
```

```
F_ygrim2 = circshift(F_ygrdm3, -66);
F_ygrim30 = circshift(F_ygrdm1, 66);
F_ygrim3 = F_ygrim30 - abs(F_ygrim2(67) - F_ygrim30(67));
F_ygrim40 = circshift(F_ygrdm, 66);
F_ygrim4 = F_ygrim40 - abs(F_ygrim3(75) - F_ygrim40(75));
```

```
%Reacciones finales Tobillo Izquierdo + Mochila%
```

```
F_ygrim0 = [F_ygrim1(1:7) F_ygrim2(8:67) F_ygrim3(68:75) F_ygrim4(76:131)];
T_tim0 = [T_tim1(1:18) T_tim2(19:85) T_tim3(86:131)];
```

```
%Reacciones finales Rodilla Izquierda + Mochila%
```

```
F_yrim0 = -m_t * g + F_ygrim0 - m_t * ay_gt2 * 10^(-2);
T_rim00 = I_t * alpha_ti - T_tim0 - 0.5605 * L_2 * (10^(-2)) * cosd(phi_4 - phi_3) * F_xgri0 - ((x_t2 - x_r2) ./ (abs(x_t2 - x_r2))) * 0.5605 * L_2 * (10^(-2)) * sind(phi_4 - phi_3) * F_ygrim0 - ((x_t2 - x_r2) ./ (abs(x_t2 - x_r2))) * 0.4395 * L_2 * (10^(-2)) * sind(phi_4 - phi_3) * F_yrim0 + 0.4395 * L_2 * (10^(-2)) * cos(phi_4 - phi_3) * F_xri00;
```

```
%Reacciones finales Cadera Izquierda + Mochila%
```

```
F_cyim0 = F_yrim0 - m_f * g - m_f * ay_gf2 * 10^(-2);
T_cim00 = I_f * alpha_fi + T_rim00 + 0.4095 * L_1 * (10^(-2)) * cosd(phi_3) * F_cxi00 + 0.5905 * L_1 * (10^(-2)) * cosd(phi_3) * F_xri00 - ((x_r2 - x_com) ./ abs(x_r2 - x_com)) * 0.4095 * L_1 * (10^(-2)) * sind(phi_3) * F_cyim0 - ((x_r2 - x_com) ./ abs(x_r2 - x_com)) * 0.5905 * L_1 * (10^(-2)) * sind(phi_3) * F_yrim0;
```

```
%Reacciones finales Tobillo Derecho + Mochila%
```

```
F_ygrdm0 = [F_ygrdm1(1:10) F_ygrdm(11:67) F_ygrdm2(68:73) F_ygrdm3(74:131)];
T_tdm00 = [T_tdm(1:64) T_tdm2(65:131)];
```

```
%Reacciones finales Rodilla Derecha + Mochila%
```

```
F_yrdm0 = F_ygrdm0 - m_t * g - m_t * ay_gt1 * 10^(-2);
T_rdm00 = I_t * alpha_td - T_tdm00 - ((x_t1 - x_r1) ./ (abs(x_t1 - x_r1))) * 0.4395 * L_2 * (10^(-2)) * sind(phi_1 - phi_2) * F_yrdm0 - ((x_t1 - x_r1) ./ (abs(x_t1 - x_r1))) * 0.5605 * L_2 * (10^(-2)) * sind(phi_1 - phi_2) * F_ygrdm0 - 0.5605 * L_2 * (10^(-2)) * cosd(phi_1 - phi_2) * F_xgrd00 + 0.4395 * L_2 * (10^(-2)) * cosd(phi_1 - phi_2) * F_xrd00;
```

## %Reacciones finales Cadera Derecha + Mochila%

```
F_cydm0=F_yrdm0-m_f*g-m_f*ay_gf1*10^(-2);
T_cdm00=T_rdm00 + I_f*alpha_fd - ((x_r1-x_com)./abs(x_r1-
x_com))*0.4095*L_1*(10^(-2)).*sind(phi_1).*F_cydm0 - ((x_r1-x_com)./abs(x_r1-
x_com))*0.5905*L_1*(10^(-2)).*sind(phi_1).*F_yrdm0 + 0.4095*L_1*(10^(-
2))*cosd(phi_1).*F_cxd00 + 0.5905*L_1*(10^(-2))*cosd(phi_1).*F_xrd00;
```

```
figure (36);plot(t2,F_ygrim0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fygrim (N)';xlim([0
1.3])
figure (37);plot(t2,T_tim0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Ttim (Nm)';xlim([0 1.3])
figure (38);plot(t2,F_yrim0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fyrim (N)';xlim([0
1.3])
figure (39);plot(t2,T_rim00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Trim (Nm)';xlim([0
1.3])
figure (40);plot(t2,F_cyim0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fcyim (N)';xlim([0
1.3])
figure (41);plot(t2,T_cim00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Tcim (Nm)';xlim([0
1.3])

figure (42);plot(t2,F_ygrdm0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fygrdm (N)';xlim([0
1.3])
figure (43);plot(t2,T_tdm00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Ttdm (Nm)';xlim([0
1.3])
figure (44);plot(t2,F_yrdm0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fyrdm (N)';xlim([0
1.3])
figure (45);plot(t2,T_rdm00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Trdm (Nm)';xlim([0
1.3])
figure (46);plot(t2,F_cydm0);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Fcydm (N)';xlim([0
1.3])
figure (47);plot(t2,T_cdm00);xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Tcdm (Nm)';xlim([0
1.3])
```

```
%writematrix(T_tim0,'Fuerzas.xlsx','sheet','writematrix');%
```

## %Graficas superpuestas%

```
figure (48);plot(t2,F_ygrim0,'k',t2,F_ygri0,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Fuerza vertical en tobillo izquierdo(N)';xlim([0 1.3]);legend('Con
mochila','Sin mochila')
figure (49);plot(t2,F_yrim0,'k',t2,F_yri0,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Fuerza vertical en rodilla izquierda(N)';xlim([0 1.3]);legend('Con
mochila','Sin mochila')
figure (50);plot(t2,F_cyim0,'k',t2,F_cyi0,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Fuerza vertical en cadera por pierna izquierda(N)';xlim([0 1.3]);legend('Con
mochila','Sin mochila')

figure (51);plot(t2,T_cim00,'k',t2,T_ci00,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Torque en cadera por pierna izquierda(Nm)';xlim([0 1.3]);legend('Con
mochila','Sin mochila')
figure (52);plot(t2,T_rim00,'k',t2,T_ri00,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Torque en rodilla izquierda(Nm)';xlim([0 1.3]);legend('Con mochila','Sin
mochila')
figure (53);plot(t2,T_tim0,'k',t2,T_ti0,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel 'Torque
en tobillo izquierdo(Nm)';xlim([0 1.3]);legend('Con mochila','Sin mochila')

figure (54);plot(t2,F_cydm0,'k',t2,F_cyd0,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Fuerza vertical en cadera por pierna derecha(N)';xlim([0 1.3]);legend('Con
mochila','Sin mochila')
```

```

figure (55);plot(t2,F_yrdm0,'k',t2,F_yrd0,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Fuerza vertical en rodilla derecha(N)';xlim([0 1.3]);legend('Con mochila','Sin
mochila')
figure (56);plot(t2,F_ygrdm0,'k',t2,F_ygrd0,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Fuerza vertical en tobillo derecho(N)';xlim([0 1.3]);legend('Con mochila','Sin
mochila')

figure (57);plot(t2,T_cdm00,'k',t2,T_cd00,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Torque en cadera por pierna derecha(Nm)';xlim([0 1.3]);legend('Con
mochila','Sin mochila')
figure (58);plot(t2,T_rdm00,'k',t2,T_rd00,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Torque en rodilla derecha(Nm)';xlim([0 1.3]);legend('Con mochila','Sin
mochila')
figure (59);plot(t2,T_tdm00,'k',t2,T_td00,'b');xlabel 'tiempo(s)';ylabel
'Torque en tobillo derecho(Nm)';xlim([0 1.3]);legend('Con mochila','Sin
mochila')

```

### ANEXO B: Código de Matlab para la determinación de aceleraciones angulares y de centros de masa de los segmentos del modelo biomecánico.

```

syms t;
phi_1=-370.74*t^8+2993.89*t^7-9699.96*t^6+16133.49*t^5-
14713.62*t^4+7373.97*t^3-1916.73*t^2+161.52*t+29.97;
phi_2=-951.11*t^8+7032.91*t^7-20802.36*t^6+31594.83*t^5-
26527.01*t^4+12519.79*t^3-3230.68*t^2+385.22*t+4.99;
phi_3=-165.01*t^8+975.06*t^7-1981.8*t^6+1085.24*t^5+1620.35*t^4-
2684.97*t^3+1316.46*t^2-127.19*t-9.99;
phi_4=-181.73*t^8+105.18*t^7+4179.75*t^6-15089.86*t^5+21982.41*t^4-
15014.71*t^3+4256.24*t^2-238.47*t+12.03;

x_com=50+110*t;
y_com=-2.5*cos((20*pi/9)*t)+98;L_1=45;L_2=53;

x_r1=x_com+L_1*sind(phi_1);
y_r1=y_com-L_1*cosd(phi_1);

x_r2=x_com+L_1*sind(phi_3);
y_r2=y_com-L_1*cosd(phi_3);

x_t1=x_r1+L_2*cosd(90-phi_1+phi_2);
y_t1=y_r1-L_2*sind(90-phi_1+phi_2);

x_t2=x_r2+L_2*cosd(90-phi_3+phi_4);
y_t2=y_r2-L_2*sind(90-phi_3+phi_4);

m_f=6.86;m_torso=53.72;g=9.81;m_t=3.28;

%Aceleración cadera%
diff(x_com,2)
diff(y_com,2)

%Aceleracion angular Tibia 2 (Izquierda)%
phi3_4=(phi_3-phi_4)*pi/180;
diff(phi3_4,2)

%Aceleracion angular Femur 2 (Izquierda)%
phi_3_rad=phi_3*pi/180;
diff(phi_3_rad,2)

```

```
%Aceleracion angular Femur 1 (Derecha)%
phi_1_rad=phi_1*pi/180;
diff(phi_1_rad,2)
```

```
%Aceleracion angular Tibia 1 (Derecha)%
phi1_2=(phi_1-phi_2)*pi/180;
diff(phi1_2,2)
```

```
%Aceleracion Femur 1%
x_gf1=x_com+0.4095*L_1*sind(phi_1);
y_gf1=y_com-0.4095*L_1*cosd(phi_1);
diff(x_gf1,2)
diff(y_gf1,2)
```

```
%Aceleracion Tibia 1%
x_gt1=x_r1+0.4395*L_2*cosd(90-phi_1+phi_2);
y_gt1=y_r1-0.4395*L_2*sind(90-phi_1+phi_2);
diff(x_gt1,2)
diff(y_gt1,2)
```

```
%Aceleracion Femur 2%
x_gf2=x_com+0.4095*L_1*sind(phi_3);
y_gf2=y_com-0.4095*L_1*cosd(phi_3);
diff(x_gf2,2)
diff(y_gf2,2)
```

```
%Aceleracion Tibia 2%
x_gt2=x_r2+0.4395*L_2*cosd(90-phi_3+phi_4);
y_gt2=y_r2-0.4395*L_2*sind(90-phi_3+phi_4);
diff(x_gt2,2)
diff(y_gt2,2)
```

