

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD  
CATÓLICA DEL PERÚ**

**Escuela de Posgrado**



Diseño de un Sistema de Control Avanzado para Ósmosis  
Inversa en una Planta de Agua Ácida

Tesis para obtener el grado académico de Maestro en Ingeniería de  
Control y Automatización que presenta:

***Fausto Marcelo Huaman Valverde***

Asesor:

***Dr. Juan Javier Sotomayor Moriano***

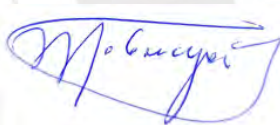
Lima, 2024

## Informe de Similitud

Yo, Javier Sotomayor Moriano, docente de la Escuela de Posgrado de la Pontificia Universidad Católica del Perú, asesor de la tesis de investigación titulado “Diseño de un Sistema de Control Avanzado para Ósmosis Inversa en una Planta de Agua Ácida”, del autor Fausto Marcelo Huamán Valverde, dejo constancia de lo siguiente:

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 19%. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software *Turnitin* el 14/10/2024.
- He revisado con detalle dicho reporte y la Tesis o Trabajo de Suficiencia Profesional, y no se advierte indicios de plagio.
- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lima, 14 de octubre del 2024

Apellidos y nombres del asesor / de la asesora: Sotomayor Moriano, Juan Javier	
DNI: 25558480	Firma 
ORCID: 0000-0003-0782-0530	

## **DEDICATORIA**

Dedico esta tesis a Margarita por su apoyo constante.



## **AGRADECIMIENTO**

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento a los profesores de la maestría en Ingeniería de Control y Automatización, por haber compartido con generosidad su sabiduría y experiencia, lo cual fue fundamental en mi desarrollo académico.



## Resumen

En el contexto de la minería actual, el procesamiento del oro y la consecuente generación de aguas contaminadas cargadas con sustancias ácidas y contaminantes, representa un desafío ambiental significativo. Estas aguas deben ser tratadas antes de ser liberadas a los ríos de las comunidades cumpliendo con las normas establecidas de calidad del agua. En la actualidad, en las plantas de tratamiento de estas aguas se utiliza tecnologías como la ósmosis inversa (OI), sin embargo, el sistema de control utilizado en estas plantas presenta limitaciones en términos de eficiencia y precisión, lo que demanda la exploración de alternativas más avanzadas. La propuesta para optimizar el funcionamiento de esta planta empleando un sistema de control avanzado, implica realizar tareas tales como, obtener el modelo matemático del comportamiento dinámico de la planta de OI, el diseño del sistema de control avanzado, y comparar esta propuesta con sistemas con controladores convencionales. Esta investigación inicia con la descripción y modelado de la planta de OI. Seguido, se diseña un sistema de control predictivo generalizado multivariable (GPC), utilizando técnicas de control avanzado, este diseño se evalúa y compara con un sistema de control convencional como el PID. Los resultados demuestran que el sistema de control predictivo basado en GPC propuesto mejora significativamente la eficiencia y precisión del tratamiento del agua ácida en comparación con los controladores convencionales. Por último, se describe una propuesta de implementación del sistema de control en una planta de tratamiento de agua ácida. Así, esta propuesta representa una alternativa válida para el desarrollo de sistemas de control en plantas de tratamiento de aguas ácidas en entornos industriales.

## Índice General

	Pág.
<b>Resumen</b>	<b>iii</b>
<b>Índice General</b>	<b>iv</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>vii</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>ix</b>
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo I</b>	<b>4</b>
<b>Sistemas de Control de la Planta de Agua Ácida con Ósmosis Inversa</b>	<b>4</b>
1.1 Introducción.....	4
1.2 Problemática actual en la descargada del agua a los ríos de las comunidades en Cajamarca .....	5
1.3 Estado del arte del control de plantas de agua ácida con ósmosis inversa .....	8
1.4 Descripción de una planta de tratamiento de agua ácida.....	19
1.4.1 Descripción del proceso de los tanques reactores.....	20
1.4.2 Descripción del proceso de ultrafiltración.....	22
1.4.3 Descripción del proceso de ósmosis inversa. ....	23
1.4.4 Descripción de componentes auxiliares. ....	23
1.5 Fundamentos de la planta de tratamiento de agua ácida por OI.....	23
1.6 Objetivos de la tesis.....	25
1.6.1 Objetivo general. ....	25
1.6.2 Objetivos específicos.....	25
1.7 Propuesta de solución.....	26
<b>Capítulo II</b>	<b>28</b>
<b>Modelado e Identificación de la Planta de Ósmosis Inversa</b>	<b>28</b>
2.1 Introducción.....	28
2.2 Descripción de la planta de OI .....	29
2.2.1 Descripción del proceso de la planta de OI. ....	29
2.2.2 Estructura de las membranas de OI. ....	31
2.2.3 Bomba de alta presión. ....	33
2.3 Modelo de OI como objetivo de control.....	34
2.3.1 Selección del modelo.....	37
2.3.2 Descripción de los subsistemas membranas, rechazo y permeado.....	38

2.4	Identificación de la planta de OI .....	39
2.4.1	Metodología de identificación de la planta de OI.....	39
2.4.2	Método de identificación. ....	41
2.4.3	Identificación no paramétrica. ....	41
2.4.4	Identificación paramétrica. ....	47
2.4.5	Convergencia e identificabilidad. ....	57
2.4.6	Validación y selección del modelo. ....	58
2.5	Conclusiones parciales .....	68
<b>Capítulo III</b>		<b>69</b>
<b>Diseño del Sistema de Control Predictivo Generalizado Multivariable para la Ósmosis Inversa de la Planta de Agua Ácida</b>		<b>69</b>
3.1	Introducción.....	69
3.2	Conceptualización del sistema de control avanzado a implementar .....	69
3.3	Conceptos y estrategias del control predictivo .....	70
3.3.1	Control Predictivo de Modelo (MPC). ....	71
3.3.2	Control de Matriz Dinámica (DMC). ....	74
3.3.3	Control Predictivo Generalizado (GPC).....	74
3.4	Desarrollo predictivo generalizado para controlar la OI .....	75
3.5	Diseño de controladores GPC del módulo OI con modelo MIMO .....	76
3.6	Análisis de resultados de simulación.....	79
3.6.1	Sistema de control MIMO mediante GPC.....	79
3.7	Análisis de los resultados del controlador GPC .....	85
3.7.1	Análisis de estabilidad del controlador GPC .....	85
3.7.2	Análisis del lugar de las raíces del controlador GPC .....	87
3.7.3	Análisis del criterio de estabilidad del controlador GPC .....	88
3.7.4	Análisis de robustez de los controladores.....	89
3.7.5	Análisis de robustez del controlador diseñado. ....	90
3.7.6	Comparación GPC vs DMC vs PID. ....	93
3.7.7	Evaluación de los resultados obtenidos. ....	96
3.8	Conclusiones parciales .....	97
<b>Capítulo IV</b>		<b>98</b>
<b>Propuesta para la Implementación Práctica del Sistema del Control de la Ósmosis Inversa en la Planta de Agua Ácida</b>		<b>98</b>
4.1	Introducción.....	98

4.2	Propuesta para la implementación práctica del controlador desarrollado .....	99
4.3	Hardware del sistema de control .....	104
4.4	Algoritmo de control .....	105
4.5	Diagrama de flujo del algoritmo utilizado en el sistema de control.....	110
4.6	Conclusiones parciales .....	111
	<b>Conclusiones Generales</b>	<b>112</b>
	<b>Recomendaciones</b>	<b>113</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>114</b>



## Índice de Tablas

	<b>Pág.</b>
Tabla 1.1 Categoría 3 Riego de vegetales y bebidas de animales. ....	7
Tabla 1.2 Función de transferencia propuesta por Alatiqi (1989). ....	11
Tabla 1.3 Rango de operación lineal establecido por Robertson (1996). ....	11
Tabla 1.4 Modelo de la función de transferencia establecido por Assef (1997). ....	12
Tabla 1.5 Modelo de la función de transferencia establecido por Riverol et al. (2004). ....	14
Tabla 1.6 Rango de operación lineal establecido por Riverol et al. (2004). ....	14
Tabla 1.7 Modelo de la función de transferencia establecido por Abbas et al. (2006). ....	15
Tabla 1.8 Rango de operación lineal establecido por Abbas et al. (2006). ....	15
Tabla 2.1 Rango de operación lineal. ....	42
Tabla 2.2 Características esenciales del proceso. ....	45
Tabla 2.3 Correlación entre presión, flujo y conductividad. ....	46
Tabla 2.4 Correlación entre pH y conductividad. ....	47
Tabla 2.5 Periodos básico de la PRBS. ....	48
Tabla 2.6 Ordenes de los polinomios $A(q)$ , $B(q)$ y $C(q)$ de los modelos propuestos. ....	53
Tabla 2.7 Estimaciones de los coeficientes del polinomio $A(q)$ del modelo $g_{11}$ . ....	54
Tabla 2.8 Estimación de los coeficientes del polinomio $B(q)$ del modelo $g_{11}$ . ....	54
Tabla 2.9 Estimación de los coeficientes del polinomio $C(q)$ del modelo $g_{11}$ . ....	54
Tabla 2.10 Estimación de los coeficientes del polinomio $A(q)$ del modelo $g_{21}$ . ....	55
Tabla 2.11 Estimación de los coeficientes del polinomio $B(q)$ del modelo $g_{21}$ . ....	55
Tabla 2.12 Estimación de los coeficientes del polinomio $C(q)$ del modelo $g_{21}$ . ....	55
Tabla 2.13 Estimación de los coeficientes del polinomio $A(q)$ del modelo $g_{22}$ . ....	56
Tabla 2.14 Estimación de los coeficientes del polinomio $B(q)$ del modelo $g_{22}$ . ....	56
Tabla 2.15 Estimación de los coeficientes del polinomio $C(q)$ del modelo $g_{22}$ . ....	56
Tabla 2.16 Valores obtenidos en la estimación del modelo $g_{11}$ . ....	60
Tabla 2.17 Valores obtenidos en la estimación del modelo $g_{21}$ . ....	60

Tabla 2.18 Valores obtenidos en la estimación del modelo $g_{22}$ .....	60
Tabla 3.1 Caracterización de los parámetros del controlador GPC.....	80
Tabla 3.2 Análisis de los resultados temporales para GPC.....	85
Tabla 3.3 Características de los índices de desempeño.....	89
Tabla 3.4 Resultados de los parámetros de controlador GPC.....	90
Tabla 3.5 Resultados de la evaluación de desempeño del controlador.....	92
Tabla 3.6 Comparación de los índices de desempeño entre GPC, DMC y PID.....	94

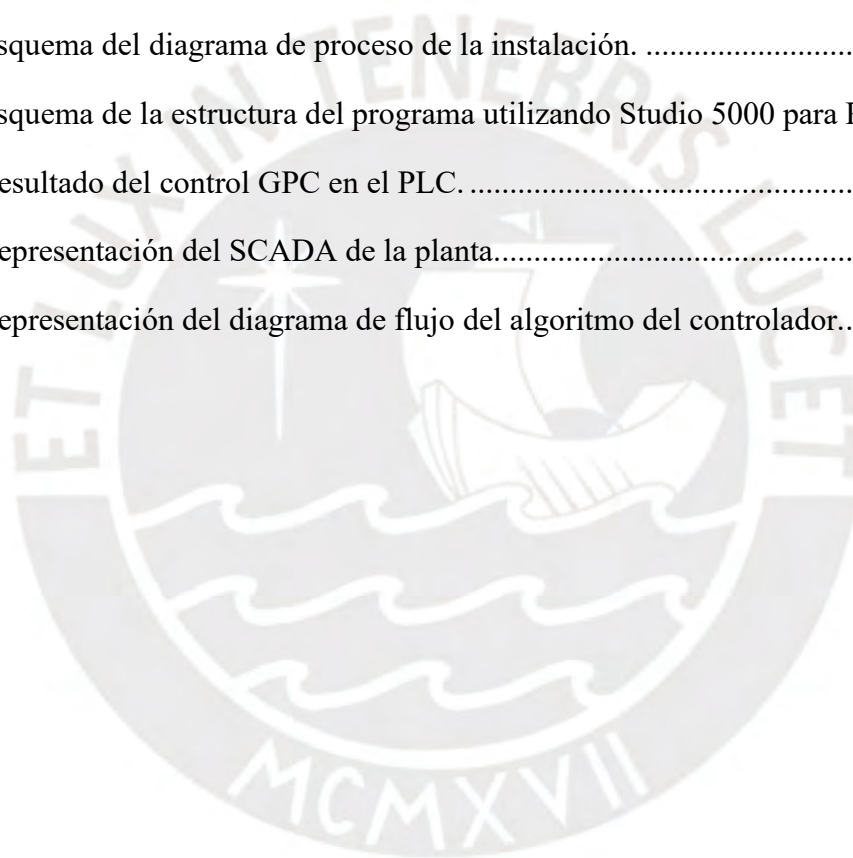


## Índice de Figuras

	<b>Pág.</b>
Figura 1.1. Diagrama de flujo correspondiente al proceso Merrill Crowe hasta Barras Dore. .6	6
Figura 1.2. Diagrama de flujo correspondiente desde Filtrado hasta descarga del agua. ....6	6
Figura 1.3. Esquema funcional del proceso de OI. ....12	12
Figura 1.4. Esquema del modelo desacoplado de Riverol (2005). ....14	14
Figura 1.5. Estrategia de control avanzado con bypass. ....17	17
Figura 1.6. Representación gráfica del Diagrama de bloques del proceso. ....20	20
Figura 1.7. Espectro de la filtración.....24	24
Figura 2.1. Fenómeno de separación por OI.....30	30
Figura 2.2. Estructura del módulo de arrollamiento en espiral.....33	33
Figura 2.3. Caracterización de la curva de la bomba de alta presión.....34	34
Figura 2.4. Representación gráfica del proceso de la instalación de OI.....35	35
Figura 2.5. Representación gráfica de proceso de la planta de OI.....38	38
Figura 2.6. Representación del esquema de identificación.....39	39
Figura 2.7. Etapas de la identificación.....40	40
Figura 2.8. Evaluación de la ganancia estática de la presión.....42	42
Figura 2.9. Evaluación de la ganancia estática del caudal.....43	43
Figura 2.10. Análisis de la respuesta del flujo y la conductividad al escalón de presión.....44	44
Figura 2.11. Análisis de la respuesta de la conductividad al escalón de pH.....44	44
Figura 2.12. Análisis de la dinámica del flujo en respuesta a una señal PRBS de presión. ....49	49
Figura 2.13. Análisis de la dinámica de la conductividad a una señal PRBS de presión. ....49	49
Figura 2.14. Análisis de la dinámica de la conductividad a una señal PRBS de pH. ....50	50
Figura 2.15. Diagrama de las estructuras ARX y ARMAX. ....51	51
Figura 2.16. Valor FPE en la estimación del modelo $g_{11}$ . ....61	61
Figura 2.17. Valor FPE en la estimación del modelo $g_{21}$ . ....61	61
Figura 2.18. Valor FPE en la estimación del modelo $g_{22}$ . ....62	62

Figura 2.19. Validación cruzada del modelo ARMAX [2 2 2] obtenida del modelo $g_{11}$ .	63
Figura 2.20. Validación cruzada del modelo ARMAX [2 2 2] obtenida del modelo $g_{21}$ .	63
Figura 2.21. Validación cruzada del modelo ARMAX [2 2 2] obtenida del modelo $g_{22}$ .	64
Figura 2.22. Polos y ceros de la estimación del modelo $g_{11}$ .	64
Figura 2.23. Polos y ceros de la estimación del modelo $g_{21}$ .	65
Figura 2.24. Polos y ceros de la estimación del modelo $g_{22}$ .	65
Figura 2.25. Respuesta del modelo $g_{11}$ a un escalón unitario.	66
Figura 2.26. Respuesta del modelo $g_{21}$ a un escalón unitario.	66
Figura 2.27. Respuesta del modelo $g_{22}$ a un escalón unitario.	66
Figura 3.1. Estrategia del control predictivo de la familia MPC.	71
Figura 3.2. Respuesta a una entrada impulso(a) y a un escalón(b).	72
Figura 3.3. Representación gráfica del diagrama de Bloque del controlador GPC de la OI.	76
Figura 3.4. Representación de la respuesta temporal de controladores GPC.	81
Figura 3.5. Representación del flujo utilizando controladores GPC.	82
Figura 3.6. Representación de la respuesta del controlador de la presión.	83
Figura 3.7. Representación de la conductividad utilizando controladores GPC.	84
Figura 3.8. Representación del controlador de pH.	84
Figura 3.9. Polos y ceros del flujo	86
Figura 3.10. Polos y ceros de la conductividad	86
Figura 3.11. Polos del flujo y la conductividad	87
Figura 3.12. Lugar de las raíces del flujo	87
Figura 3.13. Lugar de las raíces de la conductividad	88
Figura 3.14. Función de Lyapunov del flujo.	88
Figura 3.15. Función de Lyapunov de la conductividad.	89
Figura 3.16. Representación de la respuesta temporal del controlador GPC.	91
Figura 3.17. Índices de desempeño IAE de flujo.	92
Figura 3.18. Índices de desempeño IAE de conductividad.	93

Figura 3.19. Comparativo de GPC vs DMC vs PID para la variable de flujo. ....	94
Figura 3.20. Comparativo de GPC vs DMC vs PID de la señal de control de la presión.....	95
Figura 3.21. Comparativo de GPC vs DMC vs PID para la variable de la conductividad.....	95
Figura 3.22. Comparativo de GPC vs DMC vs PID de la señal de control de pH. ....	96
Figura 4.1. Esquema del diagrama de proceso de la OI de la propuesta. ....	99
Figura 4.2. Bombas de alta presión.....	102
Figura 4.3. Contenedor de membranas. ....	103
Figura 4.4. Controlador lógico programable.....	105
Figura 4.5. Esquema del diagrama de proceso de la instalación. ....	106
Figura 4.6. Esquema de la estructura del programa utilizando Studio 5000 para PLC. ....	108
Figura 4.7. Resultado del control GPC en el PLC. ....	109
Figura 4.8. Representación del SCADA de la planta.....	110
Figura 4.9. Representación del diagrama de flujo del algoritmo del controlador.....	111



## Introducción

La preocupante escasez hídrica en el medio ambiente ha provocado una creciente necesidad de implementar sistemas efectivos de tratamiento en diversas industrias, especialmente en la minería, donde el procesamiento de minerales como el oro conlleva la generación de aguas contaminadas. Estas aguas, cargadas con sustancias ácidas y contaminantes como el cianuro y el plomo, deben ser tratadas antes de ser liberadas a los ríos de las comunidades, cumpliendo estrictamente con las normativas establecidos de calidad ambiental.

En este contexto, las plantas de tratamiento de agua desempeñan un papel fundamental. Estas instalaciones, equipadas con tecnologías de pretratamiento y ósmosis inversa, se encargan de purificar el agua contaminada, asegurando que los parámetros de calidad cumplan con las regulaciones ambientales antes de su descarga en ríos de las comunidades.

Los tanques reactores y las unidades de ultrafiltración forman parte del pretratamiento de la planta de agua ácida antes de pasar a las unidades de OI. Los tanques reactores se encargarán de eliminar el cianuro y la unidad de ultrafiltración se encargará de filtrar todas las partículas grandes. Estas unidades disponen de un sistema de control que integran las señales de medición de los instrumentos ubicados en los puntos de alimentación de los tanques y membranas respectivamente, con finalidad de obtener los parámetros de operación y control antes de descargar a la unidad inversa.

Las unidades de OI se encargan de filtrar toda partícula pequeña tales como bacterias y más con el fin de obtener agua de alta pureza Hernandez et al. (1990). Estas unidades disponen de un sistema de control que integran las señales de medición de los instrumentos ubicados en los puntos de alimentación y descarga de las membranas, para su procesamiento y control, con finalidad de conseguir los parámetros de operación y control en la descarga de la calidad de agua.

A pesar de los avances en el tratamiento del agua, el sistema de control utilizado en las plantas de OI presenta limitaciones significativas. Los controladores convencionales, como el PID, no pueden manejar eficazmente la complejidad y variabilidad de estos sistemas, lo que puede resultar en una operación deficiente y una disminución en la cantidad y calidad de agua tratada.

Por lo tanto, esta tesis se centra en el diseño de un sistema de control avanzado para las plantas de OI en plantas de tratamiento de agua ácida. Se investiga la viabilidad de implementar controladores predictivos como una solución más eficiente y precisa, capaz de adaptarse a las condiciones cambiantes del proceso y garantizar el cumplimiento de las normativas de calidad del agua.

La presente tesis tiene como objetivo general desarrollar el diseño de un sistema de control para la OI en el tratamiento agua ácida en la alimentación de la planta. Empleando técnicas de control predictivo con el propósito de garantizar que los parámetros de control en la descarga de la OI cumplan los parámetros del agua.

Con finalidad de cumplir el objetivo general se desarrollan los objetivos específicos:

Obtener un modelo matemático que describa el comportamiento dinámico de una planta de OI.

Diseñar un sistema de control empleando técnicas de control predictivo que permita mejorar la respuesta del sistema de control de la planta.

Comparar respuesta de la planta de agua utilizando un sistema de control PID y un sistema de control basado en control predictivo.

Realizar una propuesta de implementación del sistema de control de la planta de OI.

En el capítulo 1, se aborda la importancia de los sistemas de tratamiento de agua en la industria minera, especialmente en el contexto del procesamiento del oro. Se describe el

funcionamiento de las plantas de tratamiento, destacando el papel crucial de las plantas de OI y los desafíos asociados con el control de estas plantas en entornos dinámicos y complejos.

En el capítulo 2, se explora en detalle el modelado y la identificación de una planta de OI, aspectos fundamentales para comprender y controlar eficazmente el proceso de tratamiento del agua ácida. Se presenta una descripción detallada de las membranas y módulos utilizados en las plantas de OI, así como la selección y validación de modelos matemáticos para su aplicación en estrategias de control.

En el capítulo 3, se desarrolla el diseño del sistema de control predictivo generalizado multivariable (GPC) específicamente para la planta de OI. Se revisan las estrategias de control avanzado y se presenta una propuesta para el diseño del controlador GPC, abordando el sistema de dos entradas y dos salidas (TITO).

Para finalizar, en el capítulo 4, se realiza una propuesta de implementación práctica del sistema de control de la OI de la planta de agua ácida, en donde se describe el hardware y software del sistema de control, asimismo se describe al algoritmo de control.

## Capítulo I

### Sistemas de Control de la Planta de Agua Ácida con Ósmosis Inversa

#### 1.1 Introducción

En el ámbito de la Minería y el Procesamiento del Oro, los recursos naturales enfrentan transformaciones significativas, siendo uno de los impactos más notables la alteración del agua durante el proceso de recuperación del mineral. Esta agua, cargada de sustancias ácidas y contaminantes, no puede ser liberada directamente en los afluentes y cuerpos de agua cercanos a las comunidades sin un tratamiento previo adecuado.

Para abordar este desafío ambiental, se implementan sistemas de tratamiento de agua en plantas que disponen de un pretratamiento y plantas de OI, cumpliendo con los límites máximos permisibles establecidos por el Ministerio del Ambiente antes de su liberación al medioambiente. Farhang y John (2018) señalan que la planta de OI trata el agua ácida proveniente del pretratamiento, controlada mediante un sistema de control diseñado para obtener los parámetros del agua requeridos de operación

Sin embargo, el sistema de control utilizado en la planta de OI presenta limitaciones. Según Rivas et al. (2000) los controladores clásicos, como el PID, no son adecuados para sistemas con dinámicas complejas y múltiples variables interconectadas. La variabilidad inherente al proceso de tratamiento del agua requiere soluciones más avanzadas y precisas.

Por esta razón, en esta tesis se investiga la viabilidad de implementar controladores predictivos como una alternativa más eficiente y precisa. Estos modelos avanzados tienen el potencial de adaptarse a las condiciones cambiantes y optimizar el proceso, garantizando los requerimientos de operación.

## **1.2 Problemática actual en la descargada del agua a los ríos de las comunidades en Cajamarca**

En la actualidad, se evidencia cómo los recursos naturales son afectados y modificados debido a la intervención de los procesos industriales, como sucede con la extracción de oro de los procesos productivos, como es el caso de la extracción de oro. En la gran minería a tajo abierto, el proceso de obtención de lingotes de oro inicia con la irrigación de una mezcla de reactivos a las pilas de lixiviación, en donde se utiliza una dosificación considerable de cianuro, junto con agua proveniente de fuentes naturales. Posteriormente, este proceso atraviesa diversas etapas metalúrgicas, dejando residuos en pozas contaminadas con agua ácida que contienen cianuro. Esta situación plantea el desafío de descontaminar esta agua ácida en plantas de tratamiento antes de verterlas en los ríos cercanos de las comunidades.

En el proceso lixiviación en pilas para la obtención del oro con el método hidrometalúrgico, se inicia apilando el mineral en pilas de 8 metros de altura y cubriendo áreas desde 0,1 a 1 km<sup>2</sup>. El lixivante, compuesto por una solución de cianuro, se aplica goteando con la siguiente proporción, 50 gramos de cianuro por cada 1000 litros de agua. Este proceso disuelve los minerales para producir una solución rica, la cual es depositada en pozas de almacenamiento ubicadas debajo de las pilas.

Posteriormente, la solución rica es transportada mediante un sistema de bombas hacia la planta de Merrill Crowe, donde atraviesa una serie de procesos metalúrgicos como filtrado, retortas y fundición hasta obtener las barras de Dore, para una mejor compresión, se muestra la Figura 1.1.

Después del área de filtrado, se descarga agua ácida con una concentración residual de cianuro, la cual debe ser tratada en la unidad de tratamiento de soluciones. La planta está formada por una sección de Pretratamiento de Agua Ácida y una sección de OI, antes de ser vertidas en los ríos que atraviesan las comunidades, como se ilustran en la Figura 1.2. Este

proceso representa una de las etapas finales del ciclo de producción. Por lo tanto, el agua filtrada debe cumplir con los compromisos establecidos con las comunidades locales y también debe respetar los límites máximos permisibles (LMP) indicados por Ministerio del Ambiente (MINAM).

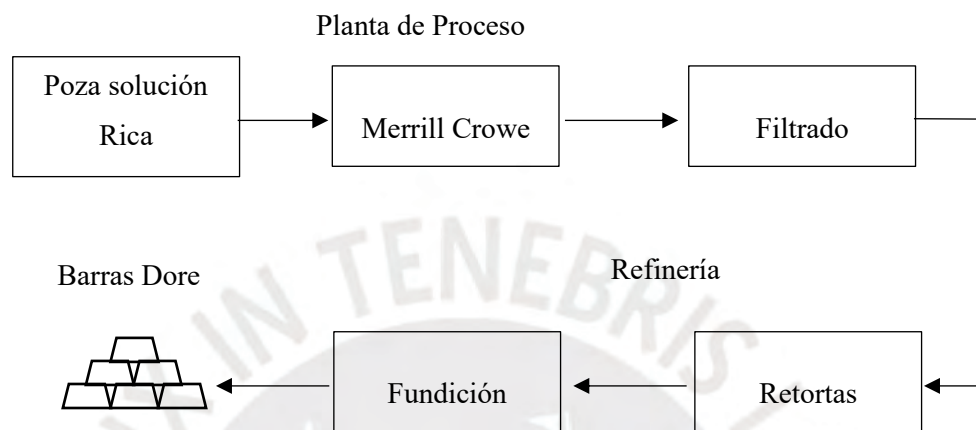


Figura 1.1. Diagrama de flujo correspondiente al proceso Merrill Crowe hasta Barras Dore.

Fuente elaboración propia.

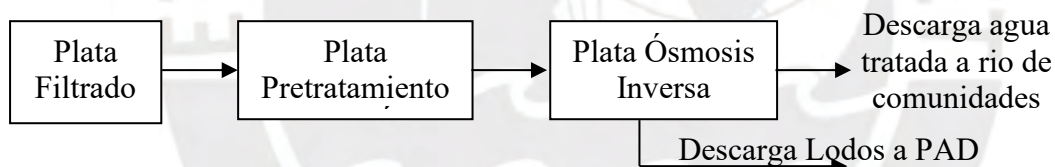


Figura 1.2. Diagrama de flujo correspondiente desde Filtrado hasta descarga del agua.

Fuente elaboración propia.

El Ministerio del Ambiente de Perú (2015) emitió una actualización a la norma de calidad ambiental para la descarga de efluentes a través del Diario Oficial El Peruano, estableciendo nuevos valores para los valores máximos aceptables y los límites de calidad del agua en la descarga a cuerpos receptores naturales, según lo publicado en el decreto supremo N° 015-2015-MINAM. Esta actualización modificó las normas nacionales sobre la calidad del agua, como se establecía en el decreto supremo N° 002-2008-MINAM El Peruano (2015).

En el último decreto supremo, se introdujeron límites de calidad del agua más exigentes, lo que implica que las empresas mineras necesitan implementar sistemas de tratamiento del agua para cumplir con los requisitos de calidad del agua indicados en la Tabla 1.1.

**Tabla 1.1**

*Categoría 3 Riego de vegetales y bebidas de animales.*

CATEGORIAS		ECA AGUA: CATEGORIA 3	
PARÁMETRO	UNIDAD	PARÁMETROS PARA RIEGO DE VEGETALES D1: RIEGO DE CULTIVOS	PARÁMETROS PARA BEBIDAS DE ANIMALES D2: BEBIDA DE ANIMALES
<b>Físicos - Químicos</b>			
Aceites y grasas	mg/L	5	10
Bicarbonatos	mg/L	518	**
Cianuro Wad	mg/L	0,1	0,1
Cloruros	mg/L	500	**
Conductividad	( $\mu$ S/cm)	2500	5000
Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO5)	mg/L	15	15
Demanda Química de Oxígeno (DQO)	mg/L	40	40
Detergentes (SAAM)	mg/L	0,2	0,5
Fenoles	mg/L	0,002	0,01
Fluoruros	mg/L	1	**
Nitratos (NO <sub>3</sub> -N) + Nitritos (NO <sub>2</sub> -N)	mg/L	100	100
Nitritos (NO <sub>2</sub> -N)	mg/L	10	10
Oxígeno Disuelto (valor mínimo)	mg/L	4	5
Potencial de Hidrógeno (pH)	Unidad de pH	6,5-8,5	6,5-8,4
Sulfatos	mg/L	1000	1000
Temperatura	°C	$\Delta$ 3	$\Delta$ 3

*Nota.* Tomado de “El Peruano 2015”

- (a) para agua claras. Sin cambio anormal (para agua que presentan coloración natural)
- (b) Después de Filtración Simple.

\*\* : No presenta valor en ese parámetro para la subcategoría.

$\Delta$  3: variación de 3 grados Celsius respecto al promedio mensual multianual del área evaluada.

Después de identificar que los límites exigidos para el cianuro, los elementos pesados, la conductividad y el pH estaban causando contaminación ambiental, el Ministerio de Medio

Ambiente estableció parámetros más exigentes. En consecuencia, las empresas mineras ahora deben cumplir con los nuevos límites establecidos antes de descargar agua en los ríos de las comunidades. Para lograrlo, se han implementado procesos adicionales en las plantas de tratamiento de agua ácida, como las etapas de pretratamiento y OI para cumplir con la normativa ambiental.

### **1.3 Estado del arte del control de plantas de agua ácida con ósmosis inversa**

Hedjazi y Monhemius (2018) exploraron el uso de plantas de OI en el tratamiento de agua ácida de minas provenientes de la lixiviación y evaluaron su efectividad en la eliminación de contaminantes y su idoneidad para su uso en riego agrícola. Estas plantas de tratamiento de agua ácidas desempeñan un papel crucial en las operaciones mineras, ya que no solo ayudan a mitigar el impacto ambiental al gestionar eficazmente los residuos, sino que también contribuyen a la sostenibilidad del uso del agua en actividades productivas.

Luyo y Ayme(2015) el agua ácido de mina se caracteriza por su pH bajo y elevadas concentraciones de iones tóxicos, que se han demostrado ser altamente nocivos para la salud humana y animal. Como respuesta a esta problemática, se han desarrollado plantas de tratamiento de agua ácida con el objetivo de ajustar el valor del pH durante las etapas de pretratamiento y eliminar partículas más pequeñas en las plantas de OI, cumpliendo así con la normativa ambiental.

El pretratamiento inicial implica la alimentación de agua ácida a los tanques reactores. En estos tanques, se aplican lechada de cal y metabisulfito, dos reactivos que cumplen la función de capturar iones tóxicos para la eliminación efectiva de cianuro y mercurio, además de compensar el pH del agua. Luego, la solución pasa por un proceso de ultrafiltración para la remoción de sólidos suspendidos de gran tamaño, seguido por OI para eliminar partículas en suspensión más pequeñas.

En el proceso de los tanques reactores, se implementa un sistema de control tipo SISO (entrada y salida únicas), el cual consiste en dos lazos de control independientes para dosificar la cantidad de lechada de cal y metabisulfito en función del valor de la concentración de pH y cianuro, respectivamente, presente en la mezcla. Es decir, en los tanques reactores se realiza dos lazos de control cerrado independientes del proceso químico, en un sistema SISO, con una única entrada y una única salida.

Por otro lado, en la etapa de ultrafiltración, se implementan dos lazos de control con dos sistemas de control PID independientes. Estos sistemas regulan la presión de alimentación según la presión de salida para que funcione eficientemente sin dañar las membranas, asimismo, se regula el flujo para mantener constante el agua a través de las membranas de ultrafiltración, lo que permite la captura de las partículas de mayor tamaño que, en el sistema anterior, no pudieron ser atrapadas. El objetivo es optimizar la separación de los contaminantes denominados “concentrado” y su posterior eliminación.

En la etapa de OI de una planta dedicada para el tratamiento de agua ácida, se implementa un sistema de control MIMO (múltiples variables de entradas y salidas). Este sistema busca asegurar un flujo de permeado constante, ajustando la presión y el pH de entrada de la planta como para establecer el valor de la conductividad a la salida de la planta. El objetivo es mantener un flujo de descarga constante y garantizar la conductividad eléctrica del agua purificada que garantiza la calidad del agua. Por lo tanto, se están investigando las estrategias de control convencional y otras estrategias avanzadas para optimizar el sistema OI.

En el ámbito de la OI, se han investigado diversas estrategias de control para optimizar el sistema, como el realizado por Feliu et al. (2013), quien a examinado estrategias de control convencionales, como el control manual, el control *feedforward*, el control en cascada y el control PID. Aunque estas estrategias se han empleado durante muchos años en diversos procesos industriales, como molienda, lixiviación y tratamiento de agua, su aplicación en la OI

ha mostrado resultados dinámicos complejos y poco efectivos, lo que ha impulsado la búsqueda de técnicas de control avanzado.

En las estrategias de control para la planta de OI se encuentra el control por desacoplamiento y los compensadores de retardo temporal, también conocido como predictor de Smith, según Alatiqi y El-Dessouky (1999), Guin y Pérez (1988), Rivas et al. (1987). Estos avances han sido el resultado de investigaciones continuas, que han culminado en la implementación de nuevas técnicas de control predictivo y control difuso, como Cuenca y Rivas (2012), Rivas y Sotomayor (2009) y Salcedo y Rivas (2010).

Mindler y Epstein (1986) realizaron un análisis exhaustivo sobre las limitaciones que presentan las plantas de OI, así como las técnicas asociadas, estableciendo un punto de referencia en la comprensión de los desafíos técnicos y operativos en este campo. Su investigación destacó la relevancia fundamental de asegurar una calidad óptima del agua de entrada para prolongar al máximo vida útil de las membranas. Además, destacaron las restricciones operativas relacionadas con parámetros como pH, temperatura, presión, flujo y resistencia a la oxidación que son factores decisivos para un control eficiente de los sistemas de OI en la actualidad.

Alatiqi et al. (1989) estudiaron el proceso de OI mediante un análisis de identificación aplicado a plantas industriales. El objetivo fue determinar la función de transferencia del modelo bajo las condiciones operativas específicas de la planta en estudio. Los investigadores se centraron en los parámetros importantes tales como el pH y la presión (P) en la alimentación y la conductividad (C) del permeado y el flujo (F) durante la descarga de la planta de OI, tal como se detalla en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..** Como resultado encontraron el mejor modelo de una planta de OI que ayudó a desarrollar el diseño de controladores clásicos y avanzados.

**Tabla 1.2***Función de transferencia propuesta por Alatiqi (1989).*

	Presión (P)	pH
Flujo (F)	$\frac{0.002(0.056s + 1)}{(0.003s^2 + 0.1s + 1)}$	0
Conductividad (C)	$\frac{-0.51(0.35s + 1)}{(0.213s^2 + 0.7s + 1)}$	$\frac{-57(0.32s + 1)}{(0.6s^2 + 1.8s + 1)}$

Por su parte, Robertson et al. (1996) investigaron sobre sistemas avanzados de control utilizando el control matriz dinámico (DMC) para regular el funcionamiento de una planta de OI. En la Tabla 1.3 se presentan las variables de operación. Los investigadores emplearon un software basado en DMC llamado ONLINE, que funciona como una caja negra en el sistema de control del proceso. Demostraron una mejora sustancial en comparación con el controlador proporcional-integral (PI) al analizar la robustez mediante el índice de desempeño basado en la integral del error cuadrático (ISE).

**Tabla 1.3***Rango de operación lineal establecido por Robertson (1996).*

Variable	Rango Lineal
Flujo, <u>gpm</u> (m <sup>3</sup> /h)	0.85-1.25 (0.2-0.3)
Presión, <u>psig</u> (kPa)	800-1,000 (5,500-7,000)
Conductividad,	400-450
pH	6-7

Assef et al. (1997) llevaron a cabo una investigación experimental sobre el control predictivo de modelo restringido (CMPC) para una OI con un sistema MIMO como en la Figura 1.3 se representa. La eficiencia del CMPC fue como resultado que destacó para manejar las variables manipuladas (la conductividad de permeado y el flujo), y asimismo la presión del

concentrado. También demostraron que la función de transferencia del modelo de la planta de OI de la Tabla 1.4 con control CMPC supera al control proporcional integral (PI).

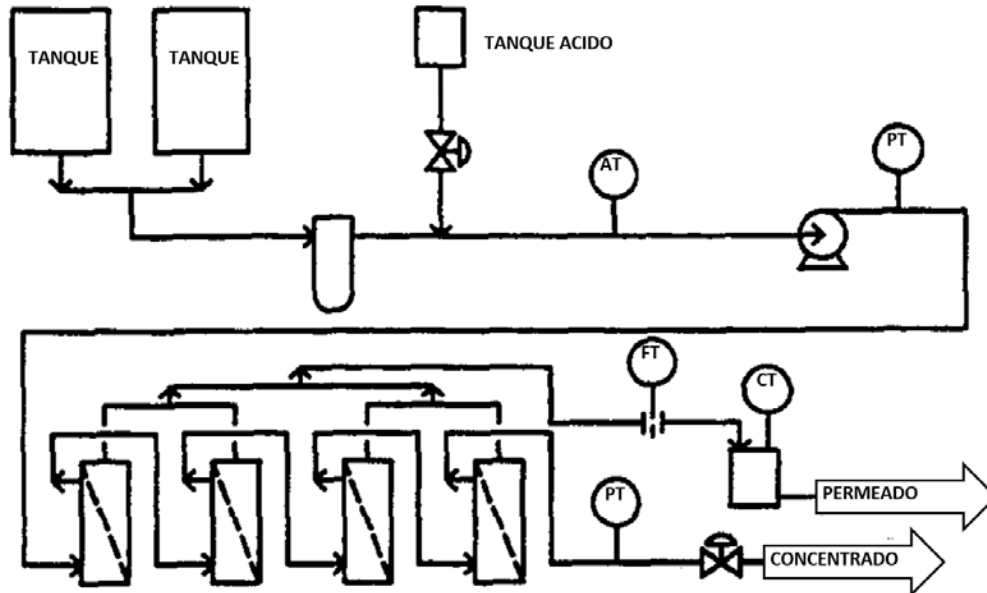


Figura 1.3. Esquema funcional del proceso de OI.

Tomado de Assef (1997).

**Tabla 1.4**

Modelo de la función de transferencia establecido por Assef (1997).

	Posición de válvula de presión, (P) %	Posición de válvula de acidez, pH (%)
Flujo, gph	$\frac{-0.155(0.375s + 1)}{(0.22s + 1)(2.51s + 1)}$	0
Conductividad, $\mu\text{s}/\text{cm}$	$\frac{2.48}{(114s + 1)(113s + 1)}$	$\frac{0.45}{(104s + 1)(100s + 1)}$
Presión, psia concentrado	$\frac{-4.74}{(1.45s + 1)}$	0
pH	0	$\frac{-0.077}{(21.2s + 1)}$

Burden et al. (2001) realizaron una aplicación experimental centrada en el control avanzado y la optimización en un módulo de membrana de fibra hueca, utilizando el permeador

*Permasep* de DuPont. El objetivo principal fue realizar una comparación entre el desempeño del control proporcional integral (PI) convencional y el control predictivo basado en modelo restringido (CMPC). Los resultados revelaron que el CMPC logró aumentar el caudal del permeado en un 13,6% y mejorar la conductividad en un 1,1%. En contraste, se observó que el control PI no controlaba adecuadamente la calidad del producto debido a la manipulación del pH de alimentación. Esto subraya la importancia de adoptar una estrategia de control avanzado como el CMPC, que permita ajustar el caudal del permeado mientras se mantiene la conductividad deseada del agua producida. De este modo, se puede ajustar la producción del agua según la demanda.

Zilouchian y Jafar (2001) investigaron nuevos conceptos de controladores avanzados a partir de metodologías de computación blanda. Estos avances se deben principalmente a las recientes investigaciones con conceptos que integran información sensorial, computacional, razonamiento humano y toma de decisiones mediante razonamiento probabilístico (PR), algoritmos genéticos (GA), redes neuronales (NN) y lógica difusa (FL). Además, abordaron cuestiones relacionadas con el diseño e implementación de estas metodologías, incluyendo el equilibrio entre tolerancia, precisión e incertidumbre. Los resultados demostraron un rendimiento efectivo y óptimo en el diseño de membranas bajo diversas condiciones de funcionamiento, logrando una recuperación constante del 30% y una eliminación de sal del 1.026%. Este enfoque podría tener implicaciones significativas en la optimización de los procesos industriales.

Riverol y Pilipovik (2005) investigaron la implementación de un sistema de control desacoplado aplicado al proceso de OI, ver Figura 1.4. Esta estrategia de control incorporó un controlador desacoplado para controlar la conductividad y el flujo del permeado, manteniéndolos dentro del rango de operación lineal, tal como se indica en la

Tabla 1.6. El modelo del sistema fue estimado utilizando datos reales y herramientas empíricas, como se indican las funciones de transferencia del modelo en la Tabla 1.5. Este enfoque exitoso permitió prever problemas de calidad del agua y evitar el desperdicio de energía al reducir las fluctuaciones significativas en las variables del proceso y la disminución de la sensibilidad a los cambios de presión y pH.

**Tabla 1.5**

*Modelo de la función de transferencia establecido por Riverol et al. (2004).*

	Presión	pH
Flujo, m3/d	$\frac{0.0045(0.104s + 1)}{(0.012s^2 + s + 1)}$	0
Conductividad, $\mu\text{s/cm}$	$\frac{(-0.12s + 0.22)}{(0.1s^2 + 0.3s + 1)}$	$\frac{10(-3s + 1)}{(s^2 + 5s + 1)}$

**Tabla 1.6**

*Rango de operación lineal establecido por Riverol et al. (2004).*

Variable	Rango Lineal
Flujo, m3/d	33,000-54,000
Presión, kPa	800-1,000
Conductividad, $\mu\text{s/cm}$	400-450
pH	6-7.2

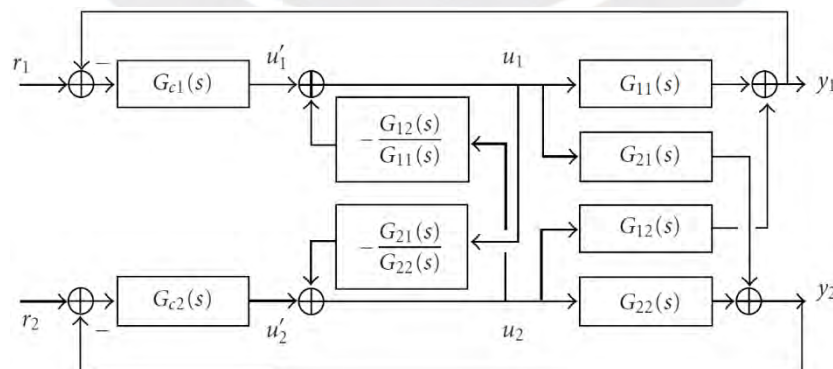


Figura 1.4. Esquema del modelo desacoplado de Riverol (2005).

Abbas (2006) identificó que el Control Predictivo de Modelos (MPC) como una estrategia de control avanzada ampliamente utilizada en la industria de procesos, destacando

entre sus variantes el algoritmo de Control de Matriz Dinámica (DMC). Abbas evaluó el rendimiento del algoritmo DMC con y sin restricciones, aplicado a una planta de OI que utilizaba una membrana de fibra hueca. El análisis se dividió en dos casos. En el primero, el flujo del permeado se controló mediante ajustes en la presión de entrada. En el segundo caso, se reguló la calidad del agua, representada por la conductividad, modificando la presión y el pH de entrada. En la Tabla 1.7, se muestra el modelo de la planta y en la

Tabla 1.8, se indican las variables del proceso en el rango lineal. Además, Abbas llevó a cabo una comparación entre la robustez del controlador DMC y un sistema tradicional de control basado en controladores PI, demostrando que el DMC ofrecía un rendimiento significativamente superior frente a los controladores PI clásicos.

**Tabla 1.7**

*Modelo de la función de transferencia establecido por Abbas et al. (2006).*

	Presión	pH
Flujo, m <sup>3</sup> /d	$\frac{0.007(0.056s + 1)}{(0.213s^2 + s + 1)}$	0
Conductividad, μs/cm	$\frac{-7.3(0.35s + 1)}{(0.213s^2 + 0.7s + 1)}$	$\frac{-57(0.32s + 1)}{(0.6s^2 + 1.8s + 1)}$

**Tabla 1.8**

*Rango de operación lineal establecido por Abbas et al. (2006).*

Variable	Rango Lineal
Flujo alimentación, m <sup>3</sup> /h	1-2
Presión, bar	49-70
Conductividad, μs/cm	400-560
Flujo permeado, m <sup>3</sup> /h	0.3-0.2
pH	6-7.2

Gambier et al (2006) exploraron una estrategia innovadora de control aplicada a una planta de OI. Inicialmente se utilizaron dos controladores PI ajustados de manera

independiente, en este caso los resultados no fueron satisfactorios debido a la naturaleza dinámica del proceso. Por lo tanto, los autores propusieron una estrategia de control con un enfoque innovador que optimiza conjuntamente múltiples lazos de control con varios controladores. A pesar de usar dos controladores PI, sus parámetros se optimizaron en conjunto dentro de un marco teórico. Los hallazgos obtenidos de la simulación indicaron que el sistema de control desarrollado con este método supera a los controladores PI ajustados individualmente. Además, los sistemas de control de múltiples lazos funcionan igual o incluso mejor que los algoritmos de control más complejos y difíciles de implementar. Este enfoque podría tener implicaciones significativas para la mejora de los procesos industriales.

Kim et al (2009) investigaron un controlador con desacoplamiento aplicado a plantas de OI. Utilizando el modelo de Robertson como base teórica, conocido por su aplicación en sistemas de control, desarrollaron un nuevo algoritmo óptimo que combina técnicas inmunes y genéticas con el objetivo de optimizar los parámetros en un controlador PID. La sintonización del controlador fue llevada a cabo utilizando el algoritmo genético inmune (IGA), el cual fue evaluado en términos de rendimiento de control. Los resultados obtenidos indicaron que el IGA supera significativamente al método de ajuste de Ziegler-Nichols, tanto en evaluaciones cualitativas como cuantitativas.

Bartman et al. (2009) propusieron una estrategia de control predictivo avanzada para gestionar la transmisión entre el estado estacionario de funcionamiento del flujo normal y el estado estacionario de inversión del flujo de alimentación. El estudio incluyó la elaboración de un modelo dinámico detallado del proceso, basado en parámetros específicos del proceso, como la concentración de alimentación y los valores de resistencia de la válvula de bypass en relación con el flujo de concentrado, como se ve en la Figura 1.5. Estos parámetros se utilizaron como entradas de control para formular un problema de optimización no lineal, que se resolvió eficazmente mediante técnicas de control predictivo.

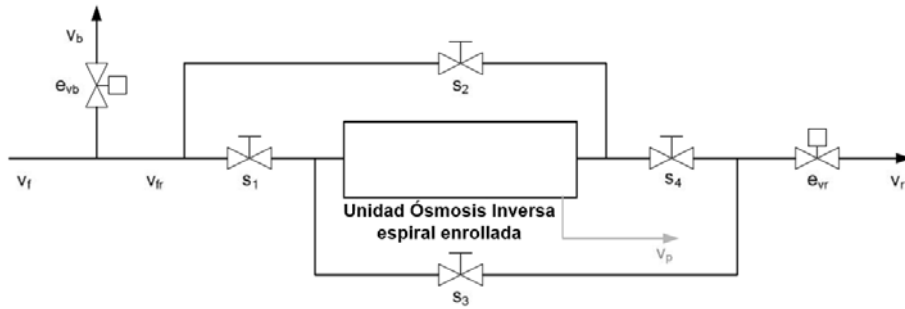


Figura 1.5. Estrategia de control avanzado con bypass.

Tomado de Bartman (2009).

Gambier (2011) exploró la aplicación del algoritmo multiobjetivo *Normal Boundary Intersection* (NBI) para manejar el desafío del control de una planta de OI, especialmente cuando se enfrentan parámetros inciertos. Su investigación reveló que la planta podía modelarse eficazmente mediante polinomios de intervalo. Para el diseño del controlador, se implementó una versión práctica del mismo, logrando encontrar soluciones óptimas que abordan las incertidumbres inherentes del sistema.

Rojas (2016), se centró en el desarrollo de un sistema de control avanzado para una planta de OI, utilizando un controlador PID mediante el método MIGO. Concluyó que su enfoque ofrece resultados efectivos y robustos, incluso en condiciones de perturbaciones y señales con ruido.

Moreno (2015) analizó la implementación de un controlador predictivo generalizado (GPC) y lo comparó con otros controladores convencionales en el tratamiento de agua de mar en una planta de OI bajo diversos escenarios operativos. Los hallazgos demostraron que el GPC permite un control más efectivo del proceso. Además, Moreno sugirió la integración del GPC con variadores de velocidad para el control de las bombas de alta presión, mejorando así la eficiencia del sistema.

Mendoza (2016) desarrolló una planta piloto de OI destinada al tratamiento de agua y creó una metodología para identificar el sistema de la planta, con el objetivo de encontrar un modelo que describa su comportamiento dinámico. Los resultados mostraron que un modelo

ARMAX proporciona una buena aproximación del sistema. Además, Mendoza recomendó además la exploración de variables mediante algoritmos de identificación recursiva para mejorar aún más el control de la planta de OI.

En resumen, a partir de los estudios descritos en las investigaciones realizadas sobre los sistemas de control en plantas de OI, se identificaron diversas metodologías para el diseño de controladores. Las investigaciones previas han demostrado que el uso de controladores tradicionales, como el PID, no logra responder adecuadamente a la naturaleza no lineal y de acoplamiento múltiple del proceso OI. Feliu et al. (2013) y Burden et al. (2001) señalan las limitaciones de estos métodos tradicionales enfrentan dificultades en cuanto a robustez y en la gestión de las fluctuaciones de las variables del proceso. En contraste, técnicas avanzadas como el Control Predictivo de Modelo (MPC), específicamente el Control Predictivo Generalizado (GPC), han mostrado resultados prometedores al gestionar de manera eficiente variables manipuladas como el flujo y la conductividad.

El controlador GPC, basado en la predicción futura del comportamiento del sistema, se presenta como una solución ideal para plantas de OI, donde la interacción entre la presión, el pH, el flujo y la conductividad requiere de un control anticipativo y ajustable. Investigadores como Assef et al. (1997) y Moreno (2015) han resaltado que el GPC permite un control más eficaz en comparación con los sistemas tradicionales, mejorando tanto en la calidad del agua tratada como en la durabilidad de las membranas utilizadas. Además, el GPC se adapta bien a sistemas con perturbaciones e incertidumbre en los parámetros del proceso, algo crítico en el tratamiento de aguas ácidas.

Por tanto, en una planta de OI en el tratamiento de agua acida la implementación del controlador GPC no solo resulta adecuada sino necesaria. Esta técnica proporciona una mayor estabilidad, precisión y adaptabilidad frente a las dinámicas no lineales del proceso, garantizando que el sistema funcione dentro de los parámetros óptimos establecidos. Su

capacidad para manejar múltiples variables y adaptarse a escenarios operacionales cambiantes lo convierte en la opción más robusta y eficiente para garantizar la calidad del agua y la sostenibilidad del proceso industrial en su conjunto.

#### **1.4 Descripción de una planta de tratamiento de agua ácida**

La planta de tratamiento de agua ácida tiene por objeto eliminar los iones de cianuro, mercurio y remover los metales pesados de la “solución barren” mediante detoxificación, además, ajustar del pH proveniente de la planta de columnas de carbón para que una vez tratada la solución pasa por rigurosas pruebas de laboratorios especializados antes de ser descargada a los puntos de vertimiento autorizados por el Ministerio del Medio Ambiente.

El tratamiento del agua comienza con su detoxificación, empleando una combinación de tecnología de dióxido de azufre, aire y adición de metabisulfito en función del valor de cianuro medido en la línea de alimentación a los tanques reactores. A continuación, se lleva a cabo la fase de precipitación de metales, enfocándose principalmente en el mercurio, según el tipo de lechada de cal, para luego proceder con el proceso de separación de sólido a líquido en un sistema de ultrafiltración. Este sistema finalmente abastece a una planta de OI, donde se lleva a cabo el proceso de separación de líquidos, obteniendo una solución de rechazo denominado concentrado, que es enviada hacia el *pad* y la solución permeada o agua tratada, que es almacenada en una poza donde se realizan los controles ambientales previos antes de la descarga hacia los puntos de vertimiento autorizados.

Por otro lado, los sólidos producidos durante el tratamiento en la planta de ultrafiltración, conocidos como solución de concentrado, son dirigidos a un sistema de filtración '*Lamella*' para su posterior tratamiento, y luego son descargados en la poza de almacenamiento de lodos dentro del *pad*. La Figura 1.6 presenta un diagrama de bloques que ilustra el proceso general de tratamiento en la planta de agua ácida.

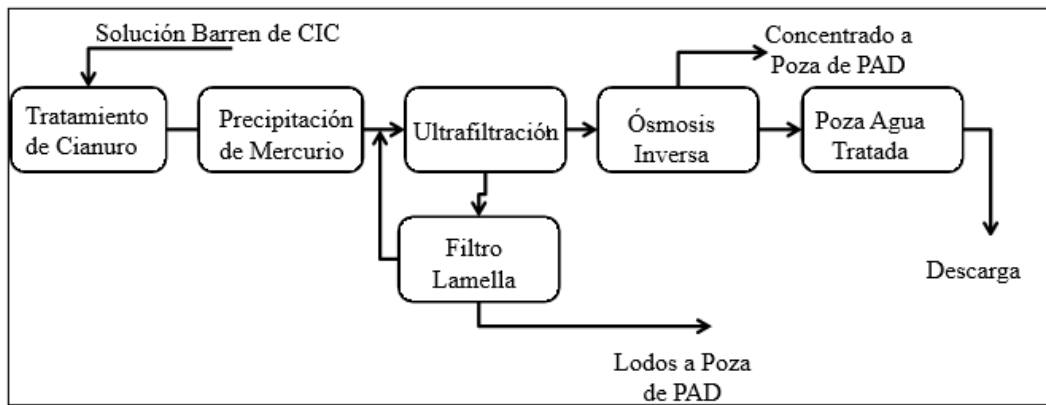


Figura 1.6. Representación gráfica del Diagrama de bloques del proceso.

Fuente elaboración propia.

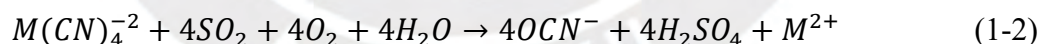
#### 1.4.1 Descripción del proceso de los tanques reactores.

El tratamiento de agua ácida generalmente se fundamenta en una reacción catalítica que involucra al ion cúprico como agente catalizador. La reacción química resulta en la oxidación del cianuro, transformándolo en la forma de ion cianato ( $\text{OCN}^-$ ). Tanto el cianuro libre como los complejos débiles de cianuro forman parte del cianuro WAD y se describen mediante las siguientes ecuaciones:

Reacción 1:



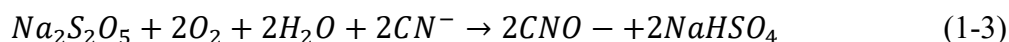
Reacción 2:



Donde M representa un metal que forma un enlace débil con el cianuro (Ag, Cd, Hg, Cu, Ni y Zn).

En el tratamiento de agua ácidas, el ion  $\text{SO}_2$  se capturan mediante el uso del reactivo químico metabisulfito de sodio ( $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_5$ ). El oxígeno se introduce desde el aire mediante sopladores, y el cianuro se encuentra en la solución acuosa. La reacción química relevante para el diseño de la planta es la siguiente:

Reacción 3:



La planta consta de dos tanques reactores en donde se produce la reacción, cada uno con un tiempo de residencia de 30 minutos. Dado que en las reacciones 1 y 2 se encuentra el ácido sulfúrico, es necesario agregar cal para mantener el pH óptimo. La dosificación de los reactivos se realiza en el primer reactor, mientras que el segundo reactor permite continuar la reacción mediante la inyección de oxígeno.

Los parámetros de operación son los siguientes:

- Flujo de tratamiento de solución: 680 m<sup>3</sup>/h
- Tiempo de reacción: 30 minutos por tanque
- pH: en el rango de 8.2 – 8.3

La lechada de cal se dosifica para mantener el pH dentro del rango requerido de operación y puede variar según la concentración de acidez en el tanque. Asimismo, el metabisulfito de sodio se dosifica al 10% de concentración para la reacción de oxidación del cianuro y puede variar según el valor de cianuro en la línea de alimentación a los tanques reactores.

El límite máximo de cianuro WAD es de 0.1mg/L y se debe mantener la concentración de cianuro por debajo de este umbral para cumplir con los estándares de descarga y minimizar los impactos ambientales. Además, el oxígeno del aire es necesario para la reacción de oxidación del cianuro por lo que se adiciona en el flujo de aire constante a 601 CFM (pies cúbicos por minuto). De esta manera, con la eliminación de cianuro y compensación de la concentración del agua se culmina el proceso de los tanques reactores y se procede a la etapa de la ultrafiltración.

#### 1.4.2 Descripción del proceso de ultrafiltración.

El proceso de ultrafiltración (UF) se define como un método de filtración mediante membranas, donde una presión hidrostática impulsa el líquido hacia una membrana semipermeable. Esta membrana permite separar sólidos de líquidos, como señala Baker (2012, es decir remueve los sólidos en suspensión de mayor tamaño produciendo el permeado de UF y un concentrado de UF de las partículas de más grandes. El proceso de UF es similar al proceso de OI con la principal diferencia que la OI remueve sólidos disueltos de menor tamaño y la UF sólidos en suspensión de mayor tamaño. En la planta de tratamiento, se implementa un sistema de ultrafiltración que consiste en:

Prefiltración (auto filtro), es una etapa de prefiltrado que se realiza con los auto filtros que tiene como objetivo separar sólidos en suspensión de mayor tamaño y acondiciona el agua para alimentar al sistema de ultrafiltración. La solución que se forma en los reactores contiene sólidos en suspensión los cuales son eliminados a través de los auto filtros, estos lodos se conducen a las *Lamellas* y según el diferencial de presión de los auto filtros se realiza un auto lavado mediante válvulas de accionamiento automáticos.

Sistema de membranas de ultrafiltración, es el sistema que va a separar los sólidos suspendidos de mayor tamaño como un pretratamiento antes de OI. El proceso requiere circulación de agua a través de las membranas a alta presión y la solución filtrada se conduce al tanque de alimentación para la planta de OI. El concentrado de UF con alto contenido en mercurio se conduce a un tanque de retención que después es conducido al sistema de *Lamellas*, que también descarga dos productos que son agua clarificada y lodo, el agua clarificada retorna al tanque que alimenta a los autos filtros de la UF y el lodo es conducido al tanque de lodos para su disposición final.

El sistema de lavado de UF se realiza cuando las membranas de la UF se saturan, para lo cual la unidad al lavar se aísla de la operación y inicia con un lavado en contra corriente, adicionando reactivos requeridos en esta etapa. El sistema de lavado comprende aire a presión

y agua con reactivos para lavado (medio ácido o básico) y el agua producto del lavado se envía al tanque de lodos. De esta manera, el proceso de UF finaliza con la eliminación de partículas más grandes, mientras que las partículas de menor tamaño son eliminadas durante la etapa de OI.

#### **1.4.3 Descripción del proceso de ósmosis inversa.**

La OI es un tipo de filtración por membranas que facilita la separación de sólidos disueltos de menor tamaño disueltos en el agua, con el uso de bombas a alta presión puede forzar atravesar el agua contra una membrana semipermeable que permite la separación de sólido a líquido. Un análisis más profundo de este proceso se presenta en la sección 2.2, dado que el enfoque de esta investigación se centra en esta planta de filtración.

#### **1.4.4 Descripción de componentes auxiliares.**

Un componente adicional utilizado en las plantas de tratamiento de agua ácida es el filtro de tipo *Lamella* que facilita el proceso de separación de sólidos. Este filtro posee placas inclinadas y paralelas que facilitan la separación de sólidos y líquidos. Los sólidos se deslizan hacia el fondo, siendo transferidos intermitentemente hacia un tanque de almacenamiento de 100 m<sup>3</sup>, desde donde son llevados posteriormente a las pozas de *pad*. Por otro lado, el líquido fluye hacia la parte superior del filtro, dirigiéndose hacia los tanques reactores.

Además, la planta dispone de una poza de amortiguación de una capacidad de 50,000 m<sup>3</sup>, que almacena el agua permeada procedente del proceso de OI. Esta poza tiene la función de regular y controlar el flujo de agua hacia los ríos de las comunidades cercanas. La regulación se basa en criterios de cantidad y calidad del agua, así como en las necesidades externas de dichas comunidades.

### **1.5 Fundamentos de la planta de tratamiento de agua ácida por OI**

La necesidad de tratar el agua utilizada en diversos procesos químicos radica en la eliminación eficiente de una variedad considerable de materiales disueltos. El control de parámetros como la dureza del agua, la alcalinidad, la sílice y los sólidos totales puede abordar

numerosos problemas comunes, en este sentido. Entre las tecnologías disponibles, la OI destaca como una herramienta excepcional para el tratamiento de agua con las características de tamaño y acidez en el proceso químico de la mina. La Figura 1.7 ilustra el espectro de tecnologías utilizadas para alcanzar los niveles de pureza requeridos.

Sin embargo, la inadecuada implementación de técnicas de control en sistemas de OI puede llevar a un funcionamiento deficiente, generando costos operativos elevados y posibles daños a los recursos, lo que resulta en pérdidas económicas.

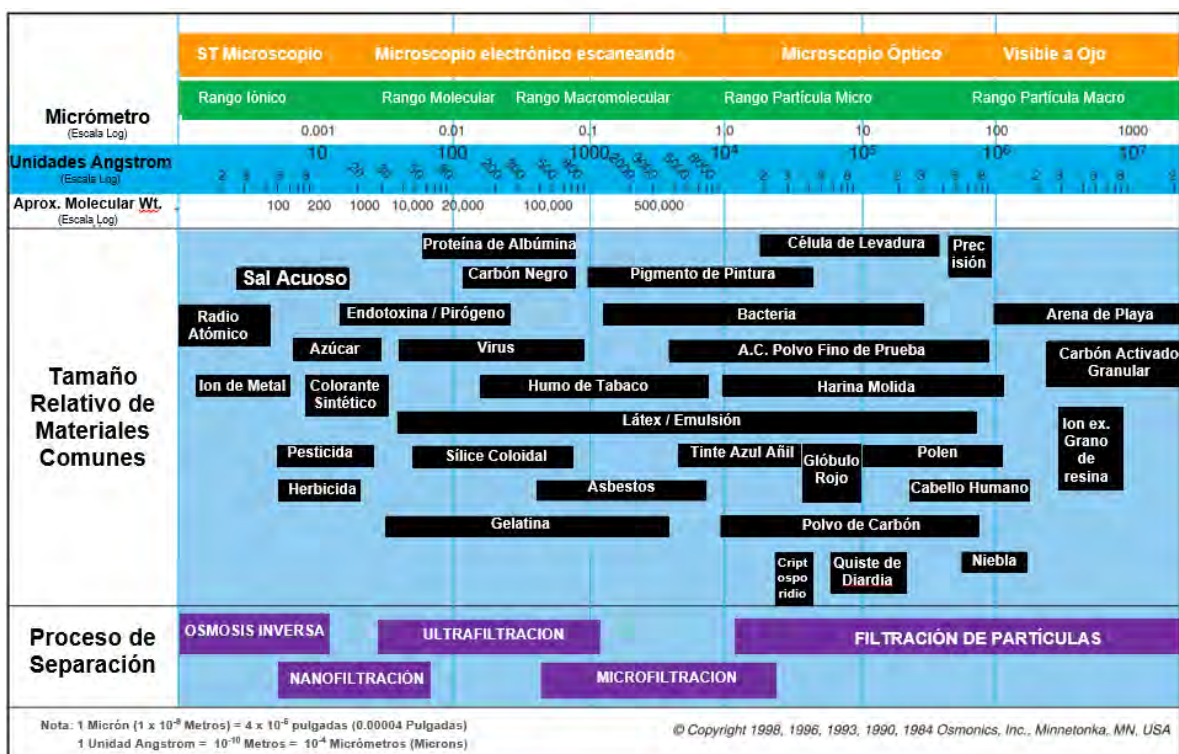


Figura 1.7. Espectro de la filtración.

Tomado de Osmonics, Inc. (1998).

En el caso específico de la OI de la planta de tratamiento de agua ácida enfrenta múltiples retos, principalmente por su complejidad multivariable y las no linealidades involucradas en su sistema de control, aspectos que representan un desafío para las técnicas de control tradicionales. Por ello, se hace imperativo recurrir a enfoques avanzados de control, como el control predictivo, se ha comprobado que diversas metodologías son efectivas en el manejo de instalaciones que presentan comportamientos dinámicos complejos, garantizando

que se satisfacen los criterios operativos de la planta para maximizar tanto el rendimiento del caudal como la calidad del agua descargada.

## **1.6 Objetivos de la tesis**

Considerando el rendimiento deficiente del sistema de control en la planta de tratamiento de agua ácida por ósmosis inversa, debido a la carencia de técnicas adecuadas de control, esta tesis tiene como objetivo desarrollar un controlador de control predictivo basado en modelos. Este controlador se selecciona sobre otros métodos de control avanzado debido a su capacidad para anticiparse a los cambios y manejar múltiples variables de forma simultánea en tiempo real. Este enfoque permitirá anticipar y controlar un sistema complejo, asegurando que parámetros claves como la conductividad y el caudal del agua tratada cumplan con los establecidos antes de su descarga a las comunidades.

### **1.6.1 Objetivo general.**

Desarrollar el diseño de un sistema de control avanzado para ósmosis inversa en una planta de agua ácida, para ello se emplearán técnicas de control predictivo con el propósito de garantizar que los parámetros de control en la descarga de la ósmosis inversa cumplan los parámetros del agua.

### **1.6.2 Objetivos específicos.**

Para poder alcanzar este objetivo, es necesario realizar los siguientes trabajos de investigación y desarrollo:

- Obtener un modelo matemático que describa el comportamiento dinámico de una planta de ósmosis inversa.
- Diseñar un sistema de control empleando técnicas de control predictivo que permita mejorar la respuesta del sistema de control de la planta.
- Comparar la respuesta de la planta de agua utilizando un sistema de control PID y un sistema de control basado en control predictivo.

- Realizar una propuesta de implementación del sistema de control de la unidad de ósmosis inversa.

### **1.7 Propuesta de solución**

El funcionamiento de las unidades de OI enfrenta desafíos significativos en su operación debido a la naturaleza lenta de su respuesta y la complejidad de su sistema de control multivariable con estructura TITO (dos entradas y dos salidas). En este contexto, parámetros como las entradas de presión y pH son cruciales para el proceso, pero su influencia directa sobre las salidas de flujo y conductividad introduce problemas de control que no pueden ser resueltos eficientemente con controladores clásicos PI o PID por ejemplo en los lazos tipo multivariable. Esto se debe a la incapacidad de estos controladores para adaptarse a las variaciones y la naturaleza multivariable del proceso, lo que resulta en una necesidad imperante de un enfoque de control más avanzado y flexible.

Para abordar estos problemas, la propuesta inicial plantea realizar una identificación de la planta. Este paso es fundamental para comprender la dinámica del sistema y obtener un modelo. La identificación se llevará a cabo mediante métodos no paramétricos y paramétricos, asumiendo que los sistemas de control empleados en el tratamiento de agua ácida son similares a aquellos utilizados en el sistema de control de tratamiento de agua salobre.

Con el modelo de la planta identificada, el siguiente paso será desarrollar el diseño del controlador utilizando el Control Predictivo Generalizado (GPC). Este método es ideal para plantas con variaciones y de tipo multivariable como la OI, ya que permite una predicción precisa y un ajuste de las entradas de control en función de las salidas deseadas. El GPC se adaptará al modelo TITO validado, proporcionando un control más eficaz que los métodos tradicionales.

Finalmente, se realizará un análisis comparativo entre el controlador GPC y los controladores DMC y PID. Este análisis destacará las ventajas del GPC en términos de

estabilidad y en respuesta en el tiempo. Se espera que los resultados de este estudio demuestren la superioridad del GPC en el manejo de sistemas multivariados y con variaciones.



## Capítulo II

### Modelado e Identificación de la Planta de Ósmosis Inversa

#### 2.1 Introducción

En este capítulo, se presenta una descripción detallada y el modelado de la planta de OI desde una perspectiva técnica y analítica, aspecto crucial para encontrar el modelo adecuado de dicha planta. Se inicia con la explicación de los conceptos básicos del proceso de OI, enfatizando la estructura y el funcionamiento de las membranas, así como los módulos que se emplean en estas unidades.

Seguidamente, se detalla la estructura de las membranas de la planta de OI, abarcando diferentes tipos de módulos como los de membrana espirales, tubulares y huecas. Por otro lado, el papel de la bomba de alta presión es fundamental, ya que se encarga de mantener las condiciones operativas necesarias para que el proceso de separación de contaminantes sea efectivo.

A continuación, se selecciona el modelo de OI como objetivo de estudio. Este modelo es fundamental para comprender y controlar el proceso y se caracteriza utilizando técnicas avanzadas de identificación de sistemas. Se aplican en la planta tanto métodos de identificación paramétrica como no paramétrica para capturar el comportamiento dinámico.

En resumen, se ha desarrollado un modelo de función de transferencia de la OI, utilizando metodologías de identificación de sistemas. El propósito de este modelo es servir como base para el diseño y la implementación de estrategias de control, que se abordarán en el siguiente capítulo. Este capítulo proporciona una base sólida para comprender los subsistemas de permeado, rechazo y membrana, y asegura que el modelo desarrollado sea preciso y confiable para aplicaciones de control futuras.

## 2.2 Descripción de la planta de OI

### 2.2.1 Descripción del proceso de la planta de OI.

Según Hernandez et al. (1990) el fenómeno de ósmosis se refiere al movimiento del solvente, como el agua, que atraviesa una membrana semipermeable permitiendo que moléculas pequeñas de solvente se desplacen desde una solución de menor concentración de solutos hacia una de mayor concentración. La presión osmótica es la fuerza que iguala las concentraciones a ambos lados de la membrana.

Los términos importantes del proceso de la OI son:

a). La presión osmótica, refleja la presión necesaria para forzar el paso de un líquido a través de una membrana semipermeable, desde una solución menos concentrada hacia una más concentrada.

b). Recuperación de permeado, se refiere al porcentaje de agua que es efectivamente recuperada durante el proceso.

c). Relación entre concentrados, este término describe la proporción entre el agua de permeado y el agua de alimentación.

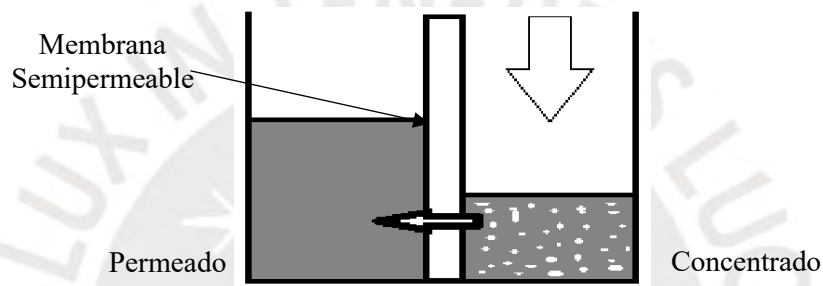
d). Relación de rechazo de concentrado, indica la cantidad de contaminantes retenidos por la membrana en relación con la cantidad inicial presente en el agua de alimentación.

e). Presión transmembrana (TMP), es la presión necesaria para trasladar la solución de concentrado de un lado de la membrana hasta el otro lado del permeado.

f). Flujo de permeado por unidad de área, se define como el volumen de permeado ( $Q_p$ ) dividido por el área de la membrana ( $S$ ), representando la eficiencia del proceso.

g). Permeabilidad específica de la membrana ( $SMP$ ), es definido por medir la resistencia de la membrana al paso del agua, caracterizando su rendimiento en condiciones de operación estándar.

El proceso conocido como OI se produce al aplicar una presión que supera la presión osmótica sobre una solución con una alta concentración de sólidos disueltos. Esta fuerza induce al agua a moverse a través de una membrana semipermeable, pero en dirección opuesta al flujo natural que ocurre en la ósmosis. Como indica Benavides (2012), este fenómeno es característico de las tecnologías de membranas, donde la presión aplicada permite que el agua atraviese la barrera semipermeable, dejando atrás la mayoría de las impurezas presentes. La eficiencia de la membrana es tan alta que puede retener casi todas las sustancias no deseadas, lo cual se ilustra en la Figura 2.1.



*Figura 2.1.* Fenómeno de separación por OI.

Tomado de Benavides (2012).

Descripción de los equipos de la unidad OI:

- Tanque de alimentación, acumula el agua proveniente de la ultrafiltración y alimenta a la OI.
- Tanque de ácido sulfúrico, acumula ácido sulfúrico y alimenta la bomba de dosificación.
- Bombas dosificadoras, se añade ácido sulfúrico con valor de ajuste aproximadamente a 6,5 del valor del pH con el fin de aumentar el rechazo para el amoníaco y añadir antiincrustante para evitar la formación de carbonatos o sulfatos en las membranas.
- Bomba de alimentación a filtro, alimenta de agua al filtro y está a través de cartuchos permite atrapar solidos de gran tamaño y también sirve para acondicionar antes de pasar a la bomba de alta presión los parámetros del agua.

- Membranas semipermeables, se dividen en circuitos o unidades que actúan como filtro molecular entre dos soluciones denominados permeado (agua con bajo TDS) y concentrado (agua con alto TDS).
- Bombas de alta presión, cada bomba alimenta a cada unidad que tienen dos etapas de conjuntos de membranas y operan en serie cada unidad. El flujo concentrado procedente de la primera etapa se dirige a la segunda etapa, lo que resulta en un concentrado con mayor concentración en esta última en comparación con la primera. La salida de concentrados se une a la línea de concentrado que es enviado a un tanque.
- Tanque permeado, acumula los permeados de las cuatro unidades de la primera y la segunda etapa.
- Tanque concentrado, acumula el concentrado de las cuatro unidades de segunda etapa.
- Sistema de lavado, con el paso del tiempo, la sección de membranas empieza a saturarse y puede deberse a una deficiente filtración o a la formación de incrustaciones para lo cual las membranas se lavan con soluciones o detergentes y se dispone de los lavados con pH bajo, con pH alto y neutro.

En la etapa de lavado, el sistema se separa del control y se realiza con el tanque de lavado CIP y la bomba que alimenta a la unidad en dirección normal de operación retornando al tanque de lavado en circuito cerrado. Posteriormente al lavado, se realiza en circuito cerrado y seguido la unidad está disponible para entrar en operación.

### **2.2.2 Estructura de las membranas de OI.**

En los sistemas de tratamiento de agua ácida, se emplea tecnología de hiperfiltración que se apoyan en bombas de alta presión. Este proceso permite obtener agua de alta pureza, prácticamente libre de contaminantes tóxicos como el cianuro, el plomo y otros compuestos dañinos para la salud humana.

Una membrana se describe como una delgada película que actúa como una barrera selectiva, separando dos fases y permitiendo el transporte de materia en función de una diferencia de potencial químico. El rendimiento de estas membranas, en cuanto a caudales y selectividad, está determinado principalmente por las características de los componentes de ambas fases y por la fuerza impulsora aplicada Ramírez (2006).

La dinámica del flujo que atraviesa la membrana en cada componente puede representarse mediante la siguiente ecuación:

$$\text{Flujo} = \text{Fuerza} * \text{Concentración} * \text{Movilidad}$$

La concentración de componentes suele presentar variaciones a lo largo de la membrana y en las capas límite situadas en ambas caras de la misma. Por ello, resulta pertinente tratar la ecuación mencionada como una ecuación local, donde las fuerzas locales se caracterizan por el gradiente del potencial químico  $d\mu_i/dx$ . La fluctuación en el potencial químico del componente  $i$  puede expresarse como la suma de varios términos:

$$d\mu_i = RTd\ln a_i + V_i dP + z_i F d\Psi \quad (2-1)$$

En este contexto, el término  $a_i$  (que resulta de multiplicar la concentración por el coeficiente de actividad) no está bajo el control directo del operador. Por otro lado, tanto la presión ( $P$ ) como el potencial eléctrico ( $\Psi$ ) pueden ajustarse para optimizar la separación entre los componentes móviles. Es importante destacar que la presión aplicada actúa sobre cada componente de manera proporcional a su volumen molar  $V_i$ , mientras que un campo eléctrico influye en cada especie iónica conforme a su valencia  $z_i$ , sin afectar a las especies no iónicas. La ecuación (2-1) puede ser útil para determinar cualitativamente la funcionalidad de la membrana. Además, las operaciones relacionadas con la membrana pueden clasificarse en función de varios parámetros, que incluyen: la fuerza directora, el mecanismo de separación, la estructura de la membrana y las fases de contacto.

Diferentes tipos de membranas utilizadas en sistemas de OI incluyen:

- Membranas de acetato de celulosa
- Membranas de películas delgadas
- Membranas de poliamida
- Membranas de bajo consumo energético
- Membranas de nanofiltración

En el sistema de OI en análisis, se emplea específicamente una membrana de poliamida.

Además, la geometría de la membrana en la planta de OI se describe a continuación:

### 2.2.2.1 Membrana de enrollamiento en espiral.

Esta estructura se compone de capas alternas de material semipermeable y soporte que están enrolladas en espiral. En la Figura 2.2 se ilustra el principio de operación que se basa en que el agua atraviesa los canales que están formados entre las capas.



Figura 2.2. Estructura del módulo de arrollamiento en espiral.

Tomado de *sCO<sub>2</sub> power cycle* por Gumus (2024).

### 2.2.3 Bomba de alta presión.

Las bombas son utilizadas para mover agua de etapas previas, como la ultrafiltración y los tanques reactores. Las presiones requeridas en el tratamiento de agua varían entre 72 y 500 psi. La presión exacta a utilizar se determina en función de múltiples factores, incluyendo la cantidad de partículas en suspensión, la temperatura del agua de entrada y la tasa de flujo del permeado deseado.

La selección de las bombas se basa en las características técnicas requeridas para el proceso. Se dimensionan tanto el tamaño como la potencia de las bombas, considerando el caudal necesario. Además, se verifica la idoneidad de las bombas mediante las curvas de rendimiento proporcionadas por el fabricante. En la Figura 2.3 se muestra la curva de rendimiento de la bomba seleccionada para el sistema de OI.

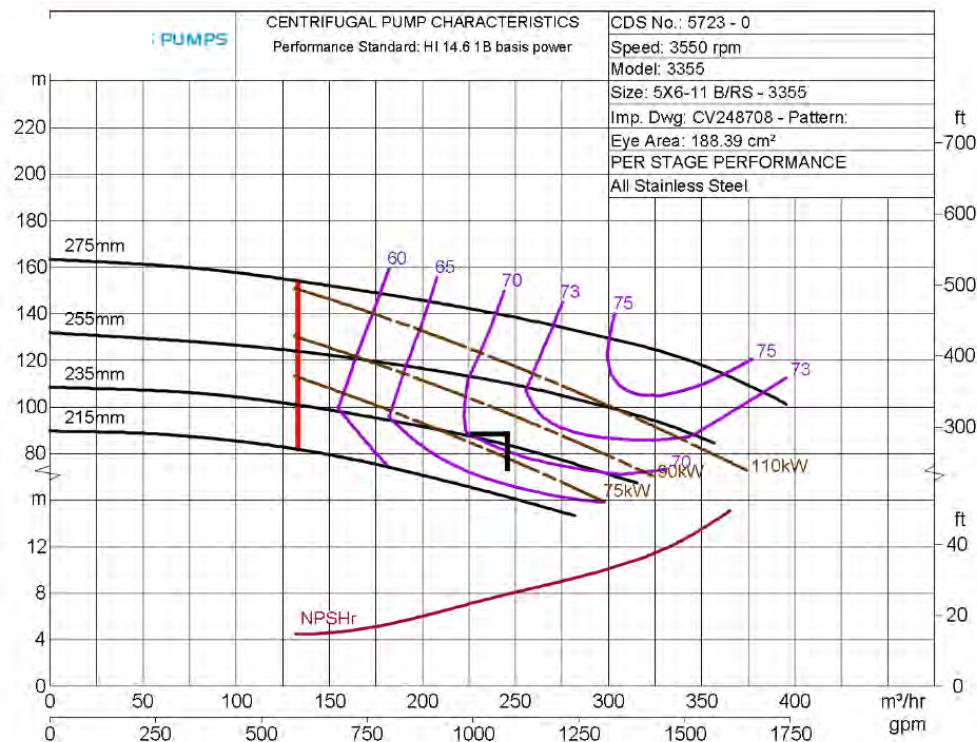


Figura 2.3. Caracterización de la curva de la bomba de alta presión.

Tomado de *Goulds Pumps* (2020).

### 2.3 Modelo de OI como objetivo de control

En la Figura 2.4 se presenta un esquema funcional que ilustra los procesos de una planta de OI, la cual es parte del sistema de tratamiento de aguas ácidas. Este esquema abarca los elementos esenciales de la unidad, incluyendo un sistema de prefiltrado que comprende un tanque de alimentación, una bomba de alimentación y un filtro. Adicionalmente, la planta de OI está equipada con una bomba de alta presión, un módulo de membranas, una bomba dosificadora que regula la acidez durante el proceso de OI, así como tanques destinados al almacenamiento tanto de permeado como de concentrado.

La alimentación de la planta de OI dispone de una bomba de alta presión fabricada en acero inoxidable, capaz de operar a una presión de hasta 500 psi. El motor de esta bomba está conectado eléctricamente a un arrancador suave, lo que garantiza un arranque suave y constante. Además, en la alimentación de la OI se incluye una válvula proporcional ubicada en la descarga de la bomba, la cual controla la presión de entrada a las membranas de la OI.

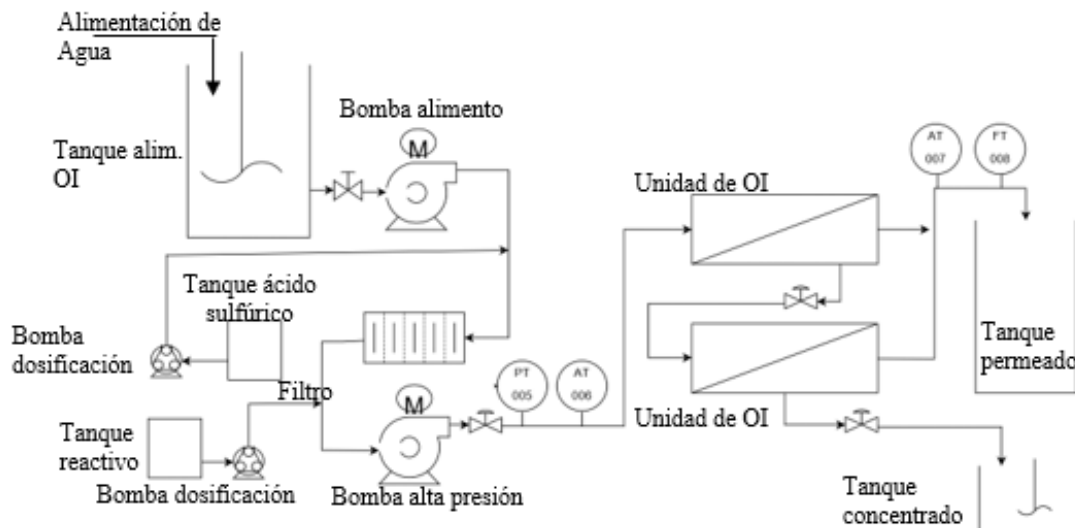


Figura 2.4. Representación gráfica del proceso de la instalación de OI.

Fuente elaboración propia.

La planta de OI está equipada con instrumentos de campo, como son medidores de presión (PIT-005), de pH (AIT-006), de flujo (FIT-008) y de conductividad (AIT-007), así como una bomba de dosificación de ácido sulfúrico y una válvula de control proporcional (PCV) para regular la conductividad del permeado. Esta válvula (PCV) ubicada en la línea de descarga del concentrado está abierta al 50% en la operación normal de la planta para que las membranas no puedan dañarse.

La tasa de recuperación de la planta de OI es de 74%, lo que significa que se obtiene en la descarga de la OI un 74% de permeado o agua tratada.

La planta cuenta con un sistema de supervisión y control que consta de una estación de operación en campo y una consola de operación remota en la sala de control. La estación local cuenta con un controlador lógico programable (PLC) ControlLogix 5570 (Rockwell

Automation) y una pantalla industrial PanelView 1700P (Rockwell Automation). La interconexión entre los equipos se realiza mediante el protocolo EthernetIP, con un sistema SCADA programado en FactoryTalk View (Rockwell Automation).

El control predictivo basado en modelos (MPC) implica la creación de modelos matemáticos precisos que capturen el comportamiento dinámico esencial de la planta. Recientemente, se han utilizado de manera efectiva herramientas de identificación de sistemas en el desarrollo de modelos matemáticos adecuados para plantas industriales complejas Ljung (2015).

La principal finalidad de una planta destinada al tratamiento de agua ácida es la obtención de agua que contenga un bajo nivel de sólidos disueltos totales (TDS). Según Voutchkov (2011) la conductividad del permeado se usa para evaluar la calidad del agua obtenida porque no es posible medir el TDS en línea Wang et al. (2011). Luego, la conductividad del permeado debe mantenerse dentro de un cierto rango de valores para garantizar la calidad requerida del agua desalada. Por ejemplo, para el consumo humano, la conductividad del permeado debe mantenerse en un rango de 400–500  $\mu\text{S}/\text{cm}$  Voutchkov (2011). Un incremento en la conductividad del permeado se asocia con un mayor ensuciamiento de la membrana, lo que puede causar variaciones en los parámetros dinámicos de la planta de desalinización de OI, según Li et al (2012).

En el contexto de una planta dedicada al tratamiento de agua ácida, la OI se presenta como un proceso dinámico y multivariable que implica el control simultáneo de dos entradas y dos salidas. Para la OI, la bomba de alimentación de alta presión está equipada con un variador de frecuencia, lo que permite modificar la velocidad de operación de la bomba. Sin embargo, el variador opera a una frecuencia constante, y se utiliza una válvula proporcional en la línea de descarga para variar tanto el flujo como la presión del agua entrante a la planta de OI Rivas-Perez et al. (2019).

En la operación industrial, para modificar la concentración del flujo de permeado, se ajusta el flujo del concentrado mediante la posición de la válvula de control correspondiente. En esta planta, las variables críticas que requieren control son el flujo de permeado  $Qp(t)$  a través de la alta presión de alimentación  $P(t)$  y la conductividad del permeado  $Cp(t)$  mediante el flujo de concentrado  $Qb(t)$ .

### 2.3.1 Selección del modelo.

La selección de un modelo comienza con la formulación de un modelo matemático lineal en el dominio de Laplace, lo que simplifica el diseño del controlador, facilita el análisis de estabilidad y permite la implementación en tiempo real. A pesar de esto, la dinámica del agua y las membranas presenta características no lineales, por lo que la linealización y la aproximación se utilizan para lograr un balance entre la precisión del modelo y la complejidad operativa. El modelo considera la relación entre las entradas de presión y pH ( $U$ ) y las salidas de flujo y conductividad ( $Y$ ), donde  $G$  representa la función de transferencia que define la planta de OI. La ecuación matemática que describe estas relaciones es la siguiente:

$$Y = GU \quad (2-2)$$

$$\begin{bmatrix} F \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ pH \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

Se expresan en el dominio de Laplace Las ecuaciones finales:

$$G_{11} = \frac{F}{P} = \frac{k_{11}(T_{11}s + 1)}{(T_{11}s + 1)(T_{11}s + 1)} \quad (2-4)$$

$$G_{12} = \frac{F}{pH} = 0 \quad (2-5)$$

$$G_{21} = \frac{C}{P} = \frac{k_{21}(T_{21}s + 1)}{(T_{21}s + 1)(T_{21}s + 1)} \quad (2-6)$$

$$G_{22} = \frac{C}{pH} = \frac{k_{22}(T_{22}s + 1)}{(T_{22}s + 1)(T_{22}s + 1)} \quad (2-7)$$

Según investigaciones previas de Alatiqi et al. (1999) y Robertson et al. (1996), el modelo de respuesta para una planta de OI se puede representar mediante una función de segundo grado.

$$G_{i(s)} = \frac{K_i(\tau_i s + 1)}{\tau_i^2 s^2 + 2\zeta_i \tau_i s + 1} \quad (2-8)$$

### 2.3.2 Descripción de los subsistemas membranas, rechazo y permeado.

En el contexto de una planta de tratamiento de agua ácida, el objetivo principal de la OI es obtener la máxima cantidad de agua permeada de calidad óptima bajo condiciones operativas normales. Las variables controladas en la entrada incluyen la presión ( $P$ ) y el nivel de  $pH$ , mientras que las variables medidas en la salida son la conductividad ( $C$ ) y el flujo ( $F$ ), tal como se presenta en la Figura 2.5. Estas características definen el proceso como un sistema MIMO.

La planta de OI está equipada con membranas semipermeables compuesto de película fina de poliamida de agua salobre estándar de alto rechazo y alto rendimiento, para aplicación de desmineralización, con área efectiva  $37 \text{ m}^2$ , espesor de espaciamento de alimentación 34 mil, rango de flujo permeado  $42 \text{ m}^3/\text{d}$ , rechazo de sal estabilizada 99.6%, mínimo rechazo de sal 99.4%, modelo BW30 PRO-400/34i de FamTec.

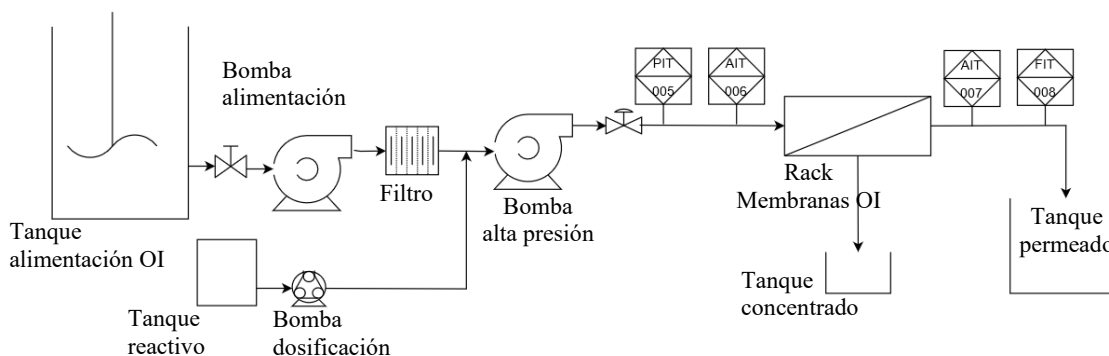


Figura 2.5. Representación gráfica de proceso de la planta de OI.

Fuente elaboración propia.

## 2.4 Identificación de la planta de OI

En esta sección, se desarrollará la identificación del sistema mediante la realización de pruebas de simulación, empleando una metodología que permita obtener un modelo que refleje el comportamiento dinámico del proceso de tratamiento de agua acida en la planta de OI.

Es importante destacar que el modelo resultante deberá representar el comportamiento dinámico sin necesidad de describir la estructura interna del sistema, como menciona Isermann y Münchhof (2011) estos modelos son aproximaciones válidas para distintas áreas de aplicación tales como la OI. Las señales de entrada y salida se utilizarán para obtener una clase de modelo matemático, como se ilustra en la Figura 2.6.

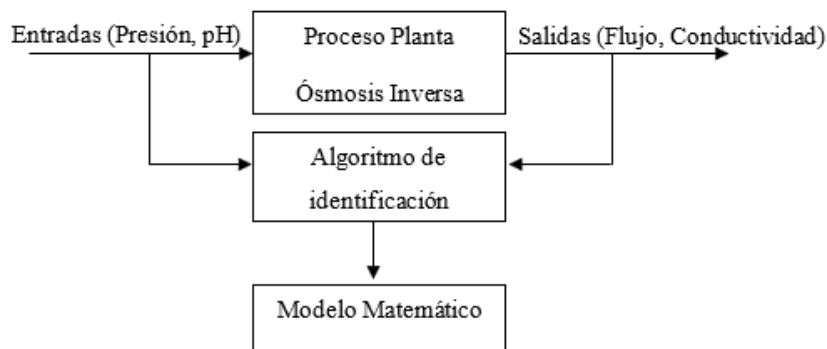


Figura 2.6. Representación del esquema de identificación.

Fuente elaboración propia.

### 2.4.1 Metodología de identificación de la planta de OI.

La metodología de identificación desarrollada consistió en el procedimiento por el cual se obtuvo un modelo de datos a partir de datos de entrada y salida, como se ilustra en la Figura

2.7. Los pasos esenciales de este proceso incluyen:

- Selección de datos: Se realizó una cuidadosa selección de las variables pertinentes para la medición.
- Realización de ensayos al proceso: Se realizaron ensayos experimentales en la planta de OI para recopilar los datos necesarios para el análisis.

- Depuración de datos: Se realizó una exhaustiva depuración de los datos para eliminar cualquier inconsistencia o error que pudiera afectar las mediciones.
- Selección de la estructura del modelo: Se seleccionó una estructura de modelo basándose en conocimiento previo del proceso y de las perturbaciones.
- Formulación de un criterio: Se estableció un criterio riguroso para evaluar el ajuste de calidad del modelo a los datos experimentales obtenidos.
- Estimación de parámetros: Utilizando métodos de identificación no paramétrica y paramétrica.
- Validación del modelo obtenido: Sirve para determinar su idoneidad y si logra reproducir de manera satisfactoria el comportamiento real del sistema.

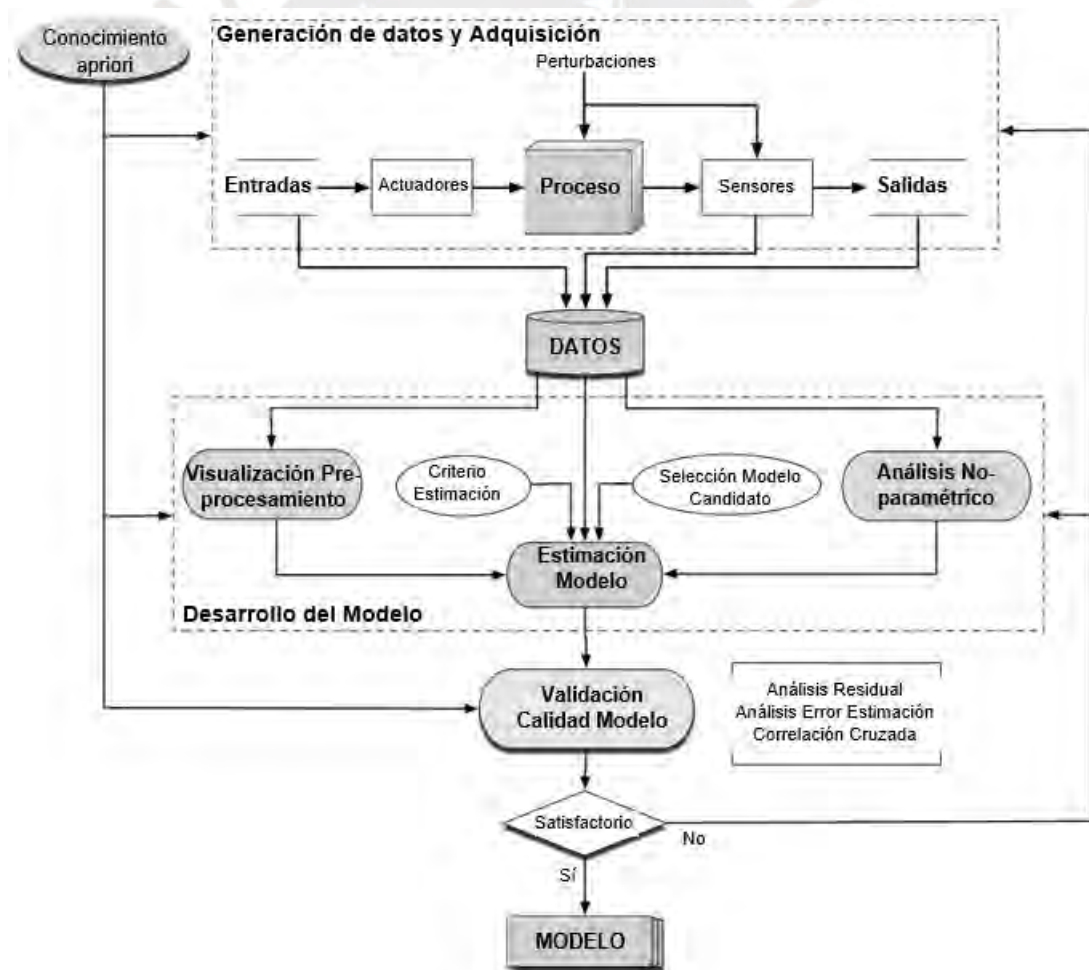


Figura 2.7. Etapas de la identificación.

Adaptado de *Principles of system identification*, Tangirala (2015).

### **2.4.2 Método de identificación.**

Para lograr la identificación del modelo de la planta de OI fue esencial comprender las dinámicas del sistema y la relación que estos presentan entre los diferentes parámetros. A continuación, se describen los métodos de identificación aplicados en el presente estudio:

### **2.4.3 Identificación no paramétrica.**

Se enfocó en el análisis del dominio del tiempo. Se analizaron las características determinísticas clave de su dinámica como la constante de tiempo, el tiempo de retardo y la ganancia, mediante pruebas de simulación.

#### **2.4.3.1 Determinación del rango de linealidad de la planta de OI.**

Se envió una señal al sistema en lazo abierto con el objetivo de obtener una curva que relacione los valores de la señal de entrada con la salida en estado estacionario. A continuación se resume el procedimiento:

1. Se seleccionó un valor constante de la variable manipulada de entrada ( $u_i$ ) y se registró la salida del proceso ( $y_i$ ) cuando este alcanzó el estado estable.
2. Se grafica el punto ( $u_i, y_i$ )
3. Se repite todo el procedimiento cambiando el valor de entrada de un 0% a 100% de la apertura total del actuador y registrando los valores de la salida.
4. Se grafica la curva  $u$  versus  $y$ , en base a los puntos hallados.
5. Se determinó el rango en el que el proceso exhibiría un comportamiento lineal.

En la Tabla 2.1, se presenta los rangos de linealidad del proceso de la planta de OI.

**Tabla 2.1**

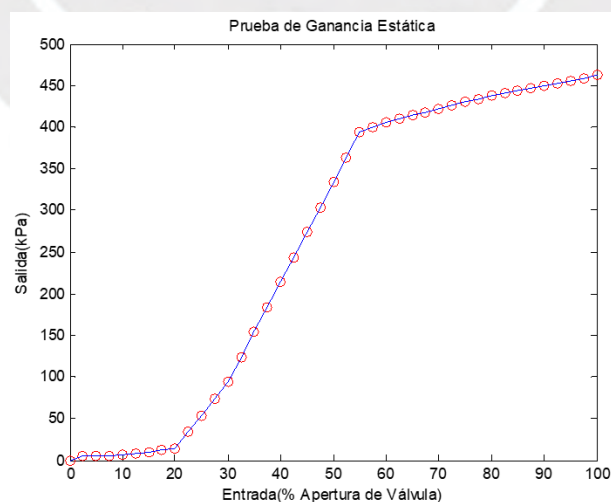
*Rango de operación lineal.*

Variable	Unidades	Rango Lineal
Flujo,	m <sup>3</sup> /h	165.7-250
Presión,	psi	240-260
Conductividad,	μs/cm	400-450
pH	-	6-7.2

En la siguiente etapa, se lleva a cabo una prueba de ganancia estática para identificar la región en la que la planta de OI se comporta de forma lineal. El procedimiento implica las siguientes acciones:

- Aplicar una entrada constante a la unidad OI hasta que alcance su estado estacionario.
- Una vez que se alcanza el estado estacionario, se registran los valores de entrada y salida.
- Incrementar ligeramente la entrada y repetir el primer paso.

Este método permite analizar cómo las variaciones en la magnitud de la señal de entrada influyen en la respuesta de la señal de salida, tal como se observa en la Figura 2.8 y la Figura 2.9.



*Figura 2.8.* Evaluación de la ganancia estática de la presión.

Fuente elaboración propia.

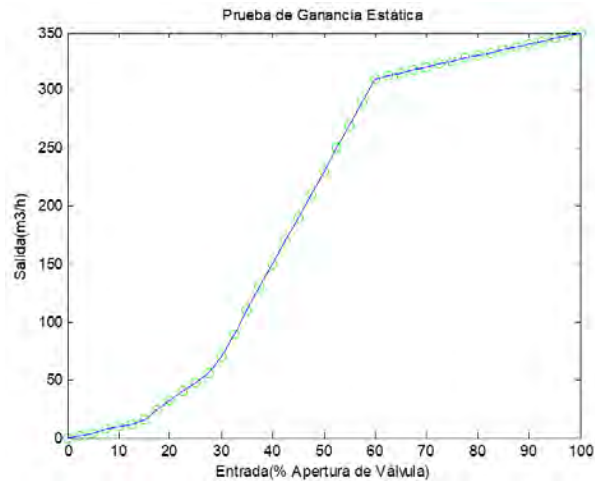


Figura 2.9. Evaluación de la ganancia estática del caudal.

Fuente elaboración propia.

#### 2.4.3.2 Determinación de la respuesta al escalón.

Aunque un escalón ideal tendría un tiempo de respuesta instantáneo, en la práctica esto no es posible, ya que implicaría una cantidad infinita de energía. Sin embargo, si el tiempo de subida es mucho menor que la constante de tiempo del sistema, el impacto del error de identificación se puede considerar mínimo o despreciable Behar y Martínez (2003). Por esta razón, se introduce una variación rápida de la presión dentro de los límites lineales permitidos, seguida de un cambio abrupto en el pH, manteniéndose dentro de los mismos rangos. Las características dinámicas de este proceso se muestran en la Figura 2.10 y la Figura 2.11.

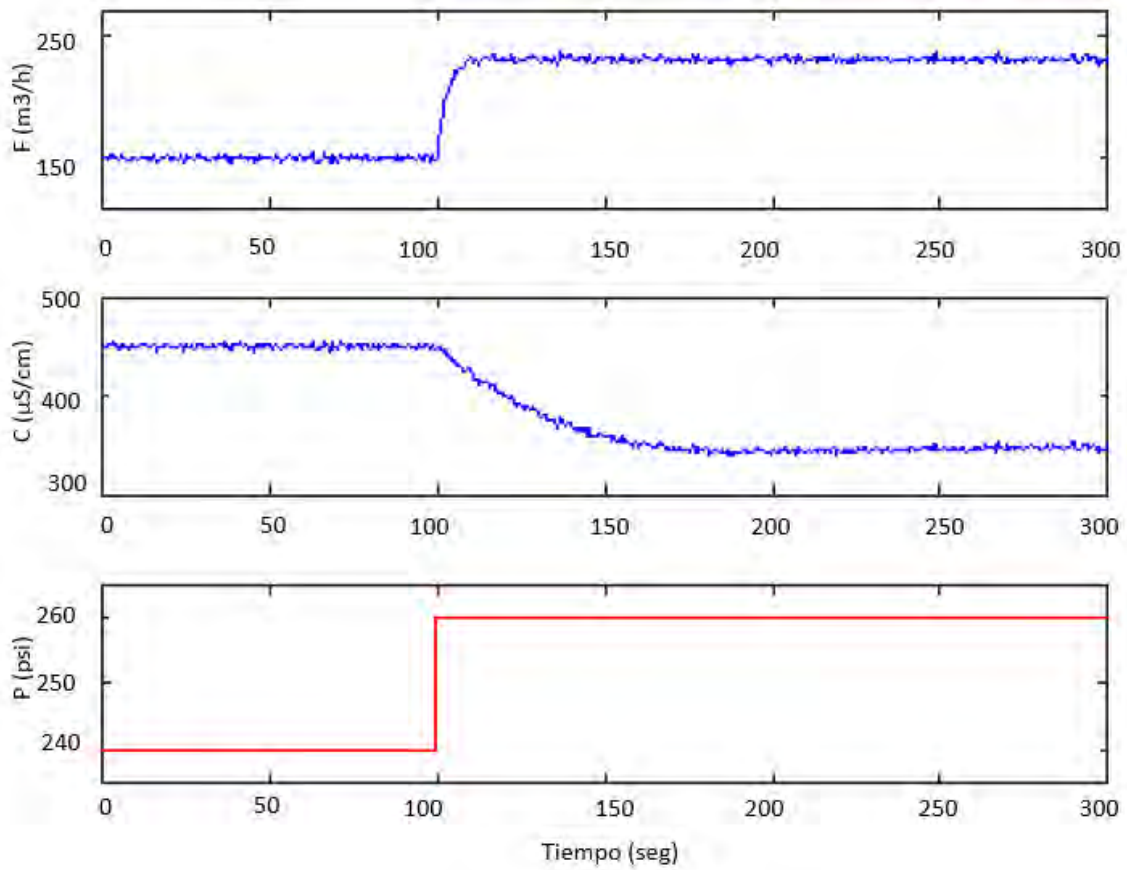


Figura 2.10. Análisis de la respuesta del flujo y la conductividad al escalón de presión.

Fuente elaboración propia.

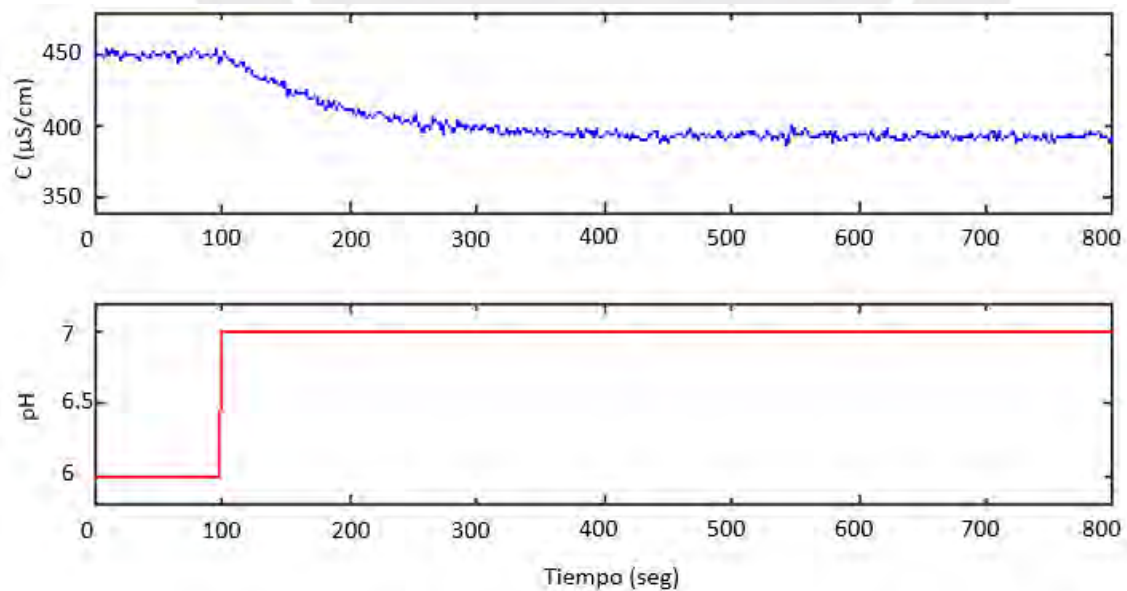


Figura 2.11. Análisis de la respuesta de la conductividad al escalón de pH.

Fuente elaboración propia.

En la Tabla 2.2, indican los parámetros correspondientes a las respuestas al escalón del flujo y la conductividad, las cuales se pueden ver en la Figura 2.10 y la Figura 2.11.

**Tabla 2.2**

*Características esenciales del proceso.*

Característica	Respuestas		
	P-F	P-C	pH-C
Tiempo de retardo (seg.)	0	0	0
Constante de tiempo	0.474	0.755	1.57
Tiempo de asentamiento	12	80	220
Ganancia	0.018	-0.52	-14.99
Orden del proceso	2	2	2

A partir de esta información, se puede deducir el comportamiento dinámico del proceso, el cual sigue la estructura representada en la ecuación (2-9).

$$g_{ij} = \frac{K_{ij}(\tau_{ij}s + 1)}{(\tau_i s + 1)(\tau_j s + 1)} \quad (2-9)$$

Donde:

$g_{ij}(s)$ : Función de transferencia de salida

$K_{ij}$ : Ganancia estática del proceso

$\tau_i, \tau_j$ : Constantes de tiempo

El modelo se representará en las siguientes ecuaciones

$$g_{11}(s) = \frac{F(s)}{P(s)} \quad (2-10)$$

$$g_{12}(s) = \frac{F(s)}{pH(s)} \quad (2-11)$$

$$g_{21}(s) = \frac{C(s)}{P(s)} \quad (2-12)$$

$$g_{22}(s) = \frac{C(s)}{pH(s)} \quad (2-13)$$

Los modelos mencionados solo proporcionan una perspectiva, por lo que es esencial explorar alternativas que proporcionen un mayor grado de precisión. Esto permitirá lograr un diseño más efectivo del sistema de control, alineado con los resultados esperados.

### 2.4.3.3 *Determinación de la función de correlación cruzada*

Este método no asume una estructura específica para el modelo. En su lugar, emplea técnicas estadísticas, como el análisis de la función de correlación, que permite evaluar la relación entre dos señales.

La función de correlación cruzada está definida como:

$$R_{uy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)y(t + \tau)dt \quad (2-14)$$

En la Tabla 2.3, se presentan la función de correlación cruzada entre la presión de entrada y el flujo y la conductividad de salida.

Aquí,  $\tau$  es el desplazamiento temporal,  $u(t)$  es la presión como la señal de entrada y  $y(t)$  es el flujo o la conductividad como la señal de salida.

**Tabla 2.3**

*Correlación entre presión, flujo y conductividad.*

Variables	$R_{uy}(\tau=0)$	$R_{uy}(\tau=1)$	$R_{uy}(\tau=-1)$
Presión y flujo	16377836.71	16321431.04	16317752.56
Presión y conductividad	31195238.27	31089516.13	31094511

En la Tabla 2.4, se muestran la función de correlación entre el pH de entrada y el flujo y la conductividad de salida.

Aquí,  $\tau$  es el desplazamiento temporal,  $u(t)$  es el pH como la señal de entrada y  $y(t)$  es la conductividad como la señal de salida.

**Tabla 2.4**

*Correlación entre pH y conductividad.*

Variables	R_uy ( $\tau=0$ )	R_uy ( $\tau=1$ )	R_uy ( $\tau=-1$ )
pH y conductividad	840865.5	837656.2143	838493.881

La función de correlación cruzada proporciona información valiosa sobre cómo las entradas (presión) afectan las salidas (flujo y conductividad) en una planta de OI. Esta información es utilizada para diseñar modelos de control y optimización del sistema.

Esto sugiere que la presión y el pH como las variables de entrada tienen una correlación significativa con el flujo y la conductividad como las variables de salida sin ningún retraso temporal.

Dado que las correlaciones máximas ocurren en  $\tau=0$ , se puede desarrollar un modelo de control basado en la suposición de una relación directa entre las entradas y las salidas. Podemos utilizar un modelo ARX simple:

$$f(t) = a_1p(t) + a_2ph(t) \quad (2-15)$$

$$c(t) = b_1p(t) + b_2ph(t) \quad (2-16)$$

Donde  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  y  $b_2$  son coeficientes que se ajustarán utilizando los datos.

#### **2.4.4 Identificación paramétrica.**

Para la identificación paramétrica de la planta de OI se utiliza una señal binaria pseudoaleatoria PRBS, que es una señal con propiedades similares al ruido blanco Ljung (2015).

##### **2.4.4.1 Determinación de la PBRS y la respuesta del sistema.**

El cálculo del periodo básico para la generación de la PBRS en la planta de OI se realiza utilizando un conjunto de ecuaciones derivadas, como se describe en la investigación de Chen y Gu (2000). Estas ecuaciones incluyen (2-17) (2-18) y (2-19), que son fundamentales para determinar la respuesta del sistema:

$$T_{max} \approx \frac{2\pi T_s}{0.15} \quad (2-17)$$

$$\frac{2\pi T_s}{10} < T_{min} < \frac{2\pi T_s}{5} \quad (2-18)$$

$$T_{PRBS} \approx T_{min} + T_{max} \quad (2-19)$$

donde:

$T_s$ : Periodo de muestreo

$T_{max}$ : Ancho de pulso máximo

$T_{min}$ : Ancho de pulso mínimo

Para seleccionar el tiempo de muestreo se utilizó como criterio la décima parte de la constante de tiempo dominante del sistema. A partir de los datos presentados en la Tabla 2.2, se determinó el periodo básico de la secuencia PRBS, como se puede ver en la Tabla 2.5.

**Tabla 2.5**

*Periodos básico de la PRBS.*

Planta	$T_s$ (seg.)	$T_{min}$ (seg.)	$T_{max}$ (seg.)	$T_{PRBS}$ (seg.)
$g_{11}$	0.3	1	2	3
$g_{21}$	4	1	17	18
$g_{22}$	15	2	63	65

Como regla general, se considera una duración de 20 ciclos completos para la señal de PRBS. Las Figura 2.12, Figura 2.13 y Figura 2.14, presentan las señales PRBS y sus respectivas respuestas en las variables de salida.

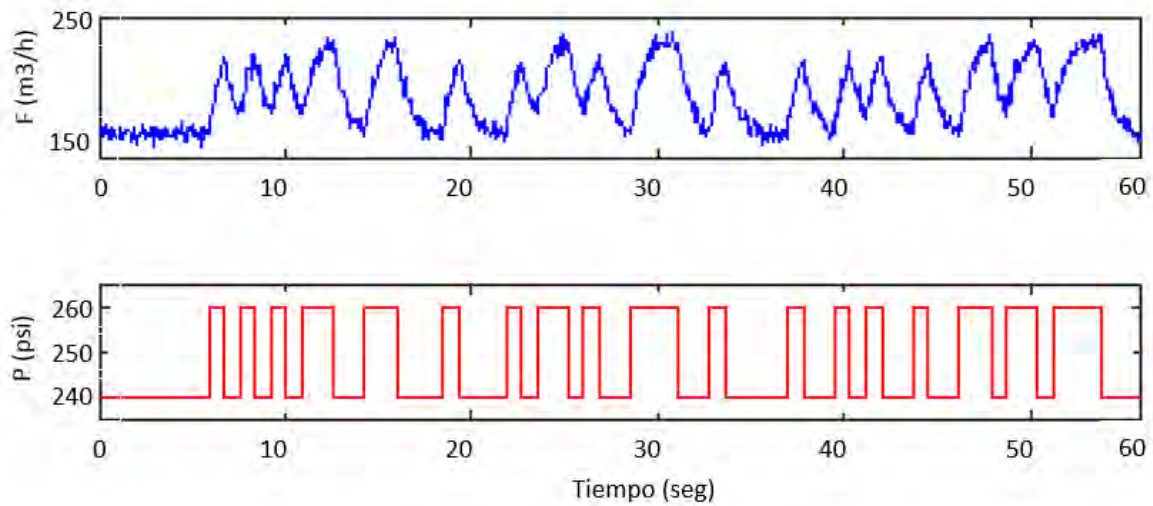


Figura 2.12. Análisis de la dinámica del flujo en respuesta a una señal PRBS de presión.

Fuente elaboración propia.

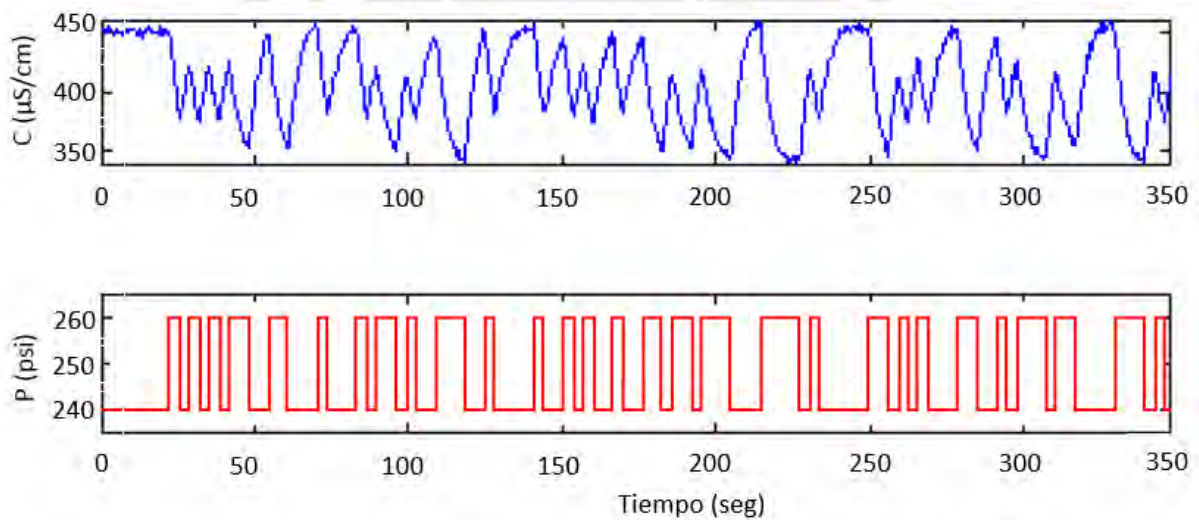


Figura 2.13. Análisis de la dinámica de la conductividad a una señal PRBS de presión.

Fuente elaboración propia.

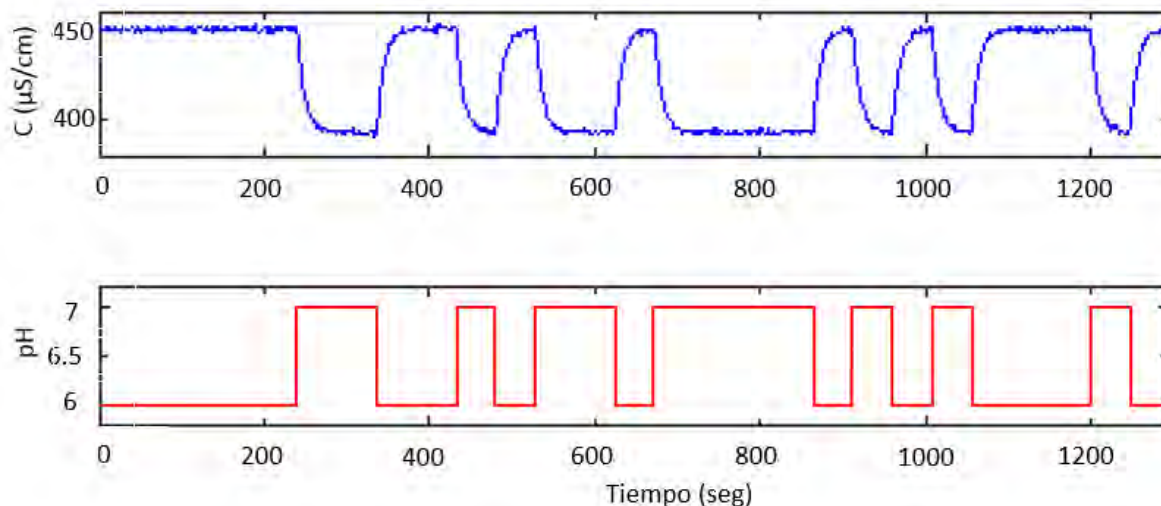


Figura 2.14. Análisis de la dinámica de la conductividad a una señal PRBS de pH.

Fuente elaboración propia.

#### 2.4.4.2 Selección de la estructura del modelo paramétrico.

Esta estructura se basa en el conocimiento previo del proceso y de las perturbaciones. Describiendo el sistema como lineal dentro del rango de operación de Aström y Wittenmark (1984).

En el caso de la identificación de la unidad OI, se consideran dos estructuras principales para la identificación: el modelo autoregresivo controlado (ARX) y el modelo autoregresivo controlado con media móvil (ARMAX). La estructura ARMAX amplía las capacidades del modelo ARX al incluir las propiedades de las perturbaciones mediante un término de media móvil del ruido blanco, proporcionando mayor flexibilidad Ljung.

La ecuación (2-20) y la Figura 2.15, ilustran la forma estándar para sistemas dinámicos como el modelo ARX se asume que  $C(q) = 1$  y para el modelo ARMAX cuando  $C(q) \neq 1$  lo que indica la presencia de un modelo con ruido.

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t) \quad (2-20)$$

Donde:

$y(t)$  = son las salidas (flujo y conductividad).

$u(t)$  = son las entradas (presión y pH).

$e(t)$  = es el termino del error o ruido.

$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a}$ ; polinomio autoregresivo.

$B(q) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b}$ ; polinomio asociado a las entradas.

$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c}$ ; polinomio de media móvil.

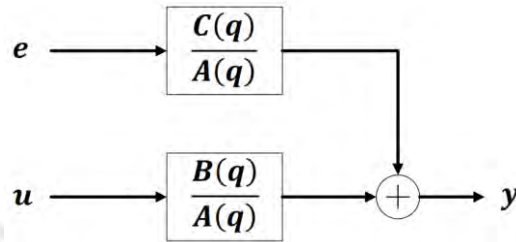


Figura 2.15. Diagrama de las estructuras ARX y ARMAX.

Fuente elaboración propia.

En el proceso de selección de la estructura del modelo paramétrico, se considera tanto la dinámica del proceso como la dinámica de la perturbación. La siguiente ecuación incluye un término que representa la respuesta dinámica del sistema, así como un componente adicional que modela las posibles perturbaciones.

$$y(t) = G_p(q, \theta)u(t) + G_v(q, \theta)e(t) \quad (2-21)$$

$$G_p(q, \theta) = \frac{B(q)}{A(q)}, \quad G_v(q, \theta) = \frac{C(q)}{A(q)} \quad (2-22)$$

En la siguiente ecuación, se presenta los parámetros ajustables. Es importante destacar que los valores de  $c_1$  hasta  $c_{n_c}$  en el modelo ARX se omiten.

$$\theta = [a_1 \dots a_{n_a} \quad b_1 \dots b_{n_b} \quad c_1 \dots c_{n_c}]^T \quad (2-23)$$

El objetivo es determinar los valores de  $n_a, n_b$  y  $n_c$  que logren ajustar el modelo al proceso de la planta de OI, estudiando las señales de salida  $y(k)$  y las señales de entrada  $u(k)$ .

### 2.4.4.3 Estimación de los parámetros.

Para estimar los parámetros del modelo, se utiliza la técnica de mínimos cuadrados, la cual se expresa mediante la siguiente fórmula matemática:

$$\hat{y} = \theta_1 \varphi_1(x) + \theta_2 \varphi_2(x) + \dots + \theta_n \varphi_n(x) \quad (2-24)$$

En este análisis,  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  representan funciones previamente definidas, mientras que  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$  corresponden a parámetros indeterminados y los pares de datos  $(x_i, y_i)$  provienen del experimento realizado. El criterio de selección de estos parámetros se basa en la minimización de la función de costo  $J(\theta)$  descrita en la ecuación (2-35). Para optimizar los cálculos, se introduce una notación más simplificada.

Con el fin de facilitar los cálculos, se establece la notación a continuación.

$$\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \dots \quad \varphi_n]^T \quad (2-25)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_n]^T \quad (2-26)$$

$$\mathbf{y} = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_n]^T \quad (2-27)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \dots \quad \varepsilon_n]^T \quad (2-28)$$

$$\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\varphi}^T(x_1) \quad \boldsymbol{\varphi}^T(x_2) \quad \dots \quad \boldsymbol{\varphi}^T(x_N)]^T \quad (2-29)$$

La función de costo se puede describir mediante la siguiente ecuación al ser llevada a una representación compacta.

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} \|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2 \quad (2-30)$$

Donde  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}$ . Por lo que se expresa en la siguiente ecuación.

$$\hat{\mathbf{y}} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\theta} \quad (2-31)$$

Por lo tanto, se identifica el vector de parámetros  $\boldsymbol{\theta}$  de manera que la norma  $\|\boldsymbol{\varepsilon}\|$  sea minimizada. La solución a este desafío es única y se formula mediante la ecuación, con la condición de que  $\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi}$  no sea una matriz singular.

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \mathbf{y} \quad (2-32)$$

El modelo ARX se fundamenta en el método de mínimos cuadrados, que es un procedimiento habitual para la estimación de parámetros en modelos lineales y se basa en la descomposición de ecuaciones lineales en sistemas sobredeterminados. En contraste, el modelo ARMAX, que es más elaborado que ARX, estima el comportamiento de un sistema con dos entradas y dos salidas utilizando un enfoque iterativo, tal como se describe en el análisis de Ljung (2015) sobre los métodos iterativos para la estimación de modelos ARMAX.

Se ha formulado un conjunto de modelos de referencia que adoptan las estructuras ARX y ARMAX, cuyos órdenes están descritos en la Tabla 2.6. A través de Matlab, se han creado algoritmos específicos para determinar los coeficientes de los polinomios listados desde la Tabla 2.7 a la Tabla 2.15, excluyendo el análisis del tiempo de retardo.

**Tabla 2.6**

*Ordenes de los polinomios  $A(q)$ ,  $B(q)$  y  $C(q)$  de los modelos propuestos.*

Ítem	Estructura del modelo	$na$	$nb$	$nc$
1	ARX	2	2	0
2	ARX	3	3	0
3	ARMAX	1	1	1
4	ARMAX	2	2	2
5	ARMAX	3	3	3
6	ARMAX	4	4	4

**Tabla 2.7***Estimaciones de los coeficientes del polinomio  $A(q)$  del modelo  $g_{11}$ .*

Ítem	Estructura	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
1	ARX22	-0.8844	0.0052	0	0
2	ARX33	-0.9356	0.0597	0.0051	0
3	ARMAX111	-0.1327	0	0	0
4	ARMAX222	0.1323	-0.3384	0	0
5	ARMAX333	-1.9406	0.9654	-0.0081	0
6	ARMAX444	0.373	-0.1022	-0.7493	-0.0026

**Tabla 2.8***Estimación de los coeficientes del polinomio  $B(q)$  del modelo  $g_{11}$ .*

Ítem	Estructura	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
1	ARX22	0.001	-0.0009	0	0
2	ARX33	0.001	-0.0009	0.0001	0
3	ARMAX111	0.001	0	0	0
4	ARMAX222	0.0071	-0.0124	0	0
5	ARMAX333	0.001	-0.0019	0.0009	0
6	ARMAX444	0.001	0.0004	-0.0001	-0.0007

**Tabla 2.9***Estimación de los coeficientes del polinomio  $C(q)$  del modelo  $g_{11}$ .*

Ítem	Estructura	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
1	ARMAX111	0.6646	0	0	0
2	ARMAX222	0.0817	0.0637	0	0
3	ARMAX333	-0.9607	-0.0333	-0.006	0
4	ARMAX444	1.3217	1.1152	0.2538	0.1221

**Tabla 2.10***Estimación de los coeficientes del polinomio  $A(q)$  del modelo  $g_{21}$ .*

Ítem	Estructura	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
1	ARX22	0.4209	-0.023	0	0
2	ARX33	0.5677	0.2005	-0.0025	0
3	ARMAX111	-0.003	0	0	0
4	ARMAX222	1.6446	0.7419	0	0
5	ARMAX333	1.1036	0.6091	-0.0149	0
6	ARMAX444	0.7061	0.2958	0.024	0.0157

**Tabla 2.11***Estimación de los coeficientes del polinomio  $B(q)$  del modelo  $g_{21}$ .*

Ítem	Estructura	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
1	ARX22	-2.9147	-1.0742	0	0
2	ARX33	-2.9265	-1.4917	-0.6196	0
3	ARMAX111	-2.8501	0	0	0
4	ARMAX222	-0.8790	-0.3615	0	0
5	ARMAX333	-2.9287	-3.0301	-1.7443	0
6	ARMAX444	-2.9105	-1.8701	-0.9133	-0.1473

**Tabla 2.12***Estimación de los coeficientes del polinomio  $C(q)$  del modelo  $g_{21}$ .*

Ítem	Estructura	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
1	ARMAX111	-0.9914	0	0	0
2	ARMAX222	-0.7026	-0.2974	0	0
3	ARMAX333	0.5675	0.1442	-0.6191	0
4	ARMAX444	0.221	0.0413	-0.2393	-0.9055

**Tabla 2.13***Estimación de los coeficientes del polinomio  $A(q)$  del modelo  $g_{22}$ .*

Ítem	Estructura	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
1	ARX22	-0.2151	-0.0543	0	0
2	ARX33	-0.0556	0.1262	-0.175	0
3	ARMAX111	-0.8841	0	0	0
4	ARMAX222	1.5575	0.5904	0	0
5	ARMAX333	0.1273	0.2944	-0.3171	0
6	ARMAX444	0.7068	0.3198	-0.2971	0.0934

**Tabla 2.14***Estimación de los coeficientes del polinomio  $B(q)$  del modelo  $g_{22}$ .*

Ítem	Estructura	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
1	ARX22	-5.043	-36.8222	0	0
2	ARX33	-5.9433	-3.591	-41.4706	0
3	ARMAX111	-6.2957	0	0	0
4	ARMAX222	-23.5952	-11.2648	0	0
5	ARMAX333	-5.8099	-2.3836	-54.7337	0
6	ARMAX444	-2.7748	-10.2359	-51.9696	-39.2977

**Tabla 2.15***Estimación de los coeficientes del polinomio  $C(q)$  del modelo  $g_{22}$ .*

Ítem	Estructura	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
1	ARMAX111	-0.5874	0	0	0
2	ARMAX222	0.3635	-0.6365	0	0
3	ARMAX333	0.25	0.2979	-0.1056	0
4	ARMAX444	0.8884	0.4843	-0.1884	0.2345

#### 2.4.5 Convergencia e identificabilidad.

Según la teoría de convergencia e identificabilidad, se prevé que las estimaciones realizadas se aproximen a los valores reales de la función de correlación dentro de un horizonte temporal específico. Esto significa que a medida incrementa indefinidamente el tamaño de la muestra  $N \rightarrow \infty$ , el error de estimación tenderá a cero  $\lim_{N \rightarrow \infty} E(e) = 0$ .

En el proceso de convergencia hacia los valores reales, se garantiza siempre que el modelo utilizado de la OI coincida en estructura y orden del proceso real de la OI, como lo documentan Isermann y Münchhof (2011). Según lo señalado por estos investigadores, la efectividad de un algoritmo de identificación radica en la capacidad de los parámetros estimados para alinearse estrechamente con los valores verdaderos, evitando discrepancias significativas. Esto significa que, conforme aumenta el número de datos disponibles, los parámetros estimados  $\hat{\theta}(N)$  convergen a los parámetros reales del sistema  $\theta_0$ , es decir, de  $\lim_{N \rightarrow \infty} E(\hat{\theta}(N)) = \theta_0$ , obteniendo  $E(\hat{\theta}(N)) = \theta_0$ .

La condición de identificabilidad sugiere que los parámetros obtenidos mediante un método de identificación adecuado presentan consistencia, siempre que se tenga en cuenta la salida medible del sistema.

En el ámbito específico de las instalaciones de OI, dichos principios se implementan con el propósito de determinar los parámetros del sistema. Bajo las condiciones adecuadas, como el conocimiento del orden de los polinomios  $m$ , la precisión en la medición de las señales de entrada  $u[k] = U[k] - U_\infty$ , la excitación sostenida de la señal de entrada y la estabilidad del proceso posibilitan la realización de una estimación precisa de los parámetros a través del empleo del método de mínimos cuadrados. Además, se garantiza que el proceso de identificación es confiable al verificar la estacionariedad de la perturbación estocástica y la falta de correlación en el error de estimación  $E\{e(k)\} = 0$ .

Por tanto, la convergencia e identificabilidad aseguraron que el proceso de identificación fuera efectivo y que los parámetros estimados reflejaran con precisión el comportamiento del sistema de OI.

#### **2.4.6 Validación y selección del modelo.**

Según Söderström (2012), después de que se ha calculado un modelo, es necesario validarlo para verificar si el modelo refleja con precisión el sistema real bajo varias condiciones. La validación se centra en la confirmación de que un modelo no solo se ajusta a los datos en los que se estimó, sino que también puede predecir acertadamente el comportamiento del sistema en nuevos datos o nuevas condiciones.

El análisis de validación utilizado incluye la respuesta ante un escalón, la respuesta a un impulso, el análisis de polos y ceros, la evaluación del índice de desempeño, la función de costo y los errores de predicción final.

Al examinar la respuesta al escalón, podemos observar cómo el sistema reacciona ante una entrada de escalón unitario. De manera similar, la respuesta al impulso permite evaluar cómo se comporta el sistema frente a una entrada en forma de impulso. Además, el análisis de polos y ceros es fundamental para determinar la estabilidad y dinámica del sistema en estudio.

La calidad de la aproximación del modelo se evalúa a través del índice de desempeño, conocido como FIT, el cual cuantifica el grado de ajuste del modelo a los datos observados. Esta relación se puede expresar mediante la fórmula siguiente:

$$FIT = \left( 1 - \frac{\|y - \bar{y}\|}{\|y - \hat{y}\|} \right) \times 100\%, \quad (2-33)$$

donde:

$y$ : valores reales observados.

$\bar{y}$ : valores predichos por el modelo.

$\hat{y}$ : valor promedio de los datos reales.

Un FIT con valor más cercano al 100% indica que el modelo puede replicar los datos observados con gran precisión.

El criterio conocido como "error de predicción final" (FPE), introducido por Akaike (1969), se emplea para evaluar la capacidad predictiva de un modelo. Este criterio se representa mediante la siguiente fórmula:

$$FPE(p) = \frac{N + p}{N - p} V \quad (2-34)$$

donde:  $V$ : error cuadrático medio de la predicción.  
 $p$ : número de parámetros en el modelo.  
 $N$ : número de observaciones.

Este criterio permite establecer el orden del modelo a través del valor mínimo, lo que elimina la exigencia de evaluarlo en términos de niveles de confianza.

Finalmente, el proceso de validación del modelo estimado se realiza utilizando el criterio asociado a la función de costo, que se basa en la minimización de una función diseñada para evaluar los errores de predicción. Esta metodología está representada por la ecuación proporcionada por Åström y Wittenmark (1984).

$$J(\theta) = \sum_{i=0}^n f(\varepsilon(t)) \quad (2-35)$$

Donde:

$J(\theta)$ : Función de costo de la estimación

$f(\varepsilon(t))$ : Función de ponderación del error

$\varepsilon$ : Error de entrada, error de salida o un error generalizado,  $f = \varepsilon_i^2$  y  $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$

En las Tabla 2.16, Tabla 2.17 y Tabla 2.18, se resumen los resultados de las estimaciones del modelo y el valor de la función de costo que representa la expresión (2-33), (2-34), (2-35).

**Tabla 2.16***Valores obtenidos en la estimación del modelo  $g_{11}$ .*

Ítem	Estructura	<i>FIT</i> (%)	FPE	$J(\theta)$
1	ARX22	81.2387	0	0
2	ARX33	81.2805	0	0
3	ARMAX111	74.309	0.0001	0.0001
4	ARMAX222	81.2245	0	0
5	ARMAX333	81.6998	0	0
6	ARMAX444	81.4627	0	0

**Tabla 2.17***Valores obtenidos en la estimación del modelo  $g_{21}$ .*

Ítem	Estructura	<i>FIT</i> (%)	FPE	$J(\theta)$
1	ARX22	94.757	0.8115	0.6605
2	ARX33	95.0014	0.8062	0.6004
3	ARMAX111	94.7739	0.8844	0.7409
4	ARMAX222	95.5107	0.6959	0.5103
5	ARMAX333	95.9029	0.6583	0.4213
6	ARMAX444	96.5518	0.5465	0.308

**Tabla 2.18***Valores obtenidos en la estimación del modelo  $g_{22}$ .*

Ítem	Estructura	<i>FIT</i> (%)	FPE	$J(\theta)$
1	ARX22	81.3294	5.5003	5.3264
2	ARX33	83.487	4.3706	4.1665
3	ARMAX111	80.0436	6.2864	6.1349
4	ARMAX222	82.3668	5.0181	4.782
5	ARMAX333	83.8561	4.3313	4.0315
6	ARMAX444	84.6134	4.0204	3.6563

Se representa mediante las Figura 2.16, Figura 2.17 y Figura 2.18, el criterio de la función de error de predicción final FPE resulta idóneo para la selección de modelos, dado que incorpora tanto la función de costo como una penalización por la complejidad asociada al parámetro  $p$ .

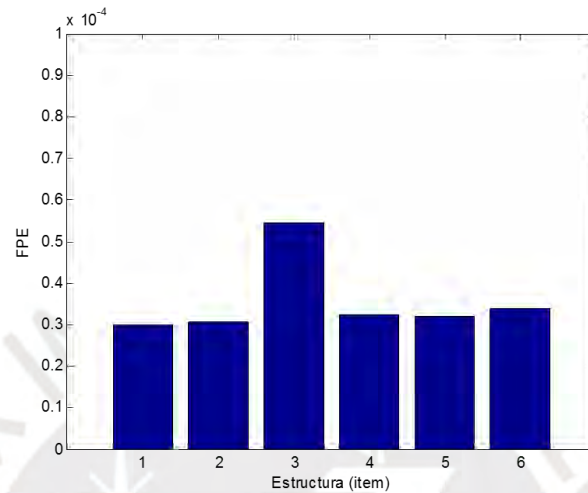


Figura 2.16. Valor FPE en la estimación del modelo  $g_{11}$ .

Fuente elaboración propia.

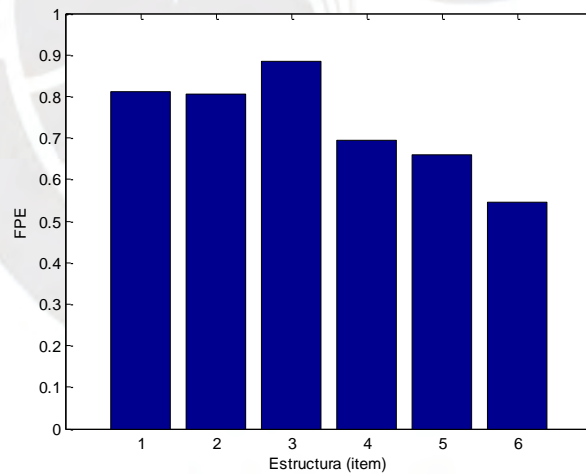


Figura 2.17. Valor FPE en la estimación del modelo  $g_{21}$ .

Fuente elaboración propia.

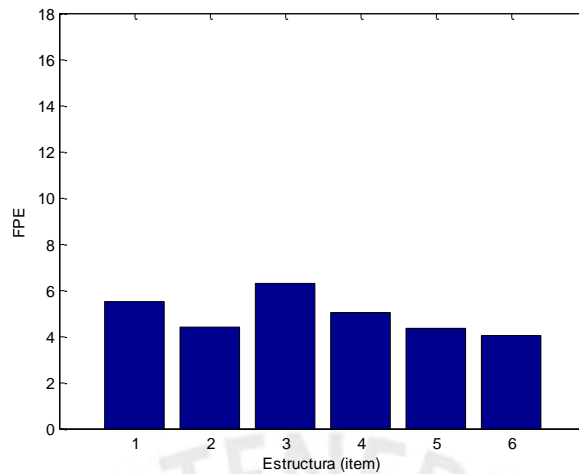


Figura 2.18. Valor FPE en la estimación del modelo  $g_{22}$ .

Fuente elaboración propia.

En la planta de OI, se ha identificado que la estructura ARMAX222 mantiene estabilidad en la función de predicción del error final (FPE), sin presentar fluctuaciones notables. Asimismo, las Tabla 2.16,

Tabla 2.17 y

Ítem	Estructura	FIT (%)	FPE	$J(\theta)$
1	ARX22	94.757	0.8115	0.6605
2	ARX33	95.0014	0.8062	0.6004
3	ARMAX111	94.7739	0.8844	0.7409
4	ARMAX222	95.5107	0.6959	0.5103
5	ARMAX333	95.9029	0.6583	0.4213
6	ARMAX444	96.5518	0.5465	0.308

Tabla 2.18 indican que los modelos ARMAX proporcionan un índice de desempeño (FIT) superior, ya que consideran la estimación de la componente estocástica de manera independiente a la dinámica del proceso. Es importante destacar que la función de costo evidenciada en estas tablas sugiere que no es necesario incrementar el orden del modelo, ya que esto solo introduciría polos que no contribuyen significativamente a la dinámica del sistema.

Enfocados en alcanzar precisión en la dinámica del tratamiento de agua ácida, se ha determinado que el modelo ARMAX2,2,2 es el más adecuado. Las Figura 2.19, Figura 2.20 y Figura 2.21 ilustran la validación cruzada realizada entre el modelo seleccionado y los datos empíricos, lo cual permite estimar con precisión los parámetros relacionados con las expresiones (2-10), (2-12) y (2-13).

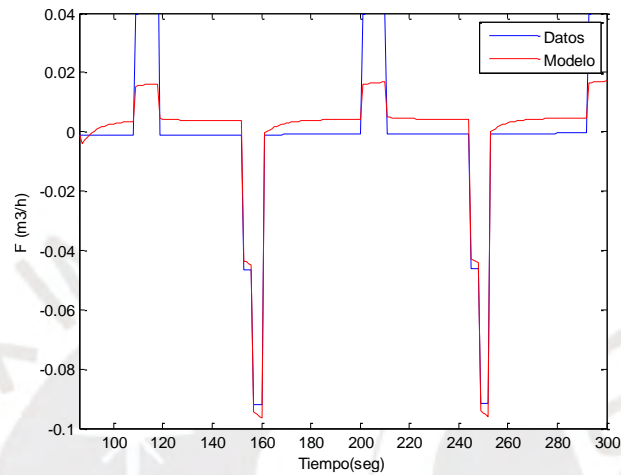


Figura 2.19. Validación cruzada del modelo ARMAX [2 2 2] obtenida del modelo  $g_{11}$ .

Fuente elaboración propia.

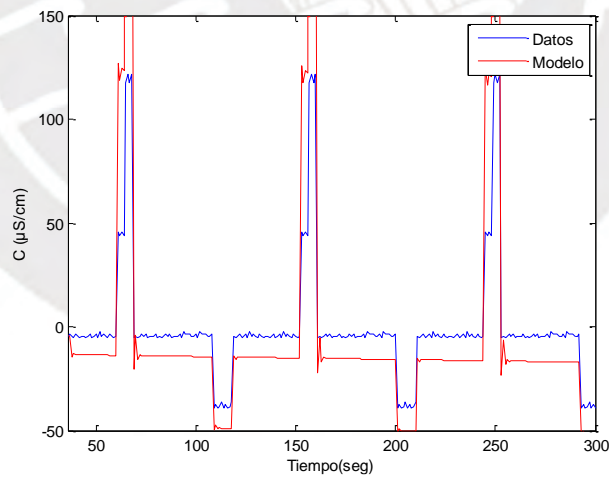


Figura 2.20. Validación cruzada del modelo ARMAX [2 2 2] obtenida del modelo  $g_{21}$ .

Fuente elaboración propia.

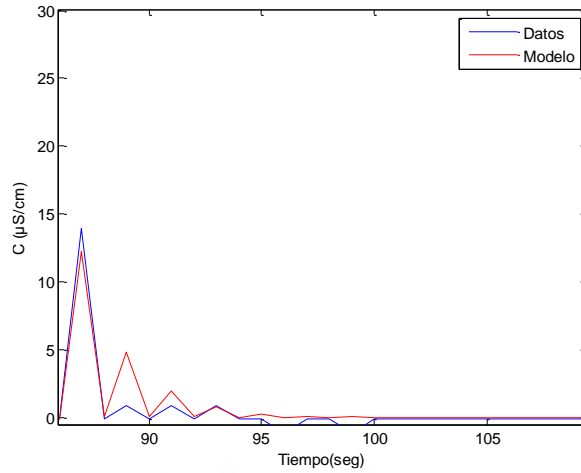


Figura 2.21. Validación cruzada del modelo ARMAX [2 2 2] obtenida del modelo  $g_{22}$ .

Fuente elaboración propia.

El análisis de validación también incorpora un gráfico detallado de los polos y ceros, que se encuentra descrito en las Figura 2.22, Figura 2.23 y Figura 2.24.

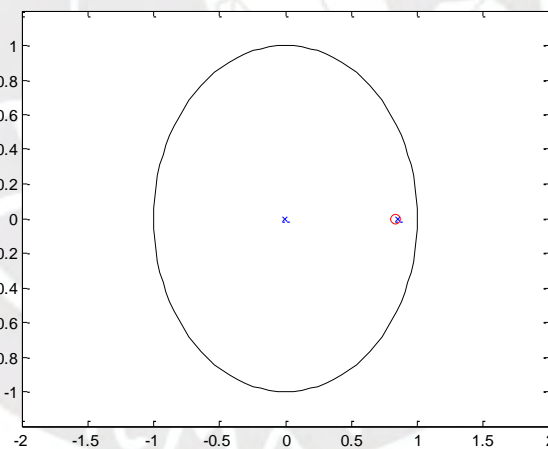


Figura 2.22. Polos y ceros de la estimación del modelo  $g_{11}$ .

Fuente elaboración propia.

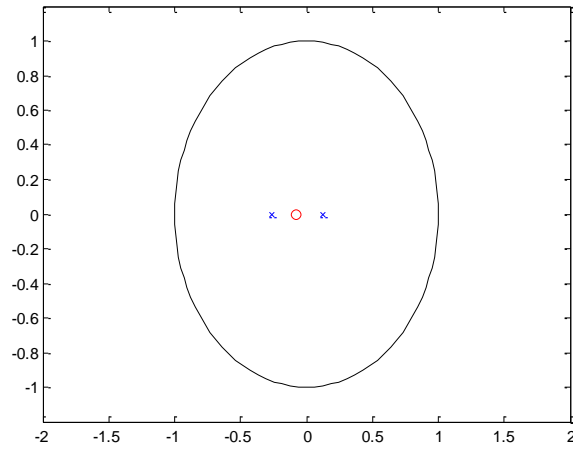


Figura 2.23. Polos y ceros de la estimación del modelo  $g_{21}$ .

Fuente elaboración propia.

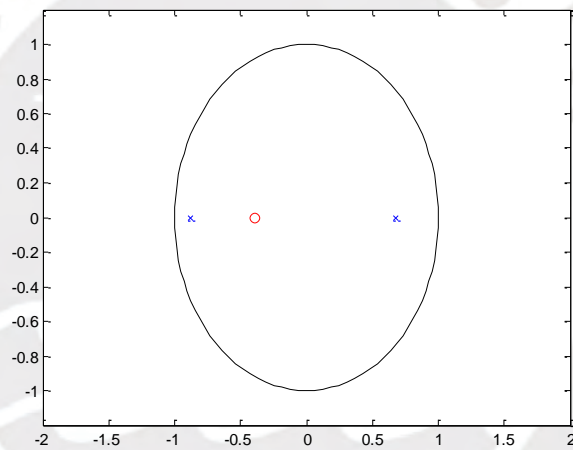


Figura 2.24. Polos y ceros de la estimación del modelo  $g_{22}$ .

Fuente elaboración propia.

Las Figura 2.25, Figura 2.26 y Figura 2.27 contienen los gráficos que representan las respuestas al escalón de los modelos seleccionados, los cuales forman parte integral del proceso de validación.

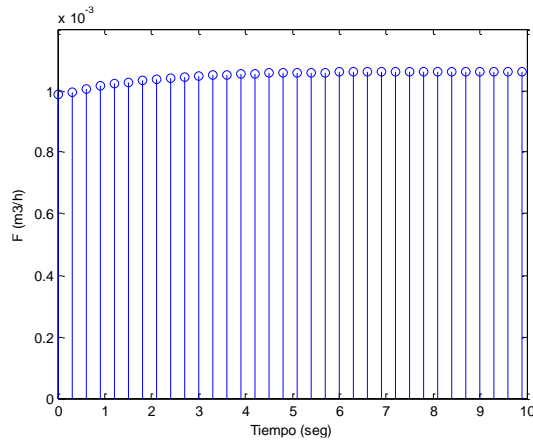


Figura 2.25. Respuesta del modelo  $g_{11}$  a un escalón unitario.

Fuente elaboración propia.

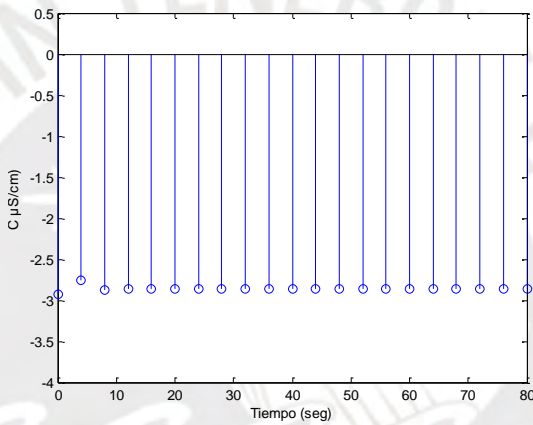


Figura 2.26. Respuesta del modelo  $g_{21}$  a un escalón unitario.

Fuente elaboración propia.

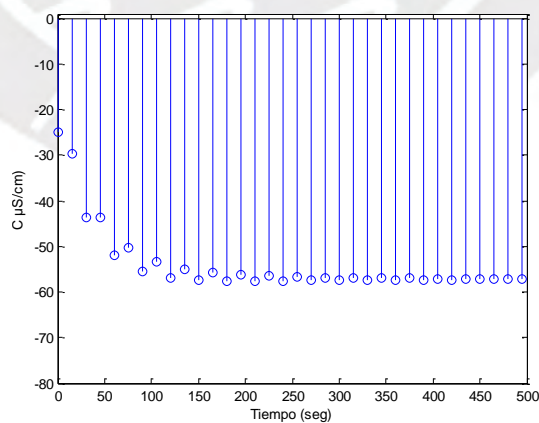


Figura 2.27. Respuesta del modelo  $g_{22}$  a un escalón unitario.

Fuente elaboración propia.

Las expresiones del modelo ARMAX222 tienen la siguiente estructura, donde el flujo  $f(t)$  y la conductividad  $c(t)$  son las salidas del sistema, la presión  $p(t)$  y el pH  $ph(t)$  son las entradas exógenas, y  $e(t)$  es el ruido. Los coeficientes  $(b)$ ,  $(a)$ , y  $(c)$  representan los parámetros del modelo.

$$f(t) = \frac{b_{111}q^{-1} + b_{211}q^{-2}}{1 + a_{111}q^{-1} + a_{211}q^{-2}}p(t) + \frac{1 + c_{111}q^{-1} + c_{211}q^{-2}}{1 + a_{111}q^{-1} + a_{211}q^{-2}}e(t) \quad (2-36)$$

$$c(t) = \frac{b_{121}q^{-1} + b_{221}q^{-2}}{1 + a_{121}q^{-1} + a_{221}q^{-2}}p(t) + \frac{1 + c_{121}q^{-1} + c_{221}q^{-2}}{1 + a_{121}q^{-1} + a_{221}q^{-2}}e(t) \quad (2-37)$$

$$c(t) = \frac{b_{122}q^{-1} + b_{222}q^{-2}}{1 + a_{122}q^{-1} + a_{222}q^{-2}}ph(t) + \frac{1 + c_{122}q^{-1} + c_{222}q^{-2}}{1 + a_{122}q^{-1} + a_{222}q^{-2}}e(t) \quad (2-38)$$

donde:

$$a_{111} = 0.1323 \quad , \quad a_{211} = -0.3384$$

$$b_{111} = 0.0071 \quad , \quad b_{211} = -0.0124$$

$$c_{111} = 0.0817 \quad , \quad c_{211} = 0.0637$$

$$t_{muestreo11} = 0.3 \text{ seg.}$$

$$a_{121} = 1.6446 \quad , \quad a_{221} = 0.7419$$

$$b_{121} = -0.8790 \quad , \quad b_{221} = -0.3615$$

$$c_{121} = -0.7026 \quad , \quad c_{221} = -0.2974$$

$$t_{muestreo21} = 4 \text{ seg.}$$

$$a_{122} = 1.5575 \quad , \quad a_{222} = 0.5904$$

$$b_{122} = -23.5952 \quad , \quad b_{222} = -11.2648$$

$$c_{122} = 0.3635 \quad , \quad c_{222} = -0.6365$$

$$t_{muestreo22} = 15 \text{ seg.}$$

## 2.5 Conclusiones parciales

- Se ha presentado las definiciones importantes del proceso de la planta de OI.
- Se ha proporcionado una descripción comprensiva de los componentes estructurales de la planta de OI, lo cual es fundamental para entender la lógica de su proceso operativo.
- Se ha determinado el rango de linealidad de la válvula proporcional mediante el análisis de la curva estática de operación.
- Se realizó la identificación no paramétrica y paramétrica de la planta de OI en la planta destinada al tratamiento de agua ácida.
- Se encontró el modelo matemático ARMAX de la planta de OI.
- Se ha realizado la validación del modelo obtenido y la verificación del valor FIT obtenido que es superior al 80%.
- Con base en los resultados del modelo obtenido, se podrá diseñar el controlador predictivo generalizado del capítulo III.

## Capítulo III

### Diseño del Sistema de Control Predictivo Generalizado Multivariable para la Ósmosis Inversa de la Planta de Agua Ácida

#### 3.1 Introducción

En este capítulo se aborda el diseño del sistema de control predictivo generalizado multivariable (GPC) para la planta de OI, un componente crucial en el tratamiento de agua ácida. Comenzamos con una exploración de los principios clave de los sistemas de control avanzado que formarán la base del diseño.

Se describen en detalle las estrategias de control predictivo, incluyendo el modelo de control predictivo (MPC), el control de matriz dinámica (DMC) y el control predictivo generalizado (GPC). Cada una de estas estrategias se analiza en términos de su aplicación y eficacia en el control de sistemas complejos.

La teoría detrás del desarrollo del control predictivo generalizado se presenta para proporcionar una comprensión profunda de los principios que guían su implementación. Posteriormente, se diseña el controlador GPC para el módulo de OI, abordando el sistema MIMO.

El capítulo también incluye una revisión sólida del sistema GPC de la planta de OI, asegurando que el controlador diseñado pueda manejar perturbaciones y variaciones en las condiciones operativas.

En resumen, este capítulo presenta el diseño y análisis de la solidez del controlador GPC para la planta de OI. Este controlador será utilizado en el próximo capítulo.

#### 3.2 Conceptualización del sistema de control avanzado a implementar

La investigación de Camacho y Bordons (2012) sustenta que el Control Predictivo Generalizado (GPC) emerge a modo de ser la opción óptima dentro de la teoría de controladores avanzados. Su análisis exhaustivo demuestra que el GPC exhibe una

combinación superior de flexibilidad, capacidad para gestionar restricciones, optimización predictiva, estabilidad y resultados empíricos, lo que lo posiciona como la elección más efectiva y demostrada para el control de sistemas complejos en una variedad de aplicaciones industriales.

En años recientes, investigaciones sobre sistemas de control avanzados han mostrado su efectividad para gestionar unidades de OI. En este contexto, los investigadores Rivas et al. (2012) desarrollaron para una instalación desalinizadora de agua de mar un controlador predictivo DMC (Dynamic Matrix Control) multivariable. Utilizando herramientas de identificación de sistemas, lograron obtener y validar un modelo matemático del proceso. Los resultados mostraron que el controlador DMC trabaja de manera eficaz, mejorando significativamente el desempeño comparado con métodos de control tradicionales.

El estudio realizado por Clarke y Mohtadi (1987) acerca de Control Predictivo Generalizado (GPC) proporciona evidencia sustancial que respalda la afirmación de que este tipo de control es la mejor opción de control avanzado en comparación con otros sistemas en una variedad de aplicaciones industriales. Los autores utilizando datos experimentales y simulaciones, evidenciaron cómo el GPC demuestra que podía adaptarse de manera efectiva a sistemas complejos y no lineales, demostrando su capacidad para manejar múltiples variables de proceso simultáneamente. Además, destacaron casos específicos donde el GPC pudo satisfacer restricciones operativas en tiempo real, garantizando un control preciso y eficiente incluso en condiciones variables y perturbadas. Esta evidencia se respaldó con análisis detallados de los resultados obtenidos en diferentes entornos industriales.

### **3.3 Conceptos y estrategias del control predictivo**

En esta sección se examina la evolución de las estrategias de control predictivo desde el Modelo de Control Predictivo (MPC) hasta el Control Predictivo Generalizado (GPC). La estrategia MPC se establece como la base, utilizando un modelo matemático que permite

predecir el comportamiento futuro del proceso y optimizar la señal de control. A partir de MPC, surge el Control Matricial Dinámico (DMC), que introduce mejoras en la capacidad de manejo de restricciones y variaciones en tiempo real. Finalmente, el GPC se desarrolla como una estrategia avanzada que combina la flexibilidad del MPC con la gestión dinámica del DMC, y añade una mayor robustez y eficacia en sistemas multivariables y no lineales. Esta progresión culmina en un método de control predictivo altamente eficiente y adaptable, adecuado para aplicaciones industriales complejas Camacho y Bordons (2004).

### 3.3.1 Control Predictivo de Modelo (MPC).

La técnica de Control Predictivo de Modelo (MPC), presentada por los investigadores Camacho y Bordons (2012), se basa en la utilización de modelos matemáticos para anticipar el comportamiento futuro de un sistema y determinar la acción de control más adecuada. La metodología de los controladores que pertenecen a la familia MPC se ilustra en la Figura 3.1.

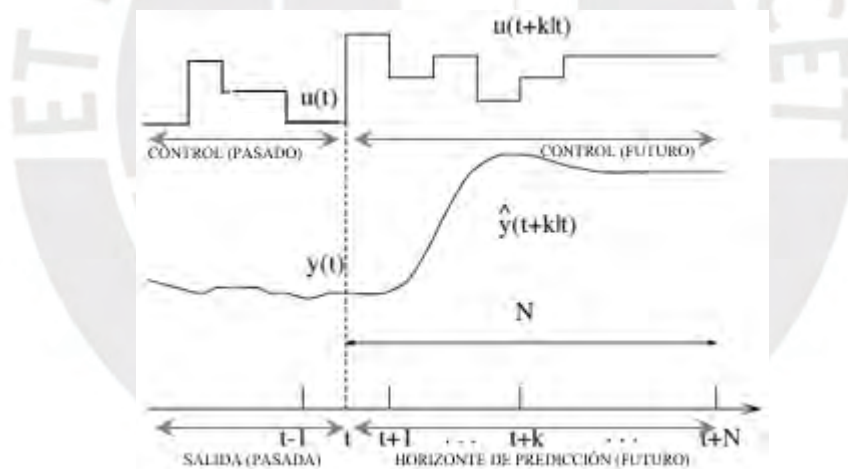


Figura 3.1. Estrategia del control predictivo de la familia MPC.

Tomado de Revista IAI por Camacho y Bordons (2004).

Algunos puntos clave son las siguientes:

#### 3.3.1.1 Modelo del proceso.

Comprende la representación matemática de la dinámica del sistema a controlar. Esto incluye:

### 3.3.1.1.1 Respuesta al impulso.

Utilizada para ilustrar cómo se relacionan las entradas y salidas de un sistema mediante una serie de ponderaciones, como en la Figura 3.2 (a).

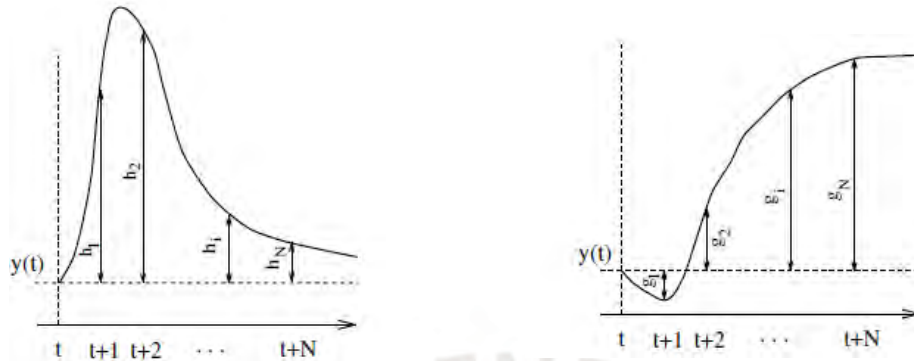


Figura 3.2. Respuesta a una entrada impulso(a) y a un escalón(b).

Tomado de Revista IAII por Camacho y Bordons (2004).

Una de las principales ventajas de este enfoque es que no requiere un conocimiento previo exhaustivo del proceso. Esto simplifica el proceso y permite manejar dinámicas complejas, como fases no mínimas o con retardos.

### 3.3.1.1.2 Respuesta al escalón.

Al igual que con la respuesta al impulso, este enfoque utiliza una señal de entrada en forma de escalón unitario, como se muestra en la Figura 3.2 (b). Tanto las ventajas como las desventajas de este método son similares a las del análisis de respuesta al impulso. Ambos métodos resultan útiles para analizar dinámicas complejas, incluso sin contar con un conocimiento profundo del proceso.

### 3.3.1.1.3 Función de transferencia.

El modelo de función de transferencia en el Control Predictivo Modelado (MPC) describe la conexión entre las entradas y las salidas de un sistema dinámico, lo cual se representa mediante un conjunto de ecuaciones.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) \quad (3-1)$$

donde:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{na}z^{-na} \quad (3-2)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{nb}z^{-nb} \quad (3-3)$$

Este modelo es utilizado por varios controladores, como el GPC, UPC, EPSAC, EHAC y MURHAC. Requiere el conocimiento del sistema en términos de los polinomios  $A$  y  $B$ , pero ofrece una predicción eficiente de la salida futura utilizando pocos parámetros.

La predicción se realiza mediante la ecuación (3-4), la cual es igualmente válida para procesos inestables. Entre las ventajas de esta ecuación se encuentra la necesidad de un número reducido de parámetros. Sin embargo, es fundamental contar con un conocimiento previo del proceso, particularmente en lo que respecta al orden de los polinomios  $A$  y  $B$ .

$$\hat{y}(t+k|t) = \frac{A(z^{-1})}{B(z^{-1})} u(t+k|t) \quad (3-4)$$

Además, el MPC puede utilizar el modelo de espacio de estados, lo que facilita su aplicación a sistemas multivariables y ofrece una predicción a través de una combinación lineal del vector de estado, representado por la ecuación (3-5). Esta metodología se destaca por su capacidad para aplicarse directamente a procesos multivariables, con la ley de control formulada como la retroalimentación de una combinación lineal del vector de estado.

$$\begin{aligned} x(t) &= Ax(t-1) + Bu(t-1) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3-5)$$

donde,  $x$  es el estado y  $A, B$  y  $C$  son las matrices del sistema. Asimismo, la predicción de este modelo está representado por (3-6) (Astrom & Wittenmark, 1984).

$$\hat{y}(t+k|t) = C\hat{x}(t+k|t) = C[A^k x(t) + \sum_{i=1}^k A^{i-1} Bu(t+k-i|t)1] \quad (3-6)$$

### 3.3.1.2 Modelo de perturbaciones.

Esencial para capturar las influencias externas al sistema que pueden afectar su comportamiento. El modelo autoregresivo integrado de media móvil (CARIMA) se emplea para representar perturbaciones como cambios aleatorios o movimiento browniano.

### **3.3.1.3 Concepto de respuesta libre y forzada.**

Separación de la secuencia de control en dos elementos: uno que captura las entradas previas y permanece inalterado a lo largo del tiempo y otro que se relaciona con las señales de control proyectadas para los períodos futuros.

### **3.3.1.4 La Función objetivo.**

Define los objetivos de control, buscando minimizar los errores entre la salida del sistema y una referencia deseada, al tiempo que penaliza los cambios en las señales de control. Esta función pondera tanto el seguimiento de la referencia como la acción de control futuro.

### **3.3.1.5 La obtención de la ley de control.**

Implica encontrar los valores óptimos de las señales de control que minimizan la función objetivo. En casos lineales y sin restricciones, se pueden obtener soluciones analíticas, pero generalmente se recurre a métodos iterativos debido a la presencia de restricciones.

Por tanto, el MPC ofrece una metodología estructurada y eficaz para el control de procesos, aprovechando modelos precisos y algoritmos de optimización para garantizar un rendimiento óptimo del sistema en tiempo real.

### **3.3.2 Control de Matriz Dinámica (DMC).**

El Control de Matriz Dinámica (DMC) presentado por Cutler y Ramaker (1980), que es una variante del MPC que emplea un modelo que se basa en la respuesta al escalón con el fin de predecir la salida futura de un sistema dinámico y calcular las acciones de control. El DMC resuelve un problema de optimización según la función de costo, en función de las predicciones del modelo y de las restricciones del proceso.

### **3.3.3 Control Predictivo Generalizado (GPC).**

Se trata de una técnica de control que emplea modelos matemáticos, como el modelo CARIMA, para anticipar la respuesta de salida en etapas de control venideras. El algoritmo del GPC determina la acción de control óptima con el objetivo de minimizar una función de costo a lo largo del horizonte de predicción.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})z^{-d}u(t) + C(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (3-7)$$

El GPC maneja la incertidumbre, perturbaciones, y su flexibilidad para adaptarse a cambios en el modelo del proceso o en las condiciones operativas.

### 3.4 Desarrollo predictivo generalizado para controlar la OI

Se trata de un método que determina una serie de acciones de control futuras  $u(t)$  con el fin de minimizar una función de costo cuadrática. Este enfoque considera tanto la diferencia entre la salida proyectada de la planta y la referencia deseada, como el esfuerzo de control requerido.

#### 3.4.1.1 Modelo Multivariable para sistema MIMO.

Para sistemas MIMO, la expresión del modelo ARIMAX es:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})v(t) + \frac{T(q^{-1})}{\Delta}\xi(t) \quad (3-8)$$

Las matrices se definen como:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= I_{n \times n} + A_1q^{-1} + A_2q^{-2} + \dots + A_{na}q^{-na} \\ B(q^{-1}) &= B_0 + B_1q^{-1} + B_2q^{-2} + \dots + B_{nb}q^{-nb} \\ C(q^{-1}) &= I_{n \times n} + C_1q^{-1} + C_2q^{-2} + \dots + C_{nc}q^{-nc} \\ T(q^{-1}) &= I_{n \times n} + T_1q^{-1} + T_2q^{-2} + \dots + T_{nt}q^{-nt} \\ \Delta &= 1 - q^{-1}; \text{ la acción integral} \\ \xi(t) &= \text{ruido blanco de media cero} \end{aligned} \quad (3-9)$$

#### 3.4.1.2 Predicción de la Salida MIMO.

La estimación de la salida en un sistema MIMO se fundamenta en un grupo de ecuaciones que relacionan las entradas con las salidas. En donde,  $G_j(q^{-1})$  no se limita a ser una función de transferencia; más bien, se trata de una matriz que refleja la dinámica de las entradas y salidas del sistema.

$$\hat{y}(t+j) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-k-1) + f(t+j) \quad (3-10)$$

#### 3.4.1.3 Función de Costo MIMO.

En el caso multivariable es:

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \|r(t+j) - y(t+j|t)\|_R^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} \|\Delta u(t+j)\|_Q^2 \quad (3-11)$$

### 3.4.1.4 Solución de Control MIMO.

La solución para el control multivariable es:

$$u = (G^T R G + Q)^{-1} G^T R (r - f) \quad (3-12)$$

Este cálculo puede realizarse de forma previa en el caso de un control no adaptativo. En este enfoque de control deslizante, en cada instante  $t$  se utilizará únicamente el incremento  $\Delta u(t)$ . Por consiguiente, solo se calcularán las primeras filas de las  $m$  filas de  $(G^T R G + Q)^{-1} G^T R$ , también conocido como  $K$ . Así, la ley de control puede expresarse de la siguiente manera:

$$\Delta u(t) = K[f(t+j) - r(t+j)] \quad (3-13)$$

### 3.5 Diseño de controladores GPC del módulo OI con modelo MIMO

En la Figura 3.3, se puede ver el diagrama de bloques de la estructura del controlador GPC de la planta de OI a diseñar.

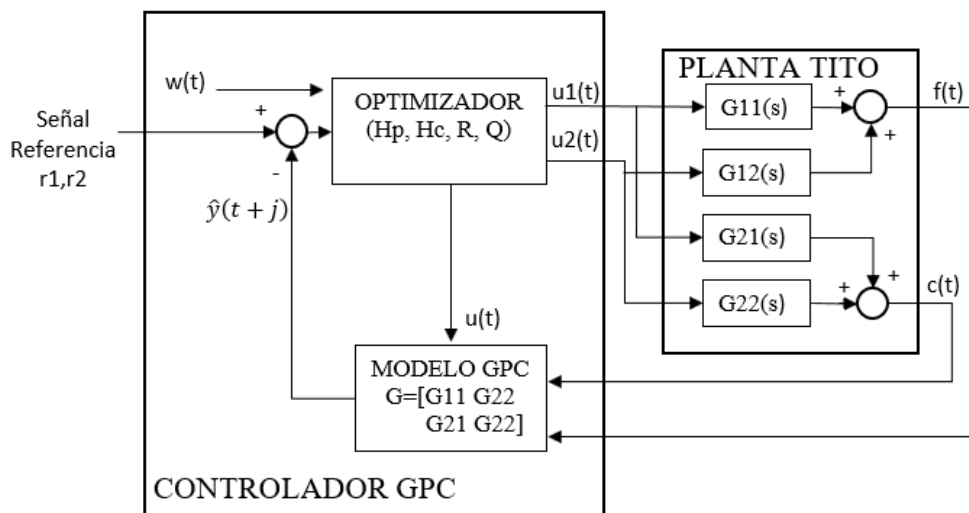


Figura 3.3. Representación gráfica del diagrama de Bloque del controlador GPC de la OI.

Fuente elaboración propia.

Se inicia tomando en cuenta las variables de salidas flujo (F) y conductividad (C), y variables de entrada presión (P) y pH para la planta de OI. Las funciones de transferencia que describen estas relaciones se presentan en la siguiente ecuación.

$$\begin{bmatrix} F \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ pH \end{bmatrix}$$

$$\frac{F}{P} = G_{11} = \frac{0.01799(0.6693 + 1)}{0.0150s^2 + 0.5058s + 1}$$

$$\frac{F}{pH} = G_{12} = \text{cero} \quad (3-14)$$

$$\frac{C}{P} = G_{21} = \frac{-0.5191(0.3547s + 1)}{0.1150s^2 + 0.3048s + 1}$$

$$\frac{C}{pH} = G_{22} = \frac{-14.991(0.3387s + 1)}{0.589s^2 + 1.9516s + 1}$$

Se desarrollan los siguientes pasos del modelo ARIMAX para la implementación del algoritmo:

1) Se obtiene un modelo discreto del proceso basado en la ecuación (3-14), se elige un período de muestreo  $T_s = 3.0$  segundos, que es una veinteva parte del tiempo fundamental de la función de transferencia 60 segundos. Los modelos discretos resultantes se presentan en la ecuación (3-15).

$$Gd_{11}(q) = \frac{F}{P} = \frac{0.0195 + 0.0071q^{-1} - 0.0124q^{-2}}{1 - 0.1323q^{-1} - 0.3384q^{-2}}$$

$$Gd_{12}(q) = \frac{F}{pH} = \text{cero}$$

$$Gd_{21}(q) = \frac{C}{P} = \frac{-0.5174 - 0.8790q^{-1} - 0.3615q^{-2}}{1 + 1.6446q^{-1} - 0.7419q^{-2}} \quad (3-15)$$

$$Gd_{22}(q) = \frac{C}{pH} = \frac{-12.3304 - 23.5952q^{-1} - 11.2648q^{-2}}{1 + 1.5575q^{-1} - 0.5904q^{-2}}$$

Para obtener los polinomios  $A(q^{-1})$  se utiliza el método de representación de procesos multivariados denominado representación por matriz de transferencia, tal como indica

Camacho (2002). El modelo MIMO de la ecuación (3-8) se puede escribir como la matriz de orden  $n \times n$ :

$$C(q^{-1}) = A(q^{-1})^{-1} B(q^{-1})q^{-1} \quad (3-16)$$

El procedimiento para llevar a cabo esta tarea implica que la matriz  $A(q^{-1})$  sea una matriz diagonal que coincida con el mínimo común múltiplo de los denominadores de cada fila de la matriz  $C(q^{-1})$ . Entonces, la matriz  $B(q^{-1})$  es igual a:  $B(q^{-1}) = A(q^{-1}) C(q^{-1})$

De este modo, se tienen las siguientes matrices:

donde:

$$A(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 - 0.1323q^{-1} - 0.3384q^{-2} & 0 \\ 1 + 1.6446q^{-1} - 0.7419q^{-2} & 1 + 1.5575q^{-1} - 0.5904q^{-2} \end{bmatrix}$$

$B(q^{-1})$

$$= \begin{bmatrix} 0.0195 + 0.0071q^{-1} - 0.0124q^{-2} & 0 \\ -0.5174 - 0.8790q^{-1} - 0.3615q^{-2} & -12.3304 - 23.5952q^{-1} - 11.2648q^{-2} \end{bmatrix}$$

$$C(q^{-1}) = 1$$

Considerando que el polinomio  $C(q^{-1})$  es constante e igual a uno

2) Se selecciona los horizontes de predicción (HP)  $N_2$ , el horizonte de control (HC)  $N_u$ , las matrices de ponderación  $R$  y  $Q$  y el coeficiente Alpha ( $\alpha$ ) de referencia interna.

3) Se hallan las matrices  $E, F, G_p$  se determinan mediante un método recursivo. La matriz  $G_p$  establece la relación entre las variaciones futuras de control y las salidas que se obtendrán más adelante. Por su parte,  $F$  describe la dinámica del sistema en función del estado actual y las salidas anteriores.

4) Se calcula la matriz  $G$  de las submatrices  $G_i$ , que se construyen siguiendo la secuencia de recursión derivada de las ecuaciones diofánticas, como se ilustra en la siguiente ecuación (3-17):

$$G_i = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

5) Se calcula la acción de control  $K$ . En el caso MIMO de la planta de OI, como se expresa en la siguiente expresión:

$$K = (G^T R G + Q)^{-1} G^T R;$$

$$K = K(1:2, :);$$

6) Se genera la secuencia de futuras referencias internas hasta el horizonte de predicción para el lazo de control como se muestra la siguiente ecuación:

$$r_0 = y(t)$$

*for*  $j = 1: N_2$

$$r_j = \alpha * r_{j-1} + (1 - \alpha) * w(j)$$

(3-18)

*end*

7) Se calcula la secuencia de respuesta libre utilizando las matrices  $F$  y  $G_p$ , junto con el conjunto de acciones de control previas y las salidas de la planta, como se detalla a continuación:

*for*  $j = 1: N_2$

$$f_r = F * Y(t) + G_p * \Delta u(t)$$

(3-19)

*end*

8) Finalmente, la señal de control se obtiene multiplicando el factor proporcional  $K$  por la diferencia entre la referencia interna y la respuesta libre, lo que se expresa en la ecuación (3-20).

$$\Delta u = K * (f(t + j) - r(t + j))$$

(3-20)

$$u(t) = u(t - 1) + \Delta u$$

### 3.6 Análisis de resultados de simulación

#### 3.6.1 Sistema de control MIMO mediante GPC.

Se procedió a simular el sistema de control con un controlador GPC MIMO para la planta de OI. Los parámetros correspondientes al controlador se presentan en la Tabla 3.1.

**Tabla 3.1**

*Caracterización de los parámetros del controlador GPC.*

<b>Controlador</b>	<b>HP</b>	<b>HC</b>	<b>R</b>	<b>Q</b>	<b><math>\alpha</math></b>
GPC MIMO	15	3	$R_1=2 \times 10^3$ $R_2=10$	$Q_1=4$ $Q_2=6$	$\alpha_1=0.9$ $\alpha_2=0.95$

Se seleccionó un horizonte de predicción de 15 instantes de muestreo y un horizonte de control de 3 instantes de muestreo. En cuanto al parámetro de ponderación de trayectoria  $R$ , se decidió asignar un mayor peso a la primera variable (Flujo) para compensar las diferencias de magnitud entre las variables de salida, según lo señalado por Robertson (1996). El parámetro  $Q$  fue ajustado con el fin de garantizar un control efectivo y una respuesta ágil del controlador.

Con el fin de analizar las respuestas temporales del sistema de control, se llevaron a cabo cambios en las referencias externas, abarcando un rango de 0 a 250  $m^3/h$  para el flujo de permeado y de 500 a 380  $\mu S/cm$  en cuanto a la conductividad. Las respuestas temporales obtenidas del controlador multivariable se pueden ver en la Figura 3.4.

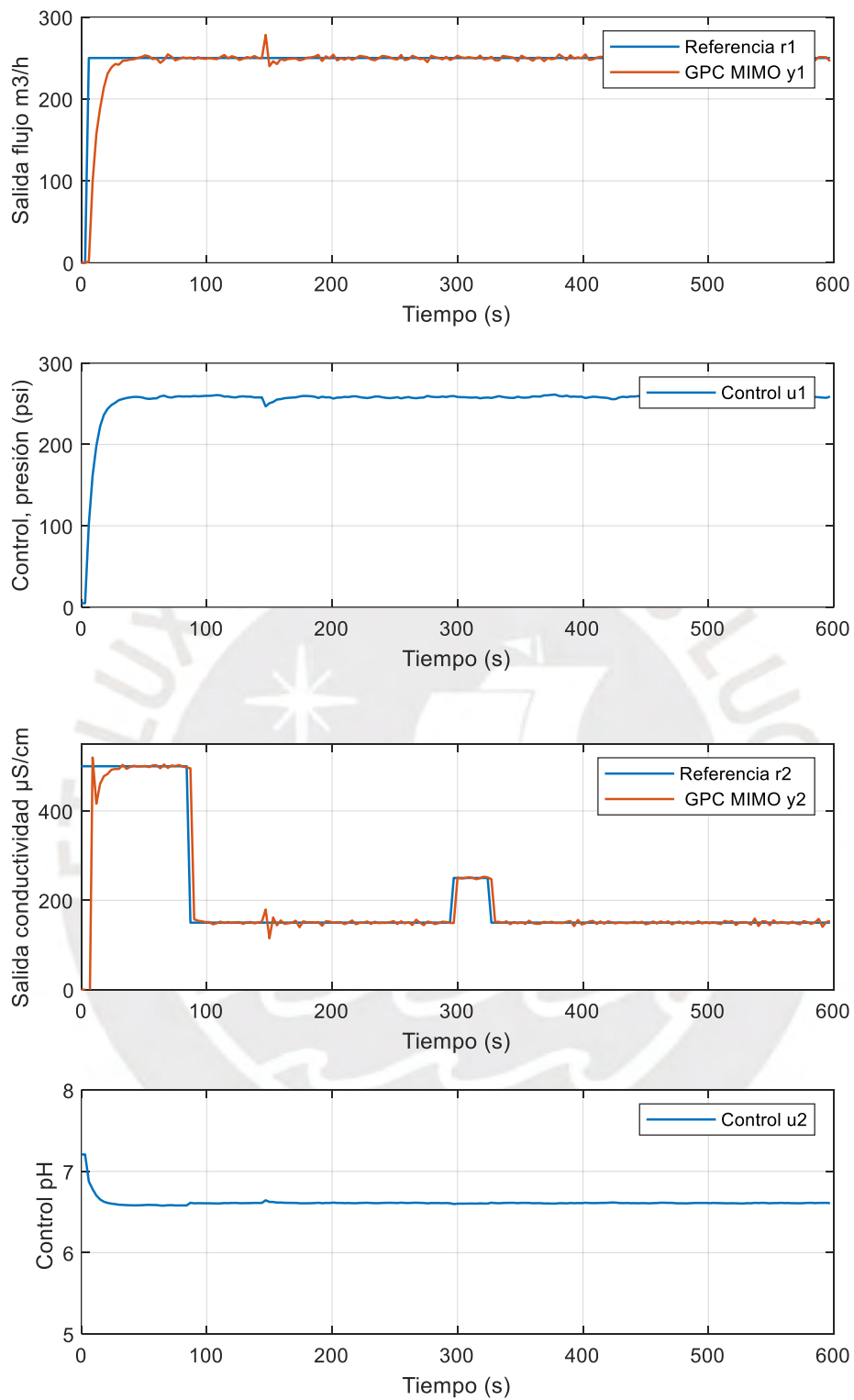


Figura 3.4. Representación de la respuesta temporal de controladores GPC.

Fuente elaboración propia.

En la Figura 3.5 y la Figura 3.6 presentan un análisis detallado de la respuesta temporal de las variables correspondientes al flujo de permeado y la presión de alimentación. En este análisis, se evidencia que la respuesta del flujo de permeado no exhibe un sobreimpulso, y el error estacionario se mantiene constante dentro de un margen del 2%. Además, el tiempo de establecimiento se estima en alrededor de 15 s, lo que implica una respuesta que es el doble de rápida en comparación con situaciones anteriores. Asimismo, la señal de control se mantiene dentro de los límites de operación establecidos.

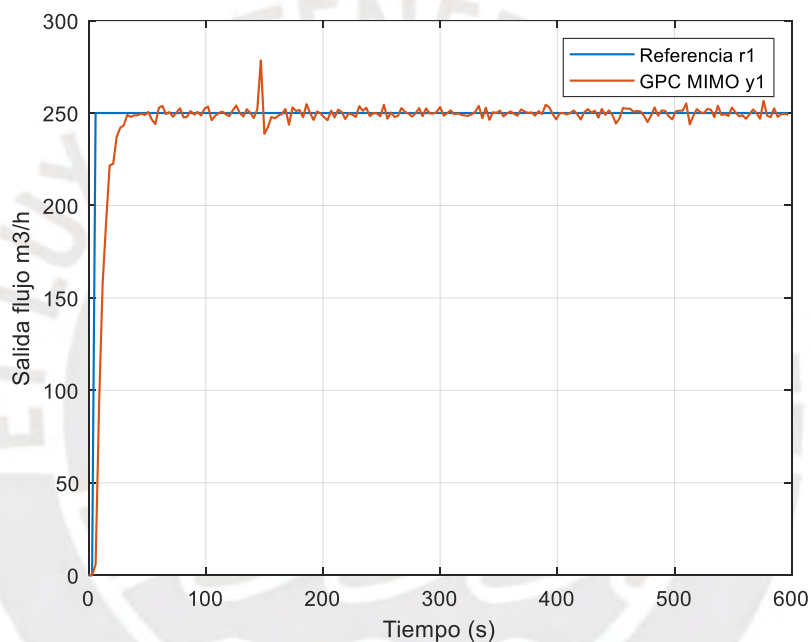
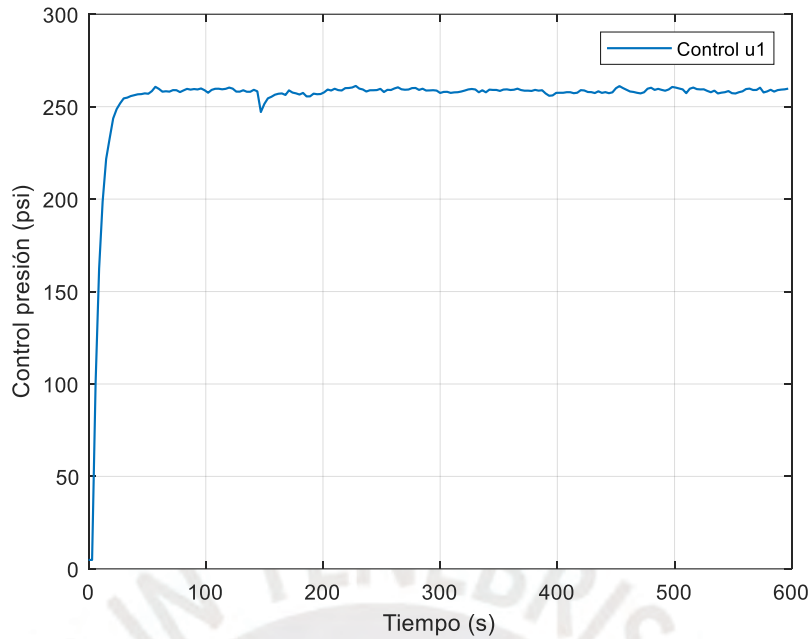


Figura 3.5. Representación del flujo utilizando controladores GPC.

Fuente elaboración propia.



*Figura 3.6.* Representación de la respuesta del controlador de la presión.

Fuente elaboración propia.

Los resultados detallados de la respuesta temporal de la conductividad y el pH en la planta de ósmosis inversa se puede ver en las Figura 3.7 y la Figura 3.8. Se evidencia que la respuesta no presenta sobreimpulso, y no se registra error en estado estacionario, lo que indica que se han alcanzado los objetivos del controlador. El tiempo requerido para alcanzar el estado estable es aproximadamente de 10 s.

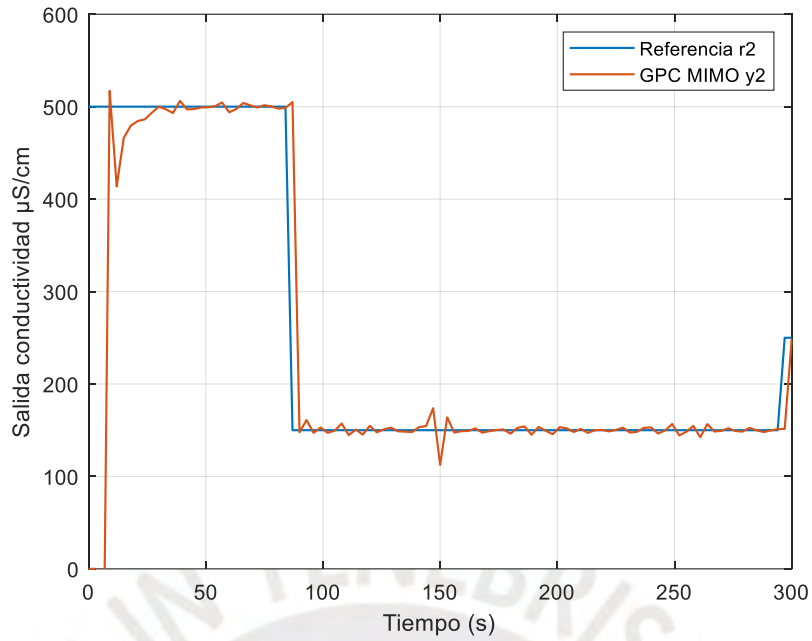


Figura 3.7. Representación de la conductividad utilizando controladores GPC.

Fuente elaboración propia.

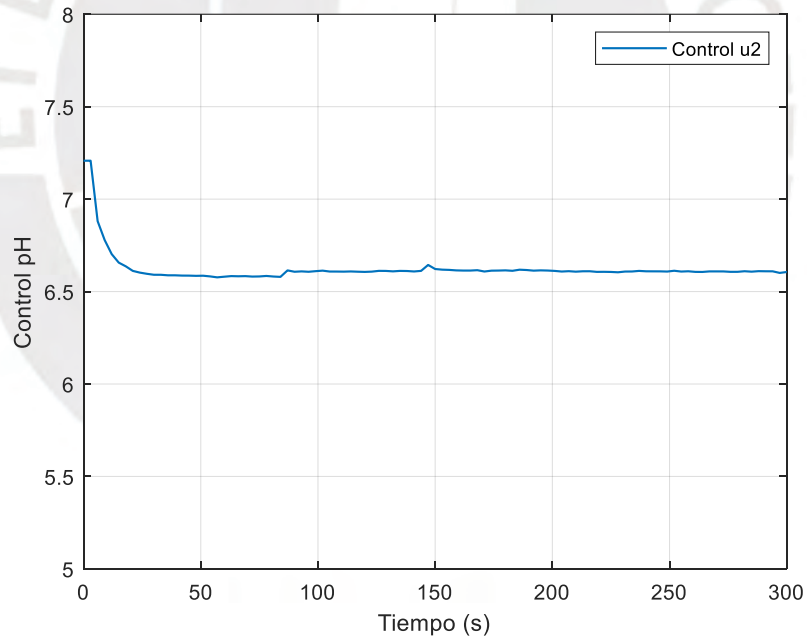


Figura 3.8. Representación del controlador de pH.

Fuente elaboración propia.

Los resultados temporales para los controladores GPC MIMO se resumen en la Tabla

3.2.

**Tabla 3.2**

*Análisis de los resultados temporales para GPC.*

<b>Controlador</b>	<b>Variable controlada</b>	<b><math>T_s</math> (2%)</b>
GPC MIMO	Flujo	$\approx 15$ s
GPC MIMO	Conductividad	$\approx 10$ s

### **3.7 Análisis de los resultados del controlador GPC**

#### **3.7.1 Análisis de estabilidad del controlador GPC**

La estabilidad del controlador GPC se ha evaluado a través del análisis de polos del sistema en lazo cerrado. En sistemas discretos, una condición clave para la estabilidad es que todos los polos del sistema deben encontrarse dentro del círculo unitario en el plano Z. Esto asegura que las respuestas de las señales controladas se atenúen con el tiempo, evitando oscilaciones crecientes o divergencias.

En este caso, se calcularon los polos del sistema en lazo cerrado, considerando tanto la dinámica de la planta como la acción del controlador GPC. Se verificó si los polos obtenidos se encuentran dentro del círculo unitario para garantizar la estabilidad del sistema. A continuación, se detallan los resultados específicos para cada una de las salidas controladas:

Polos del sistema en lazo cerrado para la salida del flujo:

Los polos calculados fueron 0 y 0.0018. Ambos se encuentran dentro del círculo unitario, indicando que el sistema en lazo cerrado para el control del flujo es estable. El polo en 0 indica un comportamiento marginalmente estable, común en integradores discretos, mientras que el polo en 0.0018 confirma que el sistema tiene una tendencia a la estabilidad asintótica, dado que es un valor muy cercano al origen.

Polos del sistema en lazo cerrado para la salida de la conductividad:

Los polos obtenidos fueron 0.1501 y 0.0003. Al igual que en el caso anterior, ambos polos están dentro del círculo unitario, lo que asegura estabilidad en el control de la conductividad. El polo en 0.1501 sugiere una respuesta más lenta en comparación con el

sistema de flujo, pero igualmente estable, mientras que el polo en 0.0003 indica una dinámica rápida y estable hacia el origen.

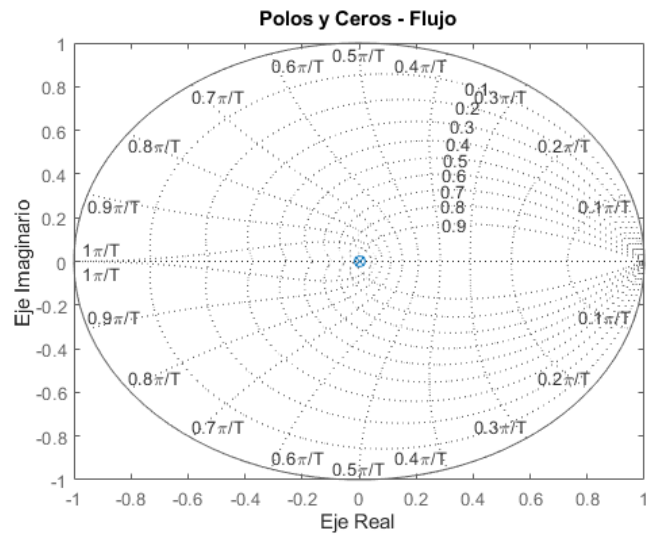


Figura 3.9. Polos y ceros del flujo

Fuente elaboración propia.

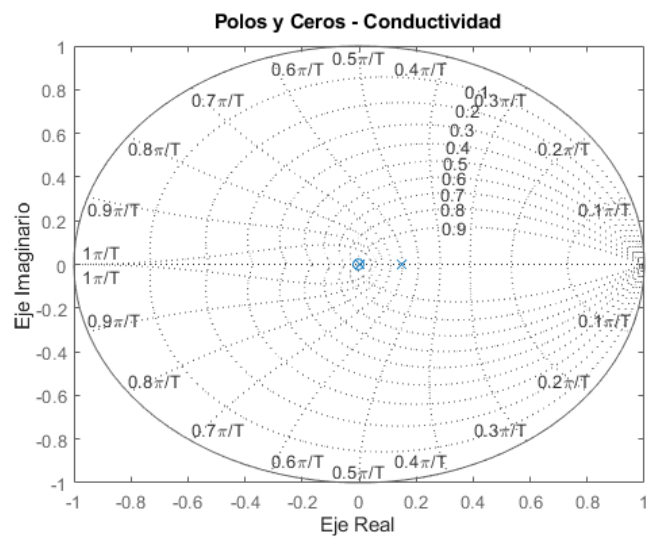


Figura 3.10. Polos y ceros de la conductividad

Fuente elaboración propia.

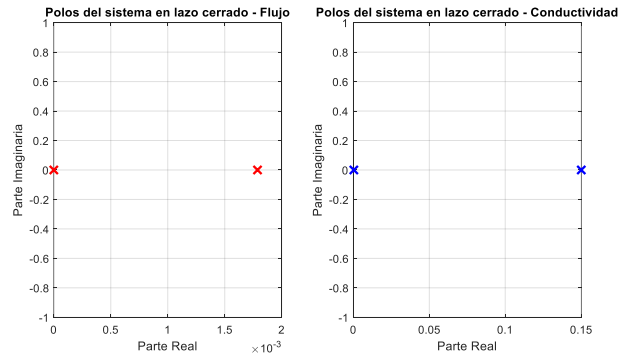


Figura 3.11. Polos del flujo y la conductividad

Fuente elaboración propia.

### 3.7.2 Análisis del lugar de las raíces del controlador GPC

La estabilidad del controlador GPC se ha evaluado también mediante el análisis del lugar de las raíces, como se muestra en la Figura 3.12 para el flujo y en la Figura 3.13 para la conductividad. En la Figura 3.12 se observa que las trayectorias de los polos convergen hacia puntos en el eje real, lo que indica que los polos del sistema tienden hacia la estabilidad conforme varían los parámetros del flujo. Por otro lado, en la Figura 3.13 se aprecia cómo las trayectorias de los polos proporcionan información sobre cómo estos se desplazan en el plano complejo al variar los parámetros de conductividad, lo cual es fundamental para entender y garantizar la estabilidad del sistema.

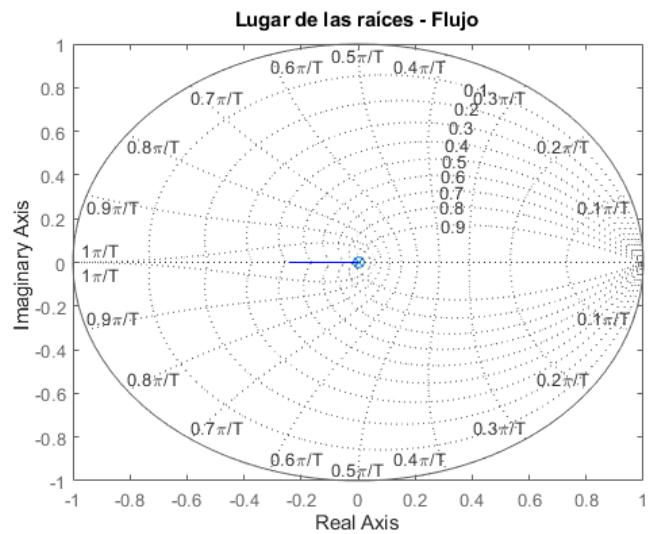


Figura 3.12. Lugar de las raíces del flujo

Fuente elaboración propia.

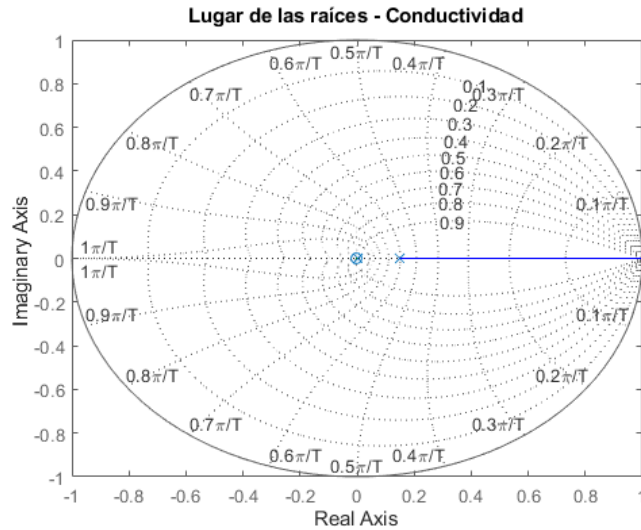


Figura 3.13. Lugar de las raíces de la conductividad

Fuente elaboración propia.

### 3.7.3 Análisis del criterio de estabilidad del controlador GPC

En la Figura 3.14 se puede ver la evolución de la función de Lyapunov  $V(t)$  del flujo y encontrado que decrece a lo largo del tiempo y que demuestra que el sistema en lazo cerrado es estable.

En la Figura 3.15 se puede ver la evolución de la función de Lyapunov  $V(t)$  de la conductividad y encontrado que decrece a lo largo del tiempo y que evidencia que el sistema en lazo cerrado es estable.

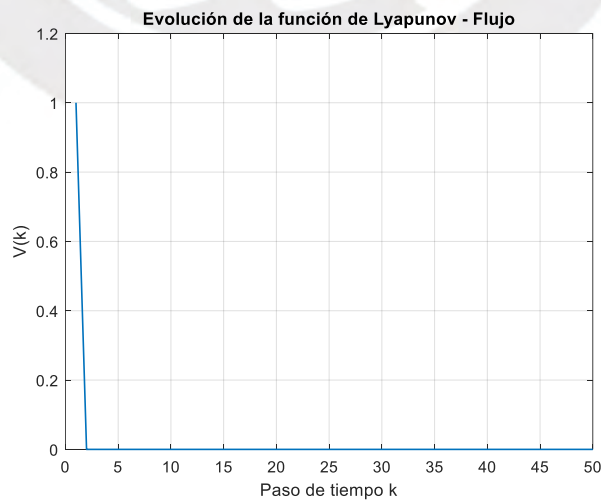


Figura 3.14. Función de Lyapunov del flujo

Fuente elaboración propia.

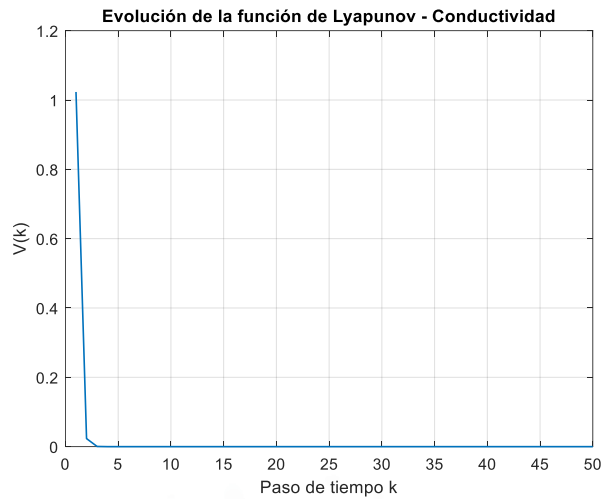


Figura 3.15. Función de Lyapunov de la conductividad

Fuente elaboración propia.

### 3.7.4 Análisis de robustez de los controladores.

Los índices de desempeño son fundamentales para evaluar la robustez de los controladores y los más usados se presentan en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3

Características de los índices de desempeño.

Indicador	Expresión	Característica
ISE	$J_{e1} = \sum_{k=0}^N (y_k - r_k)^2$	Integral de error cuadrático
ITSE	$J_{e2} = \sum_{k=0}^N k e(k)^2$	Integral del tiempo por el error cuadrático
IAE	$J_{e3} = \sum_{k=0}^N  y_k - r_k $	Integral de error absoluto
ISU	$J_{e1} = \sum_{k=0}^N (u(k) - u_{ss})^2$	Integral de la salida de control cuadrática
TVU	$J_{e1} = \sum_{k=0}^N  u_k - u_{k-1} $	Integral de la variación total de control
T <sub>s</sub>	SSV = 2%	Tiempo de asentamiento

### 3.7.5 Análisis de robustez del controlador diseñado.

En la Tabla 3.4 se detallan los parámetros de configuración del sistema de control aplicados al controlador GPC multivariable en la planta de OI. Dichos parámetros están diseñados para generar una respuesta específica, tal como se ilustra en la Figura 3.16, considerando una referencia de flujo de permeado de  $250 \text{ m}^3/h$  y una referencia de conductividad de  $350 \mu S/cm$ . El flujo se utiliza como indicador cuantitativo del permeado, mientras que la conductividad actúa como indicador cualitativo del mismo.

**Tabla 3.4**

*Resultados de los parámetros de controlador GPC.*

<b>Controlador</b>	<b>HP</b>	<b>HC</b>	<b>R</b>	<b>Q</b>	<b><math>\alpha</math></b>
GPC MIMO	15	3	$R_1=2 \times 10^3$ $R_2=10$	$Q_1=4$ $Q_2=6$	$\alpha_1=0.9$ $\alpha_2=0.95$

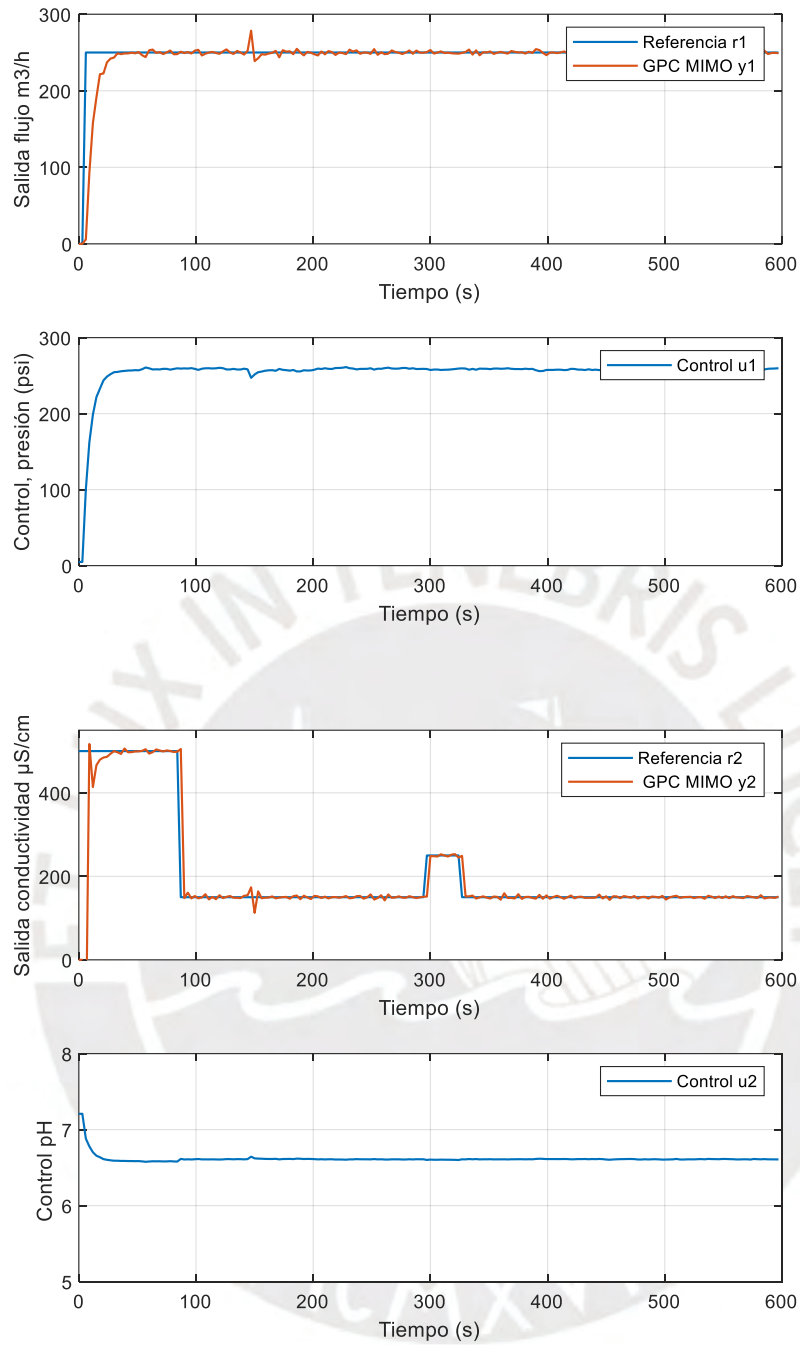


Figura 3.16. Representación de la respuesta temporal del controlador GPC.

Fuente elaboración propia.

**Tabla 3.5**

Resultados de la evaluación de desempeño del controlador.

Variable controlada	IAE	ISU	$T_s(2\%)$
Flujo	1041.80	$37.428 \times 10^9$	$\approx 15 \text{ seg}$
Conductividad	2016.43	$47.49 \times 10^6$	$\approx 10 \text{ seg}$

Se observa que los índices de desempeño varían a lo largo del tiempo, como se puede ver en la Figura 3.17 y Figura 3.17. Al comienzo de la simulación, se detecta un error significativo, que se va reduciendo de manera progresiva hasta desaparecer al alcanzar el final de la trayectoria de referencia, logrando de este modo el objetivo del control. Los tiempos de establecimiento de los índices coinciden con los de las respuestas del controlador.

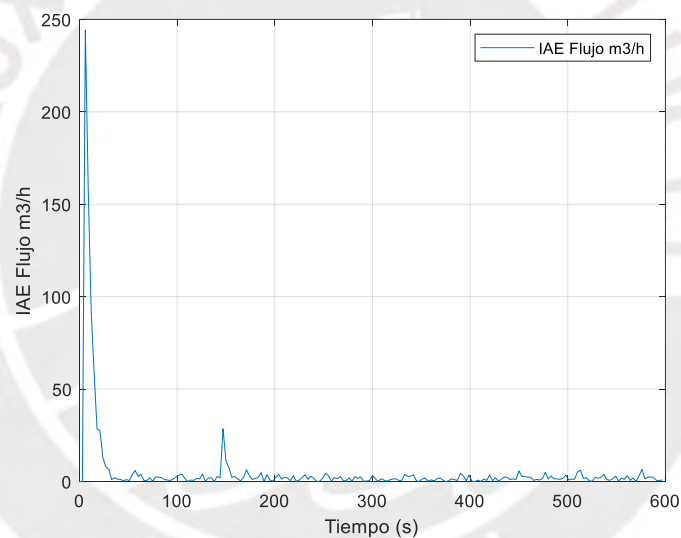


Figura 3.17. Índices de desempeño IAE de flujo.

Fuente elaboración propia.

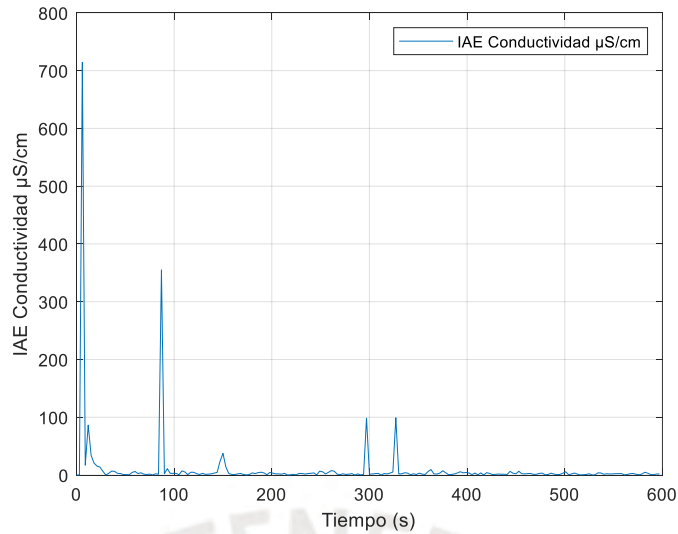


Figura 3.18. Índices de desempeño IAE de conductividad.

Fuente elaboración propia.

### 3.7.6 Comparación GPC vs DMC vs PID.

Al analizar las respuestas del sistema bajo el control de los algoritmos GPC y DMC, se observa que el controlador GPC demuestra un rendimiento claramente superior al DMC. Esto se evidencia tanto en la rapidez del tiempo de establecimiento de la variable de conductividad como en el esfuerzo aplicado al control. En particular, se nota que las señales de control del pH muestran picos más pronunciados cuando se utiliza el DMC. Este aumento en el esfuerzo de control suele traducirse en sobreimpulsos o en oscilaciones más notables en la respuesta del sistema.

Por otro lado, los resultados obtenidos al comparar los controladores GPC con los controladores PID, implementados de manera desacoplada, indican que los PID presentan un rendimiento menos eficaz. Las respuestas temporales del controlador PID muestran un tiempo de establecimiento más prolongado. Además, como se detalla en la Tabla 3.6, los índices de desempeño dejan en evidencia el carácter oscilatorio de las respuestas generadas por el controlador DMC, que aunque logra alcanzar la referencia en un tiempo aceptable, acumula una mayor cantidad de errores en comparación con el controlador GPC.

**Tabla 3.6**

Comparación de los índices de desempeño entre GPC, DMC y PID.

Controlador	Variable controlada	IAE	ISU	$T_s(2\%)$
GPC	Flujo	441.99	$30.64 \times 10^9$	$\approx 45$
GPC	Conductividad	733.16	$11.24 \times 10^4$	$\approx 10$
DMC	Flujo	1210.24	$30.22 \times 10^9$	$\approx 45$
DMC	Conductividad	1435.75	$11.14 \times 10^4$	$\approx 25$
PID	Flujo	3224.50	$27.40 \times 10^9$	$\approx 150$
PID	Conductividad	1297.73	$11.09 \times 10^4$	$\approx 35$

La Figura 3.19 y Figura 3.20 presentan las respuestas temporales para la variable flujo y la Figura 3.21 y Figura 3.22 representan las respuestas temporales de la variable conductividad.

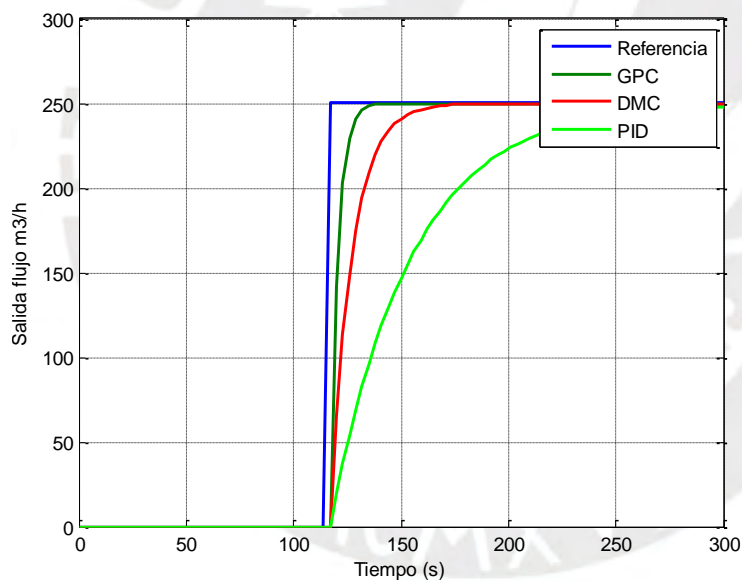


Figura 3.19. Comparativo de GPC vs DMC vs PID para la variable de flujo.

Fuente elaboración propia.

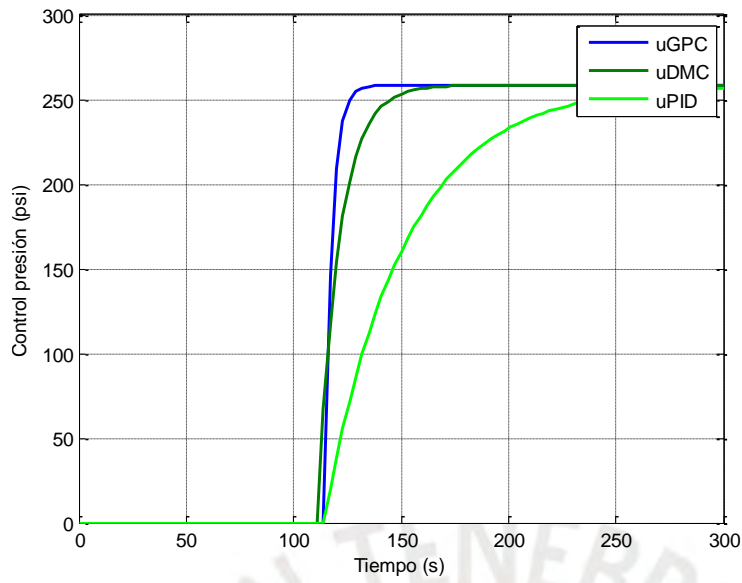


Figura 3.20. Comparativo de GPC vs DMC vs PID de la señal de control de la presión.

Fuente elaboración propia.

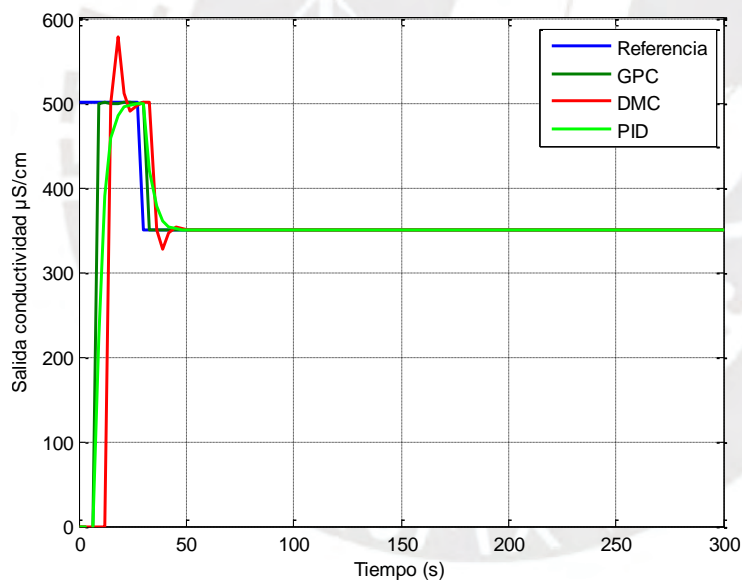


Figura 3.21. Comparativo de GPC vs DMC vs PID para la variable de la conductividad.

Fuente elaboración propia.

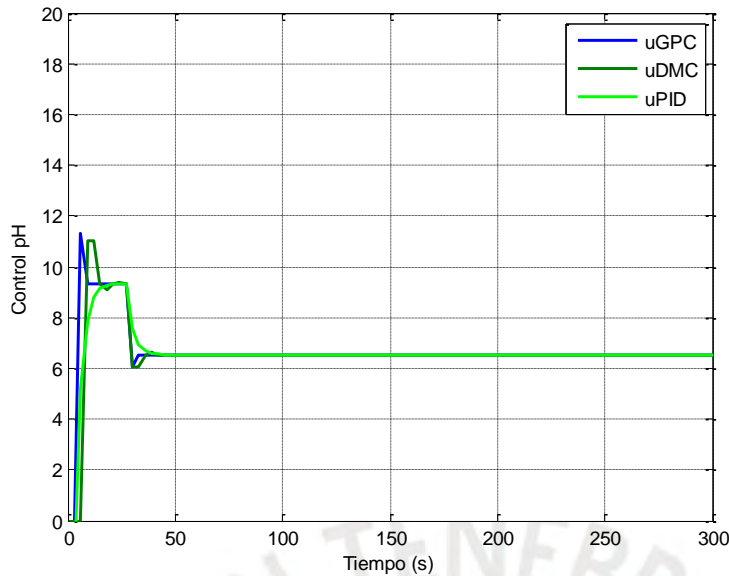


Figura 3.22. Comparativo de GPC vs DMC vs PID de la señal de control de pH.

Fuente elaboración propia.

### 3.7.7 Evaluación de los resultados obtenidos.

Se realizó un análisis comparativo del rendimiento del controlador GPC MIMO. Los resultados mostraron que el tiempo de estabilización del sistema, al emplear este controlador, mejoró en un 30% para la variable de flujo y en un 50% para la variable de conductividad, como se detalla en la Tabla 3.2. Además, las respuestas y señales de control se mantuvieron dentro de los límites previamente definidos para ambos casos.

El desempeño del controlador GPC MIMO también fue evaluado en comparación con un controlador PID. Los resultados indicaron que el controlador GPC MIMO fue un 90% más rápido en la respuesta de la variable de flujo y un 30% más eficiente en la variable de conductividad. No obstante, se identificó un sobreimpulso no deseado en la señal de control de pH, conforme a los criterios de control establecidos.

Asimismo, se efectuó una comparación entre el controlador GPC y el controlador predictivo avanzado DMC. Cabe señalar que los controladores DMC se basan en modelos de respuesta al escalón. Al analizar la variable de flujo, ambos controladores mostraron tiempos

de establecimiento similares, aunque el DMC presentó un aumento en la suma de errores absolutos (IAE). En cuanto a la variable de conductividad, el DMC exhibió un desempeño un 60% más lento, además de un sobreimpulso notable en la conductividad y en la señal de control de pH.

### **3.8 Conclusiones parciales**

- Se han establecido los fundamentos del sistema de control avanzando que fue utilizado.
- Se ha presentado los conceptos del control predictivo MPC, DMC y GPC.
- Se ha diseñado el controlador predictivo generalizado GPC de la planta de OI de un sistema MIMO.
- Se han presentado los resultados del controlador predictivo generalizado GPC del sistema MIMO.
- Se ha analizado la estabilidad del controlador GPC con la evaluación de los polos del sistema que resultaron dentro del círculo unitario.
- Se ha analizado la estabilidad del controlador GPC con el análisis del lugar de las raíces y observando que el sistema es estable.
- Se ha analizado el criterio de la evolución de la función de Lyapunov para las salidas, encontrado que decrezcan en el tiempo, lo que evidencia la estabilidad del sistema en lazo cerrado.
- Se ha evaluado la robustez del controlador predictivo generalizado GPC mediante la variación de los parámetros R y Q.
- Se ha realizado la comparación de los controladores GPC, DMC y PID de la planta de OI.

## Capítulo IV

### Propuesta para la Implementación Práctica del Sistema del Control de la Ósmosis Inversa en la Planta de Agua Ácida

#### 4.1 Introducción

En este capítulo se presenta una propuesta detallada para la implementación práctica del controlador diseñado para la planta de OI de la planta de tratamiento de agua ácida. El objetivo es proporcionar una guía completa sobre cómo integrar y operar el sistema de control en un entorno real, asegurando que se cumplan los parámetros de operación necesarios para un tratamiento de agua eficiente y seguro.

Primero, se describirán los equipos que integran la planta de tratamiento de agua ácida, proporcionando una visión general de los componentes críticos y su disposición dentro del sistema. Esta descripción incluirá tanto los aspectos mecánicos como los eléctricos y electrónicos de la planta, destacando la importancia de cada elemento en el proceso de tratamiento del agua.

A continuación, se detallará el hardware requerido para el sistema de control. Esta sección cubrirá los controladores lógicos programables (PLC), sensores, actuadores, y otros dispositivos necesarios para la implementación efectiva del sistema de control. Se discutirán las especificaciones técnicas, la instalación, y la integración de estos componentes en la infraestructura existente de la planta.

Finalmente, se presentará el algoritmo de control. Esta sección describirá el diseño y la lógica detrás del algoritmo, explicando cómo se toman las decisiones de control en función de los datos proporcionados de los sensores y cómo se ajustan los actuadores para asegurar que el proceso se mantenga dentro de los valores deseados. Se incluirá los diagramas de flujo para ilustrar el funcionamiento del algoritmo y facilitar su comprensión e implementación.

## 4.2 Propuesta para la implementación práctica del controlador desarrollado

Descripción de la planta de OI de la planta de tratamiento de agua de la unidad minera de producción de oro. En la Figura 4.1, se muestra el diagrama de proceso de la planta.

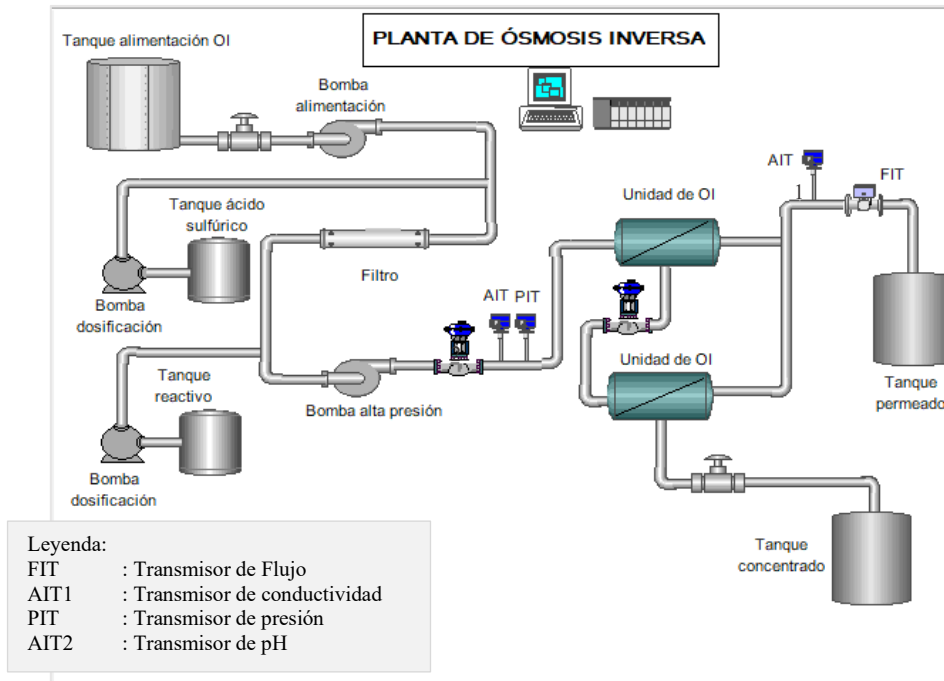


Figura 4.1. Esquema del diagrama de proceso de la OI de la propuesta.

Fuente de elaboración propia.

Se detallan los componentes que conforman la planta de OI y el modo en que cada uno de ellos opera:

- 1) El tanque de alimentación a OI de agua ácida presenta una capacidad de 550 m<sup>3</sup>.
- 2) Las bombas de alimentación que suministran presión a la planta de OI están diseñadas como un sistema redundante: una bomba está en funcionamiento mientras la otra permanece en espera. Estas bombas son del tipo centrífugo horizontal de una sola etapa, fabricadas por la marca Goulds. El modelo específico es el 3196 8x10-16Hi-17. A continuación, se detallan sus características:
  - Bridas: La bomba tiene bridas de 10" en la succión y 8" en la descarga.

- Impulsor: El impulsor está hecho de acero inoxidable 316 (316SS) y tiene un diámetro de 378 mm.
  - Caudal: La capacidad de caudal de la bomba es de 741 m<sup>3</sup>/h a una presión de 21 m.
  - Características eléctricas: Funciona con un voltaje de 460VAC/3PH/60Hz a 1200 rpm y tiene una potencia de 100 HP.
  - Altitud de operación: Está diseñada para operar a una altitud de 4100 msnm.
- 3) Como primer elemento de esta etapa, se utilizan filtros de cartucho de alto flujo. Estos filtros están compuestos al 100% de microfibras de polipropileno reticuladas en una estructura de poros bloqueados. Están específicamente diseñados para separar partículas de corrientes de líquidos de alto flujo. Tienen un diámetro de 8" para cartuchos de 6.75"x60". Su capacidad nominal es de 5 micrones.
- 4) Sistema de dosificación de ácido sulfúrico, en esta etapa, se emplea un tanque y bombas dosificadoras de ácido sulfúrico al 98% de concentración. Estas bombas tienen la función de dosificar el ácido según los requerimientos de pH de la solución que se suministra a las membranas. A continuación, se detallan las características de este sistema:
- Marca y modelo: Las bombas dosificadoras pertenecen a la marca Doseuro, con el modelo D-050N-30.
  - Caudal: Cada bomba suministra un caudal de 8.74 l/h.
  - Presión de operación: La presión de operación es de 0.34 bar.
  - Variable manipulada: El pH es la variable que se controla y ajusta mediante estas bombas dosificadoras.
- 5) Sistema de dosificación de antiescalante, en esta etapa, se utiliza un tanque y una bomba dosificadora de antiescalante. El antiescalante previene que las sales presentes en el

agua se concentren sobre las membranas de OI. A continuación, detallamos las características de este sistema:

- Marca y modelo de la bomba dosificadora: La bomba dosificadora es de la marca Grundfos, con el modelo DME 375-10 AR L2217.
  - Caudal: La bomba suministra un caudal constante de 1.3 l/h.
  - Presión de operación: Trabaja a una presión de 3 bar.
- 6) La bomba de acero inoxidable de alta presión marca Goulds, modelo 3355 ES 5x6-11B, es un componente crucial en sistemas que requieren presiones elevadas, como la OI, servicios de ducha, alimentación de calderas y más. Permíteme proporcionarte detalles sobre esta bomba:
- Presión máxima: La bomba puede generar una presión máxima de 17.1 bar.
  - Bridas: Tiene bridas de 6" en la succión y 5" en la descarga.
  - Impulsor: El impulsor fabricado en acero inoxidable 316SS, con un diámetro de 240 mm.
  - Caudal: Puede manejar un caudal de 247 m<sup>3</sup>/h a una presión de 175 m.
  - Características eléctricas:
    - Voltaje: 460VAC/3PH/60Hz.
    - Velocidad: 3600 rpm.
    - Potencia: 300 HP.
  - Altitud de Operación: Diseñada para operar a una altitud de 4100 msnm.
  - Variador de Velocidad: Permite ajustar la presión mediante control de velocidad.

La Figura 4.2, muestra esta bomba de alta presión en el sistema de OI.

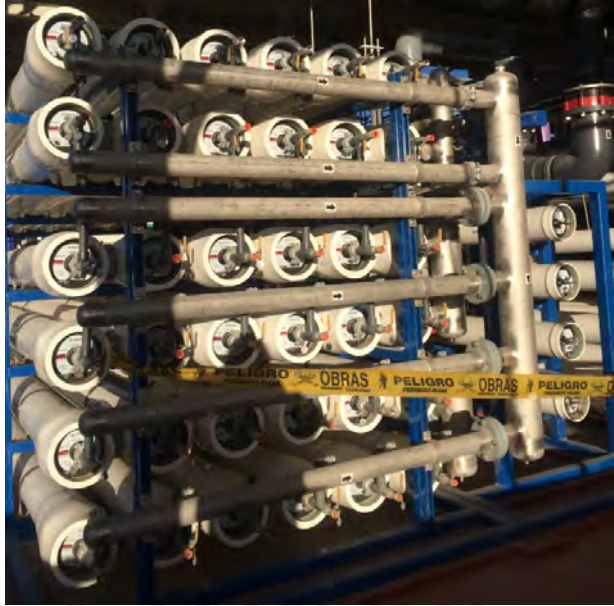


*Figura 4.2.* Bombas de alta presión.

Tomado de Goulds Pumps (2012).

- 7) El flujo se dirige a los contenedores que alojan las membranas de OI, específicamente de la marca Codeline, modelo 80H45-62G4G6G8G. Estas membranas, fabricadas con poliamida y dispuestas en una configuración de tipo espiral, son capaces de operar a una presión máxima de 450 psi. En la Figura 4.3 se pueden observar los contenedores que albergan dichas membranas en la planta de OI.
- 8) Contenedores de membranas de OI, el flujo de agua ingresa a los contenedores de membranas de la marca Codeline, modelo 80H45-62G4G6G8G. Estas membranas de OI están fabricadas con poliamida y tienen una estructura en forma de espiral. A continuación, se describen en detalle sus características:
  - Material: Las membranas están hechas de poliamida, un material semipermeable que permite el paso selectivo de moléculas de agua mientras retiene sales disueltas, compuestos orgánicos y bacterias.
  - Presión máxima: Pueden operar a una presión máxima de hasta 450 psi.

La Figura 4.3, muestra los contenedores que albergan estas membranas en la planta de OI.



*Figura 4.3.* Contenedor de membranas.

Tomado de Dupont (2022).

9) Almacenamiento de permeado y lodos, después del proceso de OI, el flujo se descarga en dos tipos de tanques de almacenamiento:

- Tanque de almacenamiento de permeado: Este tanque tiene una capacidad de 50 m<sup>3</sup> y almacena el agua purificada (permeado) producida por el sistema de OI.
- Tanque de almacenamiento de lodos: Este tanque tiene una capacidad de 100 m<sup>3</sup> y almacena los lodos o concentrados resultantes del proceso de OI.

Las tuberías que transportan el agua dentro del proceso están equipadas con válvulas proporcionales, lo que significa que existen varias opciones para controlar el proceso.

En cuanto a los instrumentos y válvulas de control, se dispone de una variedad de dispositivos de la marca Rosemount. Algunos de los elementos disponibles son:

- Manómetros: Estos dispositivos miden la presión en sistemas y procesos industriales. Proporcionan información esencial para el monitoreo y control.
- Sensores/transmisores de pH: Los sensores de pH miden la alcalinidad o acidez de una solución. Los transmisores de pH envían esta información a sistemas de control para ajustar las condiciones según sea necesario.

- Sensores de temperatura: Estos dispositivos registran la temperatura ambiente o de procesos. Son fundamentales para el control térmico y la seguridad.
- Sensores de presión: Estos dispositivos miden la fuerza ejercida por un fluido. Se utilizan en aplicaciones como monitoreo de tanques, tuberías y sistemas de bombeo.
- Sensores de flujo: Estos dispositivos detectan la velocidad del flujo de líquidos o gases. Son esenciales para medir caudales y optimizar procesos.
- Sensores de conductividad: La conductividad eléctrica de un líquido está relacionada con su concentración de iones. Los sensores de conductividad se emplean en diversas aplicaciones como el control de calidad del agua y procesos químicos.

### 4.3 Hardware del sistema de control

Para la implementación práctica del sistema de control GPC, se ha optado por utilizar un controlador lógico programable (PLC) proporcionado por Rockwell Automation. Se ha elegido específicamente el procesador 1756-L74, perteneciente a la familia Allen Bradley ControlLogix. Este PLC está optimizado para entornos industriales y ofrece una amplia variedad de funciones tanto de control como de comunicación.

Detalles sobre el PLC 1756-L74 ControlLogix:

- Este controlador tiene una capacidad de memoria de 16 MB.
- Ofrece comunicación a través de Ethernet IP y Devicenet.
- Es altamente versátil y se puede programar para implementar algoritmos de control, como el GPC (Generalized Predictive Control).

El PLC es el cerebro del sistema de control y permite coordinar todas las operaciones en la planta de OI. Su programación se realiza para optimizar el rendimiento, monitorear variables críticas y garantizar un funcionamiento seguro y eficiente. La Figura 4.4, muestra este PLC en la planta.



Figura 4.4. Controlador lógico programable.

Tomado de *Rockwell Automation* (2023).

También se propone utilizar una computadora portátil (PC) como SCADA para visualizar, controlar y adquirir los datos de la planta de OI.

Software del sistema de control

El sistema de control de la planta de OI dispondrá de los siguientes softwares:

- El PLC ControlLogix se programa con el Studio5000 versión 32.02.00
- El SCADA se diseña con el FactoryTalk View Studio versión 09.00.00

#### 4.4 Algoritmo de control

Descripción funcional del PLC

Medición en la línea de alimentación a la planta de OI:

- Se mide y se transmite las señales de presión. El PLC procesa esta información y establece señales de control para regular la bomba de alta presión.
- Se mide y se transmite las señales de pH. El PLC procesa esta información y establece señales de control para regular la bomba dosificadora de ácido sulfúrico.

Medición en la línea de descarga de la planta de OI:

- Se mide y se transmite las señales de flujo. El PLC procesa estos valores para controlar el flujo de descarga en la línea de alimentación hacia el tanque de permeado.

- Se mide y se transmite las señales de conductividad. El PLC procesa estos valores para controlar la conductividad de descarga en la línea de alimentación hacia el tanque de permeado.

En la Figura 4.5 se muestra el diagrama funcional del sistema de control propuesto.

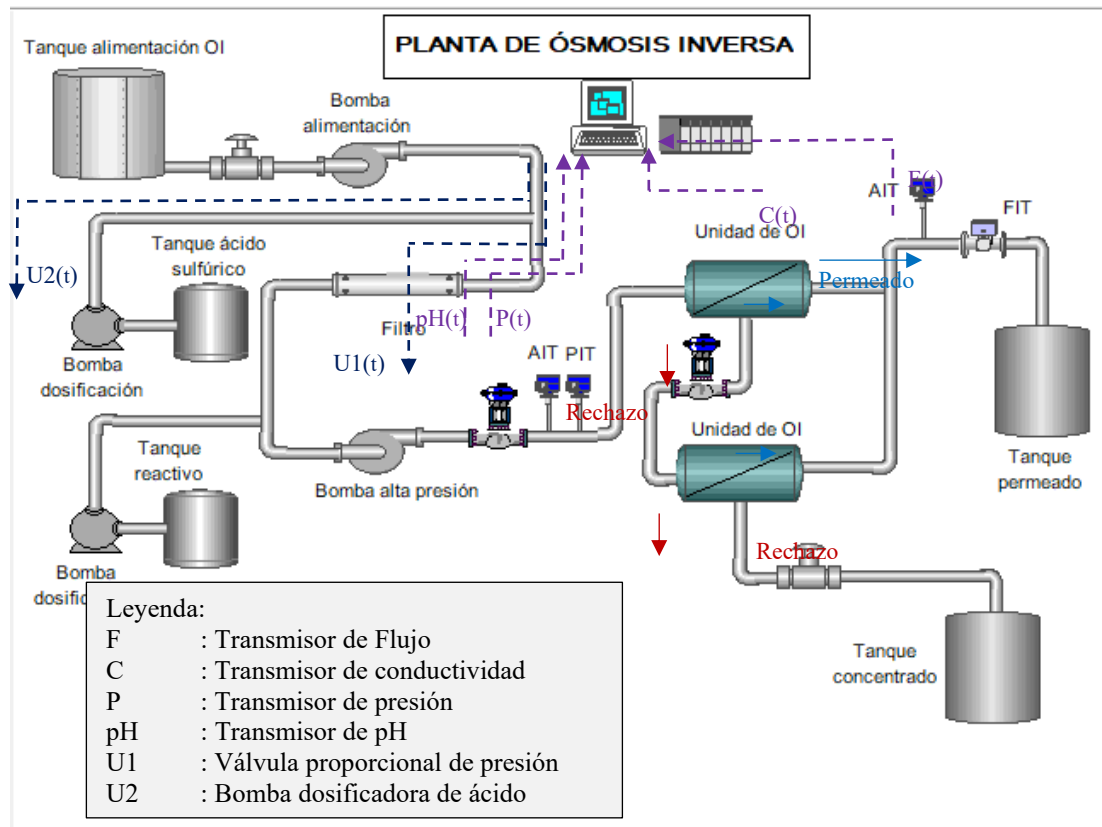


Figura 4.5. Esquema del diagrama de proceso de la instalación.

Fuente elaboración propia.

El PLC permite la programación en los cinco lenguajes definidos por el estándar IEC 1131-3. Los lenguajes permitidos son:

- Esquema de contactos o diagrama de tipo escalera (LD).
- Texto estructurado (ST).
- Esquema básico de funciones (FBD).
- Lista de instrucciones (IL).
- Esquema secuencial de funciones (SFC).

La implementación del sistema de control se realizó utilizando el software Studio5000, eligiendo el texto estructurado por su eficacia en gestionar instrucciones complejas y realizar cálculos detallados. En la Figura 4.5 se puede ver el diagrama de proceso de la planta de OI.

se implementó como parte de una tarea denominada Controlador\_GPC, la cual tiene la más alta prioridad de ejecución y se ejecuta cada 3 segundos, siguiendo los criterios de diseño definidos en el Capítulo 3. Esta tarea incluye las siguientes rutinas específicas:

- Principal, en texto estructurado: Esta rutina principal controla la ejecución del programa, invocando subrutinas según sea necesario. Se encarga de definir las variables, incluyendo los parámetros de control, y calcula la señal de control utilizando los resultados obtenidos de las subrutinas.

- Inicia\_Variables, en texto estructurado: Esta rutina se encarga de la declaración y la inicialización de las variables necesarias para el funcionamiento del programa. Define la ganancia y las matrices que componen la dinámica y el modelo de la unidad, así como otras variables auxiliares, que se configuran inicialmente con un valor de cero.

- Trayectoria\_Referencia, en texto estructurado: Su función principal es calcular la trayectoria de referencia con base en el horizonte de predicción  $N_2$ . Esta rutina es llamada desde la rutina principal mediante un bucle FOR. Entre los parámetros de entrada se incluyen la variable lambda  $\lambda$ , la trayectoria previa y la referencia del sistema. La Figura 4.6 se puede ver la configuración del programa del PLC utilizando Studio5000.

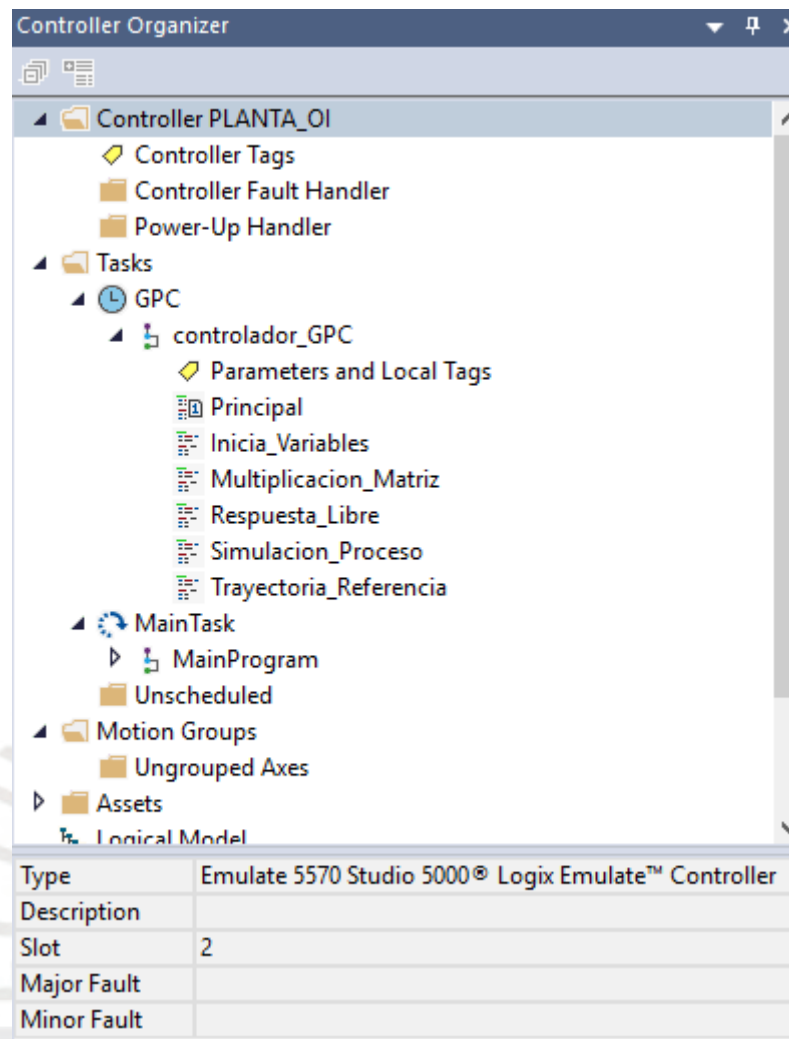


Figura 4.6. Esquema de la estructura del programa utilizando Studio 5000 para PLC.

Fuente elaboración propia.

- Respuesta\_Libre, Esta rutina se encarga de calcular la respuesta libre del sistema, empleando el modelo que se definió previamente. Además, se ejecuta junto a la rutina principal y una subrutina específica que controla la multiplicación de matrices, un paso esencial para determinar cómo responde dinámicamente el sistema.

- Multiplicacion\_Matriz, Esta función está diseñada para realizar la multiplicación de matrices, tomando como parámetros de entrada las matrices involucradas. Estos parámetros pueden ser solicitados y procesados de manera dinámica por otras subrutinas, facilitando así su integración con otros cálculos.

- Simulación\_Proceso, En esta etapa, se lleva a cabo una simulación que incorpora las funciones de transferencia asociadas con la planta de OI, las cuales se han discretizado siguiendo las pautas de diseño expuestas en el capítulo anterior.

Utilizando el software RsLogixEmulate5000 y considerando los valores que se especifican en la Tabla 3.1, junto con el procedimiento detallado en la Sección 3.5, se obtuvieron los resultados que se puede ver en la Figura 4.7, mostrando una fuerte concordancia con los resultados obtenidos mediante la simulación en Matlab.

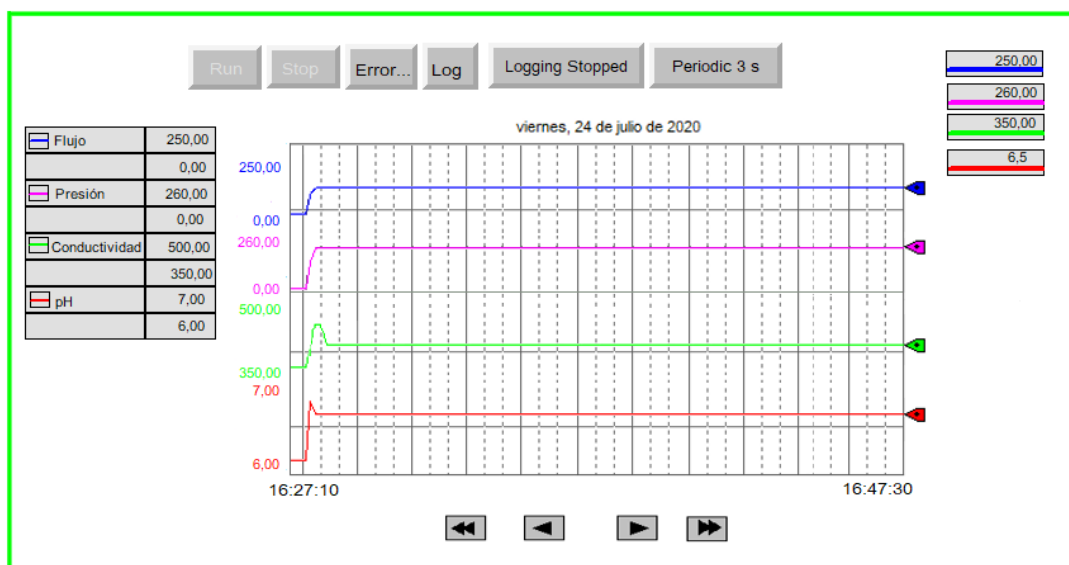


Figura 4.7. Resultado del control GPC en el PLC.

Fuente elaboración propia.

Para el diseño del SCADA de la planta de ósmosis inversa, se utilizó FactoryTalk View Studio. Este software, desarrollado por Rockwell Automation, se integra eficazmente con Studio5000, lo que permite una conexión fluida. Se creó un gráfico que representa la planta, el cual se enlazó con las etiquetas usadas en la programación del controlador mediante Studio5000. La Figura 4.8 se puede ver el SCADA de la planta de OI en funcionamiento.

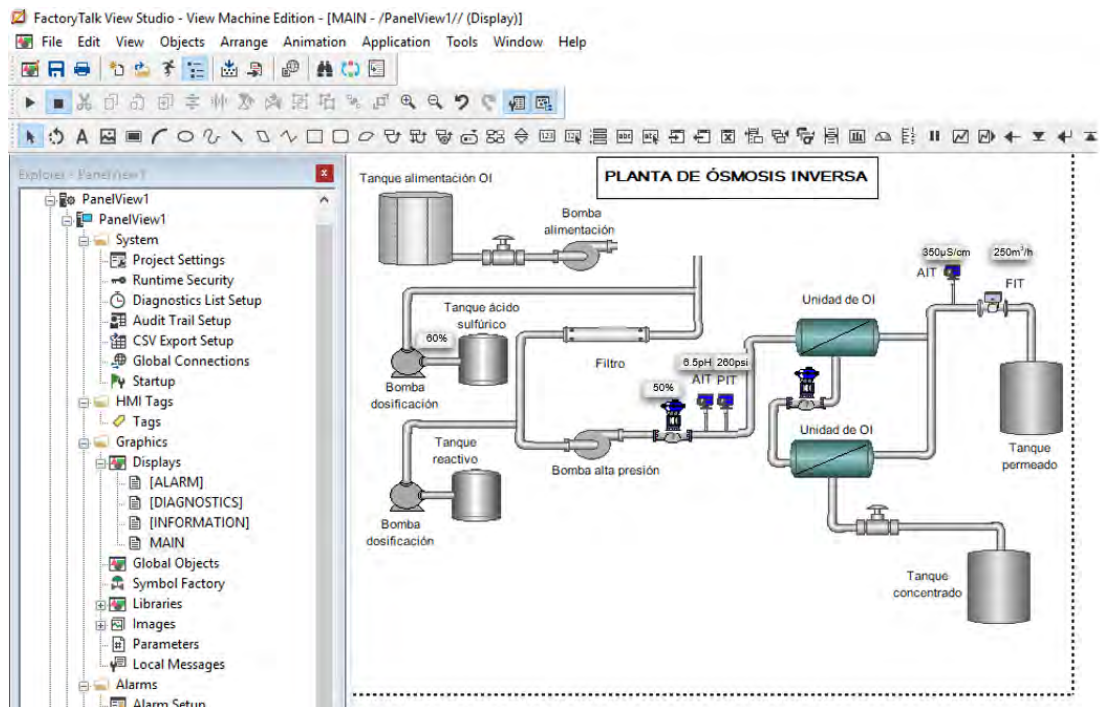


Figura 4.8. Representación del SCADA de la planta.

Fuente elaboración propia.

#### 4.5 Diagrama de flujo del algoritmo utilizado en el sistema de control

La Figura 4.9 ilustra el diagrama de flujo correspondiente al algoritmo de control del controlador GPC aplicado en la planta de OI.

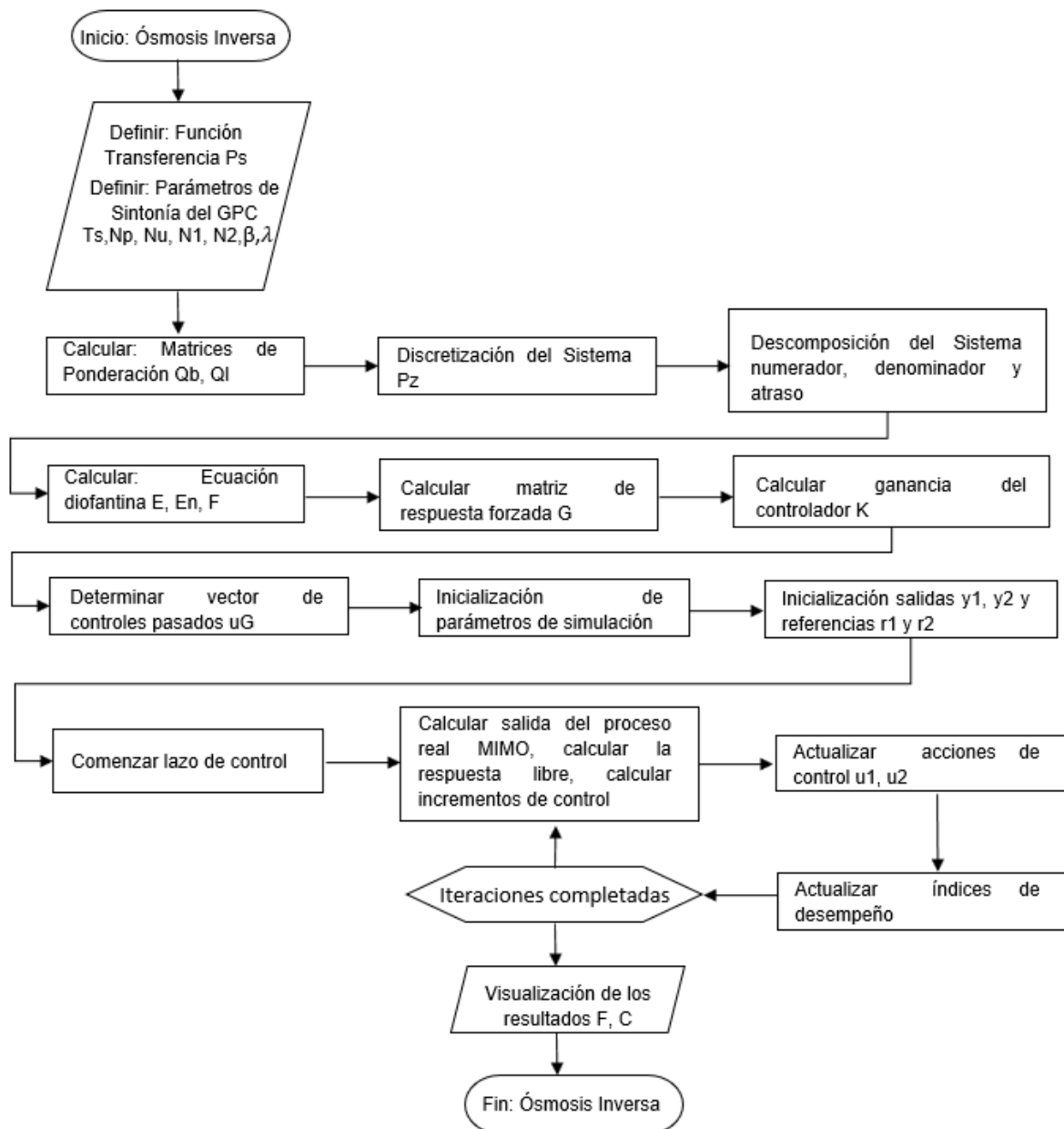


Figura 4.9. Representación del diagrama de flujo del algoritmo del controlador.

Fuente elaboración propia.

#### 4.6 Conclusiones parciales

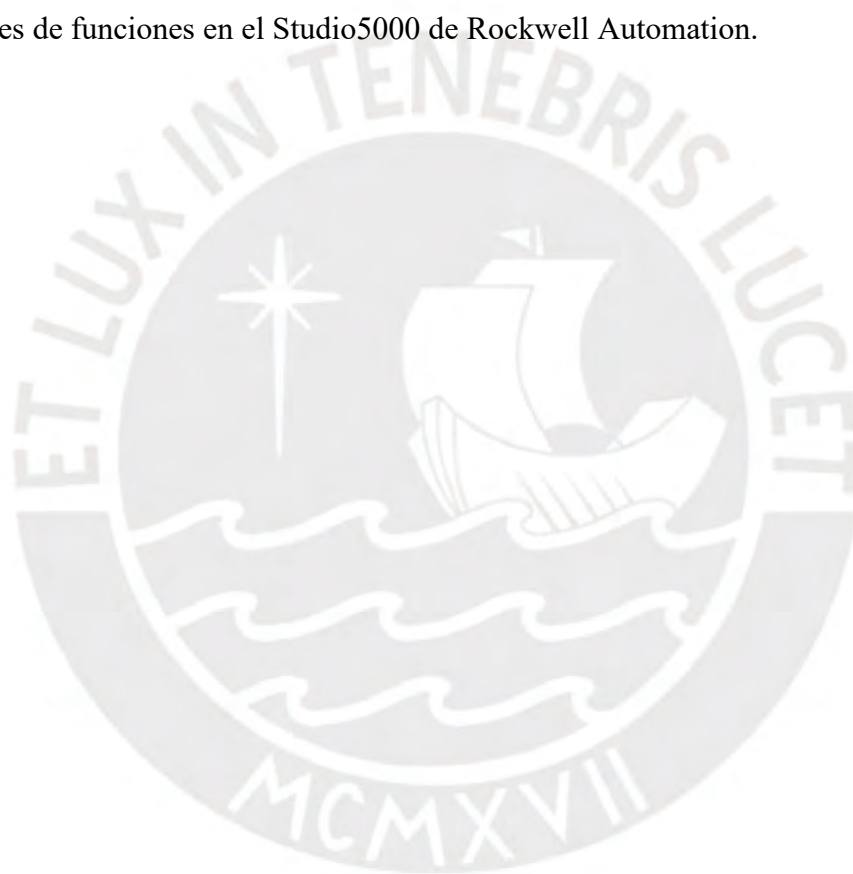
- Se describió los elementos de la planta de OI de la planta de tratamiento de agua ácida a implementar.
- Se describió el hardware y el software del sistema de control de la planta de OI a implementar.
- Se desarrolló el algoritmo de control específico para la planta de OI a implementar.

## Conclusiones Generales

- Se desarrolló el controlador GPC para la planta de ósmosis inversa de comportamiento dinámico en la planta de tratamiento de agua ácidas, empleando técnicas de control predictivo, a fin de mejorar la eficiencia y cumpliendo con los requerimientos de los parámetros de calidad de agua.
- Se obtuvo el modelo matemático que caracteriza el comportamiento dinámico de la planta de ósmosis inversa, para lo cual se determinaron las variables manipuladas de presión y pH, asimismo, las variables controladas de flujo y conductividad del permeado; además, mediante técnicas de identificación se obtuvo un modelo matemático en estudio tipo ARMAX 222, cual fue validado con resultados de FIT mayores a 80% con resultados satisfactorios.
- Se diseñó un controlador utilizando el control predictivo generalizado GPC multivariable, lo que resultó en mejoras significativas en la respuesta del sistema de control de la planta. Los resultados obtenidos demostraron una dinámica favorable en el tratamiento de agua ácida.
- Se realizó la comparación de los controladores PID, DMC y GPC de la unidad de ósmosis inversa, en donde los resultados fueron ventajosos usar un controlador GPC dado que los índices de estimación son menores comparados con un control predictivo DMC y PID.
- Se realizó una propuesta de implementación del sistema de control de la unidad de ósmosis inversa de la planta de tratamiento de agua ácida, describiendo cada uno de los componentes de hardware y software para ser implementado en la propuesta.

### **Recomendaciones**

- Estudiar el comportamiento del sistema de control con variador de velocidad para alimentación de agua ácida a alta presión a la unidad de ósmosis inversa.
- Comparar el controlador GPC multivariables estudiado con Pavilion8<sup>®</sup> MPC Solutions software de Rockwell Automation el comportamiento de las respuestas en la dinámica del proceso multivariable.
- Implementar y comparar el algoritmo de control del diseño con el control avanzado de bloques de funciones en el Studio5000 de Rockwell Automation.



## Bibliografía

- Abbas, A. (2006). Model predictive control of a reverse osmosis desalination unit. *Desalination*, 194(1-3), 268-280.
- Acedo, J. (2006). *Instrumentación y control básico de procesos*. Primera Edición, Díaz de Santos, España.
- Adriano, L. (2015). *Estudio de automatización del sistema de control de cloración para el proceso de potabilización de agua de la planta Jundul Huancabamba- Piura*. (Tesis de Pregrado). Universidad Nacional de Piura, Piura. Obtenido de <http://repositorio.unp.edu.pe/handle/UNP/782>
- Alatiqi, I., Ettouney, H., & El-Dessouky, H. (1999). Process control in water desalination industry. *Desalination*, 126(1-3), 15-32.
- Alatiqi, I., Ghabris, A., & Ebrahim, S. (1989). System identification and control of reverse osmosis desalination. *Desalination*, 75, 119-140.
- Ali, M. A., H., Ajbar, A., Ali, E., & Alhumaizi, K. (2010). Robust model-based control of a tubular reverse-osmosis desalination unit. *Desalination*, 255(1-3), 129-136.
- Assef, J., Wattersv, J., Deshpande, P., & Alatiqi, I. (1997). Advanced control of a reverse osmosis desalination unit. *Journal of Process Control*, 7(4), 283-289.
- Åström, K. J., & Wittenmark, B. (2013). *Computer-controlled systems: theory and design*. Courier Corporation.
- Astrom, K., & Wittenmark, B. (1984). *Computer Controlled Systems. Theory and Design*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- Baird, R., Eaton, A., & Rice, E. (2017). *Standard Methods for the Examination of Water and Wastewater*. Washington: American Public Health Assn.
- BAKER, R. (2012). *Membrane Technology and Applications*. California: Wiley.
- Bartman, A., McFall, C., Christofides, P., & Cohen, Y. (2009). Model-predictive control of feed flow reversal in a reverse osmosis desalination process. *Journal of Process Control*, 19(3), 433-442.
- Behar, A., & Martínez, M. (2003). Identificación y control adaptativo. *Pearson Education, SA Madrid*.
- Benavides, J. (2012). Diseño de planta de tratamiento de agua de osmosis inversa para la empresa Dober Osmotech de Colombia Ltda. *Diseño de planta de tratamiento de agua de osmosis inversa para la empresa Dober Osmotech de Colombia Ltda*. Universidad Autónoma de Occidente, Colombia.
- Bevilacqua, A. (1996). Calibration and Performance of a Conductivity System to Meet USP 23. *Ultrapure water*, 13(8), 25-34.
- Burden, A., Deshpande, P., & Watters, J. (2001). Advanced process control of a B-9 Permasep® permeator desalination pilot plant. *Desalination*, 133(3), 271-283.
- Camacho, E., & Bordons, C. (2012). *Model predictive control*. second edition, Springer, London, UK.

- Chen, J., & Gu, G. (2000). *Control-oriented system identification: an H [infinity]* (Vol. 19). Wiley-Interscience.
- Clarke, D., & Gawthrop, P. (1989). Properties of Generalized Predictive Control. *Automatica*, 25(6):859–875.
- Clarke, D., Mohtadi, C., & Tuffs, P. (1987). Generalized predictive control—Part I The basic algorithm. *Automatica*, 23(2), 137-148.
- Cortés, F., Janna, F., Velez, F., & Chejne, D. (2010). Operación óptima de desalación de agua por ósmosis inversa. *Ingeniería Química*, -: 202-219.
- Creus, A. (2010). *Instrumentación industrial*. Octava edición, Marcombo, S.A., Barcelona.
- Cuaspu, L., & Vallejos, J. (2016). *Diseño e implementación del sistema de automatización de la planta de tratamiento de agua Los Álamos y sus tanques de distribución*. (Tesis de Pregrado). Escuela Politécnica Nacional, Quito. Obtenido de <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/16317>
- Cuenca-Tinitana, J., & Rivas Perez, R. (2012). Desarrollo de un sistema de control predictivo para la distribución de agua en un tramo de un canal principal de riego. *Revista Estudios Universitarios Universidad Nacional de Loja*, 119-130.
- De Keyser, R., Van de Velde, P., & Dumortier, F. (1988). A Comparative Study of Self-adaptive Long-range Predictive Control Methods. *Automatica*, 24(2):149–163.
- Dorf, R., & Bishop, R. (2011). *Modern Control System*. Twelfth edition, Prentice Hall, New Jersey.
- El\_Peruano. (19 de diciembre de 2015). Modifican los estándares nacionales de calidad ambiental para agua y establecen disposiciones complementarias para su aplicación. *Normas legales*, pág. 7.
- Farro, H., & Esquerre, E. (2017). *Diseño de un Sistema de Supervisión y Control para la Planta de Tratamiento de Agua en la Empresa UCP BACKUS & JOHNSTON S.A.A. Planta Motupe*. (Tesis de Pregrado). Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, Lambayeque. Obtenido de <http://repositorio.unprg.edu.pe/handle/UNPRG/987>
- Feliu-Batlle, V., Rivas-Perez, R., & Castillo-García, F. (2013). Simple fractional order controller combined with a Smith predictor for temperature control in a steel slab reheating furnace. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 11(3), 533-544.
- Gambier, A. (2011). Control of a Reverse Osmosis plant by using a robust PID design based on multi-objective optimization. *In 2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, (pp. 7045-7050).
- Gambier, A., Miksch, T., & Badreddin, E. (2009). A reverse osmosis laboratory plant for experimenting with fault-tolerant control. *American Control Conference*, (pp. 3775-3780).
- Gambier, A., Wellenreuther, A., & Badreddin, E. (2006). Optimal control of a reverse osmosis desalination plant using multi-objective optimization. *International Conference on Control Applications*, (pp. 1368-1373).

- García , B., Arnal , J., Giménez , A., & Sancho , M. (2016). VALORIZACIÓN DE MÓDULOS DE MEMBRANA DE ÓSMOSIS INVERSA RETIRADOS DE UNA PLANTA DE DESALACIÓN. *DISEÑO DE LA INSTALACIÓN*.
- García-Gabín, W., Camacho, E., & Zambrano, D. (2002). Multivariable Model Predictive Control of Process with Unstable Transmission Zeros. *In American Control Conference*. AK: Anchorage.
- Guin, K., Mi, N., & Perez, R. (1988). Adaptive control of a time delay plant using a searchless model reference self-tuning system. *Automation and Remote Control*, 49(12), 1620-1627.
- Guizard, C. (1999). *Clasificación de membranas*. Venezuela.
- Hedjazi, F., & Monhemius, J. (2018). The Industrial Application of Ultrafiltration and Reverse Osmosis for the Recovery of Copper, Silver and Cyanide from Gold Leach Liquors. *ResearchGate*.
- Hedjazi, F., & Monhemius, J. (2018). The industrial Application of Ultrafiltration and Reverse Osmosis for the Recovery of Copper, Silver and Cyanide from Gold Leach Liquors. 7.
- Hernandez, A., Tejerina, F., Arribas, J., Martinez, L., & Martinez, F. (1990). *Microfiltración, Ultrafiltración y Ósmosis Inversa*. Murcia: Universidad de Murcia.
- Isermann, R., & Münchhof, M. (2011). *Identification of dynamic systems: an introduction with applications*. Verlag Berlin Heidelberg: Springer Science & Business Media.
- Jiang, A., Ding, Q., Wang, J., Jiangzhou, S., Cheng, W., & Xing, C. (2014). Mathematical modeling and simulation of SWRO process based on simultaneous method. *Journal of Applied Mathematics*.
- Kim, G., Park, J., Kim, J., Lee, H., & Heo, H. (2009). PID control of reverse osmosis desalination plant using immune-genetic algorithm. *Algorithm. International Joint Conference 2009.Fukuoka, Japan*, In 2009 ICCAS-SICE (pp. 2977-2981).
- Lee, Y. G., Lee, Y. S., Jeon, J. J., Yang, D. R., Kim, I. S., & Kim, J. H. (2009). Artificial neural network model for optimizing operation of a seawater reverse osmosis desalination plant. *Desalination*, 247(1-3), 180-189.
- Li, D., Yang, N., Niu, R., Qiu, H., & Xi, Y. (2012). FPGA based QDMC control for reverse-osmosis water desalination system. *Desalination* , 285, 83–90.
- Ljung, L. (2015). *System Identification. Theory for the User*. New Jersey, USA: Prentice Hall: Upper Saddle River.
- Luyo, A., & Ayme, K. (2015). *Tratamiento de aguas ácidas de drenaje de mina con alto contenido de aluminio y manganeso por tecnología de lodos de alta densidad (HDS)*. Universidad Nacional de Ingeniería, Lima. Obtenido de <http://hdl.handle.net/20.500.14076/4508>
- Mandado, E., Mariño, P., & Lago, A. (1995). *Instrumentación electrónica*. Barcelona: Marcombo, S.A.
- McFall, C., Bartman, A., Christofides, P., & Cohen, Y. (2008). Control of a reverse osmosis desalination process at high recovery. *In 2008 American Control Conference*, (pp. 2241-2247).

- Mendoza, J. (2016). *Identificación y control multivariable de una planta piloto de desalinización por ósmosis inversa*. Tesis de maestría, Universidad Católica del Perú, Maestría en Ingeniería de Control y Automatización, Lima.
- Mindler, A., & Epstein, A. (1986). Measurements and control in reverse osmosis desalination. *Desalination*, 59, 343-379.
- Moncada-Valerio, J., Rivas-Perez, R., & Sotomayor Moriano, J. (2012). Control predictivo multivariable de un bastidor de ósmosis inversa de una planta desalinizadora de agua de mar. *In Memorias del XV Congreso Latinoamericano de Control Automático "CLCA12"*. Lima, Perú.
- Montenegro, P., & Pandilla, C. (2016). *Diseño e implementación del sistema de control y comunicaciones para optimizar la planta de tratamiento de agua "Noroccidente" de la Empresa Pública Metropolitana de Agua Potable y Saneamiento (EPMAPS) del Distrito Metropolitano de Quito*. (Tesis de Pregrado). Escuela Politécnica Nacional, Quito. Obtenido de <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/15231>
- Moreno, D. (2015). *Control predictivo generalizado multivariable de un bastidor de osmosis inversa de una planta desalinizadora de agua de mar*. Tesis de Maestría, Universidad Católica del Perú, Maestría en Ingeniería de Control y Automatización, Lima.
- Morris, A. (2002). *Principios de mediciones e instrumentación*. México: Pearson educación.
- Mrosko, M., & Miklovičová, E. (2012). Real-time implementation of predictive control using programmable logic controllers. *International Journal of Systems Applications*, 6(1), 106-113.
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de Control Moderno*. Madrid: Pearson Educación, S.A.
- Perez Zuñiga, C., Rivas-Perez, R., & Sotomayor Moriano, J. (2009). Control predictivo generalizado de la temperatura de laminación de un horno siderúrgico. *Electro-Electrónica*. *Electro-Electrónica*, 32(1), 46-54.
- Ramírez, W. (2006). *Consideraciones básicas y viabilidad de procesos de membranas de ósmosis inversa y nanofiltración como alternativa para el tratamiento de agua en Colombia*. Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales, Colombia.
- Ramos, W. (2013). *Diseño de un control semiautomatizado usando PLC S7 – 200 con interfaz SCADA de una planta de tratamiento de aguas residuales biológico de lodos activados basado en la modalidad de aireación extendida*. (Tesis de Pregrado). Universidad del antiplano, Puno. Obtenido de <http://repositorio.unap.edu.pe/handle/UNAP/2700>
- Richalet, J., Rault, A., Testud, J., & Papon, J. (1978). Model predictive heuristic control. *Automatica (Journal of IFAC)*, 14(5), 413-428.
- Rivas-Perez, R., & Sotomayor-Moriano, J. (2014). Control predictivo generalizado de las variables críticas de una unidad de ósmosis inversa. *In Memorias del XVI Congreso Latinoamericano de Control Automático, CLCA*, pp. 642-647.

- Rivas-Perez, R., Cao, T., Franco Parellada, C., & Prokofiev, V. (1987). Sistema de control automático de objetivos con retardo de tiempo. *Control. Cibernética y Automatización*, 20(1), 24-26.
- Rivas-Perez, R., Sotomayor-Moriano, J., & Perez-Zuñiga, C. (2017). Adaptive expert generalized predictive multivariable control of seawater RO desalination plant for a mineral processing facility. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 10244-10249.
- Rivas-Perez, R., Sotomayor-Moriano, J., Perez-Zuniga, C., & Calderon-Mendoza, E. (2016). Design of a multivariable GPC based on an industrial PC for control of a reverse osmosis unit of a pharmaceutical industry. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 15(1), 259-273.
- Rivas-Perez, R., Sotomayor-Moriano, J., Pérez-Zuñiga, G., & Soto-Angles, M. (2019). Real-Time Implementation of an Expert Model Predictive Controller in a Pilot-Scale Reverse Osmosis Plant for Brackish and Seawater Desalination. *Applied Sciences*, 9(14), 2932.
- Riverol, C., & Pilipovik, V. (2005). Mathematical modeling of perfect decoupled control system and its application: A reverse osmosis desalination industrial-scale unit. *Journal of Analytical Methods in Chemistry*, 2005(2), 50-54.
- Robertson, M., Watters, J., Desphande, P., Assef, J., & Alatiqi, I. (1996). Model based control for reverse osmosis desalination processes. *Desalination*, 104(1-2), 59-68.
- Rodríguez-Mariano, A., Reynoso-Meza, G., Páramo-Calderón, D., Chávez-Conde, E., García-Alvarado, M., & Carrillo-Ahumada, J. (2015). Análisis del desempeño de controladores lineales sintonizados en diferentes estados estacionarios del biorreactor de Cholette mediante técnicas de decisión multi-criterio. *Revista mexicana de ingeniería química*, 14(1), 167-204.
- Rojas, D. (2016). *Diseño de controladores PID avanzado para el control robusto de una unidad de ósmosis inversa de una planta desalinizadora de agua de mar*. Tesis de Maestría, Universidad Católica del Perú, Maestría en Ingeniería de Control y Automatización, Lima.
- Rouhani, R., & Mehra, R. (1982). Model Algorithmic Control: Basic Theoretical Properties. *Automatica*, 18(4):401-414.
- Rujaimes, M. (2016). Determinación de iones nitrato, cloruro y cianuro en aguas naturales y residuales. *Universidad Central Marta Abreli de las villas*, 108.
- Salcedo Hernández, J., & Rivas-Perez, R. (2010). Model based predictive control of temperature in a cement rotatory kiln. *Electro-Electrónica*, 34(2), 52-60.
- Shridhar, R., & Cooper, D. (1998). A tuning strategy for unconstrained multivariable model predictive control. *Industrial & engineering chemistry research*, 37(10), 4003-4016.
- Singh, R., Ierapetritou, M., & Ramachandran, R. (2013). System-wide hybrid MPC-PID control of a continuous pharmaceutical tablet manufacturing process via direct compaction. *European Journal of Pharmaceutics and Biopharmaceutics*, 85(3), 1164-1182.
- Smith, C., & Corripio, A. (1997). *Principles and practice of automatic process control*. New York: Wiley.

- Sobana, S., & Panda, R. (2014). Modeling and control of reverse osmosis desalination process using centralized and decentralized techniques. *Desalination*, 344, 243-251.
- Söderström, T. (2012). *System Identification, Environmental Modelling, and Control System Design*. London: Springer-Verlag.
- Talal, O. (1987). Pretreatment System in Reverse Osmosis Plants. *The Netherlands*, 63: 71-80.
- Tangirala, A. (2015). *Principles of system identification Theory and Practice*. New York: CRC Press.
- Varó, P., Chillón, F., & Segura, M. (2011). *Manipulación de agua de consumo humano en plantas de ósmosis inversa*. Alicante: Universidad de Alicante.
- Vásconez, E., Gustavo, P., Zurita, A., & Mauricio, D. (2016). *Automatización de procesos de tratamiento de agua y mejora del SCADA de la planta de tratamiento Puengasí EPMAPS*. (Tesis de Pregrado). Universidad de las fuerzas armadas Innovación para la excelencia, Sangolquí.
- Voutchkov, N. (2011). *Desalination Engineering: Planning and Design*. New York, USA: McGraw Hill Professional.
- Wang, L., Chen, J., Hung, Y., & Shammas, N. (2011). *Handbook of Environmental Engineering: Membrane and Desalination Technology*. New York, NY, USA: Humana Press.
- Ydstie, B. (1984). Extended Horizon Adaptive Control. *In Proc. 9th IFAC World Congress, Budapest, Hungary*.
- Yu-Geng, X., De-Wei, L., & Shu, L. (2013). Model predictive control—status and challenges. *Acta Automatica Sinica*, 39(3), 222-236.
- Zilouchian, A., & Jafar, M. (2001). Automation and process control of reverse osmosis. *Desalination*, 135(1-3), 51-59.

## Anexos

### Anexo 1. Programa de pre-procesamientos de datos

```
close all; clear all; clc;
%Preprocesamiento de los datos de respuesta al
%escalón de presión.
P1=xlsread('DATOS','A1:A300');
F1=xlsread('DATOS','B1:B300');
C1=xlsread('DATOS','C1:C300');
pH2=xlsread('DATOS','D1:D300');
C2=xlsread('DATOS','E1:E300');

y1=F1(1:1);
y1p=mean(y1);
y2=C1(1:1);
y2p=mean(y2);
p1=P1-min(P1);
f1=F1-y1p;
c1=C1-y2p;
p1=detrend(p1);
f1=detrend(f1);
time=1:300;
figure(1);
subplot(3,1,1); plot(time,f1,'b'); grid on;%plot de flujo salidal
subplot(3,1,2); plot(time,c1,'b'); grid on;%plot de conductividad salidal
subplot(3,1,3); plot(time,p1,'r'); grid on;%plot de presión de entrada1

%Preprocesamiento de los datos de respuesta al
%escalón de pH.
y3=C2(1:2);
y3p=mean(y3);
ph2=pH2-min(pH2);
c2=C2-y3p;
figure(2);
subplot(2,1,1); plot(time,c2,'b'); grid on;%plot de conductividad salida2
subplot(2,1,2); plot(time,ph2,'b'); grid on;%plot de pH de entrada2
```

## Anexo 2. Programa de generación de las señales binaria pseudoaleatoria

### Identificación del programa presión y flujo

```
%Identificación del modelo presión-flujo
%close all; clear all; clc;
Ts=0.3;
time=1:300;
plantaG11=iddata(f1,p1,Ts);
idplot(plantaG11);
lg1=85;
lg2=86;
lgf=length(time);

ze=plantaG11(1:lg1); %para identificación
ze=detrend(ze);
zv=plantaG11(lg2:lgf);%para validación
zv=detrend(zv);

m1=arx(ze,[2 2 0]);
m2=arx(ze,[3 3 0]);
m3=armax(ze,[1 1 1 0]);
m4= armax (ze,[2 2 2 0]);
m5= armax (ze,[3 3 3 0]);
m6= armax (ze,[4 4 4 0]);
comp=compare(zv,m1,m2,m3,m4,m5);

figure(2);
plot(time(lg2:lgf),zv.y,'b','Linewidth',1); hold on;
plot(time(lg2:lgf),comp{4}.y,'r','Linewidth',1); hold off;
ylabel('F (m3/h)','FontSize',10);xlabel('Tiempo(seg)','FontSize',10);
legend('Datos','Modelo');axis([time(lg2) time(lgf) -0.1 0.04]);

%Parámetros de Polinomio A
A1=[m1.report.Parameters.ParVector(1:2,1)' 0 0];
A2=[m2.report.Parameters.ParVector(1:3,1)' 0 ];
A3=[m3.report.Parameters.ParVector(1,1)' 0 0 0];
A4=[m4.report.Parameters.ParVector(1:2,1)' 0 0];
A5=[m5.report.Parameters.ParVector(1:3,1)' 0];
A6=m6.report.Parameters.ParVector(1:4,1)';
disp('polinomio A');
disp([A1;A2;A3;A4;A5;A6]);

%Parámetros de Polinomio B
B1=[m1.report.Parameters.ParVector(3:4,1)' 0 0];
B2=[m2.report.Parameters.ParVector(4:6,1)' 0];
B3=[m3.report.Parameters.ParVector(2,1)' 0 0 0];
B4=[m4.report.Parameters.ParVector(3:4,1)' 0 0];
B5=[m5.report.Parameters.ParVector(4:6,1)' 0];
B6=m6.report.Parameters.ParVector(5:8,1)';
disp('polinomio B');
disp([B1;B2;B3;B4;B5;B6]);

%Parámetros de Polinomio C
C3=[m3.report.Parameters.ParVector(3,1)' 0 0 0];
C4=[m4.report.Parameters.ParVector(5:6,1)' 0 0];
C5=[m5.report.Parameters.ParVector(7:9,1)' 0];
C6=m6.report.Parameters.ParVector(9:12,1)';
disp('polinomio C');
```

```

disp([C3;C4;C5;C6]);

%Resultados
fit1=m1.report.Fit.FitPercent;
fpe1=m1.report.Fit.FPE;
lfn1= m1.report.Fit.LossFcn;
mse1= m1.report.Fit.MSE;
fit2=m2.report.Fit.FitPercent;
fpe2=m2.report.Fit.FPE;
lfn2= m2.report.Fit.LossFcn;
mse2= m2.report.Fit.MSE;
fit3=m3.report.Fit.FitPercent;
fpe3=m3.report.Fit.FPE;
lfn3= m3.report.Fit.LossFcn;
mse3= m3.report.Fit.MSE;
fit4=m4.report.Fit.FitPercent;
fpe4=m4.report.Fit.FPE;
lfn4= m4.report.Fit.LossFcn;
mse4= m4.report.Fit.MSE;
fit5=m5.report.Fit.FitPercent;
fpe5=m5.report.Fit.FPE;
lfn5= m5.report.Fit.LossFcn;
mse5= m5.report.Fit.MSE;
fit6=m6.report.Fit.FitPercent;
fpe6=m6.report.Fit.FPE;
lfn6= m6.report.Fit.LossFcn;
mse6= m6.report.Fit.MSE;
res=[ fit1 fpe1 lfn1 mse1
      fit2 fpe2 lfn2 mse2
      fit3 fpe3 lfn3 mse3
      fit4 fpe4 lfn4 mse4
      fit5 fpe5 lfn5 mse5
      fit6 fpe6 lfn6 mse6 ];
disp(' FIT FPE LF MSE');
disp(res);

%grafico de barras:
fit=[fpe1 fpe2 fpe3 fpe4 fpe5 fpe6];
est=[1 2 3 4 5 6];
figure(3);bar(est,fit);
xlabel('Estructura (item)','FontSize',10);
ylabel('FPE','FontSize',10);axis([0 7 0 1e-4]);

%Polos y ceros
pol11=pole(m4);
zer11=zero(m4);
figure(4);
th=0:pi/50:2*pi; r=1;
xunit=r*cos(th);
yunit=r*sin(th);
plot(pol11(1),0,'bx'); hold on; plot(pol11(2),0,'bx');
plot(zer11(2),0,'ro');
plot(xunit,yunit,'k');axis([-2 2 -1.2 1.2]);

%Respuesta escalón unitario
[y1 x1]=step(m4);
figure(5);
stem(x1,y1); axis([0 10 0 1.2e-3]);%(length(x1))
ylabel('F (m3/h)','FontSize',10);xlabel('Tiempo (seg)','FontSize',10);

```

```
%Respuesta impulso unitario  
[y2 x2]=impulse(m4);  
figure(6); stem(x2,y2); axis([0 (length(x1)) 0 3.5e-3]);  
ylabel('F (m3/h)', 'FontSize', 10); xlabel('Tiempo (seg)', 'FontSize', 10);
```



## Identificación del programa presión y conductividad

```
%Identificación del modelo presión-conductividad
%close all; clear all; clc;
Ts=4;
time=1:300;
plantaG21=iddata(c1,p1,Ts);
idplot(plantaG21);
lg1=35;
lg2=36;
lgf=length(time);

ze=plantaG21(1:lg1); %para identificación
ze=detrend(ze);
zv=plantaG21(lg2:lgf);%para validación
zv=detrend(zv);

m1=arx(ze,[2 2 0]);
m2=arx(ze,[3 3 0]);
m3=armax(ze,[1 1 1 0]);
m4= armax (ze,[2 2 2 0]);
m5= armax (ze,[3 3 3 0]);
m6= armax (ze,[4 4 4 0]);
comp=compare(zv,m1,m2,m3,m4,m5);

figure(2);
plot(time(lg2:lgf),zv.y,'b','Linewidth',1); hold on;
plot(time(lg2:lgf),comp{4}.y,'r','Linewidth',1); hold off;
ylabel('C ( $\mu\text{S/cm}$ )','FontSize',10);xlabel('Tiempo(seg)','FontSize',10);
legend('Datos','Modelo');axis([time(lg2) time(lgf) -50 150]);

%Parámetros de Polinomio A
A1=[m1.report.Parameters.ParVector(1:2,1)' 0 0];
A2=[m2.report.Parameters.ParVector(1:3,1)' 0 0];
A3=[m3.report.Parameters.ParVector(1,1)' 0 0 0];
A4=[m4.report.Parameters.ParVector(1:2,1)' 0 0];
A5=[m5.report.Parameters.ParVector(1:3,1)' 0];
A6=m6.report.Parameters.ParVector(1:4,1)';
disp('polinomio A');
disp([A1;A2;A3;A4;A5;A6]);

%Parámetros de Polinomio B
B1=[m1.report.Parameters.ParVector(3:4,1)' 0 0];
B2=[m2.report.Parameters.ParVector(4:6,1)' 0];
B3=[m3.report.Parameters.ParVector(2,1)' 0 0 0];
B4=[m4.report.Parameters.ParVector(3:4,1)' 0 0];
B5=[m5.report.Parameters.ParVector(4:6,1)' 0];
B6=m6.report.Parameters.ParVector(5:8,1)';
disp('polinomio B');
disp([B1;B2;B3;B4;B5;B6]);

%Parámetros de Polinomio C
C3=[m3.report.Parameters.ParVector(3,1)' 0 0 0];
C4=[m4.report.Parameters.ParVector(5:6,1)' 0 0];
C5=[m5.report.Parameters.ParVector(7:9,1)' 0];
C6=m6.report.Parameters.ParVector(9:12,1)';
disp('polinomio C');
disp([C3;C4;C5;C6]);
```

```

%Resultados
fit1=m1.report.Fit.FitPercent;
fpe1=m1.report.Fit.FPE;
lfn1= m1.report.Fit.LossFcn;
mse1= m1.report.Fit.MSE;
fit2=m2.report.Fit.FitPercent;
fpe2=m2.report.Fit.FPE;
lfn2= m2.report.Fit.LossFcn;
mse2= m2.report.Fit.MSE;
fit3=m3.report.Fit.FitPercent;
fpe3=m3.report.Fit.FPE;
lfn3= m3.report.Fit.LossFcn;
mse3= m3.report.Fit.MSE;
fit4=m4.report.Fit.FitPercent;
fpe4=m4.report.Fit.FPE;
lfn4= m4.report.Fit.LossFcn;
mse4= m4.report.Fit.MSE;
fit5=m5.report.Fit.FitPercent;
fpe5=m5.report.Fit.FPE;
lfn5= m5.report.Fit.LossFcn;
mse5= m5.report.Fit.MSE;
fit6=m6.report.Fit.FitPercent;
fpe6=m6.report.Fit.FPE;
lfn6= m6.report.Fit.LossFcn;
mse6= m6.report.Fit.MSE;
res=[ fit1 fpe1 lfn1 mse1
      fit2 fpe2 lfn2 mse2
      fit3 fpe3 lfn3 mse3
      fit4 fpe4 lfn4 mse4
      fit5 fpe5 lfn5 mse5
      fit6 fpe6 lfn6 mse6 ];
disp(' FIT FPE LF MSE');
disp(res);

%grafico de barras:
fit=[fpe1 fpe2 fpe3 fpe4 fpe5 fpe6];
est=[1 2 3 4 5 6];
figure(3);bar(est,fit);
xlabel('Estructura (item)','FontSize',10);
ylabel('FPE','FontSize',10);axis([0 7 0 1]);

%Polos y ceros
pol11=pole(m4);
zer11=zero(m4);
figure(4);
th=0:pi/50:2*pi; r=1;
xunit=r*cos(th);
yunit=r*sin(th);
plot(pol11(1),0,'bx'); hold on; plot(pol11(2),0,'bx');
plot(zer11(2),0,'ro');
plot(xunit,yunit,'k');axis([-2 2 -1.2 1.2]);

%Respuesta escalón unitario
[y1 x1]=step(m4);
figure(5);
stem(x1,y1); axis([0 80 -4 0.5]);%(length(x1))
ylabel('C μS/cm','FontSize',10);xlabel('Tiempo (seg)','FontSize',10);

%Respuesta impulso unitario
[y2 x2]=impulse(m4);

```

```
figure(6); stem(x2,y2); axis([0 (length(x1)) -0.1 0.1]);  
ylabel('C (\mus/cm)', 'FontSize',10); xlabel('Tiempo (seg)', 'FontSize',10);
```



## Programa de identificación de pH y conductividad

```
%Identificación del modelo pH-conductividad
%close all; clear all; clc;
Ts=15;
time=1:300;
plantaG22=iddata(c2,ph2,Ts);
idplot(plantaG22);
lg1=85;
lg2=86;
lgf=length(time);

ze=plantaG22(1:lg1); %para identificación
ze=detrend(ze);
zv=plantaG22(lg2:lgf);%para validación
zv=detrend(zv);

m1=arx(ze,[2 2 0]);
m2=arx(ze,[3 3 0]);
m3=armax(ze,[1 1 1 0]);
m4= armax (ze,[2 2 2 0]);
m5= armax (ze,[3 3 3 0]);
m6= armax (ze,[4 4 4 0]);
comp=compare(zv,m1,m2,m3,m4,m5);

figure(2);
plot(time(lg2:lgf),zv.y,'b','Linewidth',1); hold on;
plot(time(lg2:lgf),comp{4}.y,'r','Linewidth',1); hold off;
ylabel('C (µS/cm)','FontSize',10);xlabel('Tiempo(seg)','FontSize',10);
legend('Datos','Modelo');axis([time(lg2) time(lgf) -0.5 35]);

%Parámetros de Polinomio A
A1=[m1.report.Parameters.ParVector(1:2,1)' 0 0];
A2=[m2.report.Parameters.ParVector(1:3,1)' 0 0];
A3=[m3.report.Parameters.ParVector(1,1)' 0 0 0];
A4=[m4.report.Parameters.ParVector(1:2,1)' 0 0];
A5=[m5.report.Parameters.ParVector(1:3,1)' 0];
A6=m6.report.Parameters.ParVector(1:4,1)';
disp('polinomio A');
disp([A1;A2;A3;A4;A5;A6]);

%Parámetros de Polinomio B
B1=[m1.report.Parameters.ParVector(3:4,1)' 0 0];
B2=[m2.report.Parameters.ParVector(4:6,1)' 0];
B3=[m3.report.Parameters.ParVector(2,1)' 0 0 0];
B4=[m4.report.Parameters.ParVector(3:4,1)' 0 0];
B5=[m5.report.Parameters.ParVector(4:6,1)' 0];
B6=m6.report.Parameters.ParVector(5:8,1)';
disp('polinomio B');
disp([B1;B2;B3;B4;B5;B6]);

%Parámetros de Polinomio C
C3=[m3.report.Parameters.ParVector(3,1)' 0 0 0];
C4=[m4.report.Parameters.ParVector(5:6,1)' 0 0];
C5=[m5.report.Parameters.ParVector(7:9,1)' 0];
C6=m6.report.Parameters.ParVector(9:12,1)';
disp('polinomio C');
disp([C3;C4;C5;C6]);
```

```

%Resultados
fit1=m1.report.Fit.FitPercent;
fpe1=m1.report.Fit.FPE;
lfn1= m1.report.Fit.LossFcn;
mse1= m1.report.Fit.MSE;
fit2=m2.report.Fit.FitPercent;
fpe2=m2.report.Fit.FPE;
lfn2= m2.report.Fit.LossFcn;
mse2= m2.report.Fit.MSE;
fit3=m3.report.Fit.FitPercent;
fpe3=m3.report.Fit.FPE;
lfn3= m3.report.Fit.LossFcn;
mse3= m3.report.Fit.MSE;
fit4=m4.report.Fit.FitPercent;
fpe4=m4.report.Fit.FPE;
lfn4= m4.report.Fit.LossFcn;
mse4= m4.report.Fit.MSE;
fit5=m5.report.Fit.FitPercent;
fpe5=m5.report.Fit.FPE;
lfn5= m5.report.Fit.LossFcn;
mse5= m5.report.Fit.MSE;
fit6=m6.report.Fit.FitPercent;
fpe6=m6.report.Fit.FPE;
lfn6= m6.report.Fit.LossFcn;
mse6= m6.report.Fit.MSE;
res=[ fit1 fpe1 lfn1 mse1
      fit2 fpe2 lfn2 mse2
      fit3 fpe3 lfn3 mse3
      fit4 fpe4 lfn4 mse4
      fit5 fpe5 lfn5 mse5
      fit6 fpe6 lfn6 mse6 ];
disp(' FIT FPE LF MSE');
disp(res);

%grafico de barras:
fit=[fpe1 fpe2 fpe3 fpe4 fpe5 fpe6];
est=[1 2 3 4 5 6];
figure(3);bar(est,fit);
xlabel('Estructura (item)','FontSize',10);
ylabel('FPE','FontSize',10);axis([0 7 0 18]);

%Polos y ceros
pol11=pole(m4);
zer11=zero(m4);
figure(4);
th=0:pi/50:2*pi; r=1;
xunit=r*cos(th);
yunit=r*sin(th);
plot(pol11(1),0,'bx'); hold on; plot(pol11(2),0,'bx');
plot(zer11(2),0,'ro');
plot(xunit,yunit,'k');axis([-2 2 -1.2 1.2]);

%Respuesta escalón unitario
[y1 x1]=step(m4);
figure(5);
stem(x1,y1); axis([0 500 -80 1]);%(length(x1))
ylabel('C  $\mu$ S/cm','FontSize',10);xlabel('Tiempo (seg)','FontSize',10);

%Respuesta impulso unitario
[y2 x2]=impulse(m4);

```

```
figure(6); stem(x2,y2); axis([0 (length(x1)) -2 1]);  
ylabel('C (\mus/cm)', 'FontSize',10); xlabel('Tiempo (seg)', 'FontSize',10);
```



### Anexo 3. Programa de controlador GPC MIMO

```

%% GPC MIMO
clc; close all; clear all
% Funciones de transferencia
Ps=[tf([0.01799*0.6693 0.01799*1],[0.0150 0.5058 1]) 0;tf([-0.5191*0.3547 -
0.5191*1],[0.1150 0.3048 1]) tf([-14.991*0.3387 -14.991*1],[0.5849 1.9516 1])];%
Función de transferencia continuo
Ps.iodelay=[0 0;0 0]; % sin adicionar retardo
%% Parámetros de GPC sintonia
Ts=3; %Tiempo de Muestreo
N=[15;15]; %Horizonte de Predicción
N1=[3 3]; %Horizonte Inicial
N2=[15 15]; %Horizonte final
Nu=[3;3]; %Horizonte de control
beta=[4 6]; %Ponderación de la acción de control
lambda=[2000 10]; %Ponderación del seguimiento de
referencia

%% Matrices en bloque de los parámetros de ponderación
Qb=blkdiag(beta(1)*eye(Nu(1)),beta(2)*eye(Nu(2))); %(beta->Acción de Control)
Ql=blkdiag(lambda(1)*eye(N(1)),lambda(2)*eye(N(2))); %(lambda->Seguimiento de
Referencia)

Pz=c2d(Ps,Ts); %Pasa a Proceso discreto

[Bp,Ap,dp]=descompMPC(Pz); %Descomponiendo en núm., den y atraso de
Pz en celdas

dnz=[dp(1,1)-dp(1,1) dp(1,2)-dp(1,1);dp(2,1)-dp(2,2) dp(2,2)-dp(2,2)];

%% Parámetros de sintonía del GPC
dmin=[min(dp(1,:)); min(dp(2,:))]; %contiene todo los retardos
[B, A] = BA_MIMO(Bp, Ap); % Numerador y denominador del sistema MIMO

%% Calculo de la ecuación Diofantina
[B,A] = BA_MIMO(Bp,Ap);

%% Función que Calcula Los Polinomios de la ecuación Diofantina
[E,En,F] = diofantinaMIMO(Ap,N,dmin);

%% Matriz de Respuesta Forzada G
[G] = MatrizG(E,Bp,N,Nu,dp);

%% Ganancia del controlador
K=inv(G'*Ql*G+Qb)*G'*Ql; %Ganancia K
K1=K(1,:); %Tomo la primera columna unicamente (para control u1)
K2=K(Nu(1)+1,:); %Tomo valores de K desde [N(1)+1] una muestra despues
del primer %horizonte de control (para control u2)

%% Determino el Vector con los controles pasados utilizando la funcion:
uG = deltaUFree(B,En,N,dp);

%% Lazo de Control
nit=200; % Numero de interacciones
deltaU1 = zeros(1, nit);
deltaU2 = zeros(1, nit);

```

```

%% Inicialización de salidas
yp11 = zeros(1, nit); yp12 = zeros(1, nit);
yp21 = zeros(1, nit); yp22 = zeros(1, nit);
y1 = zeros(1, nit); y2 = zeros(1, nit);

% Señales del proceso MIMO 2x2 (Inicialización)
r1 = zeros(1, nit);
r2 = zeros(1, nit);
r2(1:2)=500;
r1(3:nit) = 250;
r2(3:29) = 500;
r2(30:99) = 150;
r2(100:109) = 250;
r2(110:nit) = 150;
%% Acciones de Control iniciales
u1 = 260 * ones(1, nit);
u2 = 6.5 * ones(1, nit);

%% Cálculo de índice de desempeño
IAE1=0; IAE2=0
ISU1=0; ISU2=0;

%% Se define tamaño del polinomio F
bduf1=size(F{1}); %Averiguo la longitud del polinomio F
bduf2=size(F{2}); %Averiguo la longitud del polinomio F
bduf1=bduf1(1,2);
bduf2=bduf2(1,2);
F1=F{1};
F2=F{2};

duf11 = zeros(1, size(uG{1,1}, 2));
duf12 = zeros(1, size(uG{1,2}, 2));
duf21 = zeros(1, size(uG{2,1}, 2));
duf22 = zeros(1, size(uG{2,2}, 2));

%% Comienzo el lazo de Control
for k=3:nit
    %% Salida del proceso Real MIMO
    yp11(k) = transferencia2(Bp{1,1},Ap{1,1},dp(1,1),u1,yp11,k);
    yp12(k) = transferencia2(Bp{1,2},Ap{1,2},dp(1,2),u2,yp12,k);
    yp21(k) = transferencia2(Bp{2,1},Ap{2,1},dp(2,1),u1,yp21,k);
    yp22(k) = transferencia2(Bp{2,2},Ap{2,2},dp(2,2),u2,yp22,k);

    %% Define la amplitud del ruido (puede ajustarse según sea necesario)
    ruido_amplitud = 2; % 5% de ruido
    % Dentro del bucle de control, después de calcular y1 y y2:
    y1(k) = yp11(k) + yp12(k) + ruido_amplitud * randn;
    y2(k) = yp22(k) + yp21(k) + ruido_amplitud * randn;

    %% Define la amplitud y el momento de la perturbación
    perturbacion_amplitud = 30; % Valor de la perturbación1
    k_perturbacion = 50; % Tiempo en el que ocurre la perturbación
    % Dentro del bucle de control, después de calcular y1 y y2:
    if k == k_perturbacion
        y1(k) = y1(k) + perturbacion_amplitud;
        y2(k) = y2(k) + perturbacion_amplitud;
    end
end

```

```

%% Calculo de la respuesta libre
free1=0;
free2=0;
for i=1:bduf1
    free1=free1+y1(k-i+1)*F1(:,i);
end
for i=1:bduf2
    free2=free2+y2(k-i+1)*F2(:,i);
end

%% Adiciono vectores de controles pasados
free1=free1+uG{1,1}*duf11'+uG{1,2}*duf12';
free2=free2+uG{2,1}*duf21'+uG{2,2}*duf22';

%% Calculo del incremento de Control
%Proyeto sin referencias futuras
deltaU1(k)=K1*[(r1(k)*ones(1,length(free1(1,1:end)))'-
free1);(r2(k)*ones(1,length(free2(1,1:end)))'-free2)];
deltaU2(k)=K2*[(r1(k)*ones(1,length(free1(1,1:end)))'-
free1);(r2(k)*ones(1,length(free2(1,1:end)))'-free2)];

%% Calculo de la ley de control
if k==1
    u1(k)=deltaU1(k);
    u2(k)=deltaU2(k);
else
    u1(k)=u1(k-1)+ deltaU1(k);
    u2(k)=u2(k-1)+ deltaU2(k);
end

%% Actualizo vectores de Controles Pasados
duf11=[deltaU1(k) duf11(1:end-1)];
duf12=[deltaU2(k) duf12(1:end-1)];
duf21=[deltaU1(k) duf21(1:end-1)];
duf22=[deltaU2(k) duf22(1:end-1)];

%% Cálculo de índice de desempeño
err_IAE1(k)=abs(r1(k)-y1(k));
IAE1=IAE1+err_IAE1(k);
err_IAE2(k)=abs(r2(k)-y2(k));
IAE2=IAE2+err_IAE2(k);

%% Cálculo de índice de desempeño ISU
err_ISU1(k)=(u1(k)-deltaU1(k))^2;
ISU1=ISU1+err_ISU1(k);
err_ISU2(k)=(u2(k)-deltaU2(k))^2;
ISU2=ISU2+err_ISU2(k);

end
%% Resultados:
disp('Los índices de desempeño son:');
fprintf('IAE1 = %5.4f \n',IAE1);
fprintf('ISU1 = %5.4f \n',ISU1);
fprintf('IAE2 = %5.4f \n',IAE2);
fprintf('ISU2 = %5.4f \n',ISU2);

%Grafico Resultados
nm=nit;

```

```

t = 0:Ts:(nm-1)*Ts;
figure(1)
subplot(2,1,1),plot(t,r1,t,y1,'Linewidth',1)
    xlabel('Tiempo (s)');
    ylabel('Salida flujo m3/h');
legend('Referencia r1','GPC MIMO y1')
    grid on;
    hold
subplot(2,1,2),plot(t,u1*0.0186,'Linewidth',1)
xlabel('Tiempo (s)');
    ylabel('Control, presión (psi)');
    legend('Control u1','u2')
    grid on;

figure(2)
subplot(2,1,1),plot(t,r2,t,y2,'Linewidth',1); axis([0 600 0 550])
    xlabel('Tiempo (s)');
    ylabel('Salida conductividad  $\mu\text{S}/\text{cm}$ ');
legend('Referencia r2',' GPC MIMO y2')
    grid on;
    hold
subplot(2,1,2),plot(t,(u2+6000)*0.0012,'Linewidth',1);axis([0 600 5 8])
    xlabel('Tiempo (s)');
    ylabel('Control pH ');
    legend('Control u2')
    grid on;

figure(4)
plot(t,r1,t,y1,'Linewidth',1); axis([0 600 0 300])
    xlabel('Tiempo (s)');
    ylabel('Salida flujo m3/h');
legend('Referencia r1','GPC MIMO y1')
    grid on;
    hold
figure(5)
plot(t,r2,t,y2,'Linewidth',1); axis([0 300 0 600])
    xlabel('Tiempo (s)');
    ylabel('Salida conductividad  $\mu\text{S}/\text{cm}$ ');
legend('Referencia r2','GPC MIMO y2')
    grid on;
    hold

figure(6)
plot(t,u1*0.0186,'Linewidth',1); axis([0 600 0 300])
    xlabel('Tiempo (s)');
    ylabel('Control presión (psi)');
    legend('Control u1')
    grid on;

figure(7)
plot(t,(u2+6000)*0.0012,'Linewidth',1); axis([0 300 5 8])
    xlabel('Tiempo (s)');
    ylabel('Control pH');
    legend('Control u2','Control u2')
    grid on;

figure(8)
plot(t,err_IAE1); %axis([0 600 0 300])
    xlabel('Tiempo (s)');

```

```

ylabel('IAE Flujo m3/h');
legend('IAE Flujo m3/h')
grid on;

figure(9)
plot(t,err_IAE2); %axis([0 600 0 300])
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('IAE Conductividad  $\mu\text{S}/\text{cm}$ ');
legend('IAE Conductividad  $\mu\text{S}/\text{cm}$ ')
grid on;

% Asegúrate de que los sistemas MIMO son tratados de forma separada para cada lazo
sys1 = Pz(1,1); % Primer sistema de salida
sys_cl_1 = feedback(sys1, K1(1)); % Lazo cerrado para el sistema 1
sys2 = Pz(2,2); % Segundo sistema de salida
sys_cl_2 = feedback(sys2, K2(1)); % Lazo cerrado para el sistema 2

%% Análisis de polos en lazo cerrado
disp('Polos del sistema en lazo cerrado para el Flujo:');
pole_sys_cl_1 = pole(sys_cl_1); % Polos para la primera salida
disp(pole_sys_cl_1);

disp('Polos del sistema en lazo cerrado para la Conductividad:');
pole_sys_cl_2 = pole(sys_cl_2); % Polos para la segunda salida
disp(pole_sys_cl_2);

% Gráfica de los polos y ceros para cada lazo
figure;
pzmap(sys_cl_1); % Gráfica de polos y ceros - Flujo
title('Polos y Ceros - Flujo'); xlabel('Eje Real'); ylabel('Eje Imaginario');
grid on;

figure;
pzmap(sys_cl_2); % Gráfica de polos y ceros - Conductividad
title('Polos y Ceros - Conductividad'); xlabel('Eje Real'); ylabel('Eje Imaginario');
grid on;

% Graficar los polos en el plano complejo para ambas salidas
figure;
subplot(1,2,1);
plot(real(pole_sys_cl_1), imag(pole_sys_cl_1), 'rx', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2);
title('Polos del sistema en lazo cerrado - Flujo');
xlabel('Parte Real');
ylabel('Parte Imaginaria');
grid on;

subplot(1,2,2);
plot(real(pole_sys_cl_2), imag(pole_sys_cl_2), 'bx', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2);
title('Polos del sistema en lazo cerrado - Conductividad');
xlabel('Parte Real');
ylabel('Parte Imaginaria');
grid on;

%% Lugar de las raíces para cada lazo y cálculo de las raíces
% Para salida 1
[k1, r1] = rlocus(Pz(1,1));

```

```

figure;
rlocus(Pz(1,1));
title('Lugar de las raíces - Flujo');
grid on;
disp('Raíces del lugar de las raíces - Flujo:');
for i = 1:length(k1)
    fprintf('Ganancia: %f, Raíces: %s\n', k1(i), mat2str(r1(:,i)));
end

% Para salida 2
[k2, r2] = rlocus(Pz(2,2)); % (Salida 2)
figure;
rlocus(Pz(2,2)); %
title('Lugar de las raíces - Conductividad');
grid on;
disp('Raíces del lugar de las raíces - Conductividad:');
for i = 1:length(k2)
    fprintf('Ganancia: %f, Raíces: %s\n', k2(i), mat2str(r2(:,i)));
end

%% Criterio de Estabilidad de Lyapunov

%
[A_sys_cl_1, B_sys_cl_1, C_sys_cl_1, D_sys_cl_1] = ssdata(sys_cl_1); % Lazo
cerrado - Salida 1
[A_sys_cl_2, B_sys_cl_2, C_sys_cl_2, D_sys_cl_2] = ssdata(sys_cl_2); % Lazo
cerrado - Salida 2

% Matriz de ponderación Q (debe ser positiva definida)
Q = eye(size(A_sys_cl_1)); % Puedes modificar según sea necesario

% Resolviendo la ecuación de Lyapunov discreta para el sistema 1
P1 = dlyap(A_sys_cl_1', Q);

% Verificar si P1 es positiva definida
if all(eig(P1) > 0)
    disp('El sistema 1 es estable según el criterio de Lyapunov.');
```

UNIVERSIDAD DE TENERIFE

```

else
    disp('El sistema 1 NO es estable según el criterio de Lyapunov.');
```

MCMXVII

```

end

% Resolviendo la ecuación de Lyapunov discreta para el sistema 2
P2 = dlyap(A_sys_cl_2', Q);

% Verificar si P2 es positiva definida
if all(eig(P2) > 0)
    disp('El sistema 2 es estable según el criterio de Lyapunov.');
```

MCMXVII

```

else
    disp('El sistema 2 NO es estable según el criterio de Lyapunov.');
```

MCMXVII

```

end

%% Simulación de la función de Lyapunov para la salida 1
% Definir las condiciones iniciales del estado
x0_1 = [1; 0]; % Condición inicial para el estado del sistema 1
n_steps = 50; % Número de pasos de simulación
V1 = zeros(1, n_steps); % Inicializamos la función de Lyapunov en 0

x1 = x0_1;
for k = 1:n_steps

```

```

    V1(k) = x1' * P1 * x1; % Cálculo de la función de Lyapunov
    x1 = A_sys_cl_1 * x1; % Evolución del estado
end

figure;
plot(1:n_steps, V1, 'LineWidth', 1);
title('Evolución de la función de Lyapunov - Flujo');
xlabel('Paso de tiempo k');
ylabel('V(k)');
grid on;

% Simulación de la función de Lyapunov para la salida 2
% Definir las condiciones iniciales del estado
x0_2 = [1; 0]; % Condición inicial para el estado del sistema 2
V2 = zeros(1, n_steps); % Inicializamos la función de Lyapunov en 0

x2 = x0_2;
for k = 1:n_steps
    V2(k) = x2' * P2 * x2; % Cálculo de la función de Lyapunov
    x2 = A_sys_cl_2 * x2; % Evolución del estado
end

figure;
plot(1:n_steps, V2, 'LineWidth', 1);
title('Evolución de la función de Lyapunov - Conductividad');
xlabel('Paso de tiempo k');
ylabel('V(k)');
grid on;

```

