



PONTIFICIA **UNIVERSIDAD CATÓLICA** DEL PERÚ

Esta obra ha sido publicada bajo la licencia Creative Commons  
Reconocimiento-No comercial-Compartir bajo la misma licencia 2.5 Perú.

Para ver una copia de dicha licencia, visite  
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/pe/>



**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**  
**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



PONTIFICIA  
**UNIVERSIDAD**  
**CATÓLICA**  
DEL PERÚ

**DISEÑO DE UN SISTEMA DE REGISTRO DE IMÁGENES**  
**ORIENTADO A LA AGRICULTURA DE PRECISIÓN**

Tesis para optar el Título de **INGENIERO ELECTRÓNICO**, que presenta el bachiller:

**Renán Alfredo Rojas Gómez**

**ASESOR: Donato Andrés Flores Espinoza**

Lima, setiembre del 2009

## Resumen

Este documento muestra el diseño de un sistema de registro de imágenes orientado a la agricultura de precisión en la producción de papa. Dicho sistema tiene como propósito la generación de mosaicos a partir de conjuntos de imágenes multi-espectrales de campos de cultivo tomadas a cierto nivel sobre la superficie terrestre y bajo diferentes puntos de vista. La creación de esta imagen global busca obtener información correctamente localizada de la energía absorbida por la vegetación, de tal manera que se pueda definir con precisión su nivel nutricional en regiones e instantes determinados.

El documento está dividido de la siguiente manera:

El *capítulo 1* analiza la situación agrícola actual en las regiones del Perú y muestra propiedades importantes para el control de la producción de papa.

El *capítulo 2* introduce el registro de imágenes como método para relacionar geoméricamente vistas de una misma región tomadas bajo diferentes condiciones. Se presentan técnicas basadas en análisis de áreas y análisis de características, así como las etapas básicas del sistema. Finalmente, se presentan los métodos y algoritmos que conforman el estado del arte.

El *capítulo 3* contiene la selección de métodos y el diseño del sistema mencionado. Se establecen las hipótesis y los objetivos del proyecto. Se definen los requerimientos del sistema a partir del método de adquisición de datos y las propiedades de las imágenes. Se establece el modelo teórico del sistema y los modelos matemáticos de las etapas desarrolladas. Finalmente, se define una estructura básica de registro entre dos imágenes, y una estructura global basada en la anterior para relacionar a todo el conjunto de imágenes.

El *capítulo 4* muestra la evaluación del sistema implementado. Se analiza la respuesta del sistema bajo diferentes distorsiones geométricas y radiométricas y bajo diferentes tipos de escena. Se analiza la fidelidad a partir de la capacidad de relacionar imágenes bajo determinados grados de distorsión, el error entre modelos geométricos estimados y reales, así como el tiempo de procesamiento requerido.

*A Matilde y Sonia, por siempre estar a mi lado.*

*A Orietta y Nicolás, por tratarme como a un hijo.*

*A Claudia y Daniella, por siempre dibujar una sonrisa en mi rostro.*

*A Celia y Renán, por mostrarme el amor incondicional.*

*No hay palabras para describir lo que son para mí...Gracias.*



### **Agradecimientos**

*A Andrés Flores, por guiarme y depositar su confianza en mí.*

*A Paul Rodríguez, Gonzalo Cucho y José Díaz, por los mil temas esclarecidos y por toda la  
paciencia.*

*A Roberto Quiroz, Carolina Barreda y Aurelio Rodríguez, por su gran influencia en el  
proyecto.*



*"Conozco solamente una clase de libertad y es la libertad de la mente."*

Antoine de Saint-Exupéry



## Índice

<b>Capítulo 1: Análisis del Proceso de Producción de Papa en el Perú.....</b>	<b>2</b>
1.1 Proceso de Producción.....	2
1.1.1 Factores Limitantes.....	2
1.1.2 Efectos Negativos.....	3
1.2 Propiedades Importantes para el Campo de Cultivo.....	4
1.3 Síntesis de la Situación Actual.....	5
<b>Capítulo 2: Registro de Imágenes Orientado a la Agricultura de</b>	
<b>Precisión.....</b>	<b>7</b>
2.1 Agricultura de Precisión.....	7
2.2 Sensado Remoto Aplicado a la Agricultura de Precisión.....	8
2.2.1 Etapas de Sensado Remoto.....	8
2.2.2 Propiedades de las Imágenes Multi-espectrales.....	9
2.3 Registro de Imágenes.....	9
2.4 Métodos de Registro Automático de Imágenes.....	13
2.4.1 Selección de Puntos de Control.....	13
2.4.2 Análisis de Correspondencia entre Puntos de Control.....	14
2.4.3 Estimación de la Función de Transformación.....	18
2.4.4 Funciones de Transformación.....	19
2.4.5 Transformación de Imágenes.....	20
2.5 Síntesis de la Investigación.....	21
<b>Capítulo 3: Registro de Imágenes Orientado a la Agricultura de</b>	
<b>Precisión.....</b>	<b>22</b>
3.1 Hipótesis.....	22
3.2 Objetivos.....	23
3.3 Modelo del Sistema.....	24
3.4 Selección de Algoritmos.....	26
3.5 Funcionamiento del Sistema.....	30
3.5.1 Estructura Básica.....	30
3.5.2 Estructura Global.....	40
<b>Capítulo 4: Evaluación del Sistema de Registro de Imágenes.....</b>	<b>42</b>
4.1 Imágenes de Prueba.....	42
4.2 Selección de Parámetros .....	44

4.3	Respuesta ante Transformaciones Especificas.....	44
4.3.1	Cambios de Escala.....	45
4.3.2	Cambios de Punto de Observación.....	49
4.3.3	Cambios de Definición.....	53
4.3.4	Cambios de Iluminación.....	57
4.3.5	Efectos de Compresión.....	59
4.4	Discusión de Resultados.....	63
	<b>Conclusiones.....</b>	<b>64</b>
	<b>Recomendaciones.....</b>	<b>65</b>
	<b>Fuentes.....</b>	<b>66</b>



## Introducción

En la actualidad, la agricultura es de suma importancia para nuestro estilo de vida ya que su producción influye social y económicamente, lo cual genera un impacto tanto en el aspecto económico como en el nivel alimenticio de sus consumidores. Esta actividad requiere de métodos eficientes de control para generar productos de alta calidad, sin embargo, muchas de las técnicas actuales no han evolucionado y resultan obsoletas para el sistema de producción.

La agricultura de precisión es el análisis del estado de la vegetación en ubicaciones e instantes definidos. Esto se basa en un análisis espectral que mide los niveles de energía emitidos por el campo. Dicha información es captada a cierto nivel de la superficie por sensores multi-espectrales y mostrada en forma de imágenes de la zona de interés. Este conjunto de imágenes brinda información acerca de los elementos que constituyen el campo de cultivo.

El sistema de sensado descrito requiere de un procesamiento que relacione correctamente las imágenes del conjunto y genere una imagen global de la zona analizada. El Registro de Imágenes es una técnica de procesamiento digital que permite integrar imágenes captadas en distintos instantes de tiempo y bajo diferentes perspectivas para formar una sola. Esta técnica es capaz de generar mosaicos a partir de conjuntos de imágenes.

Este proyecto tiene como objetivo el diseño y desarrollo de un sistema de registro de imágenes orientado a la supervisión agrícola. El registro de imágenes busca generar una imagen global del campo de cultivo con un alto nivel de fidelidad que permita un correcto análisis de elementos y un alto nivel de rendimiento que brinde la capacidad de ejercer un control eficiente de la producción agrícola. Cabe recalcar que este proyecto está enfocado en la supervisión de cultivos de papa.

## Capítulo 1. Análisis del Proceso de Producción de Papa en el Perú

### 1.1 Proceso de Producción

La producción agrícola requiere de sistemas de supervisión eficientes para lograr altos niveles de rendimiento. En la actualidad, la actividad agrícola en Perú no tiene la capacidad de aprovechar adecuadamente los recursos y brindar productos de buena calidad debido a que las técnicas de supervisión aplicadas son obsoletas.

En nuestro país no se monitorean las propiedades de los cultivos de papa. En contraste, la mayoría de los métodos de control aplicados en su producción están basados en supervisiones superficiales de los cultivos, lo cual genera una evaluación global y poco precisa. Por otro lado, la falta de información y el reducido alcance de la tecnología actual en las regiones agrícolas hacen que las técnicas de supervisión no evolucionen, generando así un bajo nivel de eficiencia en los procesos de control.

Aun cuando la producción de papa es de suma importancia para diversas regiones del país y la base de un buen nivel de alimentación para el mundo entero, actualmente no se encuentra en un nivel acorde con las técnicas recientes.

#### **1.1.1 Factores Limitantes**

El análisis superficial del cultivo de papa disminuye considerablemente el alcance de los tratamientos aplicados, generando un control del campo incapaz de orientar muchos de los procesos hacia resultados óptimos [1, 2]. Estos factores limitantes son:

- *Tratamiento generalizado del campo de cultivo*

La inspección actual del campo de cultivo examina su evolución y define estados para regiones de determinada área. Esto hace que los tratamientos estén enfocados de manera global aún cuando solo sean necesarios en lugares específicos del campo.

- *Control Subjetivo de la Producción*

El estado del campo es analizado por un supervisor. Este elige las acciones de control de acuerdo a su percepción y experiencia. Por ello, el tipo de tratamiento y su efectividad depende directamente del su criterio, dándole a estas acciones un carácter totalmente relativo.

- *Dilación en los Procedimientos de Control*

El método actual de inspección del cultivo requiere de periodos de tiempo considerables para obtener información acerca del estado del campo. Lo mismo ocurre al obtener información sobre el efecto de los tratamientos aplicados. Este periodo necesario para la obtención de datos limita la capacidad de reacción y la estimación de los efectos del tratamiento aplicado.

### 1.1.2 Efectos Negativos

La incapacidad del sistema de monitoreo en brindar información necesaria para controlar eficientemente el campo cultivo genera efectos negativos en la producción [3, 4]. Estos efectos son:

- *Uso Excesivo de Fertilizantes y Pesticidas*

Las acciones correctivas globales hacen que se apliquen fertilizantes en zonas donde no es necesario, lo que genera un desequilibrio en las cantidades óptimas de nutrientes en la vegetación.

Por otro lado, los métodos de tratamiento de plagas definen las enfermedades que afectan a los productos a partir del análisis de cosechas anteriores. Esto genera un tratamiento inadecuado debido a la variación en las condiciones de las cosechas y un desperdicio de productos.

- *Irrigación Excesiva*

El cronograma de riegos se basa en supervisiones visuales de la coloración de hojas y tallos, así como en periodos de tiempo estimados en los cuales se predice la necesidad de agua. La aplicación de este método causa que algunas zonas que no necesiten de ella se humedezcan y pierdan consistencia.

- *Extracción temprana y Desperdicio de Productos*

El análisis del estado de los productos se hace de manera visual y según los criterios propios del supervisor, lo que hace que se obtengan resultados relativos e imprecisos. Por otro lado, ya que el método utilizado para prevenir enfermedades en la cosecha se logra a partir del análisis de cosechas anteriores, gran parte de la producción es necesariamente afectada en caso de que esté presente algún tipo de plaga.

## 1.2 Propiedades Importantes para el Campo de Cultivo

Como se sabe, la calidad de la producción depende directamente de las propiedades agrícolas de la vegetación y del suelo. Alcanzar un nivel óptimo de dichas propiedades es importante para el proceso de producción, por lo cual es vital contar con un sistema eficiente de monitoreo [2, 4]. Para la papa, algunas de las propiedades importantes son:

- *Nivel de calcio en el campo*

El calcio es un elemento esencial para la estabilización de las paredes y membranas celulares, así como para ciertas enzimas. Este elemento brinda mayor resistencia a hongos y bacterias.

- *Nivel de potasio en el campo*

El potasio es un elemento necesario para la generación de almidones y para los procesos de fotosíntesis, lo cual influye en el tiempo de vida de la planta. En niveles óptimos, influye en el tamaño de los tubérculos y fortalece los tejidos deshidratados.

- *Nivel de magnesio en el campo*

El magnesio es un elemento necesario para las reacciones enzimáticas de la célula, entre ellas, el correcto uso de nitrógeno y su transformación a compuestos orgánicos. Este elemento es uno de los constituyentes de la clorofila.

- *Nivel de fósforo en el campo*

El fósforo es importante para los procesos de metabolismo y el consumo de energía. Además, es necesario para la formación de azúcares y almidón, e influye en el estado de los tubérculos maduros.

- *Nivel de nitrógeno en el campo*

El nitrógeno es uno de los elementos más importantes para la formación de los tallos y hojas de la planta, lo cual influye en la cantidad de energía solar que recibe. Además, influye en el proceso de traslado de almidones hacia los tubérculos. Cantidades desproporcionadas de este elemento genera problemas de maduración.

- *Hidratación de la vegetación y del suelo*

El exceso o la falta de agua en la vegetación del campo genera efectos negativos, por lo que es necesario un control de riego preciso. Este factor depende directamente del tipo de suelo y su nivel de nutrientes, las temperaturas diurnas y nocturnas, así como la especie y la magnitud de la cosecha.

- *Temperatura*

Este factor influye en todos los procesos de la planta, especialmente en la capacidad de hacer fotosíntesis y sintetizar azúcar. La temperatura óptima está ligada a la especie y su etapa de crecimiento.

- *Humedad*

Este factor influye en la presencia de enfermedades en el cultivo. El nivel óptimo de humedad relativa está entre 70% y 80%. Es importante que este factor sea uniformemente distribuido y constante para todas las etapas de crecimiento.

En la actualidad, el monitoreo aplicado en la producción de la papa no permite la obtención de información concreta de estas propiedades. En contraste, los métodos generalizan los tratamientos del campo, generando así efectos negativos tanto en los procesos agrícolas como en el control de recursos.

### 1.3 Síntesis de la Situación Actual

La metodología actual se basa en técnicas artesanales que generan una producción agrícola poco eficiente. El control del campo de cultivo es sumamente limitado ya que estos métodos están orientados a analizar las propiedades de interés de manera superficial, lo cual se refleja en acciones correctivas mal enfocadas al campo. Esta práctica genera un consumo excesivo de pesticidas, fertilizantes y recursos hidrológicos, así como efectos negativos en el cultivo.

La informalidad de la actividad agrícola en nuestro país y la falta de recursos tecnológicos obstaculizan la implementación de nuevas técnicas capaces de utilizar de manera más eficiente los recursos e insumos y mejorar la calidad de la producción. De la misma forma, la falta de información acerca de nuevas técnicas de supervisión contribuye a la aplicación de técnicas obsoletas.



## Capítulo 2. Registro de Imágenes Orientado a la Agricultura de Precisión

### 2.1 Agricultura de Precisión

La agricultura de precisión es el análisis de los elementos que componen el campo de cultivo y tiene como objetivo conocer el estado de la vegetación. Su idea básica es definir el estado del cultivo en determinadas áreas y en instantes dados, brindando así información vital para controlar sus propiedades y llevar el cultivo a estados óptimos.

Este concepto se basa en instrumentos de medición y procesamiento capaces de cuantificar las propiedades de interés para desarrollar un sistema capaz de monitorearlas y analizar su variabilidad en el tiempo. La información obtenida permite aplicar tratamientos específicos de acuerdo con el estado de las zonas de cultivo analizadas y optimizar el proceso de producción [5].

Los objetivos específicos de la agricultura de precisión son:

- *Optimización de la producción*  
Establecer un proceso de producción más eficiente y generar productos de mayor calidad.
- *Optimización del aspecto ambiental*  
Minimizar el impacto ambiental de los tratamientos mal empleados y el uso excesivo de insumos sobre la tierra. Racionalizar adecuadamente los recursos naturales.
- *Optimización del aspecto Técnico*  
Introducir información específica de cada zona del campo para lograr un control más eficiente de las necesidades del cultivo.
- *Optimización del aspecto Económico*  
Aumentar la rentabilidad de la actividad agrícola a partir de una reducción en el uso de insumos y mano de obra. Desarrollar una producción de mayor calidad y con mayor demanda en el mercado.

## 2.2 Sensado Remoto aplicado a la Agricultura de Precisión

El nivel de energía absorbido por cierto elemento está relacionado con su nivel de concentración. Un elemento del campo, al ser afectado por cierta fuente energética, absorbe un determinado nivel de energía en diversas longitudes de onda de acuerdo a su composición [5]. Basándose en dicha relación, es posible conocer los niveles de concentración de los elementos importantes para la nutrición del campo al analizar la energía absorbida en diversas bandas de frecuencia.

El sensado remoto es la adquisición de datos de un objeto de estudio de manera remota o sin contacto directo [6]. Desde el punto de vista agrícola, el sensado remoto es el análisis de la concentración de elementos que componen una región específica en un determinado instante a partir de la energía electromagnética que esta refleja. Esto hace posible conocer el estado biológico de la vegetación y su evolución en el tiempo.

### 2.2.1 **Etapas del Sensado Remoto**

Se requiere de una fuente energética, sea natural o artificial, que produzca los niveles de energía adecuados para conocer con precisión los elementos de interés para el análisis [6]. La energía absorbida por el campo es medida utilizando sensores espectrales ubicados a cierto nivel sobre la superficie. Dichos sensores son denominados *multi o hiper-espectrales* de acuerdo a las frecuencias y anchos de banda que procesan. Estos reciben la energía reflejada por la superficie y la muestran en forma de imágenes con información espectral separada en múltiples canales. Este tipo de imagen es también conocido como *multi o hiper* espectral.

La región de campo cubierta por los sensores multi-espectrales varía de acuerdo a sus propiedades, el método de adquisición de datos, el nivel sobre la superficie al cual se capta la energía reflejada, entre otros factores. La limitación en la zona cubierta requiere de un procesamiento del conjunto de imágenes que permita desarrollar una sola imagen de la zona de interés correctamente alineada con la superficie. La creación de dicha imagen global tiene como propósito ubicar correctamente los niveles de energía obtenidos sobre la superficie del campo, lo que permite analizar las concentraciones de elementos nutricionales en determinadas regiones de interés.

## 2.2.2 Propiedades de las Imágenes Multi-espectrales

La energía electromagnética medida por los sensores es plasmada en imágenes de múltiples canales que cubren determinadas bandas de frecuencia, tanto fuera como dentro del espectro visible [5]. Las bandas de frecuencia y los anchos de banda dependen de las características de los sensores, cuya selección está ligada a los elementos de interés en el estudio agrícola.

Las imágenes multi-espectrales pueden ser construidas a partir de la información de un solo sensor que capte múltiples bandas de frecuencia o a partir de varios sensores que capturen diferentes bandas de frecuencia. En este último caso, las características del sistema de adquisición de datos juegan un papel importante ya que se requiere de un alineamiento entre bandas para formar una sola imagen multi-espectral [7].

De acuerdo a sus propiedades, los sensores pueden almacenar los datos obtenidos de manera analógica o digital. El desarrollo de sistemas basado en técnicas de procesamiento digital de imágenes capaces de generar un mosaico o definir el estado de la vegetación de manera automática requiere contar con datos discretos. Por ello, dicho acercamiento requiere de etapas de conversión que permitan obtener un conjunto de datos adecuado.

En una imagen digital, cada banda está compuesta por píxeles, los cuales representan una determinada área del campo. La relación entre pixel y área cubierta es denominada *Resolución Espacial* y está ligada al nivel de altitud y ángulo de inclinación respecto a la superficie a los cuales los sensores reciben información [8]. Por otro lado, cada banda almacena los niveles de energía captados como valores discretos. El número de valores con los cuales se puede describir cada banda es denominada *Resolución Radiométrica* e influye en la capacidad del sistema para representar fielmente el contenido espectral de cada región [8].

## 2.3 Registro de Imágenes

La generación de una sola imagen que describa a todo el campo de interés requiere de un procesamiento digital que estime los modelos de transformación entre las

imágenes del conjunto y que a partir de ellos desarrolle un mosaico orto-rectificado a la superficie del campo.

El *Registro de Imágenes* es el proceso de relacionar geoméricamente imágenes de un objeto o área en común obtenidas bajo diferentes puntos de observación y condiciones fotométricas [9]. Su aplicación en el procesamiento de imágenes de un sistema de sensado remoto permite construir una imagen global del campo a partir del conjunto de imágenes multi-espectrales y alinearla a la superficie usando imágenes de referencia.

El registro de imágenes es descompuesto en cuatro bloques básicos:

I. Selección de Puntos de Control

Se analizan las imágenes del conjunto en busca de puntos, segmentos o regiones de características robustas ante las transformaciones geométricas y radiométricas presentes. Aquellos elementos con características fuertes, fáciles de distinguir y bien distribuidas son seleccionados como puntos de control en cada una de las imágenes.

II. Análisis de Correspondencia entre Puntos de Control

Define los puntos de control que denotan una misma región en diferentes imágenes a partir de la comparación de características invariantes ante transformaciones, similitud entre regiones y relaciones espaciales. La comparación de características se basa en la construcción de elementos contrastables denominados *Descriptores*.

III. Estimación de la Función de Transformación.

Se define el modelo de transformación que relaciona al conjunto a partir de las propiedades del sistema de adquisición de datos, el nivel de fidelidad requerido y las distorsiones geométricas asumidas como presentes en las imágenes. Luego, se estiman los parámetros de dicho modelo a partir de los puntos de correspondencia obtenidos.

IV. Transformación o Re-muestreo de Imágenes.

Las imágenes del conjunto son transformadas al sistema de coordenadas de la imagen de referencia a partir de las funciones de transformación estimadas para cada una de ellas. Las intensidades de los píxeles en el sistema de referencia son asignadas a partir de las intensidades de los píxeles de correspondencia en el

sistema de muestra. Para ello, se emplean métodos de interpolación para definir con precisión los valores de intensidad de cada pixel.

El registro de imágenes tiene una amplia gama de aplicaciones. Algunas de ellas son:

- *Fusión de bandas*

Integra datos de diferentes bandas de frecuencia captados independientemente. Esto permite desarrollar una sola vista con mayor información espacial y espectral.

- *Generación de mosaicos:*

Integra imágenes de diferentes regiones pero con áreas en común para construir una sola imagen que modele todo el espacio abarcado por el conjunto.

- *Registro Geométrico de Imágenes:*

Relaciona geométricamente imágenes a cierto espacio real a partir de imágenes de referencia correctamente alineadas.

- *Análisis multi-temporal:*

Examina la evolución de las propiedades de cierto espacio a partir de imágenes captadas en diferentes instantes.

- *Reconocimiento de objetos:*

Un determinado objeto puede ser representado a partir de características con propiedades que permiten distinguirlo bajo diferentes condiciones. El reconocimiento de objetos analiza imágenes en busca de dichas características para definir si el objeto está presente en alguna de ellas.

Existen dos enfoques del Registro de Imágenes: *Registro Supervisado* y *Registro Automático* [10].

El Registro Supervisado define regiones de correspondencia entre imágenes de manera manual. Con dicha información, el sistema se encarga únicamente de estimar los parámetros del modelo establecido. Las limitaciones de este enfoque surgen al tratar imágenes en las cuales se requiere un alto nivel de fidelidad, al tratarse de modelos de transformación complejos y al procesar grandes conjuntos de imágenes [10, 11].

El Registro Automático obtiene los parámetros del modelo establecido a partir de regiones de correspondencia seleccionadas de manera automática basándose en criterios relacionados con las transformaciones presentes en las imágenes. Dicho enfoque sin duda consiste en un análisis de mayor complejidad y uso de recursos que en el caso anterior, sin embargo permite procesar grandes conjuntos de imágenes, estimar modelos de transformación complejos y obtener mayores niveles de fidelidad.

Las técnicas desarrolladas para el registro automático de imágenes se pueden clasificar en dos ramas [9, 10]:

- Técnicas basadas en el *análisis de áreas*

Se definen regiones de correspondencia a partir de la medida de similitud entre parches de determinada forma en las imágenes analizadas.

- Técnicas basadas en el *análisis de características*

Se definen regiones de correspondencia a partir de regiones, segmentos o píxeles con propiedades o características sobresalientes e invariantes ante las transformaciones presentes.

Los métodos de análisis de áreas se ven drásticamente limitados en su concepto básico de comparar ventanas de una determinada forma y tamaño. Esto se debe a que no es posible cubrir las mismas regiones con formas y tamaños fijos de ventanas al tratar transformaciones complejas. Usualmente, estos métodos son utilizados en imágenes sin características sobresalientes, razón por la cual se requiere de análisis de intensidades. Si bien existen métodos que permiten trabajar con transformaciones complejas, estos se caracterizan por una alta demanda computacional [9].

Los métodos basados en análisis de características, a diferencia de los métodos de análisis de áreas, permiten procesar modelos complejos de transformación ya que se seleccionan elementos con características invariantes ante las transformaciones presentes. Esto hace que dichos métodos obtengan altos niveles de eficiencia en conjuntos de imágenes con características distinguibles y sobresalientes relacionadas por transformaciones geométricas y radiométricas complejas.

## 2.4 Métodos de Registro Automático de Imágenes

### 2.4.1 Selección de Puntos de Control

Se definen puntos de control a partir de elementos sobresalientes, distinguibles, bien distribuidos e invariantes ante las transformaciones presentes. Basándose en sus propiedades, los puntos de control pueden ser: regiones, segmentos de línea o píxeles [9].

La selección de *regiones extremas* utiliza métodos basados en segmentación, transformadas de distancia y análisis de variaciones de intensidad. Otros métodos incluyen al MSER (*Maximally Stable Extremal Regions*), el cual es invariante ante transformaciones de afinidad [13].

La selección de segmentos es hecha a partir de análisis de *contornos* o regiones con alta variación de intensidad en una determinada dimensión. Los métodos incluyen al detector Canny [14] y al Laplaciano de Gaussiano.

La selección de píxeles es hecha a partir de análisis de *esquinas* o puntos con alta variación de intensidad en direcciones ortogonales. Algunos métodos se basan en derivadas parciales de primer y segundo orden de la intensidad de la imagen. Los métodos incluyen al SUSAN (Smallest Univalued Segment Assimilating Nucleus), el cual define esquinas usando una máscara de cierto radio con la misma intensidad del píxel analizado para calcular las variaciones de intensidad [15].

- *Harris – Laplace*

Es un método de selección de puntos de control bajo transformaciones de similitud [16]. Crea una estructura multi-escalar de la imagen a partir de cambios de resolución con filtros gaussianos [17, 18]. Cada escala de la imagen es analizada en busca de puntos de interés a partir del operador Harris. Luego, cada punto de interés es analizado en diferentes escalas a partir del Laplaciano de Gaussiano. La *Figura 1* muestra el análisis multi-escalar desarrollado.

El operador Harris se basa en los autovalores del tensor de estructura bidimensional de una determinada vecindad de píxeles para definir esquinas o puntos con altas gradientes de manera isotrópica [19]. Por otro lado, el Laplaciano

de Gaussiano obtiene fuertes respuestas frente a regiones resaltantes de determinado tamaño (*blobs*) [16].

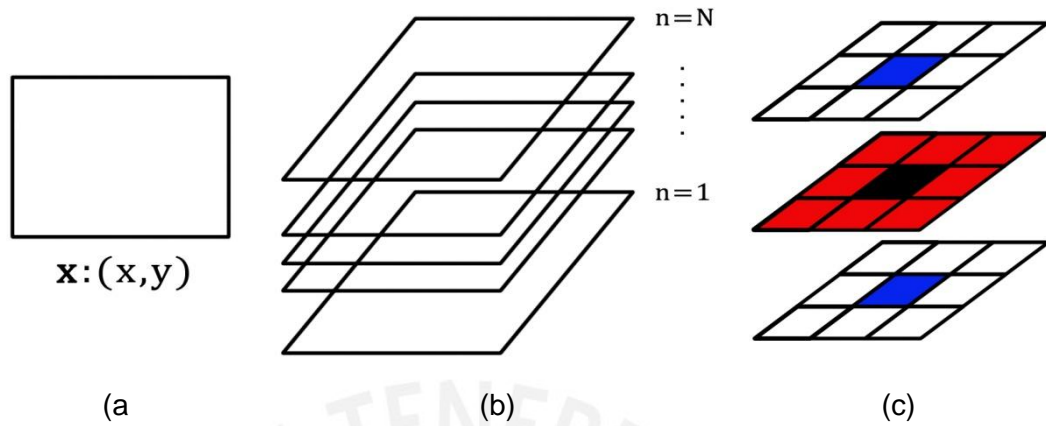


Figura 1. (a) imagen original. (b) imagen multi-escalar. (c) vecindad analizada para la selección de puntos de control. (rojo) Vecindad en la misma escala. (azul) Vecindad en escalas vecinas.

Los puntos seleccionados son descritos por:

$$\{(\mathbf{x}, n) \mid c(\mathbf{x}, n) > c(\mathbf{w}_x, n) \wedge c(\mathbf{x}, n) > T_H \wedge d(\mathbf{x}, n) > d(\mathbf{x}, n - l) \wedge d(\mathbf{x}, n) > T_{LoG}\},$$

$$\forall l \in \{-1, 1\}, \quad \mathbf{w}_x: \text{vecindad de } \mathbf{x}$$

Donde:

$c(\mathbf{x}, n) = \det(M) - \alpha \times \text{tr}(M):$	Operador Harris
$d(\mathbf{x}, n) = \sigma_d^2 \times  \nabla^2(g(\sigma_d) * I)  > T_{LoG}:$	Operador Laplace
$M(\mathbf{x}, n) = \sigma_d(n)^2 \times g(\sigma_i(n)) * \begin{bmatrix} L_x^2 & L_x L_y \\ L_x L_y & L_y^2 \end{bmatrix}:$	Tensor de estructura
$\sigma_i(n) = \sigma_0 \times \xi^n:$	Escala integrativa
$\sigma_d(n) = d \times \sigma_0 \times \xi^n:$	Escala derivativa
$L = I(\mathbf{x}) * g(\sigma_i(n)):$	Imagen filtrada
$T_H, T_{LoG}:$	Umbrales
$\alpha:$	Factor de ajuste

#### 2.4.2. Análisis de Correspondencia entre Puntos de Control

Los métodos de análisis de áreas requieren de una búsqueda exhaustiva de medidas de similaridad en todas las regiones descritas en las imágenes, lo que es computacionalmente alto. El método más común utiliza la correlación cruzada para

definir ventanas de correspondencia a partir de la intensidad de sus píxeles [8]. Dicha medición funciona satisfactoriamente bajo traslaciones y ligeros cambios de rotación y escala. Aunque existen versiones que permiten registrar imágenes bajo transformaciones de similitud, su complejidad y demanda computacional aumentan drásticamente [9].

Otros métodos reducen la carga computacional basándose en la acumulación de diferencias de intensidad en las ventanas. Sin embargo, el nivel de precisión de dichos métodos es menor a aquellos basados en correlaciones. Por otro lado, es posible obtener mayor robustez ante ruido y cambios de iluminación basándose en el análisis de máximos del espectro de potencia [9].

Los métodos basados en el análisis de características pueden separarse en: *Relaciones Espaciales* y *Descriptores Invariantes*.

Los métodos basados en relaciones espaciales relacionan puntos de control a partir de su distribución y distancias de separación. Este método es usado en imágenes en las cuales no es posible identificar y relacionar con certeza las propiedades de los puntos de control [9].

Los métodos basados en descriptores invariantes identifican a los puntos de control a partir de propiedades específicas, las cuales permitan relacionarlos bajo las transformaciones presentes. Se requiere que las descripciones entre puntos que describan un mismo elemento en diferentes imágenes sean semejantes y únicas. Es necesario además que la similitud entre las características obtenidas de un punto de control sean fieles a las características reales [12].

Algunos métodos se basan en la definición de vecindades alrededor de los puntos de control para analizar su medida de similitud a partir de la correlación de las intensidades de los píxeles cubiertos [9]. Otros métodos incluyen matrices binarias y modelado de contornos a partir de representaciones de códigos de cadena (chain code representations) [9].

- Scale-Invariant Feature Transform (SIFT)

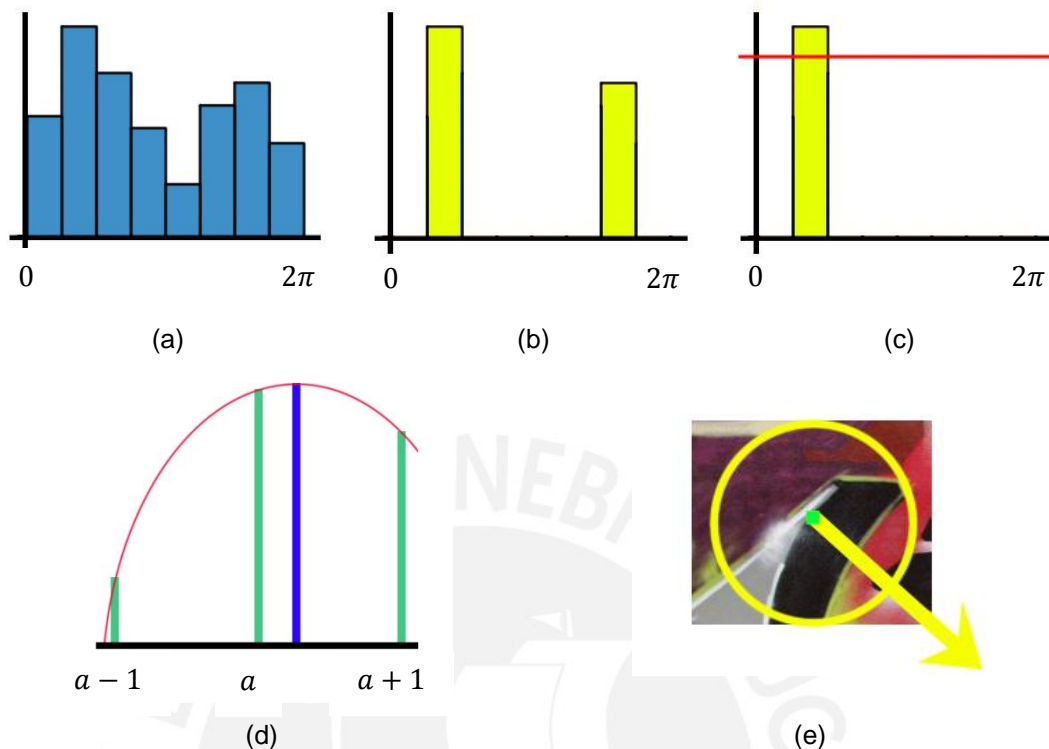


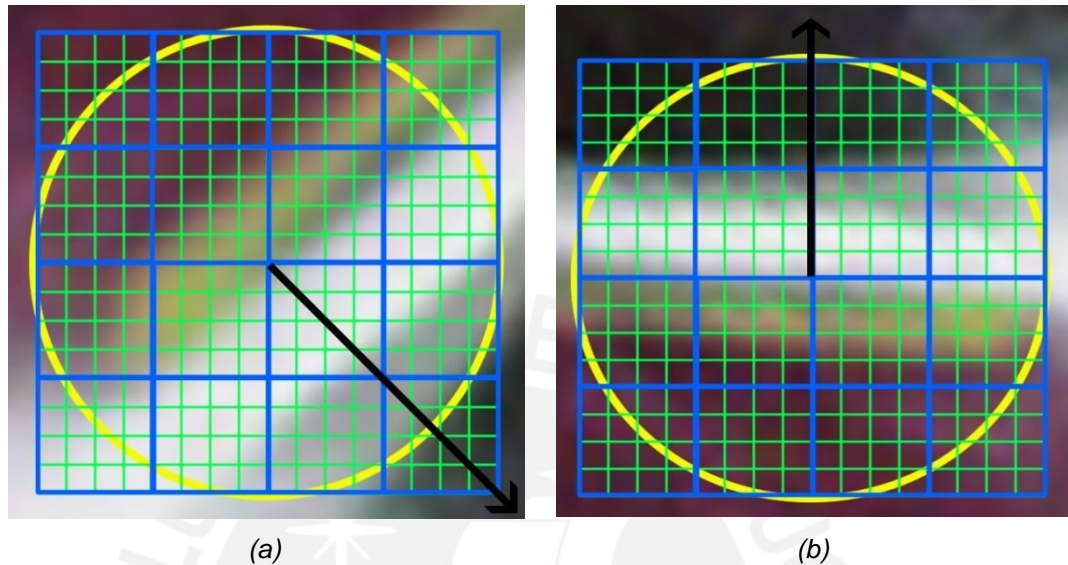
Figura 2. Asignación de orientaciones a puntos de control. (a) Histograma de orientación. (b) Picos del histograma. (c) Picos mayores al umbral (d) Ajuste parabólico. (e) Orientación asignada.

Es un algoritmo de selección y descripción de puntos de control invariante ante cambios de similaridad y ligeros cambios de perspectiva [20]. El método de descripción se basa en los cambios de intensidad de píxeles. Cada punto de control es caracterizado con una orientación y escala característica. Con ellas, se normaliza la vecindad de píxeles del punto de control y se desarrollan descriptores a partir de su variación de intensidad.

La orientación característica es definida a partir de las variaciones de intensidad predominantes en una determinada vecindad. Se desarrollan histogramas de orientación, se seleccionan las orientaciones pico y a partir de ellas se hace un ajuste parabólico para definir la orientación predominante. La *Figura 2* muestra la asignación de orientaciones. Por otro lado, la escala característica es definida por el nivel de resolución del punto de control.

El descriptor es creado a partir de las variaciones de intensidad de las sub-regiones que constituyen la vecindad del punto de control. Se desarrollan histogramas de

orientación para cada sub-región y se integran como un solo elemento, el cual es normalizado para reducir los efectos de distorsiones radiométricas. La *Figura 3* muestra la generación de descriptores a partir del vecindario seleccionado para cada punto de control.



*Figura 3.* Desarrollo de descriptores a partir de parches normalizados a escala y orientación característica. (a) Parche no normalizado. (b) Parche normalizado. Vecindario de 4x4 subregiones, cada una de 4x4 píxeles.

Un descriptor a partir de un vecindario de  $m \times m$  sub-vecindarios, cada uno compuesto por  $n \times n$  píxeles, es descrito por:

$$D(t) = \{d_{1,1} \dots d_{1,n} \dots d_{m,n}\}$$

La comparación de descriptores es hecha a partir de su representación en un determinado espacio métrico. Una alternativa es el espacio euclidiano [20, 21]. El método por umbralización define correspondencias si la distancia euclidiana entre descriptores es menor a cierto valor. El método de vecino más cercano (*Nearest Neighbor*) define correspondencias con aquellos elementos con los cuales se obtiene la mínima distancia euclidiana de todo el conjunto. Existen diversos métodos que permiten acortar la complejidad exhaustiva con diferentes definiciones de correspondencia.

- *Nearest Neighbor Distance Ratio (NNDR)*

Este método define elementos de correspondencia si la distancia euclidiana entre ellos es la mínima del conjunto y si la relación de dicha distancia con la segunda mínima es menor a un determinado valor [21]. Los puntos de correspondencia son descritos de la siguiente manera:

$$(a, b) \mid \varepsilon(a, b) = \min_i(\varepsilon(a, t_B)) \wedge \frac{\varepsilon(a, b)}{\min(\varepsilon(a, t'_B))} < t_{NNDR}, \quad \forall t'_B \neq b$$

Donde:

$$D(t) = \{d_1(t), \dots, d_n(t)\}, \quad \text{Descriptores}$$

$$\varepsilon(t_A, t_B) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (d_i(t_A) - d_i(t_B))^2}, \quad \text{Distancia euclidiana}$$

### 2.4.3 Estimación de la Función de Transformación

Se definen valores para los parámetros de transformación a partir de los puntos de correspondencia obtenidos. Con la función de transformación definida, las imágenes de muestra pueden ser representadas en el sistema de coordenadas de referencia. Es necesario contar con puntos de correspondencia correctamente relacionados para obtener una función de transformación fiel.

Las funciones de transformación requieren de un determinado número de puntos de correspondencia para definir sus parámetros. Sin embargo, para un sistema considerado ruidoso y con errores de correspondencia, la aplicación de métodos de selección de puntos según la función geométrica establecida y métodos de ajuste permiten obtener un modelo geométrico cercano al real.

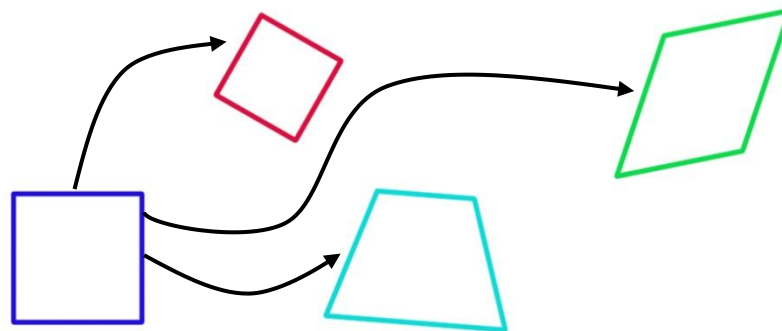
En una base de datos ruidosa, la estimación de parámetros de transformación a partir de un sistema determinado produce una función lejana a la real. En estos casos, es factible obtener parámetros más precisos a partir de un sistema sobre-determinado. La aplicación de métodos de ajuste a muestras ruidosas permite obtener funciones que definan puntos cercanos a los puntos observados. Uno de estos métodos es el ajuste de mínimos cuadrados (*least squares fit*) [23, 24].

- *Random Sample Consensus (RANSAC)*

Este método selecciona de manera robusta puntos de control de acuerdo al modelo transformación definido para una base de datos caracterizada por ruido y un porcentaje de correspondencias erradas [24]. Se definen funciones de transformación a partir de puntos de correspondencia seleccionados de manera aleatoria. Se define la cantidad de puntos de correspondencia que encajan (*inliers*) y no encajan (*outliers*) con cada función definida. Se define como la función de transformación a aquella con más puntos incluidos.

#### 2.4.4 Funciones de Transformación

Los modelos geométricos pueden ser lineales o no-lineales. Dentro de los modelos lineales están la *Transformación de Similitud*, caracterizada por tener cuatro grados de libertad (escala, rotación y traslación en dos dimensiones); *Transformación Afín*, caracterizada por tener seis grados de libertad (escala, rotación, traslación y transvección en dos dimensiones) y la *Transformación Proyectiva*, caracterizada por tener ocho grados de libertad. Entre las transformaciones no lineales están la transformación lineal por tramos (*piecewise linear*), *multiquadrics* y *thin-plate splines* [10]. La *Figura 4* muestra las transformaciones lineales mencionadas.



*Figura 4.* Transformaciones lineales. (rojo) Similitud. (verde) Afinidad. (celeste) Proyección.

- *Transformación Proyectiva*

Este modelo relaciona vistas de una región plana desde diferentes puntos de observación. La correspondencia entre vistas proyectivas es definida de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \mu'(x, y) \\ \nu'(x, y) \\ w'(x, y) \end{bmatrix} = H \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & 1 \end{bmatrix}, \quad \mu(x, y) = \frac{\mu'(x, y)}{w'(x, y)}, \nu(x, y) = \frac{\nu'(x, y)}{w'(x, y)}$$

Donde  $(x, y)$  y  $(\mu, \nu)$  son los sistemas de coordenadas relacionados. Se requiere cuatro pares de correspondencia no colineares para definir los parámetros de transformación.

### 2.4.5 Transformación de Imágenes

Se representa una imagen en un nuevo sistema de coordenadas a partir de una relación geométrica definida. El sistema de coordenadas destino corresponde al de la imagen de referencia y la función de transformación es definida a partir de los puntos de correspondencia definidos. La transformación es también conocida como *Re-muestreo de Imágenes (Image Resampling)* [9].

La relación entre sistemas de coordenadas no describe una correspondencia de pixel a pixel ya que su dominio y rango no necesariamente pertenecen al conjunto de números enteros. Por ello, se requiere la aplicación de técnicas de interpolación para asignar correspondencias con precisión.

Existen dos acercamientos al proceso de transformación: *Re-muestreo Directo* y *Re-muestreo Inverso*. El método directo define correspondencias al analizar el punto en el sistema de referencia que le corresponde a cada pixel del sistema de muestra. El método inverso define correspondencias al analizar el punto en el sistema de muestra que le corresponde a cada pixel del sistema de referencia.

El re-muestreo inverso asigna un punto en el sistema de coordenadas de la imagen de muestra a cada pixel del sistema de referencia. La aplicación de métodos de interpolación permite definir valores de intensidad precisos a cada pixel del sistema de referencia. Por otro lado, el método directo es más complicado de implementar y suele generar pixeles con más de una correspondencia asignada o sin correspondencia.

Los métodos de interpolación son definidos de acuerdo a la cantidad de puntos tomados en cuenta para la asignación de intensidades. Dentro de los métodos de

interpolación se encuentran: el *vecino más cercano* (*nearest neighbor*), basado en un solo pixel; *interpolación bilineal* (*bilinear interpolation*), basado en cuatro pixeles; y *convolución cubica* (*cubic convolution*), basado en 16 pixeles [10].

Los métodos basados en más puntos definen intensidades con mayor precisión y reducen el aliasing, sin embargo suavizan la imagen y se basan en procedimientos de mayor complejidad. Los métodos basados en menos puntos se basan en procedimientos más simples y preservan las intensidades de la imagen y la definición, sin embargo generan aliasing y no son tan precisos.

## 2.5 Síntesis de la Investigación

El sensado remoto obtiene información espectral del campo de cultivo a partir de múltiples imágenes y las analiza para conocer las propiedades de interés de la vegetación. Es necesaria la creación de una imagen global de la superficie del campo espacial y espectralmente fiel que permita desarrollar este análisis.

El registro automático de imágenes basado en análisis de características es capaz de estimar relaciones geométricas complejas y desarrollar transformaciones a partir de métodos de interpolación que permiten un alto nivel de fidelidad. Este sistema aplicado a imágenes agrícolas permitiría generar una imagen global, presentando así una alternativa flexible y de gran precisión para la supervisión agrícola.

La aplicación de este sistema permite una supervisión de zonas específicas del campo y su evolución en el tiempo. Por ello, es capaz de amañear campos de gran magnitud y con diversidad de especies vegetales y controlarlas independientemente y en gran detalle, permitiendo así la obtención de productos de mayor calidad y una administración más eficiente de recursos e insumos.

## Capítulo 3. Desarrollo del Sistema de Generación de Mosaicos

### 3.1 Hipótesis

#### **Hipótesis Principal**

Dado que el nivel de eficiencia en la producción de papa es limitado por las técnicas actuales de supervisión, un sistema de sensado remoto *implementado a partir de un registro automático de imágenes multi-espectrales* permitiría la obtención de información específica del nivel nutricional de la vegetación y su evolución en el tiempo. Esto brindaría la capacidad de obtener productos de mayor calidad a partir de la aplicación de tratamientos adecuados para áreas determinadas del campo, una racionalización óptima de insumos y mano de obra, y un mínimo impacto ambiental.

#### **Hipótesis Secundarias**

- 1) Es posible obtener datos acerca de los elementos que conforman al campo de cultivo a partir de la energía que absorbe en diversas bandas de frecuencia. Esto permite determinar el nivel nutricional de la vegetación.
- 2) La adquisición remota de datos de naturaleza espectral es un método preciso que permite conocer el estado del campo. Esto permite tomar decisiones acertadas para su acondicionamiento y lograr un mayor aprovechamiento de recursos.
- 3) Los elementos o condiciones que afectan al metabolismo de la vegetación son considerados de regular variabilidad según la especie y ubicación en el campo. Por ello, se requiere de un análisis multi-temporal de áreas bien definidas para lograr un control eficiente de todo el campo.

### 3.2 Objetivos

#### Objetivo General

Diseñar y desarrollar un sistema de registro de imágenes multi-espectrales enfocado en el análisis de campos de cultivo. El sistema tiene como propósito relacionar geométricamente múltiples imágenes aéreas que abarquen al campo de interés, de tal forma que permita desarrollar una imagen global. Dicha imagen mostraría la composición del campo de cultivo en su totalidad y brindaría la capacidad de analizarlo detalladamente para ejercer un control eficiente de sus propiedades.

Si bien el sistema es orientado hacia la generación de mosaicos de campos de papa, el registro de imágenes cuenta con una amplia gama de aplicaciones, dentro y fuera del espectro visible, y puede ser aplicado en imágenes de diferente naturaleza.

#### Objetivos Específicos

- 1) Desarrollar un registro de imágenes basado en algoritmos que permitan un nivel de eficiencia y fidelidad acorde con la aplicación del sistema.
- 2) Desarrollar un sistema automático que sea robusto y aplicable en diversas condiciones ambientales.
- 3) Comparar los algoritmos actuales y reconocer a los más eficientes en la generación de mosaicos a partir de imágenes multi-espectrales.
- 4) Generar un método basado en tecnología actual que represente una alternativa a las técnicas actuales de supervisión.

### 3.3 Modelo del Sistema

Los elementos que componen la vegetación del campo absorben la energía emitida en diferentes longitudes de onda. Este fenómeno es captado por los sensores multi-espectrales, los cuales reciben la energía reflejada. A partir de esta información se generan imágenes compuestas por diversas bandas, las cuales separan los datos espectrales obtenidos en diferentes longitudes de onda.

El conjunto de imágenes multi-espectrales es procesado mediante un sistema de generación de mosaicos para desarrollar una imagen que describa a todo el campo de interés. Esto es efectuado a partir del siguiente procedimiento:

- Se define el orden relativo de cada elemento del conjunto a partir de un análisis de imágenes colindantes.
- Se seleccionan puntos de control robustos ante distorsiones en cada una de las imágenes del conjunto.
- Se desarrollan descriptores para cada punto de control, los cuales consisten en elementos contrastables que representen a cada punto a partir de sus propiedades.
- Se definen correspondencias entre los puntos de control de diferentes imágenes a partir de la comparación de sus descriptores, con el objetivo de definir aquellos que representan al mismo punto o a la misma zona.
- Se estiman funciones de transformación entre las imágenes del conjunto a partir de las correspondencias obtenidas.
- Finalmente, se efectúa la transformación de imágenes del conjunto hacia el sistema de coordenadas de las imágenes de referencia a partir de las funciones estimadas.

El resultado es una imagen global con información espectral de todo el campo de interés. La *Figura 5* muestra el modelo teórico del sistema implementado.

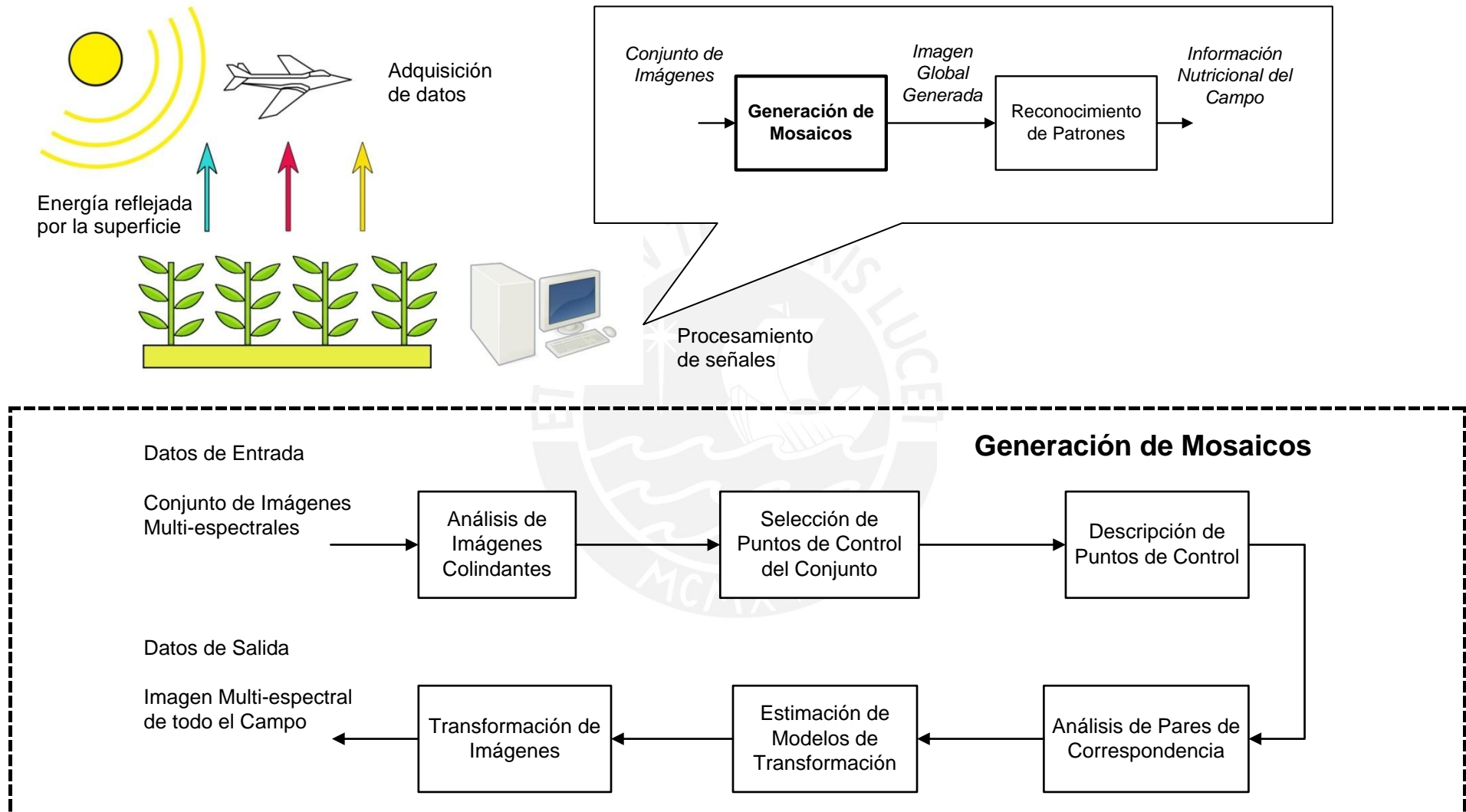


Figura 5. Modelo teórico del sistema.

### 3.4 Selección de Algoritmos

Se definen los requerimientos del sistema para seleccionar adecuadamente cada una de sus etapas. Se analizan las características de las imágenes y el tipo de transformación que las relaciona.

Además de las propiedades de una imagen, el rendimiento de diversos algoritmos de selección de puntos de control está ligado al *tipos de escena* por procesar [21, 22]. Se definen dos tipos de escenas: *Estructuradas* y *Texturizadas*. Las imágenes estructuradas se caracterizan por regiones homogéneas y cambios bien definidos, mientras que las imágenes texturizadas se caracterizan por regiones similares y repetitivas con una gran variedad de formas.

Las imágenes de campos de cultivo se componen de parches de vegetación con un alto contenido de variaciones de intensidad. Estas imágenes pueden ser clasificadas como escenas texturizadas. La figura 6 muestra ambos tipos de escena y las compara con imágenes de cultivos.

El tipo de transformación que relaciona al conjunto de imágenes está ligado a las propiedades de los sensores en uso y a los grados de libertad en el movimiento de la aeronave. Los movimientos de una aeronave son referidos a tres ejes: longitudinal, lateral y vertical. El cambio de orientación de la aeronave respecto al eje longitudinal es conocido como *alabeo*. El cambio de orientación de la aeronave respecto al eje lateral es conocido como *cabeceo*. El cambio de orientación de la aeronave respecto al eje vertical es conocido como *guiñada*. La *Figura 7* muestra los grados de libertad de una aeronave y la *Figura 8* muestra sus efectos en la adquisición de datos. Esta característica hace que la relación geométrica entre imágenes sea un modelo proyectivo.

A partir de las propiedades descritas, se define que el sistema de generación de mosaicos requiere procesar eficientemente vistas texturizadas. Este tipo de estructura cuenta con muchos elementos distintivos con los cuales analizar las relaciones geométricas a partir de análisis de características.

Por otro lado, el sistema de adquisición de lados, a partir de sus grados de libertad, establece relaciones proyectivas entre imágenes del conjunto. Esto, asumiendo que los sensores se comportan de manera ideal y que la geografía del campo permite

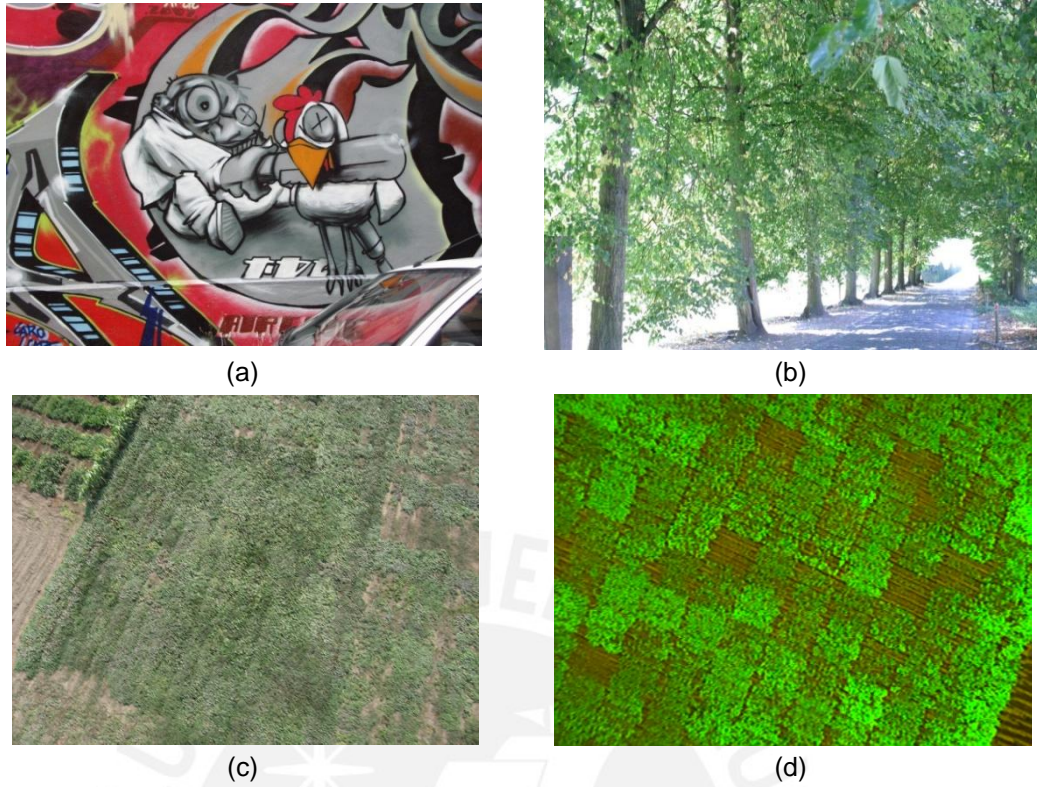


Figura 6. Tipos de Escena. (a) Estructurada [26]. (b) Texturizada [26]. (c) Imagen de cultivos (espectro visible). (d) Imagen de cultivos (multi-espectral).

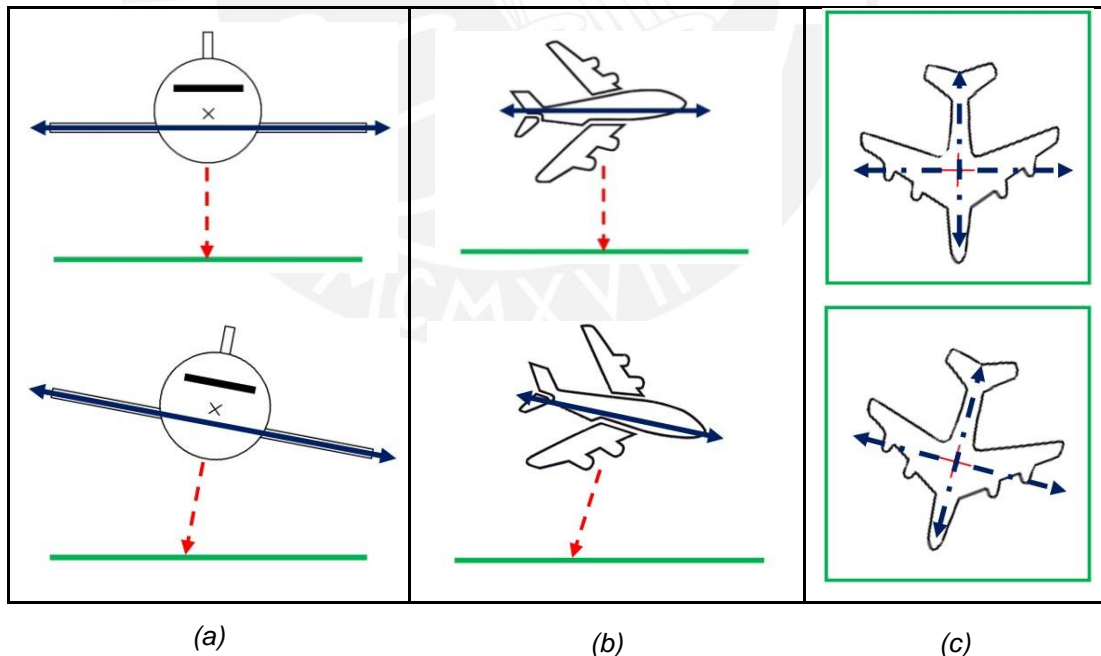


Figura 7. Grados de libertad de la aeronave. (a) alabeo. (b) cabeceo. (c) guiñada.

tomar a la superficie como un plano. Por ello, las etapas de Detección y Descripción de Características deben ser covariantes ante dicho tipo de transformación y deben ofrecer un buen rendimiento ante escenas texturizadas.

A partir de los requerimientos, se decide desarrollar los siguientes métodos:

- Selección de Puntos de Control **Harris-Laplace**
- Descripción de Puntos de Control **Descriptor SIFT**
- Análisis de Correspondencia entre Puntos de Control **NNDR**
- Modelo de Transformación establecido **Transformación Proyectiva**
- Estimación del Modelo de Transformación **RANSAC – Mínimos Cuadrados**
- Transformación de Imágenes **Método Inverso**
- Método de Interpolación **Bilineal**

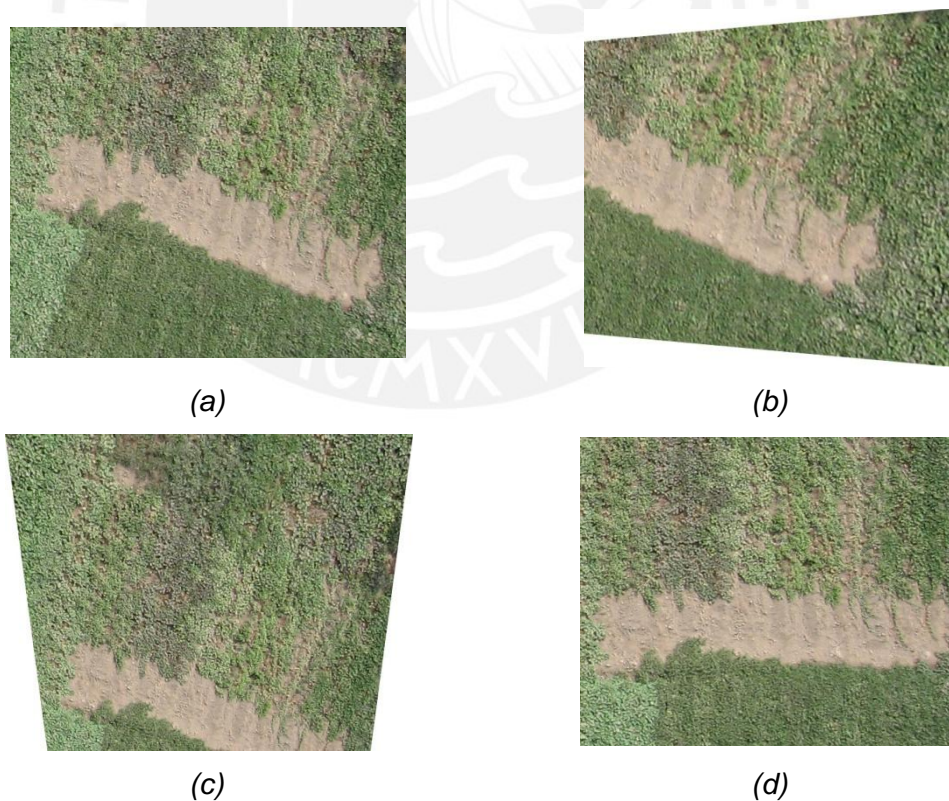


Figura 8. Efectos del movimiento de la aeronave en la adquisición de imágenes. (a) Imagen a partir de la aeronave alineada al suelo. (b), (c) Imágenes a partir del alabeo y del cabeceo de la aeronave. (d) Imagen a partir de la guiñada de la aeronave.

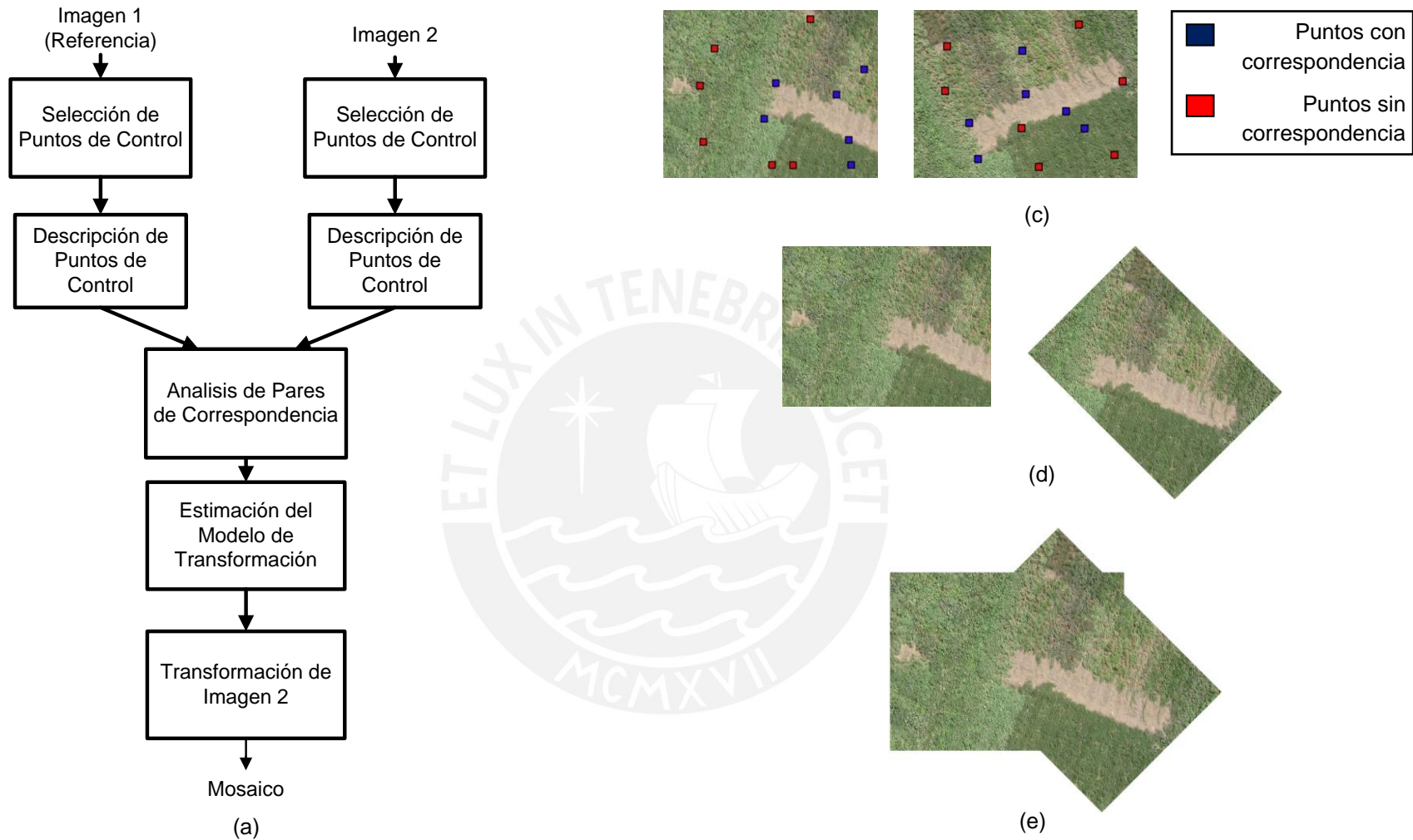


Figura 9. (a) Estructura básica. (b) imágenes de entrada. (c) Puntos de control. (d) Estimación del modelo proyectivo. (e) Mosaico desarrollado.

Los métodos de selección y descripción seleccionados son invariantes ante transformaciones de semejanza y obtienen una repetibilidad de más del 50% para cambios de punto de observación de hasta 50° [20]. El detector además muestra buenos resultados ante escenas texturizadas [21]. El modelo proyectivo es pre-seleccionado basándose en el sistema de adquisición de datos. El método RANSAC selecciona de manera robusta la mayor cantidad de puntos de control que permitan estimar la función de transformación y el ajuste de mínimos cuadrados obtiene una función que ubique a cada punto con el mínimo error respecto sus posiciones reales. La transformación inversa de imágenes a partir de interpolación bilineal permite obtener un buen nivel de fidelidad de manera eficiente [10].

### 3.5 Funcionamiento del Sistema

La idea básica es relacionar el conjunto de imágenes con imágenes de referencia alineadas a la superficie del campo. Para ello, se definen dos estructuras en el proceso de generación de mosaicos:

Una *estructura básica*, la cual consiste en la creación de una sola imagen a partir de dos de las imágenes del conjunto.

Una *estructura global*, la cual consiste en la generación de una sola imagen de todo el campo a partir de la iteración de la estructura básica. La creación de un mosaico de más de dos imágenes se basa, entre diversos enfoques, en las relaciones geométricas de pares de imágenes del conjunto [10], lo cual indirectamente relaciona a todo el conjunto hacia el sistema de coordenadas de referencia.

#### 3.5.1 Estructura Básica

Se desarrolla un mosaico de dos imágenes colindantes a partir de sus parámetros de transformación, para luego transformar la imagen de muestra al sistema de coordenadas de la muestra. La *Figura 9* muestra el diagrama de bloques de la estructura básica.

El sistema desarrollado estima dichos parámetros e integra las imágenes a partir del procedimiento descrito. La selección y descripción de puntos de control se basa en la información contenida en una determinada banda de ambas imágenes.

El sistema de registro de imágenes fue desarrollado en *Matlab*®, y consiste de cinco bloques: Detección, Descripción, Correspondencia, Estimación del modelo y Transformación. Cada bloque requiere de parámetros de funcionamiento específicos. Teóricamente, el sistema obtiene modelos de transformación entre dos imágenes de manera automática, sin embargo se requiere de una correcta selección de dichos parámetros de entrada para acondicionarse a cada conjunto de imágenes por procesar [22]. El sistema implementado puede ser consultado en el *Anexo 01*.

### Bloques del Sistema

Se describen los algoritmos que conforman al sistema a partir de modelos matemáticos y se introducen sus parámetros de funcionamiento, variables de entrada y variables de salida.

#### *1. Selección de Puntos de Control*

##### Parámetros iniciales

- $\sigma_0$  (escala inicial)
- $\xi$  (variación entre cambios de escala)
- $d$  (relación  $\sigma_d, \sigma_i$ )
- $t_H$  (umbral para el operador Harris)
- $\alpha$  (coeficiente de ajuste para análisis de autovalores)
- $t_L$  (umbral para el Laplaciano de Gaussiano)
- $N$  (niveles de resolución)

##### Variables de entrada

- $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  (coordenadas de la imagen)
- $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  (intensidad de cada punto de la imagen)

Variables de salida

- $l: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  (imagen multi-escalar)}
- $\rho \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{N}$  (puntos de control seleccionados y escala característica)

Modelo Matemático

- Cambio de resolución

$\forall n \in \{1, \dots, N\}$ ,

$$g_d(x, y, n) = \frac{1}{2\pi\sigma_d^2(n)} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma_d^2(n)}}, \quad \sigma_d(n) = d \times \sigma_0 \times \xi^n$$

$$l_x(x, y, n) = f(x, y) * \frac{\partial g_d(x, y, n)}{\partial x}, \quad l_y(x, y, n) = f(x, y) * \frac{\partial g_d(x, y, n)}{\partial y}$$

- Harris multi-escala

$$g_i(x, y, n) = \frac{1}{2\pi\sigma_i^2(n)} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma_i^2(n)}}, \quad \sigma_i(n) = \sigma_0 \times \xi^n$$

$$M(x, y, n) = \sigma_d(n) \times g_i(x, y, n) * \begin{bmatrix} l_x^2(x, y, n) & l_x(x, y, n)l_y(x, y, n) \\ l_x(x, y, n)l_y(x, y, n) & l_y^2(x, y, n) \end{bmatrix}$$

$$c(x, y, n) = \det(M(x, y, n)) - \alpha \times \text{tr}(M(x, y, n))$$

- Máximos en espacio

$\forall a \in \{-1, 0, 1\}, \quad \forall b \in \{-1, 0, 1\}$

$$c_{max}(x, y, n) = \begin{cases} 1, & c(x, y, n) > c(x-a, y-b, n) \wedge c(x, y, n) > t_H \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

- Laplaciano de Gaussiano

$$l(x, y, n) = f(x, y) * g_d(x, y, n)$$

$$e(x, y, n) = \sigma_d^2(n) \times |\Delta g_d(x, y, n) * l(x, y, n)|$$

- Máximos en escala

$\forall a \in \{-1, 1\}$ ,

$$e_{max}(x, y, n) = \begin{cases} 1, & e(x, y, n) > e(x, y, n-a) \wedge e(x, y, n) > t_L \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

- Puntos de Control

$$hl(x, y, n) = c_{max}(x, y, n) \times e_{max}(x, y, n)$$

$$\rho = \{(\rho_x, \rho_y, \rho_n) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{N} \mid hl(\rho_x, \rho_y, \rho_n) = 1\}$$

## II. Descripción de Puntos de Control

### Parámetros iniciales

- $H_{orient}$  (intervalos del histograma de orientación)
- $H_{desc}$  (intervalos del histograma de descripción)
- $W \times W$  (pixeles de la vecindad)
- $W_{sub} \times W_{sub}$  (pixeles de las sub-regiones de la vecindad)

### VARIABLES DE ENTRADA

- $\rho \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{N}$  (puntos de control seleccionados y escala característica)
- $l: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  (imagen multi-escala)

### VARIABLES DE SALIDA

- $s \in S \subset \mathbb{R}^2 \times \mathbb{N}^2$  (puntos de control con orientaciones asignadas)
- $d: S \times \mathbb{N}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  (descriptores)

### Modelo Matemático

- Magnitud y orientación de gradientes

$$\delta_x(x, y, n) = l(x + 1, y, n) - l(x - 1, y, n),$$

$$\delta_y(x, y, n) = l(x, y + 1, n) - l(x, y - 1, n)$$

$$m(x, y, n) = \sqrt{\delta_x^2(x, y, n) + \delta_y^2(x, y, n)}, \quad \Theta(x, y, n) = \tan^{-1} \frac{\delta_y(x, y, n)}{\delta_x(x, y, n)}$$

- Histograma de orientación

$$g_\delta(x, y, n) = \frac{1}{2\pi\sigma_\delta^2(n)} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma_\delta^2(n)}}, \quad \sigma_\delta(n) = 1.5 \times d \times \sigma_0 \times \xi^n$$

$$v_\theta(\rho, h) = \sum_{x,y} m(x, y, \rho_n) \times g_\delta(x - \rho_x, y - \rho_y, \rho_n),$$

$$\forall (x, y) \mid (x, y) \in \mathbb{R}^2 \wedge \left\lfloor \frac{\Theta(x, y, \rho_n) + \pi}{\frac{2\pi}{H_{orient}}} \right\rfloor = h$$

- Valores pico del histograma

$$\forall h \in \{1, \dots, H_{orient}\}, \quad \forall a \in \{-1, 1\},$$

$$v_{pico}(\rho, h) = \begin{cases} v_{\theta}(\rho, h), & v_{\theta}(\rho, h) > 0.2 \times \max(v_{\theta}(\rho, h)) \wedge v_{\theta}(\rho, h) > v_{\theta}(\rho, h - a) \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases}$$

$$\rho_h = \{h \in \{1, \dots, H_{orient}\} \mid v_{pico}(\rho, \rho_h) \neq 0\}$$

- Ajuste parabólico de valores pico

$$\begin{bmatrix} v_{pico}(\rho, \rho_h - 1) \\ v_{pico}(\rho, \rho_h) \\ v_{pico}(\rho, \rho_h + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\rho_h - 1)^2 & (\rho_h - 1) & 1 \\ \rho_h^2 & \rho_h & 1 \\ (\rho_h + 1)^2 & (\rho_h + 1) & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a(\rho, \rho_h) \\ b(\rho, \rho_h) \\ c(\rho, \rho_h) \end{bmatrix}$$

- Asignación de orientaciones pico a cada punto de control

$$p(\rho, \rho_h) = \frac{2\pi}{H_{orient}} \times \left( \rho_h + \frac{-b(\rho, \rho_h)}{2 \times a(\rho, \rho_h)} \right)$$

- Puntos de control y orientaciones pico

$$\mathbf{s} = \{(\rho_x, \rho_y, \rho_n, \rho_h) \in S \subset \mathbb{R}^2 \times \mathbb{N}^2 \mid v_{pico}(\rho_x, \rho_y, \rho_n, \rho_h) \neq 0\}$$

- Normalización de parches según orientación y escala de cada punto de control

$$T_s(\mathbf{s}) = \frac{1}{\rho_n} \begin{bmatrix} \cos(p(\mathbf{s})) & -\sin(p(\mathbf{s})) \\ \sin(p(\mathbf{s})) & \cos(p(\mathbf{s})) \end{bmatrix}$$

- Re-muestreo inverso

$$(\bar{x}, \bar{y}) \in \mathbb{R}^2 \quad (\text{nuevo sistema de coordenadas})$$

$$\begin{bmatrix} x(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}) \\ y(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}) \end{bmatrix} = T_s^{-1}(\mathbf{s}) \times \begin{bmatrix} \bar{x} - \rho_x \\ \bar{y} - \rho_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_x \\ \rho_y \end{bmatrix}$$

- Interpolación Bilineal

$$x \rightarrow x(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}), \quad y \rightarrow y(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s})$$

$$l_{int}(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}) = M_1 \times l(\llbracket \bar{x} \rrbracket, \llbracket \bar{y} \rrbracket) + M_2 \times l(\llbracket \bar{x} \rrbracket + 1, \llbracket \bar{y} \rrbracket) + M_3 \times l(\llbracket \bar{x} \rrbracket, \llbracket \bar{y} \rrbracket + 1) \\ + M_4 \times l(\llbracket \bar{x} \rrbracket + 1, \llbracket \bar{y} \rrbracket + 1),$$

$$M_1 = (\llbracket \bar{x} \rrbracket + 1 - x) \times (\llbracket \bar{y} \rrbracket + 1 - y), \quad M_2 = (x - \llbracket \bar{x} \rrbracket) \times (\llbracket \bar{y} \rrbracket + 1 - y)$$

$$M_3 = (\llbracket \bar{x} \rrbracket + 1 - x) \times (y - \llbracket \bar{y} \rrbracket), \quad M_4 = (x - \llbracket \bar{x} \rrbracket) \times (y - \llbracket \bar{y} \rrbracket)$$

- Magnitud y orientación de gradientes (parches normalizados)

$$\delta'_x(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}) = l_{int}(\bar{x} + 1, \bar{y}, \mathbf{s}) - l_{int}(\bar{x} - 1, \bar{y}, \mathbf{s})$$

$$\delta'_y(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}) = l_{int}(\bar{x}, \bar{y} + 1, \mathbf{s}) - l_{int}(\bar{x}, \bar{y} - 1, \mathbf{s})$$

$$m'(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}) = \sqrt{\delta'_x{}^2(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}) + \delta'_y{}^2(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s})}, \quad \Theta'(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}) = \tan^{-1} \frac{\delta'_y(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s})}{\delta'_x(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s})}$$

- Definición de subregiones e intervalos del histograma

$$\forall j \in \left\{0, \dots, \frac{W}{W_{sub}} - 1\right\}, \quad \forall k \in \left\{0, \dots, \frac{W}{W_{sub}} - 1\right\}, \quad \forall h \in \{1, \dots, H_{desc}\}$$

- Histogramas de orientación separados por subregiones

$$g_n(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{1}{2\pi \left(\frac{W}{2}\right)^2} e^{-\frac{(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)}{2\left(\frac{W}{2}\right)^2}}$$

$$\omega_1(\mathbf{s}, j, k, h) = \sum_{\bar{x}, \bar{y}} m'(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}) \times g_n(\bar{x} - \rho_x, \bar{y} - \rho_y) \times \left( (h + 1) - \frac{\Theta'(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}) + \pi}{\frac{2\pi}{H_{desc}}} \right),$$

$$\forall (\bar{x}, \bar{y}) | (\bar{x}, \bar{y}) \in$$

$$[\rho_x - W_{sub} \times j, \rho_x - W_{sub} \times j + W_{sub}] \times [\rho_y - W_{sub} \times k, \rho_y - W_{sub} \times k + W_{sub}] \wedge$$

$$\left\lfloor \frac{\Theta'(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}) + \pi}{\frac{2\pi}{H_{desc}}} \right\rfloor = h$$

$$\omega_2(\mathbf{s}, j, k, h) = \sum_{\bar{x}, \bar{y}} m'(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}) \times g_n(\bar{x} - \rho_x, \bar{y} - \rho_y) \times \left( \frac{\Theta'(\bar{x}, \bar{y}, \mathbf{s}) + \pi}{\frac{2\pi}{H_{desc}}} - (h - 1) \right),$$

$$\forall (\bar{x}, \bar{y}) | (\bar{x}, \bar{y}) \in$$

$$[\rho_x - W_{sub} \times j, \rho_x - W_{sub} \times j + W_{sub}] \times [\rho_y - W_{sub} \times k, \rho_y - W_{sub} \times k + W_{sub}] \wedge$$

$$\left\lfloor \frac{\Theta'(w_{jk}, \mathbf{s}) + \pi}{\frac{2\pi}{H_{desc}}} \right\rfloor + 1 = h$$

$$\omega(\mathbf{s}, j, k, h) = \omega_1(\mathbf{s}, j, k, h) + \omega_2(\mathbf{s}, j, k, h)$$

- Normalización del Histograma

$$\forall a \in \left\{0, \dots, \frac{W}{W_{sub}} - 1\right\}, \quad \forall b \in \left\{0, \dots, \frac{W}{W_{sub}} - 1\right\}, \quad \forall c \in \{1, \dots, H_{desc}\}$$

$$\omega_{norm}(\mathbf{s}, j, k, h) = \frac{\omega(\mathbf{s}, j, k, h)}{\sqrt{\sum_{a,b,c} \omega^2(\mathbf{s}, a, b, c)}}$$

$$\omega_d(\mathbf{s}, j, k, h) = \begin{cases} 0.2 \times \max(\omega_{norm}(\mathbf{s}, j, k, h)), & \omega_{norm}(\mathbf{s}, j, k, h) > 0.2 \times \max(\omega_{norm}(\mathbf{s}, j, k, h)) \\ \omega_{norm}(\mathbf{s}, j, k, h), & \text{caso contrario} \end{cases}$$

$$d(\mathbf{s}, j, k, h) = \frac{\omega_d(\mathbf{s}, j, k, h)}{\sqrt{\sum_{a,b,c} \omega_d^2(\mathbf{s}, a, b, c)}}$$

### III. Análisis de Correspondencias entre Puntos de Control

Parámetros iniciales:

- $t_{NNDR}$  (umbral para relación entre distancias euclidianas)
- $H_{desc}$  (intervalos del histograma de descripción)
- $W \times W$  (tamaño de la vecindad)
- $W_{sub} \times W_{sub}$  (tamaño de las sub-regiones de la vecindad)

Variables de entrada

$\mathbf{s}_A \in S_A \subset \mathbb{R}^2 \times \mathbb{N}^2$  (puntos de control de la imagen de referencia)

$\mathbf{s}_B \in S_B \subset \mathbb{R}^2 \times \mathbb{N}^2$  (puntos de control de la imagen de muestra)

$d_A: S_A \times \mathbb{N}^3$  (descriptores de la imagen de referencia)

$d_B: S_B \times \mathbb{N}^3$  (descriptores de la imagen de muestra)

Variables de salida

$\mathbf{t} \in A \subset S_A$  (puntos de control con correspondencia)

Modelo Matemático

- Distancia Euclidiana entre descriptores

$$\forall a \in \left\{0, \dots, \frac{W}{W_{sub}} - 1\right\}, \quad \forall b \in \left\{0, \dots, \frac{W}{W_{sub}} - 1\right\}, \quad \forall c \in \{1, \dots, H_{desc}\},$$

$$eucl(\mathbf{s}_A, \mathbf{s}_B) = \sqrt{\sum_{a,b,c} (d_A(\mathbf{s}_A, a, b, c) - d_B(\mathbf{s}_B, a, b, c))^2}$$

- Pares de correspondencia

$$\varepsilon(\mathbf{s}_A) = \begin{cases} \mathbf{s}_{\min}, & \left(\frac{\min(eucl(\mathbf{s}_A, \mathbf{s}_B))}{\min(eucl(\mathbf{s}_A, \mathbf{s}'))}\right) < t_{NDR}, \\ 0, & c. c. \end{cases}$$

$$\mathbf{s}_{\min} = \{\mathbf{s}_B \in S_B \mid eucl(\mathbf{s}_A, \mathbf{s}_{\min}) = \min(eucl(\mathbf{s}_A, \mathbf{s}_B))\}, \quad \forall \mathbf{s}' \in S_B / \{\mathbf{s}_{\min}\},$$

Puntos con correspondencia

$$\mathbf{t} = \{(\rho_x, \rho_y, \rho_n, \rho_h) \in A \subset S_A \mid \varepsilon(\rho_x, \rho_y, \rho_n, \rho_h) \neq 0\}$$

#### IV. Estimación de la Función de Transformación

Parámetros iniciales:

- $I$  (numero de iteraciones)
- $e$  (diferencia máxima entre ubicaciones reales y estimadas)

Variables de entrada

- $\mathbf{t} \in A \subset \mathbb{R}^2 \times \mathbb{N}^2$  (puntos de correspondencia en la referencia)
- $\varepsilon: S_A \rightarrow S_B$  (puntos de correspondencia en la muestra)

Variables de salida

- $T_{est}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  (función de transformación proyectiva estimada)

Modelo Matemático:

- Coordenadas de puntos de correspondencia

$$\tilde{x}(\mathbf{t}) = \rho_x, \quad \tilde{y}(\mathbf{t}) = \rho_y, \quad \tilde{\mu}(\mathbf{t}) = \tilde{x}(\varepsilon(\mathbf{t})), \quad \tilde{v}(\mathbf{t}) = \tilde{y}(\varepsilon(\mathbf{t}))$$

- Selección aleatoria de puntos de control

$$\forall i \in \{1, \dots, I\}, \quad X_{i,1}, \dots, X_{i,4} \sim U(1, |A|)$$

- Estimación de los parámetros del modelo

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mu}(X_{i,1}) \\ \tilde{v}(X_{i,1}) \\ \vdots \\ \tilde{\mu}(X_{i,4}) \\ \tilde{v}(X_{i,4}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}(X_{i,1}) & \tilde{y}(X_{i,1}) & 1 & \tilde{\mu}(X_{i,1}) \times \tilde{x}(X_{i,1}) & -\tilde{\mu}(X_{i,1}) \times \tilde{y}(X_{i,1}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{v}(X_{i,1}) \times \tilde{x}(X_{i,1}) & -\tilde{v}(X_{i,1}) \times \tilde{y}(X_{i,1}) & \tilde{x}(X_{i,1}) & \tilde{y}(X_{i,1}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{x}(X_{i,4}) & \tilde{y}(X_{i,4}) & 1 & \tilde{\mu}(X_{i,4}) \times \tilde{x}(X_{i,4}) & -\tilde{\mu}(X_{i,4}) \times \tilde{y}(X_{i,4}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{v}(X_{i,4}) \times \tilde{x}(X_{i,4}) & -\tilde{v}(X_{i,4}) \times \tilde{y}(X_{i,4}) & \tilde{x}(X_{i,4}) & \tilde{y}(X_{i,4}) & 1 \end{bmatrix} \times T_{lin},$$

$$T_{lin} = (a(i), b(i), c(i), d(i), e(i), f(i), g(i), h(i)))^T$$

$$T(i) = \begin{bmatrix} a(i) & b(i) & c(i) \\ d(i) & e(i) & f(i) \\ g(i) & h(i) & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \mu'(\mathbf{t}, i) \\ \nu'(\mathbf{t}, i) \\ w'(\mathbf{t}, i) \end{bmatrix} = T(i) \times \begin{bmatrix} \tilde{x}(\mathbf{t}) \\ \tilde{y}(\mathbf{t}) \\ 1 \end{bmatrix},$$

- Ubicación de puntos en la referencia según el modelo estimado

$$\hat{u}(\mathbf{t}, i) = \frac{\mu'(\mathbf{t}, i)}{w'(\mathbf{t}, i)}, \quad \hat{v}(\mathbf{t}, i) = \frac{\nu'(\mathbf{t}, i)}{w'(\mathbf{t}, i)}$$

- Diferencia entre ubicación real y estimada

$$err(\mathbf{t}, i) = \begin{cases} 1, & \|\hat{\mu}(\mathbf{t}, i) - \mu(\mathbf{t}), \hat{v}(\mathbf{t}, i) - \nu(\mathbf{t})\| < e \\ 0, & c. c. \end{cases}$$

- Cantidad de puntos de control que encajan con el modelo estimado

$$inl(i) = \sum_{\mathbf{t}} err(\mathbf{t}, i)$$

- Conjunto con la mayor cantidad de puntos incluidos

$$i_{max} = \{i \in \{1, \dots, I\} \mid inl(i_{max}) = \max(inl(i))\}$$

$$\mathbf{t}_{max} = \mathbf{t} \in A \mid err(\mathbf{t}_{max}, i_{max}) = 1\}$$

- Mínimos cuadrados

$$B = \begin{bmatrix} \tilde{\mu}(X_{i,1}) \\ \tilde{\nu}(X_{i,1}) \\ \vdots \\ \tilde{\mu}(X_{i,n}) \\ \tilde{\nu}(X_{i,n}) \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} \tilde{x}(X_{i,1}) & \tilde{y}(X_{i,1}) & 1 & \tilde{\mu}(X_{i,1}) \times \tilde{x}(X_{i,1}) & -\tilde{\mu}(X_{i,1}) \times \tilde{y}(X_{i,1}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{\nu}(X_{i,1}) \times \tilde{x}(X_{i,1}) & -\tilde{\nu}(X_{i,1}) \times \tilde{y}(X_{i,1}) & \tilde{x}(X_{i,1}) & \tilde{y}(X_{i,1}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{x}(X_{i,n}) & \tilde{y}(X_{i,n}) & 1 & \tilde{\mu}(X_{i,n}) \times \tilde{x}(X_{i,n}) & -\tilde{\mu}(X_{i,n}) \times \tilde{y}(X_{i,n}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{\nu}(X_{i,n}) \times \tilde{x}(X_{i,n}) & -\tilde{\nu}(X_{i,n}) \times \tilde{y}(X_{i,n}) & \tilde{x}(X_{i,n}) & \tilde{y}(X_{i,n}) & 1 \end{bmatrix},$$

$$B = A \times T_{lin}, \quad T_{lin} = A^+ \times B, \quad A^+ = (A^T A)^{-1} A^T$$

#### V. Transformación de Imagen de Muestra

Variables de entrada:

- $T_{est}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  (función de transformación estimada)
- $(u, v) \in \mathbb{R}^2$  (coordenadas de la imagen de muestra)
- $f_{sam}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  (intensidad de la imagen de muestra)
- $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  (coordenadas de la imagen de referencia)
- $f_{ref}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  (intensidad de la imagen de referencia)

Variables de salida:

- $f_{mos}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  (mosaico)

Modelo Matemático:

- Re-muestreo inverso

$$\begin{bmatrix} u'(x, y) \\ v'(x, y) \\ w'(x, y) \end{bmatrix} = T_{est} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad u(x, y) = \frac{u'(x, y)}{w'(x, y)}, \quad v(x, y) = \frac{v'(x, y)}{w'(x, y)}$$

- Imagen de referencia representada en el mosaico

$$f_{mos}(x, y) = f_{ref}(x, y)$$

- Interpolación Bilineal

$$\mu \rightarrow \mu(x, y), v \rightarrow v(x, y)$$

$$f_{mos}(x, y) = M_1 \times f(\llbracket \mu \rrbracket, \llbracket v \rrbracket) + M_2 \times f(\llbracket \mu \rrbracket + 1, \llbracket v \rrbracket) + M_3 \times f(\llbracket \mu \rrbracket, \llbracket v \rrbracket + 1) + M_4 \times f(\llbracket \mu \rrbracket + 1, \llbracket v \rrbracket + 1)$$

$$M_1 = (\llbracket \mu \rrbracket + 1 - \mu) \times (\llbracket v \rrbracket + 1 - v), \quad M_2 = (\mu - \llbracket \mu \rrbracket) \times (\llbracket v \rrbracket + 1 - v)$$

$$M_3 = (\llbracket \mu \rrbracket + 1 - \mu) \times (v - \llbracket v \rrbracket), \quad M_4 = (\mu - \llbracket \mu \rrbracket) \times (v - \llbracket v \rrbracket)$$

### 3.5.2 Estructura Global

El sistema de registro de imágenes es capaz de relacionar todo un conjunto de imágenes a partir de modelos de transformación entre pares de imágenes e información acerca del posicionamiento relativo de cada una en el conjunto. Esto se basa en la capacidad de obtener indirectamente las relaciones geométricas de imágenes no colindantes a partir de una cadena de funciones de transformación.

Las imágenes colindantes pueden ser definidas a partir de instrumentos de posicionamiento o análisis de la cantidad de pares de correspondencia entre imágenes [5, 25]. Con ello, el sistema estima los modelos de transformación entre las imágenes de referencia y sus imágenes colindantes, y los modelos entre estas y sus respectivas imágenes colindantes, para así relacionar a todo el conjunto. La *Figura 10* muestra la estimación de funciones de transformación entre imágenes no colindantes.

La función de transformación entre imágenes no colindantes es descrita por:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix} = T_{13} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, \quad T_{13} = T_{23} \times T_{12},$$

Donde  $T_{12}$  y  $T_{23}$  son modelos estimados por la estructura básica

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = T_{12} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix} = T_{23} \times \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

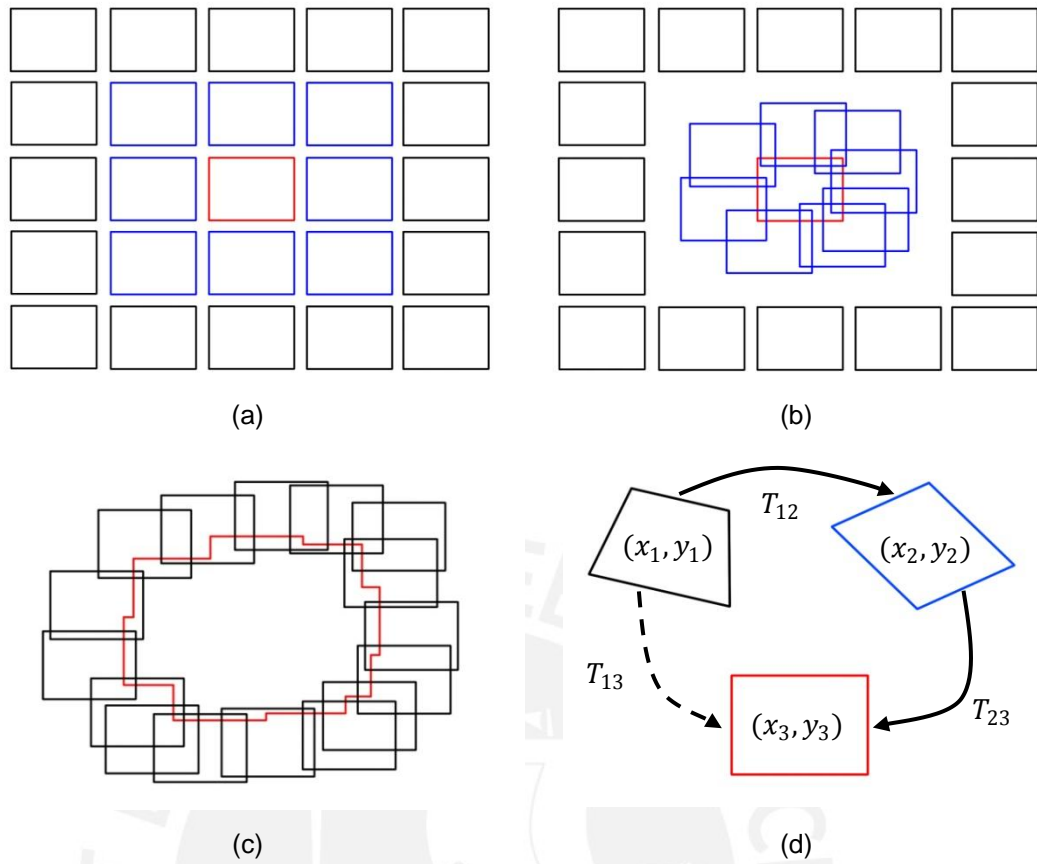


Figura 10. Estructura Global. (a) Imágenes colindantes. (b) Transformación de imágenes colindantes con la referencia. (c) Transformación de imágenes no colindantes con la referencia. (d) Registro de imágenes no colindantes.

## Capítulo 4. Evaluación del Sistema de Registro de Imágenes

El rendimiento del sistema es definido por su respuesta ante determinadas transformaciones. Las transformaciones geométricas cubiertas son: cambios de escala, cambios de orientación y cambios de punto de observación. Las transformaciones radiométricas cubiertas son: cambios de iluminación, cambios de definición y efectos causados por la compresión en formato JPEG (*Joint Photographic Experts Group*).

### 4.1 Imágenes de Prueba

Las imágenes utilizadas en la evaluación conforman ocho conjuntos, cada uno compuesto por seis imágenes. Cada uno presenta una determinada transformación, la cual aumenta gradualmente en cada imagen. Esto permite analizar el comportamiento del sistema ante transformaciones individuales. El cambio de orientación es analizado junto al cambio de punto de observación y cambio de escala. Las transformaciones correspondientes a cambios de punto de observación, cambios de escala y cambios de definición son descritas en escenas estructuradas y texturizadas. La *Figura 11* muestra los conjuntos de prueba mencionados.

Los cambios de punto de observación van desde 20° hasta 60°. Los cambios de escala para la escena estructurada van desde 1.1 hasta 2.8 y para la escena texturizada desde 1.2 hasta 4. Estas dos transformaciones se ven acompañadas de cambios de orientación desde 25° hasta 75°. Los cambios de definición se basan en variaciones en el enfoque (*focus*) de la cámara. Los cambios de iluminación se basan en variaciones en el nivel de apertura del lente de la cámara. Los efectos de compresión se basan en factores de calidad entre 40% y 2% de la imagen de referencia.

Cada conjunto incluye funciones de transformación que relacionan a una de las imágenes, considerada la de referencia, a las demás. Información más específica de los conjuntos de prueba puede ser consultada en [21, 25, 26].

Las funciones de transformación están compuestas por ocho valores, los cuales modelan una transformación proyectiva. Con dichos parámetros se define la correspondencia entre sistemas de coordenadas.

$$H = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} u'(x,y) \\ v'(x,y) \\ w'(x,y) \end{bmatrix} = H \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad u(x,y) = \frac{u'(x,y)}{w'(x,y)}, v(x,y) = \frac{v'(x,y)}{w'(x,y)}$$

Donde  $(x,y)$  son las coordenadas de la imagen de referencia y  $(u,v)$  son las coordenadas de la imagen de muestra.



Figura 11. Conjuntos de imágenes con transformaciones geométricas y radiométricas específicas [22, 25, 26]. Dos imágenes de cada conjunto.

La evaluación define el rendimiento del sistema a partir de la cantidad de puntos de control seleccionados, la relación entre correspondencias totales y pares incluidos en la función estimada, el tiempo de procesamiento requerido y la similitud entre la función de transformación estimada y la real.

La cantidad de puntos de control correctamente relacionados y el tiempo de procesamiento requerido se analiza directamente de los datos medidos. Dicha información es contrastada bajo diferentes grados de transformación y diferentes tipos de escena.

#### 4.2 Selección de Parámetros

Se seleccionan parámetros de entrada constantes para la evaluación de todos los conjuntos. Esto tiene como propósito analizar la capacidad del sistema para registrar correctamente imágenes de diferente naturaleza sin modificaciones en los algoritmos. Su selección fue hecha de manera experimental. Los parámetros utilizados son:

$$t_H = 1500, t_{LoG} = 15, \sigma_0 = 1.43, d = 0.7, \xi = 1.12 \quad (\text{Harris - Laplace})$$

$$H_{orient} = 90, H_{desc} = 8, W = 16, W_{sub} = 4 \quad (\text{Descriptor SIFT})$$

$$T_{NDR} = 0.8. \quad (\text{NDR})$$

$$e = 1.5, I = 10000. \quad (\text{RANSAC})$$

#### 4.3 Respuesta ante Transformaciones Específicas

Para imágenes individuales se muestran los puntos de control seleccionados en cada imagen y el tiempo requerido para su selección y descripción. Para registros entre dos imágenes, se muestran los puntos de correspondencia, puntos incluidos en la función estimada y los tiempos de procesamiento. Finalmente, se muestra el error en las funciones de transformación estimadas y reales para cada par de imágenes del conjunto.

Las funciones estimadas por el sistema y las funciones reales son incluidas en el Anexo 2. Los mosaicos desarrollados por el sistema partir de los conjuntos de prueba son incluidos en el Anexo 3.

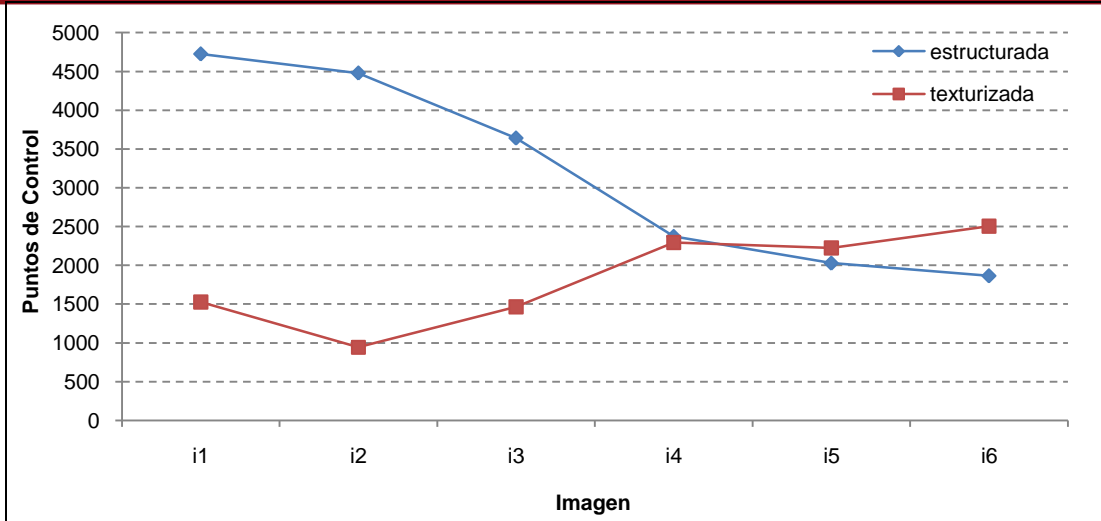
#### 4.3.1 Cambios de Escala

La cantidad de puntos de control en la escena estructurada es mayor a la cantidad de la escena texturizada y su tiempo de selección es hasta 1.4 veces mayor que el tiempo de selección en la escena texturizada. La *Figura 12a* contrasta la cantidad de puntos de control seleccionados para cada tipo de escena. La *Figura 12b* contrasta el tiempo de procesamiento requerido para las etapas de selección y descripción de cada tipo de escena. La *Tabla 1* contiene información acerca de la cantidad de puntos de control seleccionados y el tiempo de procesamiento requerido en las etapas de selección y descripción para ambos conjuntos de imágenes.

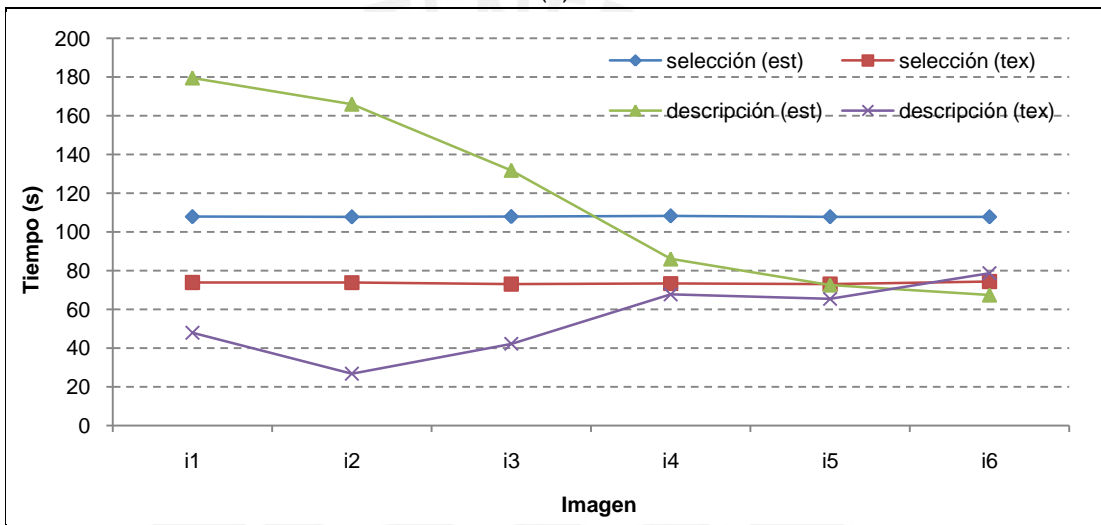
Se detectan más pares de correspondencia en la escena estructurada para todos los grados de cambio de escala. Sin embargo, la relación entre pares incluidos en la función estimada y correspondencias totales en la escena estructurada va disminuyendo desde 80% hasta 30%, mientras que para la escena texturizada, la relación se mantiene en 70%. Para los mayores cambios de escala, la cantidad de puntos incluidos en la función estimada son cercanos en ambas escenas. La *Figura 13a* contrasta los pares de correspondencia definidos y los pares incluidos en la estimación de la función de transformación para cada tipo de escena.

El tiempo total de procesamiento para la escena estructurada es hasta 2.5 veces mayor al de la escena texturizada. Ello es de esperarse debido a la mayor cantidad de puntos de control en la escena estructurada. La *Figura 13b* contrasta el tiempo de procesamiento requerido para cada tipo de escena. La *Tabla 2* contiene información acerca de los pares de correspondencia definidos y los pares incluidos en la estimación de la función de transformación para ambos tipos de escena, así como el tiempo de procesamiento requerido.

Para la escena estructurada, el máximo error en los parámetros estimados es de 3.5 en el mayor grado de transformación. Para la escena texturizada, el máximo error es de 6 en el mayor y menor grado de transformación. La *Figura 14* y la *Tabla 3* muestran la diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales para ambos tipos de escena.



(a)

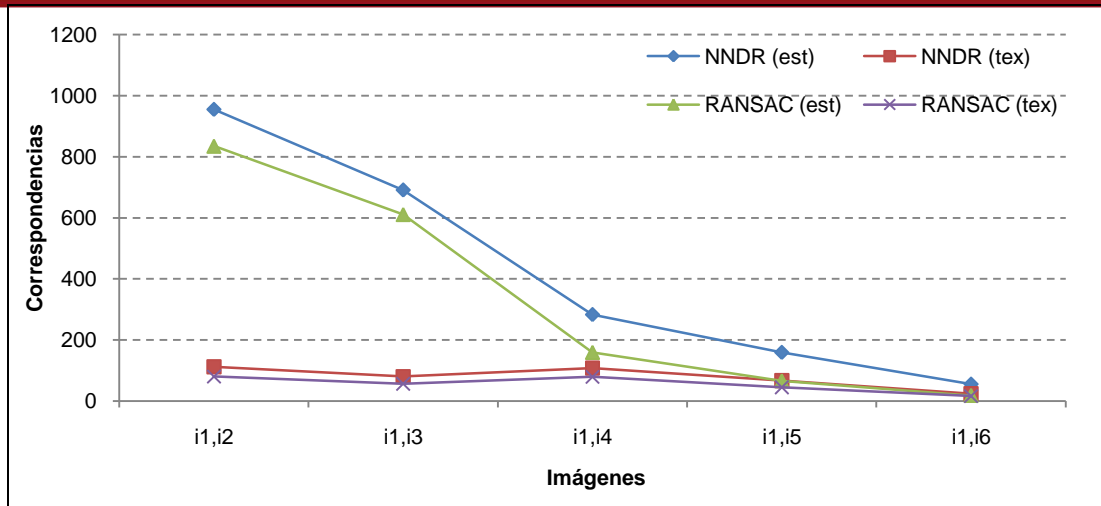


(b)

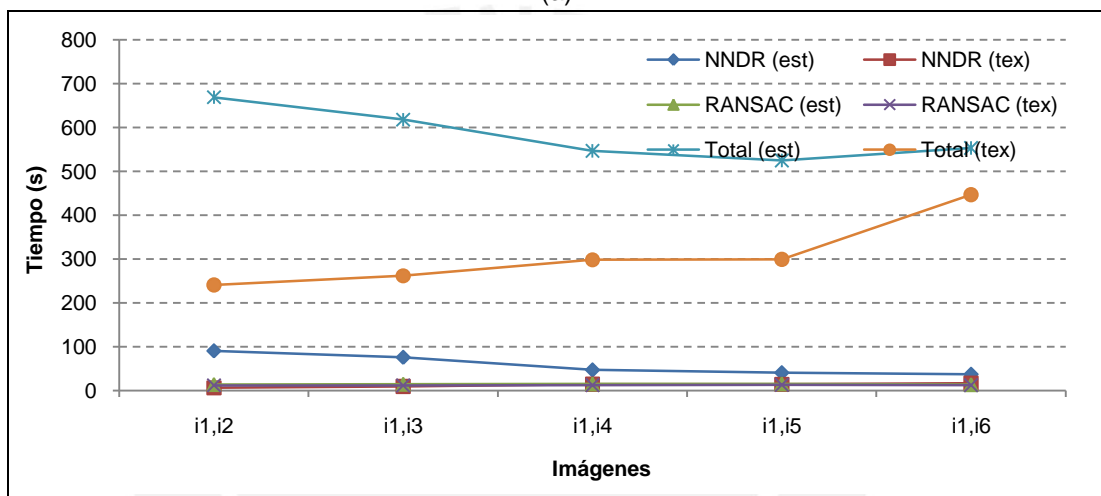
Figura 12. Selección y descripción de puntos de control. (a) Puntos de control seleccionados. (b) Tiempo de procesamiento requerido.

	Escena estructurada			Escena texturizada		
	Puntos de Control	Selección (segundos)	Descripción (segundos)	Puntos de Control	Selección (segundos)	Descripción (segundos)
i1	4725	107.83	179.48	1528	73.79	47.83
i2	4479	107.73	165.95	943	73.78	26.72
i3	3641	107.88	131.8	1464	72.96	42.17
i4	2373	108.23	86.01	2294	73.27	67.64
i5	2029	107.79	72.54	2225	73.03	65.34
i6	1866	107.74	67.37	2504	74.32	78.62

Tabla 1. Información acerca de la selección y descripción de puntos de control.



(a)



(b)

Figura 13. Análisis de correspondencia y estimación de la función de transformación. (a) Pares de correspondencia definidos. (b) Tiempo de procesamiento requerido.

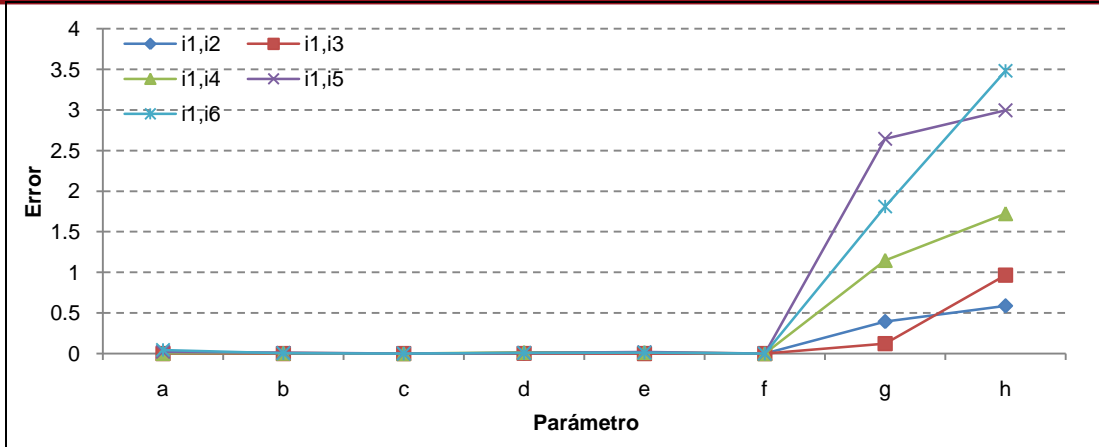
	Puntos NNDR	Puntos RANSAC	NNDR (segundos)	RANSAC (segundos)	Proceso Completo (segundos)
i1,i2	955	835	90.44	13.52	668.74
i1,i3	691	611	75.7	14.13	617.78
i1,i4	283	159	46.96	14.87	546.58
i1,i5	159	66	40.64	15.07	524.55
i1,i6	55	18	37.11	13.22	553.08

(a)

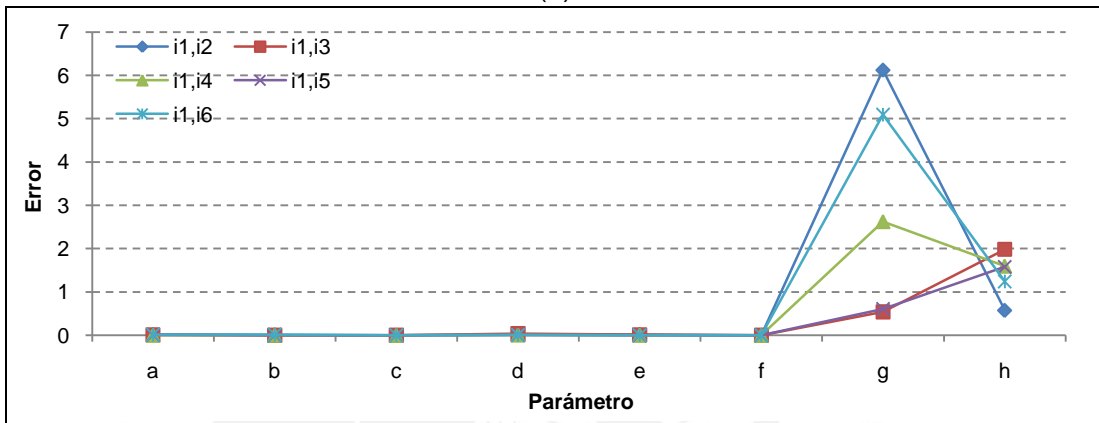
	Puntos NNDR	Puntos RANSAC	NNDR (segundos)	RANSAC (segundos)	Proceso Completo (segundos)
i1,i2	112	80	5.92	11.69	240.71
i1,i3	80	56	9.18	11.46	261.44
i1,i4	108	79	14.46	12.15	297.96
i1,i5	67	45	13.96	12.75	299.17
i1,i6	24	16	16.34	12.25	446.38

(b)

Tabla 2. Información acerca del análisis de correspondencia y estimación de la función de transformación. (a) Escena estructurada. (b) Escena texturizada.



(a)



(b)

Figura 14. Diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales. (a) Escena estructurada. (b) Escena texturizada.

	i1,i2	i1,i3	i1,i4	i1,i5	i1,i6
a	1.4900E-03	1.3000E-04	2.0000E-03	2.0090E-02	4.4000E-02
b	1.2400E-03	1.0000E-04	4.9000E-03	9.3700E-03	2.9000E-03
c	3.9356E-01	6.5600E-08	2.1168E-06	2.1234E-05	7.1196E-05
d	3.2000E-04	3.0000E-04	1.4900E-02	7.7700E-03	8.0000E-03
e	1.5600E-03	0.0000E+00	9.2561E-02	1.7200E-02	1.1200E-02
f	5.8710E-01	2.3285E-07	2.6076E-05	2.7166E-05	2.6135E-05
g	1.1707E-06	1.2050E-01	1.1467E+00	2.6446E+00	1.8110E+00
h	2.1551E-06	9.6440E-01	1.7223E+00	2.9953E+00	3.4824E+00

(a)

	i1,i2	i1,i3	i1,i4	i1,i5	i1,i6
a	1.1403E-02	1.1870E-02	2.9142E-03	4.8842E-03	1.5076E-02
b	7.5733E-03	1.8575E-03	3.3532E-03	1.9875E-03	1.6301E-02
c	5.0128E-06	7.9144E-06	1.0421E-05	1.1308E-05	4.3512E-05
d	1.6974E-02	3.5606E-02	7.5201E-03	5.5881E-03	8.4431E-03
e	1.2783E-02	1.1665E-02	2.8513E-03	6.5571E-04	3.5109E-03
f	2.9357E-05	5.5650E-05	1.5729E-05	7.9662E-06	7.4470E-06
g	6.1226E+00	5.3899E-01	2.6230E+00	6.0379E-01	5.0933E+00
h	5.7384E-01	1.9836E+00	1.5955E+00	1.5785E+00	1.2411E+00

(b)

Tabla 3. Diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales. (a) Escena estructurada. (b) Escena texturizada.

### 4.3.2 Cambios de Punto de Observación

La cantidad de puntos de control en la escena texturizada es hasta 3.4 veces mayor que en la escena estructurada. Esto se refleja en el tiempo requerido para la etapa de descripción, el cual es hasta 4 veces para dicha escena. La *Figura 15a* contrasta la cantidad de puntos de control seleccionados para cada tipo de escena. La *Figura 15b* contrasta el tiempo de procesamiento requerido para las etapas de selección y descripción de cada tipo de escena. La *Tabla 4* contiene información acerca de la cantidad de puntos de control y tiempo de procesamiento requerido en las etapas de selección y descripción para ambos conjuntos de imágenes.

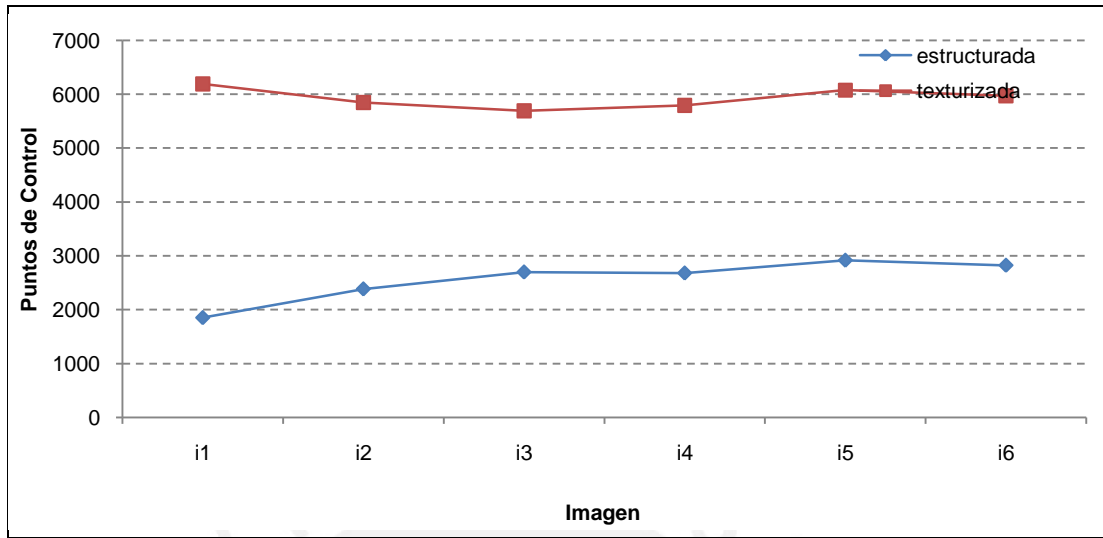
La cantidad de pares de correspondencia en la escena texturizada es hasta 3 veces la cantidad de la escena estructurada. En ambos casos, los puntos de correspondencia disminuyen de manera constante con el aumento del grado de transformación. Por otro lado, la relación entre puntos incluidos en la función estimada y correspondencias totales es mayor para la escena texturizada. La *Figura 16a* contrasta los pares de correspondencia seleccionados y los pares incluidos en la estimación de la función de transformación para cada tipo de escena.

El tiempo total de procesamiento para la escena estructurada es hasta 2.3 veces mayor al de la escena texturizada. La principal causa de ello es la diferencia entre puntos de control seleccionados. La *Figura 16b* contrasta el tiempo de procesamiento requerido para cada tipo de escena. La *Tabla 5* contiene información acerca de los pares de correspondencia definidos y los pares incluidos en la estimación de la función de transformación para ambos tipos de escena, así como el tiempo de procesamiento requerido.

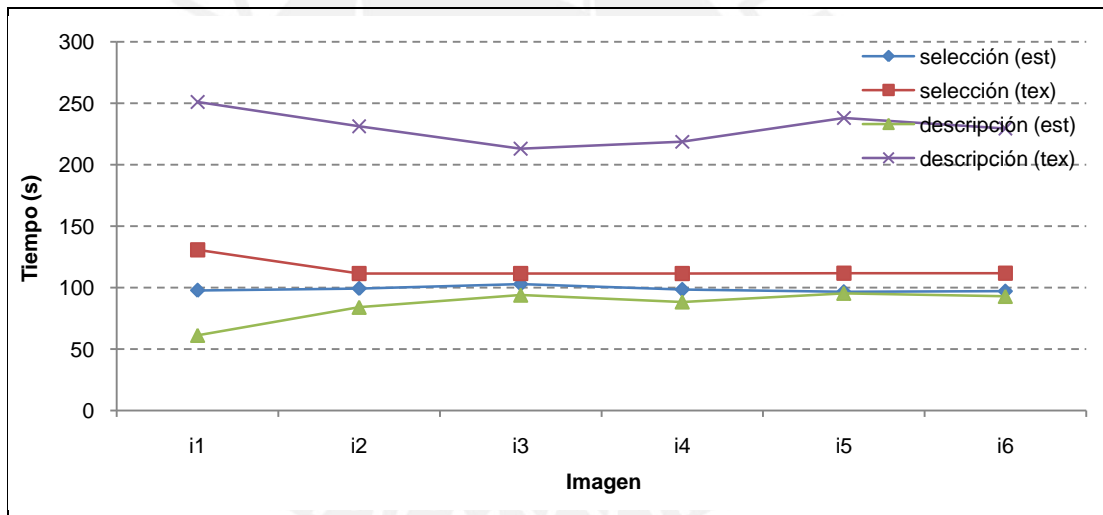
Los parámetros estimados para la escena estructurada tienen un error máximo de 4, mientras que para la escena texturizada, el máximo error es de 2. Para ambas escenas, dichos errores se dan en el registro de imágenes 1 y 5. Fuera de ello, los errores se mantienen muy cercanos a cero, excepto en los parámetros g y h. La *Figura 17* y la *Tabla 6* muestran la diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales para ambos tipos de escena.

El sistema obtiene funciones de transformación erradas para el mayor grado de transformación. Los pares de correspondencia no son correctamente relacionados,

lo cual genera grandes errores entre los parámetros estimados y reales. Los datos de este registro no son mostrados en las graficas, pero son incluidos en los anexos.



(a)

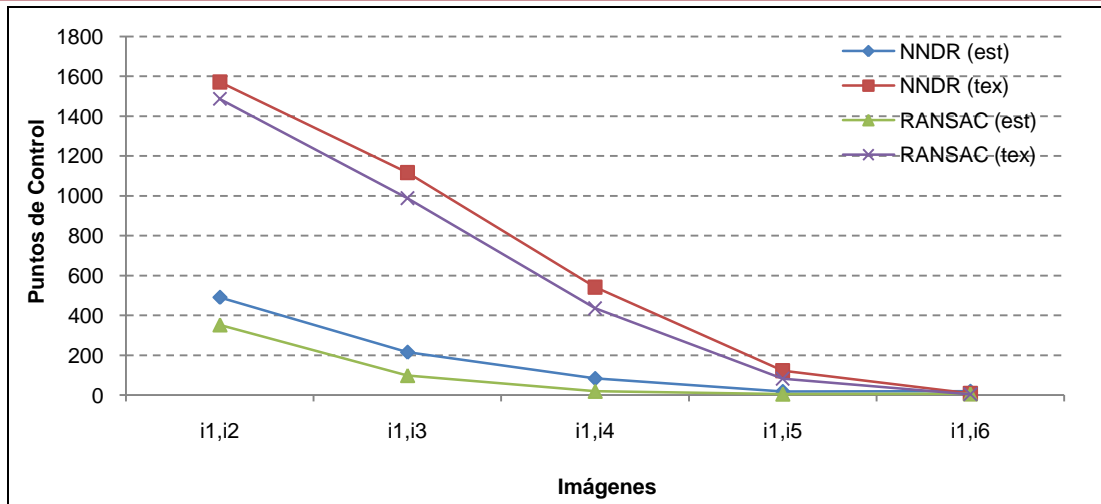


(b)

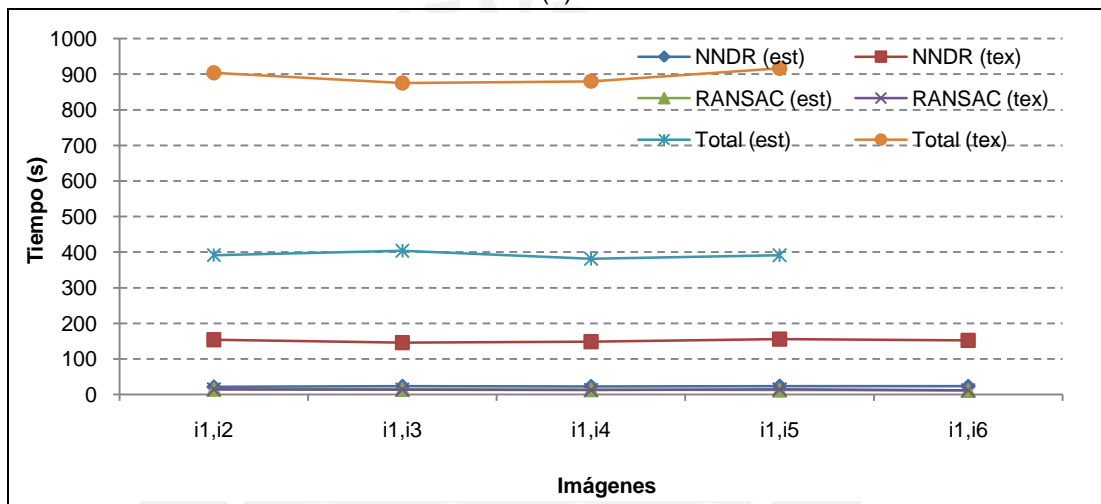
Figura 15. Selección y descripción de puntos de control. (a) Puntos de control seleccionados. (b) Tiempo de procesamiento requerido.

	Escena estructurada			Escena texturizada		
	Puntos de Control	Selección (segundos)	Descripción (segundos)	Puntos de Control	Selección (segundos)	Descripción (segundos)
i1	1852	97.83	61.22	6189	130.84	251.05
i2	2385	99.31	84.07	5845	111.48	231.35
i3	2699	102.88	93.96	5693	111.51	213.12
i4	2680	98.46	88.43	5792	111.57	218.71
i5	2917	96.59	95.47	6076	111.77	238.12
i6	2824	97.09	92.93	5971	111.74	229.52

Tabla 4. Información acerca de la selección y descripción de puntos de control.



(a)



(b)

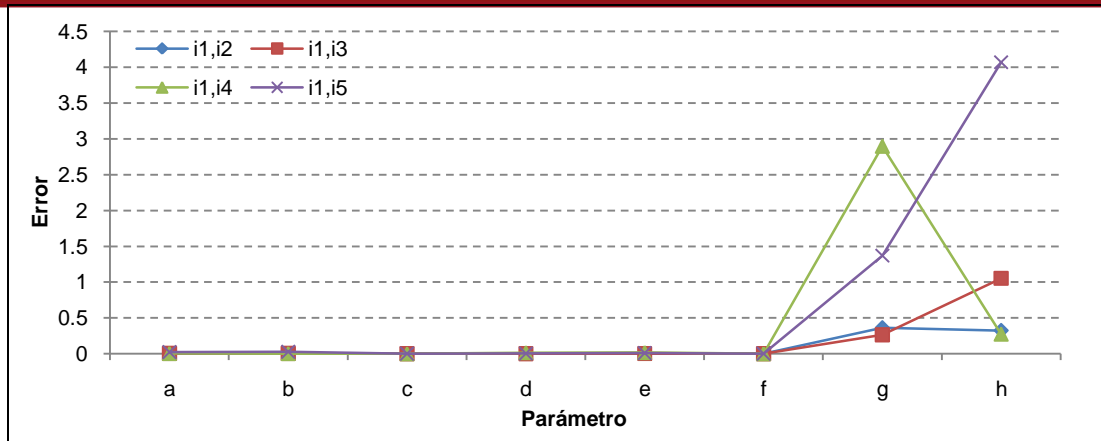
Figura 16. Análisis de correspondencia y estimación de la función de transformación. (a) Pares de correspondencia definidos. (b) Tiempo de procesamiento requerido.

	Puntos NNDR	Puntos RANSAC	NNDR (segundos)	RANSAC (segundos)	Proceso Completo (segundos)
i1,i2	490	352	21.42	14.96	391.77
i1,i3	215	98	23.24	14.39	404.01
i1,i4	83	19	22.96	13.64	381.76
i1,i5	18	5	23.96	12.64	391.59
i1,i6	19	6	23.13	11.7	-

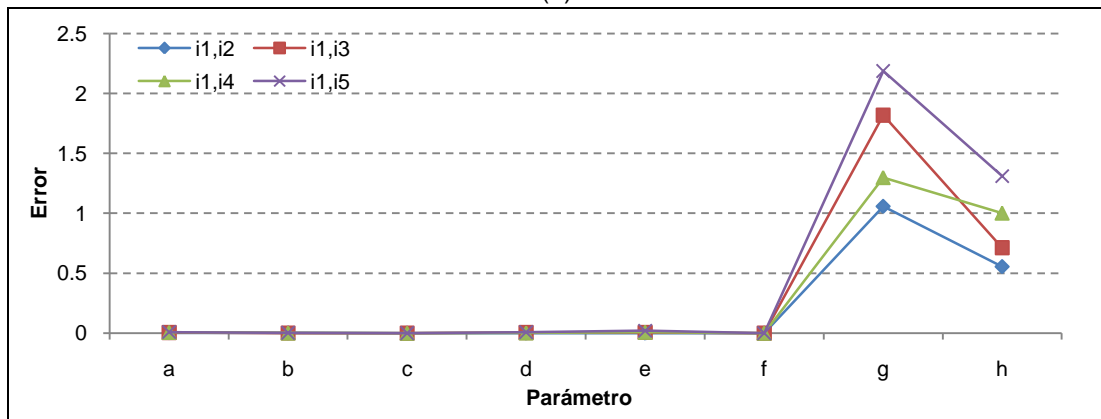
(a)

	Puntos NNDR	Puntos RANSAC	NNDR (segundos)	RANSAC (segundos)	Proceso Completo (segundos)
i1,i2	1572	1487	154.05	14.86	903.72
i1,i3	1117	988	145.72	14.06	875.04
i1,i4	542	436	148.58	12.91	880.13
i1,i5	122	82	155.52	14.86	916.73
i1,i6	8	4	152.46	11.59	-

Tabla 5. Información acerca del análisis de correspondencia y estimación de la función de transformación. (a) Escena estructurada. (b) Escena texturizada.



(a)



(b)

Figura 17. Diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales. (a) Escena estructurada. (b) Escena texturizada.

	i1,i2	i1,i3	i1,i4	i1,i5	i1,i6
a	3.0360E-05	5.4590E-03	4.0149E-03	2.4346E-02	4.2715E-01
b	7.9418E-04	4.4347E-03	2.9450E-03	2.8005E-02	4.4107E-01
c	1.4575E-07	1.3771E-05	2.0850E-06	6.6295E-05	5.1888E-04
d	2.4562E-04	1.2293E-03	1.5767E-02	3.3592E-03	6.7182E-01
e	9.7198E-04	2.3901E-03	1.6817E-02	9.8147E-03	1.0133E+00
f	1.2347E-06	1.3405E-06	2.8657E-05	3.3006E-06	7.8854E-05
g	3.6161E-01	2.6527E-01	2.8969E+00	1.3701E+00	4.5362E+02
h	3.2356E-01	1.0528E+00	2.7420E-01	4.0691E+00	4.6535E+01

(a)

	i1,i2	i1,i3	i1,i4	i1,i5	i1,i6
a	3.0233E-03	3.9053E-03	6.9967E-03	8.4408E-03	4.2676E-01
b	1.2701E-03	2.2747E-04	1.3584E-03	1.5579E-03	6.4273E-02
c	1.1019E-06	1.7165E-06	7.3468E-06	7.8180E-06	9.7033E-05
d	3.0568E-04	4.6557E-03	2.5454E-03	6.5085E-03	7.3832E-01
e	3.1529E-05	5.3988E-03	8.3280E-03	1.9454E-02	9.0473E-01
f	8.6395E-08	8.7878E-06	1.1740E-05	2.5189E-05	2.4009E-03
g	1.0574E+00	1.8188E+00	1.2988E+00	2.1882E+00	1.7998E+02
h	5.5495E-01	7.1293E-01	1.0022E+00	1.3102E+00	7.9151E+01

(b)

Tabla 6. Diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales. (a) Escena estructurada. (b) Escena texturizada.

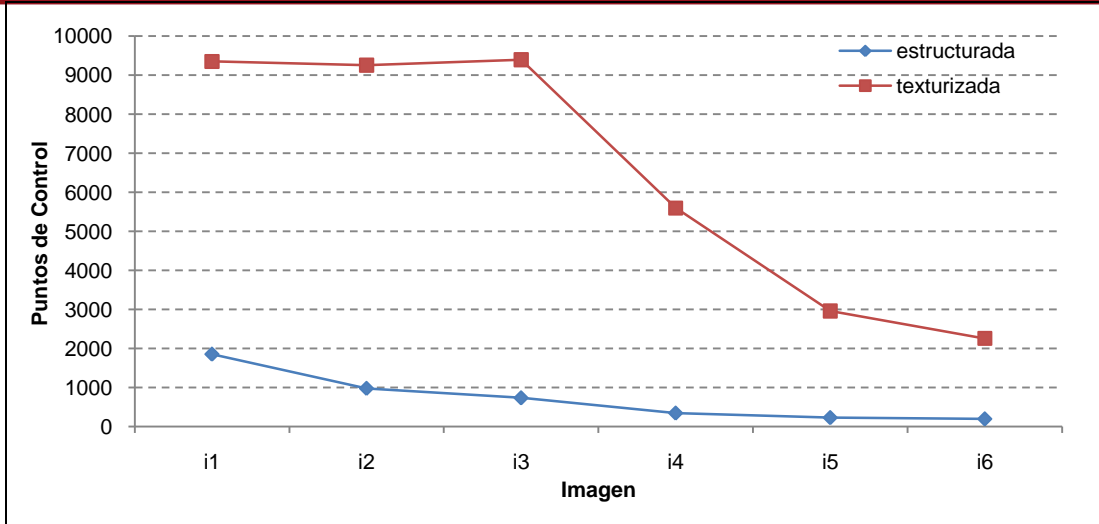
### 4.3.3 Cambios de Definición

El tiempo de selección de puntos de control es prácticamente el mismo en ambas imágenes. Sin embargo, la cantidad de puntos de control en la escena texturizada es hasta 5 veces mayor que en la estructurada. La cantidad de puntos en la escena texturizada va disminuyendo constantemente con el aumento del grado de transformación. La diferencia en la cantidad de puntos de control se refleja en la diferencia en el tiempo de procesamiento de descriptores. La *Figura 18a* contrasta la cantidad de puntos de control seleccionados para cada tipo de escena. La *Figura 18b* contrasta el tiempo de procesamiento requerido para las etapas de selección y descripción de cada tipo de escena. La *Tabla 7* contiene información acerca de la cantidad de puntos de control y el tiempo de procesamiento en las etapas de selección y descripción requerido para ambos conjuntos de imágenes.

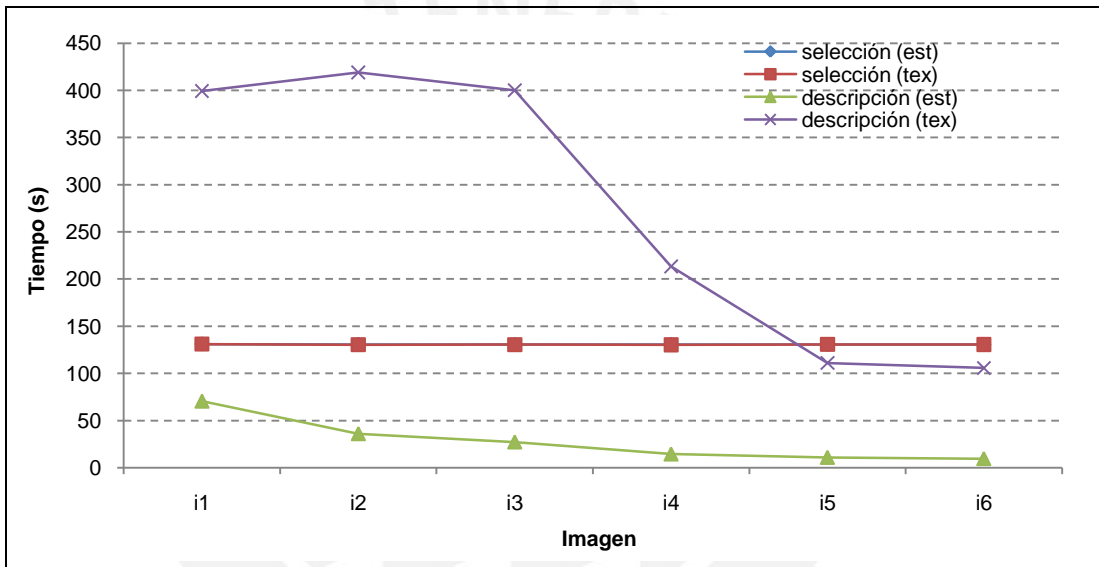
El número de correspondencias en la escena texturizada es mayor que en la estructurada. Sin embargo, la relación entre puntos incluidos en la función estimada y correspondencias totales es menor. La diferencia entre puntos de correspondencia va disminuyendo con el grado de transformación. La *Figura 19a* contrasta los pares de correspondencia definidos y los pares incluidos en la estimación de la función de transformación para cada tipo de escena.

El tiempo total de procesamiento para la escena texturizada es hasta 4 veces mayor al de la estructurada. El proceso que más aporta en el tiempo de procesamiento es el análisis de correspondencias debido a la gran cantidad de descriptores por procesar. La *Figura 19b* contrasta el tiempo de procesamiento requerido para cada tipo de escena. La *Tabla 8* contiene información acerca de los pares de correspondencia definidos y los pares incluidos en la estimación de la función de transformación para ambos tipos de escena, así como el tiempo de procesamiento requerido.

Los parámetros para la escena estructurada tienen un error máximo de 3.3, mientras que para la escena texturizada, el máximo error es de 8.7. Para ambas escenas, dichos errores se dan en el registro de imágenes 1 y 4. Los errores se mantienen muy cercanos a cero, excepto en los parámetros g y h. La *Figura 20* y la *Tabla 9* muestran la diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales para ambos tipos de escena.



(a)

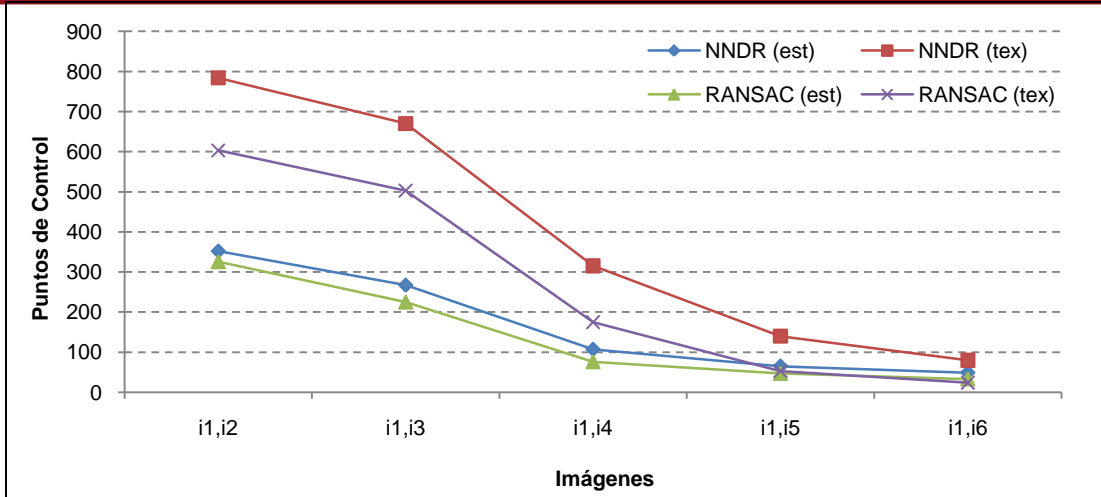


(b)

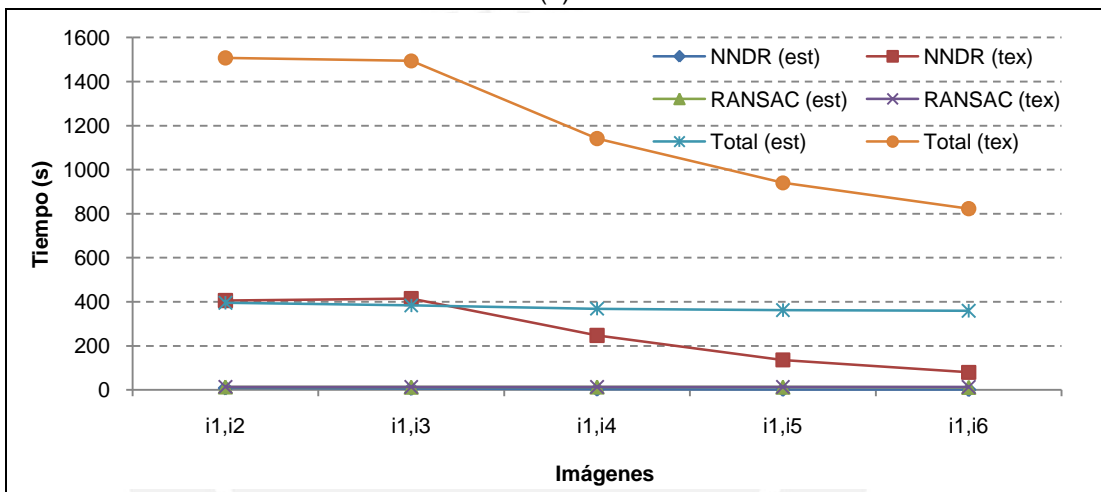
Figura 18. Selección y descripción de puntos de control. (a) Puntos de control seleccionados. (b) Tiempo de procesamiento requerido.

	Escena estructurada			Escena texturizada		
	Puntos de Control	Selección (segundos)	Descripción (segundos)	Puntos de Control	Selección (segundos)	Descripción (segundos)
i1	1856	131.1	70.52	9352	131.1	399.32
i2	978	130.76	36.01	9258	130.42	418.9
i3	735	130.66	27.22	9399	130.44	400.15
i4	344	130.69	14.4	5597	130.18	213.34
i5	228	130.52	10.87	2957	130.72	111.06
i6	195	130.66	9.6	2257	130.55	105.67

Tabla 7. Información acerca de la selección y descripción de puntos de control.



(a)



(b)

Figura 19. Análisis de correspondencia y estimación de la función de transformación. (a) Pares de correspondencia definidos. (b) Tiempo de procesamiento requerido.

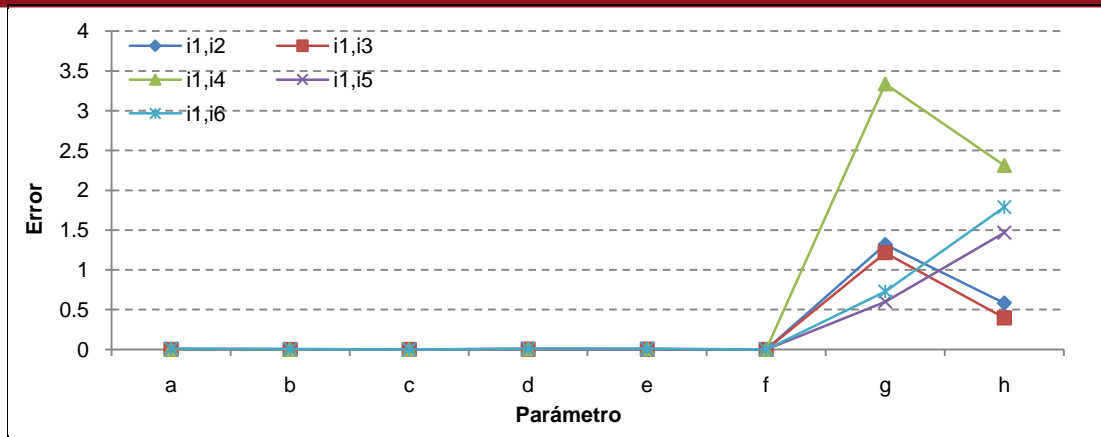
	Puntos NNDR	Puntos RANSAC	NNDR (segundos)	RANSAC (segundos)	Proceso Completo (segundos)
i1,i2	352	326	8.35	13.82	395.46
i1,i3	267	225	6.25	12.72	383.37
i1,i4	107	76	2.89	13.53	368.61
i1,i5	65	47	1.9	12.81	362.01
i1,i6	49	33	1.05	11.96	358.81

(a)

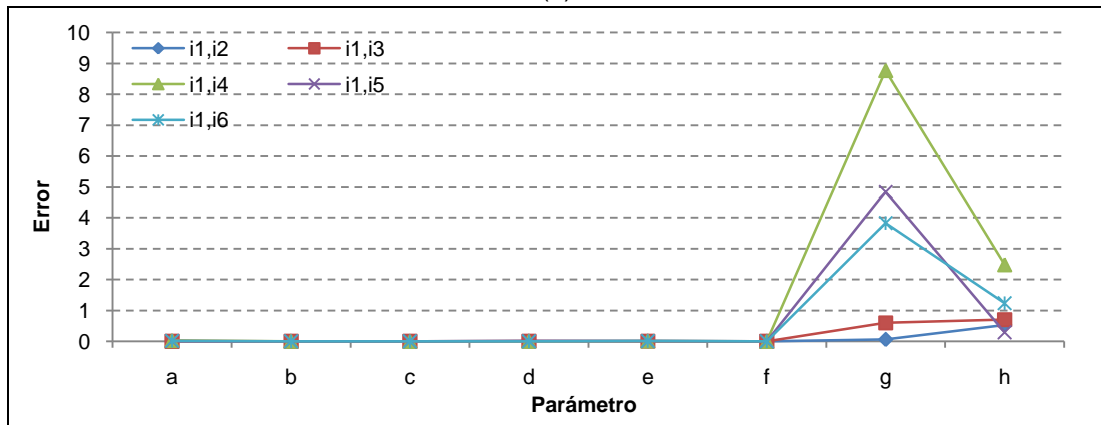
	Puntos NNDR	Puntos RANSAC	NNDR (segundos)	RANSAC (segundos)	Proceso Completo (segundos)
i1,i2	784	603	405.49	13.81	1507.77
i1,i3	670	503	414.62	13.33	1493.94
i1,i4	315	175	247.16	12.93	1141.18
i1,i5	140	53	135.99	13.47	940.08
i1,i6	80	24	79.4	12.79	823.09

(b)

Tabla 8. Información acerca del análisis de correspondencia y estimación de la función de transformación. (a) Escena estructurada. (b) Escena texturizada.



(a)



(b)

Figura 20. Diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales. (a) Escena estructurada. (b) escena texturizada.

	i1,i2	i1,i3	i1,i4	i1,i5	i1,i6
a	1.8121E-03	6.5940E-04	2.9266E-03	7.5529E-03	1.1624E-02
b	2.1289E-04	2.4490E-04	5.5894E-05	3.3852E-03	4.5761E-03
c	3.1709E-08	6.7044E-07	1.6575E-06	9.2997E-06	1.6358E-05
d	2.5185E-03	2.7742E-03	6.6741E-03	6.3806E-03	1.1940E-02
e	2.5221E-03	2.0080E-03	7.1940E-03	1.2644E-03	1.0160E-02
f	3.0792E-06	2.8649E-06	3.3409E-05	5.7597E-06	1.6681E-05
g	1.3178E+00	1.2149E+00	3.3386E+00	5.9995E-01	7.2833E-01
h	5.8188E-01	3.9754E-01	2.3130E+00	1.4681E+00	1.7895E+00

(a)

	i1,i2	i1,i3	i1,i4	i1,i5	i1,i6
a	1.5089E-03	1.9633E-03	2.6081E-02	1.0752E-02	1.5062E-02
b	9.3771E-04	1.1737E-03	4.3559E-03	1.2851E-03	1.9946E-03
c	1.6961E-06	2.3048E-07	1.8587E-05	9.4009E-07	5.3497E-06
d	5.0872E-03	5.7523E-03	4.6330E-03	6.2940E-03	2.9482E-03
e	5.3049E-03	3.8815E-03	1.3053E-02	6.5637E-03	9.3850E-03
f	6.6379E-06	4.7744E-06	3.2698E-06	6.2329E-06	1.3811E-05
g	6.0625E-02	5.9744E-01	8.7670E+00	4.8455E+00	3.8253E+00
h	5.2749E-01	7.0103E-01	2.4779E+00	2.9290E-01	1.2346E+00

(b)

Tabla 9. Diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales. (a) Escena estructurada. (b) Escena texturizada.

#### 4.3.4 Cambios de Iluminación

La respuesta bajo cambios de iluminación es evaluada en un solo conjunto compuesto por regiones estructuradas y texturizadas. La cantidad de puntos de control seleccionados disminuye casi de manera constante conforme el grado de transformación aumenta. La mayor cantidad de puntos de control se ubican en zonas texturizadas. El tiempo requerido para la etapa de descripción es bajo en relación a otras transformaciones. Esto se debe a la baja cantidad de puntos seleccionados en relación a otros conjuntos. La Figura 21a muestra la cantidad de puntos de control seleccionados. La Figura 21b muestra el tiempo de procesamiento requerido para las etapas de selección y descripción. La Tabla 10 contiene información acerca de la cantidad de puntos de control y el tiempo de procesamiento requerido en las etapas de selección y descripción.

La relación entre puntos incluidos en la función estimada y puntos de correspondencia se mantiene alrededor de 85%. Los puntos de correspondencia disminuyen de manera casi constante. La Figura 22a muestra los pares de correspondencia definidos y los pares incluidos en la estimación de la función de transformación.

El tiempo total se mantiene casi constante para los diferentes conjuntos. El proceso que más aporta en el tiempo de procesamiento es la selección de puntos de control. La Figura 22b muestra el tiempo de procesamiento requerido para el análisis de correspondencias, estimación de la función de transformación y el tiempo total. La Tabla 11 contiene información acerca de los pares de correspondencia definidos y los incluidos en la estimación de la función de transformación, así como el tiempo de procesamiento requerido.

Los parámetros para la escena estructurada tienen un error máximo de 1.5, el cual se da en el máximo grado de transformación. Para la escena texturizada, el máximo error es de 8.7 y se da en el registro de imágenes 1 y 4. Los errores se mantienen muy cercanos a cero, excepto en los parámetros a, g y h. La *Figura 23* y la *Tabla 12* muestran la diferencia entre los parámetros de transformación estimados y reales.

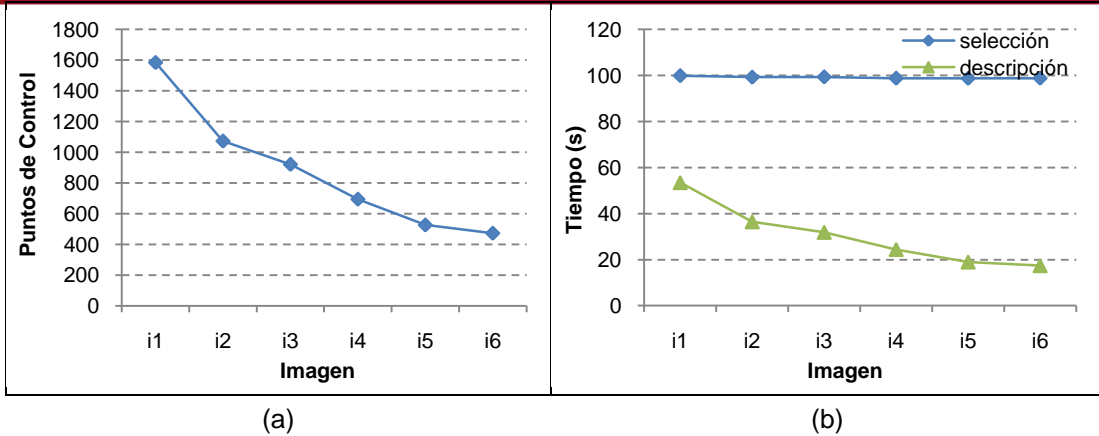


Figura 21. Selección y descripción de puntos de control. (a) Puntos de control seleccionados. (b) Tiempo de procesamiento requerido.

	Puntos de Control	Selección (segundos)	Descripción (segundos)
i1	1585	99.94	53.53
i2	1073	99.29	36.48
i3	921	99.41	31.89
i4	694	98.83	24.42
i5	526	98.78	18.96
i6	472	98.84	17.37

Tabla 10. Información acerca de la selección y descripción de puntos de control.

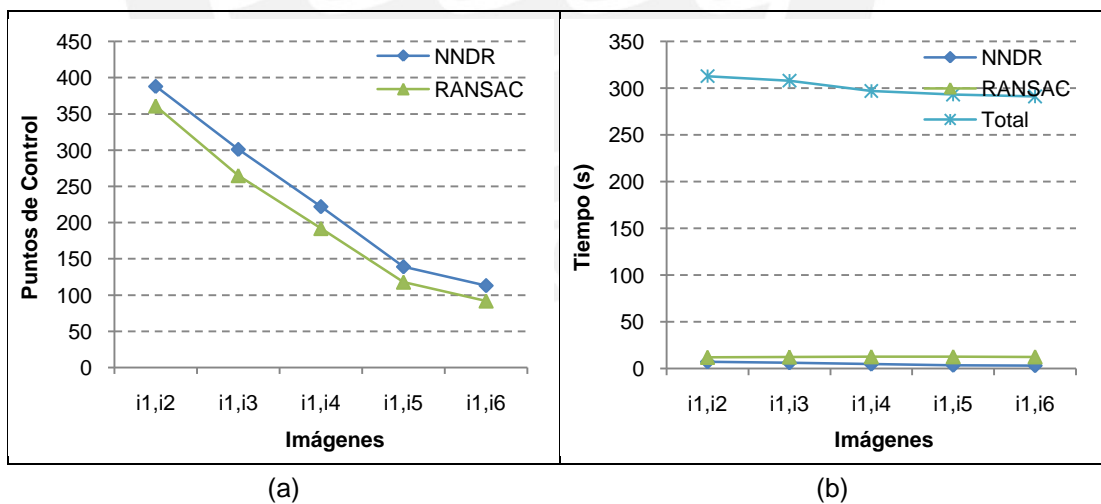


Figura 22. Análisis de correspondencia y estimación de la función de transformación. (a) Pares de correspondencia definidos. (b) Tiempo de procesamiento requerido.

	Puntos NNDR	Puntos RANSAC	NNDR (segundos)	RANSAC (segundos)	Proceso Completo (segundos)
i1,i2	388	361	7.29	12.04	312.83
i1,i3	301	265	6.26	12.39	308.07
i1,i4	222	192	4.79	12.69	297.03
i1,i5	139	118	3.63	12.69	293.14
i1,i6	113	92	3.25	12.6	291.09

Tabla 11. Información acerca del análisis de correspondencia y estimación de la función de transformación.

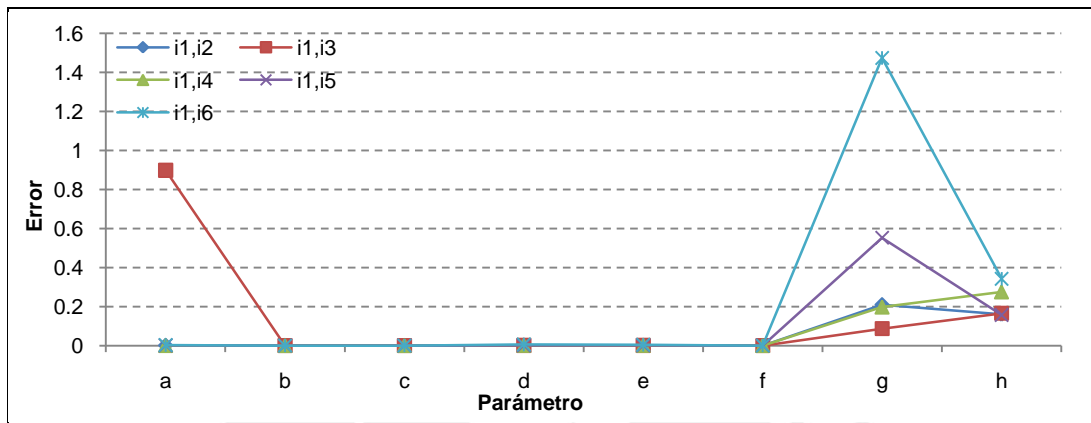


Figura 23. Diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales.

	i1,i2	i1,i3	i1,i4	i1,i5	i1,i6
a	6.8354E-04	8.9835E-01	1.8184E-05	5.5085E-04	3.1397E-03
b	2.2171E-04	1.3818E-04	5.1517E-05	1.3459E-04	1.1117E-04
c	6.3682E-07	7.9419E-07	2.2500E-07	6.3112E-07	1.6118E-06
d	7.8681E-04	1.2002E-03	7.2317E-04	2.4040E-04	5.5518E-03
e	6.5020E-04	9.7626E-04	6.4320E-04	3.4226E-04	4.7067E-03
f	7.0943E-07	2.4616E-06	7.4653E-08	3.0602E-06	7.7395E-06
g	2.0977E-01	8.6926E-02	1.9743E-01	5.5262E-01	1.4734E+00
h	1.6050E-01	1.6570E-01	2.7532E-01	1.5664E-01	3.4257E-01

Tabla 12. Diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales.

### 4.3.5 Efectos de Compresión

El efecto de compresión es evaluado en una escena con regiones estructuradas y texturizadas. El conjunto está compuesto por una misma imagen bajo diferentes niveles de compresión. El tiempo de selección de puntos de control se mantiene constante. La cantidad de puntos seleccionados se mantiene alrededor de 3000 hasta la imagen 4. El tiempo procesamiento requerido por la etapa de descripción es elevado debido a la gran cantidad de puntos de control. La Figura 24 muestra el tiempo de procesamiento requerido para los procesos de selección y descripción.

La Tabla 13 contiene información acerca de la cantidad de puntos de control y tiempo de procesamiento requerido en las etapas de selección y descripción.

Los puntos de correspondencia disminuyen de manera constante. La relación entre puntos incluidos en la función estimada y puntos de correspondencia varía desde 95% hasta 75%. Por otro lado, el tiempo total se mantiene casi constante para todos los niveles de compresión. Las etapas de selección y descripción de puntos de control son los componentes que más aportan en el tiempo de procesamiento. La Figura 25a muestra los pares de correspondencia seleccionados y los pares incluidos en la estimación de la función de transformación. La Figura 25b muestra el tiempo de procesamiento requerido. La Tabla 14 contiene información acerca de los pares de correspondencia seleccionados y los pares incluidos en la estimación de la función de transformación, así como el tiempo de procesamiento requerido.

Los parámetros para la escena estructurada tienen un error máximo de 0.5, el cual se da en el registro entre imágenes 1,6. Para la escena texturizada, el máximo error es de 8.7 en el registro de imágenes 1 y 4. Los errores se mantienen muy cercanos a cero, excepto en los parámetros g y h. La *Figura 26* y la *Tabla 15* muestran la diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales.

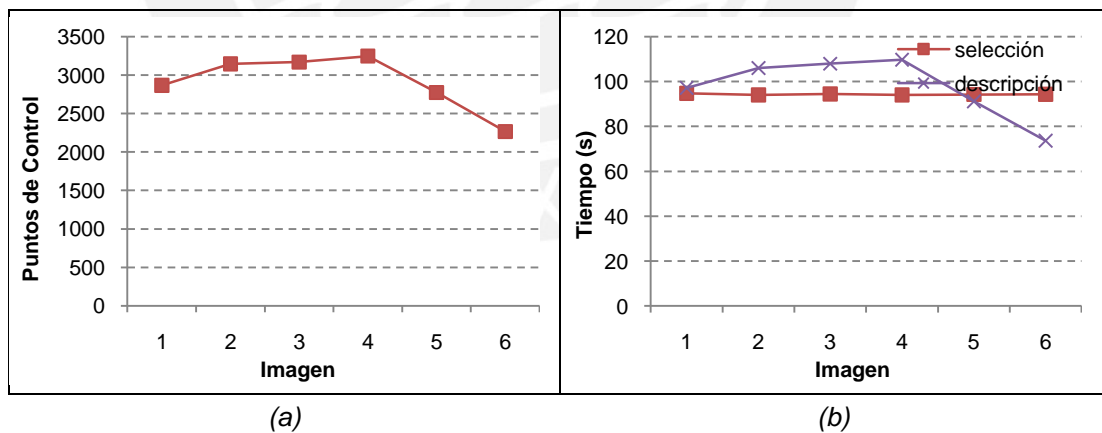


Figura 24. Selección y descripción de puntos de control. (a) Puntos de control seleccionados. (b) Tiempo de procesamiento requerido.

	Puntos de Control	Selección (segundos)	Descripción (segundos)
i1	2867	94.71	97.21
i2	3146	94.08	105.99
i3	3169	94.43	107.95
i4	3248	94.08	109.77
i5	2774	94.25	91.21
i6	2266	94.3	73.63

Tabla 13. Información acerca de la selección y descripción de puntos de control.

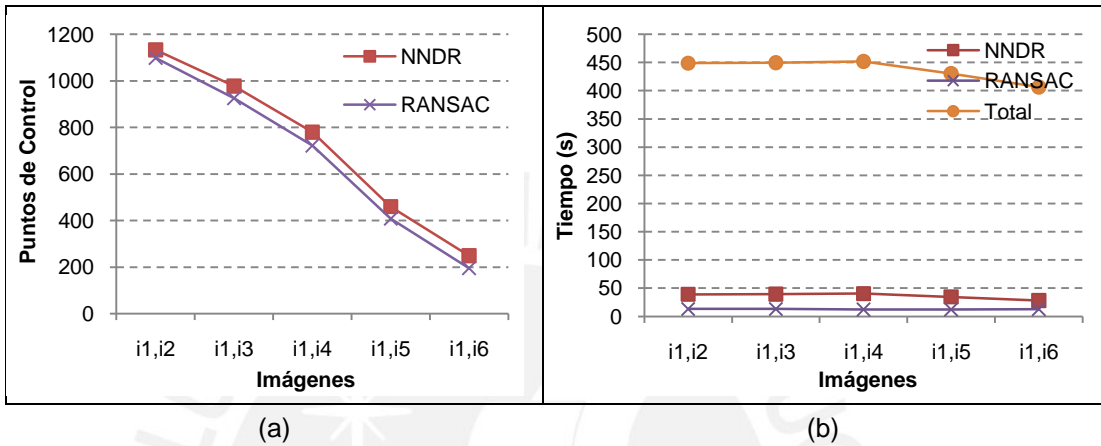


Figura 25. Análisis de correspondencia y estimación de la función de transformación. (a) Pares de correspondencia definidos. (b) Tiempo de procesamiento requerido.

	Puntos NNDR	Puntos RANSAC	NNDR (segundos)	RANSAC (segundos)	Proceso Completo (segundos)
i1,i2	1133	1098	39.13	13.17	448.77
i1,i3	978	925	39.4	13.17	449.61
i1,i4	780	722	40.35	12.44	451.99
i1,i5	460	408	34.66	12.45	430.42
i1,i6	249	196	28.16	12.75	406.52

Tabla 14. Información acerca del análisis de correspondencia y estimación de la función de transformación.

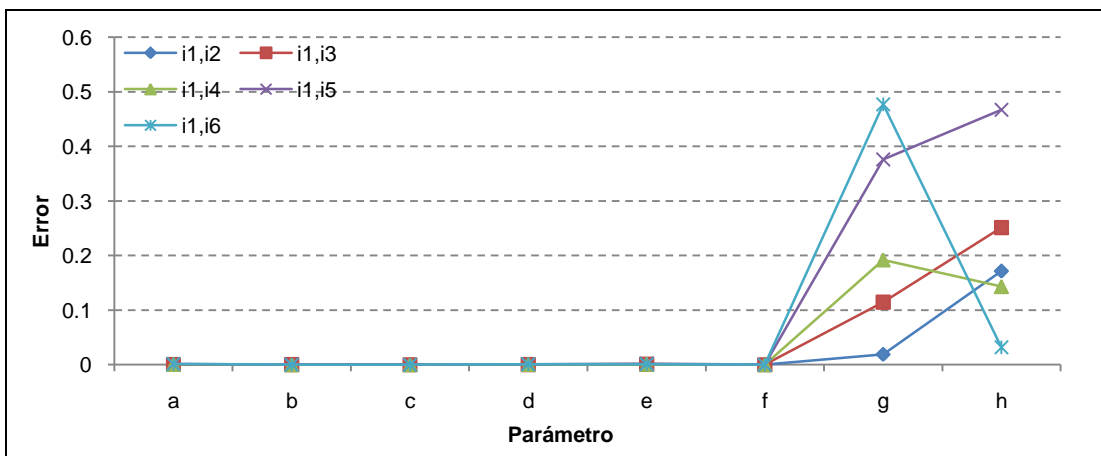


Figura 26. Diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales.

	i1,i2	i1,i3	i1,i4	i1,i5	i1,i6
a	2.0000E-04	5.0000E-04	6.0000E-04	1.2000E-03	1.3000E-03
b	1.3782E-04	1.0992E-04	1.2523E-05	1.3084E-04	5.1233E-05
c	2.5970E-07	1.9680E-07	3.2654E-07	5.8185E-07	8.0800E-07
d	4.6956E-05	2.0469E-04	4.9764E-04	1.1000E-03	7.9640E-04
e	4.0000E-04	1.0000E-03	9.0000E-04	2.2000E-03	9.0000E-04
f	3.7198E-08	9.0791E-07	8.3676E-07	2.3358E-06	1.2190E-06
g	1.8900E-02	1.1470E-01	1.9210E-01	3.7590E-01	4.7700E-01
h	1.7170E-01	2.5110E-01	1.4320E-01	4.6690E-01	3.1900E-02

Tabla 15. Diferencia entre parámetros de transformación estimados y reales.



#### 4.4 Discusión de Resultados

A partir de la respuesta del sistema ante las diferentes transformaciones, se define lo siguiente:

- La función de transformación estimada por el sistema es muy cercana a la función estimada real para los tipos de transformación analizados. Los errores máximos se presentan en los parámetros  $g$  y  $h$ .
- La limitación del sistema ante cambios de punto de observación es de esperarse ya que los algoritmos de selección y descripción están diseñados para trabajar bajo transformaciones de similitud. Por ello, las imágenes relacionadas con cambios de punto de observación ( $60^\circ$ ) no fueron correctamente relacionadas.
- El sistema obtiene más puntos de control en escenas texturizadas. En el caso de cambios de escala, se obtuvo más correspondencias y pares incluidos en la función estimada para la escena estructurada. Es muy probable que esto se deba a los valores umbrales definidos para el algoritmo de selección de puntos de control.
- Los tiempos totales de procesamiento varían de acuerdo al conjunto. Sin embargo, teniendo en cuenta que se desarrollan mosaicos de dos imágenes y considerando que el sistema desarrollado está orientado a la generación de mosaicos a partir de conjuntos de varias imágenes, el tiempo requerido en todos los casos es considerablemente alto.

## Conclusiones

Un sistema de registro de imágenes basado en los algoritmos seleccionados (sección 3.4) permite establecer relaciones geométricas basadas en modelos proyectivos para conjuntos de imágenes de diferentes tipos de escena caracterizados por cambios de punto de observación de hasta  $60^\circ$ , cambios de orientación de hasta  $75^\circ$  y cambios de escala con un factor de hasta 4. También permite relacionar imágenes bajo transformaciones radiométricas, específicamente cambios de iluminación, cambios de definición y efectos de compresión en el formato JPEG.

Considerando que las imágenes multi-espectrales de cultivos de papa describen escenas texturizadas y que el sistema de adquisición de datos relaciona al conjunto de imágenes con un modelo proyectivo, el sistema desarrollado es capaz de estimar las funciones de transformación para dicho tipo de imágenes con un bajo margen de error.

Finalmente, el sistema desarrollado está orientado a estimar la relación geométrica entre dos imágenes. Sin embargo, conociendo las ubicaciones relativas de cada una de las imágenes dentro del conjunto y utilizando imágenes de referencia correctamente alineadas a la superficie del campo, es posible relacionar al conjunto en su totalidad y generar una imagen global bien localizada.

## Recomendaciones

Es posible obtener una mayor precisión y una mayor número de pares de correspondencia si se utilizaran algoritmos covariantes ante transformaciones afines. La implementación del algoritmo de selección *Harris-Affine* y del algoritmo de descripción *GLOH (Gradient Location and Orientation Histogram)* a partir de los ya desarrollados sería una alternativa viable. Mayor información acerca de dichos algoritmos puede ser consultada en [22].

El uso de un modelo de transformación más complejo que el proyectivo permitiría estimar con mayor precisión las transformaciones geométricas causadas por la curvatura de la tierra y por las propiedades de los sensores. Estas deben de ser tomadas en cuenta para obtener un buen nivel de precisión en las funciones estimadas. El uso de la función lineal por tramos (*piecewise linear*) es una alternativa.

El tiempo de procesamiento de los algoritmos puede ser disminuido a partir de la implementación del sistema en un lenguaje de programación especializado. Por otro lado, el uso de algoritmos más sencillos, como el algoritmo de selección a partir del diferencial de gaussiano (*DoG*), el cual es parte del método *SIFT*, permitiría obtener un menor tiempo de procesamiento a costa de una disminución en el nivel de fidelidad. Mayor información acerca de este método puede ser consultada en [20].

En la generación de mosaicos a partir de más de dos imágenes, el uso de varias muestras orto rectificadas a la superficie permitiría acelerar el proceso. Muestras orto rectificadas y distribuidas de manera homogénea en el conjunto total permitirían desarrollar registros de forma paralela y obtener resultados en un menor tiempo.

## Fuentes

- [1] P. Lopez, R. Egúsqüiza, V. Villagómez  
1980 “Cultivo de la Papa”, CENCIRA, Lima, Perú.
- [2] A. De Villiers  
2007 “The Influence of Different Calcium Levels, Irrigation Methods and Storage Temperatures on the Yield, Quality Growth Potential of G0 Mini-Tubers”, Tesis de Maestría, Stellenbosch University.
- [3] Centro Latinoamericano Para El Desarrollo Rural  
“Manejo de Plagas en el Cultivo de Papa Mediante el Empleo de Recursos Naturales Locales en una Comunidad de Pitumarca: Canchis, Cusco, Perú”,  
<http://www.rimisp.cl/webpage.php?webid=458>
- [4] K. Theisen, R. Rhoades, R. Hijmans, L. Huaccho  
2006 “International Potato Center: World Potato Atlas”,  
<http://research.cip.cgiar.org/confluence/display/wpa/Peru>
- [5] A. Srinivasan  
2006, “Handbook of Precisión Agriculture: Principles and Applications”, 1era Edición, CRC press.
- [6] T. Lillesand, R. Kiefer  
2000 “Remote Sensing and Image Analysis”, 4ta Edición, John Wiley and Sons, Nueva York.
- [7] X Fan, H. Rho, E. Saber  
2005, “Automatic Registration of Multi-Sensor Airborne Imagery”, Proceedings of the 34th Applied Imagery and Pattern Recognition Workshop, Paginas 81-86.
- [8] J. Richards, X. Jia  
2006 “Remote Sensing and Digital Image Analysis: An Introduction”, 4ta Edición, Springer- Verlag, Berlin.

- [9] B. Zitova, J. Flusser  
2001, "Image Registration Methods: A Survey", Institute of Information Theory and Automation, Academy of Sciences of the Czech Republic, Praga, Republica Checa.
- [10] A. Goshtasby  
2005, "2-D and 3-D Image Registration for Medical, Remote Sensing, and Industrial Applications" Wiley & Sons.
- [11] Y. Bentoutou, N. Taleb, K. Kpalma, J. Ronsin  
2005 "An Automatic Image Registration for Applications in Remote Sensing", IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Volumen 43, Número. 9, Páginas 2127-2137.
- [12] H. Erives, G. Fitzgerald  
2006 "Automatic Subpixel Registration for a Tunable Hyperspectral Imaging System", IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, Volumen 3, Número 3, Páginas 397-400.
- [13] J. Matas, O. Chum, M. Urban, T. Pajdla  
2002, "Robust Wide Baseline Stereo from Maximally Stable Extremal Regions", British Machine Vision Conference, Volumen 1, Páginas 384-393.
- [14] J. Canny  
1986, "A computational approach to edge detection" IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Volumen 8, Número 6, Páginas: 679-698.
- [15] S. Smith, J. Brady  
1997, "SUSAN - A New Approach to Low Level Image Processing." International Journal of Computer Vision, Volumen 23, Páginas 45-78.
- [16] K. Mikolajczyk, C. Schmid  
2001, "Indexing Based On Scale Invariant Interest Points". 8th International Conference on Computer Vision, Volumen 1, Páginas 525-531.

- [17] T. Lindeberg  
1998, "Feature Detection with Automatic Scale Selection". International Journal of Computer Vision, Volumen 30, Número 2, Páginas 79–116.
- [18] Y. Dufournaud, C. Schmid, R. Horaud.  
2000, "Matching Images with Different Resolutions", IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Volumen 1, Páginas 612–618.
- [19] C. Harris, M. Stephen  
1988, "A Combined Corner and Edge Detector", Proceedings on 4th Alvey Vision Conference, Manchester, Páginas 147-151.
- [20] D. Lowe  
2004, "Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints", International Journal of Computer Vision, Volumen 60, Número 2, Páginas 91–110.
- [21] K. Mikolajczyk, T. Tuytelaars, C. Schmid, A. Zisserman, J. Matas, F. Schaffalitzky, T. Kadir, L. Van Gool  
2005, "A Comparison of Affine Region Detectors", International Journal of Computer Vision. Volumen 65, Número 1-2, Páginas 43-72 .
- [22] K. Mikolajczyk, C. Schmid  
2005, "A Performance Evaluation of Local Descriptors", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Volumen 27, Número.10, Páginas 1615 – 1630.
- [23] C. Rao, H. Toutenburg, A. Fieger, C. Heumann, T. Nittner, S. Scheid  
1999, "Linear Models: Least Squares and Alternatives", 2da Edición, Springer.
- [24] P. Torr, D. Murray  
1997, "The Development and Comparison of Robust Methods for Estimating the Fundamental Matrix". International Journal of Computer Vision, Volumen 24, Número 3, Páginas 271–300.

- [25] M. Brown, D. Lowe  
2003, "Recognising Panoramas", Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Computer Vision - Volumen 2, Páginas 1218-1225.
- [26] K. Mikolajczyk  
2007 "Affine covariant features",  
<http://www.robots.ox.ac.uk/~vgg/research/affine/>



**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**  
**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



PONTIFICIA  
**UNIVERSIDAD**  
**CATÓLICA**  
DEL PERÚ

**DISEÑO DE UN SISTEMA DE REGISTRO DE IMÁGENES**  
**ORIENTADO A LA AGRICULTURA DE PRECISIÓN**

Tesis para optar el Título de **INGENIERO ELECTRÓNICO**, que presenta el bachiller:

**Renán Alfredo Rojas Gómez**

**ASESOR: Donato Andrés Flores Espinoza**

Lima, setiembre del 2009

Índice

<b>Anexo 1: Sistema de Registro de Imágenes.....</b>	<b>1</b>
1.1. Programa Principal.....	1
1.2 Selección de Puntos de Interés.....	3
1.3 Umbralización de Puntos de Interés .....	5
1.4 Descripción de Puntos de Control .....	5
1.5 Análisis de Correspondencia de Puntos de Control.....	9
1.6 Estimación de la Función de Transformación.....	11
1.7 Transformación de Imágenes.....	12
<b>Anexo 2: Funciones de Transformación Estimadas y Reales.....</b>	<b>15</b>
2.1 Cambio de Orientación y Escala.....	15
2.2 Cambios de Puntos de Observación.....	17
2.3 Cambios de Definición.....	19
2.4 Cambios de Iluminación.....	21
2.5 Efectos de Compresión.....	22
<b>Anexo 3: Mosaicos Desarrollados a partir de Conjuntos de Prueba.....</b>	<b>23</b>
3.1 Cambios de Orientación y Escala.....	23
3.2 Cambios de Punto de Observación.....	35
3.3 Cambios de Definición.....	24
3.4 Cambios de Iluminación.....	57
3.5 Efectos de Compresión.....	63

## Anexo 1. Sistema de Registro de Imágenes

El sistema desarrollado consta de un programa principal y seis subrutinas, las cuales son:

- Selección de puntos de interés (Harris-Laplace)
- Umbralización de puntos de interés (\*)
- Descripción de puntos de control (SIFT)
- Análisis de correspondencia (NNDR)
- Estimación de puntos de control (RANSAC)
- Transformación de imágenes (Re-muestreo inverso – Interpolación bilineal).

(\*) El algoritmo Harris-Laplace incluye la etapa de umbralización. Sin embargo, se decide separarla para evaluar más fácilmente el efecto de los valores umbrales definidos.

El programa fue desarrollado en Matlab®.

### 1.1. Programa Principal

```
%-----
% Registro Automático de Imágenes
%
% Relaciona 2 imágenes de un objeto o espacio en común caracterizadas por
% un modelo de transformación proyectivo.
% - Obtiene puntos de control a partir de características invariantes
%   basadas en cambios de intensidad.
% - Halla correspondencias a partir de una descripción de CPs covariante
%   ante proyecciones. Define la similitud de descriptores a partir de
%   analisis de distancias euclidianas.
% - Estima la función de transformación a partir de aquella con mas puntos
%   de control incluidos. La estimación es hecha con el algoritmo RANSAC.
% - Construye un mosaico al transformar las intensidades de la imagen de
%   muestre al sistema de coordenadas de la imagen de referencia.
%
% Nota: El sistema asume que todas las bandas estan relacionadas por un
%   mismo modelo de transformación.
%-----

close all; clear all;
tic;

%----- Parametros de Entrada -----

% Harris-Laplace / Descriptor SIFT
sigma0= 1.43; d= 0.7; e= 1.12; levels= 16; rad=1; k=0.05;
th_harr=1500; th_log= 15;
```

```

% NNDR
dist_ratio= 0.8;
% RANSAC
iter=10000; pts=4; thres=1.5;

%----- Lectura de Imágenes -----

i01_t=double(imread('./imagenes/esp01.bmp')); i01=i01_t(:,1);
i02_t=double(imread('./imagenes/esp02.bmp')); i02=i02_t(:,2);

%-----Selección de Puntos de Control-----

[harr01 log01 L01]= harrlog(i01,sigma0,d,e,levels,rad,k);
[harr02 log02 L02]= harrlog(i02,sigma0,d,e,levels,rad,k);

cp01= th(harr01,log01,th_harr,th_log);
cp02= th(harr02,log02,th_harr,th_log);

%----- Descripción de Puntos de Control-----

[pos01 orient01 scale01 desc01]= sift(i01,cp01,L01,sigma0,d,e,levels);
[pos02 orient02 scale02 desc02]= sift(i02,cp02,L02,sigma0,d,e,levels);

%----- Correspondencia entre Puntos de Control -----

[basepts,transfpts]= nndr(desc01,desc02,pos01,pos02,dist_ratio);

%----- Estimación de la Función de Transformación -----

[inl,minerr]= ransac(basepts,transfpts,iter,pts,thres);

t01=toc;
fprintf('Desarrollo de homografía:');

base_inl=basepts(inl,:);
transf_inl=transfpts(inl,:);

base_outl=basepts; base_outl(inl,:)=0;
base_outl= base_outl(base_outl(:,1)~=0,:);
transf_outl=transfpts; transf_outl(inl,:)=0;
transf_outl= transf_outl(transf_outl(:,1)~=0,:);

Treal= cp2tform([transf_inl(:,2) transf_inl(:,1)]...
,[base_inl(:,2) base_inl(:,1)],'projective');
Tfunc= cp2tform(transf_inl,base_inl,'projective');

t02=toc;
fprintf('Listo.\nTiempo de procesamiento: %.2f segundos.\n\n',t02- t01);

% clear t02 t01 harr01 harr02 log01 log02 orient01 orient02 scale01 scale02...
%   sigma0 d e rad k th_harr th_log dist_ratio iter pts thres L01 L02...
%   pos01 pos02 minerr levels pos01 pos02 basepts transfpts base_inl...
%   base_outl transf_inl transf_outl desc01 desc02 cp01 cp02 Treal inl

```

% Inliers (l. referencia)  
 % Inliers (l. muestra)

% Modelo corregido  
 % Modelo estimado

```

%----- Transformación -----

i01=i01_t(:,:,1); i02=i02_t(:,:,1);
mos_a= imres(i01,i02,Tfunc); % (Banda roja)
empty_a= imres(i01,i02,Tfunc,'bg');

i01=i01_t(:,:,2); i02=i02_t(:,:,2);
mos_b= imres(i01,i02,Tfunc); % (Banda verde)
empty_b= imres(i01,i02,Tfunc,'bg');

i01=i01_t(:,:,3); i02=i02_t(:,:,3);
mos_c= imres(i01,i02,Tfunc); % (Banda azul)
empty_c= imres(i01,i02,Tfunc,'bg');

empty_T=zeros(size(empty_a,1),size(empty_a,2),3); % Solo referencia
empty_T(:,:,1)= empty_a; empty_T(:,:,2)= empty_b; empty_T(:,:,3)= empty_c;
imwrite(uint8(empty_T), './resultados/seta.jpg');

mos_T=zeros(size(mos_a,1),size(mos_a,2),3); % Mosaico
mos_T(:,:,1)= mos_a; mos_T(:,:,2)= mos_b; mos_T(:,:,3)= mos_c;
imwrite(uint8(mos_T), './resultados/setb.jpg'); % Almacenamiento (JPEG)

time=toc;
fprintf(' Tiempo total: %.2f segundos.\n\n', time);
i01=i01_t(:,:,1); i02=i02_t(:,:,1);
  
```

## 1.2 Selección de Puntos de Interés

```

%-----
% Harris-Laplace
%
% Analiza la imagen en busca de puntos con altas gradientes en escala -
% espacio a partir del detector Harris multi-escala y el Laplaciano de
% Gaussiano y a partir de ello selecciona puntos de control.
%
% Parámetros de entrada:
%
% i01:          Imagen
% sigma_start: Escala
% s:           Relación entre desviaciones (integrativa y derivativa)
% E:           Relación entre escalas
% levels:      Numero de escalas
% rad:        Tamaño de vecindad (máximos en espacio)
% threshH:    Umbral (Harris)
% threshL:    Umbral (Laplace)
%
% Parametros de salida:
%
% keypoints:   Características seleccionadas como puntos de control
% L:          Estructura con la imagen en diferentes escalas
%-----

function[harr,log_nms,L]= harrlog(i01,sigma0,d,e,levels,rad,k)

t01=toc;
% tic;
  
```

```

% h_max=[];
% log_max=[];

harr= zeros(size(i01,1), size(i01,2), levels);
log= harr; log_nms= harr; L= harr;

dil= fspecial('disk',rad)>0;

for n=0:levels-1

%----- Harris multi-escala -----

    fprintf('Harris nivel %d: ', n+1);

    sigma_int= sigma0*e^n;
    sigma_der= sigma_int*d;

    dom= -ceil(sigma_int*3):ceil(sigma_int*3);
    g_int= exp(-1*dom.^2/(2*sigma_int^2))/(sqrt(2*pi)*sigma_int);
    g_int= g_int*g_int;

    dom= -ceil(sigma_der*3):ceil(sigma_der*3);
    g_d= exp(-1*dom.^2/(2*sigma_der^2))/(sqrt(2*pi)*sigma_der);
    g_der= g_d*g_d;

    L(:,:,n+1)= conv2(i01,g_der,'same');

    g01= g_d.*dom./(-1*sigma_der^2);
    g_x= g_d*g01;
    g_y= g01*g_d;

    L01x= conv2(i01,g_x,'same');
    L01y= conv2(i01,g_y,'same');

    a= conv2(L01x.^2,g_int,'same');
    b= conv2(L01y.^2,g_int,'same');
    c= conv2(L01x.*L01y,g_int,'same');

% d/dx (G(sigma_d))* I
% d/dx (G(sigma_d))* I
% d/dx (G(sigma_d))* I

% C= s^4.*(a.*b- c.^2)./(s^2.*(a+ b+ eps));
% Allison - Noble (ec. alterna)
C= sigma_der^4*((a.*b- c.^2)- k*(a+ b).^2);
% Medida de curvatura

%----- Maximos Harris -----

    mask= imdilate(C,dil);
    index= (C== mask);

% dilatación (grayscale)

    max_C= zeros(size(C));
    max_C(index) = C(index);
    harr(:,:,n+1)= max_C;

% puntos con el mismo valor

% h_max=[h_max; max(max_C(:))];

    fprintf('Listo.\n');

%----- Laplace -----

    fprintf('Laplace nivel %d: ', n+1);

    g02= g_d.*(dom.^2/sigma_der^4 -1/sigma_der^2);

```

```

g_xx= g_d**g02;
g_yy= g02*g_d;

L01xx=conv2(i01,g_xx,'same');
L01yy=conv2(i01,g_yy,'same');
log(:,:,n+1)= sigma_der^2* abs(L01xx+ L01yy);
% g02= fspecial('log', ceil(12*sigma_der), sigma_der);           % laplaciano de gaussiano
% log(:,:,n+1)= sigma_der^2* abs(conv2(i01,g02,'same'));

fprintf('Listo.\n');

end

fprintf('\n');

%----- Maximos Laplace -----

fprintf('Maximos Laplace: ');

for n= 2:levels-1

    temp= log(:,:,n)> log(:,:,n-1);
    temp= temp & (log(:,:,n)> log(:,:,n+1));

    temp= log(:,:,n) .* temp;
    log_nms(:,:,n)= temp;

% log_max=[log_max; max(temp(:))];

end

harr(1:8,:)=0; harr(end-7:end,:)=0;
harr(:,1:8)=0; harr(:,end-7:end,:)=0;

fprintf('Listo.\n\n');

t02=toc;
fprintf('Tiempo de analisis: %.2f segundos.\n\n', t02-t01);

```

### 1.3. Umbralización de Puntos de Interés

```

function cp=th(harr,log,th_harr,th_log)

harr=harr> th_harr;
log=log> th_log;

cp= harr.* log;

```

### 1.4. Descripción de Puntos de Control

```

%-----
% Descriptor SIFT (Scale Invariant Feature Transform)

```

```

%
% Creación de elementos contrastables a partir de variaciones de intensidad
% de los pixeles cearcanos al punto de control. Asignación de escala y
% orientación característica para crear parches normalizados que permitan
% analizar gradientes de manera covariante ante cambios de similaridad.
%
% Parametros de entrada:
%
% i01:      Imágen de interes
% cp:      Ubicación de los puntos de control en las coordenadas de la
%          de la imagen y niveles de resolución
% L:      Estructura con la imagen en diferentes escalas
% sigma0:  Escala inicial por analizar
% d:      Relación entre desviaciones (integrativa y derivativa)
% e:      Relación entre escalas
% levels:  Numero de escalas por analizar
%
% Parametros de salida:
%
% pos:     Ubicación de puntos de control
% orient:  Orientación característica de puntos de control
% scale:   Escala característica de puntos de control
% desc:    Descriptores desarrollados
%-----

function[pos,orient,scale,desc]= siftd(i01,cp,L,sigma0,d,e,levels)

t01=tc;
% tic;
fprintf('Asignación de orientaciones: ');

%----- Asignación de Orientación -----

mag= zeros(size(i01,1), size(i01,2), levels);           % Matriz de magnitudes
phase= mag;                                           % Matriz de orientaciones

for n= 1:levels

    xdif= L(2:end-1,3:end,n)- L(2:end-1,1:end-2,n);
    ydif= L(3:end,2:end-1,n)- L(1:end-2,2:end-1,n);

    mag(2:end-1,2:end-1,n)= sqrt(xdif.^2 + ydif.^2);   % magnitud de gradiente
    phase(2:end-1,2:end-1,n)= atan2(ydif, xdif);      % fase de gradiente

end

%----- Orientation de CPs -----

bins=90;

pos=[];
orient=[];
scale=[];

for n=0:levels-1

    sigma= 1.5*d*e^n*sigma0;

    dom= -ceil(sigma*3):ceil(sigma*3);
    g_size= length(dom);
  
```

```

g_weight= exp(-1*dom.^2/(2*sigma^2))/(sqrt(2*pi)*sigma);
g_weight= g_weight*g_weight; % kernel gaussiano

phase_exp= zeros(size(i01,1)+(g_size-1),size(i01,2)+(g_size-1));
mag_exp= phase_exp; % tamaño expandido
% (evitar problemas en bordes)

r= (g_size-1)/2+1: (g_size-1)/2+ size(i01,1);
c= (g_size-1)/2+1: (g_size-1)/2+ size(i01,2);

phase_exp(r,c)= phase(:,:,n+1); % valores centrados
mag_exp(r,c)= mag(:,:,n+1);

[r,c]= find(cp(:,:,n+1));

for a=1: length(r)

    hist= zeros(1,bins);

    area_r= r(a):r(a)+g_size-1; % parche tamaño de kernel
    area_c= c(a):c(a)+g_size-1;
    mag_area= mag_exp(area_r,area_c); % CP centrado
    phase_area= phase_exp(area_r,area_c);

    phase_area= round((phase_area+ pi)/(2*pi/bins)); % de 0 a 36 (37)
    phase_area(find(phase_area==0))= bins; % de 1 a 36

    for b=1:bins % creación de histograma

        weight= zeros(g_size,g_size);
        index= find(phase_area==b);
        weight(index)= mag_area(index).*g_weight(index);
        hist(b)= sum(weight(:));

    end

    peaks= ((hist- [hist(end) hist(1:end-1)])>0)& ((hist- [hist(2:end) hist(1)])>0); %picos

    peaks=[0 peaks 0];
    hist= [hist(end) hist hist(1)]; % histograma periódico

    if sum(peaks)~=0

        peaks= hist.*peaks;
        p= find(peaks>=0.8*max(peaks));

        for l= 1: length(p) % ajuste parabólico

            A= [100 -10 1;0 0 1;100 10 1];
            C= [hist(p(l)-1); hist(p(l)); hist(p(l)+1)];
            B= inv(A)*C;
            p_max=-1*B(2)/(2*B(1));
            p_max=(p(l)- 1+ p_max/10)*(2* pi/bins);

            if p_max<= 0
                p_max=p_max+2*pi;
            end
        end
    end
  
```

```

    if p_max > 2*pi
        p_max=p_max-2*pi;
    end

    pos= [pos; r(a) c(a)];
    orient= [orient; p_max];
    scale= [scale; n+1];

    end
end
end
end

fprintf('Listo.\n');

%----- Desarrollo de descriptores -----

fprintf('Desarrollo de descriptores: ');

desc= [];
bins= 8;

area= 124;

for a=1: length(pos)

    g_weight= fspecial('gaussian', 16, 8);
    desc_sub=[];

    L_exp= zeros(size(i01,1)+ area, size(i01,2)+ area);
    L_exp(area/2+ 1: area/2+ size(i01,1), area/2+ 1: area/2+ size(i01,2))=L(:,scale(a));
    % tamaño expandido

    L_sub= L_exp(pos(a,1):pos(a,1)+ area, pos(a,2): pos(a,2)+ area);
    L_sub= imresize(L_sub,1/e^scale(a),'nearest');
    L_sub= imrotate(L_sub, (orient(a)-pi)* 180/pi, 'bilinear');
    % CP centrado
    % escala normalizada
    % orientación normalizada

    r= ceil(size(L_sub,1)/2)-8:ceil(size(L_sub,1)/2)+9;
    c= ceil(size(L_sub,2)/2)-8:ceil(size(L_sub,2)/2)+9;

    L_crop= L_sub(r,c);
    % parche de 18x18

    xdif= L_crop(2:end-1,3:end)- L_crop(2:end-1,1:end-2);
    ydif= L_crop(3:end,2:end-1)- L_crop(1:end-2,2:end-1);
    % 16x16

    mag= sqrt(xdif.^2 + ydif.^2);
    phase= atan2(ydif, xdif);

    mag= mag.*g_weight;

    ph_up= ceil((phase+ pi)/ (2*pi/bins));
    d_up= ph_up*(2*pi/bins)- (phase+pi);
    % máximo
    % d. al intervalo superior (rads)

    for b=1:4
        for c=1:4
            % interpolación lineal

            mag_sub= mag(4*b-3:4*b,4*c-3:4*c);

```

```

ph_sub= ph_up(4*b-3:4*b,4*c-3:4*c);
d_sub= d_up(4*b-3:4*b,4*c-3:4*c);

hist=zeros(1,bins+2);

for l=-1:bins

    weight= zeros(4,4);

    index= find(ph_sub== l);
    weight(index)= mag_sub(index).*(1-d_sub(index))/(2*pi/bins);

    hist(l+2)= sum(weight(:));

    weight= zeros(4,4);

    index= find(ph_sub-1== l);
    weight(index)= mag_sub(index).*d_sub(index)/(2*pi/bins);

    hist(l+2)= hist(l+2)+ sum(weight(:));

end

hist(bins+1)= hist(bins+1)+ hist(1);
hist(bins+2)= hist(bins+2)+ hist(2);
hist= hist(3:bins+2);

desc_sub= [desc_sub hist];
end
end

if sum(desc_sub)~=0
    desc_sub= desc_sub/norm(desc_sub);
    desc_sub(find(desc_sub> 0.2))= 0.2;
    desc_sub= desc_sub/norm(desc_sub);
end

desc=[desc;desc_sub];
end

fprintf('Listo.\n');

t02=toc;
fprintf('Tiempo de procesamiento: %.2f segundos.\n\n', t02- t01);

```

## 1.5. Análisis de Correspondencia entre Puntos de Control

```

%-----
% Nearest Neighbor Distance Ratio (NNDR)
%
% Analisis de semejanza entre descriptores a partir de distancias
% euclidianas. Define una correspondencia si las distancias entre
% descriptores son las menores de toda la base de datos y si la relación
% de esta y la distancia con el 2do vecino mas cercano esta por debajo de
% valor umbral.
%

```

```

% Parametros de entrada:
%
% desc_a:   Descriptores de la imagen de referencia
% desc_b:   Descriptores de la imagen de muestra
% pos_a:    Ubicación de los CPs de la imagen de referencia
% pos_b:    Ubicación de los CPs de la imagen de muestra
% dist_ratio: Valor umbral
%
% Parametros de salida:
%
% refpts:   Puntos de control con correspondencia en la imagen de
%           referencia
% sampts:   Puntos de control con correspondencia en la imagen de
%           muestra
% d:        Relación de distancias entre pares de correspondencia
%-----

function[refpts,sampts]= nndr(desc_a, desc_b,pos_a,pos_b,dist_ratio)

t01=toc;
% tic;

fprintf('Análisis de pares de correspondencia: ');

nn= zeros(size(desc_b,1),1);                                % correspondencias
muestra/referencia                                         % relación de distancias
dist= nn;

for k= 1:size(desc_b,1)

    eucl= sqrt(sum((desc_a- repmat(desc_b(k,:),size(desc_a,1),1)).^2,2)); % d. euclidiana entre el desc. k
ref.                                                         % de la muestra y cada desc de la

    [d01 idx]= min(eucl);                                    % distancia con el vecino mas
cercano                                                       % descartamos dicho valor (re-
    eucl(idx)= max(eucl);                                     % iterar)
    d02= min(eucl);                                         % distancia con el 2do mas
cercano

    if d01/d02 < dist_ratio
        nn(k)= idx;                                         % desc_b(k) tiene como nn a
desc_a(idx)                                                  % relación de distancias
        dist(k)= d01/d02;
    end
end

ipts= find(nn~=0);                                          % desc. sin correspondencia: nn= 0

refpts= pos_a(nn(ipts,:));                                  % correspondencias (ref)
sampts= pos_b(ipts,:);                                     % correspondencias (sam)
% d=dist(ipts);                                           % relación de distancias

for i= 1:size(refpts,1)
    backup=[refpts(i,1) refpts(i,2) sampts(i,1) sampts(i,2)];
    same=[refpts(:,1)-refpts(i,1) refpts(:,2)-refpts(i,2) sampts(:,1)-sampts(i,1) sampts(:,2)-sampts(i,2)];
    same=sum(abs(same),2);
    refpts(find(same==0,:))=0;
    sampts(find(same==0,:))=0;

```

```

refpts(i,:)=[backup(1) backup(2)]; sampts(i,:)=[backup(3) backup(4)];

end

refpts=refpts(find(refpts(:,1)~=0),:);
sampts=sampts(find(sampts(:,1)~=0),:);

t02=toc;
fprintf('Listo.\nTiempo de analisis: %.2f segundos.\n\n',t02- t01);

```

## 1.6. Estimación de la Función de Transformación

```

%-----
% Random Sample Consensus (RANSAC)
%
% Metodo iterativo para estimar los parametros de la función de
% transformación entre sistemas de coordenadas. Se seleccionan puntos de
% manera aleatoria y a partir de ellos se crea una función de
% transformación. Luego, se define la cantidad pares de correspondencia
% que cumplen con ella. El proceso se repite un determinado numero de
% veces y se define al modelo con mas puntos incluidos como el real.
%
% Parametros de entrada:
%
% base: Ubicación de los puntos de control en las coordenadas de la
%       imagen de referencia
% transf: Ubicación de los puntos de control en las coordenadas de la
%         imagen de muestra
% iter: Numero de iteraciones
% pts: Numero de puntos de control seleccionados aleatoriamente
% thres: Error maximo para que un punto sea incluido (inlier)
%
% Parametros de salida:
%
% ptsmat: Puntos de control usados para estimar el modelo real
% inl: Puntos de control que encajan con el modelo estimado (inliers)
%-----

function [inl,minerr]= ransac(base,transf,iter,pts,thres)
t01=toc;
% tic;
fprintf('Estimación de la matriz de transformación:');

inl=0; % Inliers
errmat=[];

ptsmat=zeros(pts,1); % pares seleccionados
ptsmat_t=ptsmat; % para estimar modelo
tempbase=zeros(pts,2); % puntos en referencia
temptransf=zeros(pts,2); % puntos en muestra

for i=1:iter
    for j=1:pts

```

```

whvar=1; % do-while

while whvar==1
    idx= round(rand*(size(base,1)-1)+1); % selección aleatoria

    if (sum(base(idx,1)==tempbase(:,1)) ==0) && (sum(base(idx,2)==tempbase(:,2))==0) % mismo y?
        if (sum(transf(idx,1)==temptransf(:,1))==0) && (sum(transf(idx,2)==temptransf(:,2))==0) % mismo x?

            ptsmat_t(j,1)=idx; % almacenamiento del par
            tempbase(j,:)=base(idx,:); % ubicación (muestra y referencia)
            temptransf(j,:)=transf(idx,:);

            whvar=0;
        end
    end
end
end

Tfunc= cp2tform(temptransf, tempbase, 'projective'); % creación de función

basetest= tformfwd(Tfunc,transf); % ubicación estimada
err= abs(base-basetest); % error estimado-real

inliers_t= find((err(:,1)<thres) & (err(:,2)<thres)); % diferencia menor a umbral

if size(inliers_t,1)> size(inl,1) % mas inliers?

    inl=inliers_t; % nueva cantidad de inliers
    ptsmat=ptsmat_t; % nuevos pares
    minerr=err;

end
% errmat=[errmat err];
end

t02=toc;
fprintf(' Listo.\nTiempo de procesamiento: %.2f segundos.\n\n', t02- t01);
    
```

## 1.7. Transformación de Imágenes

```

%-----
% Transformación de Imágenes
%
% Fusiona una de las bandas de las imágenes transformando sus intensidades
% al sistema de coordenadas de referencia a partir del modelo proyectivo
% estimado.
%
% Parametros de entrada:
%
% i01: Imagen de referencia
% i02: Imagen de muestra
% base_inl: Puntos de control en sistema de referencia
% transf_inl: Puntos de control en sistema de muestra
%
% Tfunc: Función de transformación estimada
%
% Parametros de salida:
    
```

```

%
% mos:      Imagen final (bandas fusionadas)
%-----

function[mos]=imres(i01,i02,Tfunc,dspl)

t01=toc;
fprintf('Generación de mosaico: ');

if ~exist('dspl')
    dspl=0;
end

off_r_min=0;
off_r_max=0;
off_c_min=0;
off_c_max=0;

% Expansión coord de referencia:
% filas abajo
% filas arriba
% columnas abajo
% columnas arriba

%----- Calculo de Limites -----

[x y]= meshgrid([1:size(i02,1)],[1:size(i02,2)]);
crd02= [x(:) y(:)];
t_crd02= tformfwd(Tfunc,crd02);
t_crd02= round(t_crd02);

r_min=min(t_crd02(:,1));
c_min=min(t_crd02(:,2));
r_max=max(t_crd02(:,1));
c_max=max(t_crd02(:,2));

% fila más baja
% columna más baja
% fila más alta
% columna más alta

if r_min< 1
    off_r_min=abs(r_min)+1;
end
if r_max> size(i01,1)
    off_r_max=r_max- size(i01,1);
end
if c_min< 1
    off_c_min=abs(c_min)+1;
end
if c_max> size(i01,2)
    off_c_max=c_max- size(i01,2);
end

%----- Construcción del Mosaico -----

mos= zeros(size(i01,1)+ off_r_min+ off_r_max...
    ,size(i01,2)+ off_c_min+ off_c_max);

if (dspl==0) | (dspl=='bg')
    mos(off_r_min+ 1: off_r_min+ size(i01,1)...
        ,off_c_min+ 1: off_c_min+ size(i01,2))= i01;
end

% Referencia expandida

clear r_min c_min r_max c_max crd02 t_crd02 off_r_max off_c_max x y;

%----- Resampling Inverso -----

```

```

if (dspl==0) | (dspl=='tr')
    [x y]= meshgrid([1:size(mos,1)],[1:size(mos,2)]);
    crd= [x(:) y(:)];
    clear x y;

    t_crd= tforminv(Tfunc,[crd(:,1)-off_r_min crd(:,2)-off_c_min]);
    % t_crd= round(t_crd);
    % t_crd_int= floor(t_crd);

    for i=1: size(t_crd,1)
        if (t_crd(i,1)>=1) & (t_crd(i,1)<= size(i02,1))
            if (t_crd(i,2)>=1) & (t_crd(i,2)<= size(i02,2))
                % mos(crd(i,1), crd(i,2))=i02(t_crd_int(i,1), t_crd_int(i,2));
                mos(crd(i,1), crd(i,2))= (t_crd(i,1)- t_crd_int(i,1))*(t_crd(i,2)- t_crd_int(i,2))*i02(t_crd_int(i,1)+1,
                t_crd_int(i,2)+1)...
                + (t_crd(i,1)- t_crd_int(i,1))*(1+ t_crd_int(i,2)- t_crd(i,2))* i02(t_crd_int(i,1)+1, t_crd_int(i,2))...
                + (1+ t_crd_int(i,1)- t_crd(i,1))*(t_crd(i,2)- t_crd_int(i,2))* i02(t_crd_int(i,1), t_crd_int(i,2)+1)...
                + (1+ t_crd_int(i,1)- t_crd(i,1))*(1+ t_crd_int(i,2)- t_crd(i,2))*i02(t_crd_int(i,1), t_crd_int(i,2));
            end
        end
    end
end

t02=toc;
fprintf('Listo!\nTiempo de procesamiento: %.2f segundos.\n\n',t02- t01);

```

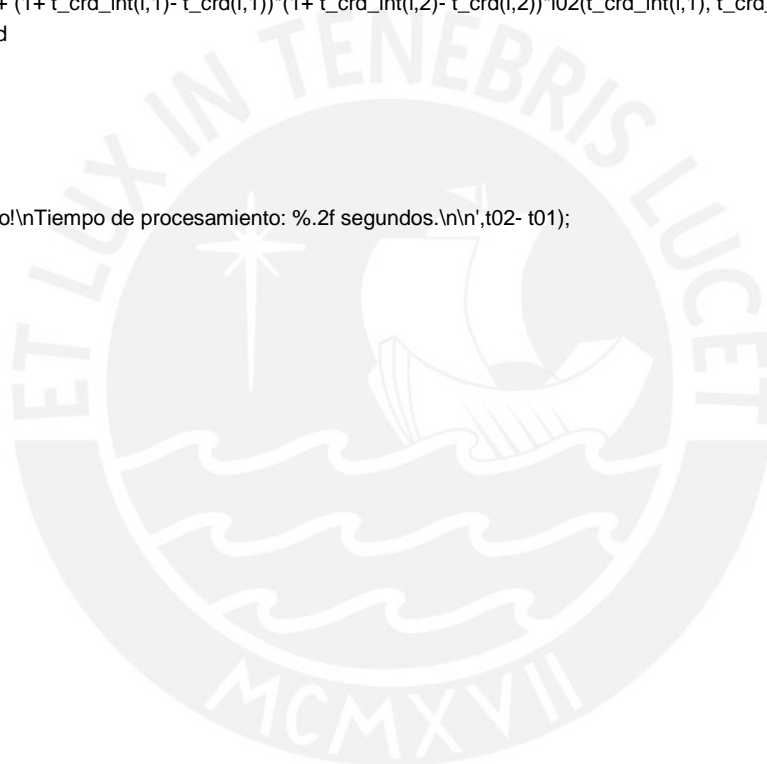
% Coordenadas de referencia

% [fila columna]

% Transformación al sistema de

% muestra

% Interpolación Bilineal



**Anexo 2. Funciones de Transformación Estimadas y Reales**

**2.1. Cambios de Orientación y Escala**

$\begin{vmatrix} 0.8568 & -0.2119 & 8.9951e-7 \\ 0.2144 & 0.8572 & -8.6650e-7 \\ 10.3037 & 131.0651 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.569 & -0.4679 & 6.5353e-6 \\ 0.4703 & 0.5655 & -9.3755e-7 \\ 25.3951 & 349.1637 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.1022 & -0.5284 & 1.1610e-5 \\ 0.5381 & 0.1013 & 1.6246e-5 \\ 204.7326 & 536.2675 & 1 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} \mathbf{0.85829} & \mathbf{-0.21158} & \mathbf{2.07024e-6} \\ \mathbf{0.21564} & \mathbf{0.85876} & \mathbf{1.28861e-6} \\ \mathbf{9.91014} & \mathbf{130.478} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{0.56887} & \mathbf{-0.4678} & \mathbf{6.4697e-6} \\ \mathbf{0.47} & \mathbf{0.5655} & \mathbf{-1.1704e-6} \\ \mathbf{25.5156} & \mathbf{348.1993} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{0.1002} & \mathbf{-0.5235} & \mathbf{9.4932e-6} \\ \mathbf{0.5232} & \mathbf{8.7391e-2} & \mathbf{-9.8297e-6} \\ \mathbf{205.8793} & \mathbf{534.5452} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$
(imágenes 1,2)	(imágenes 1,3)	(imágenes 1,4)
$\begin{vmatrix} 0.4432 & 0.0721 & 3.7047e-5 \\ -0.0529 & 0.4337 & 1.2797e-5 \\ 263.7054 & 171.6067 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.2559 & -0.2412 & 2.7869e-5 \\ 0.2362 & 0.2344 & -3.2364e-5 \\ 237.1128 & 364.1916 & 1 \end{vmatrix}$	
$\begin{vmatrix} \mathbf{0.42311} & \mathbf{6.273e-2} & \mathbf{1.5813e-5} \\ \mathbf{-6.067e-2} & \mathbf{0.4165} & \mathbf{-1.4369e-5} \\ \mathbf{266.35} & \mathbf{174.602} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{0.2999} & \mathbf{-0.2383} & \mathbf{9.9065e-5} \\ \mathbf{0.2282} & \mathbf{0.2456} & \mathbf{-5.8499e-5} \\ \mathbf{229.3018} & \mathbf{367.674} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	
(imágenes 1,5)	(imágenes 1,6)	

Tabla 1. Homografías estimadas vs. reales. Escena estructurada.

$\begin{vmatrix} 0.6908 & -0.42 & -9.2903e-7 \\ 0.4144 & 0.687 & -1.4281e-5 \\ -121.824 & 200.6881 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} -0.4718 & 0.2890 & 4.3357e-6 \\ -0.2829 & -0.4690 & 1.315e-5 \\ 870.7605 & 398.1441 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} -0.2009 & -0.3466 & -5.3148e-6 \\ 0.3435 & -0.2004 & -5.4856e-6 \\ 244.4855 & 468.1413 & 1 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} \mathbf{0.7022} & \mathbf{-0.4276} & \mathbf{4.0837e-6} \\ \mathbf{0.4314} & \mathbf{0.6998} & \mathbf{1.5076e-5} \\ \mathbf{-127.9466} & \mathbf{201.2619} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{-0.4837} & \mathbf{0.2909} & \mathbf{-3.5787e-6} \\ \mathbf{-0.2473} & \mathbf{-0.4573} & \mathbf{6.88e-5} \\ \mathbf{870.2215} & \mathbf{396.1605} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{-0.2038} & \mathbf{-0.35} & \mathbf{-1.5736e-5} \\ \mathbf{0.3510} & \mathbf{-0.1975} & \mathbf{1.0243e-5} \\ \mathbf{247.1085} & \mathbf{466.5458} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$

(imágenes 1,2)

(imágenes 1,3)

(imágenes 1,4)

$\begin{vmatrix} 0.3007 & -0.1306 & -8.5261e-6 \\ 0.1340 & 0.3061 & 1.3737e-5 \\ 200.3421 & 135.3485 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} -0.2154 & 0.129 & 7.7094e-6 \\ -0.115 & -0.2107 & 2.4837e-5 \\ 588.4134 & 356.4792 & 1 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} \mathbf{0.3056} & \mathbf{-0.1286} & \mathbf{2.7823e-6} \\ \mathbf{0.1284} & \mathbf{0.3068} & \mathbf{5.7708e-6} \\ \mathbf{200.9459} & \mathbf{133.77} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{-0.2305} & \mathbf{0.1127} & \mathbf{-3.5803e-5} \\ \mathbf{-0.1066} & \mathbf{-0.2072} & \mathbf{3.2284e-5} \\ \mathbf{583.3201} & \mathbf{355.2381} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$

(imágenes 1,5)

(imágenes 1,6)

Tabla 2. Homografías estimadas vs. **reales**. Escena texturizada.

## 2.2. Cambios de Punto de Observación

$\begin{vmatrix} 0.8798 & -0.1831 & 1.9656e-4 \\ 0.3127 & 0.9375 & -1.725e-5 \\ -39.7922 & 153.4814 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.7574 & 0.33 & 3.3286e-4 \\ -0.2980 & 1.012 & -1.3024e-5 \\ 225.9365 & -75.9472 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.6678 & -0.1479 & 4.231e-4 \\ 0.6958 & 0.9881 & 1.4727e-5 \\ -34.1272 & 148.5 & 1 \end{bmatrix}$
$\begin{vmatrix} \mathbf{0.8798} & \mathbf{-0.1839} & \mathbf{1.9641e-4} \\ \mathbf{0.3125} & \mathbf{0.9385} & \mathbf{-1.6015e-5} \\ \mathbf{-39.4306} & \mathbf{153.1578} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{0.7629} & \mathbf{0.3344} & \mathbf{3.4663e-4} \\ \mathbf{-0.2992} & \mathbf{1.0144} & \mathbf{-1.4365e-5} \\ \mathbf{225.6712} & \mathbf{-76.9999} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{0.6638} & \mathbf{-0.145} & \mathbf{4.2519e-4} \\ \mathbf{0.68} & \mathbf{0.9713} & \mathbf{-1.393e-5} \\ \mathbf{-31.2303} & \mathbf{148.7742} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$
(imágenes 1,2)	(imágenes 1,3)	(imágenes 1,4)
$\begin{vmatrix} 0.6011 & 0.1944 & 4.2583e-4 \\ 0.0544 & 1.1554 & -3.9843e-5 \\ 223.3823 & -21.5365 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} -1.4899 & -0.4593 & -0.003 \\ -0.932 & 0.4096 & 0.0022 \\ 440.356 & 188.3177 & 1 \end{vmatrix}$	
$\begin{vmatrix} \mathbf{0.6255} & \mathbf{0.2224} & \mathbf{4.9213e-4} \\ \mathbf{5.7759e-2} & \mathbf{1.1652} & \mathbf{-3.6542e-5} \\ \mathbf{222.0122} & \mathbf{-25.6056} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{0.4272} & \mathbf{0.4411} & \mathbf{5.1888e-4} \\ \mathbf{-0.6718} & \mathbf{1.0133} & \mathbf{-7.8854e-5} \\ \mathbf{453.6153} & \mathbf{-46.5346} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	
(imágenes 1,5)	(imágenes 1,6)	

Tabla 3. Homografías estimadas vs. reales. Escena estructurada.

$\begin{vmatrix} 0.7913 & -0.0241 & -1.1568e-4 \\ 0.0106 & 0.9233 & 1.2968e-5 \\ 29.2279 & 43.6459 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.6722 & -0.0488 & -1.8828e-4 \\ 0.023 & 0.8989 & 1.0857e-5 \\ 37.7004 & 61.523 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.5418 & -0.0641 & -2.5427e-4 \\ 0.0127 & 0.8721 & 4.4696e-6 \\ 66.332 & 106.3937 & 1 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} \mathbf{0.7883} & \mathbf{-0.0253} & \mathbf{-1.1458e-4} \\ \mathbf{0.0109} & \mathbf{0.9233} & \mathbf{1.2882e-5} \\ \mathbf{28.1705} & \mathbf{44.2009} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{0.6683} & \mathbf{-0.049} & \mathbf{-1.9e-4} \\ \mathbf{0.0183} & \mathbf{0.8935} & \mathbf{2.0692e-6} \\ \mathbf{39.5192} & \mathbf{61.8101} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{0.5488} & \mathbf{-0.0627} & \mathbf{-2.4692e-4} \\ \mathbf{0.0153} & \mathbf{0.8804} & \mathbf{-1.621e-5} \\ \mathbf{65.0332} & \mathbf{105.3915} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$

(imágenes 1,2)

(imágenes 1,3)

(imágenes 1,4)

$\begin{vmatrix} 0.4218 & -0.0858 & -3.2876e-4 \\ 0.0326 & 0.8855 & 1.6599e-5 \\ 59.5405 & 94.0437 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} -0.1686 & -0.034 & -5.0672e-4 \\ -0.7102 & -0.0013 & -0.0024 \\ 302.7568 & 8.823 & 1 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} \mathbf{0.41336} & \mathbf{-0.0874} & \mathbf{-3.3658e-4} \\ \mathbf{0.0261} & \mathbf{0.8661} & \mathbf{-8.5902e-6} \\ \mathbf{61.7287} & \mathbf{95.3539} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{0.2582} & \mathbf{-0.0983} & \mathbf{-4.0969e-4} \\ \mathbf{0.0281} & \mathbf{0.9034} & \mathbf{8.6748e-7} \\ \mathbf{122.7719} & \mathbf{87.9737} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$

(imágenes 1,5)

(imágenes 1,6)

Tabla 4. Homografías estimadas vs. reales. Escena texturizada.

### 2.3. Cambios de Definición

$\begin{vmatrix} 1.0126 & -0.0047 & -1.8849e-6 \\ 0.0108 & 1.0174 & 1.1233e-5 \\ 17.2590 & -29.4334 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1.0136 & -0.0046 & -3.5932e-6 \\ 0.0098 & 1.0204 & 1.1911e-5 \\ -4.7558 & -33.1586 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1.0231 & -0.0079 & -3.9043e-6 \\ 0.0198 & 1.0325 & -2.0937e-5 \\ -13.3873 & -45.3133 & 1 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} 1.0108 & -4.9129e-3 & -1.9166e-6 \\ 8.2815e-3 & 1.0149 & 8.1538e-6 \\ 18.5768 & -28.8515 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1.0129 & -4.3551e-3 & -2.9228e-6 \\ 7.0258e-3 & 1.0184 & 9.0461e-6 \\ -3.5409 & -32.7611 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1.0202 & -7.9559e-3 & -2.2468e-6 \\ 1.3126e-2 & 1.0253 & 1.2472e-5 \\ -10.0487 & -43.0003 & 1 \end{vmatrix}$
(imágenes 1,2)	(imágenes 1,3)	(imágenes 1,4)
$\begin{vmatrix} 1.0186 & -0.0117 & -9.3909e-6 \\ 0.0187 & 1.0299 & 1.6636e-5 \\ -9.1197 & -39.8509 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1.0331 & -0.0088 & -4.3371e-6 \\ 0.0243 & 1.0455 & 2.4976e-5 \\ -17.7025 & -47.1020 & 1 \end{vmatrix}$	
$\begin{vmatrix} 1.0262 & -8.3147e-3 & -9.1201e-8 \\ 1.2319e-2 & 1.0312 & 1.0876e-5 \\ -8.5197 & -41.319 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1.0427 & -4.2239e-3 & 1.2021e-5 \\ 1.236e-2 & 1.0353 & 8.295e-6 \\ -16.9742 & -45.3125 & 1 \end{vmatrix}$	
(imágenes 1,5)	(imágenes 1,6)	

Tabla 5. Homografías estimadas vs. reales. Escena estructurada.

$\begin{vmatrix} 0.9897 & -0.0489 & -1.0436e-5 \\ 0.0507 & 1.0011 & 7.8787e-6 \\ 16.4912 & 17.2079 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.9886 & -0.0482 & -1.6163e-5 \\ 0.0491 & 1.0027 & 7.6682e-6 \\ 8.8339 & 18.0749 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1.0003 & -0.0432 & -1.102e-5 \\ 0.0425 & 1.0058 & 3.9525e-7 \\ -17.4928 & 3.1229 & 1 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} \mathbf{0.9912} & \mathbf{-0.048} & \mathbf{-8.7399e-6} \\ \mathbf{0.0456} & \mathbf{0.9958} & \mathbf{1.1499e-6} \\ \mathbf{16.4306} & \mathbf{17.7354} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{0.9906} & \mathbf{-0.047} & \mathbf{-1.5933e-5} \\ \mathbf{0.0433} & \mathbf{0.9988} & \mathbf{2.8938e-6} \\ \mathbf{8.2365} & \mathbf{17.3739} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{1.0264} & \mathbf{-0.0388} & \mathbf{7.5672e-6} \\ \mathbf{0.0471} & \mathbf{1.0189} & \mathbf{3.665e-6} \\ \mathbf{-16.2598} & \mathbf{0.645} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$

(imágenes 1,2)

(imágenes 1,3)

(imágenes 1,4)

$\begin{vmatrix} 1.0115 & -0.0481 & 2.3048e-6 \\ 0.0412 & 1.0092 & -9.6550e-6 \\ -21.1227 & 10.8537 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1.0214 & -0.0522 & 4.7609e-6 \\ 0.0515 & 1.0129 & -2.0217e-5 \\ -22.7482 & 10.3245 & 1 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} \mathbf{1.0223} & \mathbf{-0.0468} & \mathbf{3.2449e-6} \\ \mathbf{0.0475} & \mathbf{1.0158} & \mathbf{3.4221e-6} \\ \mathbf{-25.9682} & \mathbf{10.5608} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \mathbf{1.0365} & \mathbf{-0.0502} & \mathbf{1.0111e-5} \\ \mathbf{0.0544} & \mathbf{1.0223} & \mathbf{6.4057e-6} \\ \mathbf{-26.5735} & \mathbf{9.0899} & \mathbf{1} \end{vmatrix}$

(imágenes 1,5)

(imágenes 1,6)

Tabla 6. Homografías estimadas vs. **reales**. escena texturizada.

## 2.4. Cambios de Iluminación

$\begin{vmatrix} 0.09979 & 0.0036 & -4.7691e-6 \\ -0.0011 & 1.0006 & 4.3079e-6 \\ 5.0876 & -2.9293 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.09986 & -6.0352e-4 & -5.4654e-6 \\ 0.0045 & 1.0019 & 7.0948e-6 \\ 4.9046 & -4.4400 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.9975 & 0.0030 & -8.8911e-6 \\ 0.0041 & 1.0034 & 1.409e-5 \\ 8.4291 & -9.2264 & 1 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} 9.9858e-01 & 3.8217e-03 & 0.4878e-5 \\ 0.3822e-3 & 1.0013 & -0.309e-5 \\ -4.1323 & 5.0173 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.09982 & -0.7417e-3 & -0.626e-5 \\ 0.5700e-2 & 1.0029 & 0.9556e-5 \\ 4.9915 & -4.6057 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.9975 & 0.3052e-2 & -0.8666e-5 \\ 0.4823e-2 & 1.004 & 1.4015e-5 \\ 8.6265 & -9.5017 & 1 \end{vmatrix}$
(imágenes 1,2)	(imágenes 1,3)	(imágenes 1,4)
$\begin{vmatrix} 1.0036 & -0.0016 & -4.1942e-6 \\ 0.0132 & 1.0081 & 2.0854e-5 \\ -0.2254 & -7.6908 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1.0083 & 0.0035 & -1.2152e-6 \\ 0.0163 & 1.0147 & 3.0280e-5 \\ 0.7664 & -16.7138 & 1 \end{vmatrix}$	
$\begin{vmatrix} 1.003 & -1.4654e-3 & -0.3563e-5 \\ 1.296e-2 & 1.0078 & 0.1779e-5 \\ 0.3272 & -7.8474 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1.0052 & 0.3389e-2 & -0.2827e-5 \\ 1.0748e-2 & 1.01 & 0.2254e-4 \\ 2.2398 & -16.3712 & 1 \end{vmatrix}$	
(imágenes 1,5)	(imágenes 1,6)	

Tabla 7. Homografías estimadas vs. reales.

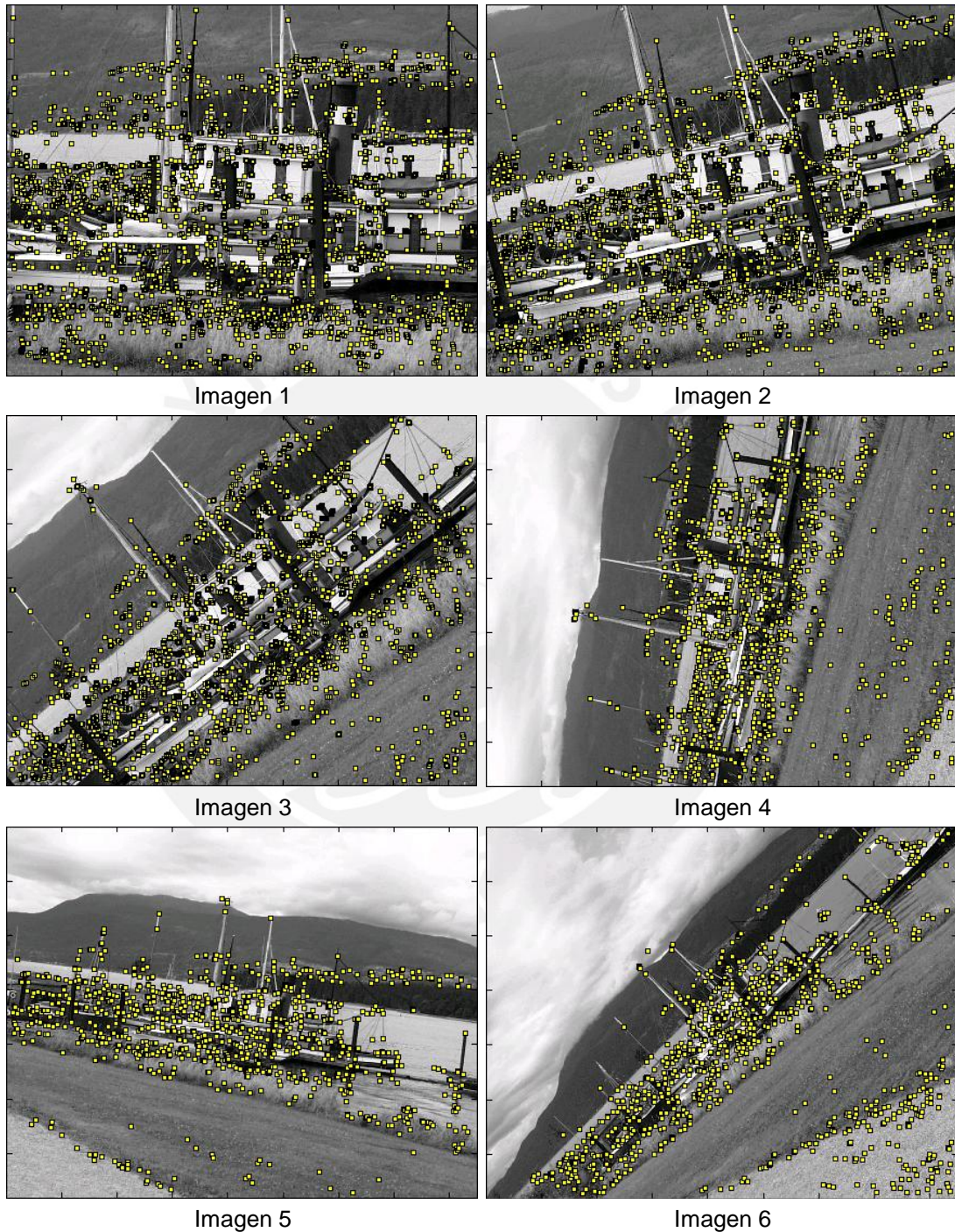
## 2.5. Efectos de Compresión

$\begin{vmatrix} 0.9998 & -1.3782e-4 & -2.5970e-7 \\ 4.6956e-5 & 0.9996 & -3.7198e-8 \\ 0.0189 & 0.1717 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.9995 & -1.0992e-4 & -1.968e-7 \\ -2.0469e-4 & 0.9990 & -9.0791e-7 \\ 0.1147 & 0.2511 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.9994 & 1.2523e-5 & -3.2654e-7 \\ -4.9764e-4 & 0.9991 & -8.3676e-7 \\ 0.1921 & 0.1432 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
(imágenes 1,2)	(imágenes 1,3)	(imágenes 1,4)
$\begin{vmatrix} 0.9988 & -1.3084e-4 & -5.8185e-7 \\ -0.0011 & 0.9978 & -2.3358e-6 \\ 0.3759 & 0.4669 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.9987 & 5.1233e-5 & -8.08e-7 \\ -7.964e-4 & 0.9991 & -1.219e-6 \\ 0.477 & 0.0319 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	
(imágenes 1,5)	(imágenes 1,6)	

Tabla 8. Homografías estimadas vs. reales.

**Anexo 3. Mosaicos desarrollados a partir de Conjuntos de Prueba**

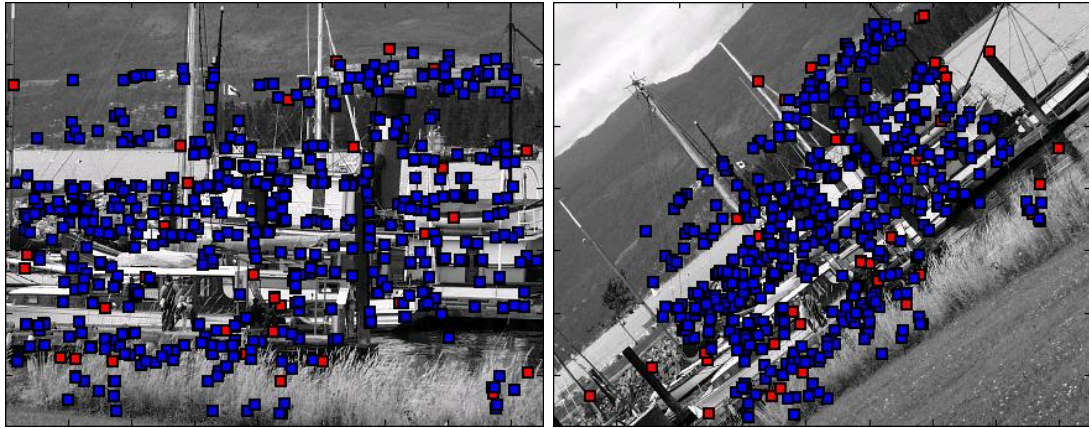
**3.1. Cambios de Orientación y Escala**



*Figura 1. Puntos de control seleccionados. Escena estructurada.*



Figura 2. Mosaico a partir de imágenes 1 y 2. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 2. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.



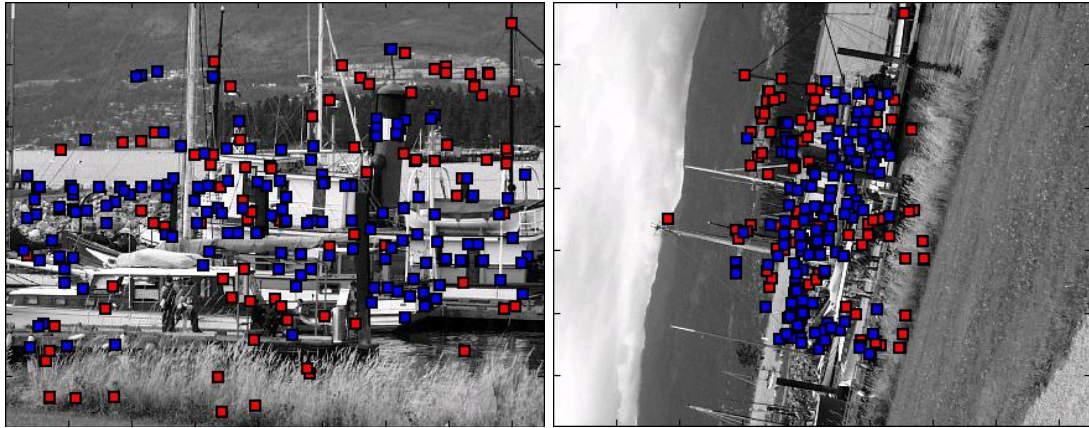
(a)

(b)



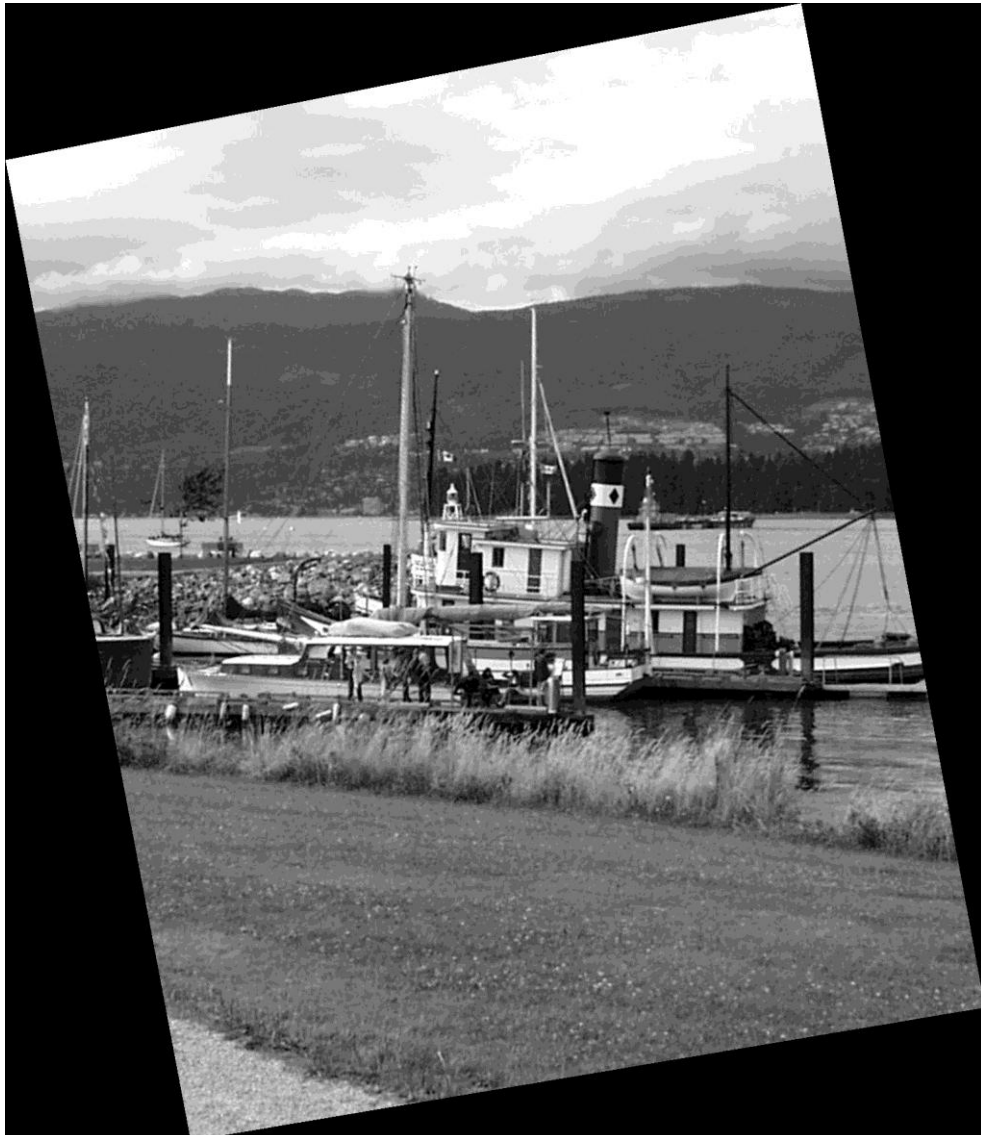
(c)

Figura 3. Mosaico a partir de imágenes 1 y 3. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 3. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.



(a)

(b)



(c)

Figura 4. Mosaico a partir de imágenes 1 y 4. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 4. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.



Figura 5. Mosaico a partir de imágenes 1 y 5. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 5. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.



(a)

(b)



(c)

Figura 6. Mosaico a partir de imágenes 1 y 6. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 6. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

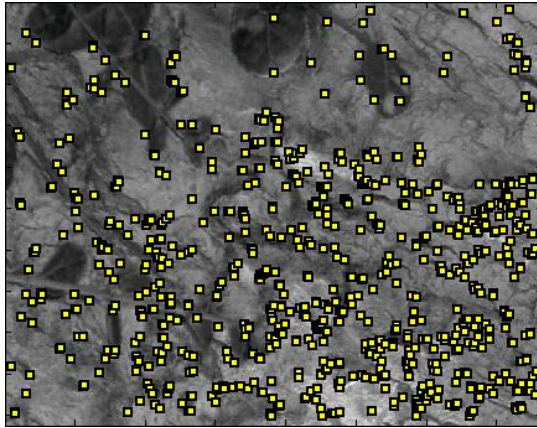


Imagen 1

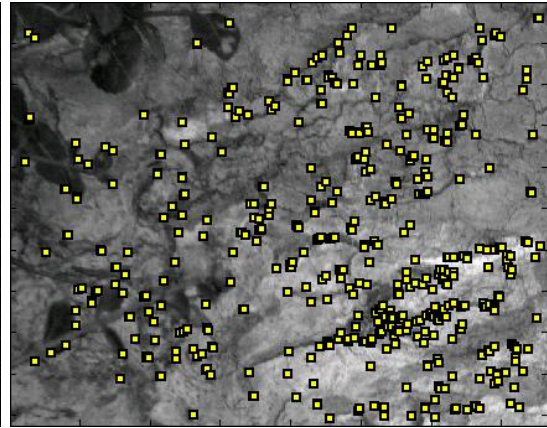


Imagen 2

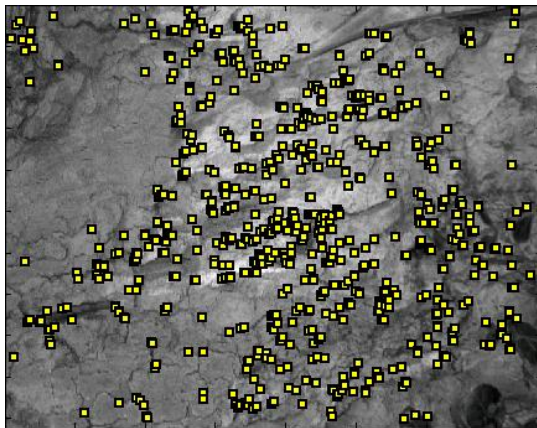


Imagen 3

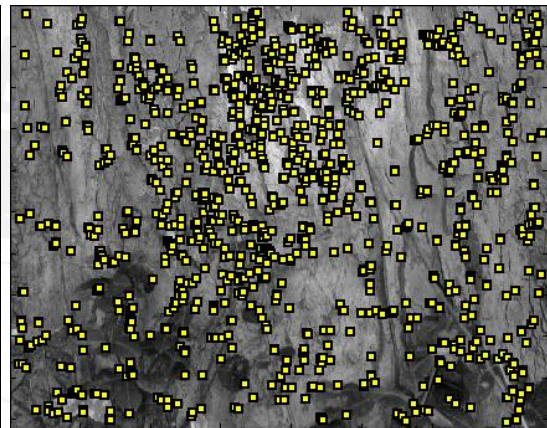


Imagen 4

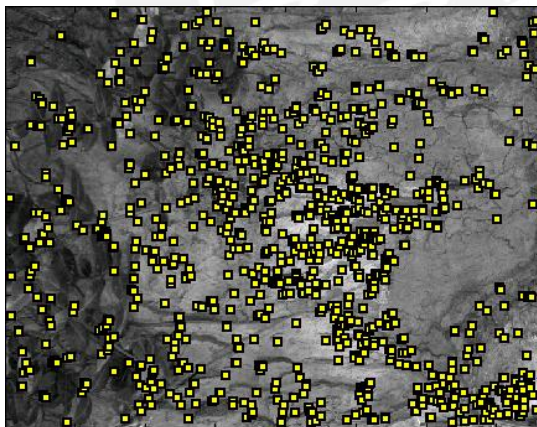


Imagen 5

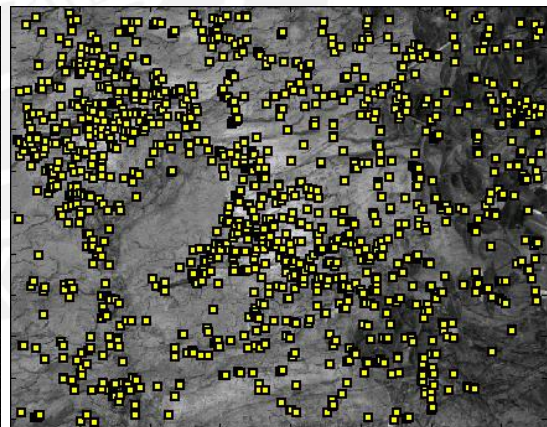


Imagen 6

Figura 7. Puntos de control seleccionados. Escena texturizada.

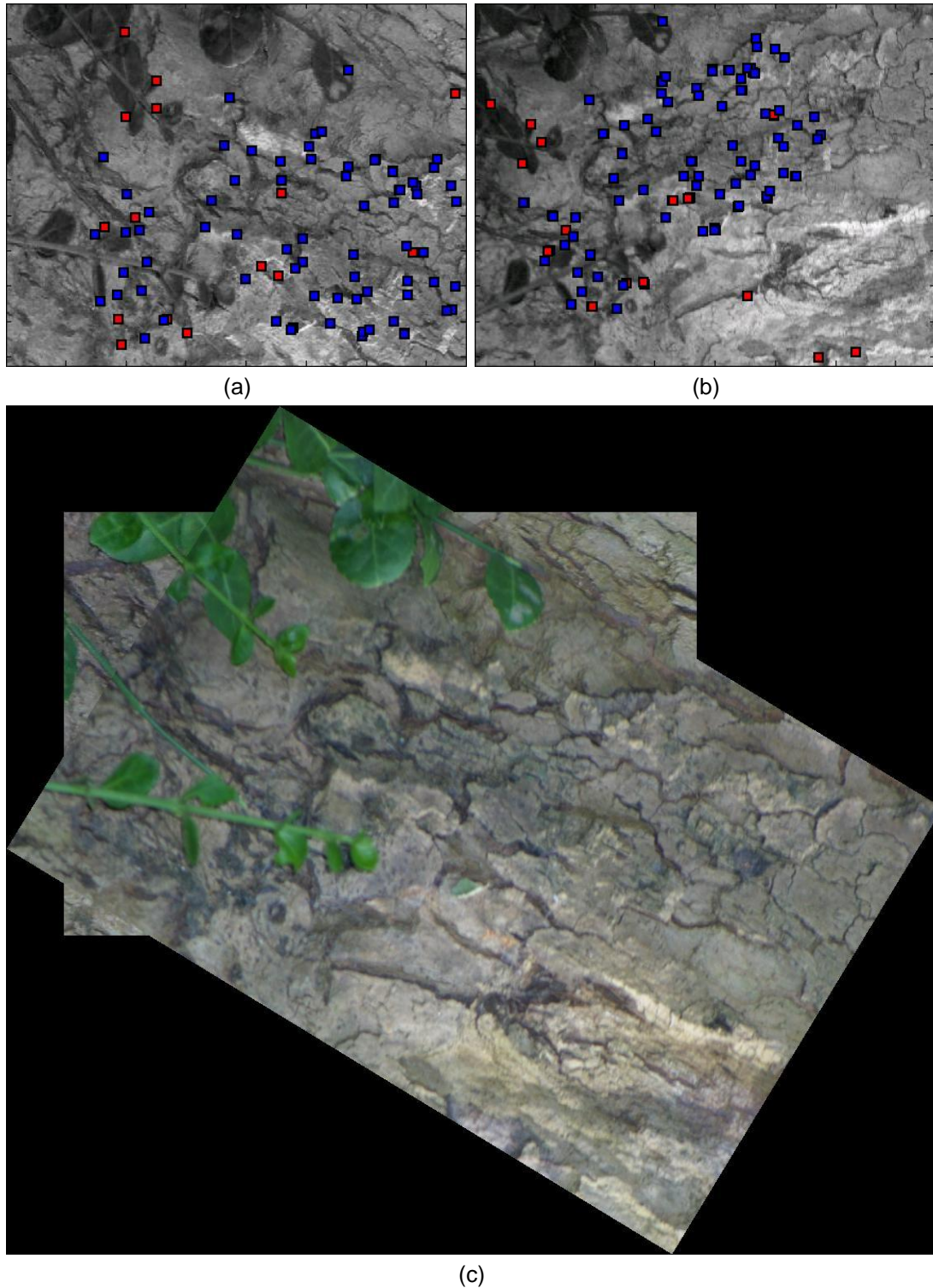


Figura 8. Mosaico a partir de imágenes 1 y 2. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 2. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

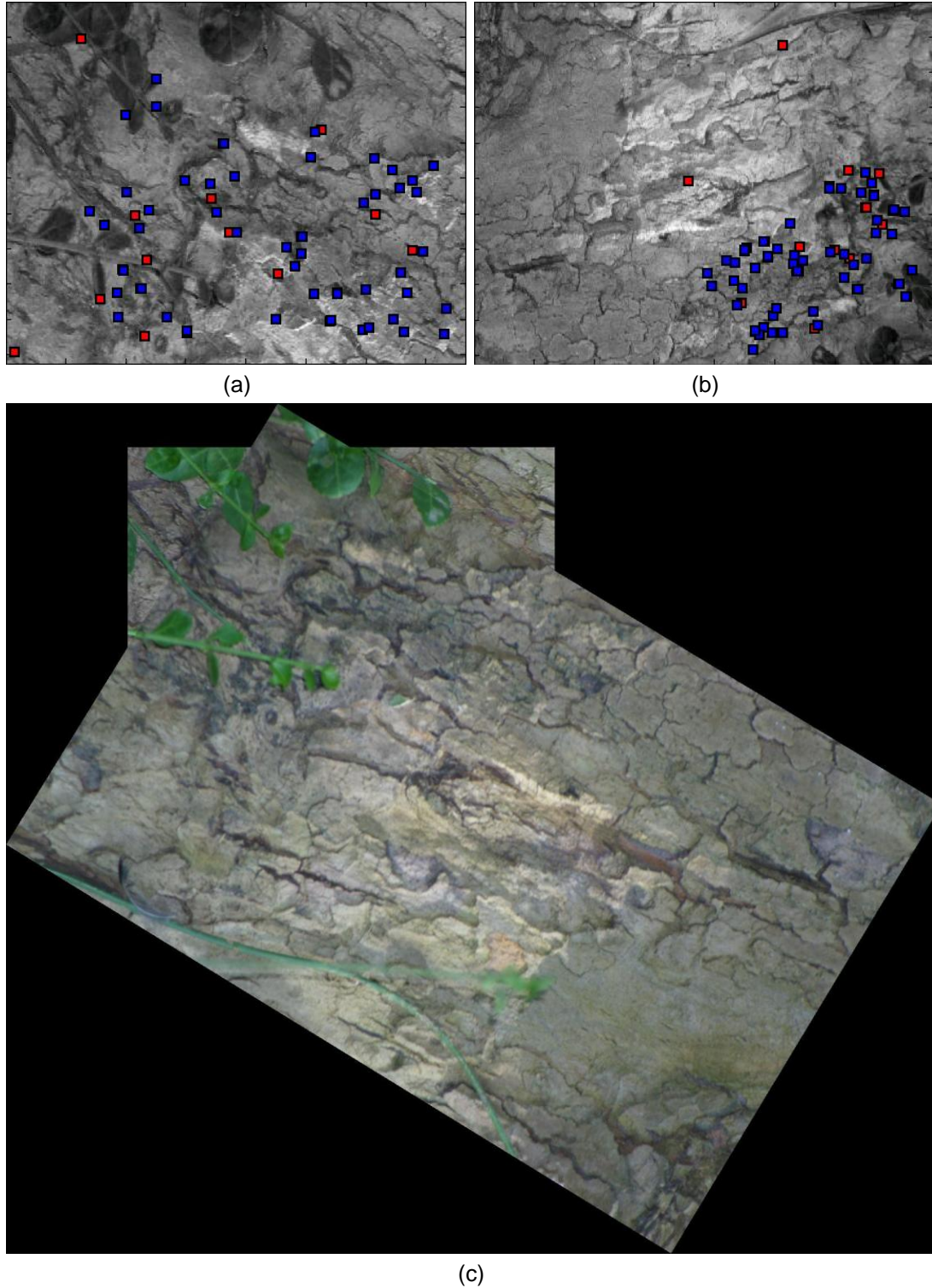


Figura 9. Mosaico a partir de imágenes 1 y 3. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 3. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

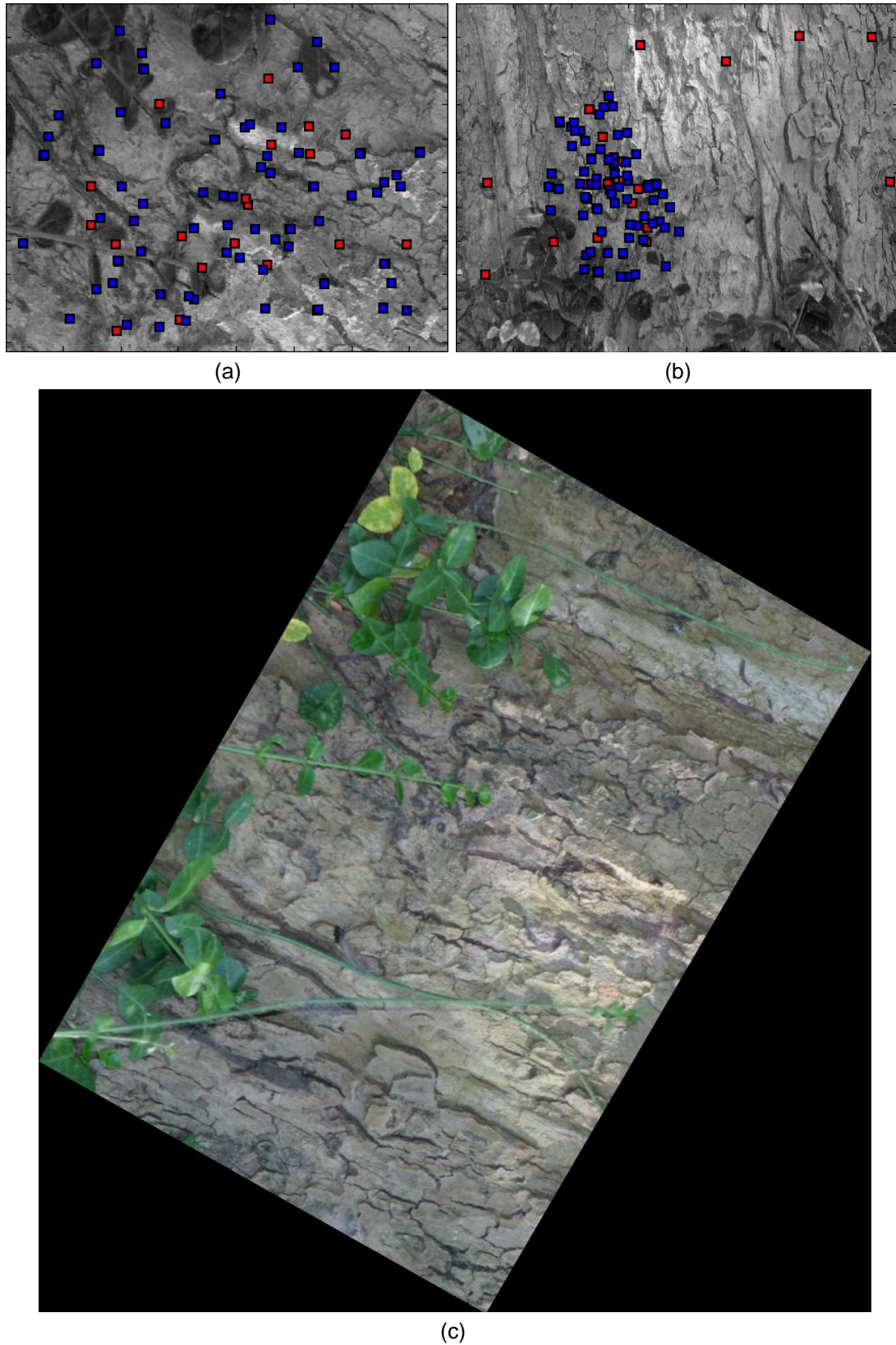


Figura 10. Mosaico a partir de imágenes 1 y 4. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 4. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

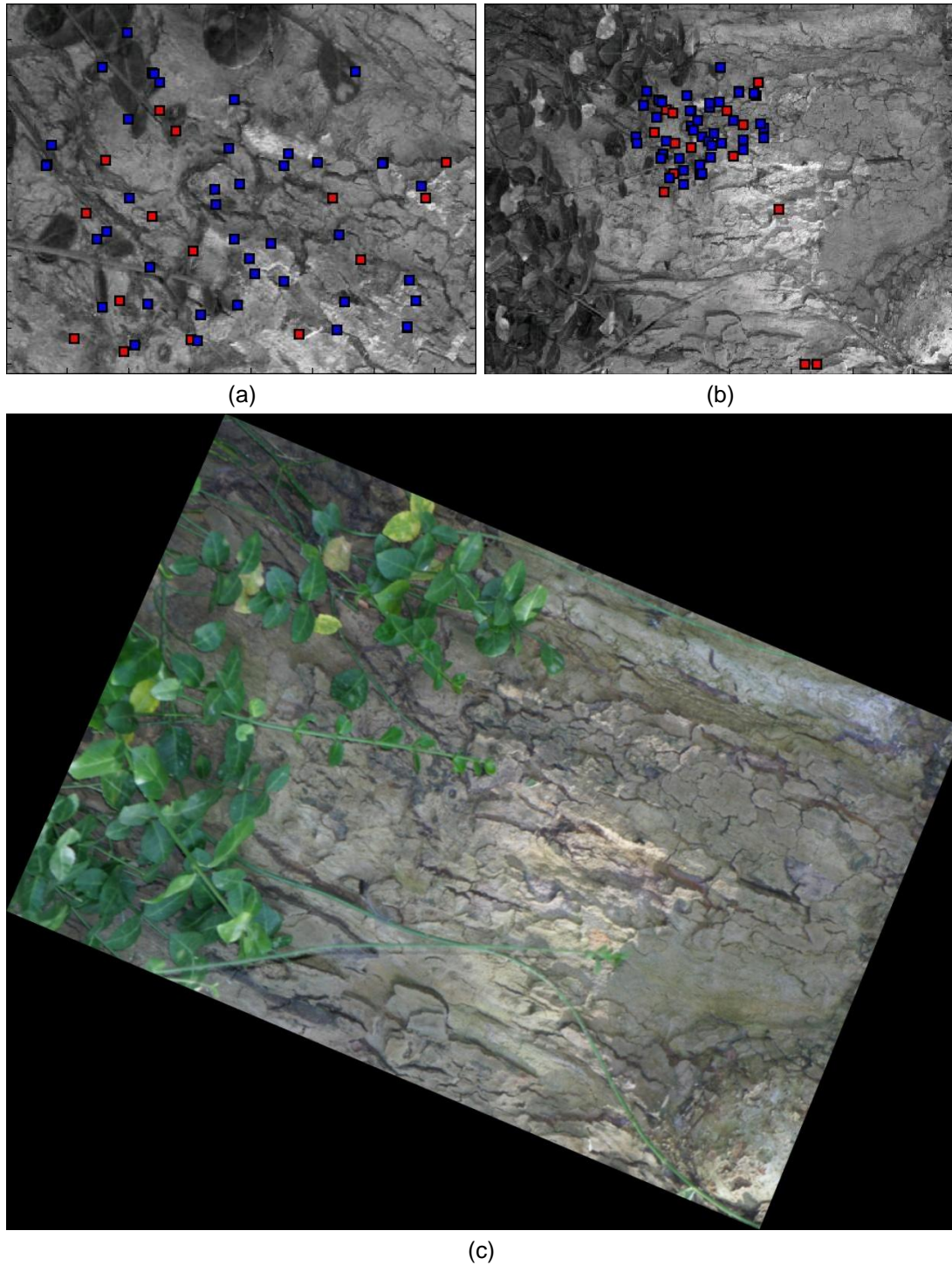


Figura 11. Mosaico a partir de imágenes 1 y 5. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 5. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

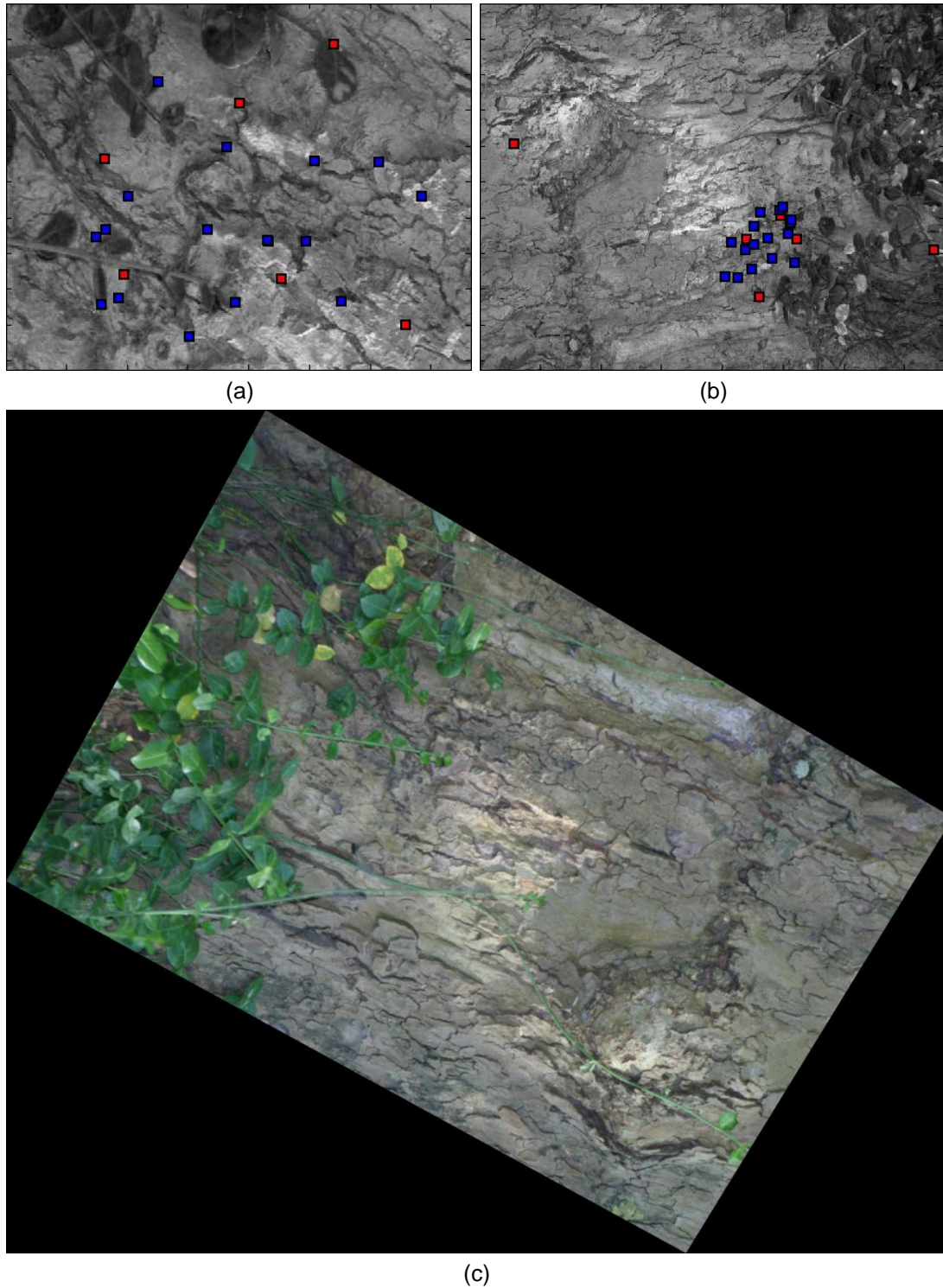


Figura 12. Mosaico a partir de imágenes 1 y 6. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 6. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

### 3.2. Cambios de Punto de Observación

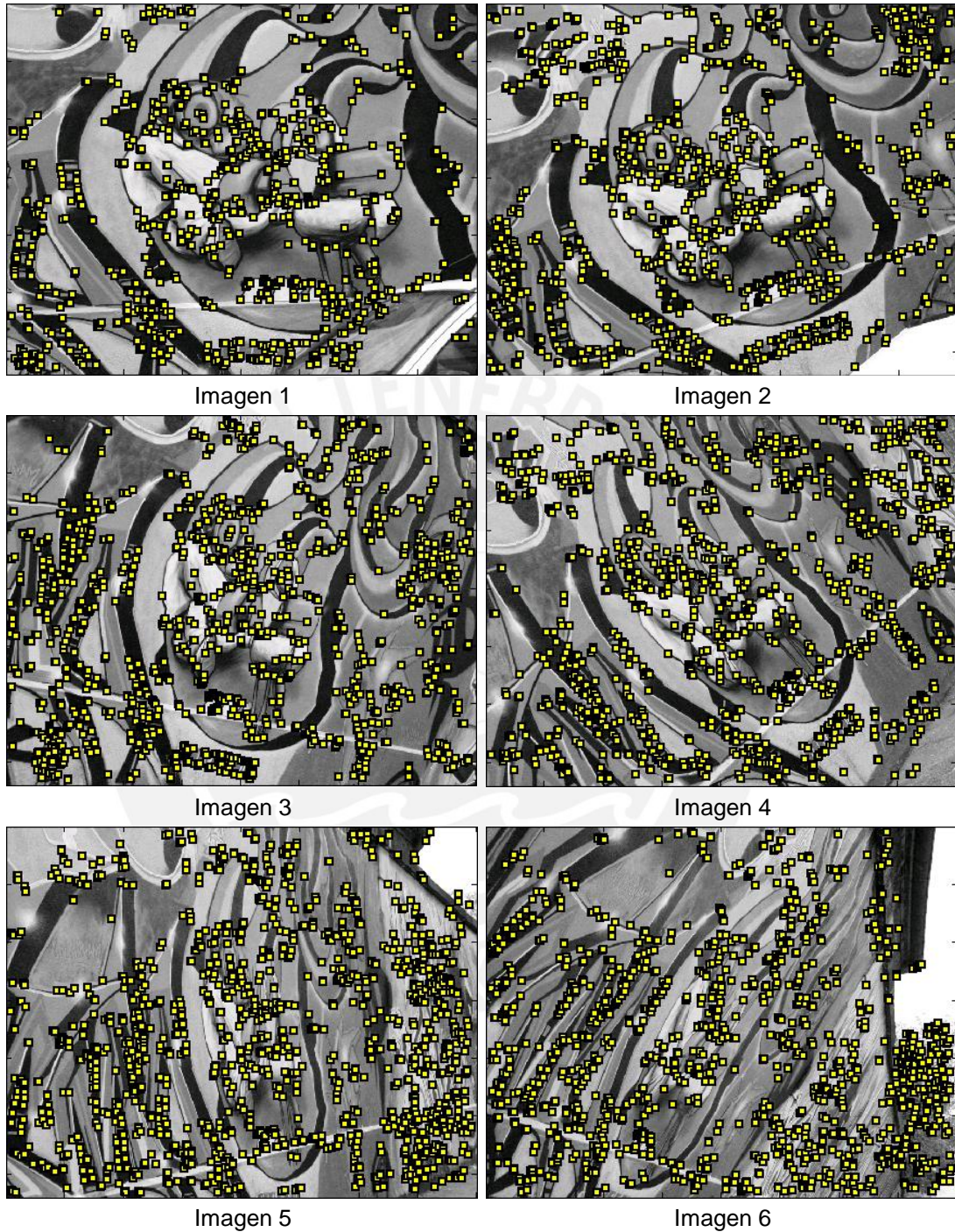


Figura 13. Puntos de control seleccionados. Escena estructurada.

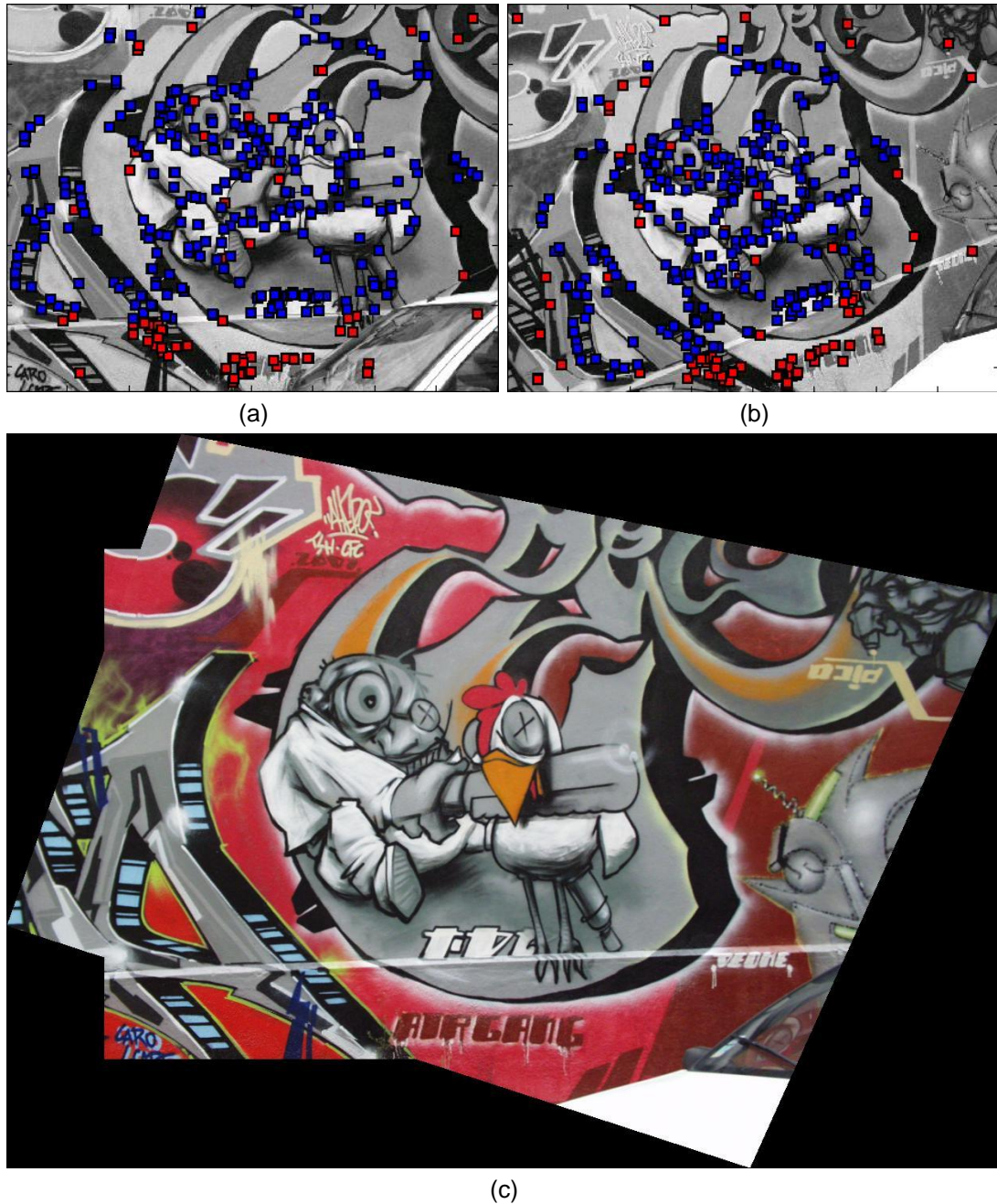


Figura 14. Mosaico a partir de imágenes 1 y 2. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 2. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

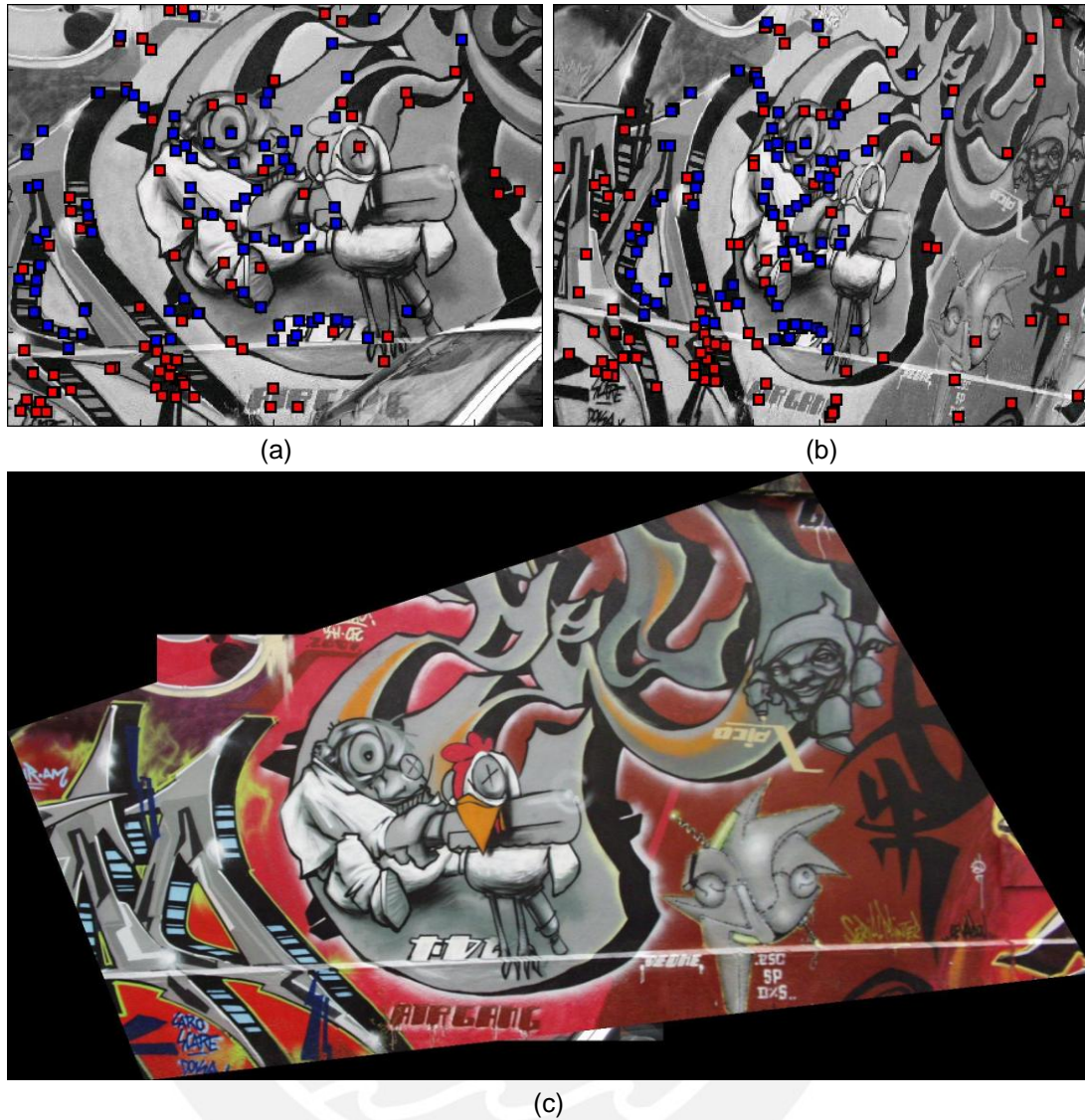


Figura 15. Mosaico a partir de imágenes 1 y 3. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 3. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

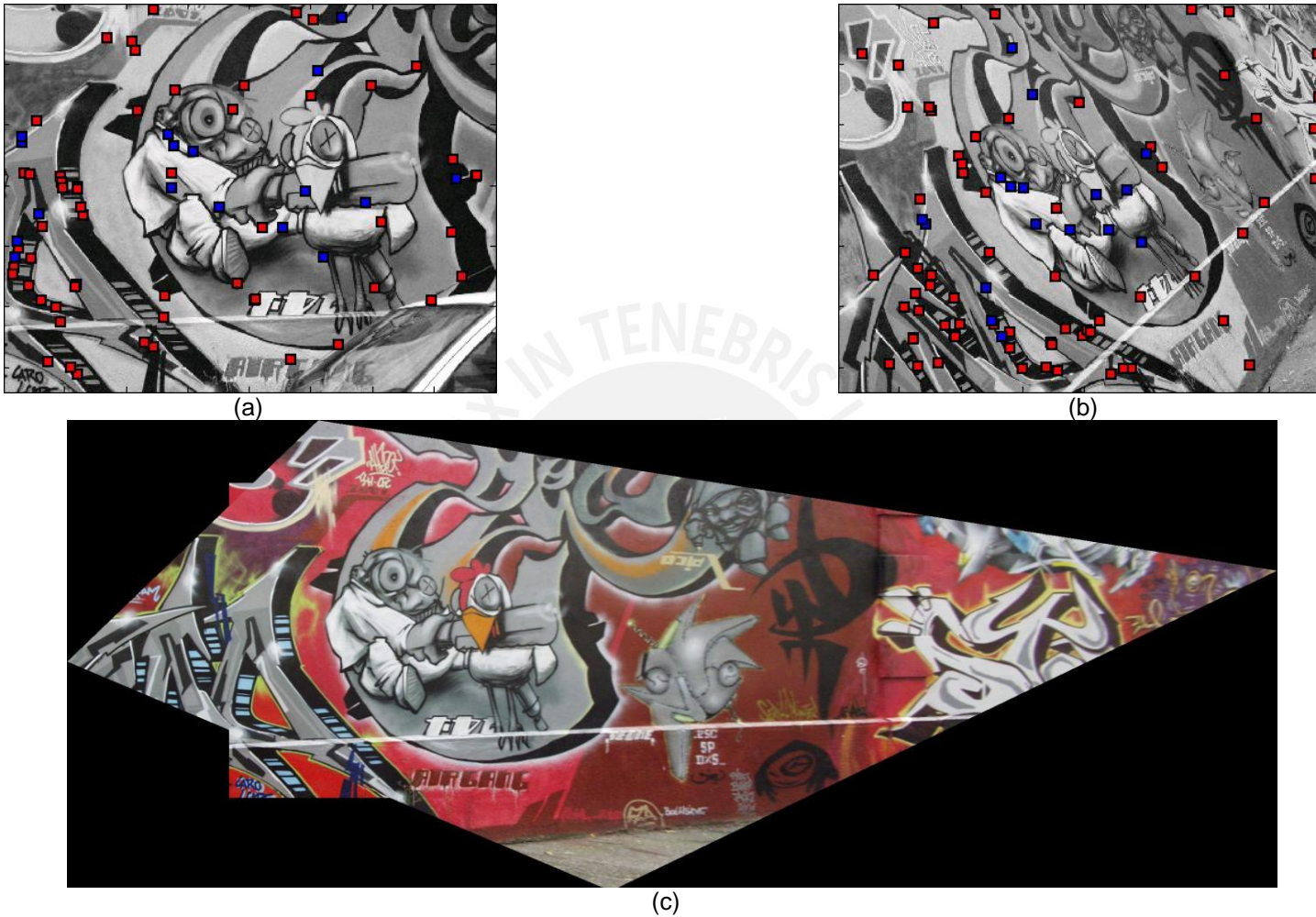
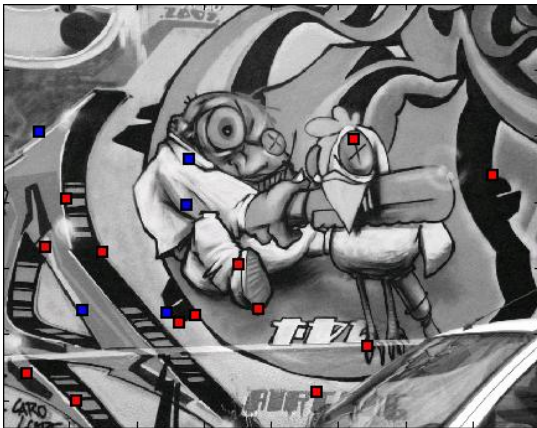


Figura 16. Mosaico a partir de imágenes 1 y 4. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 4. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.



(a)



(b)



(c)

Figura 17. Mosaico a partir de imágenes 1 y 5. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 5. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

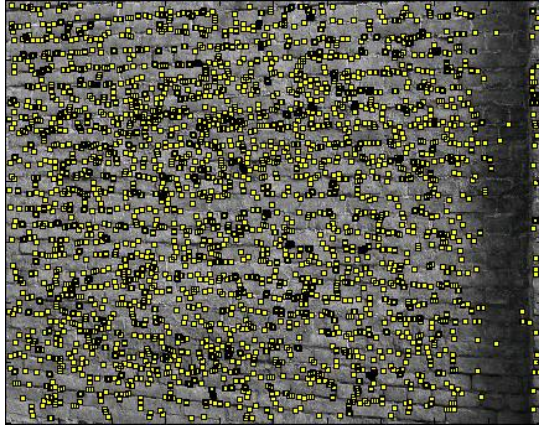


Imagen 1

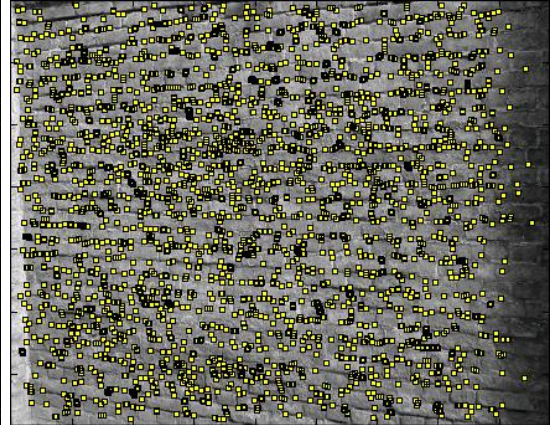


Imagen 2

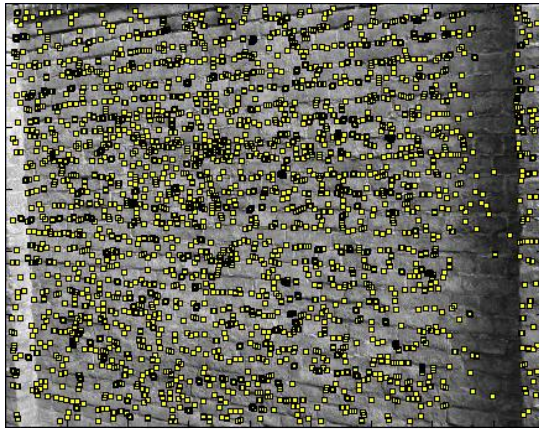


Imagen 3

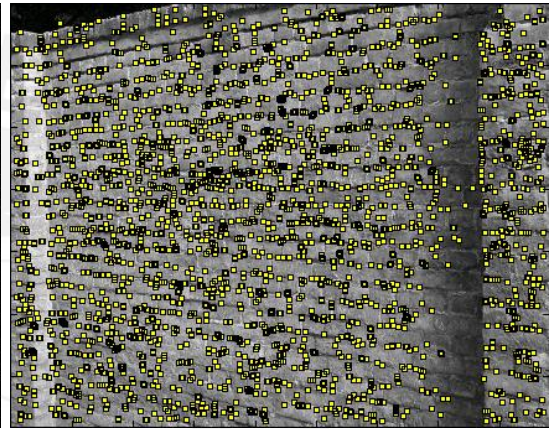


Imagen 4

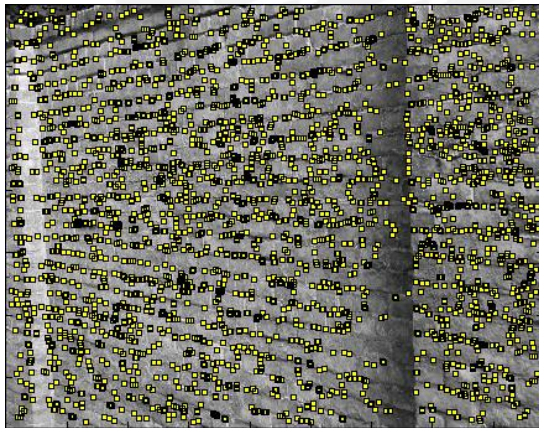


Imagen 5

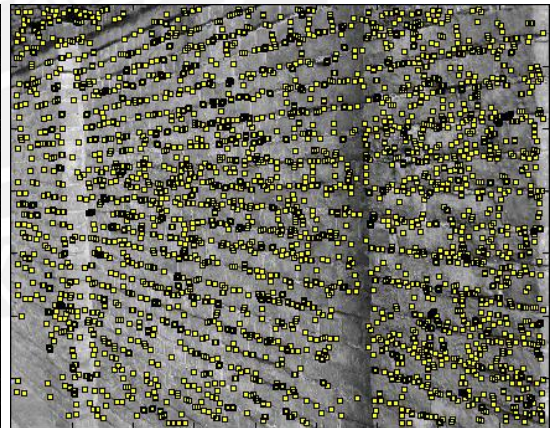


Imagen 6

Figura 18. Puntos de control seleccionados. Escena texturizada.

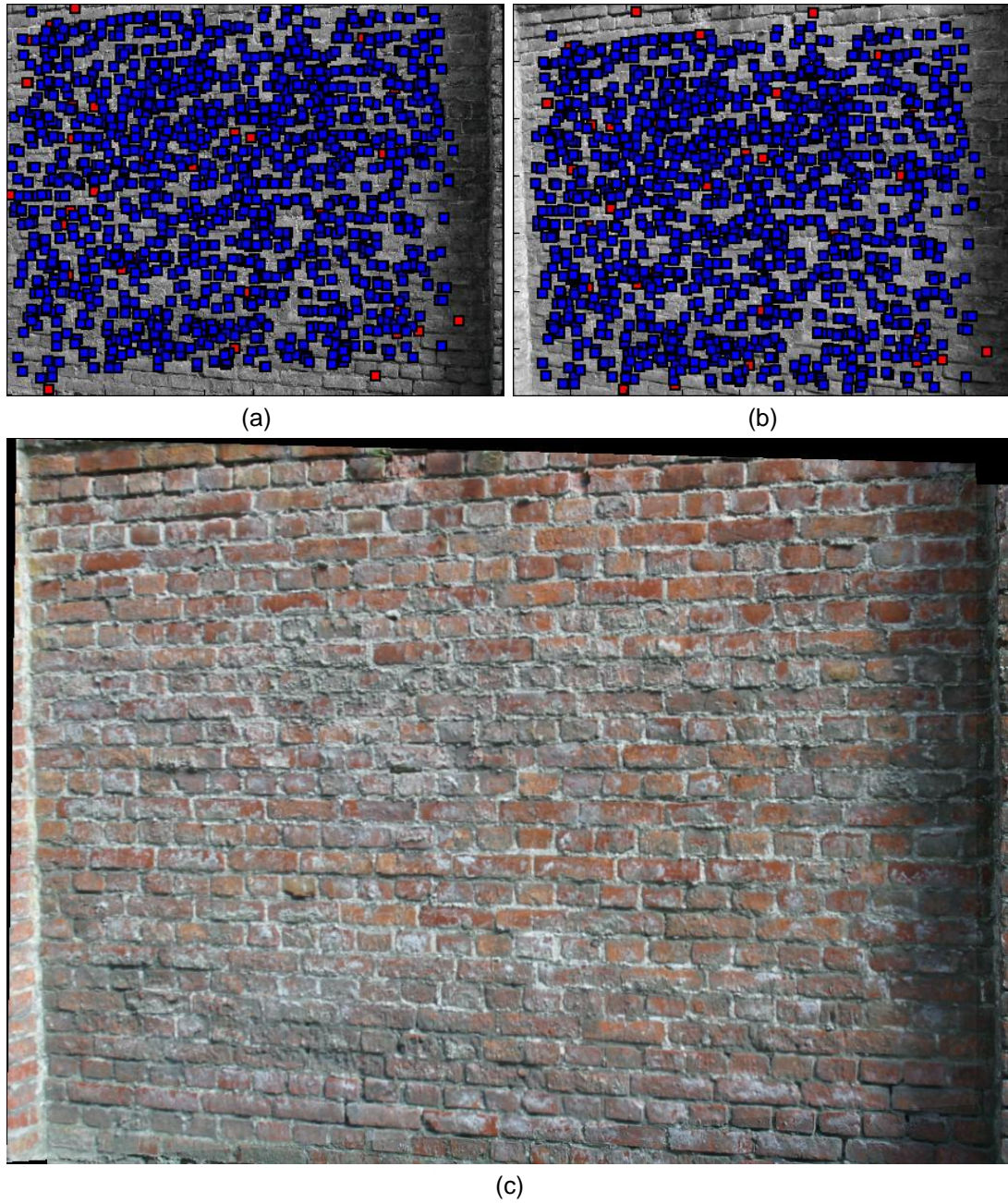


Figura 19. Mosaico a partir de imágenes 1 y 2. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 2. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

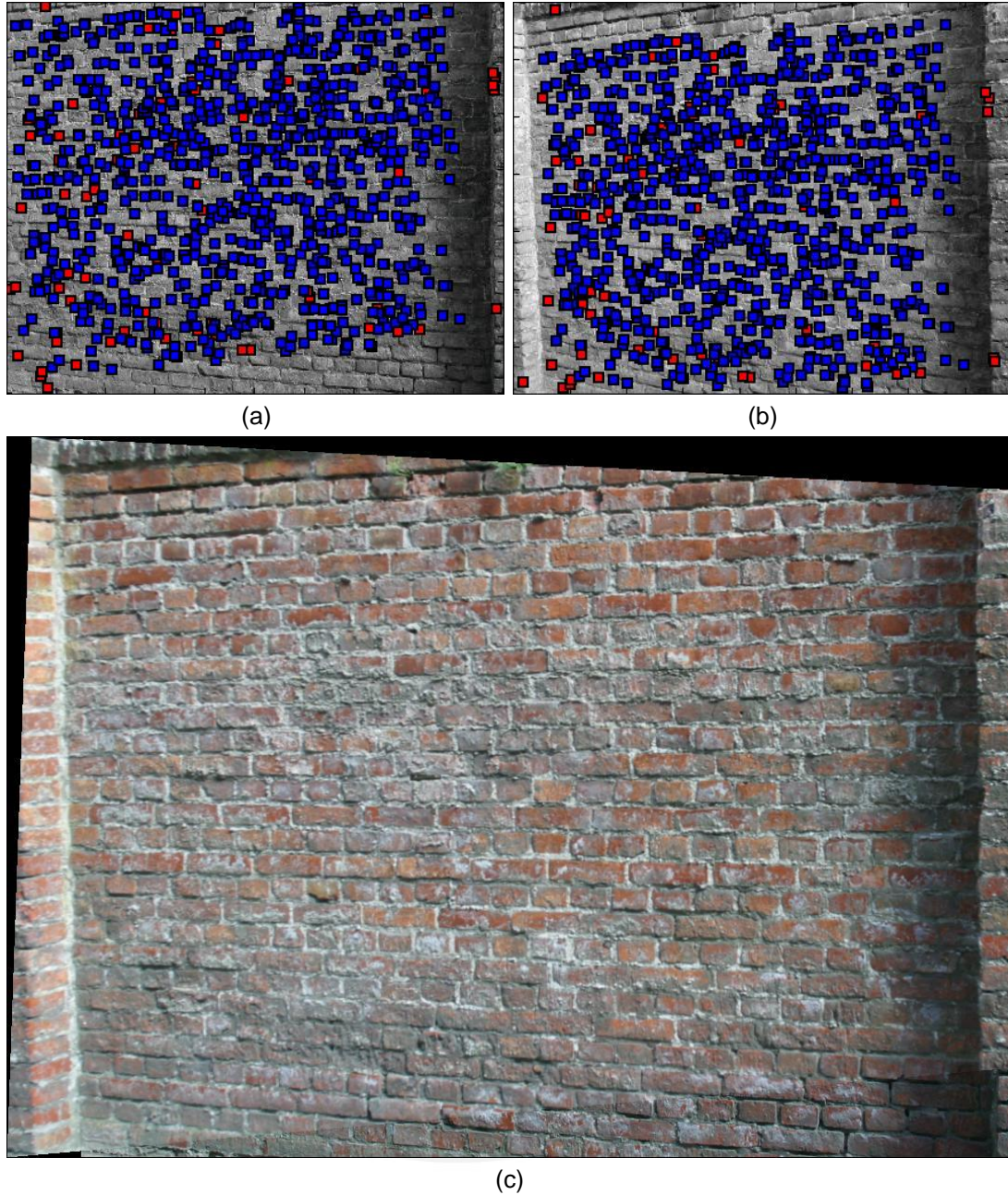
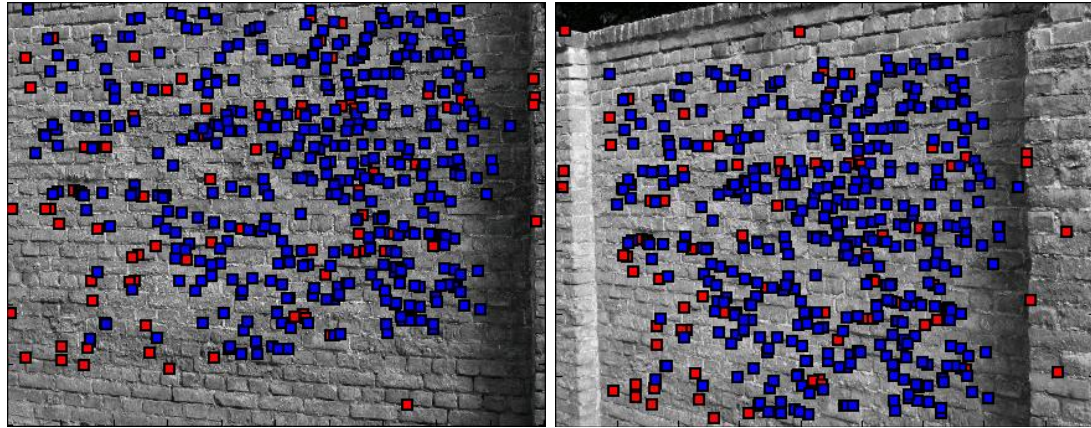


Figura 20. Mosaico a partir de imágenes 1 y 3. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 3. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.



(a)

(b)



(c)

Figura 21. Mosaico a partir de imágenes 1 y 4. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 4. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

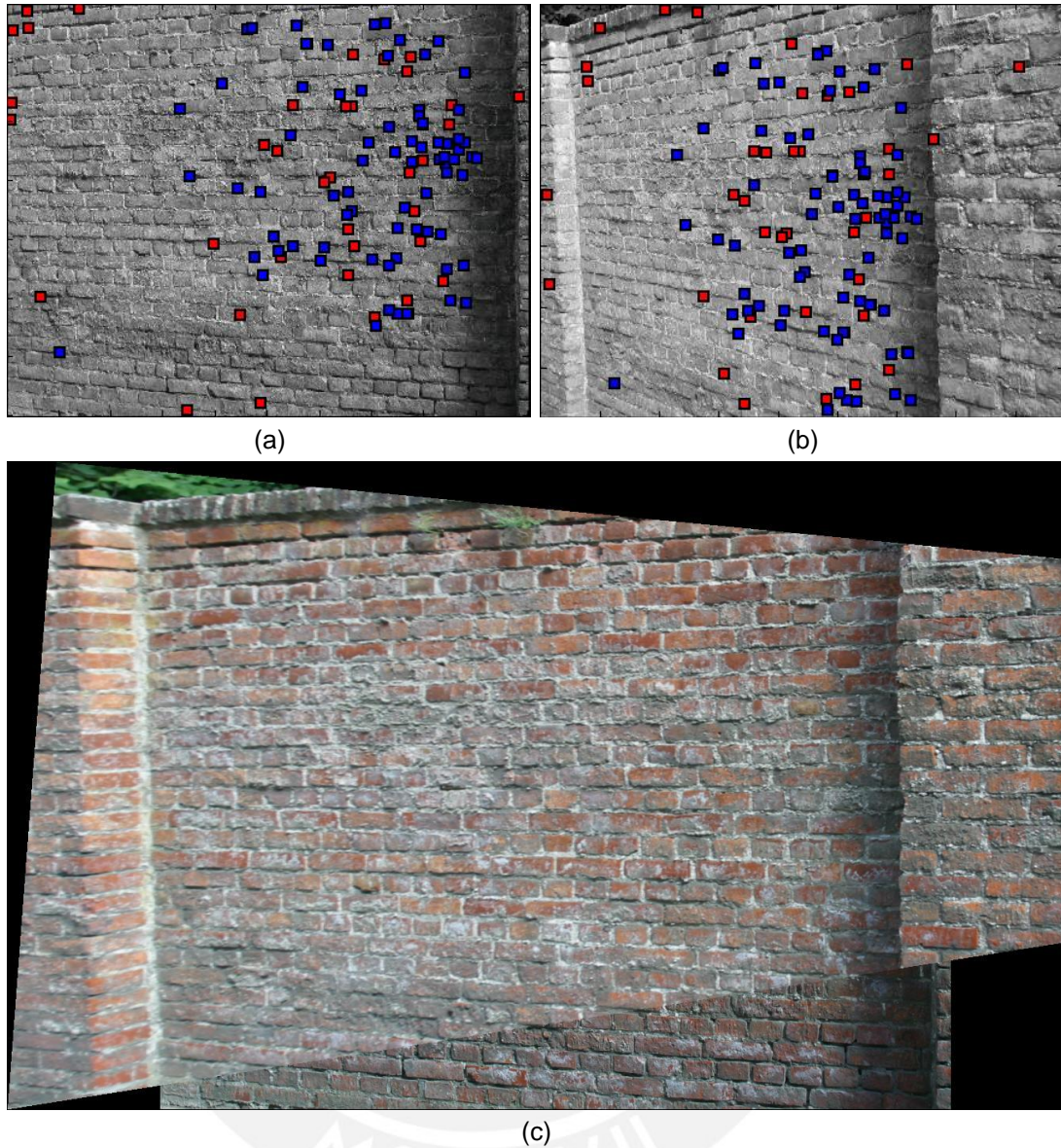


Figura 22. Mosaico a partir de imágenes 1 y 5. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 5. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

### 3.3. Cambios de Definición

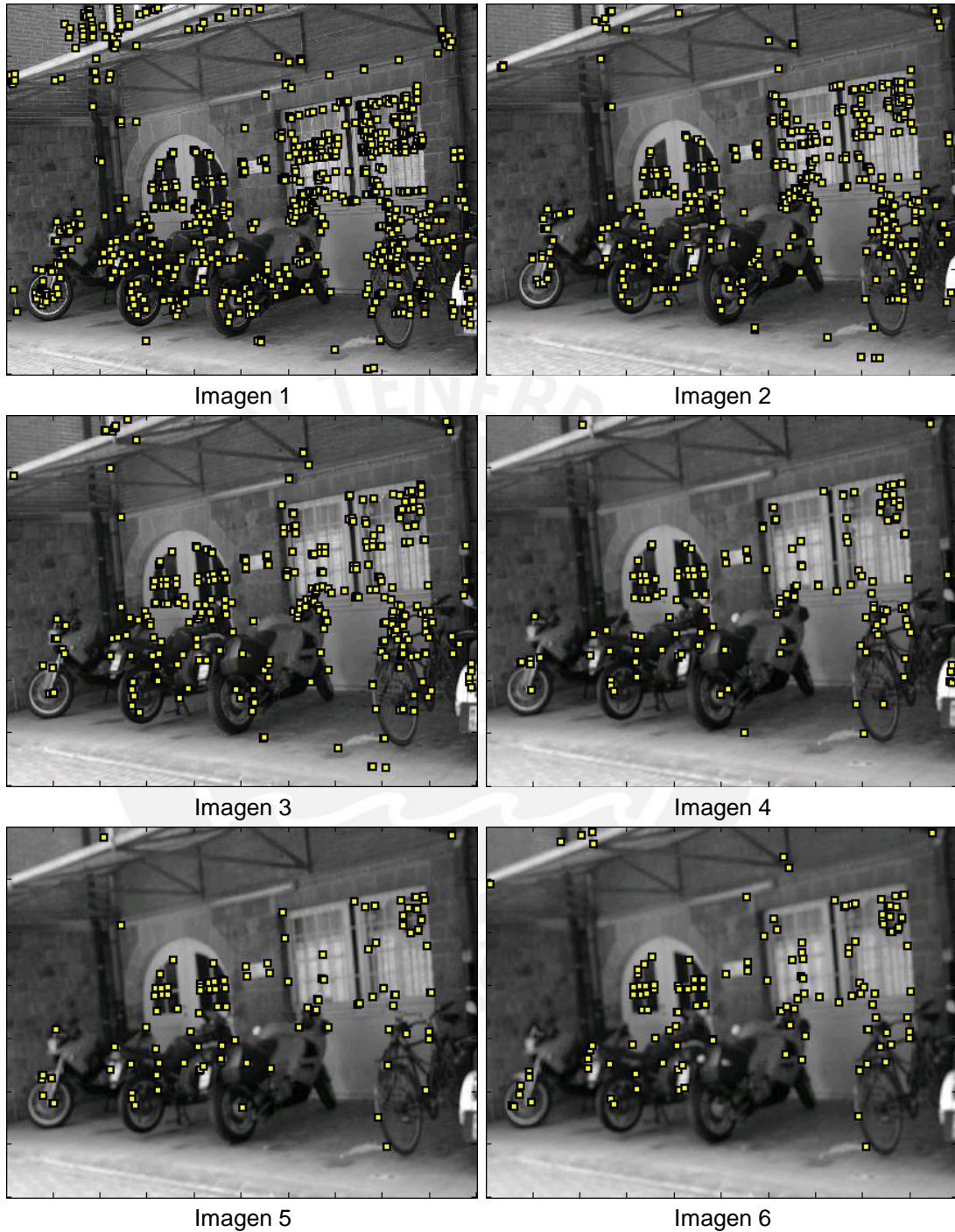


Figura 23. Puntos de control seleccionados. Escena estructurada.

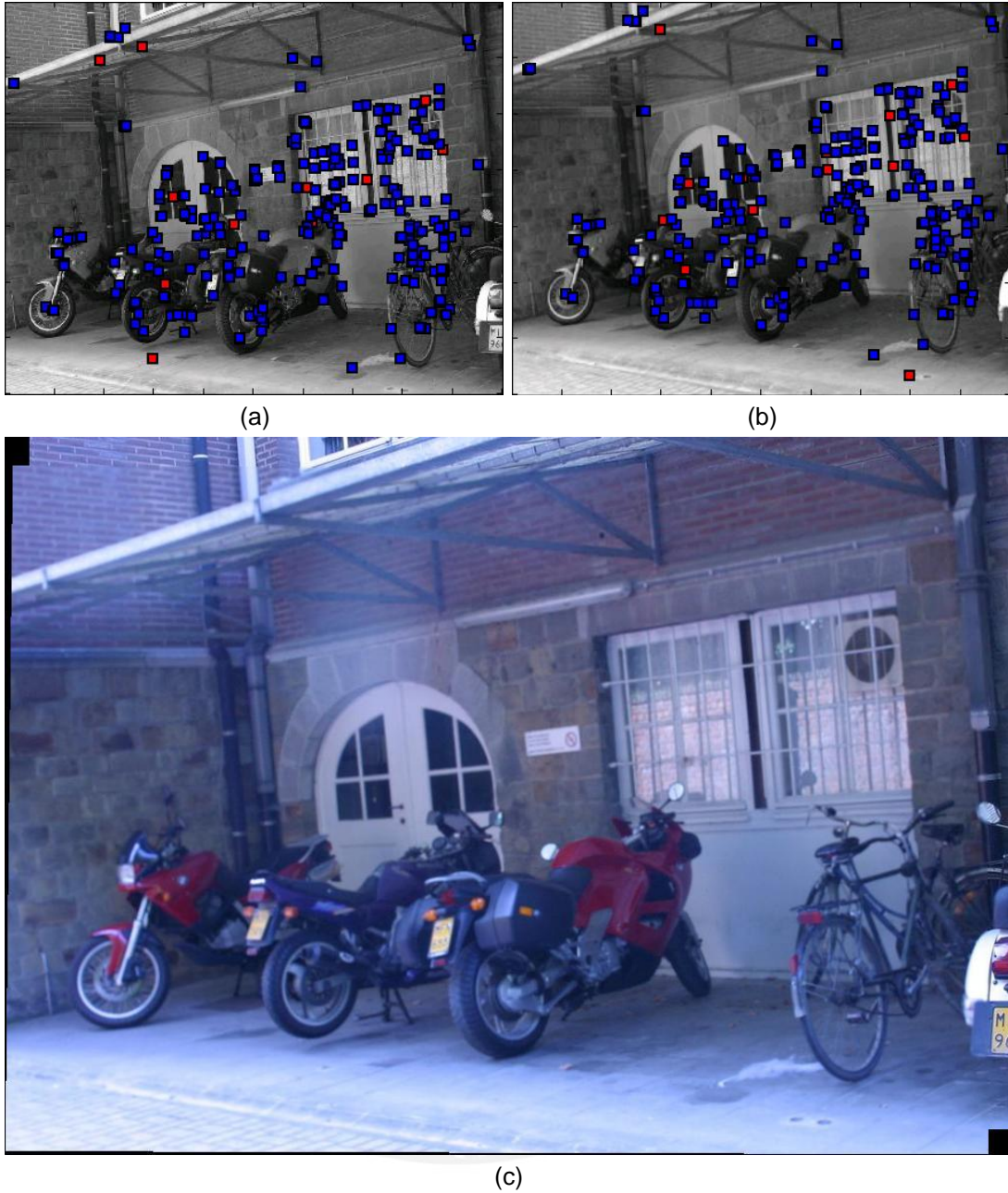


Figura 24. Mosaico a partir de imágenes 1 y 2. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 2. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

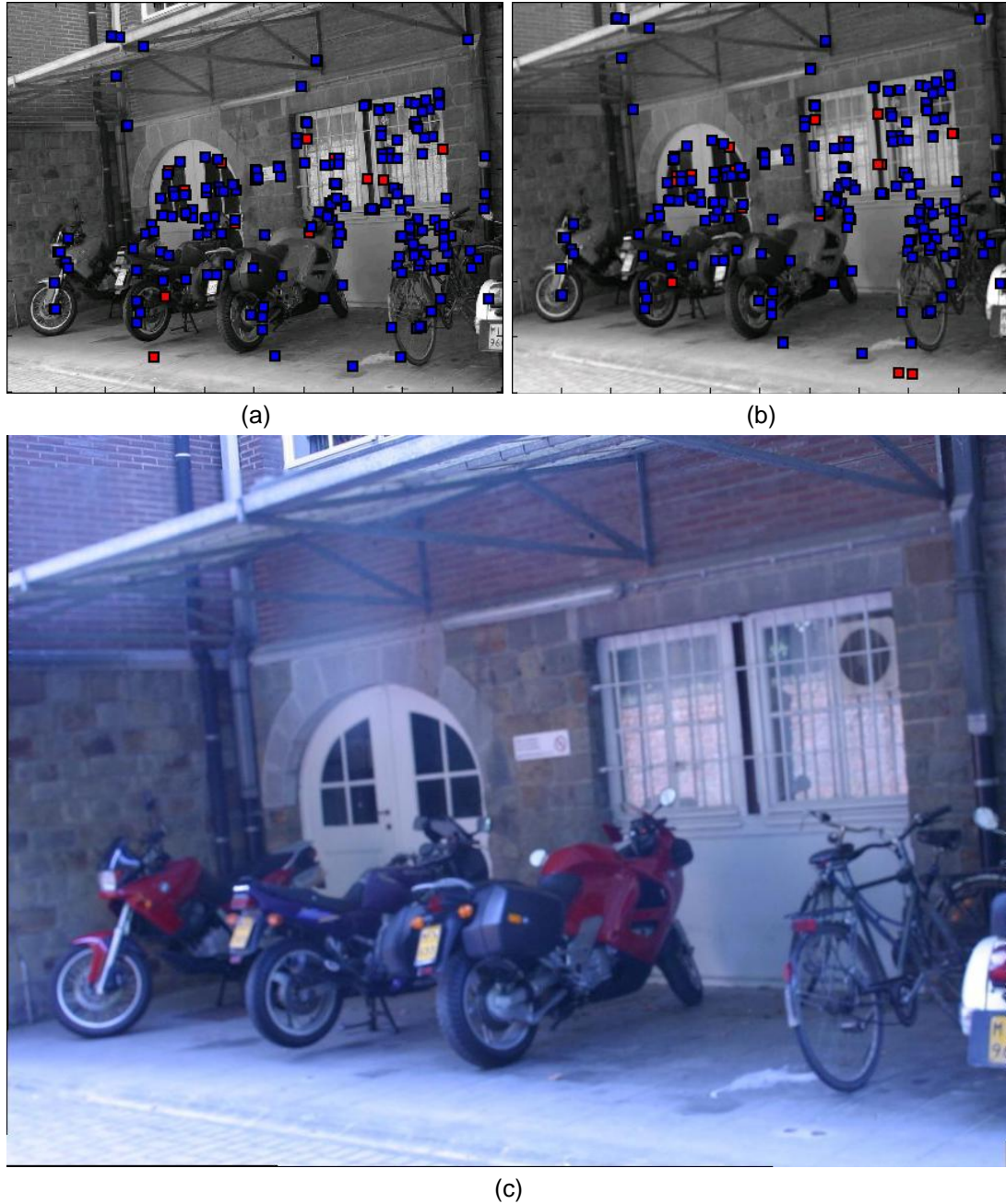


Figura 25. Mosaico a partir de imágenes 1 y 3. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 3. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

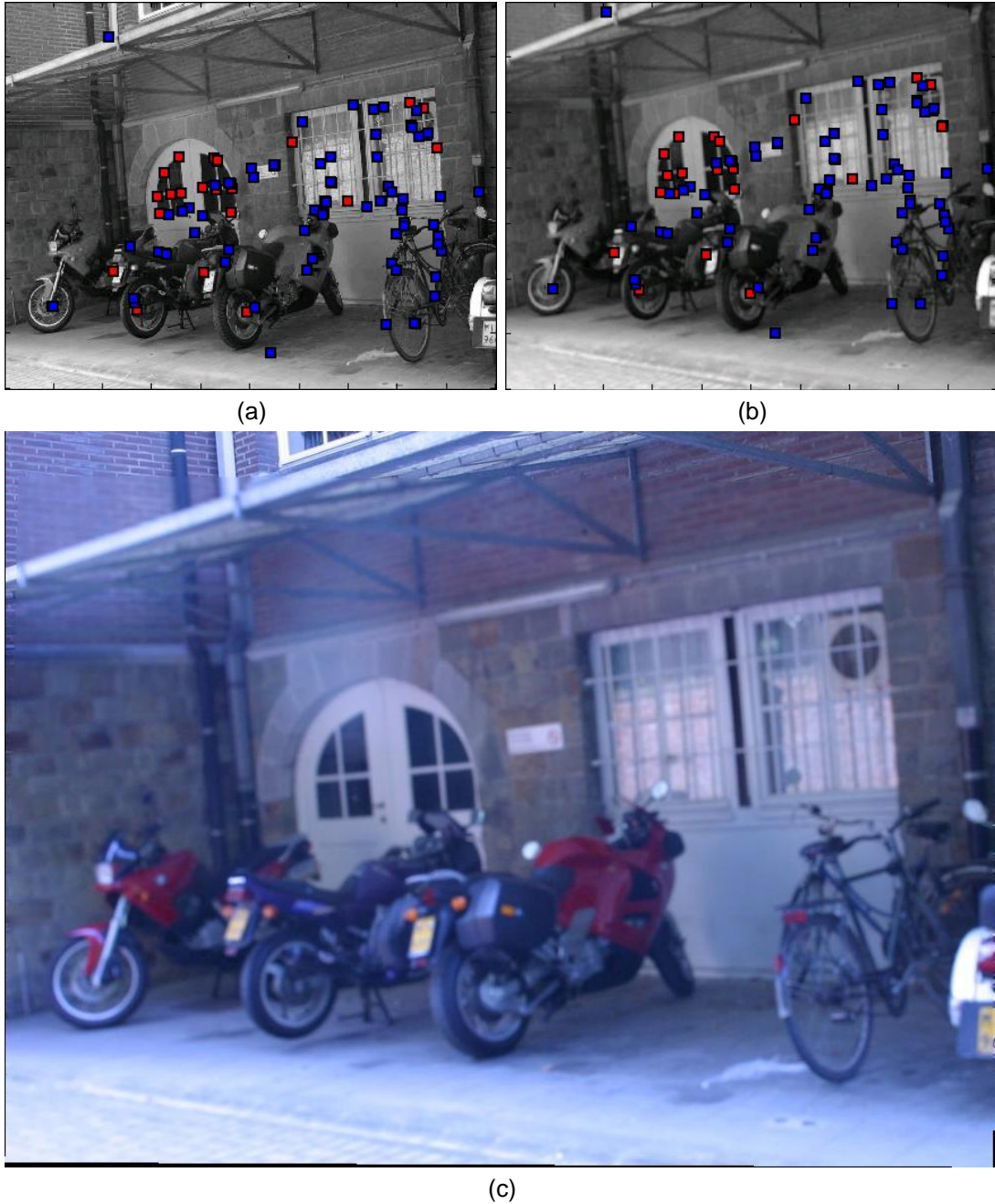


Figura 26. Mosaico a partir de imágenes 1 y 4. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 4. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

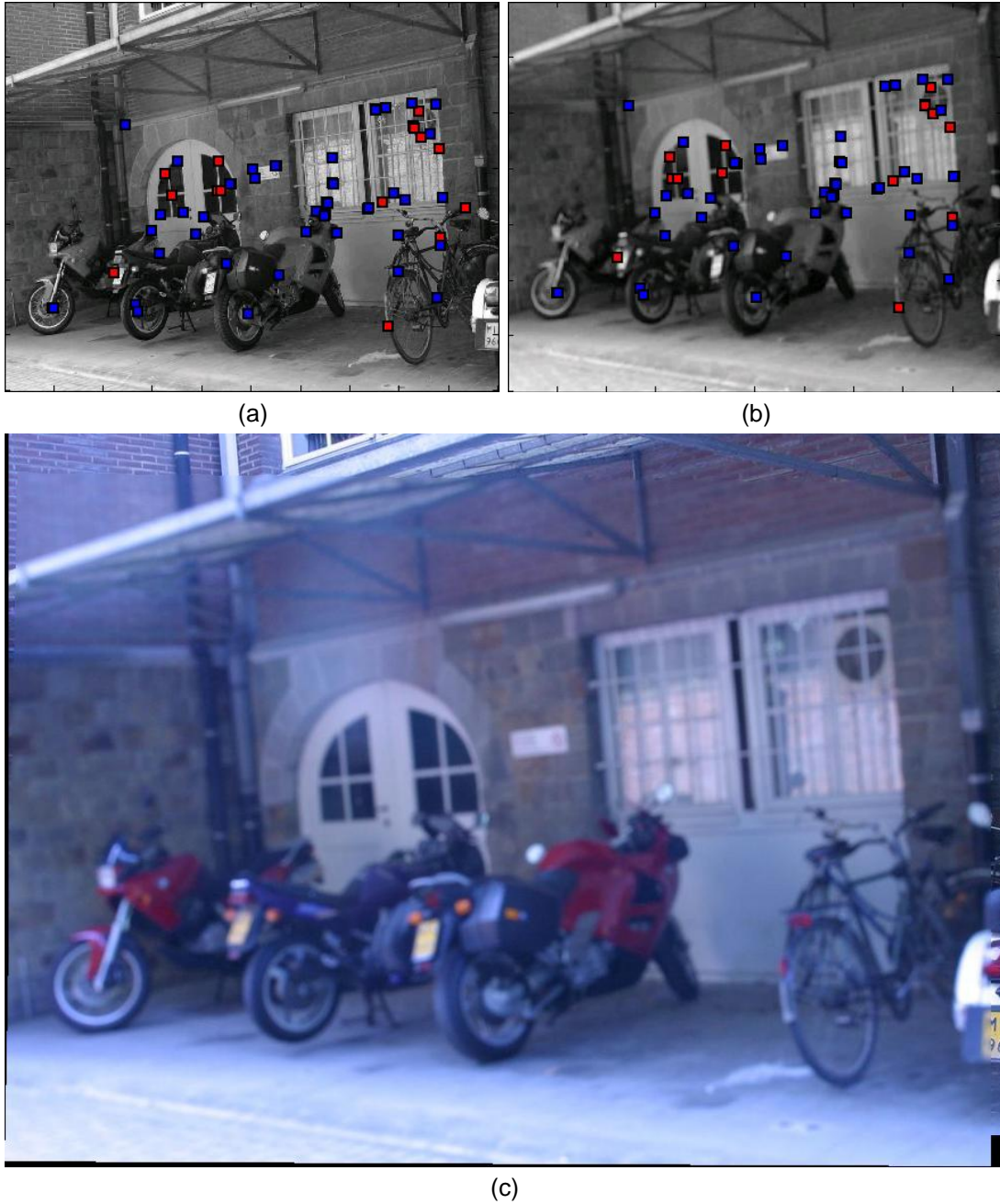


Figura 27. Mosaico a partir de imágenes 1 y 5. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 5. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

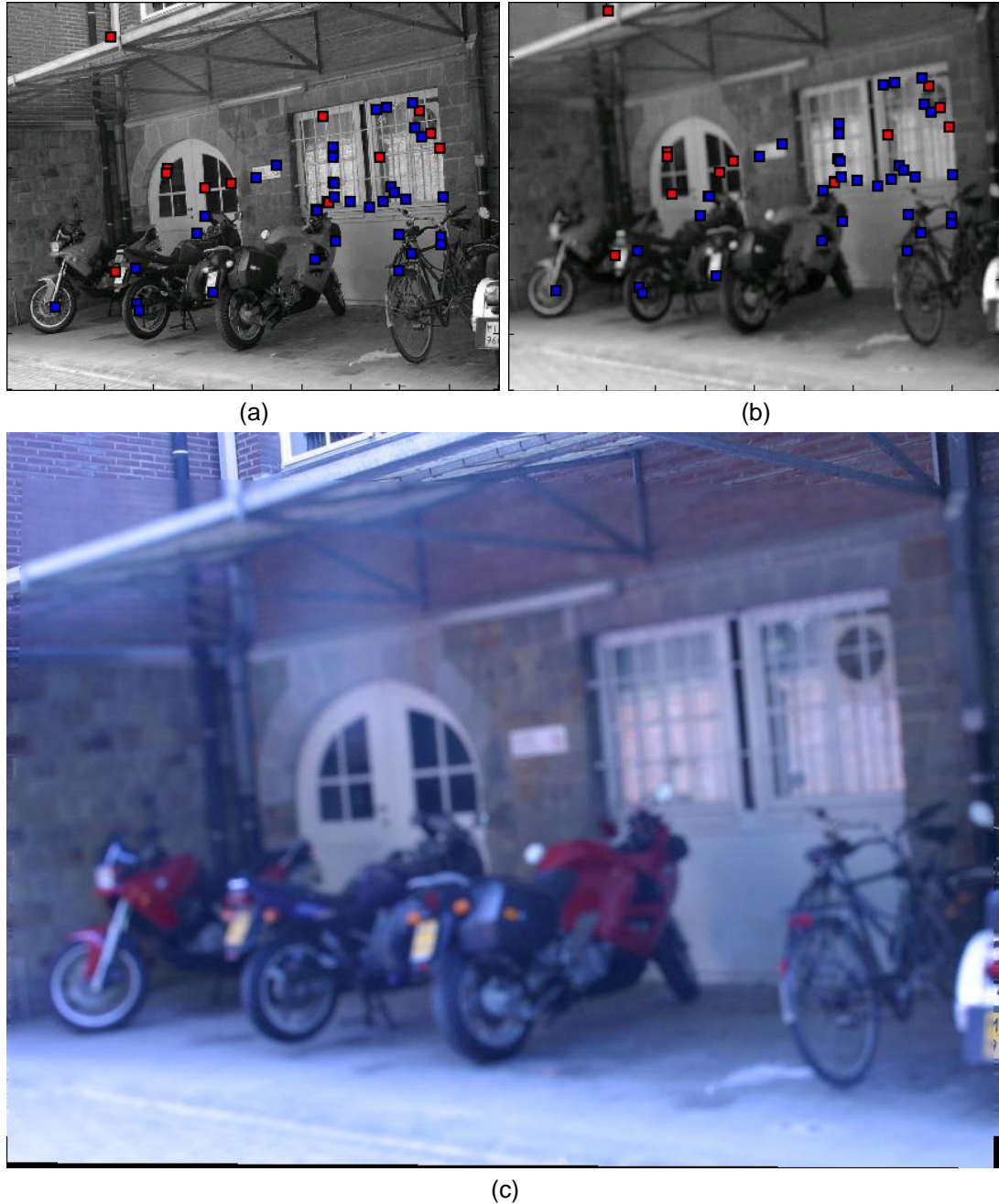


Figura 28. Mosaico a partir de imágenes 1 y 6. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 6. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

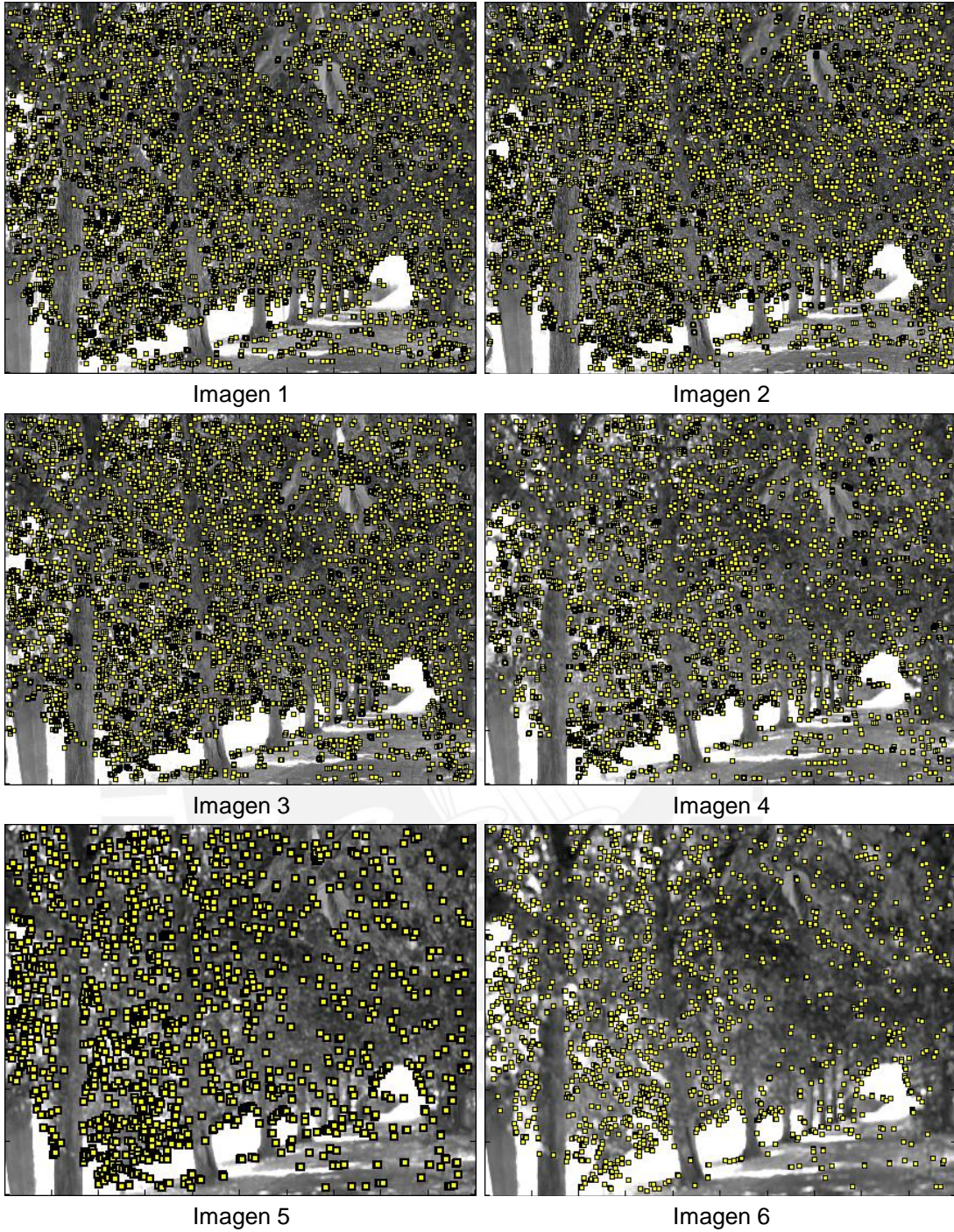


Figura 29. Puntos de control seleccionados. Escena texturizada.

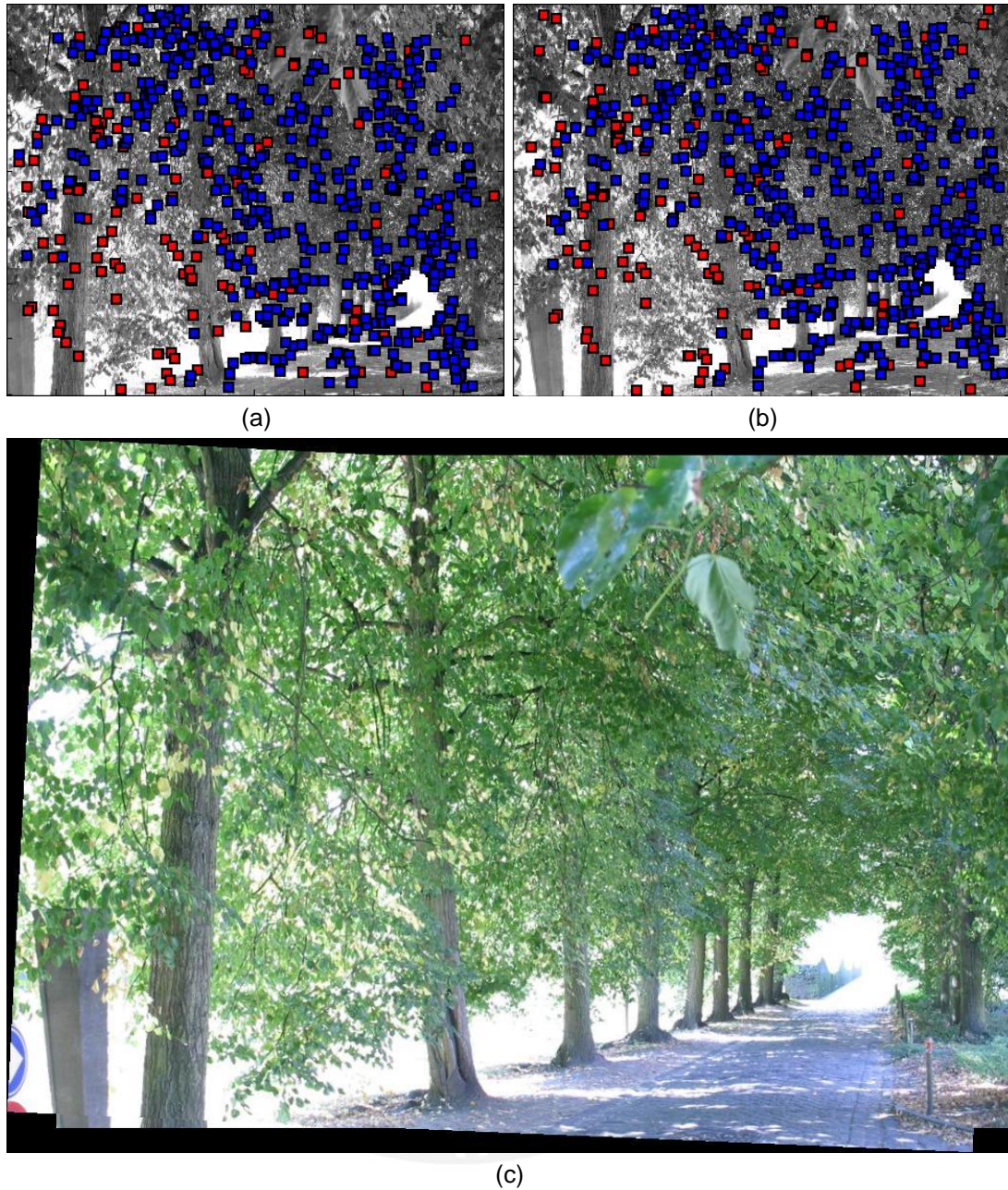


Figura 30. Mosaico a partir de imágenes 1 y 2. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 2. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

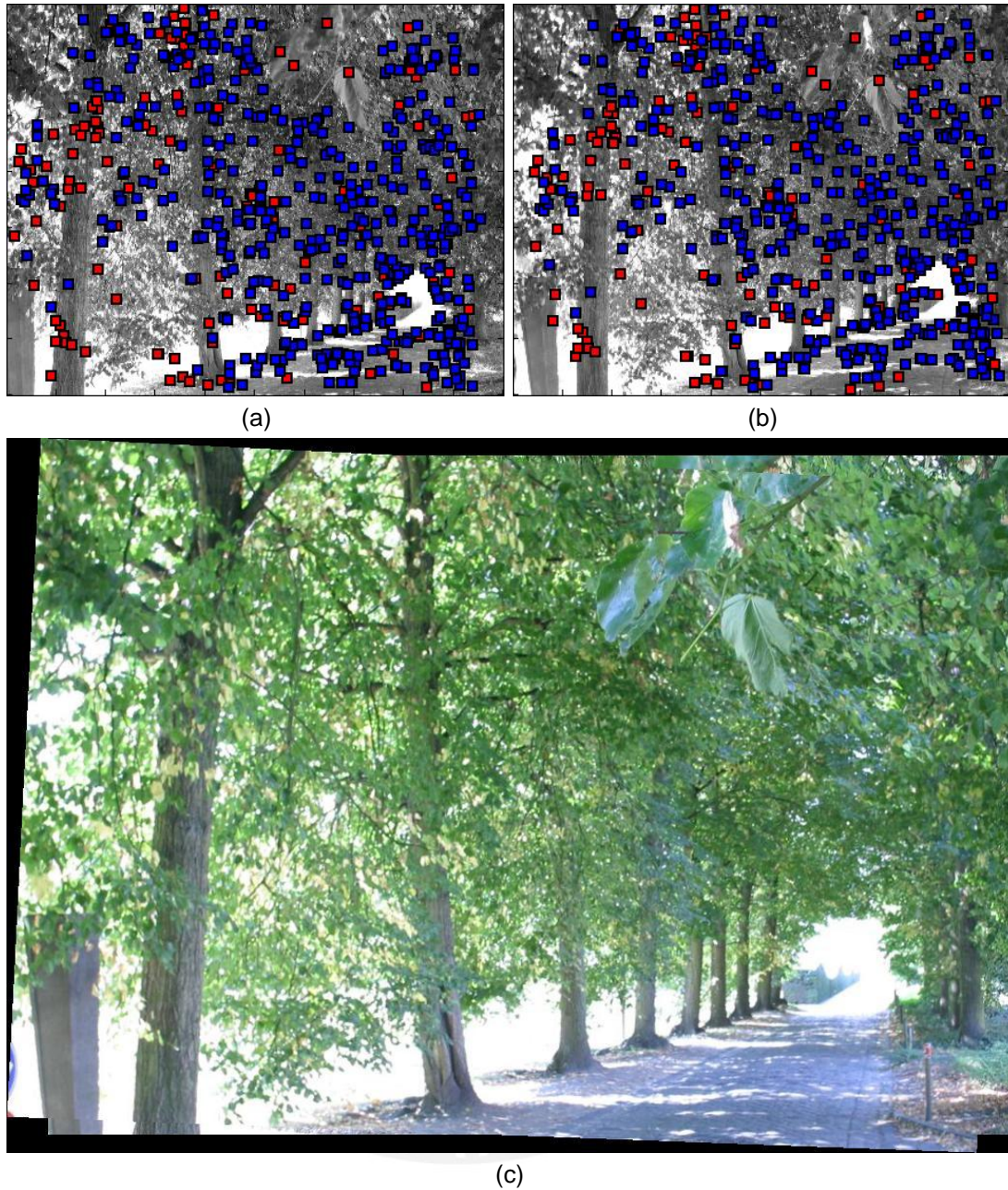


Figura 31. Mosaico a partir de imágenes 1 y 3. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 3. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

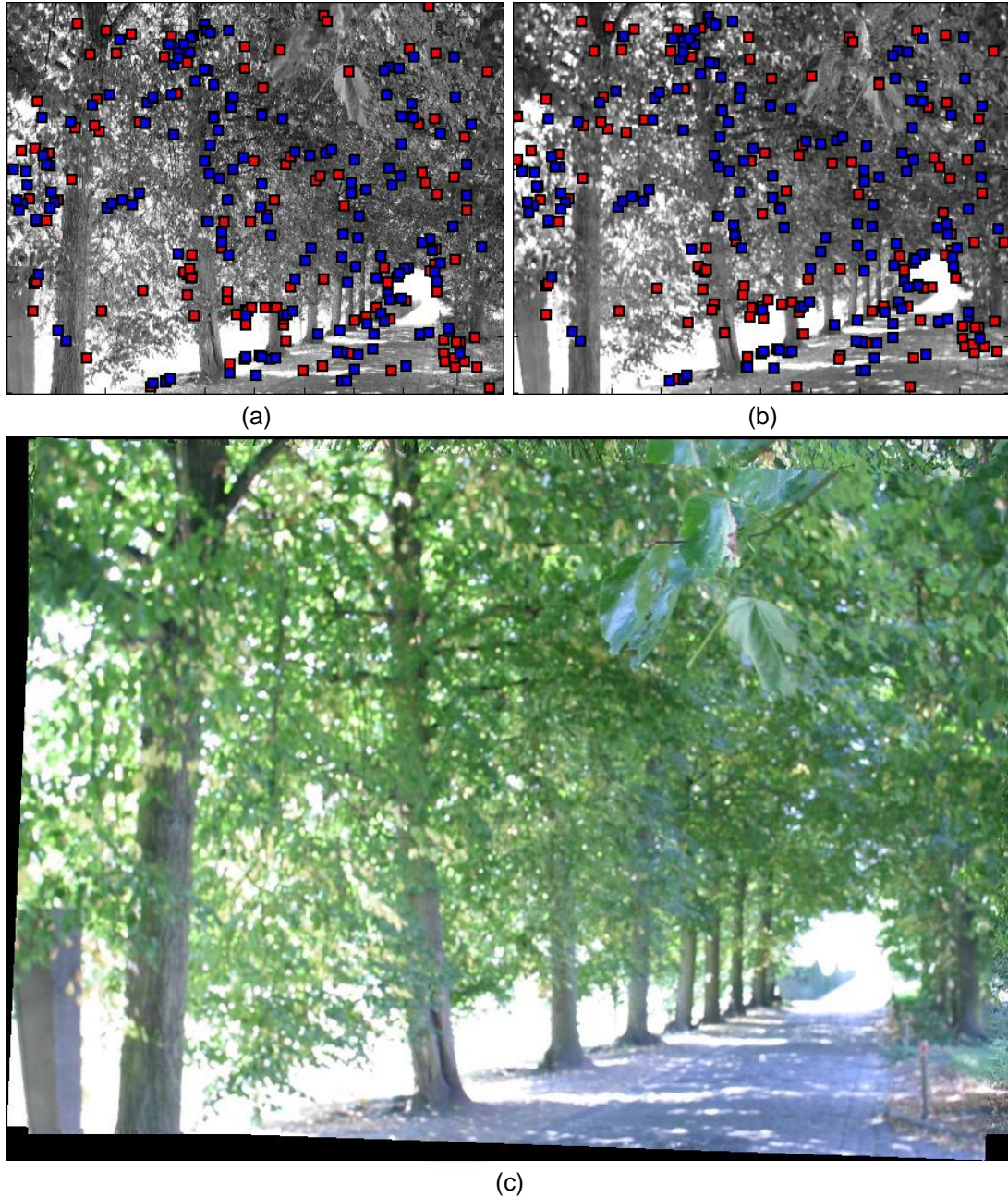


Figura 32. Mosaico a partir de imágenes 1 y 4. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 4. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

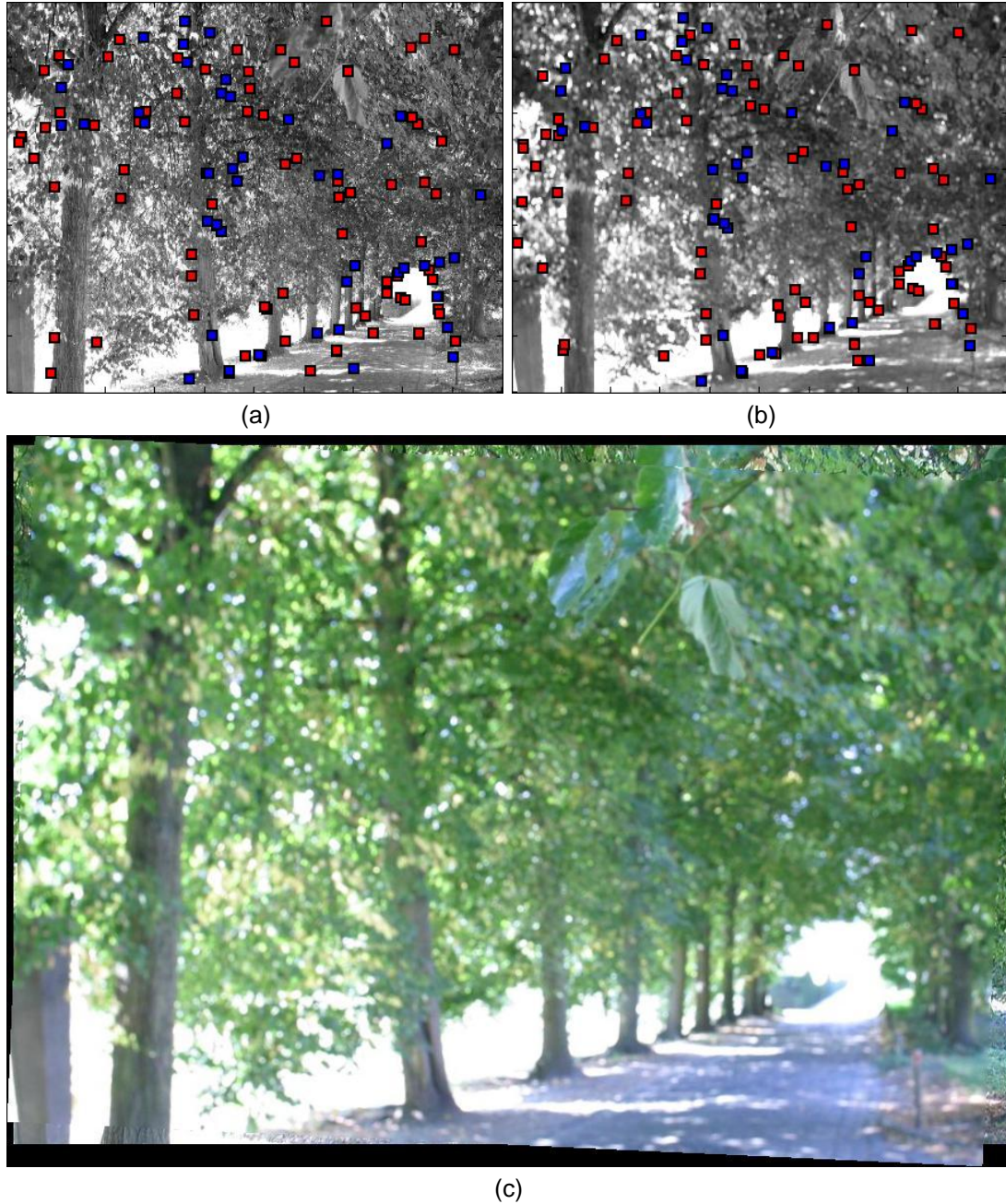


Figura 33. Mosaico a partir de imágenes 1 y 5. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 5. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

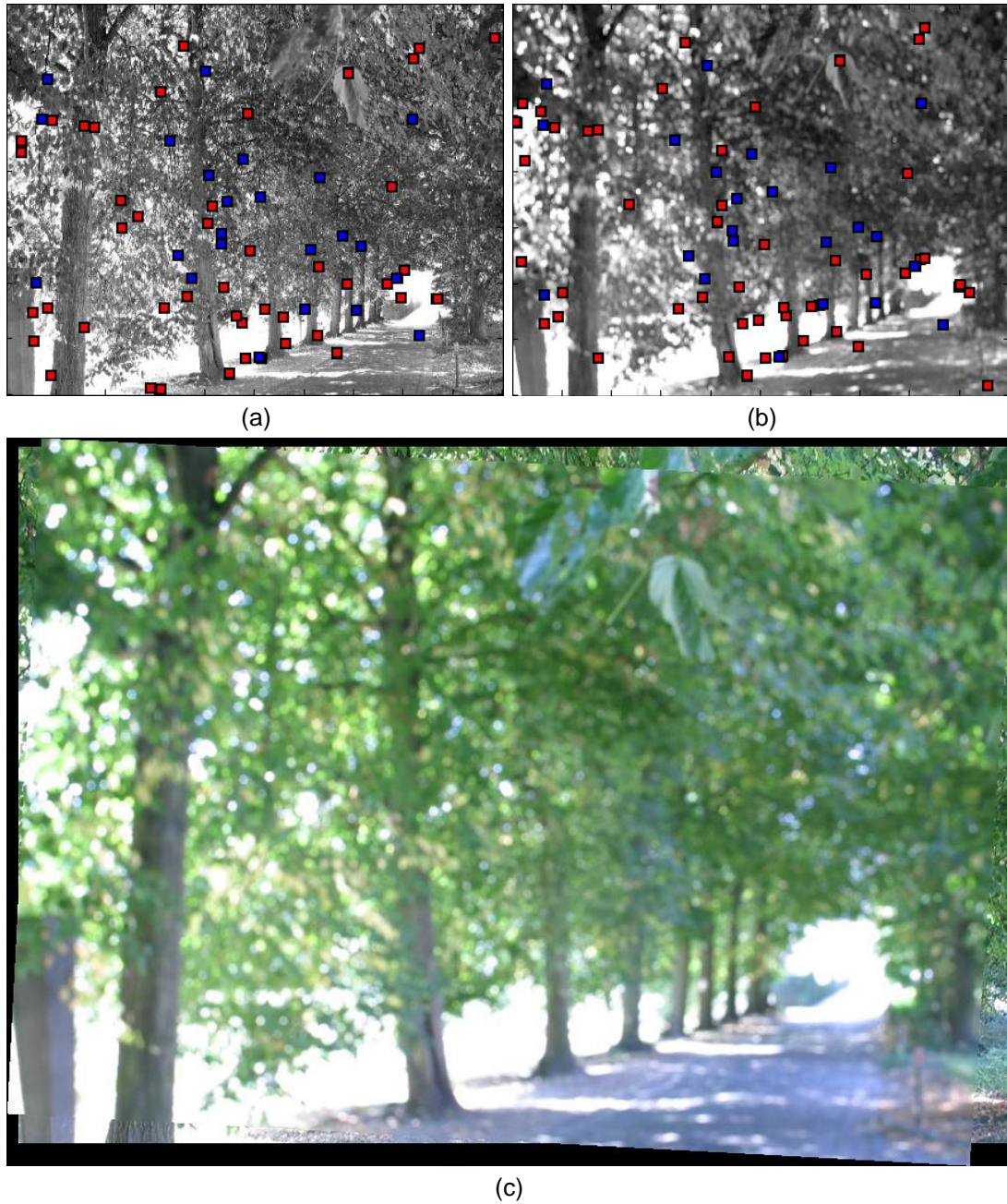


Figura 34. Mosaico a partir de imágenes 1 y 6. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 6. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

### 3.4. Cambios de Iluminación

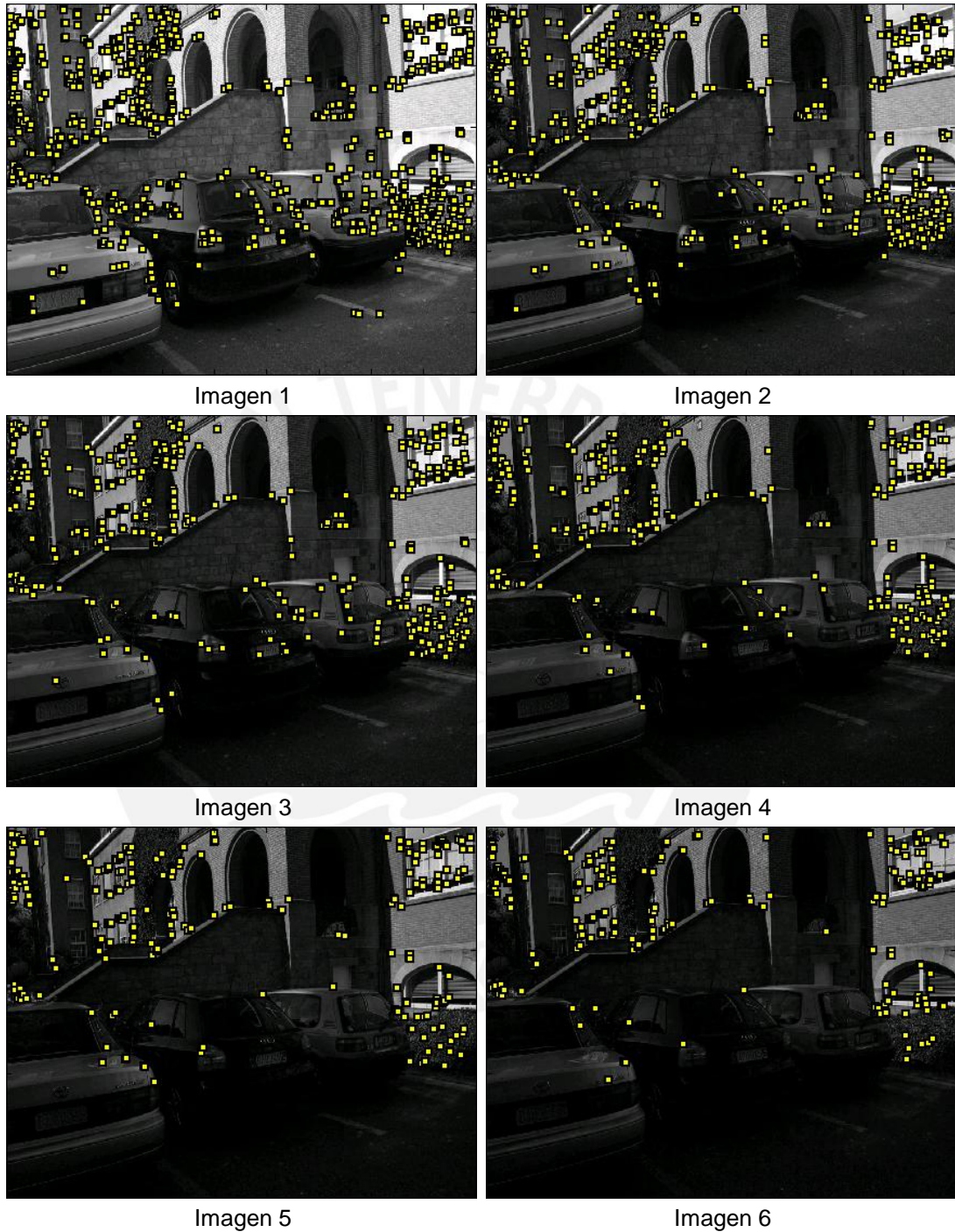
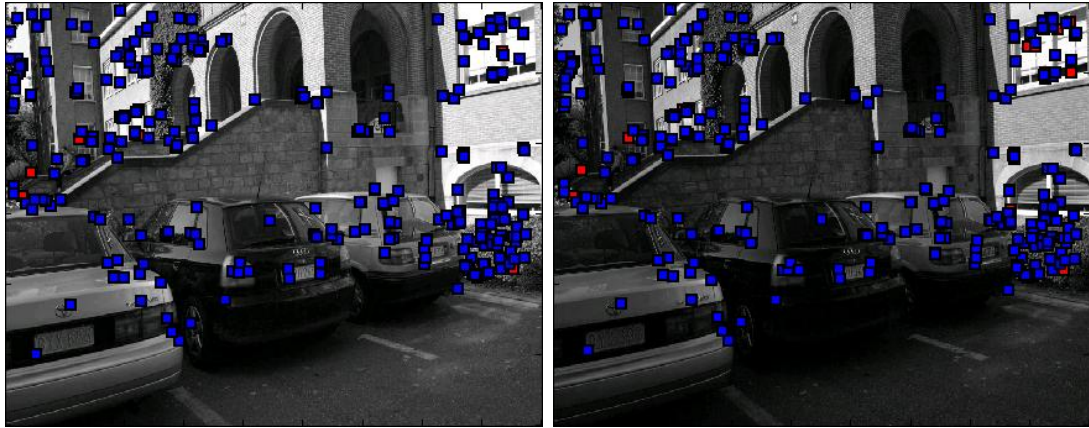


Figura 35. Puntos de control seleccionados.



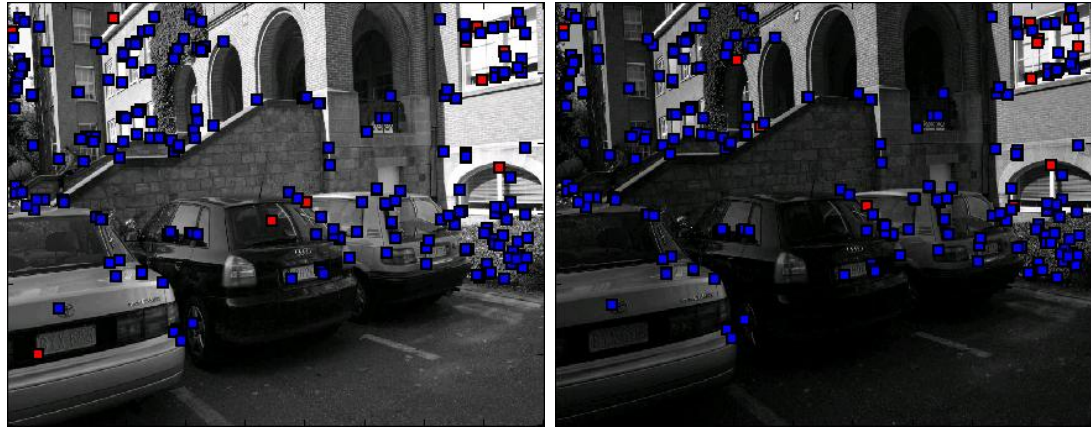
(a)

(b)



(c)

Figura 36. Mosaico a partir de imágenes 1 y 2. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 2. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.



(a)

(b)



(c)

Figura 37. Mosaico a partir de imágenes 1 y 3. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 3. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.



(a)

(b)



(c)

Figura 38. Mosaico a partir de imágenes 1 y 4. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 4. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.



(a)

(b)



(c)

Figura 39. Mosaico a partir de imágenes 1 y 5. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 5. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.



Figura 40. Mosaico a partir de imágenes 1 y 6. (a) Puntos de correspondencia en imagen 1. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (b) Puntos de correspondencia en imagen 6. (azul) puntos incluidos en la función estimada. (rojo) puntos no incluidos en la función estimada. (c) Mosaico desarrollado.

### 3.5. Efectos de Compresión

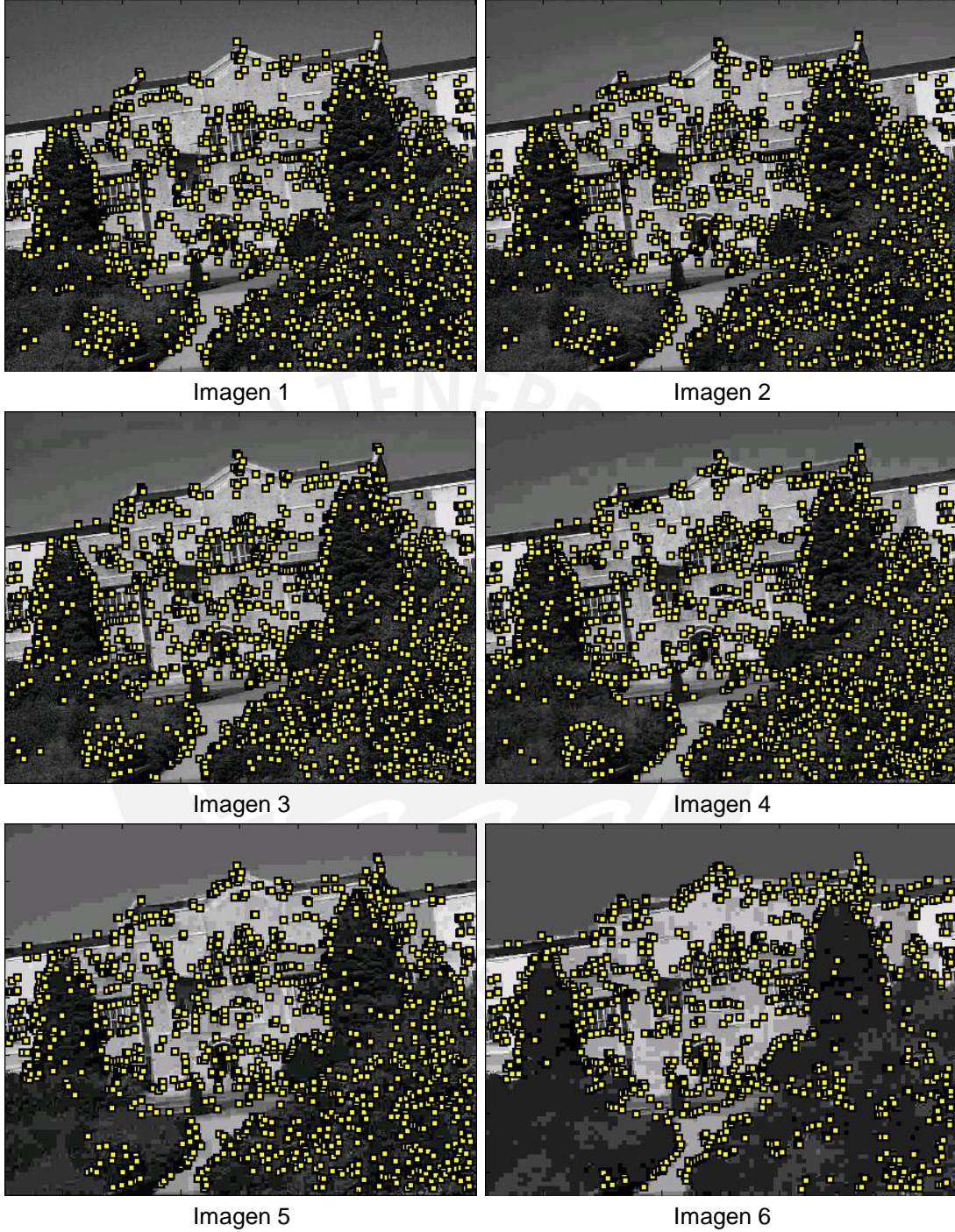


Figura 41. Puntos de control seleccionados.

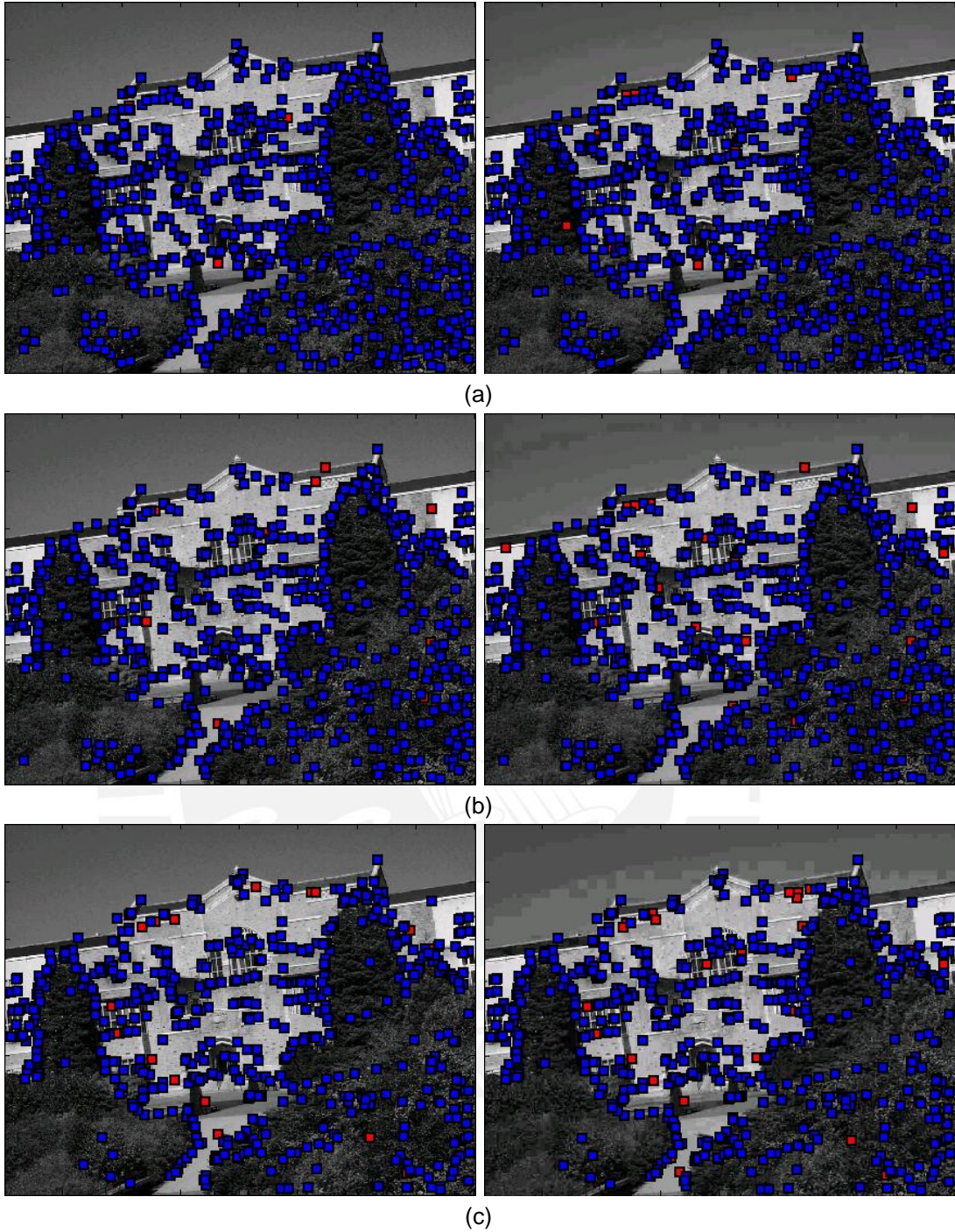


Figura 42. Puntos de correspondencia en imágenes bajo efectos de compresión. (azul) Puntos incluidos en la función estimada. (rojo) Puntos no incluidos en la función estimada. (a) Puntos de correspondencia en imágenes 1 y 2. (b) Puntos de correspondencia en imágenes 1 y 3. (c) Puntos de correspondencia en imágenes 1 y 4.

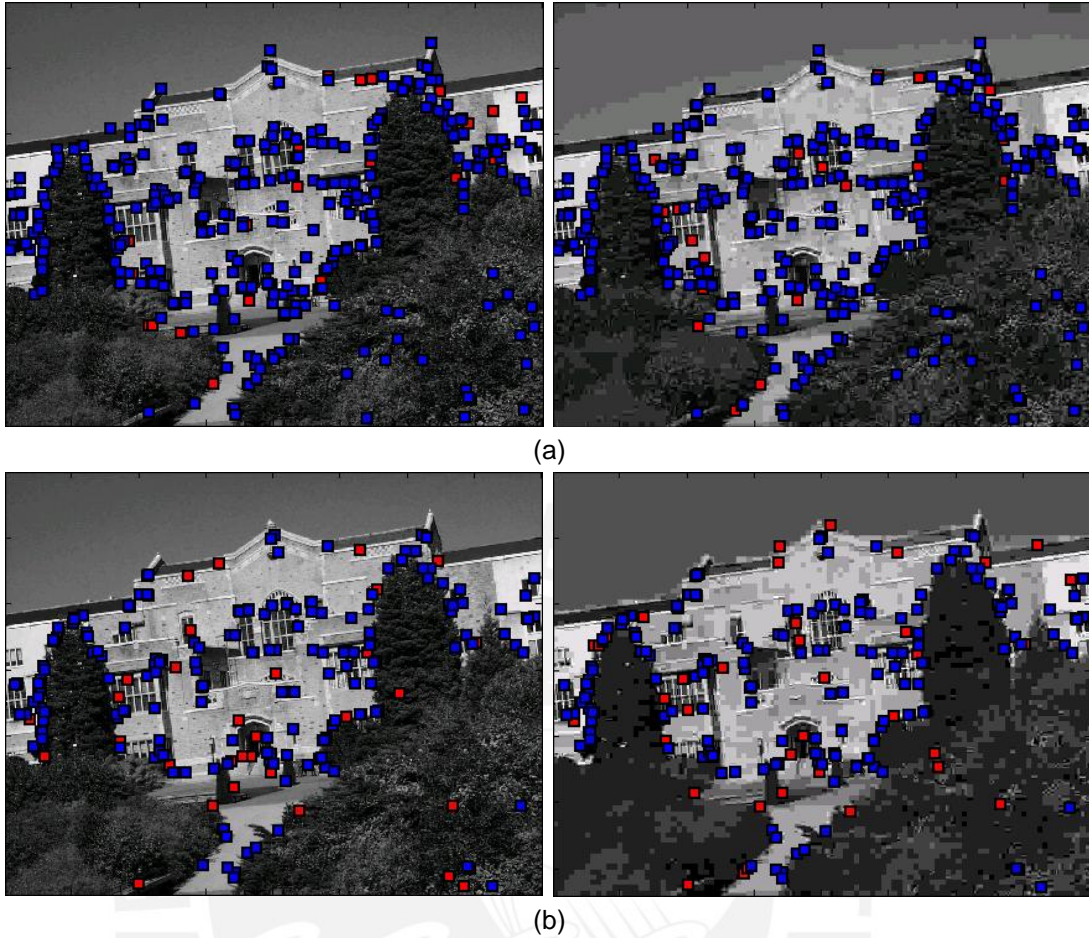


Figura 43. Puntos de correspondencia en imágenes bajo efectos de compresión. (azul) Puntos incluidos en la función estimada. (rojo) Puntos no incluidos en la función estimada. (a) Puntos de correspondencia en imágenes 1 y 5. (b) Puntos de correspondencia en imágenes 1 y 6.

