

PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE EDUCACIÓN



Conocimiento matemático y didáctico de un profesor de secundaria
respecto a la función lineal

Tesis para obtener el título profesional de Licenciado en Educación secundaria
con especialidad en Matemáticas que presenta:

Jimmy Reyson Leon Sosa

Asesora:

Elizabeth Milagro Advincula Clemente


Lima, 2025

Informe de Similitud

Yo, Elizabeth Milagro Advíncula Clemente, docente de la Facultad de Educación de la Pontificia Universidad Católica del Perú, asesor(a) de la tesis/el trabajo de investigación titulado "Estrategias de resolución de problemas de Matemática en sexto grado en una Institución Educativa con Bachillerato Internacional", del autor Jimmy Reyson León Sosa, dejo constancia de lo siguiente:

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 19%. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software *Turnitin* el 01/08/2025.
- He revisado con detalle dicho reporte y la Tesis o Trabajo de Suficiencia Profesional, y no se advierte indicios de plagio.
- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lugar y fecha: San Miguel, 03 de noviembre de 2025

Apellidos y nombres del asesor / de la asesora: Advíncula Clemente, Elizabeth Milagro	
DNI: 09849904	Firma 
ORCID: 0000-0003-3941-3139	

AGRADECIMIENTOS

A mis padres, por su amor incondicional, sacrificio y confianza. En especial a mi madre, quien me inspira a seguir creciendo cada día.

A mis hermanos, por el apoyo que me brindaron siempre que lo necesité.

A mis tíos y primos, por acompañarme con alegría y cariño en cada paso de este proceso.

A mis profesores de la carrera, por compartir su dedicación y su vocación por la enseñanza.

A mi asesora Elizabeth Advincula, por su acompañamiento no solo durante este proceso de investigación, sino también durante mi formación académica a lo largo de la carrera.

A mis compañeros de facultad y amistades, por su compañía, por las conversaciones y los trabajos compartidos que hicieron más llevadera esta etapa universitaria.

A los Alfas del JLB, por la experiencia inolvidable, llena de aprendizaje, compañerismo y buenos momentos.

A la PUCP, por ser mucho más que una universidad.

RESUMEN

El presente estudio busca caracterizar el conocimiento matemático y didáctico de un docente de secundaria en relación con la función lineal, desde el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. La metodología es cualitativa de tipo descriptivo, y se aplica una entrevista semiestructurada y observaciones de clase no participantes. Se analiza el conocimiento matemático y didáctico de un docente de secundaria desde los subdominios del modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Los resultados reflejan que el profesor concibe a la función lineal como un caso particular de la función afín; relaciona la función lineal con contenidos matemáticos previos como la proporcionalidad directa, y con contenidos avanzados como las derivadas; y emplea estrategias heurísticas algebraicas y geométricas para resolver problemas y modelar situaciones. Además, el docente evidencia conocimiento sobre teorías de aprendizaje de las funciones, integra softwares matemáticos, contextualiza situaciones cotidianas, atiende las dificultades de los alumnos con la función lineal, y considera los estándares curriculares, desempeños y competencias según las directrices oficiales. Este estudio contribuye a conocer el conocimiento matemático y didáctico que un docente moviliza en la enseñanza de la función lineal.

Palabras clave: conocimiento especializado, conocimiento matemático, conocimiento didáctico, función lineal.

ABSTRACT

This study aims to characterize the mathematical and didactic knowledge of a secondary school teacher in relation to the linear function, using the mathematics teacher's specialized knowledge model. The methodology is qualitative and descriptive, using a semi-structured interview and non-participant classroom observations. The mathematical and didactic knowledge of a secondary school teacher is analyzed using the subdomains of the mathematics teacher's specialized knowledge model. The results reflect that the teacher conceives the linear function as a particular case of the affine function; they relate the linear function to prior mathematical content such as direct proportionality, and to advanced content like derivatives; and they use algebraic and geometric strategies to solve problems and model situations. Additionally, the teacher holds a personal theory regarding the learning of functions, integrating mathematical software, contextualizing everyday situations, addressing students' difficulties with the linear function, and considering curricular standards, performances, and competencies according to official guidelines. This study contributes to understanding the mathematical and pedagogical knowledge that a teacher draws upon when teaching linear functions.

Keywords: specialized teacher knowledge, mathematical knowledge, didactic knowledge, linear function.

ÍNDICE

RESUMEN.....	3
ABSTRACT	4
INTRODUCCIÓN.....	7
PARTE I: MARCO DE LA INVESTIGACIÓN	10
CAPÍTULO 1: CONOCIMIENTO PROFESIONAL DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS	10
1.1. Conocimiento Especializado.....	17
1.2. Conocimiento Matemático y Didáctico del Profesor de Matemáticas	19
1.2.1. Modelo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT).....	20
1.2.2. Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)	22
CAPÍTULO 2: CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y DIDÁCTICO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS RESPECTO A LA FUNCIÓN LINEAL.....	27
2.1. Función Lineal en la Educación Secundaria	27
2.2. Conocimiento Especializado del Profesor respecto a la Función Lineal.....	30
PARTE II: DISEÑO METODOLÓGICO	41
3.1. Enfoque y Tipo de Investigación.....	41
3.2. Planteamiento y Problema de Investigación	42
3.3. Categorías de la Investigación	43
3.4. Fuentes e Informantes de la Investigación	45
3.5. Técnicas e Instrumentos de Recojo de Información	46
3.6. Procesamiento para la organización, procesamiento y análisis de la Información	47
3.7. Procesamiento para asegurar la Ética de la Investigación.....	49
PARTE III: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS	52
4.1. Análisis del Conocimiento Matemático del Profesor respecto a la Función Lineal	52
4.1.1. Análisis del Conocimiento de los Temas del docente	53

4.1.2. Análisis del Conocimiento de la Estructura de la Matemática del docente....	55
4.1.3. Análisis del Conocimiento de la Práctica Matemática del docente.....	57
4.2. Análisis del Conocimiento Didáctico del profesor respecto a la función lineal.....	58
4.2.1. Análisis del Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas del docente	58
4.2.2. Análisis del Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas del docente.....	61
4.2.3. Análisis del Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas del docente.....	63
CONCLUSIONES.....	65
REFERENCIAS.....	72
ANEXOS.....	78



INTRODUCCIÓN

Las matemáticas son un área elemental en la formación del alumnado, ya que fomentan el razonamiento lógico, la resolución de problemas y la capacidad de modelar situaciones del entorno. Dentro de este campo, la función lineal adquiere especial relevancia, al ser un contenido esencial del currículo nacional que permite a los alumnos comprender las relaciones entre dos variables y a transitar hacia objetos matemáticos más complejos. En este sentido, la presente investigación se está orientando desde “Currículo y Didáctica” propuesta por la Facultad de Educación de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP).

Se ha percibido que, para muchos estudiantes, comprender matemáticas resulta complejo ya que suelen mostrar actitudes negativas hacia el álgebra y dificultades para vincular representaciones simbólicas con contextos reales (Maskar & Pramitha, 2024). Además, los alumnos sienten una presión para ejecutar ecuaciones, así como por la simbología abstracta que caracteriza a las funciones (Noor & Pellegrino, 2024). Esta dificultad impacta el desempeño escolar, en la autoconfianza y disposición hacia las matemáticas.

En esa mirada, el docente es el ente rector de que imparta una didáctica exequible y amigable de una enseñanza matemática que recibe el escolar en cada etapa de su progreso académico. En este contexto, el maestro es protagonista de cómo el alumno desarrolla ese aprendizaje, el conocimiento especializado del docente influye directamente en la manera en que los conceptos son enseñados, representados y contextualizados en el aula (Ingram et al., 2024). Por lo que los docentes no solo deben limitarse al uso simple de enseñar la matemática, sino fomentar una enseñanza didáctico-pedagógica contextualizada que promueva una comprensión significativa en el contenido.

Al tener identificado el uso de representaciones visuales y enfoques basados en una mentalidad matemática positiva, pueden mejorar significativamente la comprensión del álgebra (Syaf et al., 2024). Estos procedimientos aún no están plenamente integrados en la práctica docente. Por lo que la preparación detallada, limitándose a las oportunidades de aprendizaje para los escolares, necesita múltiples formas de representación para construir conocimiento matemático. Estudios realizados por diversos autores como Escudero (2015) y Climent et al. (2013) muestran que la enseñanza de la

función lineal enfrenta obstáculos relacionados con el limitado vínculo entre los múltiples registros de representación y con tendencia a priorizar el desarrollo de procedimientos mecánicos en detrimento de la comprensión conceptual. Escudero (2015) indica que generalmente la enseñanza de la función lineal se enfoca en la manipulación algebraica sin realizar conexión con su forma gráfica y su interpretación, así como su utilidad y aplicabilidad en contextos reales. Por su parte, Climent et al. (2013) subrayan que los profesores movilizan sus conocimientos tanto matemáticos como didácticos de manera desigual, lo que impacta en su capacidad de anticipar dificultades de aprendizaje y modificar su enseñanza según las demandas de los estudiantes. Estos hallazgos muestran la relevancia de examinar el conocimiento matemático y didáctico del docente desde una mirada integral que permita comprender los distintos conocimientos y su relación en la enseñanza de la función lineal.

Por lo expuesto, se busca dar respuesta a la siguiente pregunta: ¿Cómo se caracteriza el conocimiento matemático y didáctico de un profesor de secundaria respecto a la función lineal?

En ese sentido, el objetivo general es caracterizar el conocimiento matemático y didáctico de un profesor de secundaria sobre la función lineal, mientras que los objetivos específicos buscan describir, por un lado, el conocimiento matemático y, por otro, el conocimiento didáctico de un profesor de secundaria respecto a la función lineal.

La metodología adopta un enfoque cualitativo, ya que se busca una comprensión detallada de un fenómeno educativo, sin la intención de generalizar los resultados.

El tipo de investigación es descriptivo, y se recolectaron datos a través de entrevistas semiestructuradas y observaciones no participantes. El procesamiento y análisis de estos datos permitió la identificación de patrones, evidencias e indicios relacionados con el conocimiento especializado del profesor respecto a la función lineal. Este estudio se sustenta en el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK por sus siglas en inglés, Mathematics Teacher's Specialized Knowledge), el cual proporciona un marco de análisis que facilita explorar el conocimiento matemático y didáctico del profesor de matemáticas, específicamente sobre la función lineal.

Finalmente, este estudio se organiza en cuatro capítulos. En el primer capítulo, se desarrolla el marco teórico en donde se presenta una revisión conceptual que permite comprender la naturaleza compleja y multifacética del conocimiento profesional de un profesor de matemáticas. Asimismo, se presentan diversos modelos que han sido desarrollados para analizar el conocimiento especializado de un profesor de matemáticas como el modelo del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) y el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK).

En el segundo capítulo, se aborda el conocimiento especializado del profesor de matemáticas respecto a la función lineal, el cual incluye, en nuestro trabajo de investigación, el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico sobre la función lineal en la educación secundaria. Asimismo, se describen los conocimientos específicos que un docente debe poseer para una enseñanza efectiva y significativa de la función lineal.

En el tercer capítulo, se describe el diseño metodológico de la investigación, se aborda el enfoque y tipo de estudio, así como el planteamiento del problema de investigación. Se describen las categorías de análisis, las fuentes de información y elección de informantes. Asimismo, se explican las técnicas e instrumentos empleados para la obtención de datos, el procedimiento de organización y análisis de los datos, y las consideraciones éticas que guiaron el proceso investigativo.

Respecto al cuarto capítulo, se presenta el análisis del conocimiento detallado del docente informante tomando el modelo MTSK como eje de análisis. En primer lugar, se analiza el conocimiento matemático; en segundo, el conocimiento didáctico del docente respecto a la función lineal. Asimismo, se presentan las conclusiones e interpretaciones en función de los dominios y subdominios que propone el modelo MTSK y finalmente, un apartado de recomendaciones.

PARTE I: MARCO DE LA INVESTIGACIÓN

CAPÍTULO 1: CONOCIMIENTO PROFESIONAL DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

El conocimiento profesional del docente de matemáticas ha sido objeto de una evolución teórica significativa desde su conceptualización inicial por Shulman (1986), quien introdujo la noción de conocimiento didáctico del contenido, donde subraya que una enseñanza efectiva necesita más que dominio disciplinar, sino la integración del conocimiento disciplinar con estrategias pedagógicas adaptadas a las particularidades del contenido. Shulman (1986) articula tres componentes interrelacionados: el Conocimiento del Contenido, el Conocimiento Pedagógico y el Conocimiento del Contexto Educativo, donde el docente transforma el conocimiento disciplinar en formas accesibles para el entendimiento de sus alumnos (Ponte, 2006).

Shulman (1986) citado por Ponte (2006) menciona que el conocimiento didáctico del profesor de matemáticas tiene diversos elementos interrelacionados que sustentan su práctica pedagógica. Uno de estos es el conocimiento matemático para la enseñanza. El docente, respecto a las matemáticas escolares, debe reconocer las conexiones internas entre los conceptos matemáticos, así como sus vínculos con otros conocimientos y contextos (conexiones externas). La forma en que el profesor concibe estas relaciones, ya sea como un sistema integrado o como compartimentos aislados.

Otro conocimiento sobre los estudiantes y su aprendizaje, el cual implica una visión del alumnado como sujetos activos, portadores de subjetividad, creencias, valores y referencias culturales propias. El tercer es el conocimiento del currículo, entendido como la capacidad del docente para gestionar de forma efectiva los contenidos, recursos y propósitos educativos establecidos.

Por último, Ponte et al. (2012) destacan el conocimiento de los procesos de enseñanza en los ambientes educativos, que abarca habilidades pedagógicas necesarias para planificar, desarrollar y evaluar clases de matemáticas. Este conocimiento se manifiesta en la capacidad para diseñar actividades motivadoras, gestionar el tiempo y los recursos didácticos, así como implementar mecanismos que permitan hacer un seguimiento del progreso de los alumnos para evaluar su aprendizaje de forma continua

y eficaz. El conocimiento docente es de naturaleza múltiple y se construye a partir de diversas fuentes.

Agregando a ello se tiene a Tardif (2014), quien aborda la cuestión del conocimiento docente en función a los saberes, las competencias y habilidades que son necesarias en un ambiente educativo. El autor sostiene que los docentes profesionales poseen unos saberes específicos que movilizan, utilizan y producen en el ámbito de sus tareas cotidianas, señala también que el saber docente no es una entidad homogénea, sino un entramado complejo que articula diferentes tipos de conocimiento. Dentro de este marco, el conocimiento profesional docente se configura, principalmente, en los espacios formativos institucionales, en la práctica cotidiana y en la interacción con los estudiantes. Considerar al docente como sujeto de conocimiento, según el autor, incluye que los docentes movilicen y articulen un conjunto de saberes plurales, heterogéneos y experienciales que se construyen y reconstruyen a lo largo de su labor práctica profesional (p, 167). A continuación, se describen brevemente las propuestas de Shulman (1986) y de Tardif (2014).

Conocimiento Pedagógico del Contenido de Shulman (1986)

Desde mediados de los años ochenta, Shulman (1986) revolucionó la comprensión sobre lo que significa saber enseñar, al introducir el concepto de conocimiento pedagógico del contenido (*Pedagogical Content Knowledge*, PCK). En su obra seminal, Shulman (1986) enfatiza que la enseñanza eficaz requiere algo más que dominio disciplinar: requiere una capacidad especializada para transformar el contenido en formas comprensibles para los estudiantes. Esta propuesta implicó una ruptura con la visión técnica y estandarizada del conocimiento docente, al situar el conocimiento profesional del docente como un campo complejo, situado y mediado por múltiples dimensiones. El PCK se compone de tres dominios interrelacionados: el conocimiento del contenido, el conocimiento pedagógico y el conocimiento del contexto, lo que permite a los educadores facilitar la comprensión del material de manera efectiva (Hauk et al., 2014).

En trabajos posteriores, como los recogidos en Shulman (2006), el autor profundiza en su visión de la docencia como una práctica profesional que exige *excelencia*, entendida no solo como desempeño eficaz, sino como un conocimiento

profundamente articulado entre conocimiento disciplinar, didáctico, ético y contextual. Frente a modelos reduccionistas que equiparan la calidad docente con resultados estandarizados de los estudiantes, Shulman (2005) advierte que esta mirada excluye la riqueza y complejidad del aula, así como la flexibilidad que demanda la práctica pedagógica. La enseñanza no puede reducirse a técnicas replicables: implica razonamiento, juicio y sensibilidad ante contextos singulares.

Desde esta mirada, el conocimiento profesional docente está compuesto de esta manera:

- a) Conocimiento del contenido específico, que remite al dominio sustantivo y sintáctico del área disciplinar (por ejemplo, las matemáticas);
- b) Conocimiento pedagógico del contenido, que articula saber disciplinar con estrategias didácticas, comprensión del aprendizaje del alumnado, y capacidades de representación y transposición del contenido;
- c) Conocimiento curricular, que involucra la comprensión de las secuencias de enseñanza, los materiales disponibles y las expectativas del sistema educativo.

En esta concepción, el profesor no es un mero transmisor de saberes, sino un mediador activo, habilidad de interpretar contextos, anticipar dificultades, adaptar contenidos y tomar decisiones profesionales en situaciones de alta indeterminación. De allí que Shulman (2005) proponga que lo que convierte a la docencia en una verdadera profesión es, precisamente, la capacidad de actuar con criterio cuando las reglas no son claras ni absolutas.

Finalmente, inspirándose en Piaget, Shulman (2005) analiza cómo los futuros docentes se transforman a lo largo de su formación primigenia, destacando la relevancia de la construcción de representaciones estratégicas del saber, así como los procesos de razonamiento práctico y la integración reflexiva de experiencias de enseñanza. La formación docente es un proceso continuo, complejo y situado, en el que el conocimiento profesional se construye tanto en la reflexión como en la acción.

Para Shulman (2005) el profesor es experto en ejercer su labor con competencia, pero también en entenderla explicarla en un lenguaje simple, este entendimiento demanda preparación reflexiva, crítica y la capacidad de discernir pedagógicamente. El

conocimiento, por sí solo, no produce enseñanza; es necesario que el docente lo movilice mediante actos deliberados de interpretación, representación y adaptación al contexto.

A partir de años de investigación y observación del desarrollo de docentes principiantes, Shulman (2005) identifica una estructura compleja que conforma la base del conocimiento profesional para la enseñanza. Esta se compone de siete categorías interrelacionadas: conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico general, conocimiento del currículo, conocimiento de los alumnos y sus cualidades, conocimiento de los contextos educativos y conocimiento de los fundamentos educativos (Shulman, 2005).

Cada una de estas categorías constituye un aspecto esencial del conocimiento profesional que sustenta la decisión durante la práctica docente. Se hace énfasis en el conocimiento pedagógico, que representa la capacidad de traducir el conocimiento disciplinar en formas accesibles al alumnado. Este conocimiento didáctico específico del contenido articula conocimientos conceptuales, estrategias didácticas, creencias sobre el aprendizaje y comprensión de las características del estudiantado.

Shulman (2005) también identifica cuatro fuentes principales de donde los docentes construyen su conocimiento profesional:

- La formación académica, que aporta los marcos teóricos y epistemológicos del contenido disciplinar;
- El currículo y el contexto institucional, que proveen herramientas prácticas y límites estructurales;
- La investigación educativa, que ofrece una base sistemática en decisiones pedagógicas;
- La experiencia, que enriquece el juicio profesional mediante la práctica situada y la reflexión.

Esta base epistemológica convierte a la enseñanza en un proceso que no puede reducirse a la simple aplicación de técnicas. Enseñar, para Shulman (2005), es un acto de razonamiento pedagógico, de reflexionar antes, durante y después de la práctica pedagógica. En este marco, la enseñanza implica tres momentos esenciales:

- Comprensión y transformación del contenido (representación, selección, adaptación),

- Enseñanza como ejecución observable de dicho razonamiento,
- Evaluación y reflexión, que cierran el ciclo y permiten reconstruir la práctica.

Este proceso continuo constituye lo que Shulman denomina la enseñanza como “un acto de entendimiento y juicio de cambios y reflexión” (2005, p. 17). El docente en su ejercicio no puede improvisar, sino que tiene que utilizar las estrategias detalladas y analizar para luego llevar al aula, en donde el estudiante no esté presionado y entienda a buen gusto las lecciones matemáticas impartidas.

Shulman (2005) propone la profesionalización del docente, destacando la profesionalización del docente, la enseñanza a moldes externos, sugiriendo cambios en el conocimiento docente, forjado en la acción, la reflexión y la colaboración.

Conocimiento docente según Tardif (2014)

El rol de la escuela y con avances tecnológicos, ya hay transformaciones en el aprendizaje matemático, ya no concebido como transmisor de conocimiento, sino como facilitador en un nuevo paradigma centrado en la construcción del conocimiento. No obstante, este cambio, aunque significativo y enriquecedor, corre el riesgo de diluir el valor del aprendizaje intergeneracional y el rol esencial de la escuela en la transmisión de los saberes culturales y simbólicos compartidos por la sociedad (Tardif, 2014).

Tardif (2014) identifica cinco paradojas que atraviesan la profesión docente y que explican, en parte, este escenario de tensiones. La primera es reproducir la división social de la labor en el interior de la docencia, expresada en la escisión entre universidad y escuela, entre ciencia y técnica, y entre lo intelectual y lo manual. En segundo lugar, destaca que no basta con conocimiento: el docente debe saber enseñar lo que sabe. La tercera paradoja remite a la creciente racionalización de la práctica y la formación docente, influida por la psicología, que ha reformulado las relaciones de autoridad entre educadores y educandos. En cuarto lugar, Tardif (2014) advierte que la enseñanza se ha reducido a una función meramente instructiva, lo que diluye su potencial formativo integral. Esta transformación se vincula a la masificación de la escuela como resultado de los procesos de universalización de la educación. Finalmente, el autor señala la deslegitimación de la escuela como un espacio de producción del conocimiento, desplazada por una lógica de mercado que concibe la enseñanza como consumo. En

este marco, “el papel del profesor, no solo es formar, sino equiparlos” (Tardif, 2014, p. 47).

En respuesta a esta situación, Tardif (2014) propone una revalorización del conocimiento docente a partir de seis principios fundamentales:

- Relación entre conocimiento y trabajo: el conocimiento está íntimamente ligado al sujeto que lo ejerce y, por ende, al trabajo que realiza. No es solo un recurso técnico, sino también el resultado de la actividad laboral, lo que le confiere un papel constitutivo de la identidad profesional del docente.
- Carácter plural y heterogéneo del conocimiento docente: el conocimiento del profesorado es compuesto y proviene de diversas fuentes académicas, experienciales, institucionales y sociales, lo que genera combinaciones distintas entre los profesionales según sus trayectorias, creencias y contextos.
- Dimensión temporal del conocimiento: el conocimiento docente se desarrolla a lo largo del tiempo, tanto en la trayectoria individual como en la historia colectiva de la profesión. No se adquiere de una vez, sino que se transforma con la experiencia, las condiciones sociales y los desafíos educativos.
- La experiencia como fuente de conocimiento: la práctica profesional es una instancia clave de producción de conocimiento. A través de su experiencia cotidiana, el docente evalúa, selecciona y resignifica sus conocimientos según el contexto y las situaciones que enfrenta.
- Naturaleza relacional del conocimiento docente: este conocimiento se construye en la interacción con los otros, particularmente con los estudiantes, y está cargado de significaciones humanas. Por ello, la enseñanza no puede reducirse a una función técnica, sino que implica una ética del cuidado y una visión formativa integral.
- Impacto axiológico del conocimiento: la manera en que el docente comprende el conocimiento, el currículo y la cultura se ve profundamente influenciada por sus valores personales.

En consecuencia, la docencia moviliza no solo conocimientos técnicos, sino también posicionamientos éticos y culturales que orientan la práctica (Tardif, 2014).

Lejos de concebir el conocimiento como una simple acumulación de contenidos, Tardif (2014) lo entiende como una construcción social basada en la racionalidad concreta de los sujetos, es decir, en sus decisiones, interpretaciones y motivaciones. Desde esta mirada, “el conocimiento es una construcción social producida por la coherencia concreta de los actores, por sus deliberaciones, racionalizaciones y motivaciones, que es la fuente de sus juicios, elecciones y decisiones” (p. 223). Por tanto, el conocimiento docente se inscribe en una racionalidad práctica, orientada por fines pedagógicos y construida en el ejercicio reflexivo de la profesión.

Además, el autor presenta tres concepciones filosóficas del conocimiento que contribuyen a esta visión compleja: (a) una perspectiva mentalista, que lo concibe como certeza subjetiva; (b) una visión racionalista, que lo define como juicio o discurso sobre una percepción; y (c) un enfoque interaccionista, que lo entiende como construcción argumentativa colectiva. En coherencia con esta última visión, Tardif aclara que su propuesta epistemológica es “discursiva, no representacional; argumentativa, no mentalista; comunicativa, no computacional” (2014, p. 207). Esta postura destaca que el conocimiento docente se valida en su práctica colectiva y cultural.

Por ello, el entendimiento del docente no puede dissociarse de su identidad profesional. “La personalidad del docente permea su práctica pedagógica: no hay una manera objetiva o general de enseñar; cada docente transpone a su práctica lo que es como persona” (Tardif, 2014, pp. 144-145). De este modo, el entendimiento docente posee una dimensión artesanal, personalizada, inseparable del sujeto que lo ejerce.

Finalmente, Tardif (2014) sostiene que el conocimiento docente es, ante todo, un conocimiento social: compartido por una comunidad profesional, validado por sistemas institucionales, centrado en lo humano, transformado históricamente y adquirido por procesos de socialización. Desde esta perspectiva, tanto el conocimiento como la identidad del docente no son características individuales, sino fenómenos sociales que anteceden al sujeto, lo moldean mientras enseña e incluso lo trascienden.

Asimismo, el conocimiento profesional del docente también incluye la capacidad de reflexionar respecto a su práctica pedagógica. Schön (1983) señala con precisión cuando menciona que al reflexionar en la acción y sobre la acción, los profesores pueden evaluar y mejorar continuamente su enseñanza. Esta práctica reflexiva permite a los

docentes observar y analizar su eficacia real, identificar áreas de mejora, así como dificultades implícitas para proponer estrategias innovadoras frente a estos desafíos del aula.

El conocimiento especializado del docente de matemáticas, en particular, exige el desarrollo de conocimientos que van más allá del dominio de los contenidos matemáticos. Requiere, además, aspectos didácticos, pedagógicos y contextuales. Escudero (2015) subraya la necesidad de identificar y caracterizar este conocimiento especializado como indispensable para mejorar la práctica pedagógica.

En este marco, diferentes modelos teóricos han resultado clave para entender cómo los docentes movilizan su conocimiento matemático y didáctico en su práctica pedagógica.

1.1. Conocimiento Especializado

Scheiner et al. (2019) proponen concebir el conocimiento especializado del docente desde una perspectiva compleja, donde múltiples componentes se integran de manera dinámica. No se trata de un saber fragmentado en compartimentos estancos, sino de una visión holística, donde lo conceptual, lo experiencial y lo contextual se entrelazan como hebras de una red que sostiene, o complica, la enseñanza.

Schön (1983) menciona que este entendimiento especializado no se limita al saber matemático o didáctico, sino que incluye también la capacidad de reflexionar sobre su propia enseñanza durante su práctica pedagógica. Por su parte, Schoenfeld (2011) enfatiza la importancia de comprender el entorno donde la práctica pedagógica sucede, ya que ningún conocimiento, por profundo que sea, es eficaz si no se sabe adaptarse al escenario en que debe ponerse en juego.

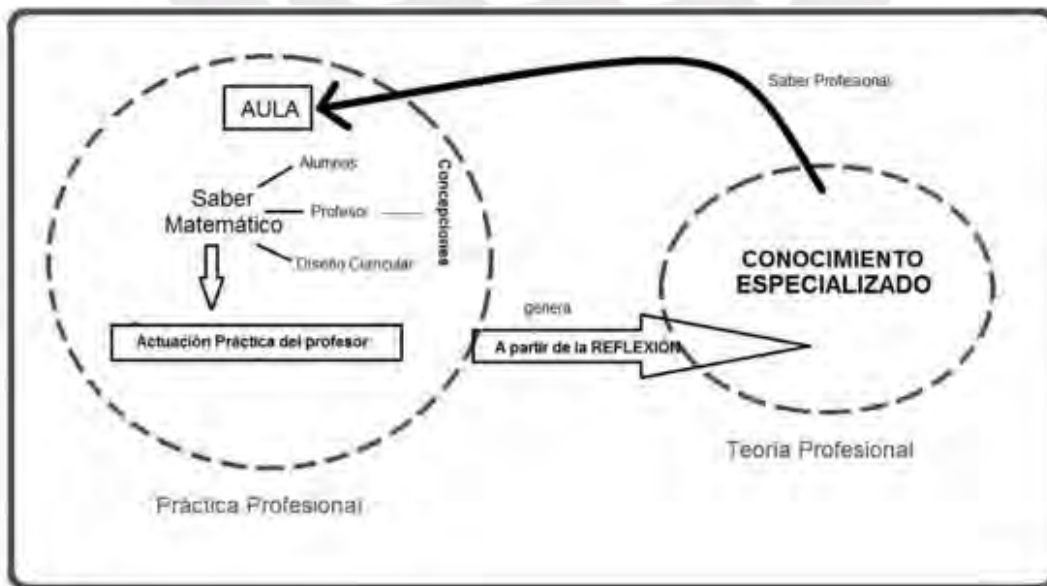
Carrillo et al. (2014) enfatizan que el conocimiento especializado del docente de matemáticas no es el mismo que el de un matemático o un experto en la disciplina. Los profesores requieren un conocimiento exclusivo, diferente del que poseen los expertos en matemáticas que no se dedican a la enseñanza; es decir, requieren un conocimiento especializado, que les permita explicar conceptos de múltiples maneras, anticipar dificultades y errores comunes de los estudiantes, y seleccionar representaciones

didácticas apropiadas, que aporten eficazmente a la enseñanza en la asignatura de matemáticas.

Por su lado, Lima (2014) en su investigación sobre el desarrollo profesional docente, propone un modelo que conceptualiza el conocimiento especializado del profesor de matemáticas como un conocimiento profesional que emerge de la articulación entre la práctica docente reflexiva y la teoría profesional. En la Figura 1 se representa el desarrollo profesional del profesor de matemáticas como un proceso dinámico de retroalimentación entre la práctica y la teoría. En el espacio del aula, donde interactúan alumnos, profesor y diseño curricular, se moviliza el saber matemático que orienta la actuación práctica del docente. Esta experiencia cotidiana no se limita a la acción, sino que, a partir de la reflexión, genera un conocimiento que se incorpora al campo del conocimiento especializado. Dicho conocimiento, elaborado y sistematizado, retorna nuevamente a la práctica en forma de saber profesional, enriqueciendo y transformando las decisiones del profesor en el aula. De este modo, el modelo plantea que el desarrollo profesional no es lineal, sino un ciclo permanente en el que la práctica alimenta la teoría y la teoría, a su vez, renueva la práctica.

Figura 1

Desarrollo profesional del profesor de matemáticas.



Fuente: Lima (2014)

Escudero (2015) señala que el conocimiento especializado del docente de matemáticas, debe contener el desarrollo del conocimiento didáctico del contenido, ya que este permite la selección y adecuación de estrategias de enseñanza acordes a las necesidades del estudiante, en dicho estudio se enfatiza como el docente en formación mejora progresivamente su conocimiento especializado a través de la reflexión sobre su propia práctica e interacción con el conocimiento matemático, lo que conlleva a una enseñanza más efectiva, y sobre todo, en conceptos clave como la función.

Asimismo, Espinoza (2020) contribuye a esta concepción, ya que en su estudio se examina cómo los docentes movilizan su conocimiento especializado en la enseñanza de las funciones matemáticas, a través del modelo MTSK. Su estudio evidencia que el conocimiento del docente no debe limitarse a dominar contenidos matemáticos y su enseñanza, sino que también debe analizar las dificultades de aprendizaje de los alumnos, así como la selección de representaciones matemáticas adecuadas y decisiones pedagógicas fundamentadas en la práctica pedagógica.

En síntesis, el conocimiento especializado del profesor de matemáticas no es fijo o estático, sino dinámico y de múltiples dimensiones que trasciende el dominio matemático e integra al conocimiento didáctico. Para los fines de este trabajo de investigación, tomaremos como referente principal las ideas propuestas por Carrillo et al. (2014). Por lo que se considerará al conocimiento especializado como dicho conocimiento que involucra tanto al conocimiento matemático como al conocimiento pedagógico del contenido, al que, a este último, denominaremos conocimiento didáctico.

1.2. Conocimiento Matemático y Didáctico del Profesor de Matemáticas

El estudio del conocimiento matemático y didáctico del profesor ha dado origen a diversos modelos teóricos que buscan comprender y analizar el conocimiento del docente durante su práctica pedagógica, ofreciendo marcos para desglosar y analizar las distintas dimensiones del conocimiento especializado del docente de matemáticas (Shulman, 1986; Ball et al., 2008; Carrillo et al., 2014).

Entre los modelos más influyentes se encuentran el del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) y el conocimiento especializado del profesor de matemáticas

(MTSK). En esta sección exploraremos las principales características de dichos modelos. Sin embargo, será el modelo MTSK el que guíe nuestro trabajo, dada su pertinencia y aplicabilidad al contexto en esta investigación.

1.2.1. Modelo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT)

El modelo MKT, desarrollado por Ball et al. (2008), toma como referencia las contribuciones seminales de Shulman (1986) sobre el conocimiento pedagógico del contenido y las lleva a un nivel mayor de especificidad. El impacto de este modelo en la educación matemática ha sido notable precisamente porque permite comprender con mayor precisión el conocimiento especializado del docente. El MKT distingue dos dominios principales: el conocimiento del contenido (CK), que implica, de manera general, el dominio de la materia que se enseña; y el conocimiento didáctico del contenido (PCK), que se refiere, de manera general, a cómo enseñar ese contenido de manera accesible para los estudiantes. Cada uno de estos dominios se subdivide en varias categorías.

Por un lado, el conocimiento del contenido (CK) presenta las siguientes categorías. (1) El conocimiento común del contenido (CCK) incluye saberes matemáticos que cualquier persona instruida en matemáticas podría tener. Este conocimiento facilita a los docentes resolver problemas matemáticos y comprender el contenido matemático que enseñan. (2) El conocimiento especializado del contenido (SCK) hace referencia al conocimiento matemático exclusivo del docente de matemáticas. Incluye la habilidad de explicar por qué ciertos procedimientos funcionan y comprender los trasfondos de los conceptos que se va enseñar, lo que permite al docente anticipar cómo los estudiantes pueden interpretar o malinterpretar conceptos matemáticos. (3) El conocimiento del contenido en el horizonte (HCK) implica ver más allá del aula inmediata, implica no solo un entendimiento de los conceptos matemáticos que se enseñan en un determinado nivel escolar, sino cómo dichos conceptos matemáticos se conectan con los que se enseñan en niveles educativos anteriores y posteriores. Esta visión panorámica de los conceptos matemáticos abordados, que se abordarán y los que se abordaron será fundamental para planificar la enseñanza y dar coherencia a la trayectoria de aprendizaje del estudiante.

Por otro lado, el conocimiento didáctico del contenido (PCK) presenta las siguientes categorías. (1) El conocimiento de los estudiantes y del contenido (KCS) refiere a las formas en que los alumnos comprenden las matemáticas. Este conocimiento facilita y permite a los docentes a anticipar y afrontar las dificultades y errores que los alumnos pueden tener al aprender matemática. (2) El conocimiento de la enseñanza y del contenido (KCT) aborda las estrategias para enseñar matemáticas de manera óptima. Este conocimiento abarca la selección y uso de ejemplos, explicaciones y representaciones que faciliten la comprensión del contenido por parte de los estudiantes. (3) El conocimiento curricular (KC) implica el conocimiento de los lineamientos curriculares oficiales y su estructura. Este conocimiento permite a los docentes alinear su práctica pedagógica con los objetivos curriculares.

En ese sentido, dicho modelo es ampliamente reconocido por su nivel de detalle en la estructuración del conocimiento especializado del profesor que enseña matemáticas. Este modelo es la base para comprender cómo los docentes integran su conocimiento en contenido matemático con sus estrategias didácticas.

Por su lado, Baumert y Kunter (2013) aporta una perspectiva complementaria donde el conocimiento especializado del docente también se caracteriza por la motivación, las concepciones y la autorregulación, y se organiza en cinco dominios, siendo el primero el conocimiento didáctico del contenido (Pedagogical Content Knowledge, PCK), contemplado en dicho modelo, el cual incluye el conocimiento explicativo vinculado a la capacidad de explicar, uso de analogías, símbolos y conocimientos matemáticos, y el desarrollando en el aula, es decir, un conocimiento que siente y actúa.

De manera complementaria, para Bromme (1994) el conocimiento didáctico detallado abarca cinco áreas para impartir una enseñanza matemática eficiente. También es pertinente generar relaciones de contenido disciplinar para el desarrollo del aprendizaje del estudiantado, concretizando un diseño e implementación de conocimientos matemáticos, por lo que el docente debe ser experto y generar una conexión en la práctica pedagógica diaria.

Por su parte, Rowland (2014) da cuenta de cuatro componentes para el conocimiento del docente, donde este debe tener la habilidad de transformar los

contenidos matemáticos para que el alumno pueda entender sin dificultad y no rechace dicha materia. También, señala que hay cuatro categorías asociadas, donde ejercicios, figuras y demostraciones en el aula de manera didáctica coadyuvara al entendimiento del escolar. Por su lado, Ball et al. (2008), incorpora, a diferencia de otros modelos, el subdominio Knowledge of Content and Teaching (KCT), da cuenta a la capacidad del profesorado para clasificar contenidos matemáticos a través de gráficos o problemas, lo que contribuye a una enseñanza eficaz en función de las necesidades del alumnado.

1.2.2. Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)

El modelo MTSK (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge) cuyo nombre se traduce como conocimiento especializado del profesor de matemáticas, propuesto por Carrillo et al. (2014), se construye sobre los fundamentos del modelo del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) dada por Ball et al. (2008), pero ofrece una visión más integrada del conocimiento matemático y didáctico del profesor. El MTSK incluye dos dominios: conocimiento matemático (MK) y conocimiento didáctico del contenido (PCK). No obstante, este modelo no solo considera a los conocimientos matemáticos y didácticos, sino que también considera las creencias y concepciones que los docentes tienen sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Estas creencias en dicho modelo permean ambos conocimientos, matemáticos y didácticos, afectando desde la elección de una tarea hasta la forma en que se responde una pregunta inesperada en el aula.

En esa misma línea, los ideales y concepciones del docente en torno a las matemáticas y su enseñanza juegan un papel determinante en la configuración de sus prácticas pedagógicas. Por su parte, Aguilar et al., (2022) sostienen que estos ideales, entendido como creencias, pueden definirse como "ideas personales y subjetivas que los profesores consideran como verdaderas sobre los procesos de enseñanza - aprendizaje, así como el contenido matemático". En la práctica, estas ideas actúan como eje articulador interno, ya que orientan la selección de estrategias didácticas, moldean la interacción con los alumnos y condicionan la manera en que se concibe y evalúa el aprendizaje. Asimismo, Schoenfeld (2011) refuerza esta idea al señalar que las creencias

sobre la naturaleza de las matemáticas inciden directamente en la elección de las tareas, el uso de representaciones y la manera en que los docentes responden a las dificultades, errores y preguntas de los alumnos. Empero, a pesar de la relevancia de las creencias y concepciones de los docentes, esta investigación se enfocará exclusivamente en caracterizar los conocimientos matemáticos y didácticos, dejando las creencias y concepciones fuera del alcance de este estudio.

Por un lado, dentro del dominio del conocimiento matemático (MK), el modelo propone tres subdominios, que incluyen: conocimiento de los temas (KoT), conocimiento de la estructura matemática (KSM) y conocimiento la práctica matemática (KPM).

En primer lugar, el conocimiento de los temas (KoT) se refiere al conocimiento que posee el docente sobre los conceptos matemáticos específicos que enseña. Incluye categorías como definiciones y sus fundamentos, procedimientos, registros de representación y fenomenología. En segundo lugar, el conocimiento de la estructura matemática (KSM) resalta la importancia del docente en entender las relaciones entre los conceptos matemáticos. Incluye categorías como conexiones de simplificación, conexiones de complejización, conexiones auxiliares y conexiones transversales. En tercer lugar, el conocimiento de la práctica matemática (KPM) hace alusión a las formas del hacer matemático docente, es decir, hace referencia a comprender, desarrollar y producir en matemáticas, incluyendo elementos de la comunicación matemática, prueba y razonamiento. Incluye categorías como la resolución de problemas, justificación, argumentación y demostración, formulación y validación de conjeturas; y Lenguaje matemático formal y simbólico.

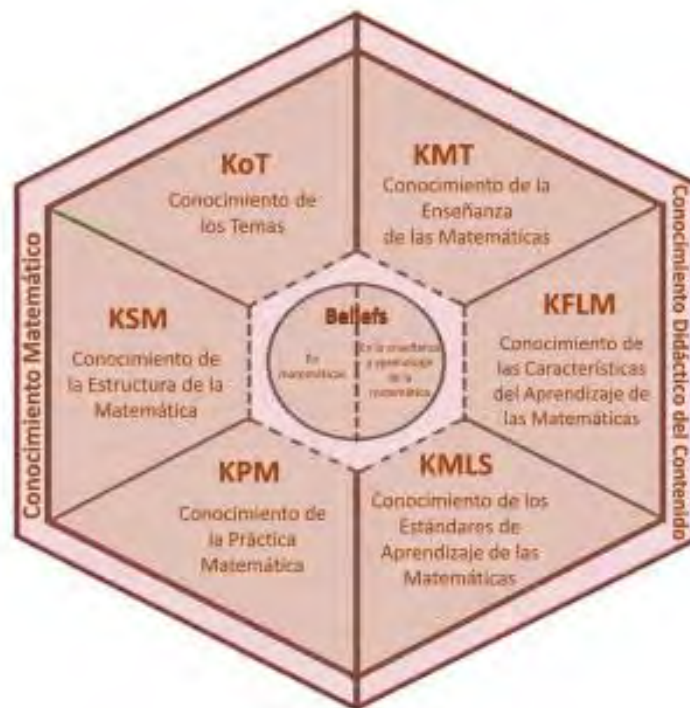
Por otro lado, el dominio del conocimiento didáctico del contenido (PCK) se compone tres subdominios del conocimiento, que incluyen: conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS).

En primer lugar, el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) alude a la comprensión del docente respecto a sobre cómo enseñar un contenido matemático específico. Incluye categorías como las teorías de enseñanza, propias de la matemática; recurso y estrategias, técnicas, actividades y ejemplos. En segundo lugar, el

conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) permite al docente diseñar actividades que respondan a las fortalezas, debilidades y aspectos emocionales de los estudiantes. Incluye categorías como las teorías propias del aprendizaje matemático, dificultades y fortalezas, formas de la interrelación con un contenido matemático y aspectos emocionales. En tercer lugar, el conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS) se refiere al conocimiento que debe tener el docente sobre los logros y objetivos que deben alcanzar los estudiantes en una etapa educativa específica, lo que permite planificar una enseñanza que asegure a los alumnos alcanzar estándares de aprendizaje esperados. Incluye categoría como las expectativas de aprendizaje, nivel de desarrollo conceptual esperado y secuenciación con temas antecesores y posteriores. En ese sentido, el modelo MTSK se presenta como un sistema articulado en el que cada dominio, subdominio y categoría que propone el modelo, permiten analizar con mayor precisión la complejidad del conocimiento docente de matemáticas, como se muestra en la siguiente figura.

Figura 2

Dominios y subdominios del MTSK



Fuente: Carrillo et al. (2018, p. 241)

El modelo MTSK se distingue precisamente por asumir, con especificidad y sin simplificaciones, la naturaleza compleja del conocimiento especializado del docente de matemática. Este modelo, lejos de ser una simple construcción teórica, se sostiene sobre una base empírica y conceptual sólida. Su desarrollo ha sido respaldado por investigaciones amplias y rigurosas, lo que, no solo valida su pertinencia en el análisis del conocimiento especializado del docente, sino que también demuestra su aplicabilidad en distintos contextos educativos. Carrillo et al. (2018) sostienen que este modelo facilita identificar las fortalezas y áreas de mejora en la práctica reflexiva docente. Además, proporciona una base sólida para el desarrollo de programas de formación y desarrollo profesional que respondan a las necesidades específicas que presentan los profesores de matemática.

El surgimiento del modelo MTSK puede entenderse, además, como una respuesta a las limitaciones de modelos anteriores, particularmente al MKT formulado por Ball et al. (2018). Las críticas al modelo MKT se hallan principalmente en dos dificultades centrales, por un lado, la falta de una delimitación clara entre sus subdominios y, por otro lado, las dificultades para describir cómo se manifiesta el conocimiento en la acción del docente (Flores et al., 2013). En otras palabras, el modelo MTSK no se queda solo en el plano del “qué”, si no que llega al “cómo” y al “cuándo”.

En este contexto, frente a dichas limitaciones, el modelo MTSK destaca como una herramienta más refinada para analizar y comprender el conocimiento especializado que movilizan los docentes de matemáticas en sus prácticas pedagógicas. Este enfoque se alinea con una perspectiva interpretativa, en la que el investigador busca “ponerse en los zapatos del docente” (Kvale, 1996), además considera al docente no como un agente idealizado, sino como un sujeto situado, que toma decisiones en entornos reales y complejos, lo cual implica una comprensión detallada del conocimiento especializado sin juzgarlo ni establecer estándares de un conocimiento profesional ideal, deseado u óptimo.

Desde esta postura interpretativa, el MTSK asume que el conocimiento del profesor debe entenderse en términos de especialización, en modelos como el de Ball et al. (2008) y Godino (2017) ha sido definida de diversas maneras. Schneider et al. (2019)

distinguen dos tipos de especialización: una perspectiva externa, en la que el conocimiento especializado se diferencia del de otros usuarios de las matemáticas (como ingenieros o científicos), y una perspectiva interna, que vincula dicha especialización en el desarrollo de enseñanza y aprendizaje propios del contexto escolar.

En este sentido, el modelo MTSK adopta una visión interna de la especialización, considerando que los elementos del conocimiento profesional docente deben cumplir dos requisitos: ser herramientas para la enseñanza de las matemáticas y estar vinculados al contenido matemático. La enseñanza de las matemáticas, a su vez, se concibe de manera amplia, abarcando todas las actividades profesionales del docente, como la planificación de clases, la implementación en el aula, la reflexión sobre la práctica y la colaboración con otros colegas.

En este estudio usaremos el modelo MTSK como referente de esta investigación ya que permite una caracterización más precisa y articulada del conocimiento del docente en comparación a otros modelos que se centran en acciones observables más que en la naturaleza del conocimiento, presentando límites difusos entre categorías y que no ofrecen estructuras suficientemente definidas para analizar a detalle cada dimensión del conocimiento matemático y didáctico a diferencia del modelo MTSK que se constituye como un modelo interpretativo y no normativo, en ese sentido, resulta un marco más pertinente para guiar el trabajo de investigación para describir y analizar el conocimiento especializado del docente respecto a la función lineal.

En este estudio se adopta el modelo MTSK como referente teórico, ya que ofrece una caracterización más estructurada y articulada del conocimiento docente en comparación con otros marcos, los cuales tienden a centrarse en acciones observables más que en la naturaleza del conocimiento. En ese sentido, el MTSK se constituye como un modelo interpretativo y no normativo (Carrillo et al., 2014), pues busca comprender cómo articula y moviliza sus conocimientos en torno a un objeto matemático específico. Esta cualidad lo convierte en un marco más pertinente para la presente investigación, ya que permite describir y analizar el conocimiento especializado del docente de secundaria respecto a la función lineal.

CAPÍTULO 2: CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y DIDÁCTICO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS RESPECTO A LA FUNCIÓN LINEAL

La enseñanza del docente de matemáticas respecto a las funciones lineales es un reto permanente que exige mayor especialización y preparación a nivel matemático como didáctico (Fuentes, 2020). En este apartado, se aborda el lugar que ocupa la función lineal en nivel secundario y los conocimientos matemáticos que son necesarios según la literatura para que un docente de este nivel pueda enseñar adecuadamente y que el alumnado tenga logros adecuados.

2.1. Función Lineal en la Educación Secundaria

La función lineal es un objeto matemático donde el desarrollo se ubica en el álgebra y su importancia radica en sus múltiples aplicaciones en las ciencias científicas y tecnológicas, y la capacidad para organizar configuraciones concretas. El entendimiento de la función lineal es relevante para el desarrollo de competencias matemáticas y para la resolución de problemas que alumnado enfrenta en su aprendizaje académico como en la vida cotidiana (Escudero, 2015).

Considerando el Currículo Nacional de Educación Básica (Ministerio de Educación del Perú [MINEDU], 2016), la función lineal se aborda en primer grado de secundaria, dentro de la competencia “Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio”, la finalidad en este nivel es que los alumnos logren resolver problemas e interpreten cambios constantes o regularidades entre magnitudes, traduciéndolas a funciones lineales y afín, asimismo el estudiante debe expresar su comprensión entre la función lineal y la proporcionalidad, así como plantear afirmaciones de una función lineal, lineal afín en función a sus experiencias y las justifica mediante propiedades y ejemplos matemáticos. Además, debe ser capaz de interrelacionar los distintos tipos de representación como los gráficos, tabulares y algebraicas para describir la función lineal y sus elementos. Finalmente, se menciona que debe establecer vinculación entre la razón de cambio de una función lineal y la constante de proporcionalidad para la resolución de un problema según su contexto (MINEDU, 2016, p. 255-256).

Asimismo, se menciona que los alumnos de tercer, deben ser capaces de diferenciar una función lineal de una cuadrática y de una función exponencial. Si bien no

se hace mucho énfasis en la función lineal como tal, el estudiante debe plantear afirmaciones sobre lo que significa el punto de la intersección de dos funciones lineales que satisfacen dos ecuaciones simultáneamente, es decir, que la función lineal en este nivel está estrechamente relacionada con la solución o raíz de los sistemas de ecuación lineal (MINEDU, 2016, p. 259-260)

Asimismo, el entendimiento de la función lineal no solo ayudara a construir el pensamiento algebraico, busca afrontar aprendizajes posteriores vinculados a funciones más complejas. Sin embargo, su enseñanza presenta retos particulares que requieren del profesorado con un saber detallado sobre el contenido matemático como de sus implicancias didácticas. En este sentido, Fuentes (2020) señala que el conocimiento especializado del docente es fundamental para diseñar estrategias pedagógicas efectivas para que el alumno entienda, en especial, en lo que concierne a sus múltiples representaciones y a su aplicación contextualizada de la función lineal.

La función lineal puede representarse mediante la expresión $f(x) = mx$, donde m es la pendiente de la recta que corresponde a su gráfica, x es la variable independiente y $f(x)$ es la variable dependiente. Una característica distintiva de la función lineal es que su gráfica es una recta que pasa por el origen del sistema de coordenadas $(0,0)$. La función lineal es fundamental en el estudio de las relaciones proporcionales y en el análisis de variaciones constantes. En contraste, la función afín se representa a través de la expresión $f(x) = mx + b$, donde m es la pendiente de la recta que corresponde a su gráfica, b es la ordenada en el origen ya que es el valor de la ordenada del punto de intersección de la recta con el eje Y. A diferencia de la gráfica de la función lineal, la gráfica de la función afín es una recta que no pasa por el origen de coordenadas $(0,0)$.

El análisis de la función lineal permite al escolar explorarlo y entenderlo en sus distintos variables desde la definición de la recta y ordenándose desde principio. Por ejemplo, la pendiente da cuenta la tasa de cambio entre las variables X e Y ; mientras tanto el origen mostrado del valor dependiente Y , cuando la variable independiente X es igual a cero.

En materias como Física, Economía y Biología, donde la vinculación lineal es común, se han identificado dificultades en los escolares para entenderla. La mayoría de los escolares tienen dificultades para comprender la definición de pendiente y su correcta

interpretación (López y Moguel 2018). También, la transición y comprensión entre las distintas representaciones gráfica, verbal, tabular y algebraica de las funciones lineales resulta confusa en la etapa escolar.

Respecto a la formación de las matemáticas en la secundaria, en general, está orientado a la memorización y mecanización de procedimientos, por lo que la enseñanza de la función lineal no es ajena a esa realidad. López y Moguel (2018) señalan que los planes pedagógicos no promueven el pensamiento crítico ni la absolución de problemas y esto tiende a generar comprensiones fragmentadas y superficiales de los conceptos matemáticos. Esta realidad muestra la necesidad de que los docentes adopten estrategias didácticas orientadas al aprendizaje activo y significativo. Al respecto, Olvera (2018) enfatiza el valor pedagógico que las tecnologías digitales pueden aportar en la proyección visual en la función lineal, ya que facilita el paso entre las distintas representaciones, estas herramientas tecnológicas no solo pueden ayudar a ilustrar, sino despertar una intuición más profunda sobre las propiedades y el comportamiento de esta función.

La enseñanza de la función lineal cobra relevancia cuando el docente logra establecer conexiones significativas, tanto con otros contenidos matemáticos como con disciplinas colindantes. Godino (2009) señala que esta capacidad de articulación conceptual es imprescindible, ya que es una necesidad si se quiere promover un conocimiento más integrado que promueva aprendizajes más sólidos y duraderos. Asimismo, vincular las funciones lineales con las distintas realidades del mundo como en las finanzas, física, geografía, entre otros, logra que los estudiantes adquieran sentido a los contenidos matemáticos aprendidos.

En esa misma línea, Climent y Carrillo (2003) insisten en la importancia de diseñar tareas ajustadas a los distintos niveles de aprendizaje de los alumnos, fomentando su participación activa. Además, el conocimiento didáctico del contenido exige, entre otras cosas, que el docente comprenda a fondo las concepciones erróneas y dificultades más comunes que pueden enfrentar los alumnos al aprender las funciones lineales.

En este sentido, Ponte et al., (2012) sostienen que identificar estas barreras o dificultades, ayudarán a diseñar estrategias pedagógicas más efectivas y eficientes, orientadas a profundizar la comprensión de las funciones lineales.

2.2. Conocimiento Especializado del Profesor respecto a la Función Lineal

El conocimiento matemático (MK) se entiende como el conjunto de conocimientos que el profesorado moviliza al momento de enseñar contenidos específicos. En el caso de la función lineal en el nivel secundario, este conocimiento resulta fundamental para facilitar el tránsito de los estudiantes entre lo concreto y lo abstracto (Espinoza, 2020). Asimismo, permite abordar de manera estructurada las definiciones, propiedades, procedimientos, representaciones y aplicaciones vinculadas a dicho contenido matemático.

En relación con el conocimiento de los temas (KoT), se espera que el profesor sepa qué es una función lineal. Requiere comprender sus múltiples representaciones (algebraico, tabular, verbal y gráfico), interpretar con precisión elementos como la pendiente y la ordenada en el origen (0,0), y saber aplicarlo en contextos reales y diversos. En suma, el KoT combina una comprensión profunda, formal y rigurosa con el conocimiento de lo que se espera que los estudiantes aprendan, reconociendo a su vez la complejidad de los objetos matemáticos que podrían surgir en el aula (Carrillo et al., 2018); en este sentido, permite estructurar el conocimiento matemático del docente mediante categorías específicas, que se presentan a continuación.

- Se espera que el docente defina a la función lineal como una función $f(x) = mx$, donde m representaba el valor de la pendiente de la recta que corresponde a su gráfica. También, indican que m es la tasa de cambio entre la variable dependiente e independiente. Además, comprenden que la gráfica corresponde a una recta que pasa origen de coordenadas.
- Se espera que el profesor conozca que la función lineal puede expresarse en diversos registros de representación como: algebraico, gráfico, tabular o verbal.

Algebraico: Representación mediante una expresión matemática como $f(x) = mx$, donde m representa el valor de la pendiente de la recta asociada a su gráfica.

Gráfico: Representación en el plano cartesiano de la función lineal como una recta al pasar por el origen de coordenadas.

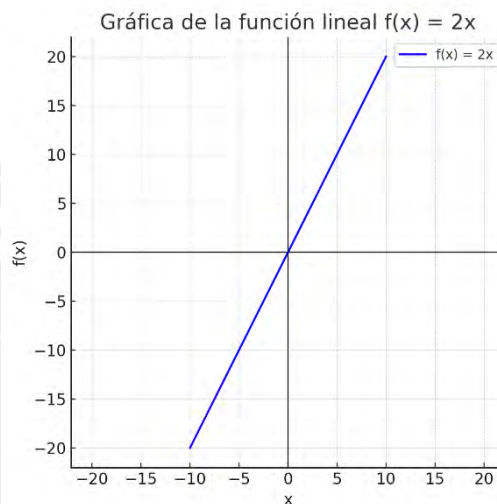
$$f(x) = mx$$

donde m es la pendiente de la recta, y la ordenada en el origen es 0. Es decir, la recta pasa por el punto $(0,0)$.

A modo de ejemplo, presentamos la gráfica de la función $f(x) = 2x$

Figura 1

Gráfico de la función lineal $f(x) = 2x$



Tabular: Relación de valores de entrada y salida, donde se muestra los valores de entrada (x) y los de salida (y) para la función $f(x) = 2x$.

Tabla 1

Tabla con valores para la función lineal $f(x) = 2x$

x	$y = 2x$
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4

Nota: Fuente propia

Esta tabla identifica con claridad el patrón de crecimiento lineal: por cada aumento de una unidad en X , el valor de Y aumenta en 2 unidades, cuyo valor es la pendiente de la función f . Esta representación es importante para transitar

entre lo numérico y lo algebraico, fortaleciendo el entendimiento de la tasa de cambio constante (Carrillo et al., 2018).

Verbal: Descripción en lenguaje natural de la relación funcional entre las variables.

- Fenomenología y aplicaciones: Se espera que el docente comprenda que las funciones lineales poseen aplicaciones en diversos contextos.

Hallando la diversidad de estudios han evidenciado que tanto los profesores en formación como los profesores en ejercicio presentaban dificultad en entender las definiciones importantes para comprender conceptos fundamentales asociados a la función lineal, en particular para comprender el concepto de pendiente, la intersección de la gráfica con los ejes coordenados y la conexión entre diversas representaciones (gráfica, algebraica, tabular, verbal). Desde los estudios pioneros de Orton (1983) y McDermott et al. (1987) citado por (Hale, 2000), se ha advertido que los docentes mantienen concepciones erróneas sobre la linealidad y su aplicación.

De manera similar, Zaslavsky et al. (2002) han documentado que los profesores suelen asumir que el alumnado puede movilizar con facilidad distintas representaciones de una función lineal, sin reconocer las dificultades que ello implica.

En un estudio detallado, Stump (1997) encontró que solo un tercio (33 %) de los docentes en formación y dos tercios (67 %) de los docentes en ejercicio fueron capaces de calcular correctamente la pendiente de una recta a partir de un punto y el ángulo de referencia que se forma con el eje X ; pero varios docentes señalaron que necesitaban un segundo punto para poder calcular la pendiente, lo que evidencia una comprensión limitada del concepto en un contexto trigonométrico. Asimismo, tanto docentes en formación como en ejercicio mostraron dificultades para reconocer la pendiente como un parámetro que representa una tasa de cambio constante entre dos cantidades que varían conjuntamente. También evidenciaron obstáculos al interpretar gráficos y conectar distintas representaciones asociadas al concepto. Este estudio, también, reveló que los docentes en formación lograron identificar más conexiones entre las representaciones de la pendiente que los docentes en ejercicio. No obstante, ambos grupos tendieron a concebir la pendiente principalmente desde una perspectiva geométrica-analítica, aunque mencionaban con mayor frecuencia el contexto físico (por ejemplo, planos

inclinados) cuando se les preguntaba por su abordaje didáctico. En general, las prácticas de los docentes del estudio revelaron una enseñanza centrada únicamente en los contextos de Física y Geometría analítica, sin incorporar otros contextos ni establecer conexiones entre ellos (Stump, 1997).

En una investigación posterior, Stump (2001) analizó el conocimiento sobre las representaciones de la pendiente en seis futuros docentes de matemáticas durante un curso de formación metodológica. Al inicio del curso, estos asociaban la pendiente principalmente con representaciones gráficas o situaciones en Física. Al finalizar el curso, su comprensión se amplió hacia contextos funcionales (pendiente como razón de cambio), aunque su utilización de situaciones reales en la enseñanza seguía siendo limitada. Este estudio también mostró que sus suposiciones iniciales sobre las dificultades de los estudiantes, como creer que estos comprendían el concepto de pendiente o que sus errores eran solo procedimentales, fueron modificadas luego de entrevistar a estudiantes reales, lo que motivó el diseño de lecciones centradas en la comprensión conceptual.

Complementariamente, Even y Tirosh (1995) citado por (Rollnick & Mavhunga, 2016) realizaron un estudio con 162 futuros docentes de matemáticas en la etapa final de su formación. Ante el análisis de un error cometido por un estudiante, quien asumía que la pendiente de una recta se duplicaba al duplicarse el ángulo que forma con el eje X , solo la mitad de los docentes fueron capaces de identificar correctamente la naturaleza conceptual del error. Algunos, incluso, compartían la concepción errónea del estudiante, lo que refleja vacíos importantes en su comprensión del concepto y sus representaciones.

Por su lado, Davis (2007) da cuenta que los docentes no siempre logran interpretar correctamente el pensamiento de los estudiantes ni reconocer las dificultades que tienen para vincular diferentes representaciones de la función. En particular, se ha observado que algunos docentes asumen que sus alumnos pueden transitar con facilidad entre la forma simbólica, gráfica y verbal de la función lineal, sin percibir los obstáculos cognitivos que esto implica.

En problemas que implican interpretación de gráficos de posición versus tiempo con movimiento lineal, muchos docentes confundieron altura con velocidad, mostrando dificultades para leer la pendiente como tasa de cambio (Stump, 1997). Incluso cuando

se trata de escribir funciones lineales en contextos físicos o simbólicos, los profesores tienden a escribir correctamente la forma $y = mx + b$ o $y = mx$ pero fallan al identificar correctamente el significado de la pendiente o la intersección con el eje Y cuando los valores no son números explícitos. Estas evidencias sugieren que el conocimiento matemático del profesor sobre la función lineal no solo debe incluir la capacidad de operar con fórmulas o resolver problemas, sino también una comprensión estructural y flexible del concepto. Esto implica:

- Reconocer y articular las múltiples representaciones de la función.
- Comprender los significados asociados a la pendiente (geométrico, numérico, algebraico).
- Interpretar correctamente la intersección con el eje Y en distintos registros.
- Anticipar y responder a la dificultad típicas del estudiante.
- La profundidad de este conocimiento es fundamental para diseñar tareas ricas y adaptadas, formular explicaciones significativas y evaluar el pensamiento de los estudiantes de manera formativa.

En relación con el conocimiento de la estructura matemática (KSM), se espera que los docentes comprendan cómo las funciones lineales se articulan con otros conceptos matemáticos (Carrillo et al., 2018). Debe establecerse:

- Conexiones de simplificación, donde los docentes reconocen que la función lineal puede considerarse una generalización de la proporcionalidad directa.
- Conexiones de complejización, donde el docente relaciona la función lineal con conceptos más avanzados, como la razón de cambio o la noción de derivada.

Por otro lado, respecto al conocimiento de la práctica matemática (KPM), este incluye el dominio de estrategias heurísticas de resolución de problemas. Se espera que el docente conozca lo siguiente:

- Modelación matemática, esto implica que los docentes son capaces de representar situaciones del mundo real mediante funciones lineales, identificando variables relevantes, estableciendo relaciones entre ellas y verificando la pertinencia del modelo propuesto.
- Uso del lenguaje simbólico y formal, que se evidencia cuando el profesor usa con precisión el lenguaje matemático al trabajar con funciones lineales, usando

términos como “pendiente”, “intersección con el eje Y”, “variable independiente” o “variable dependiente”, y precisando también las nociones algebraicas correspondientes.

- Resolución de problemas, el profesor debe tener destrezas en la identificación de patrones en tablas de valores, en el uso de gráficos múltiples y en la determinación de la generalización de regularidades para formular una función lineal.
- Validación y demostración, el docente debe usar conceptos matemáticos formales para justificar propiedades y resultados vinculados a las funciones lineales, fomentando la comprensión y la construcción del conocimiento matemático.

El conocimiento didáctico del contenido (PCK) está vinculado a cómo enseñar la función lineal, que incluye el uso de teorías y estrategias de enseñanza propias de la matemática, la comprensión de las características del aprendizaje de los alumnos y el conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria.

Respecto al conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) incluye el uso de teorías, enfoques, estrategias y métodos específicos de la matemática educativa para enseñar la función lineal; el uso de recursos físicos o digitales como los softwares matemáticos que permiten visualizar y manipular funciones lineales de manera interactiva (Olvera 2018); y el uso de ejemplos, explicaciones y representaciones que faciliten el entendimiento de las funciones lineales en los estudiantes.

Climent y Carrillo (2003) señalan que para una enseñanza efectiva los docentes deben tener conocimiento sobre lo siguiente:

- Teorías propias de la matemática para la enseñanza de las matemáticas, los docentes deben conocer y aplicar teorías y enfoques de enseñanza como la definición de Situaciones Didácticas (TSD), el Enfoque Ontosemiótico (EOS); la teoría APOE, etc.
- Recursos didácticos físicos y digitales, los docentes deben usar variabilidad de recursos y materiales didácticos específicos para enseñar la función lineal. Estos recursos contribuyen a interactuar con el contenido de manera dinámica y significativa. Por ejemplo, los docentes pueden usar el software GeoGebra para que el alumno indague y comprenda sobre gráficos de funciones lineales al variar

los valores de la pendiente. También, pueden utilizar papel milimetrado e instrumentos de dibujo para que los estudiantes construyan gráficas.

- Estrategias, tareas y situaciones, asociado al uso de ejemplos contextualizados, tareas graduadas según su dificultad. Es decir, los docentes deben plantear actividades matemáticas que van de lo simple a lo complejo, relacionados con el mundo real.

En el estudio de Escudero-Ávila (2015), un docente refleja su conocimiento sobre el uso de problemas abiertos en la instrucción de las matemáticas y lo toma como parte de su práctica. Por su parte, Reyes-Camacho (2018), en un estudio enfocado en docentes en formación inicial, encontró evidencias del uso consciente de teorías institucionales por parte de una maestra, específicamente de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) dada por Brousseau, empleada tanto en la planificación como en el análisis de la práctica pedagógica al enseñar el concepto de razón. Se observó que la docente estructura la sesión didáctica en coherencia con las fases propuestas por la TSD. El uso explícito en etapas de la TSD (acción, formulación, validación e institucionalización) evidencia la aplicación de una teoría institucional por parte de la docente, quien articula su práctica con marcos teóricos estructurados.

Por otro lado, de acuerdo con Flores-Medrano (2015), el conocimiento del profesorado sobre recursos físicos y digitales constituye una dimensión esencial en la instrucción de las matemáticas. Esta categoría involucra el dominio de diversas herramientas como libros de texto, regletas, pizarras (analógicas o electrónicas), tangramas y softwares matemáticos especializados como Cabri, Matlab o GeoGebra, así como la comprensión de su potencial didáctico, limitaciones asociadas al uso en la enseñanza de contenidos específicos.

En distintos estudios desarrollados bajo el enfoque del modelo MTSK, se ha identificado cómo los docentes movilizan estos recursos para facilitar la comprensión matemática. En este sentido, Escudero (2015) destaca al profesor que conoce sobre la herramienta tecnológica, hechas para instruir detalladamente las matemáticas, debido a que favorecen el aprendizaje conceptual de los estudiantes. En uno de los fragmentos del estudio, el docente señala: “Cuando un estudiante no tiene un conocimiento completo,

se puede guiar mediante [...] gráficos, que me dan fácilmente un algoritmo [...] Ahora mismo, el software gráfico debe ser usado como un recurso de apoyo" (Escudero, p. 161).

Este ejemplo revela cómo el conocimiento del profesorado sobre recursos didácticos, especialmente digitales, no se debe limitar a su manejo técnico, sino que se debe integrar como parte de una estrategia pedagógica deliberada, que busca mejorar la comprensión conceptual del estudiantado, facilitar la validación de procedimientos y fomentar una interacción más rica con el contenido matemático.

Por su parte, Saidon et al. (2010) destacan el papel del software GeoGebra como una herramienta potente para articular distintas representaciones algebraicas, analíticas, geométricas y estadísticas, durante la resolución de problemas y la comprensión de definiciones y procedimientos matemáticos. Asimismo, se enfatiza las potencialidades y limitaciones de GeoGebra en función de los contenidos que el docente quiere abordar, lo que esto pone en relieve es que no basta con usar dicha herramienta, el docente debe también ejercer un juicio crítico sobre "cómo" y "para qué" utilizarla. En ese sentido, el docente requiere, en otras palabras, un conocimiento técnico, pero también un conocimiento reflexivo y pedagógico que le permita movilizar subdominios como el Conocimiento de los Temas (KoT) y el Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM).

Por otra parte, la investigación de Aguilar (2016) indaga el conocimiento detallado de los docentes que enseñan matemática, sobre figuras planas y resalta dos aspectos clave, por un lado, el manejo adecuado de recursos físicos como reglas milimétricas y transportadores, por otro lado, la capacidad de adaptar dichos recursos a tareas específicas. Una competencia docente aparentemente básica, pero que pone a prueba la precisión conceptual y la sensibilidad didáctica. Asimismo, Flores et al. (2011) proponen una clasificación respecto al uso de los materiales didácticos, por un lado, aquellos que ayudan y facilitan a comprender definiciones, por otro lado, aquellos que potencian habilidades matemáticas a través del juego.

En lo que respecta al conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) en relación con la enseñanza de las funciones lineales, se espera que el docente posea un entendimiento sobre cómo sus estudiantes se aproximan con este contenido en cuestión. En ese sentido, el docente no solo debe saber qué enseñar,

sino de comprender de qué manera asimila el alumno, cuáles son los obstáculos comunes, qué caminos alternativos podrían facilitar la comprensión del estudiante (Escudero, 2015). Se espera que el docente domine lo siguiente:

- Teorías de aprendizaje matemático, los docentes poseen o acuden tanto a teorías formales como a creencias personales teorías formales y personales sobre los aprendizajes matemáticos, estas moldean su toma de decisiones.
- Fortalezas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, los docentes deben conocer las dificultades comunes cuando se aborda la función lineal, entre ellos, se destacan la mala interpretación de la pendiente, la dificultad para diferenciar entre dominio y rango, y la transición, no siempre intuitiva, entre diferentes registros de representación. Por ejemplo, del gráfico a la expresión algebraica, o del lenguaje verbal al algebraico. Además, los docentes conocen que los alumnos usualmente presentan errores y dificultades para interpretar la pendiente de una función lineal, cuando esta es negativa o un número racional.
- Pasos para interactuar con el alumnado sobre contenidos matemáticos, los docentes fomentan diversas modalidades de interacción, donde incluye la absolución de problemas matemáticos, la exposición de resultados y el análisis reflexivo de los procedimientos. Por ejemplo, el profesor propone tareas plantean actividades en pequeños grupos relacionados con funciones lineales, compartiendo sus estrategias y argumentaciones.
- Aspectos emocionales, los docentes buscan que el alumno sea motivado y tenga confianza y pueda lograr resolver sus actividades sin complicaciones. Por ejemplo, proponer a los estudiantes tareas contextualizados a su realidad y que respondan a sus intereses aumenta su motivación.

Escudero (2015) analiza la vinculación que existe entre el desarrollo profesional y la reflexión sobre la práctica desde el estudio con profesores de matemáticas del nivel secundario, quienes participaron en una experiencia formativa denominada presentación de un instrumento teórico. En esta actividad, los docentes fueron invitados a leer, reflexionar y discutir conceptos vinculados al trabajo de Gueudet y Trouche en referencia ergonomía de los recursos didácticos. Esta propuesta les permitió reinterpretar y enriquecer sus prácticas desde una perspectiva teórica más formal. En este marco, se

destaca la necesidad de que el profesor sea un agente reflexivo, capaz de articular teoría y práctica de manera integrada. Una estrategia pedagógica que responde a este enfoque es el uso de problemas abiertos, concebidos desde una perspectiva formativa, ya que promueven la formulación de conjeturas, el diseño de soluciones, el diálogo argumentativo y la autonomía del alumnado. Los problemas abiertos se caracterizan por no ofrecer toda la información explícita, lo que obliga al estudiante a movilizar sus propios conocimientos; por requerir creatividad y originalidad, debido a que sus enunciados suelen ser ambiguos; y por permitir la elección de diferentes restricciones, patrones y métodos matemáticos, lo que da lugar a múltiples soluciones válidas, cada una con sus propias justificaciones y aportes.

Respecto al conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS) se refiere a la habilidad del docente para entender los lineamientos curriculares oficiales. Se espera que el docente deba tener conocimiento sobre lo siguiente:

- Expectativa de aprendizaje, es decir, debe considerar diseñar sesiones de clase respecto a la función lineal tomando en cuenta lo que propone el Currículo Nacional de Educación Básica Regular (CNEB).
- Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado, el docente conoce lo que se espera que el alumno logre en cada etapa educativa respecto a la función. Por ejemplo, se espera que los docentes reconozcan que, en el tercer grado de secundaria, los estudiantes deben ser capaces de graficar funciones lineales e interpretar el punto de intersección de las gráficas como solución del sistema de ecuaciones lineales asociadas a la función.

En este sentido, Nie et al. (2013) mencionan que a la hora de planificar la instrucción los profesores deben considerar todo lo que saben respecto del conocimiento de sus estudiantes de forma que puedan adaptar lo prescrito en el currículo a las características y necesidades específicas del alumnado.

En resumen, el conocimiento especializado del profesor al enseñar la función lineal abarca una comprensión profunda de sus conceptos y propiedades, así como razonar, argumentar y establecer conexiones con otros contenidos matemáticos. Además, implica el dominio de diferentes representaciones de la función lineal, la aplicación de estrategias de resolución y el uso del lenguaje matemático formal. Asimismo, implica el dominio de

enfoques pedagógicos, recursos y estrategias que faciliten la comprensión del alumnado. Esto incluye el uso de teorías de enseñanza y aprendizaje propias de la matemática, la identificación de dificultades comunes, la selección de representaciones adecuadas y la implementación de metodologías que promuevan la construcción activa del conocimiento. Además, incluye el conocimiento de crear ambientes propicios para el aprendizaje que no solo transmita el conocimiento, sino que despierte la participación activa, el interés y la motivación de los estudiantes sobre las funciones lineales, los cuales deben ser resultado de una intencionalidad didáctica clara y de un conocimiento especializado docente.

Asimismo, abarca el conocimiento para alinear los objetivos de enseñanza con los aprendizajes esperados, en coherencia con los estándares curriculares. Una planificación efectiva exige armonizar propósitos, métodos y criterios de evaluación para que cada decisión pedagógica tenga sentido dentro de un marco oficial.

Por todo lo expuesto, se considera que el modelo MTSK ofrece un andamiaje sólido para comprender y analizar profundamente los conocimientos implicados en la enseñanza de las funciones lineales. Tanto el conocimiento matemático como el didáctico se entretajan en este marco, permitiendo no solo describir y analizar lo que el docente sabe, sino cómo lo pone en juego, lo transforma y lo hace significativo.

PARTE II: DISEÑO METODOLÓGICO

En este acápite se exponen los fundamentos metodológicos, comenzando por los lineamientos que definen su naturaleza y alcance. Se delimita, así, el enfoque adoptado y el tipo de estudio realizado, en concordancia con los objetivos que orientan este trabajo. Además, se presentan las categorías de análisis derivadas del marco conceptual, así como los criterios de selección de los informantes seleccionados. Posteriormente, se detallarán las técnicas e instrumentos de recolección de datos, así como el proceso seguido para su organización, procesamiento y análisis. Finalmente, se abordan las consideraciones éticas asumidas para garantizar la calidad e integridad del estudio.

3.1. Enfoque y Tipo de Investigación

El presente trabajo de investigación se enmarca en un enfoque cualitativo, entendiendo que es la indagación científica que se centra en la comprensión profunda de un fenómeno social complejo que busca explorar el “qué”, el “por qué”, el “cuándo”, el “dónde”, el “quién” y el “cómo” de los comportamientos, experiencias e interacciones que las personas atribuyen a sus acciones. En palabras de (Creswell & Creswell, 2018), lo cualitativo acude a textos, entrevistas, grabaciones y observaciones, lo que permite una comprensión más matizada de realidades sociales.

En el caso particular de esta investigación, centrada en el conocimiento matemático y didáctico del docente respecto a la función lineal, el enfoque cualitativo nos permite adentrarnos en la manera en que los profesores comprenden y enseñan dicho contenido, revelando sus conocimientos matemáticos disciplinares como sus decisiones didácticas en el aula.

Respecto al tipo de investigación, esta es de carácter descriptivo, el propósito de este estudio es caracterizar el conocimiento matemático y didáctico del docente respecto a la función lineal. A través de una descripción sistemática de prácticas y estrategias, este carácter descriptivo también permite construir teoría en función de los datos recolectados, sin necesariamente partir de teorías o modelos preestablecidos (Alban et al., 2020).

3.2. Planteamiento y Problema de Investigación

La función lineal en la educación matemática secundaria, es sentar las bases para el estudio de funciones más complejas, el álgebra y el análisis matemático. Pero, múltiples investigaciones han mostrado que tanto su enseñanza y el aprendizaje presentan dificultades persistentes, sobre todo en el entendimiento teórico, la conexión entre representaciones y la aplicación contextualizada.

El desafío radica en que el escolar suele desarrollar una comprensión fragmentada de la función lineal, limitándose a la formulación algebraica de la forma $f(x) = mx + b$ o $f(x) = mx$; no logra comprender las conexiones significativas en las gráficas, tabulares o verbales. Esa limitación en interpretar la pendiente como tasa de cambio en entender el significado contextual de la intersección con el eje y, son constantes (Davis, 2007).

También, se visto a estudiantes que pueden lograr transferir sus conocimientos entre contextos geométricos, funcionales y físicos. Por ejemplo, pueden comprender la pendiente como la inclinación de una rampa, pero no como la rapidez de un cuerpo dinámico, a pesar de que ambas situaciones se modelan con la misma estructura matemática. Esta descontextualización del conocimiento limita la capacidad de los escolares en aplicación de la función lineal en absolver problemas reales.

Por otro lado, existe también una problemática en el conocimiento didáctico del profesorado. Diversos estudios sugieren que algunos docentes no identifican con claridad las dificultades conceptuales de sus estudiantes, lo que conduce a prácticas centradas en la repetición de procedimientos algorítmicos sin un enfoque profundo en los significados matemáticos subyacentes (Davis, 2007). La ausencia de estrategias específicas para abordar los errores comunes o para promover la comprensión a través de representaciones múltiples repercute negativamente en el aprendizaje significativo del concepto.

En este sentido, abordar la problemática de la función lineal requiere no solo considerar las dificultades de los alumnos, sino también analizar el conocimiento matemático y didáctico del docente en la instrucción del objeto matemático en cuestión. El desarrollo de un conocimiento especializado por parte del docente, que articule lo disciplinar, lo didáctico y lo curricular, es crucial para generar entornos de aprendizaje que favorezcan una comprensión profunda y funcional de la función lineal.

La investigación busca responder la siguiente pregunta: ¿Cómo se caracteriza el conocimiento matemático y didáctico que tiene un profesor de secundaria respecto a la función lineal?

En respuesta a ello, se tiene el objetivo general: Caracterizar el conocimiento matemático y didáctico que tiene el profesor de secundaria respecto a la función lineal. Para alcanzar el objetivo general nos planteamos dos objetivos específicos: (1) Describir el conocimiento matemático que tiene el profesor de secundaria respecto a la función lineal y (2) Describir el conocimiento didáctico del contenido que tiene el profesor de secundaria respecto a la función lineal.

3.3. Categorías de la Investigación

El análisis de los datos se estructura en función de los dominios del modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) que son: conocimiento matemático (MK) y conocimiento didáctico del contenido (PCK) (Carrillo et al., 2018), los cuales constituyen las categorías de la investigación.

La primera categoría, denominada conocimiento matemático (MK), se refiere al conocimiento matemático que el profesor tiene sobre la función lineal, y esta se subdivide en tres subcategorías:

- ✓ Conocimiento de los temas (KoT): abarca el conocimiento del docente en referencia a las funciones lineales, incluye conceptos, propiedades, representaciones (algebraica, gráfica, tabular y verbal), aplicaciones en diversos contextos.
- ✓ Conocimiento de la estructura de la matemática (KSM): se refiere al conocimiento del profesor para entablar conexiones entre la función lineal y otros contenidos matemáticos. Estas conexiones pueden ser de simplificación o complejización.
- ✓ Conocimiento de la práctica matemática (KPM): examina cómo el docente produce, comunica y valida el conocimiento matemático. Esta subcategoría incluye las estrategias heurísticas de resolución de problemas, el uso del lenguaje formal y simbólico, la modelación matemática y la argumentación, todos ellos vinculados al trabajo con la función lineal.

Por otro lado, la segunda categoría, denominada conocimiento didáctico del contenido (PCK), engloba el conocimiento profesional relacionado con la enseñanza y el aprendizaje de la función lineal. También se estructura en tres subcategorías:

- ✓ Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT): se centra en las decisiones didácticas del docente, tales como la selección de estrategias, recursos, tareas y ejemplos concordantes que faciliten el aprendizaje del concepto, considerando la diversidad de los estudiantes y los propósitos educativos.
- ✓ Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM): aborda el conocimiento del profesor respecto las dificultades cognitivas, conceptuales y afectivas que enfrentan los estudiantes al trabajar con la función lineal, así como su habilidad para anticipar errores y brindar apoyos adecuados.
- ✓ Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS): hace referencia al dominio que posee el docente respecto a los lineamientos curriculares, las expectativas de aprendizaje correspondientes al nivel educativo en el que enseña y los niveles de desarrollo conceptual o procedimental esperado. Incluye el conocimiento de la progresión conceptual del tema, la secuenciación adecuada y los objetivos de desarrollo esperados en el currículo oficial.

El proceso de codificación de datos se realizará utilizando una nomenclatura basada en las siglas de los dominios y subdominios del modelo MTSK. Esta estrategia permitirá organizar la información de forma sistemática y rigurosa, optimizando su análisis e interpretación en coherencia con los objetivos del estudio.

Tabla 2

Categorías y subcategorías de la investigación

Categorías de la investigación	Subcategorías de la investigación
Conocimiento matemático (MK)	Subcategoría 1: Conocimiento de los temas (KoT)
	Subcategoría 2: Conocimiento de la estructura de la matemática (KSM)
	Subcategoría 3: Conocimiento de la práctica Matemática (KPM)
Conocimiento didáctico del contenido (PCK)	Subcategoría 1: Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)

	Subcategoría 2: Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM)
	Subcategoría 3: Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)

Nota: Elaboración propia.

3.4. Fuentes e Informantes de la Investigación

La información que se obtuvo ha sido de un docente de matemáticas que imparte clases en el tercer grado de secundaria en una institución educativa privada de Lima. La selección de este informante se llevó a cabo mediante un muestreo intencional (Guerrero, 2016), criterio que resulta pertinente cuando el propósito es profundizar en las experiencias y conocimientos de un participante que cumpla con singularidades específicas, datos importantes, para el procesamiento de información.

Se establecieron criterios de inclusión que aseguran la pertinencia del informante seleccionado. En primer lugar, se consideró la destreza profesional: cuenta con al menos cinco años de experiencia como docente de matemáticas a nivel secundario. En segundo lugar, se exigió que el docente hubiera impartido el tema función lineal recientemente, ya sea en el presente año o en un periodo cercano, de manera que el análisis pudiera basarse en experiencias actuales y directamente vinculadas a este contenido. Por último, se consideró la disposición del docente para participar con interés y apertura en la recolección de datos y el intercambio reflexivo sobre su práctica, de manera voluntaria.

La elección de un solo informante responde a la naturaleza cualitativa y descriptiva de esta investigación, que busca profundizar en un caso particular. Al centrarse en la perspectiva, las decisiones y las acciones de un profesor, se facilita la obtención de una comprensión más profunda del conocimiento matemático y didáctico que tiene respecto a la función lineal. Además, en la institución educativa que formó parte de la investigación, las clases de matemática de función lineal para tercer grado se impartían de manera simultánea, lo que nos dejó con la observación de un solo profesor desarrollando el tema de función lineal. La elección de un único informante no ha permitido realizar un análisis profundo y detallado del conocimiento del profesor sobre la función lineal.

3.5. Técnicas e Instrumentos de Recojo de Información

En el estudio se emplearon técnicas cualitativas orientadas a obtener información profunda, contextualizada y coherente cuyo análisis permita el logro de los objetivos formulados. El principal propósito fue recabar evidencias que permitieran caracterizar el conocimiento matemático y didáctico del docente respecto a la función lineal, de forma que pudieran analizarse según los dominios y subdominios del modelo MTSK, que corresponden a las categorías y subcategorías.

Las técnicas de recopilación de la información son aquellos procedimientos que posibilitan reunir, hallar, obtener y erigir datos empíricos, relevantes para responder las preguntas que se propusieron (Weng, 2024). En este trabajo se usaron dos técnicas de recojo de información: la observación no participante de dos sesiones de clase de la función lineal y una entrevista semiestructurada al docente informante.

Por un lado, la entrevista semiestructurada se diseñó en relación con las categorías y subcategorías ~~son~~ definidas en base a los dominios y subdominios del modelo MTSK. Esta técnica permitió recoger información específica sobre la comprensión de conceptos fundamentales de la función lineal, las conexiones de esta función con otros temas, las representaciones más utilizadas, las estrategias didácticas implementadas, los recursos, ejemplos o tareas usados para enseñarla, el aprendizaje de los estudiantes sobre función lineal y la integración de los lineamientos curriculares en la enseñanza de esta función.

En ese sentido, para la recolección de datos se empleó como instrumento una guía de entrevista semiestructurada. Este instrumento, según señala Lopezosa (2020) permite acceder a información detallada y flexible, ya que, a través de un guion con preguntas preestablecidas el entrevistado amplía, matiza y profundiza sus respuestas de manera espontánea. Además, la posibilidad de grabar y transcribir la entrevista otorga mayor rigor analítico, ya que permite volver a hacer múltiples revisiones del material (Anexo 1).

Por otro lado, complementariamente se aplicó la técnica de la observación no participante, entendida como aquella en la que el investigador adopta una posición deliberadamente externa a la dinámica observada, es decir, que el investigador no interviene, no interactúa, no guía, solo se limita a observar y registrar a través de la guía

de observación (Martínez, 2018). La información recogida a través de este instrumento permitió contrastar las percepciones del docente con su actuación en un entorno de clase real con estudiantes de secundaria, contribuyendo a enriquecer la interpretación de los hallazgos (Anexo 2).

Los instrumentos diseñados: guía de entrevista y observación no participante fueron sometidos a una validación por parte de expertos en didáctica de las matemáticas y en metodología cualitativa, con el fin de asegurar su pertinencia, relevancia y alineación con los objetivos de investigación planteados. La validación de los ítems de los instrumentos se planteó a los expertos para que la realicen en base a tres criterios:

- Claridad: los instrumentos presentan una adecuada formulación de sus objetivos, instrucciones y preguntas. Los enunciados son comprensibles y precisos, de modo que las instrucciones para completar la narración autobiográfica o responder a las preguntas de la entrevista resultan claras para los participantes.
- Coherencia: existe correspondencia entre la información que se recoge y los objetivos de la investigación. Los instrumentos permiten obtener datos pertinentes para responder al problema y a los objetivos del estudio.
- Suficiencia: los instrumentos incluyen todos los elementos necesarios para recolectar información vinculada a las categorías emergentes definidas en la matriz de construcción teórica.

Esta validación permitió garantizar la claridad de los ítems, verificar la correspondencia entre las preguntas y los objetivos de investigación, y asegurar la suficiencia de los elementos necesarios para el recojo de información. En consecuencia, se fortaleció la validez y confiabilidad de contenido de los instrumentos y se consolidó la rigurosidad metodológica del proceso de recolección de datos (Anexo 3).

3.6. Procesamiento para la organización, procesamiento y análisis de la Información

El procesamiento de datos se llevó a cabo con la finalidad de garantizar coherencia, sistematicidad y rigor en cada etapa del análisis de datos. Para ello, se siguieron procedimientos metodológicos propios de la investigación cualitativa, en

consonancia de los aportes de Creswell (2018) y Martínez (2018). Asimismo, se trabajó bajo el marco analítico del modelo MTSK como referente clave para la caracterización del conocimiento matemático y didáctico del docente de secundaria respecto a la función lineal.

El proceso metodológico se realizó en varias fases claramente diferenciadas, las cuales son las siguientes: transcripción de datos, codificación y categorización, construcción de matrices analíticas, análisis e interpretación.

En la fase de transcripción de datos, se procedió a transcribir de manera literal fragmentos significativos de la entrevista semiestructurada, asegurando así la fidelidad del discurso del docente. Esta fase fue esencial para identificar no solo el contenido, sino también los matices, énfasis y subtextos que el lenguaje oral revela, y que difícilmente se perciben con la simple observación. Las transcripciones constituyeron, así, la base sólida sobre la que se construiría todo el análisis posterior, al proporcionar un registro completo y auténtico del conocimiento matemático y didáctico expresado por el docente informante.

En la fase de codificación y categorización, una vez transcritos, se procedió a codificarlos atendiendo a las categorías y subcategorías previamente definidas a partir de los dominios y subdominios del modelo MTSK. Asimismo, cada fragmento textual y cada acción explícita observada fueron asociadas a un código, lo que permitió organizar la información de manera sistemática y ordenada. Para esta etapa de codificación se estableció un sistema de identificación que permitió organizar y diferenciar las evidencias recogidas a través de las entrevistas semiestructuradas y observaciones no participantes (Anexo 4).

En el caso de la entrevista (E), cada evidencia se codificó siguiendo la estructura E_PXn. En esta notación, la letra E indica que la información procede de la entrevista, mientras que la letra P especifica que se trata de una pregunta de la guía. A continuación, la letra X identifica la subcategoría de investigación en función del modelo MTSK (K = KoT, S = KSM, P = KPM, M = KMT, F = KFLM, L = KMLS) y, finalmente, el número n señala la posición de la pregunta dentro de dicha subcategoría. Por ejemplo, el código E_PK1 corresponde a la respuesta del docente a la pregunta 1 relacionada con el KoT de la entrevista, mientras E_PP2 corresponde a la respuesta del docente a la pregunta 2 relacionada con el KPM.

En el caso de las observaciones (O), se realizaron en dos sesiones de clase, identificadas como O1 y O2, cada evidencia se codificó siguiendo la siguiente estructura On_IXn. En este caso, la letra O indica la fuente “observación”, el número siguiente señala la clase observada (1 = primera sesión; 2 = segunda sesión), la letra I aclara que se trata de un ítem de observación, la letra X corresponde a las subcategorías de investigación, siguiendo la misma lógica de la entrevista (K = KoT, S = KSM, P = KPM, M = KMT, F = KFLM, L = KMLS), y el número n indica la posición del ítem observado dentro de dicha subcategoría. De esta manera, el código O1_IK2 corresponde a lo observado en el ítem 2 relacionado con el KoT en la observación 1, mientras que O2_IM1 corresponde a lo observado en el ítem 1 relacionado con el KMT en la observación 2.

La fase de construcción de matrices analíticas, apporto en claridad y estructura al proceso interpretativo. Las matrices elaboradas funcionaron como herramientas de análisis que permitieron relacionar los fragmentos codificados, tanto de entrevistas como de las observaciones, con las categorías teóricas que propone el modelo MTSK.

Estas matrices no solo facilitaron la organización de la información, sino que también hicieron posible identificar patrones, consistencias, establecer conexiones y detectar posibles vacíos en el conocimiento especializado del docente respecto a la función lineal. Asimismo, se elaboró una tabla que permitió el análisis de los subdominios en función a las categorías establecidas considerando los indicadores del modelo MTSK en relación con la función lineal (Anexo 5).

En la fase análisis e interpretación, con las matrices completas, se procedió a un análisis crítico de la información, buscando identificar evidencias e indicios del conocimiento matemático y didáctico del docente de secundaria respecto a la función lineal. Este análisis se apoyó en el marco de investigación propuesto, considerando las categorías y subcategorías planteados previamente.

3.7. Procesamiento para asegurar la Ética de la Investigación

El estudio se ajustó a principios éticos, con el fin de salvaguardar los derechos, la dignidad y el bienestar del docente participante. Desde el inicio, se atendió la normativa y las orientaciones internacionales en ética de la investigación, garantizando que cada paso del proceso se ajustara a estándares de responsabilidad y respeto.

Antes de comenzar con el proceso de recolección de datos, se entregó al docente informante un documento de consentimiento informado, donde se detallan claramente los propósitos del estudio, sus implicaciones, los instrumentos a utilizar, así como posibles beneficios derivados de su participación. Este documento es una forma de garantía ética, ya que el docente tuvo la oportunidad de formular preguntas, expresar inquietudes y recibir respuestas claras antes de firmar, asegurando así que la decisión de colaborar fuese voluntaria, informada y consciente.

La participación del docente fue totalmente voluntaria. Se le recordó su derecho irrenunciable a retirarse del estudio en cualquier momento, sin la necesidad de justificar su decisión ni enfrentar consecuencia alguna. Este principio constituye un reconocimiento pleno de la autonomía del participante, reconociendo su libertad para decidir sobre su continuidad en la investigación.

Los datos recopilados fueron, tanto en formato digital como en impreso, fueron almacenados en espacios seguros y bajo protocolos de protección. Esta disposición permitió garantizar que ninguna información sensible, ni dato que pueda identificar directamente al participante, fuese expuesta o utilizada fuera del marco de la investigación.

Durante el proceso de recolección de datos, la interacción con el docente informante se desarrolló en un ambiente de confianza, respeto y apertura. Se evitó cuidadosamente cualquier situación que pudiera generar incomodidad o tensión. Por el contrario, se promovió un diálogo constructivo, libre de juicios o valoraciones directas sobre el desempeño del participante, respetando el principio de beneficencia, procurando que la experiencia investigativa funcionara también como un espacio de reflexión personal en beneficio de su propia formación docente.

La información recogida fue utilizada únicamente para los fines establecidos en esta investigación, no fue compartida, reproducida o aplicada a otros propósitos ajenos a este estudio. Esta transparencia reforzó la confianza del participante en la integridad del proceso investigativo, esta atención a la ética asegura el cuidado del docente informante, así como la validez y confiabilidad de los resultados obtenidos.

El diseño, las técnicas, los instrumentos y las estrategias metodológicas empleadas fueron sometidas a revisión por investigadores expertos en Didáctica de la

Matemática y en investigación cualitativa, con el fin de identificar y subsanar cualquier aspecto que pudiera ser contrario a los objetivos de estudio y principios éticos. Esto ayudó a fortalecer la solidez del trabajo.



PARTE III: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Este capítulo presenta el análisis e interpretación de la información obtenida a través de la entrevista y la observación no participante, siguiendo las categorías y subcategorías establecidas, basados en los dominios y subdominios del modelo MTSK. Las transcripciones y notas de campo tomadas en la observación no participante permitieron identificar fragmentos y situaciones que evidencian aspectos clave del conocimiento matemático y didáctico que posee el docente respecto a la función lineal. Además, se distinguen tres tipos de datos para analizar bajo el modelo MTSK, se consideran evidencias, indicios y oportunidades para investigar (Flores et al., 2013) que dan cuenta de la manera en que el docente comprende, relaciona y comunica los contenidos matemáticos vinculados a las funciones lineales, así como de las acciones que reflejan la enseñanza de la función lineal, la interacción con los estudiantes y la aplicación de lineamientos curriculares vinculados a la función lineal. Sin embargo, para nuestro trabajo de investigación solo se tomarán en cuenta las evidencias e indicios.

4.1. Análisis del Conocimiento Matemático del Profesor respecto a la Función Lineal

En esta sección se analiza el conocimiento del docente sobre la función lineal desde una perspectiva matemática y según el modelo MTSK. Para ello, se consideran las evidencias e indicios proporcionados en la entrevista o en la observación no participante, teniendo en cuenta los indicadores asociados a las subcategorías de la categoría 1, conocimiento matemático del docente. El fin de este estudio es describir el conocimiento del docente en torno a las definiciones, características, representaciones y usos de la función lineal. Se trata la solución de problemas mediante funciones lineales como un medio para generar conocimiento matemático, teniendo en cuenta los procesos vinculados a tal actividad, como la modelación matemática, la utilización de símbolos y el lenguaje formal. Igualmente, se examinan los métodos para resolver problemas, que incluyen las estrategias de validación y demostración, además de las conexiones que facilitan la simplificación o complejización de los conceptos implicados.

4.1.1. Análisis del Conocimiento de los Temas del docente

Para el análisis del KoT vinculado a la función lineal, consideramos indicadores como la definición y sus propiedades, los procedimientos asociados, los distintos registros de representación y sus aplicaciones. El objetivo es caracterizar el conocimiento matemático de la función lineal, sin perder de vista que, en algunos fragmentos, puedan surgir indicios asociados a otros subdominios del modelo MTSK.

Respecto a las definiciones y propiedades, en la entrevista se obtuvieron evidencias de que el docente informante reconoce a la función lineal como una función de la forma $f(x) = mx$, donde $m \in \mathbb{R}$, como un caso particular de la función afín $f(x) = mx + b$, donde m y $b \in \mathbb{R}$; además, destaca la condición necesaria para que una función afín sea una función lineal, que si $b = 0$, esto garantiza que la gráfica de la función lineal es una recta que pasa por el origen de coordenadas. El docente señaló lo siguiente: “La función lineal es un caso particular de la función afín [...], con $b = 0$, siempre pasa por el origen” (E_PK1). En este fragmento, el docente evidencia conocimiento de la definición de función lineal (KoT, definiciones, propiedades y sus fundamentos).

Durante la observación de la clase 2, el docente informante recalcó a los estudiantes la diferencia que existen entre una función lineal y una función afín, al respecto señaló lo siguiente: “ cuando graficamos una función lineal, esta debe pasar siempre por este punto, aludiendo al origen de coordenadas (0,0) en cambio una función afín puede empezar más abajo o más arriba, aludiendo al eje de coordenadas Y”,(O2_IK2) además para reforzar esta idea pidió a los estudiantes formular situaciones reales y/o cotidianas en donde puedan describir funciones lineales y funciones afines para poder hacer dicho contraste, para luego institucionalizar dicho concepto presentando la función lineal como $f(x) = mx$. Así, el docente muestra evidencia su KoT (Características y sus propiedades) respecto a la función lineal

Además, en la entrevista, el docente informante explicó que, por lo general, el dominio y el rango de una función lineal son todos los reales. No obstante, indicó flexibilidad al considerar situaciones reales donde se restringen valores. Al respecto menciono lo siguiente: “En una función lineal, el dominio y rango suelen ser todos los reales, pero si lo aplicas a un contexto, podrías limitarlo [...] ya que la función lineal tiene muchas aplicaciones, en la física, en la economía, en la estadística, la demografía [...]”

(E_PK2, E_PK3, E_PK8). Este fragmento evidencia el KoT (Propiedades, características y aplicaciones)

En esa misma línea, durante la observación de la segunda sesión el docente al pedir a los estudiantes algunos ejemplos que modelaran la función lineal, hizo hincapié en que los valores de entrada (dominio) y los valores de salida (rango) dependían del contexto en que el que se situaban, uso el ejemplo de un estudiante que mencionó un ejemplo en donde cada integrante de su familia comía 2 panes en el desayuno, por lo que el número de panes dependía directamente del número de personas que integraban dicha familia. Asimismo, el docente brindó más aplicaciones asociadas a la función lineal, en donde el dominio y rango podían considerar todos los valores de los números reales (O2_IK4). Lo anterior no solo evidencia el KoT (aplicaciones y propiedades). Si no también el KMT (uso de ejemplos y situaciones). Posteriormente, el docente volvió a comparar la función lineal con una función afín cuya gráfica no pasa por el origen de coordenadas, y mencionó la posibilidad de restringir el dominio en casos particulares, reforzando la idea ya expresada en la entrevista.

Asimismo, el docente informante evidencio su comprensión del concepto de pendiente como tasa de cambio y de la ordenada en el origen asociada al punto donde la gráfica de la función corta el eje Y. El docente sostuvo al respecto: “La pendiente indica cuánto varía Y por cada unidad que varía X [...] y en la función lineal, la ordenada en el origen es 0, es decir, que si no existe algún valor que tome la variable X, el valor de Y es 0.” (E_PK4, E_PK5)

Durante la observación de la segunda clase, el docente mostró unas gráficas de la función lineal en el pizarrón y explicó el concepto de pendiente como la variación de las ordenadas entre la variación de las abscisas de dos puntos de una función, la cual asociaba a la inclinación (tangente) de la función, asimismo recalcó que todas esas graficas tenían algo en común porque pasaban por el origen de coordenadas (0,0). Si bien no se profundizó en casos con pendientes negativas o fraccionarias, lo señalado brinda indicios de un dominio parcial sobre el concepto de pendiente.

Respecto a las representaciones de la función lineal, en la entrevista, el docente enfatizó el uso de la representación gráfica y algebraica. Lo que muestra evidencia de un KoT (registros de representación). Asimismo, se pudo evidenciar en las sesiones de clase

que el docente hacia énfasis en estas dos formas de representación de la función lineal. Sin embargo, se observaron indicios adicionales en la entrevista, el docente señaló en la entrevista:

“En ocasiones comienzo presentando la función lineal mediante una tabla de valores, les explico que la función es como una maquinita que transforma lo que le pones para que los estudiantes vean ese comportamiento entre variables, luego les explico el incremento constante en Y al aumentar X en una unidad, luego paso a las formas geométricas y algebraicas.” (E_PK7)

Respecto a las aplicaciones de la función lineal, durante la observación de la primera clase, se registraron evidencias de que el docente hizo una aplicación no solo real o contextualizada (fuera de la matemática) de la función lineal, sino también con las progresiones aritméticas (dentro de la matemática), dichas progresiones tenían como término inicial el valor cero y una razón constante que permitía a través de la función lineal poder determinar algún término en específico de la progresión aritmética, en paralelo esto muestra indicios de su KSM (simplificación), mostrando conexiones entre distintos contenidos matemáticos más simples como es las progresiones aritméticas con las funciones lineales.

4.1.2. Análisis del Conocimiento de la Estructura de la Matemática del docente

En esta sección se analiza la estructura matemática (KSM), el cual se centra en la capacidad del docente para entablar vínculos entre la función lineal y otros conceptos matemáticos, tanto previos como posteriores, es decir, se busca caracterizar hasta qué punto el profesor entiende la función lineal como parte de un entramado conceptual más amplio, apoyándose en las evidencias e indicios provenientes de la entrevista semiestructurada y de la observación no participante.

Respecto a conexiones de la función lineal con contenidos previos, el docente señala la vinculación de la función lineal con la proporcionalidad directa (KSM, conexiones de simplificación), un concepto familiar para los estudiantes y que comparte la idea de un cambio permanente entre dos magnitudes. Al respecto señala: “Relaciono la función lineal con la proporcionalidad, pero solo con la directa, algunos alumnos ya saben la regla de tres simple, hay un aumento constante. En ambas, hay una relación

proporcional constante entre X e Y.” (E_PS1). Dicho fragmento muestra indicios de que el docente considera que la función lineal solo está relacionada con la proporcionalidad directa y no con la indirecta, ya que solo la proporcionalidad directa puede ser descrita y modelada como una función lineal creciente o decreciente.

Asimismo, durante la observación de la primera clase se observó que el docente al explicar la función lineal, partió de ideas y concepciones relacionadas a las progresiones aritméticas previamente estudiadas como punto de partida para introducir conceptos de la función lineal, ofreciendo un puente conceptual entre estructuras ya conocidas y la función lineal. (O1_IS1) (KSM, conexiones de simplificación)

Por otro lado, el docente destacó el rol que juega la función lineal como base para entender funciones muy dificultosas y no lineales presentes en niveles superiores de la educación secundaria y en la educación superior. Donde relacionó la función lineal con la teoría de la derivada (KSM, conexiones de complejización). En la entrevista afirmó:

“La función lineal es lo primero que aprenden los alumnos, donde enseña a que entiendan la noción de función y luego elaboren funciones más complejas [...] pero también en la universidad cuando llevan cálculo, la derivada es una forma de interpretar la pendiente de una función en un determinado punto.” (E_PS2)

Este comentario evidencia que el docente entiende la función lineal como un punto de partida en una progresión conceptual más amplia, reconociendo su utilidad para comprender futuros contenidos matemáticos más complejos. En esa línea el docente señaló:

“Cuando más adelante y pasen a grados superiores y se enfrenten a funciones exponenciales, trigonométricas o incluso el cálculo, ya tienen la base de cómo es una función y cómo existe una relación entre variables, solo que ahora para facilitar la comprensión analizaremos comportamientos lineales” (O2_IS2).

Estas referencias, señalan una concepción estructurada de la función lineal, en la que el docente no la presenta como un tema aislado, sino como un eslabón en una cadena de conceptos más complejos como las funciones no lineales (KSM, conexiones de complejización). No obstante, también podemos mencionar que dicho comentario muestra parte de su KoT al señalar propiedades de la función y la relación que existe entre dos variables (KoT, definiciones, propiedades y sus fundamentos).

4.1.3. Análisis del Conocimiento de la Práctica Matemática del docente

Esta sección se centra en el análisis del conocimiento de la práctica matemática (KPM) del docente, considerando aspectos como las estrategias empleadas en la resolución de problemas, la demostración o justificación de propiedades y el uso del lenguaje matemático formal. El objetivo es identificar evidencias e indicios de cómo el profesor genera y comunica conocimiento matemático en torno a la función lineal.

Respecto a la resolución de problemas, en la entrevista, el docente indicó que al abordar problemas vinculados a la función lineal supone la solución de problema y realizar deducciones a partir de ello, esto podría entenderse como verificar si el valor de X corresponde al valor Y de una forma tabular. Asimismo, menciona que puede considerar problemas equivalentes reemplazando las condiciones del problema o reformulando el problema para verificar los procedimientos y soluciones.

Esta afirmación muestra evidencias de una estrategia heurística clara, que combina el verificar las respuestas o procedimientos a partir de suponer la solución o abordando problemas similares. Durante la observación de ambas clases el docente también utilizó un método tabular para hallar puntos claves de la función y verificar si correspondían o no a los valores de la función lineal en cuestión. (O1_IP1, O2_IP1).

Asimismo, durante la entrevista el docente evidencia su KPM (práctica de resolver problemas) al señalar que sí realiza modelaciones con la función lineal con los estudiantes, pero que en menor medida que las aplicaciones, ya que los chicos tienen un contexto concreto para resolver un problema a diferencia de realizar un proceso de abstracción a partir de un fenómeno real, identificando variables y estableciendo relaciones. Al respecto el docente indicó:

“Las modelaciones matemáticas [...] no las uso mucho, más las relaciono con las aplicaciones, las aplicaciones como su nombre dice, se basa mayormente en aplicar propiedades, mientras que las modelaciones son procesos más complejos que implican construir la función a partir de un fenómeno real, por eso solo hago las modelaciones en las últimas o última clase” (E_PP2).

Por otra parte, el docente señaló:

“usualmente uso la inducción para poder determinar la monotonía de una función para saber si va a crecer o decrecer la función. Por ejemplo, si una función es

estrictamente creciente o decreciente en todo su dominio y además es sobreyectiva entonces tendrá que ser biyectiva lo que implica que la función tiene inversa. Esta afirmación muestra no solo el KPM (métodos y tipos de demostración) si no también evidencia el KoT del docente (definiciones, propiedades, fundamentos). (E_PP2).

En relación al fragmento anterior, podemos señalar que el docente se inclina por el método inductivo para realizar algunas demostraciones matemáticas de la función, aunque estas se usen generalmente a todo tipo de funciones. Respecto con la utilización del lenguaje matemático formal, el profesor en la entrevista indicó: "siempre busco utilizar términos formales para que los estudiantes se familiaricen con el lenguaje matemático formal, como pendiente, ordenada en el origen, variable dependiente, variable independiente, dominio, rango". (E_PP3). Esta exactitud terminológica simplifica la transmisión de conceptos matemáticos en el salón de clases. Esto se intensifica al observar ambas clases cuando el docente representó en el pizarrón el significado y el léxico de cada palabra, fortaleciendo su entendimiento del vocabulario matemático.

4.2. Análisis del Conocimiento Didáctico del profesor respecto a la función lineal

En esta sección se presenta el análisis del conocimiento didáctico (PCK) del docente en torno a la función lineal, siguiendo la misma lógica metodológica utilizada para el conocimiento matemático (MK). A partir de las categorías, subcategorías e indicadores definidos en función al modelo MTSK, se examina la manera en que el profesor emplea teorías y enfoques pedagógicos, selecciona recursos didácticos y diseña estrategias de enseñanza que favorezcan el aprendizaje significativo de la función lineal, identifica fortalezas y dificultades en el aprendizaje de la función lineal, aspectos emocionales relacionados al aprendizaje de la función lineal, considera expectativas de aprendizaje, niveles de desarrollo conceptuales o procedimentales, considera lineamientos curriculares presentados en documentos curriculares oficiales.

4.2.1. Análisis del Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas del docente

En este apartado se analiza el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) del docente, considerando cómo integra enfoques teóricos, recursos didácticos y

estrategias para presentar la función lineal de manera significativa a sus estudiantes. El objetivo es identificar las evidencias e indicios que muestren cómo el profesor adapta su enseñanza a las características, necesidades de los estudiantes y al contexto educativo, facilitando así la construcción del conocimiento matemático.

Respecto a enfoques y teorías de enseñanza en relación con la función lineal, en la entrevista con el docente revela que su práctica docente se basa en principios constructivistas, aprovechando el conocimiento previo de los estudiantes para introducir la función lineal, esto evidencia que el docente no conoce alguna teoría de enseñanza propiamente de la matemática como el TSD, si no una teoría de enseñanza general. Al respecto, el docente señaló: “El colegio tiene un enfoque no tradicional [...] nos alineamos a enfoques [...] constructivistas [...] yo enseñé la función lineal partiendo de lo que los estudiantes ya conocen, como la proporcionalidad directa” (E_PM1)

Esta afirmación indica que si bien el docente no usa alguna teoría de enseñanza específica, el docente promueve un aprendizaje significativo, apoyándose en los conocimientos previos y ejemplos de los alumnos para que construyan gradualmente su propio conocimiento (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). En la observación de la primera clase se aprecia de que la docente incentiva a los estudiantes a ubicar pares ordenados en el plano cartesiano utilizando papel milimetrado, un recurso que, aunque sencillo, permite a los estudiantes ser participe en el proceso de descubrimiento y aprendizaje de la función lineal (KMT, recursos físicos).

Respecto al uso de recursos didácticos, el docente destacó el uso de herramientas y recursos tecnológicos propios de la matemática como GeoGebra y Matific (KMT, recursos digitales), los cuales se usan para desarrollar procesos de aprendizaje en matemática como graficar una función de manera interactiva. Al respecto el docente comentó:

“Utilizo algunas herramientas como Quizz, Simulator, GeoGebra, Matific y Kahoot, para abordar la función lineal, me gusta más el GeoGebra para que los estudiantes vean cómo cambia la gráfica cuando modificamos la pendiente. Esto les ayuda a visualizar cómo funcionan los parámetros en tiempo real...” (E_PM2)

Este comentario evidencia el KMT del docente, relacionado con el uso de recursos didácticos pues selecciona recursos tecnológicos creados para enseñar matemática que

permiten una exploración dinámica y en tiempo real del concepto de la función lineal, lo que facilita la visualización de su comportamiento gráfico. Esta elección de recursos tecnológicos favorece el análisis interactivo de la función lineal, y la observación de la primera clase muestra que la incorporación de materiales sencillos (como el papel milimetrado) complementa las herramientas digitales (KMT, recursos físicos y digitales), fomentando una experiencia de aprendizaje variada y equilibrada.

Respecto a las técnicas, estrategias, tareas y ejemplos, en la entrevista el docente menciona el uso de ejemplos contextualizados y situaciones cotidianas, así como ejercicios tomados de libros y cuadernos de trabajo propuestos por el MINEDU (KMT; estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Al respecto el docente señaló: “Uso ejemplos o situaciones contextualizadas para que tenga sentido para los alumnos, ejemplos que ellos puedan ver en su vida cotidiana. También considero los libros o cuadernos del ministerio, ahí puedo encontrar algunos ejemplos interesantes y retadores”. (E_PM3), (KMT, recursos físicos y digitales). Por otro lado, durante la observación de ambas clases de pudo evidenciar que el profesor usa una técnica didáctica del tránsito entre distintos registros de representación, mediante el cual se quiere que los alumnos puedan establecer dichas relaciones entre variables y analizar el comportamiento de las funciones lineales. (O1_IM2, O2_IM2)

Estas tareas buscan conectar la función lineal con experiencias del día a día, facilitando la comprensión de este concepto. Además, el docente indica que plantea problemas donde los estudiantes interpretan la pendiente a partir de representaciones gráficas o ecuaciones. Esto muestra un repertorio de tareas estructuradas para afianzar la comprensión conceptual de la función lineal. En esa misma línea, en la observación de la segunda clase el docente señaló lo siguiente: “Cuando en el recreo van al quiosco, la papa rellena tiene un precio establecido, es decir, tienen el mismo costo, así que la función lineal describe el costo total según la cantidad de papas rellenas compradas.” (O2_IM2)

Este fragmento, refuerza cómo el docente alude a contextos cotidianos para mostrar aplicaciones prácticas de la función lineal, evidenciando un KoT (fenomenología y aplicaciones).

En la observación de la segunda clase se evidencia el uso de ejemplos provenientes de su día a día en el colegio, adaptando situaciones previas y progresando hacia tareas más complejas. Este recurso sugiere un entendimiento del docente sobre la importancia de la secuencia y graduación de la dificultad de los contenidos (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos), lo que favorece el desarrollo de habilidades progresivas en los estudiantes (KFLM, fortalezas y debilidades).

4.2.2. Análisis del Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas del docente

En esta sección se analiza el conocimiento del docente acerca de cómo aprenden sus estudiantes la función lineal, las dificultades que suelen enfrentar, así como los aspectos emocionales relacionados con el aprendizaje de esta función. El objetivo es identificar evidencias de cómo el profesor reconoce las fortalezas, las barreras cognitivas y las motivaciones de los alumnos, y de qué manera procura orientar su práctica para ayudarles a superar los desafíos en la comprensión de la función lineal.

Respecto a las teorías de aprendizaje matemático que el docente posee, en la entrevista manifestó que reconoce como relevante la presentación de distintas formas de representar a la función lineal, para que los estudiantes lo vean desde distintos enfoques y así logren mejorar su comprensión sobre las funciones lineales, por lo que podemos afirmar que el docente posee una teoría personal de aprendizaje respecto a las funciones lineales. Esto no solo evidencia el KFLM del docente, sino también su KoT

Respecto a la identificación de dificultades de los estudiantes, en la entrevista el docente señaló: Cuando un alumno comete errores o encuentro dificultades procuro partir de lo que el estudiante ya sabe o comprende, luego intento que validen sus respuestas o dudas comprobando sus resultados [...]” (E_PF3)

Esta sección da cuenta que el docente reconoce el valor de las concepciones iniciales del alumnado. Su práctica se orienta a que sean ellos mismos quienes descubran, analicen y corrijan sus errores, fortaleciendo su comprensión de la función lineal (KFLM, formas de interacción con el contenido matemático).

Además, el docente identifica las dificultades más recurrentes de los estudiantes, como la dificultad en la interpretación de la pendiente y en la diferencia entre dominio y

rango. Al mencionar estos errores, muestra conocimiento sobre las áreas en las que sus alumnos suelen tener dificultades (KFLM, dificultades) lo que le permite anticipar momentos críticos en la instrucción. Al respecto el docente señaló:

“Muchos estudiantes tienen problemas con la pendiente, en su mayoría no logran interpretar la pendiente, cuando crece, decrece o es constante, esto se puede ver cuando los alumnos logran encontrar la solución correcta pero no pueden analizar o interpretar su significado. También tienden a confundir el dominio y el rango, lo que les dificulta interpretar gráficos correctamente” (E_PF2)

Respecto a aspectos emocionales, intereses y expectativas de los estudiantes, el docente hace referencia al impacto que tiene la contextualización de los contenidos en la motivación del alumnado. Por ejemplo, al relacionar la función lineal con situaciones reales como la modelación de gastos y costos en un viaje de estudios, el profesor reconoce que los estudiantes se involucran con mayor entusiasmo cuando perciben aplicaciones prácticas y significativas para el contenido abordado (KFLM, aspectos emocionales). Esta sensibilidad hacia los intereses y expectativas de los alumnos puede favorecer un aprendizaje más significativo y duradero. Asimismo, el docente señaló que el trabajo con materiales tangibles como el papel milimétrico o el GeoGebra para la enseñanza de la función lineal, hace que los estudiantes se sientan más dispuestos e interesados en trabajar en clase generando una motivación externa, esto muestra no solo el KFLM del docente, sino también su KMT, al respecto el docente indicó:

“A los estudiantes les interesa más el tema cuando lo relacionamos con situaciones reales y significativas, por ejemplo, en cierta ocasión nos propusimos como meta crear una función lineal que modele los gastos y costos del viaje de estudio que estaba próximo a darse [...] también el uso de recursos tangibles y digitales motivan al estudiante a trabajar mejor en clase.” (E_PF4)

Además, en ambas observaciones se respaldó esta idea, ya que el docente alude a las dificultades presentadas por los estudiantes y la importancia de atenderlas para facilitar el progreso en la comprensión del tema. La conexión con escenarios reales sugerida en el aula, como la planificación de un viaje, sirve para despertar la curiosidad de los alumnos y motivarlos a profundizar en el estudio de la función lineal.

4.2.3. Análisis del Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas del docente

En este apartado se examina el conocimiento del docente sobre los estándares curriculares (KMLS), centrándose en cómo integra los lineamientos curriculares en la planificación, desarrollo y medición de la enseñanza de las funciones lineales. La finalidad es comprender de qué manera el profesor articula los objetivos y competencias establecidos en documentos curriculares con su práctica en el aula.

Respecto a los estándares de aprendizaje de las matemáticas, durante la entrevista, el docente mencionó que, aunque el colegio posee cierta autonomía y un enfoque no tradicional, considera las orientaciones del Currículo Nacional de Educación Básica (CNBE) y el Programa Curricular de Secundaria al preparar sus sesiones sobre función lineal (KMLS, expectativas de aprendizaje). Al respecto señaló:

“Si bien el colegio tiene un enfoque no tradicional, consideramos algunos documentos propuestos por el estado, yo a veces planifico mis sesiones basándome en los lineamientos del Currículo Nacional, donde se especifican las competencias relacionadas con la comprensión de las funciones lineales, también saco de ahí los desempeños que quiero que logren los estudiantes, creo que la función lineal pertenece la competencia de resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio”. (E_PL1)

Este comentario indica que, si bien el colegio se caracteriza por un enfoque no tradicional, el docente utiliza las referencias oficiales como guía para estructurar el contenido y las competencias a desarrollar, asegurando la alineación con los desempeños oficiales (KMLS, expectativas de aprendizaje). En las observaciones, se aprecia que la secuencialidad de actividades proyectadas para el alumnado y el trabajo gradualmente hacia las metas establecidas, reflejando la posible intención de cumplir con lo sugerido en los documentos curriculares oficiales (CNEB 2016) (KMLS; nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado).

Asimismo, el docente también señaló que los estándares de aprendizaje le sirven para definir los objetivos de las sesiones y orientar la evaluación del progreso de los alumnos como se muestra en el siguiente fragmento: “Los estándares me ayudan a conocer lo que deben aprender los alumnos y también para diseñar mis instrumentos de evaluación para saber si se han alcanzado las competencias requeridas.” (E_PL2)

Este fragmento evidencia que el profesor considera los estándares como un referente para verificar el logro de competencias, utilizar herramientas evaluativas coherentes con las competencias, capacidades y desempeños planteados y realizar un seguimiento del avance del alumnado respecto a la función lineal (KMLS; nivel de desarrollo conceptual).



CONCLUSIONES

En esta sección se presentan las conclusiones de la investigación, elaboradas a partir del análisis de la entrevista y las observaciones del docente. Se ha podido responder a cada uno de los objetivos de investigación, estas responden de forma directa y articulada a la pregunta de investigación, así como a los objetivos planteados. A continuación, se presentan los resultados alcanzados en correspondencia de cada objetivo de investigación.

En relación con el primer objetivo específico orientado a caracterizar el conocimiento matemático del docente, el análisis del subdominio KoT revela que este tiene una comprensión amplia, contextualizada y flexible de la función lineal. El docente reconoce con precisión sus elementos esenciales, tales como la pendiente y la ordenada al origen, y comprende la función lineal como un caso de la función afín, y entiende el rol fundamental que juega la tangente o pendiente como un elemento de razón de cambio constante entre las variables, aunque no se detalla situaciones con pendientes negativas o fraccionarias. El dominio y el rango de la función lineal, son comprendidos por el docente, como conjuntos de valores susceptibles al contexto, incluyendo la opción de limitarlos en circunstancias reales o usos particulares. Además, el docente utiliza múltiples representaciones de la función lineal, dando prioridad a la representación gráfica y a la expresión algebraica, lo que posibilita al docente visualizar y manejar la función lineal de diferentes aristas. Esta flexibilidad en la exposición del concepto refleja una base conceptual fundamentada y adaptable, que puede vincular el objeto matemático con diversos contextos.

En cuanto al KSM, el docente informante muestra una comprensión conectiva de la función lineal al relacionarla con conceptos anteriores, como la proporcionalidad directa y las progresiones aritméticas, y extenderla hacia conceptos más complejos, como las funciones no lineales o las derivadas. Esta visión organizada posibilita ubicar a la función lineal en un continuo conceptual, identificando su importancia como fundamento para el análisis de funciones más avanzadas y complejas, así como su relación con otros temas anteriores matemáticos. Al trazar y ser consciente de estas conexiones, el docente contribuye a que la función lineal no sea percibida como un contenido aislado, sino como parte de un entramado conceptual más interrelacionado, coherente y progresivo.

En cuanto al KPM, el docente hace referencia a las estrategias heurísticas como la verificación o comprobación de soluciones a través de tablas, y la utilización de problemas parecidos. Se evidencian referencias a la demostración mediante inducción para abordar y demostrar propiedades como la monotonía. Adicionalmente, el uso de un vocabulario matemático formal y preciso revela un dominio del lenguaje disciplinar que refuerza la claridad conceptual en la enseñanza como conceptos esenciales como pendiente, dominio, rango y variable dependiente e independiente.

En relación con el segundo objetivo específico orientado a caracterizar el conocimiento didáctico del profesor, el análisis del KMT muestra que el docente emplea las transiciones entre registros de representación como técnica didáctica. No se hace referencia al uso de teorías didácticas específicas del campo de la educación matemática, pero reconoce su afinidad con enfoques constructivistas generales. Además, se destaca el uso de herramientas tecnológicas propias de la matemática, como GeoGebra y Matific, así como el uso de materiales tangibles, como papel milimétrico, lo que permite una exploración dinámica del concepto y la comprensión de sus características. Además, el docente selecciona tareas y ejemplos contextualizados como precios de productos escolares o situaciones familiares, así como proponer tareas graduales, permitiendo que los estudiantes vinculen la función lineal con situaciones cotidianas y avanzar gradualmente en dificultad.

En cuanto al KFLM, el docente considera las concepciones previas, dificultades y percepciones del alumnado. El docente reconoce la necesidad de partir de lo que los estudiantes ya saben o intuyen para introducir nuevos significados. Al reconocer los obstáculos más comunes en los estudiantes, como la mala interpretación y comprensión de la pendiente o la diferencia que hay entre el dominio y rango, el docente puede anticipar esos momentos críticos de aprendizaje y modificar su enseñanza en función a ello. Asimismo, el docente contextualiza el contenido a través de situaciones cotidianas para capturar la atención del alumnado. Esta preocupación, respecto a las expectativas e intereses de los estudiantes ayuda a un proceso de enseñanza-aprendizaje más significativo, en el que las dificultades y experiencias de los alumnos son tomadas en cuenta al diseñar las actividades. Además, el docente reconoce la influencia de

elementos emocionales y motivacionales en el aprendizaje, particularmente cuando se vinculan los contenidos a situaciones reales y cotidianos.

En cuanto al KMLS, el docente alinea su enseñanza con los estándares curriculares oficiales, utilizando los lineamientos del Currículo Nacional de Educación Básica (CNEB, 2016) como referencia para planificar las sesiones sobre la función lineal. Asimismo, Esta alineación garantiza que los estándares de aprendizaje sean coherentes con las expectativas nacionales y que estos mismos estándares de aprendizaje sirven de guía para definir objetivos y diseñar los instrumentos de evaluación. A pesar de que no se especifican de manera precisa cómo estos se expresan en sus prácticas de evaluación o tareas sugeridas a los alumnos, en este contexto, la integración consistente de los estándares posibilita que la instrucción de la función lineal no solo se ajuste a la dinámica del aula, sino que también se vincula con el marco curricular nacional, para continuidad y evolución en la instrucción matemático.

En relación con el objetivo general la caracterización del conocimiento especializado del docente, a partir de los subdominios del modelo MTSK, evidencia que el docente integra con cierta coherencia lo disciplinar, lo didáctico y lo curricular. Si bien se identifican conocimientos en cada uno de los dominios analizados, su profundidad y sistematicidad varía. Esta integración se evidencia en su habilidad para relacionar contenidos disciplinares, diseñar experiencias significativas de aprendizaje y adaptar su práctica a las características de sus estudiantes, especialmente en la adaptación de contextos y en el uso de recursos didácticos. Así como la capacidad para planificar, ejecutar y evaluar la enseñanza orientadas con el currículo nacional. No obstante, no se evidencia alguna aplicación explícita de teorías didácticas especializadas a la matemática. Su perfil se ajusta al de un docente reflexivo, con capacidad de generar comprensión funcional y significativa de la función lineal.

En relación con la pregunta de investigación se caracteriza como un conocimiento amplio, coherente, estructurado y orientado a la práctica educativa, que no solo implica el dominio conceptual de la función lineal, sino también su aplicación didáctica en situaciones cercanas a los estudiantes. Este conocimiento especializado se caracteriza por su capacidad para representar y enseñar los conceptos fundamentales de dicha función de manera accesible y significativa, favoreciendo un aprendizaje contextualizado

y activo por parte de los estudiantes. Asimismo, evidencia un manejo adecuado del lenguaje formal y una disposición para identificar errores frecuentes que tienen los estudiantes en el proceso de aprendizaje sobre las funciones lineales, seleccionando recursos pertinentes y diseñando tareas que respondan a los intereses, necesidades y dificultades que tienen los estudiantes. A su vez, planifica su enseñanza con base en las directrices curriculares nacionales y ajusta sus estrategias al perfil del grupo, lo cual evidencia una comprensión consistente y dinámica del conocimiento didáctico. No obstante, este conocimiento aún presenta oportunidades de mejora, especialmente en cuanto a la formalización de conocimientos disciplinares y al uso más sistemático de marcos teóricos de aprendizaje y enseñanza propios de la educación matemática, elementos que permitirían fortalecer aún más la calidad y profundidad de su práctica docente.



RECOMENDACIONES

A partir de estos datos hallados, se recomienda a los docentes, formadores de docentes, así como a diseñadores de programas formativos y materiales educativos:

Respecto al fortalecimiento de la formación inicial y continua del docente, incluir en los programas de formación docente módulos específicos orientados al desarrollo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK). De esta forma, los docentes no solo podrán profundizar, si no reflexionar en su conocimiento matemático (KoT, KSM, KPM) y en su conocimiento didáctico del contenido (KMT, KFLM, KMLS), lo que redundará en una enseñanza más coherente y significativa de la función lineal. Además, se sugiere promover espacios de formación continua, como talleres y seminarios, donde los docentes puedan actualizar sus conocimientos e impartir experiencias aprendidas en la instrucción de la función lineal.

Respecto al uso de diversos recursos y estrategias didácticas, elaborar recursos que representen la función lineal (gráficos, algebraicas, tabulaciones) y que incluyan actividades de modelación en contextos reales. Esto permitirá al docente movilizar estrategias que apoyen la comprensión conceptual, la resolución de problemas y la aplicación de la función lineal, incluyendo de manera explícita casos con pendientes negativas, fraccionarias o contextos no habituales, para enriquecer el repertorio conceptual y visual de los estudiantes. Asimismo, incluir el uso de herramientas tecnológicas, propias de matemática, como GeoGebra y Matific, y materiales manipulativos, como papel milimetrado y reglas, para que los estudiantes construyan gráficas manualmente y refuercen su comprensión de la función lineal ya que permiten una exploración dinámica e interactiva de dicho concepto matemático.

Respecto a la reflexión en la práctica docente, se deben fomentar los espacios de colaboración, reflexión e investigación en la enseñanza y aprendizaje de las funciones lineales, promoviendo comunidades de aprendizaje profesional (CAP) en las que los docentes puedan intercambiar experiencias, analizar estrategias efectivas y evaluar el impacto de sus prácticas en el aprendizaje de los estudiantes. La implementación de grupos de estudio y seminarios sobre educación matemática permitiría la actualización constante y la mejora continua de la práctica docente. Asimismo, se sugiere la

documentación y análisis de experiencias didácticas mediante diarios de clase o estudios de casos, lo que permitiría a los maestros distinguir patrones en las dificultades de los estudiantes y modificar sus estrategias y recursos de enseñanza en funciones de estos hallazgos.

Con respecto a las dificultades y motivaciones del estudiante, fomentar el diseño de tácticas para abordar las dificultades comunes que enfrentan los alumnos al aprender las funciones lineales, como la comprensión e interpretación de la pendiente y la diferenciación que existen entre dominio y rango. Esto puede lograrse a través de actividades que utilicen ejemplos contextualizados y representaciones múltiples, lo que facilitará la comprensión de estos conceptos. Además, es importante considerar los aspectos emocionales del aprendizaje, fomentando una actitud positiva hacia las matemáticas a través de la retroalimentación constructiva y la conexión del contenido con situaciones reales que sean significativas para los estudiantes.

Respecto a la alineación con estándares curriculares oficiales, considerar los lineamientos curriculares oficiales, como el Currículo Nacional de Educación Básica (CNEB), como referencia para planificar y evaluar la enseñanza de la función lineal. Esto implica diseñar actividades y tareas que estén alineadas con las competencias, capacidades y desempeños establecidos. Además, se sugiere que los docentes utilicen estos estándares para guiar la evaluación formativa, permitiendo supervisar el avance de los alumnos y ajustar la enseñanza según sus necesidades. La alineación con los estándares curriculares garantiza que las metas de aprendizaje sean coherentes con las expectativas nacionales.

Respecto a la integración de enfoques teóricos y prácticos se sugiere introducir en la práctica docente el estudio y aplicación de teorías didácticas específicas de la educación matemática como la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), el Enfoque Ontosemiótico (EOS), la Teoría APOE, entre otras, que ofrezcan un marco más robusto para la toma de decisiones pedagógicas.

Finalmente, se recomienda que futuras investigaciones consideren el diseño de tácticas didácticas que fomenten la reflexión crítica y la resolución de problemas. En este sentido, resulta pertinente promover actividades que favorezcan la exploración y el descubrimiento de propiedades matemáticas, en lugar de centrarse exclusivamente en

procedimientos algorítmicos. Asimismo, se recomienda indagar en estrategias que permitan a los estudiantes formular preguntas, generar hipótesis y analizar distintas formas de representar una misma función. Estos aspectos pueden contribuir a fortalecer el razonamiento matemático y a desarrollar una comprensión más profunda del concepto de función lineal.



REFERENCIAS

- Alban, G., Arguello, A., & Molina, N. (2020). Metodologías de investigación educativa (descriptivas, experimentales, participativas, y de investigación-acción). *RECIMUNDO*, 4(3), 163–173.
- Aguilar González, A., Rodríguez-Muñiz, L. J., & Muñiz-Rodríguez, L. (2022). Las creencias y su papel en la determinación de relaciones entre elementos del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK). – *Dykinson*, 109-120 - Torrossa. <https://doi.org/10.14679/1458>
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Baumert, J., & Kunter, M. (2013). The COACTIV model of teachers' professional competence. *Max Planck Institute for Human Development & DIPF | Leibniz Institute for Research and Information in Edu*
- Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science y Technology Education*, 13(6), 1893-1918
- Bromme, R. (1994). Conocimientos profesionales de los profesores. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas*, 6(1). <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5057>
- Carrillo, J., Contreras, L. C., Montes, M. Á., & Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): Un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 18(3), 1801–1817. <https://core.ac.uk/download/pdf/132456907.pdf>
- Carrillo, J., Aguilar, Á., Carmona, E., Contreras, L. C., Climent, N., Escudero-Ávila, D., ... & Zakaryan, D. (2014). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas*. Universidad de Huelva. <https://www.researchgate.net/publication/267392675> [Un marco teorico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matematicas](#)

- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. En G. Kaiser (Ed.), *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 417–436). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3_23
- Climent, N., & Carrillo, J. (2003). Desarrollo del conocimiento didáctico de los contenidos específicos de un futuro profesor. *Relime*, 6(2), 265–281. <https://doi.org/10.12802/relime.02.0624>
- Climent, N., Romero-Cortés, J. M., Carrillo, J., Muñoz-Catalán, M., & Contreras, L. C. (2013). ¿ Qué conocimientos y concepciones movilizan futuros maestros analizando un video de aula?. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(1), 13-36.
- Creswell, J., & Creswell, J. D. (2018). *Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5ª ed.). SAGE.
- Escudero, D. (2015). Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria. [Tesis doctoral, Universidad de Huelva].
- Espinoza, G. (2020). Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de educación media sobre el concepto de función. [Tesis doctoral, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso].
- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). Materiales y recursos en el aula de matemáticas. *Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada*.
- Flores, E., Escudero, D. y Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275-282). SEIEM.
- Flores-Medrano, E. (2015). Una profundización en la conceptualización de elementos del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). *Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía*. [Tesis doctoral, Universidad de Huelva].

- Fuentes, C. (2020). Uso del Modelo MTSK para la caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas en secundaria: El caso de la proporcionalidad. *Revista Iberoamericana de educación Matemática*, 59, 33-63.
https://spada.uns.ac.id/pluginfile.php/510378/mod_resource/content/1/creswell.pdf
- Davis, J. (2007). Real-world contexts, multiple representations, student-invented terminology, and y-intercept. *Mathematical Thinking and Learning*.
<https://www.researchgate.net/publication/232860657>
- Even, R., & Tirosh, D. (1995). Conocimiento de la materia y conocimiento sobre los estudiantes como fuentes de presentaciones del profesorado sobre la materia. *Springer Nature*. <https://link.springer.com/article/10.1007/bf01273897>
- Font, V., Trigueros, M., Badillo, E. y Rubio, N. (2015). Mathematical objects through the lens of two different theoretical perspectives: APOS and OSA. *Educational Studies in Mathematics*, 91(1), 107-122.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN-Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 5(20).
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 90–113.
<https://www.researchgate.net/publication/316660259> Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas Onto-Semiotic Approach to Mathematics Teacher's Knowledge and Competence
- Guerrero Bejarano, M. A. (2016). La investigación cualitativa. *INNOVA Research Journal*, 1(2), 1–9. <https://revistas.uide.edu.ec/index.php/innova/article/view/7>
- Hauk, S., Toney, A., Jackson, B., Nair, R., & Tsay, J. (2014). Developing a model of pedagogical content knowledge for secondary and post-secondary mathematics instruction. *Dialogic Pedagogy*, 2. <https://doi.org/10.5195/dpj.2014.40>
- Herrera, A. (2018). *Función lineal y afín aplicada en el contexto* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Educación UNAE]
<https://repositorio.unae.edu.ec/server/api/core/bitstreams/97e81466-20d9-4833-8ba2-d3a95ea65b44/content>.

- Ingram, J., Smith, K., Abbott, A., & Planas, N. (2024). Experienced teachers talking about their mathematics teaching with linguistically disadvantaged learners. *Journal of Mathematics Teacher Education*.
- Kvale, S. (1996). *Interviews: An introduction to qualitative research interviewing*. SAGE <https://www.researchgate.net/publication/379753122>
- Lima, I. (2017). Perspectivas del conocimiento especializado del profesor de matemáticas como elemento de su desarrollo profesional. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (42), 175–191. <https://doi.org/10.17227/01203916.6970>
- López, G., & Moguel, A. (2018). Estrategias pedagógicas para la enseñanza de las funciones lineales en secundaria. *Educación Matemática*, 30(3), 123-142. <https://doi.org/10.24844/em3003.05>
- Lopezosa, C. (2020). Entrevistas semiestructuradas: Pasos para un análisis cualitativo eficaz. En *Universitat Pompeu Fabra eBooks* (pp. 88–97). <https://doi.org/10.31009/metodos.2020.i01.08>
- Maskar, S., & Pramitha, A. (2024). Linear equation and linear function: An alternative material based on visual representation in mathematics. *Inovasi Matematika (Inomatika)*. <https://inomatika.unmuhbabel.ac.id/index.php/inomatika/article/view/469/183>
- McDermott, L., Rosenquist, M., & Van Zee, E. (1987). Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics. *American Journal of Physics*. <https://webpace.science.uu.nl/~doorm101/proo/litbackup/Literatuur.15.html>
- Martínez, C. (2018). Investigación descriptiva: definición, tipos y características. Lifered. Bogotá, Colombia: Nomos.
- Ministerio de Educación del Perú (MINEDU). (2016). Currículo Nacional de la Educación Básica Regular. <https://www.minedu.gob.pe/curriculo/>
- Nie, B., Freedman, T., Hwang, S., Wang, N., Moyer, J. C. y Cai, J. (2013). An investigation of teachers' intentions and reflections about using *Standards-based* and traditional textbooks in the classroom. *ZDM Mathematics Education*, 45, 699- 711. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0493-7>

- Noor, E., & Pellegrino, J. (2024). Understanding error patterns in students' solutions to linear function problems to design learning interventions. *Elsevier*. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959475224000227>
- Saidon, L. M., Bertúa, J., & Morel, J. O. (2010). Un escenarios dinámico de exploración matemática. *Unión – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 6(22). Recuperado a partir de <https://www.revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1024>
- Orton, G. (1983). Comprensión de la diferenciación por parte de los estudiantes. *Educación, Universidad de Leeds*. <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00410540>
- Oviedo, S., & Pino-Fan, R. (2017). Competencias Didáctico-Matemáticas de docentes universitarios peruanos en la enseñanza de las funciones: un estudio de caso.
- Olvera-Martínez, M. A. (2018). Resolución de problemas y uso de tecnologías digitales en la enseñanza. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 23(78), 457-480. <https://doi.org/10.1136/bmj.k1199>
- Pino-Fan, L. R. y Godino, J. D. (2015) Perspectiva ampliada del conocimiento didácticomatemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109.
- Ponte, J. P. (2006). Investigating the mathematical knowledge that teachers need in the classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 333–335. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-4623-3>
- Ponte, J. P., Quaresma, M., & Branco, N. (2012). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Avances de Investigación En Educación Matemática*, 1. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i1.5>
- Reyes-Camacho, A. (2018). *Conocimiento especializado de profesores en formación. Enseñanza de la noción de razón*. [Tesis de doctorado, Universidad Pedagógica Nacional de México].
- Rollnick, M., & Mavhunga, E. (2016). The place of subject matter knowledge in teacher education. En *International Handbook of Teacher Education*. <https://www.researchgate.net/publication/301913294>

- Rowland, T. (2014). The knowledge quartet: The genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Sisyphus: Journal of education*, 1(3), 15-43.
- Scheiner, T., Montes, M. A., Godino, J. D., Carrillo, J., y Pino-Fan, L. R. (2019). What makes mathematics teacher knowledge specialized? Offering alternative views. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(1), 153–172. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9859-6>
- Schoenfeld, A. H. (2011). *How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. Routledge.
- Syaf, A., Fauzi, A., & Ramdhani, L. (2024). Analysis of students' difficulties in solving mathematics problems in grade 4 elementary school. *JISIP (Jurnal Ilmu Sosial dan Pendidikan)*. <https://www.researchgate.net/publication/388399853>
- Schön, D. A. (1983). *The Reflective Practitioner: How Professionals Think in Action*. Basic Books.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (2005). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2), 1–29. <https://www.ugr.es/~recfpro/rev92ART1.pdf>.
- Tardif, M. (s.f.). *Los saberes del docente y su desarrollo profesional*. <https://archive.org/details/tardif-m.-los-saberes-del-docente-y-su-desarrollo-profesional>
- Weng, M. L. (2024). What is qualitative research? An overview and guidelines. *Journal*. <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/14413582241264619>
- Zaslavsky, O., Hagit, S., & Leron, U. (2002). Being sloppy about slope: The effect of changing the scale. *Scielo*. <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1016093305002>

ANEXOS

ANEXO 1

DISEÑO DE LA ENTREVISTA

1. Objetivo de la Investigación:

Caracterizar el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico del contenido del docente de tercer grado de secundaria sobre la función lineal.

2. Objetivo de la Entrevista:

Recoger información sobre los conocimientos matemáticos y conocimientos didácticos del contenido sobre las funciones lineales de un docente de matemática de una institución educativa privada de Lima

3. Tipo de entrevista:

Entrevista semi estructurada

4. Duración:

De 40 a 60 minutos

5. Lugar y fechas:

En las instalaciones de la institución educativa privada de Lima

PROTOCOLO DE ENTREVISTA

I. Introducción a la entrevista

- Saludo preliminar
- Explicación del propósito de la entrevista
- Explicación del objetivo de la investigación
- Información sobre la grabación en audio de la entrevista
- Reiteración sobre la confidencialidad de la información

II. Datos Generales

- Entrevista N°: _____
- Sexo: _____ Edad: _____
- Categoría laboral: Tiempo parcial _____ Tiempo completo _____
- Profesión: _____
- Área de trabajo:
 - Solamente docente _____

- Docente con cargo de docencia y cargo administrativo ____
- Docente con cargo de docencia y que también trabaja en empresa ____
- Tiempo de cargo docente en educación superior: ____ (en años)
- Especialidad(es) para las que labora: _____

Instrumento: Guía de entrevista semiestructurada

Categoría	Subcategorías	Ítems	Comentarios y sugerencias
Conocimiento matemático	Conocimiento de los temas KoT	¿Cómo define la función lineal?	
		¿Qué es el dominio y el rango de una función lineal? Explique.	
		¿Qué propiedades o características propias posee la función lineal? Describa.	
		¿Cómo interpreta la pendiente en una función lineal?	
		¿Cómo interpreta la ordenada en el origen en una función lineal?	
		¿Qué procedimientos asocia a la función lineal? Explique.	
		¿Cuáles son las representaciones de la función lineal que conoce? Describa.	
		¿Qué aplicaciones de la función lineal conoce? Describa.	
	Conocimiento de la estructura de la matemática KSM	¿Con qué contenidos matemáticos previos o más simples relaciona a la función lineal? ¿De qué manera relaciona la función lineal con dichos contenidos matemáticos?	
		¿Con qué contenidos matemáticos posteriores o más complejos relaciona a la función lineal? ¿Cómo relaciona la función lineal con dichos contenidos matemáticos?	
	Conocimiento de la práctica matemática KPM	¿Qué métodos de resolución de problemas de matemática conoce? Describa.	
		¿Qué entiende por modelación matemática? Describa. ¿Realiza modelaciones y demostraciones matemáticas con funciones lineales? Explique.	
		¿Utiliza lenguaje matemático y simbología formal al tratar con la función lineal? Explique.	

Conocimiento didáctico del contenido	Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas KMT	¿En qué teorías, enfoques, modelos o métodos basa su enseñanza de las matemáticas, en particular su enseñanza de la función lineal? Mencione sus referentes teóricos.	
		¿Qué recursos materiales y virtuales (libros de texto, softwares, manipulativos, etc.) utiliza para enseñar funciones lineales en secundaria? ¿De qué manera los usa? ¿Qué criterios utiliza para seleccionar recursos didácticos para enseñar la función lineal en secundaria? Describa.	
		¿Qué estrategias didácticas usa para enseñar funciones lineales en secundaria? Describa.	
		¿Qué ejemplos o tareas (situaciones, problemas, etc.) usa para enseñar funciones lineales en secundaria? Describa. ¿Qué criterios usa para seleccionar y utilizar ejemplos, problemas o tareas para enseñar la función lineal en secundaria? Describa.	
	Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas KFLM	¿Qué teorías o enfoques toma en cuenta para atender las dificultades de aprendizaje de sus estudiantes respecto a las matemáticas, en particular respecto a la función lineal? Describa.	
		¿Cuáles son las dificultades más comunes que presentan los estudiantes de secundaria al estudiar la función lineal? ¿Cuáles cree que son los motivos de dichas dificultades?	
		¿De qué manera ayuda a los estudiantes de secundaria a superar las dificultades que tienen con la función lineal? Describa detalladamente.	
		¿Cuáles los interés o expectativas de los estudiantes respecto a la función lineal que conoce? Describa.	
	Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas KMLS	¿Qué documentos curriculares toma en cuenta para elaborar sus sesiones de clase sobre función lineal? ¿Qué lineamientos incorpora de dichos documentos? Describa.	
		¿Cómo incorpora los estándares de aprendizaje establecidos por el Currículo Nacional en sus sesiones de clase sobre función lineal? Explique	

ANEXO 2

DISEÑO DE LA GUÍA DE OBSERVACIÓN NO PARTICIPANTE FICHA DE OBSERVACIÓN

I. DATOS GENERALES

Nombre del docente:			
Edad:	Sexo:		
Nombre de la Institución Educativa:			
Grado y sección:	N.º de participantes	Nivel educativo:	
Fecha:	Número de observación:	Lugar de la observación:	Duración de la observación:
Tema o título de la sesión:			
Propósito:			

II. GUÍA DE OBSERVACIÓN

Categorías	Subcategorías	Aspectos a observar	Indicador	Cumple	Cumple parcialmente	No cumple	Evidencias
		Conoce qué es una función lineal	El profesor explica claramente la definición de función lineal				

Conocimiento matemático	Conocimiento de los temas KoT	Conoce las características propias y propiedades de la función lineal	El profesor conoce propiedades asociadas a la función lineal				
		Conoce diferentes formas de representación de la función lineal	El profesor conoce las diversas representaciones de una función lineal				
		Conoce aplicaciones asociadas a la función lineal	El profesor utiliza aplicaciones relacionadas con la función lineal				
	Conocimiento de la estructura de la matemática KSM	Relaciona las funciones lineales con otros contenidos matemáticos más simples	El profesor realiza conexiones entre la función lineal y otros contenidos matemáticos previos.				
		Relaciona las funciones lineales con otros contenidos matemáticos más complejos	El profesor realiza conexiones entre la función lineal y otros contenidos matemáticos avanzados.				
		Utiliza distintos métodos de resolución de problemas con funciones lineales	El profesor conoce formas de proceder en				

	Conocimiento de la práctica matemática KPM		la resolución de problemas matemáticos				
		Realiza modelaciones, demostraciones o justificaciones matemáticas respecto a las funciones lineales	El profesor realiza modelaciones. demostraciones de la función lineal				
		Utiliza lenguaje matemático y simbología formal al enseñar funciones lineales	El profesor hace uso de símbolos formales asociadas a la función lineal				
Conocimiento didáctico del contenido	Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas KMT	Toma en cuenta teorías de enseñanza en el desarrollo de su sesión con función lineal	El profesor conoce teorías de enseñanza respecto a la función lineal				
		Usa estrategias, técnicas, tareas y ejemplos didácticos para enseñar funciones lineales	El profesor usa estrategias y técnicas para enseñar la función lineal				
		Usa recursos materiales y virtuales (libros de texto, software, manipulativos, etc.) para la enseñanza de la función lineal	El profesor usa recursos materiales y virtuales en la enseñanza de la función lineal				

	<p>Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas KFLM</p>	Toma en cuenta teorías de aprendizaje en el desarrollo de su sesión con función lineal	El profesor conoce teorías de aprendizaje respecto a la función lineal				
		Conoce las dificultades y fortalezas de sus estudiantes respecto a la función lineal	El profesor conoce las dificultades de los estudiantes respecto a la función lineal				
		Conoce los intereses o expectativas de los estudiantes respecto a la función lineal	El profesor conoce los intereses y expectativas de los estudiantes respecto a la función lineal				
		Usa ejemplos o tareas (situaciones, problemas, etc.) para enseñar funciones lineales	El profesor usa tareas y ejemplos relacionadas a la función lineal				
	<p>Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas KMLS</p>	Considera lineamientos de documentos curriculares para elaborar las sesiones de clase respecto a las funciones lineales	El profesor usa documentos curriculares al elaborar sus sesiones de clases con función lineal				
		Incorpora estándares de aprendizaje propuestos en el Currículo Nacional en sus sesiones de clase sobre función lineal	El profesor conoce los estándares de aprendizaje				

			respecto a la función lineal				
--	--	--	---------------------------------	--	--	--	--



ANEXO 3

I. Matriz de valoración de los instrumentos

Después de revisar el diseño de la entrevista y la guía de observación, evalúe la coherencia, la relevación y la claridad del instrumento con la presente tabla. Por tal motivo, encontrará los cuatro ítems de la entrevista clasificados en subcategorías y categoría de la investigación según el objetivo del instrumento, al igual que los comentarios y/o sugerencias que surjan sobre los ítems. A continuación, se detallan los ítems para poder evaluar los diseños:

Claridad: Los instrumentos contienen una correcta formulación del objetivo de los mismos, las instrucciones y preguntas. Son claros y comprensibles, las instrucciones para completar la narración autobiográfica o contestar las preguntas de la entrevista se plantean de manera precisa.

Coherencia: Existe coherencia entre la información que se recoge y los objetivos de la investigación. Los instrumentos recogen información que permite dar respuesta al problema de investigación y al objetivo del estudio.

Suficiencia: Están presentes todos los elementos necesarios para el recojo de información relacionada a las categorías emergentes definidas en la matriz de construcción teórica de los instrumentos.

Instrumento: Guía de entrevista semiestructurada

Categoría	Subcategorías	Ítems	Coherencia		Relevancia		Claridad	
			Si	No	Si	No	Si	No
	Conocimiento de los temas KoT	¿Cómo define la función lineal?						
		¿Qué es el dominio y el rango de una función lineal? Explique.						
		¿Qué propiedades o características propias posee la función lineal? Describa.						
		¿Cómo interpreta la pendiente en una función lineal?						
		¿Cómo interpreta la ordenada en el origen en una función lineal?						

Conocimiento matemático		¿Qué procedimientos asocia a la función lineal? Explique.						
		¿Cuáles son las representaciones de la función lineal que conoce? Describa.						
		¿Qué aplicaciones de la función lineal conoce? Describa.						
	Conocimiento de la estructura de la matemática KSM	¿Con qué contenidos matemáticos previos o más simples relaciona a la función lineal? ¿De qué manera relaciona la función lineal con dichos contenidos matemáticos?						
		¿Con qué contenidos matemáticos posteriores o más complejos relaciona a la función lineal? ¿Cómo relaciona la función lineal con dichos contenidos matemáticos?						
	Conocimiento de la práctica matemática KPM	¿Qué métodos de resolución de problemas de matemática conoce? Describa.						
		¿Qué entiende por modelación matemática? Describa. ¿Realiza modelaciones y demostraciones matemáticas con funciones lineales? Explique.						
		¿Utiliza lenguaje matemático y simbología formal al tratar con la función lineal? Explique.						
	Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas KFLM	¿Qué teorías o enfoques toma en cuenta para atender las dificultades de aprendizaje de sus estudiantes respecto a las matemáticas, en particular respecto a la función lineal? Describa.						
¿Cuáles son las dificultades más comunes que presentan los estudiantes de secundaria al estudiar la función lineal? ¿Cuáles cree que son los motivos de dichas dificultades?								
¿De qué manera ayuda a los estudiantes de secundaria a superar las dificultades que								

Conocimiento didáctico del contenido		tienen con la función lineal? Describa detalladamente.								
		¿Cuáles los interés o expectativas de los estudiantes respecto a la función lineal que conoce? Describa.								
	Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas KMT		¿En qué teorías, enfoques, modelos o métodos basa su enseñanza de las matemáticas, en particular su enseñanza de la función lineal? Mencione sus referentes teóricos.							
			¿Qué recursos materiales y virtuales (libros de texto, softwares, manipulativos, etc.) utiliza para enseñar funciones lineales en secundaria? ¿De qué manera los usa? ¿Qué criterios utiliza para seleccionar recursos didácticos para enseñar la función lineal en secundaria? Describa.							
			¿Qué estrategias didácticas usa para enseñar funciones lineales en secundaria? Describa.							
			¿Qué ejemplos o tareas (situaciones, problemas, etc.) usa para enseñar funciones lineales en secundaria? Describa. ¿Qué criterios usa para seleccionar y utilizar ejemplos, problemas o tareas para enseñar la función lineal en secundaria? Describa.							
	Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas KMLS		¿Qué documentos curriculares toma en cuenta para elaborar sus sesiones de clase sobre función lineal? ¿Qué lineamientos incorpora de dichos documentos? Describa.							
			¿Cómo incorpora los estándares de aprendizaje establecidos por el Currículo Nacional en sus sesiones de clase sobre función lineal? Explique							

Instrumento: Guía de observación no participante

Categoría	Subcategorías	Ítems	Coherencia		Relevancia		Claridad	
			Si	No	Si	No	Si	No
Conocimiento matemático	Conocimiento de los temas KoT	Conoce qué es una función lineal						
		Conoce las características propias y propiedades de la función lineal						
		Conoce diferentes formas de representación de la función lineal						
		Conoce aplicaciones asociadas a la función lineal						
	Conocimiento de la estructura de la matemática KSM	Relaciona las funciones lineales con otros conceptos matemáticos más simples						
		Relaciona las funciones lineales con otros conceptos matemáticos más complejos						
	Conocimiento de la práctica matemática KPM	Utiliza distintos métodos de resolución de problemas con funciones lineales						
		Realiza modelaciones, demostraciones o justificaciones matemáticas respecto a las funciones lineales						
		Utiliza lenguaje matemático y simbología formal al enseñar funciones lineales						
		Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas	Toma en cuenta teorías de aprendizaje en el desarrollo de su sesión con función lineal					
Conoce las dificultades y fortalezas de sus estudiantes respecto a la función lineal								

Conocimiento didáctico del contenido	KFLM	Conoce los intereses o expectativas de los estudiantes respecto a la función lineal							
	Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas KMT	Toma en cuenta teorías de enseñanza en el desarrollo de su sesión de función lineal							
		Usa estrategias didácticas para enseñar funciones lineales							
		Usa recursos o materiales didácticos (libros de texto, software, manipulativos, etc.) para la enseñanza de la función lineal							
		Usa ejemplos o tareas (situaciones, problemas, etc.) para enseñar funciones lineales							
	Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas KMLS	Considera lineamientos de documentos curriculares para elaborar las sesiones de clase respecto a las funciones lineales							
		Incorpora estándares de aprendizaje propuestos en el Currículo Nacional en sus sesiones de clase sobre función lineal							

Nombres y apellidos del juez:

Información académica:

Áreas de experiencia profesional:

Cargo actual:

Tiempo en el cargo:

Institución:

ANEXO 4

MATRIZ DE CODIFICACIÓN

Códigos - Preguntas	
E	Entrevista
PK1	Pregunta 1
PK2	Pregunta 2
PK3	Pregunta 3
PK4	Pregunta 4
PK5	Pregunta 5
PK6	Pregunta 6
PK7	Pregunta 7
PK8	Pregunta 8
PS1	Pregunta 9
PS2	Pregunta 10
PP1	Pregunta 11
PP2	Pregunta 12
PP3	Pregunta 13
PM1	Pregunta 14
PM2	Pregunta 15
PM3	Pregunta 16
PM4	Pregunta 17
PF1	Pregunta 18
PF2	Pregunta 19
PF3	Pregunta 20
PF4	Pregunta 21
PL1	Pregunta 22
PL2	Pregunta 23

Códigos - ítems	
O2	Observación 1° clase
O2	Observación 2° clase
IK1	Ítem 1
IK2	Ítem 2
IK3	Ítem 3
IK4	Ítem 4
IS1	Ítem 5
IS2	Ítem 6
IP1	Ítem 7
IP2	Ítem 8
IP3	Ítem 9
IM1	Ítem 10
IM2	Ítem 11
IM3	Ítem 12
IF1	Ítem 13
IF2	Ítem 14
IF3	Ítem 15
IF4	Ítem 16
IL1	Ítem 17
IL2	Ítem 18

ANEXO 5

DOMINIO	SUBDOMINIO	INDICADORES ASOCIADOS AL SUBDOMINIO		
Conocimiento matemático	Conocimiento de los temas (KoT)	Procedimientos matemáticos asociados a la función lineal	<i>¿Cómo se hace?</i>	
			<i>¿Cuándo puede hacerse?</i>	
			<i>¿Por qué se hace así?</i>	
	Conocimiento de la estructura de la matemática (KSM)		Definiciones, propiedades y sus fundamentos atribuibles a la función lineal	<i>Características del resultado</i>
			Registros de representación asociados a la función lineal	
			Conexiones de complejización vinculados con la función lineal	
	Conocimiento de la práctica matemática (KPM)	Práctica de demostrar o definir <i>relacionados con la función lineal</i>		<i>Métodos y tipos de demostración relacionados con la función lineal</i>
				<i>Características de la definición relacionados con la función lineal</i>
		Práctica de resolver problemas <i>relacionados con la función lineal</i>		<i>Estrategias heurísticas relacionados con la función lineal</i>
				<i>Formulación de problemas relacionados con la función lineal</i>
		Papel del lenguaje formal <i>relacionados con la función lineal</i>		<i>Significado y uso de los símbolos relacionados con la función lineal</i>
				<i>Precisión y economía en el uso del lenguaje matemático relacionados con la función lineal</i>
	Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM)		Teorías de aprendizaje matemático asociadas a la función lineal	
Fortalezas y dificultades en el aprendizaje de la función lineal				
Formas de interacción de los estudiantes con la función lineal				
Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)			Teorías de enseñanza de las matemáticas asociadas a la función lineal	
			Recursos didácticos físicos y digitales usados en la enseñanza de la función lineal	
			Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos usados en la enseñanza de la función lineal	

Conocimiento didáctico del contenido	Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)	Expectativas de aprendizaje de la función lineal en un nivel específico
		Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado para la función lineal en un momento específico escolar

