

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



**PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ**

ANEXOS

**Diseño estructural de un puente de vigas postensadas que cruza el río
Rímac en Zárate**

Tesis para optar el título de Ingeniero Civil que presentan los bachilleres:

Sueldo Tovar, Luis Efraín

Olórtiga Pérez, Marco Antonio

ASESOR: César Augusto Aranís García Rossell

Lima, Mayo del 2017

ANEXO 1: Análisis Sísmico

El análisis sísmico de la estructura se realizó con la finalidad de obtener los desplazamientos máximos en el apoyo ante un evento sísmico con un periodo de retorno de 475 años. A través de este análisis se obtendrá la respuesta de los pilares frente a un sismo tanto en la dirección longitudinal como la transversal.

Se modeló el puente en el programa SAP2000 V.18. Las vigas y pilares se modelaron como elementos tipo “frame”. Se colocaron nodos intermedios a distancias de un cuarto de la luz de cada tramo (Acero, 2004).

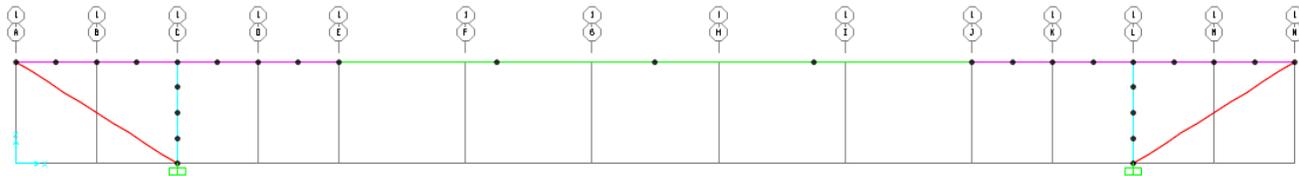


Figura I. Modelado del puente en el programa SAP2000

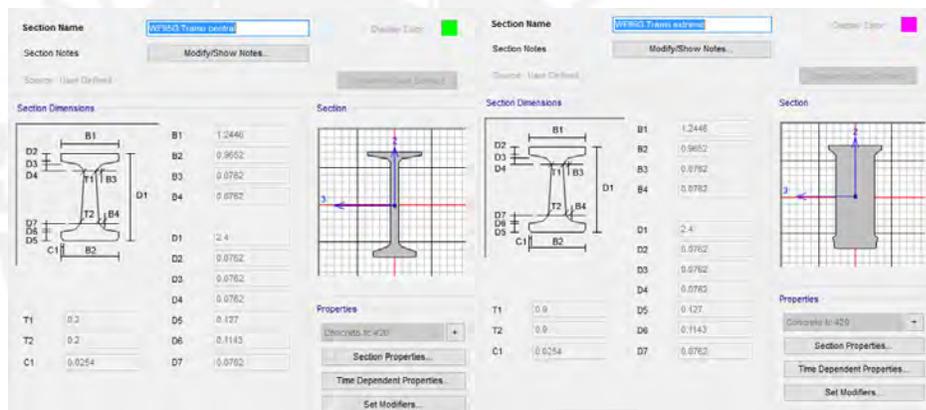


Figura II. Modelado de vigas principales del tramo central y tramo extremo.

Para modelar las fuentes de masa de la estructura se consideró el 100% de las cargas permanentes y el 50% la carga viva debido a que esta carga varía temporal y espacialmente y la probabilidad de que el puente se vea solicitado por la carga viva de diseño y por un sismo en un mismo espacio de tiempo baja.

Mass Source Name: 100%CM+50%CV

Mass Source

Element Self Mass and Additional Mass

Specified Load Patterns

Mass Multipliers for Load Patterns

Load Pattern	Multiplier
DC1	1.
DC1	1.
DW	1.
DC2	1.
DC3	1.
TENSOR AXIAL	1.
LL+IM	0.5

Buttons: Add, Modify, Delete, OK, Cancel

Figura III. Fuentes de masa del puente.

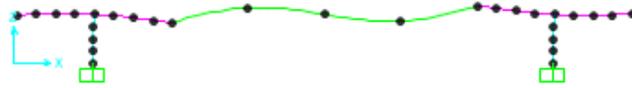
Los periodos y porcentajes de participación de los 10 primeros modos se muestran en la siguiente tabla:

		Periodo	UX	UY	UZ
Mode	1	0.832334	0.00%	0.00%	11.46%
Mode	2	0.545212	2.83%	0.00%	11.46%
Mode	3	0.460901	2.83%	0.00%	63.13%
Mode	4	0.395208	2.83%	0.00%	63.13%
Mode	5	0.353411	2.83%	95.38%	63.13%
Mode	6	0.255772	6.40%	95.38%	63.13%
Mode	7	0.164671	40.73%	95.38%	63.13%
Mode	8	0.159902	40.73%	95.38%	73.37%
Mode	9	0.115701	93.81%	95.38%	73.37%
Mode	10	0.096778	93.81%	95.38%	73.75%

Tabla I. Modos de vibración del puente

El modo de mayor importancia en la dirección X-X es el modo 7 con un porcentaje de participación de 40.73%. Por otro lado, en la dirección Y-Y el modo de mayor participación es el 5 con 95.38%.

Deformed Shape (MODAL) - Mode 7; T = 0.16467; f = 6.0727



Deformed Shape (MODAL) - Mode 5; T = 0.35341; f = 2.82957

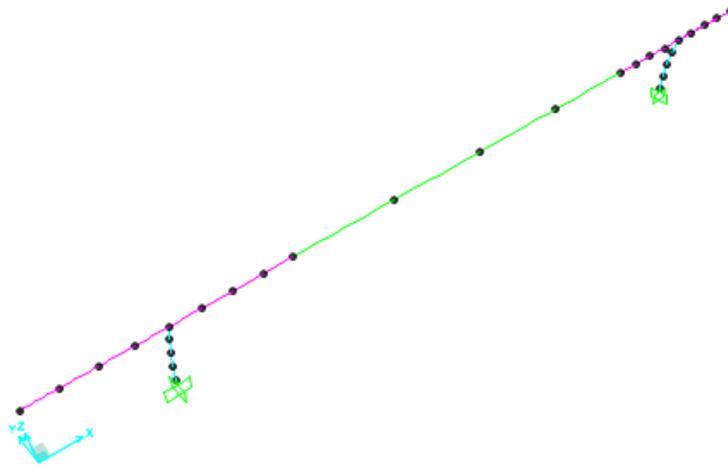


Figura IV. Modos de vibración de mayor importancia en las direcciones XX y YY.

Espectro de diseño

En el Perú, la norma E.030 contempla consideraciones sísmicas para edificios, sin embargo no existe una normativa específica de cómo considerar un evento sísmico en un puente. Es por esto que se siguieron los lineamientos de la AASHTO LRFD para generar el espectro.

Zonificación sísmica (Z): según el mapa de zonificación sísmica del Perú, el puente se encuentra en la zona 4, una zona de alta sismicidad. Por lo tanto, le corresponde un factor $Z=0.45$.

Importancia del puente: El puente se consideró esencial debido a que debe permanecer en condiciones operativas para el paso de vehículos de emergencia después de un sismo de diseño (10% de probabilidad de excedencia y periodo de retorno de 475 años). Por lo tanto le corresponde un factor de importancia $U = 1$.

Coefficiente de sitio (S): El suelo de apoyo es un suelo rígido compuesto por gravas arcillosas compactadas. Es por esto que se consideró un perfil S1 y un coeficiente de sitio $S = 1$.

Coeficiente de respuesta sísmica (C): El factor de amplificación de respuesta estructural respecto a la aceleración del suelo se rige de la siguiente ecuación (similar a NTE E.030):

$$\begin{aligned}
 T < T_P & \quad C = 2,5 \\
 T_P < T < T_L & \quad C = 2,5 \cdot \left(\frac{T_P}{T}\right) \\
 T > T_L & \quad C = 2,5 \cdot \left(\frac{T_P \cdot T_L}{T^2}\right)
 \end{aligned}$$

Donde T_p y T_l son 0.4 y 2.5 respectivamente para un suelo tipo S1. Finalmente se generó el espectro elástico (ZUCS)

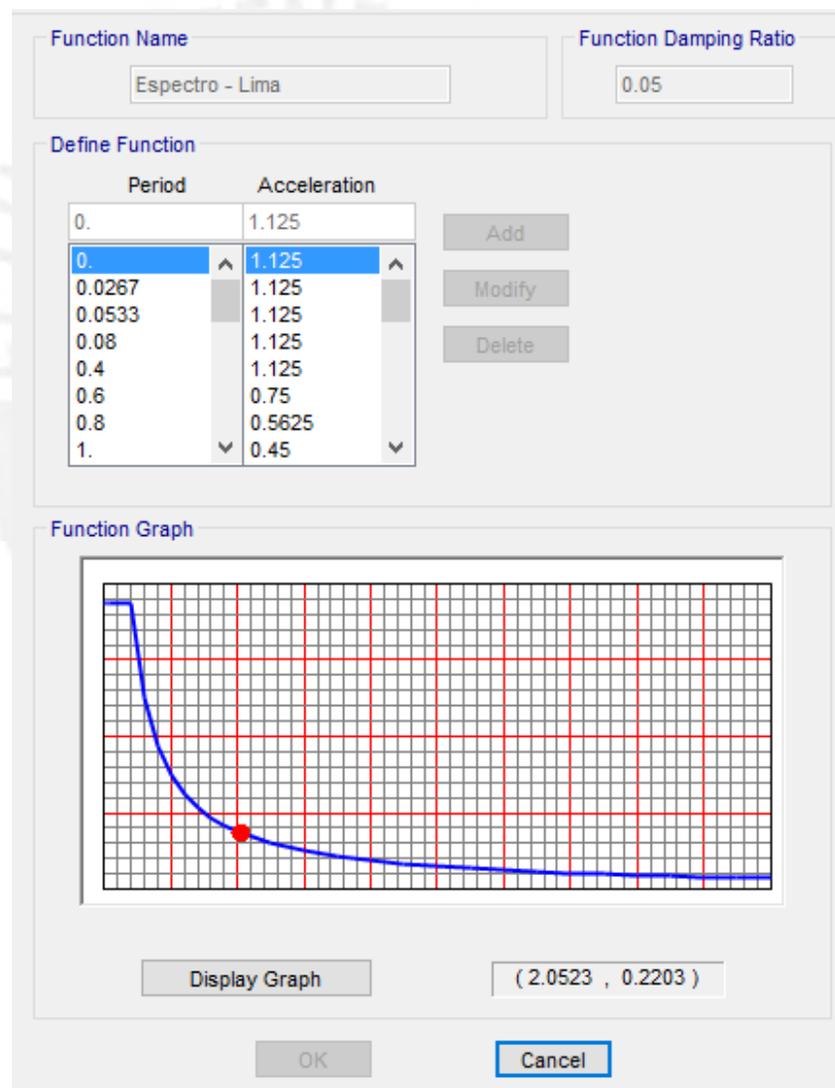


Figura V. Espectro elástico adaptado de la norma AASHTO 2012 al Perú.

Respuesta sísmica de la estructura:

1. Desplazamientos máximos obtenidos:

Respuesta espectral XX:

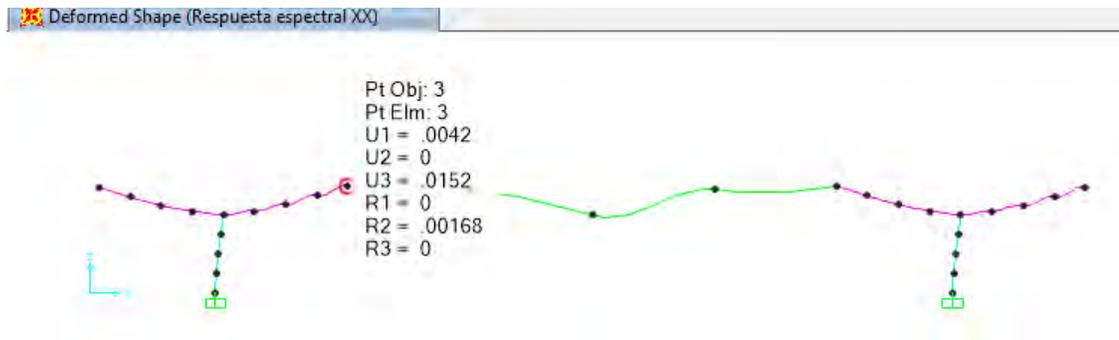


Figura VI. Desplazamientos del elastómero debido a un sismo en XX
($D_x=0.004\text{m}$)

Respuesta espectral YY:

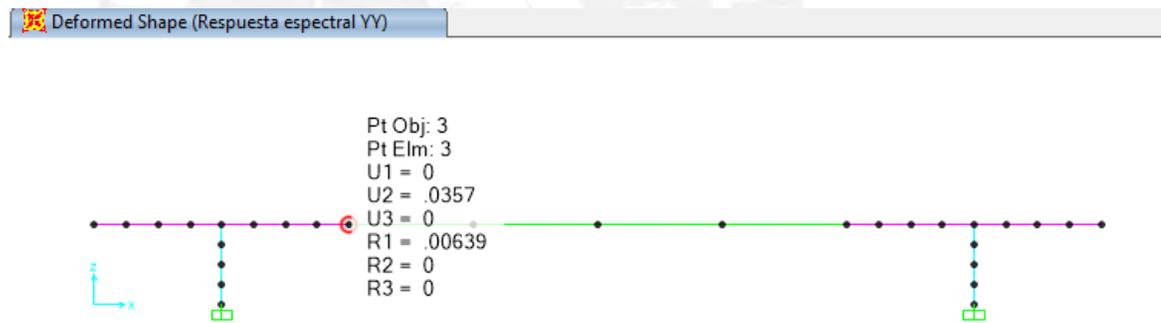


Figura VII. Desplazamientos del elastómero debido a un sismo en YY
($D_y=0.0357\text{m}$)

2. Fuerzas cortantes y momentos flectores en la estructura debido a un sismo de diseño en la dirección X-X y en la dirección Y-Y.

En el pilar:

	Sismo X		Sismo Y	
	Cara superior	Cara inferior	Cara superior	Cara inferior
P (ton)	157.00	157.00	0.00	0.00
M33 (ton.m)	1350.00	3268.00	0.00	0.00
M22 (ton.m)	0.00	0.00	883.00	6052.00
V33 (ton)	0.00	0.00	753.00	753.00
V22 (ton)	516.00	516.00	0.00	0.00

Tabla II. Cargas sísmicas en el pilar

Estas cargas deberán ser divididas entre el factor de reducción (R). En este caso: R=1.50 (dirección 22) y R=2.00 (dirección 33).

	Sismo X		Sismo Y	
	Cara superior	Cara inferior	Cara superior	Cara inferior
P (ton)	105.00	105.00	0.00	0.00
M33 (ton.m)	900.00	2178.67	0.00	0.00
M22 (ton.m)	0.00	0.00	441.50	3026.00
V33 (ton)	0.00	0.00	376.50	376.50
V22 (ton)	344.00	344.00	0.00	0.00

Tabla III. Cargas sísmicas en el pilar alteradas por el factor de reducción de resistencia.

En las caras de las vigas del tramo extremo:

	Sismo X		Sismo Y	
	Izquierda	Derecha	Izquierda	Derecha
P (ton)	0.00	0.00	0.00	0.00
M33 (ton.m)	1015.00	1064.00	0.00	0.00
M22 (ton.m)	0.00	0.00	0.00	0.00
V33 (ton)	0.00	0.00	0.00	0.00
V22 (ton)	91.00	118.00	0.00	0.00

Tabla IV. Cargas sísmicas en las caras izquierda y derecha de la viga del tramo extremo.

Estas cargas deberán ser divididas entre el factor de reducción (R). En este caso: $R=1.50$.

	Sismo X		Sismo Y	
	Cara superior	Cara inferior	Cara superior	Cara inferior
P (ton)	0.00	0.00	0.00	0.00
M33 (ton.m)	676.67	709.33	0.00	0.00
M22 (ton.m)	0.00	0.00	0.00	0.00
V33 (ton)	0.00	0.00	0.00	0.00
V22 (ton)	60.67	78.67	0.00	0.00

Tabla V. Cargas sísmicas en la viga del tramo extremo alteradas por el factor de reducción de resistencia.

ANEXO 2: Losa de transición

Las losas de aproximación tienen la función de generar un cambio de rigidez suave entre el puente y el relleno contiguo. De no colocarse se generarían asientos diferenciales entre el relleno y el puente. Se consideró una losa de aproximación de 21m x 3.50m x 0.25m de concreto armado. El módulo de balasto para el relleno es 12 kg/cm³.

Para el diseño, se modeló la losa en el programa SAP2000 apoyada un extremo (final del puente) y apoyada en el suelo mediante resortes que representarán el comportamiento del suelo sobre la losa ante las deformaciones que se presenten.

La losa de transición se diseñará en la dirección longitudinal, en el ancho efectivo que soportará las cargas vehiculares.

Ancho de franja: debido a que no existen vigas se considerará el ancho de franja para puentes losa.

$$E = 2100 + 0.12\sqrt{L1 \times W1} \leq W/N_L$$

L1: Luz modificada (en nuestro caso 3500 mm de largo)

W1: Ancho modificado, el menor valor entre el ancho del puente y 18 000

W: Ancho real del puente

Nl: Número de carriles

E: Ancho de franja del puente

Reemplazando:

$$E (mm) = 2100 + 0.12\sqrt{3500 \times 18000} = 3052$$

$$\frac{W}{N_L} = \frac{21000}{4} = 5250 > 3052$$

Por lo tanto:

$$E = 3052 \text{ mm}$$

Modelado en SAP2000

Se modeló un tramo equivalente de 3.50m de longitud con resortes ubicados cada 0.10m.

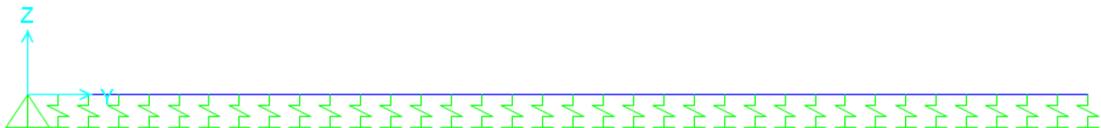


Figura VIII. Modelamiento de la losa de transición apoyada en un extremo y con resortes ubicados cada 0.10m.

Constante de rigidez de resortes:

Área de influencia de cada resorte (A_i):

$$A_i = 10\text{cm} \times 305.2\text{cm} = 3052\text{ cm}^2$$

Rigidez de cada resorte (k):

$$k = K_{\text{balasto}} \times A_i = 12 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} \times 3052\text{cm}^2 = 36.63 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} = 366.2 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

Simple Spring Stiffness		
Translation 1	<input type="text" value="0"/>	tonf/m
Translation 2	<input type="text" value="0"/>	tonf/m
Translation 3	<input type="text" value="366.2"/>	tonf/m
Rotation about 1	<input type="text" value="0"/>	tonf-m/rad
Rotation about 2	<input type="text" value="0"/>	tonf-m/rad
Rotation about 3	<input type="text" value="0"/>	tonf-m/rad

Figura. Asignación de constante de rigidez de resorte en la dirección vertical (dirección de la deformación).

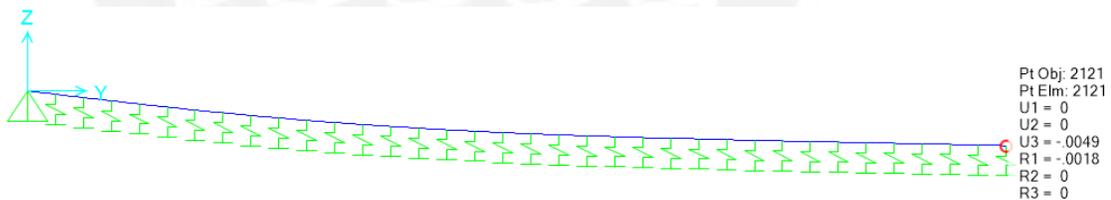


Figura IX. Deformación de la losa ante carga vehicular. $D_{\text{máx}}=4.9\text{ mm}$

Diseño estructural de la losa

Se diseñó la losa por el estado límite de resistencia 1:

$$U = 1.25 \times DC + 1.50 \times DW + 1.75 \times (LL + IM)$$

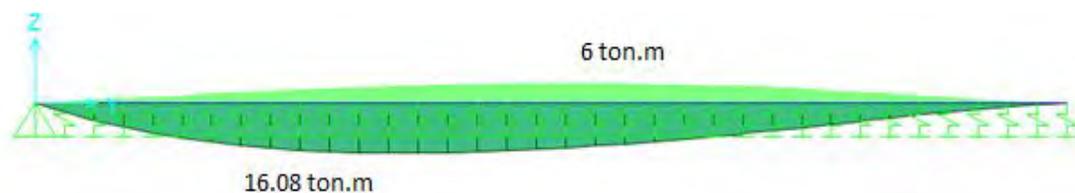


Figura X. Envolvente de momentos flectores por carga última.

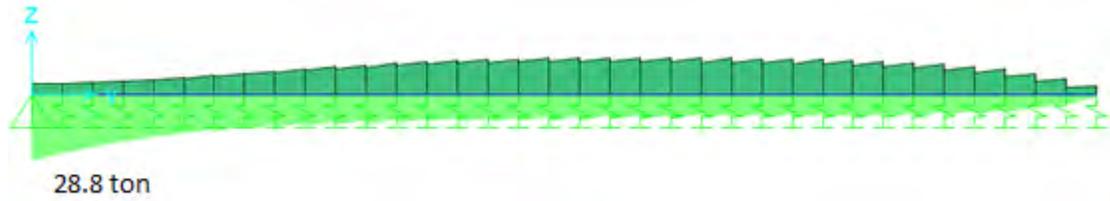


Figura XI. Envolvente de fuerza cortante por carga última.

Acero positivo:

$$Mu^+ = 16.08 \text{ ton.m}$$

$$d^+ = 23 \text{ cm}$$

$$b = 305.2 \text{ cm}$$

$$f'c = 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (colocar en EETT)}$$

$$a = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \times Mu}{\phi \times 0.85 \times f'c \times b}} = 1.02 \text{ cm} \dots \phi = 0.9$$

$$As^+ = \frac{Mu}{\phi \times fy \times \left(d - \frac{a}{2}\right)} = 18.94 \text{ cm}^2$$

Para 1m de ancho:

$$As^+ = \frac{18.94}{3.052} = 6.2 \text{ cm}^2$$

$$\text{Se colocará: } As^+ = \phi 1/2" @ 200 \text{ mm} = 6.45 \text{ cm}^2 \geq 6.2 \text{ cm}^2$$

Acero negativo:

$$Mu^- = 6.08 \text{ ton.m}$$

$$d^+ = 23 \text{ cm}$$

$$b = 305.2 \text{ cm}$$

$$f'c = 280 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ (colocar en EETT)}$$

$$a = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \times Mu}{\phi \times 0.85 \times f'c \times b}} = 0.4 \text{ cm} \dots \phi = 0.9$$

$$As^+ = \frac{Mu}{\phi \times fy \times \left(d - \frac{a}{2}\right)} = 6.96 \text{ cm}^2$$

Para 1m de ancho:

$$As^+ = \frac{18.94}{3.052} = 2.3 \text{ cm}^2$$

Se colocará: $As^+ = \emptyset 3/8''@200 \text{ mm} = 3.55 \text{ cm}^2 \geq 2.3 \text{ cm}^2$

- Acero de repartición

Debido a que el refuerzo principal es longitudinal al tráfico, este será un porcentaje del acero principal calculado anteriormente:

$$1750/\sqrt{S} \leq 67\% \text{ (Art. 2.9.1.3.3.4.2 del Manual de Diseño de Puentes del MTC)}$$

$$1750/\sqrt{3500} = 29\% \leq 50\%$$

$$As^-_{st} = 29\% As^- = 29\% \times 3.55 \text{ cm}^2 = 1.01 \text{ cm}^2, \text{ se colocará } \emptyset 3/8''@200 \text{ mm}$$

$$As^+_{st} = 29\% As^+ = 29\% \times 6.45 \text{ cm}^2 = 1.93 \text{ cm}^2, \text{ se colocará } \emptyset 3/8''@200 \text{ mm}$$

- Acero de temperatura y contracción de fragua

$$Ast = 75\% \times \frac{Ag}{fy} = 75\% \times 100 \times \frac{25}{4200} = 4.46 \text{ cm}^2 \leq As \text{ repartición}$$

Se está colocando en total 3.55cm² superior e inferior por lo que cumple el acero de temperatura y contracción de fragua.

Verificación de cortante:

Vu=28.8 ton

$$\emptyset Vn = 0.85 \times 0.53 \times \sqrt{280 \times 350.2 \times 23} = 52195 \text{ kg} = 52.2 \text{ ton} > 28.8 \text{ ton (OK)}$$

ANEXO 3: Pernos de Anclaje

Los pernos de anclaje unirán las vigas del tramo central con los dispositivos de apoyo de tal manera que restringirán los desplazamientos verticales. Asimismo se dispondrán pernos de anclaje que restrinjan los desplazamientos en “x” y “y” en un extremo (apoyo fijo) y que restrinjan solo los desplazamientos en “y” en el otro extremo (apoyo móvil). Esto último se logrará a través de ranuras en las conexiones del apoyo móvil.

Análisis Estructural

El peso total debido al tramo central de 50m es:

$$R_m = 101.25 \times 2 = 202.5 \text{ Ton}$$

$$R_v = 57.18 \times 2 = 114.36 \text{ Ton}$$

El peso sísmico del puente se tomó como el 100% de la carga muerta y el 50% de la carga viva, por consiguiente, el peso sísmico resultante es de 260 Ton.

La fuerza de inercia horizontal en el sentido longitudinal del puente será el 45% de su peso sísmico y adicionalmente se considerarán a las fuerzas de frenado como el 25% del tren de cargas del HL-93 considerando el caso más crítico (dos camiones transportándose en el mismo sentido).

$$F_{frenado} = 0.25 \times (3.57 + 14.78 \times 2) \times 2/8 = 2.07 \text{ Ton}$$

$$F_{long} = 0.45 \times (202.5 + (114.36) \times 0.5) + 2.07 = 119 \text{ ton}$$

La fuerza de inercia horizontal en el sentido transversal del puente será únicamente el 45% de su peso sísmico.

$$F_{transv} = 0.45 \times (202.5 + (114.36) \times 0.5) = 117 \text{ ton}$$

En el eje longitudinal F_{long} será tomado por los apoyos que restrinjan el desplazamiento en “x”, entonces la fuerza en cada dispositivo de apoyo será $119/1 = 119 \text{ ton}$

En el eje transversal F_{transv} será tomado por los apoyos que restrinjan el desplazamiento en “y”, entonces la fuerza en cada dispositivo de apoyo será $117/2 = 58.5 \text{ ton}$

La carga última resultante se obtendrá considerando el 100% de la fuerza longitudinal y el 30% de transversal:

$$V_u = \sqrt{119^2 + (0.3 \times 58.5)^2} = 121 \text{ ton.. carga última longitudinal en apoyo.}$$

$$V_u = \sqrt{58.5^2 + (0.3 \times 119)^2} = 68.5 \text{ ton.. carga última transversal en apoyo.}$$

Diseño estructural

- Resistencia a corte

a. Resistencia de los pernos de anclaje

$$\phi V n_a = 1 \times 0.38 \times 4 \times 20.26 \times 5270 = 162 \text{ ton}$$

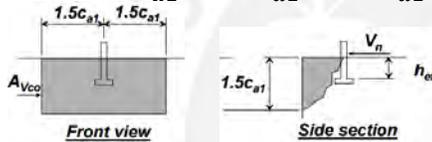
b. Resistencia a la rotura del concreto debido a los pernos sometidos a corte

La capacidad correspondiente a la separación de un volumen de concreto alrededor de los conectores viene dada por la siguiente ecuación:

$$Vcbg = \frac{Avc}{Avc0} \times \Psi_{ec,V} \times \Psi_{ed,V} \times \Psi_{c,V} \times \Psi_{h,V} \times Vb$$

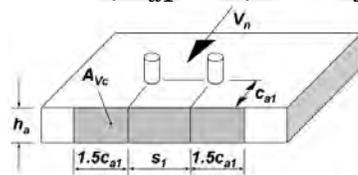
Donde:

$$Avc0 = 3c_{a1} \times 1.5c_{a1} = 4.5c_{a1}^2 = 4.5 \times 22^2 = 2178 \text{ cm}^2$$



c_{a1} : Distancia al borde libre del apoyo

$$Avc = (3c_{a1} + s1) \times 1.5c_{a1} = (3 \times 22 + 105) \times 1.5 \times 22 = 5643 \text{ cm}^2$$



$s1$: Distancia entre ejes de pernos de anclaje

$$Vb = 2 \times 1.86 \times \left(\frac{h_{ef}}{d}\right)^{0.2} \times \sqrt{d} \times \sqrt{f'c} \times c_{a1}^{1.5} \dots \text{ en la dirección transversal}$$

$$Vb = 2 \times 1.86 \times \left(\frac{60}{5.08}\right)^{0.2} \times \sqrt{5.08} \times \sqrt{420} \times 22^{1.5} = 29.1 \text{ ton}$$

h_{ef} : longitud de anclaje, d : diámetro de perno de anclaje

Se adopta: $\Psi_{ec,V} = 1.2$, $\Psi_{ed,V} = 1$, $\Psi_{c,V} = 1.4$, $\Psi_{h,V} = 1$

Reemplazando:

$$Vcbg = \frac{5643}{2178} \times 1.2 \times 1 \times 1.4 \times 1 \times 29.1 = 126.7 \text{ ton}$$

$$\phi Vn_b = 1 \times Vcbg = 126.7 \text{ ton}$$

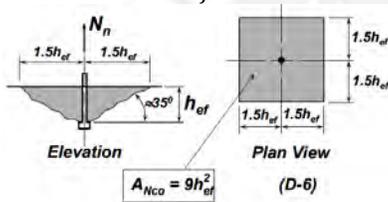
c. Resistencia al arranque de los pernos sometidos a corte

La capacidad correspondiente al arranque de un volumen de concreto alrededor de los conectores viene dada por la siguiente ecuación:

$$Ncbg = \frac{Anc}{Anco} \times \Psi_{ec,N} \times \Psi_{ed,N} \times \Psi_{c,N} \times \Psi_{cp,N} \times Nb$$

Donde:

$$Anco = 9 \times h_{ef}^2 = 9 \times 60^2 = 32400 \text{ cm}^2$$



$$Anc = (22 + 1.5 \times 60) \times (3 \times 60 + 105) = 31920 \text{ cm}^2$$

$$Nb = 10.2 \times \sqrt{f'c} \times h_{ef}^{1.5} = 10.2 \times \sqrt{420} \times 60^{1.5} = 97.2 \text{ ton}$$

$$\Psi_{ed,N} = 0.7 + 0.3 \times \left(\frac{c_{a1}}{1.5h_{ef}} \right) = 0.7 + 0.3 \times \left(\frac{22}{1.5 \times 60} \right) = 0.77$$

Se adopta: $\Psi_{ec,N} = 1$, $\Psi_{c,N} = 1.25$, $\Psi_{cp,N} = 1$

Reemplazando:

$$Ncbg = \frac{31920}{32400} \times 1 \times 0.77 \times 1.25 \times 1 \times 97.2 = 92.2 \text{ ton}$$

$$\phi Vn_c = 1 \times 2 \times Ncbg = 184 \text{ ton}$$

La menor resistencia de ϕVn_a , ϕVn_b y ϕVn_c es:

$$\phi Vn_c = 126.7 \text{ ton} > 121 \text{ ton} \dots \text{OK!}$$

- Resistencia a tracción

Para simplificar el análisis en la dirección vertical (eje "z") se asumirá que la aceleración que experimenta es el 67% de la aceleración horizontal, entonces la fuerza inercial vertical sería:

$$F_{vert} = 0.67 \times (0.45 \times (202.5 + (114.36) \times 0.5) + 2.07) = 80 \text{ ton}$$

Esta carga se repartirá en todos los apoyos, la fuerza que experimentará cada dispositivo de apoyo será $80/2 = 40 \text{ ton}$

a. Resistencia a tracción de los pernos de anclaje

$$\phi Tn_a = 1 \times 0.76 \times Ab \times Fub = 1 \times 0.76 \times 4 \times 20.26 \times 5270 = 324.6 \text{ ton}$$

b. Resistencia a la rotura del concreto

$$Ncbg = \frac{Anc}{Anco} \times \Psi_{ec,N} \times \Psi_{ed,N} \times \Psi_{c,N} \times \Psi_{cp,N} \times Nb$$

Donde:

$$Anco = 9 \times h_{ef}^2 = 9 \times 60^2 = 32400 \text{ cm}^2$$

$$Anc = (22 + 1.5 \times 60) \times (3 \times 60 + 105) = 31920 \text{ cm}^2$$

$$Nb = 10.2 \times \sqrt{f'c} \times h_{ef}^{1.5} = 10.2 \times \sqrt{420} \times 60^{1.5} = 97.2 \text{ ton}$$

$$\Psi_{ed,N} = 0.7 + 0.3 \times \left(\frac{c_{a1}}{1.5h_{ef}} \right) = 0.7 + 0.3 \times \left(\frac{22}{1.5 \times 60} \right) = 0.77$$

Se adopta: $\Psi_{ec,N} = 1$, $\Psi_{c,N} = 1.25$, $\Psi_{cp,N} = 1$

Reemplazando:

$$Ncbg = \frac{31920}{32400} \times 1 \times 0.77 \times 1.25 \times 1 \times 97.2 = 92.2 \text{ ton}$$

$$\phi Tn_B = 1 \times Ncbg = 92.2 \text{ ton}$$

c. Resistencia al arranque de los pernos

Se emplearán tuercas hexagonales de 2" de lado con lo cual tenemos el área de 67.1 cm².

$$Aneta = 4 \times (67.1 - 20.26) = 187.4 \text{ cm}^2$$

$$Npn = 1.4 \times 187.4 \times 210 = 55 \text{ ton}$$

$$\phi Tn_c = 1 \times NpN = 55 \text{ ton}$$

d. Resistencia a la rotura lateral del perno

La resistencia a la rotura lateral del perno se calculará con la siguiente expresión:

$$\phi Tn_d = \phi \times \left(1 + \frac{s1}{6ca1}\right) \times Nb$$

$$\phi Tn_d = 1 \times \left(1 + \frac{105}{6 \times 22}\right) \times 97.2 = 174.5$$

La menor resistencia de ϕTn_a , ϕTn_b , ϕTn_c y ϕTn_d es:

$$\phi Tn_c = 55 \text{ ton} > 40 \text{ ton} \dots \text{OK!}$$

- Verificación de aplastamiento en plancha base

Además, se empleará una placa base de 130x130 cm y 2" de espesor en donde se conectarán los pernos de anclaje. Verificando la resistencia al aplastamiento de la placa base:

$$\phi Rn = 1 \times 2.4 \times d \times t \times Fu \times 4 = 1 \times 2.4 \times 5.08 \times 5 \times 4570 \times 4 = 1114 \text{ ton} \\ > 121 \text{ ton} \dots \text{OK!} (Fu = 4570 \text{ kg/cm}^2)$$

ANEXO 4: Pérdidas de presfuerzo

Para el diseño de las vigas postensadas se asumieron pérdidas de presfuerzo de 10%. Se realizó una comprobación mediante el cálculo de las pérdidas de presfuerzo en el postensado. Las pérdidas que se analizaron fueron las siguientes: acortamiento elástico, encogimiento, flujo plástico y pérdidas por relajación de acero. Para este cálculo nos referiremos al Manual de Diseño de Puentes MTC 2003 Art. 2.9.1.3.9.1.

$$\Delta f_{pT} = \Delta f_{pES} + \Delta f_{pSR} + \Delta f_{pCR} + \Delta f_{pR}$$

Δf_{pES} : Pérdidas por acortamiento elástico

Δf_{pSR} : Pérdidas por encogimiento

Δf_{pCR} : Pérdidas por Creep

Δf_{pR} : Pérdidas por relajación del acero

- Pérdidas por acortamiento elástico

Para vigas postensadas:

$$\Delta f_{pES} = \frac{0.5 \times E_p \times f_{cir}}{E_{ci}}$$

E_p : Módulo de elasticidad del acero de presfuerzo
 E_{ci} : Módulo de elasticidad del concreto en la transferencia
 f_{cir} : Esfuerzo en el concreto en el centro de gravedad del acero de presfuerzo debido a la fuerza de tensado y a la carga muerta de la viga después de la transferencia.

$$E_{ci} = 15000 \times \sqrt{f'_{ci}} = 280624.3 \frac{kg}{cm^2}$$

$$E_p = 1.97 \times 10^6 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{cir} = \frac{P}{A} + \frac{P \times e}{St} - \frac{M_{viga}}{St}$$

$$f_{cir} = \frac{992.25}{0.766} + \frac{992.25 \times 0.948}{0.5039} - \frac{574.35}{0.5039}$$

$$f_{cir} = 1540 \frac{ton}{m^2}$$

Reemplazando:

$$\Delta f_{pES} = \frac{0.5 \times 1.97 \times 10^6 \times 1540 \times .1}{280624.3}$$

$$\Delta f_{pES} = 540.54 \frac{kg}{cm^2}$$

- Pérdidas por encogimiento

$$\Delta f_{pSR} = 8.2 \times 10^{-6} \times K_{SH} \times \left(1 - 0.06 \times \frac{V}{S}\right) \times (100 - RH) \times E_p$$

V/S: Relación entre el área y el perímetro de la viga. Área=7660cm²,
Perímetro=831cm. V/S=9.2

RH: Humedad relativa promedio anual que rodea al elemento de concreto (Se considerará 80%)

Ksh: Factor que depende de los días de curado, por lo tanto se considerará 7 días de curado y un factor Ksh de 0.77.

Dias	Ksh
1	0.92
3	0.85
5	0.8
7	0.77
10	0.73
20	0.64
30	0.58
60	0.45

Tabla. Adaptado de MTC 2003.

Reemplazando:

$$\Delta f_{pSR} = 8.2 \times 10^{-6} \times 0.77 \times (1 - 0.06 \times 9.2) \times (100 - 80) \times 1.97 \times 10^6 = 111.1 \frac{kg}{cm^2}$$

- Pérdidas debido a creep del concreto

$$\Delta f_{pCR} = 2 \times \frac{E_p}{E_c} \times (f_{cir} - f_{cds})$$

fcds: esfuerzo en el concreto debido a todas las cargas muertas exceptuando la carga muerta presente en el momento de aplicación de la fuerza de tensado.

$$f_{cds} = \frac{Mdc2}{Si} + \frac{Mdc3}{Sci} = \frac{481.4}{0.5039} + \frac{167}{0.678} = 1202 \frac{ton}{m^2}$$

$$E_c = 15000 \times \sqrt{f'c} = 307408.523 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\Delta f_{pCR} = 2 \times \frac{1.97 \times 10^6}{307408.523} \times (1540 - 1202) \times 0.1 = 433.4 \frac{kg}{cm^2}$$

- Pérdidas debido a relajación del acero

$$\Delta f_{pR} = (K_{re} - J \times (\Delta f_{pES} + \Delta f_{pSR} + \Delta f_{pCR})) \times C$$

Para torones de baja relajación Gr270 con relación $f_{pi}/f_{pu}=0.75$:

$K_{re}=350$, $J=0.04$ y $C=1$

$$\Delta f_{pR} = (350 - .04 \times (540.54 + 111.1 + 433.4)) \times 1 = 306.6 \frac{kg}{cm^2}$$

Finalmente, la pérdida total será:

$$\Delta f_{pT} = 540.54 + 111.1 + 433.4 + 306.6 = 1391.7 \frac{kg}{cm^2}$$

Se utilizaron 50 torones de 0.6":

$$A_{pS} = 50 \times 1.4cm^2 = 70cm^2$$

$$\Delta P = A_{pS} \times \Delta f_{pT} = 97.4 ton$$

$$\%Pérdida = \frac{97.4}{P} = \frac{97.4}{992.25} = 9.82\%$$

Como se puede observar se estimaron pérdidas del 10% por lo que el diseño se considera satisfactorio al encontrar una diferencia del 0.28%.