

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL
PERÚ

ESCUELA DE POSGRADO



**REVISITANDO EFECTOS DE
DECOHERENCIA EN LAS
OSCILACIONES DE NEUTRINOS**

Tesis para optar al grado de Magíster en Física, que presenta el Bachiller:

Sandro Joel Hernández Goicochea

Asesor:

Dr. Alberto Martín Gago Medina

Jurado:

Dr. Eduardo Ruben Massoni Kamimoto

Dr. Joel Jones Pérez

Lima, 25 de abril del 2016



Dedico esta tesis a mis padres, Wilson y Deisy, quienes me han apoyado en todos los momentos de mi vida y en cada una de mis decisiones.



II



Agradecimientos

Quiero agradecer inmensamente a mis padres, Wilson y Deisy, quienes no sólo siempre confiaron en mí, sino que me han apoyado y brindado su cariño en todas las etapas de mi vida y de mi carrera. Sin ustedes no lo hubiese logrado. Así agradezco a toda mi familia, en especial a mi hermano, Marco, y a mis tios, Wilder y Myriam, por todo su invaluable apoyo.

Además, deseo agradecer a Pamela por haberme brindado su cariño y compañía durante estos años de maestría. Asimismo, un agradecimiento a todos mis amigos, en especial, a mis compañeros de la Sección de Física con quienes compartí mucho tiempo durante estos últimos años y de quienes he aprendido mucho.

Esta tesis no se hubiese realizado sin la guía de mi asesor, el Dr. Alberto Gago, a quién le agradezco mucho por la paciencia y la dedicación que mostró con mi trabajo. Además quisiera agradecer todo el apoyo durante la maestría y el viaje a la UNICAMP.

Agradezco a todos los profesores con quienes he llevado cursos durante el pregrado y la maestría. Sus enseñanzas han servido para enriquecer mi formación profesional.

Un agradecimiento especial a los miembros de mi jurado por sus comentarios y acotaciones que me ayudaron a comprender de mejor manera el tema.

La maestría fue financiada por CIENCIACTIVA-CONCYTEC, se agradece a esta institución por el apoyo económico.

IV

AGRADECIMIENTOS



Contents

Agradecimientos	III
Lista de figuras	1
Lista de tablas	5
1 Introducción	1
2 Marco Teórico	5
2.1 Mecanismo de oscilación de neutrinos	5
2.1.1 Oscilación de neutrinos en dos generaciones	10
2.1.2 Oscilación de neutrinos en tres generaciones	11
2.2 Sistemas cuánticos abiertos	14
2.2.1 Mapeos Dinámicos	14
2.2.2 Semigrupos dinámicos completamente positivos	17
2.2.3 Derivaciones microscópicas	23
2.2.3.1 Weak Coupling Limit	23
2.2.3.2 Singular Coupling Limit	28
3 Decoherencia en la oscilación de neutrinos	29
3.1 Decoherencia en el modelo de dos generaciones	30
3.1.1 Escenario 1 - 2ν	38
3.1.2 Escenario 2 - 2ν	38
3.1.3 Escenario 3 - 2ν	40
3.2 Decoherencia en el modelo de tres generaciones	41
3.2.1 Escenario 1 - 3ν	49
3.2.2 Escenario 2 - 3ν	50
3.2.3 Escenario 3 - 3ν	54

VI

CONTENTS

4	Análisis y Resultados	59
4.1	Estudio de decoherencia en el experimento de MINOS	59
4.2	Estudio de decoherencia en el experimento de IceCube.	81
5	Conclusiones	93
A	Aspectos básicos de la mecánica cuántica	97
	Bibliografía	101



List of Figures

2.1	Espectro de masas de los neutrinos con jerarquía normal y con jerarquía invertida. Figura tomada de la referencia [27].	13
2.2	Representación esquemática de un sistema cuántico abierto.	15
4.1	Esquema de NuMI que muestra las diferentes fases del proceso de generación del haz de neutrinos. Figura tomada de la referencia [49]	60
4.2	Vistas superior y transversal del Near Detector de MINOS, donde se aprecian las regiones que tiene. Figura tomada de la referencia [48]	61
4.3	Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs Δm^2 para $n = 0$, usando la data de neutrinos de MINOS, en los casos en que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. Se muestra además el efecto de fijar un $\sin^2 2\theta$ distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1.	72

4.4 Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs Δm^2 , usando la data de neutrinos de MINOS, en los casos en que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. En la Figura a), b), c) y d), la dependencia energética es $n=1$, $n=-1$, $n=2$ y $n=-2$, respectivamente. Se muestra además el efecto de fijar un $\sin^2 2\theta$ distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1. 73

4.5 Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs Δm^2 para $n = 0$, usando la data de antineutrinos de MINOS, en los casos que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. Se muestra además el efecto de fijar un $\sin^2 2\theta$ distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1. 74

4.6 Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs Δm^2 , usando la data de antineutrinos de MINOS, en los casos en que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. En la Figura a), b), c) y d), la dependencia energética es $n=1$, $n=-1$, $n=2$ y $n=-2$, respectivamente. Se muestra además el efecto de fijar un $\sin^2 2\theta$ distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1. 75

4.7 Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs $\sin^2 2\theta$ para $n = 0$, usando la data de neutrinos de MINOS, en los casos en que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. Se muestra además el efecto de fijar un Δm^2 distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1. 76

4.8 Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs $\sin^2 2\theta$, usando la data de neutrinos de MINOS, en los casos en que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. En la Figura a), b), c) y d), la dependencia energética es $n=1$, $n=-1$, $n=2$ y $n=-2$, respectivamente. Se muestra además el efecto de fijar un $\sin^2 2\theta$ distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1. 77

LIST OF FIGURES

4.9 Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs $\sin^2 2\theta$ para $n = 0$, usando la data de antineutrinos de MINOS, en los casos que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. Se muestra además el efecto de fijar un Δm^2 distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1. 78

4.10 Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs $\sin^2 2\theta$, usando la data de antineutrinos de MINOS, en los casos en que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. En la Figura a), b), c) y d), la dependencia energética es $n=1$, $n=-1$, $n=2$ y $n=-2$, respectivamente. Se muestra además el efecto de fijar un $\sin^2 2\theta$ distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1. 79

4.11 Diseño del experimento de IceCube ubicado en el Polo Sur. Figura tomada de [73] 83

4.12 Vistas superior y lateral de IceCube. Con puntos negros está indicadas las posiciones de las cadenas estándar, mientras que las del DeepCore son señaladas con aspas rojas. Figura tomada de [74] 84

4.13 Las Figuras a), [76], y b), [77], muestran los resultados de IceCube para el modelo de flujo de tres tipo de neutrinos. La Figura a), es resultado de un análisis usando la data recolectada desde 2010 al 2013 y tomando en cuenta todos los eventos con energías mayores a 35 TeV. Por otro lado, la Figura b) es producto de una análisis combinado de distintas mediciones realizadas desde el 2009 hasta el 2013. 85

4.14 Regiones permitidas a 1σ y 3σ considerando oscilaciones estándar. La Figura a) muestra toda la región permitida considerando cualquier composición de la fuente. La Figura b) muestra las regiones permitidas considerando cuatro posibles composiciones. 90

- 4.15 Regiones permitidas a 1σ y 3σ considerando oscilaciones estándar más decoherencia de acuerdo al Escenario 1. Las Figuras de la izquierda muestran los efectos de una decoherencia parcial y a la derecha se muestran los efectos de una decoherencia total. 91
- 4.16 Regiones permitidas a 1σ y 3σ considerando oscilaciones estándar más decoherencia de acuerdo al Escenario 2. Las Figuras de la izquierda muestran los efectos de una decoherencia parcial y a la derecha se muestran los efectos de una decoherencia total. 92



List of Tables

4.1	Resultados a 68% para oscilaciones estándar.	66
4.2	Resultados obtenidos para oscilaciones con decoherencia considerando $\gamma_2 = 0$, Ec. 4.11.	67
4.3	Resultados obtenidos para oscilaciones con decoherencia considerando $\gamma_2 = 4\gamma_4$, Ec. 4.10.	68
4.4	Valor del Criterio de Información de Akaike (AIC) para oscilaciones estándar ($p = 2$).	69
4.5	Valor del Criterio de Información de Akaike (AIC) para oscilaciones estándar más decoherencia con $\gamma_2 = 0$ ($p = 3$). . . .	69
4.6	Valor del Criterio de Información de Akaike (AIC) para oscilaciones estándar más decoherencia con $\gamma_2 = 4\gamma_4$ ($p = 3$). . . .	70
4.7	Límites al 99% obtenidos para el parámetro de decoherencia en los casos que $\gamma_2 = 0$ y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ usando data de neutrinos. . .	80
4.8	Límites al 99% obtenidos para el parámetro de decoherencia en los casos que $\gamma_2 = 0$ y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ usando data de antineutrinos. . .	80



Capítulo 1

Introducción

En general, se sabe que una gran variedad de sistemas abiertos pueden ser descritos como subsistemas en interacción con un sistema más grande, llamado ambiente o entorno [1]-[4]. El entorno suele ser considerado un sistema mucho más grande, prácticamente imperturbable ante las interacciones con el sistema abierto, por lo cuál, es tomado como invariante en el tiempo. Esto concentra el interés, exclusivamente, en la evolución del subsistema abierto o también llamado reducido. El sistema total, suma del subsistema reducido y entorno, se considera que es un sistema aislado que sigue las reglas usuales de la mecánica cuántica, es decir, realiza una evolución unitaria que conserva la probabilidad. Sin embargo, la evolución del subsistema abierto, sin el entorno, ya no es unitaria, porque al existir interacción con el otro subsistema se desarrollan efectos de dispersión e irreversibilidad. Cuando no hay una correlación inicial entre el subsistema, el entorno y sus interacciones se la considera débil y puede ser descrita en términos de los llamados semigrupos dinámicos cuánticos. Estos son mapeos de la evolución en el tiempo que encierran requerimientos físicos generales como: incremento en la entropía, la composición del tiempo(propiedad de los semigrupos) y positividad completa.

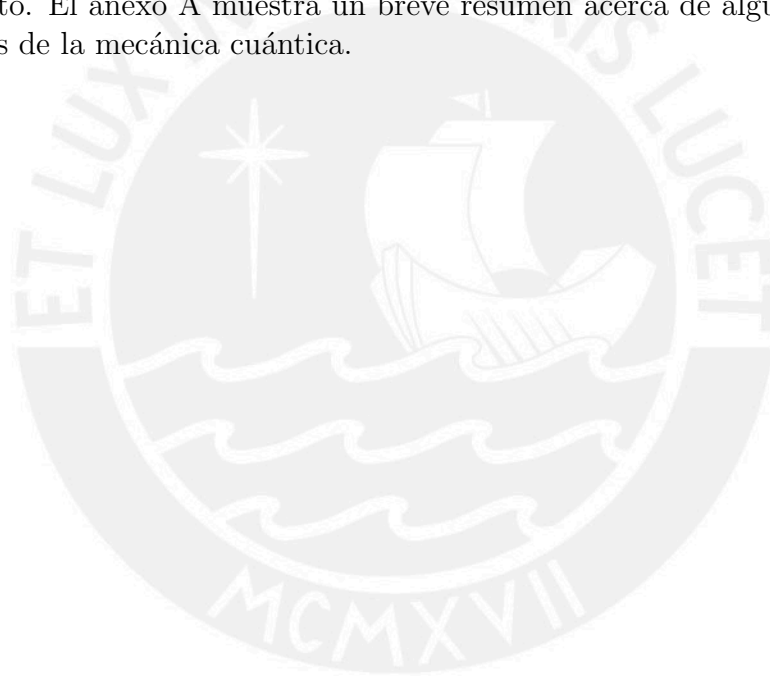
La descripción de sistemas abiertos originalmente fue desarrollada para sistemas ópticos-cuánticos. Sin embargo, en este trabajo, nos serviremos de esta teoría para estudiar efectos de decoherencia, en el marco de partículas elementales. Las motivaciones originales para investigar en este camino se deben

a que esta podría ser una forma de observar posibles efectos de gravedad cuántica [5]-[16]. Gravedad cuántica postula la existencia de fenómenos no estándar, como agujeros negros virtuales, los cuales son agujeros negros que existirían temporalmente como resultado de una fluctuación del espacio-tiempo [7]. Teóricamente, estos agujeros tienen una masa del orden de la masa de Planck, $m_P \equiv \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 1.229 \times 10^{19} \text{GeV}/c^2$, y un tiempo de vida alrededor del tiempo de Planck, $t_P \equiv \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 5.39 \times 10^{-44} \text{s}$ (G es la constante gravitacional). La interacción de estos agujeros negros virtuales con partículas masivas se postula que podría ser una posible causa de decoherencia. Asimismo, algunos trabajos postulan que también string theory podría llevar a fenómenos parecidos [17] [18] [19]. En general, algunos artículos han tratado acerca de estas interacciones y el efecto de “fricción” que sufrirían las partículas en su viaje a través del espacio-tiempo debido a estas, sin embargo, sin importar cuál sea la dinámica “microscópica” de la interacción se puede estimar la magnitud de estos nuevos efectos utilizando la teoría de sistemas cuánticos abiertos.

Las motivaciones acerca del uso de neutrinos para el estudio de efectos de decoherencia son: Primero, porque se estima que son muy pequeños a energías inferiores a la masa de Planck. Por lo cuál, se considera imposible observarlos en partículas cargadas, debido a que antes de recorrer una distancia apreciable interaccionarían con el ambiente. Segundo, en el caso de la partículas neutras, se hizo un estudio sobre la posibilidad de medir decoherencia en neutrones y kaones, no obstante, la medición está muy restringida por el tiempo de vida de estas partículas. Por lo que, los neutrinos son un caso especial, ya que, por un lado se tiene que son partículas neutras que atraviesan imperturbablemente grandes distancias sin decaer ni interaccionar, mientras que por otro, debido a sus oscilaciones funcionan como interferómetros de gran escala, tal que, los posibles efectos de decoherencia pueden ser maximizados volviéndolos medibles. En los últimos años, se están realizando varios experimentos de neutrinos, por lo que es una buena oportunidad para medir estos posibles efectos disipativos.

En este trabajo, vamos a establecer el Marco Teórico en el Capítulo 2, en el cuál, se expondrá el mecanismo de las oscilaciones de neutrinos inducida por la diferencia de masas y el formalismo de sistema cuánticos abiertos. En el Capítulo 3, se presenta la evolución de un sistema de neutrinos como un sistema abierto en interacción con un baño térmico, y usando los la teoría de sistema cuánticos abiertos se parametrizará los efectos de la interacción.

En este análisis, no se considerará ningún baño en específico, sino que se realizará un análisis fenomenológico sobre las probabilidades de oscilación. Además, aún siendo desconocida la forma microscópica de la interacción se tomará ciertas consideraciones generales, como exigir completa positividad, para obtener restricciones sobre los parámetros de decoherencia. Luego, usando las restricciones se expondrán ciertos escenarios de decoherencia relevantes, tanto dentro del modelo de dos sabores, como en el de tres neutrinos. Posteriormente, en el Capítulo 4, se realizará un análisis para ver si es posible observar efectos de decoherencia en el experimento de MINOS. Además, se discutirá cómo modifica la decoherencia a la composición del flujo de neutrinos astrofísicos medidos en IceCube. Finalmente, en el Capítulo 5, se presenta un resumen de los resultados obtenidos y algunas conclusiones al respecto. El anexo A muestra un breve resumen acerca de algunos aspectos básicos de la mecánica cuántica.





Capítulo 2

Marco Teórico

2.1 Mecanismo de oscilación de neutrinos

El neutrino es una partícula elemental del tipo fermiónico, neutra, que interactúa sólo vía fuerza débil y tiene una masa muy pequeña. Desde que fue propuesto por primera vez en 1930 por el físico austriaco Wolfgang Pauli, esta partícula ha sido encargada de revelarnos muchas cosas acerca de la física más fundamental que rige el mundo. Su nombre se lo debe a que fue postulado como una partícula neutra y de masa muy pequeña, la cuál, debía llevar parte de la energía y el momentum que se perdía en el decaimiento beta del neutrón. La comprobación experimental de su existencia no llegó hasta 1956, cuando Clyde L. Cowan y Frederick Reines en un experimento de reactor lograron medir el decaimiento beta inverso.

El sabor es una propiedad que clasifica a las partículas elementales en familias, en el caso de los neutrinos, se ha probado que existen tres sabores de neutrinos que corresponden a cada una de las familias leptónicas: electrónico, muónico y tauónico, más sus antipartículas correspondientes.

Inicialmente, se consideró al neutrino como una partícula sin masa, debido a que esta es muy pequeña y no es contemplada dentro del modelo estándar. Sin embargo, múltiples experimentos, a lo largo de los años, han determinado

que los neutrinos si poseen masa, aunque hasta hoy no se conoce el valor exacto de esta. Existen límites para el valor de la masa del neutrino, los más restrictivos indican que es menor que la diez milésima parte de la de un electrón, Ref. [23]. Una prueba que certifica que los neutrinos tienen masa es que estos oscilan debido a la diferencia de sus masas cuadradas. La oscilación de neutrinos es un fenómeno que se observó por primera vez en los años 60 cuando el físico norteamericano Ray Davis en el experimento de Homestake encontró un déficit del 34% en el flujo de neutrinos solares que se observaban en la Tierra, a esto se le denominó como el problema de los neutrinos solares. El problema fue resuelto por el mecanismo de oscilación de neutrinos el cuál indica que el flujo de neutrinos solares no disminuía, sino que estos cambian de sabor a lo largo de su viaje. Es decir, en lugar de observar los neutrinos electrónicos que se esperaba, estos oscilan a otros sabores.

El mecanismo de oscilación inducido por diferencia de masas, fue propuesto, por primera vez, en 1957 por Bruno Pontecorvo en analogía a las oscilaciones de $K^0 - \bar{K}^0$. La idea central detrás de este mecanismo es que las oscilaciones son producidas por la interferencia coherente de diferentes neutrinos masivos. Es decir, los autoestados del Hamiltoniano libre o autoestados de masa no tiene correspondencia de uno a uno con los los autoestados de interacción, sino que a un estado de sabor definido le corresponde una superposición de diferentes estados de masa [20] [21].

De modo que, se puede formar dos bases ortonormales, una de autoestados de interacción o de sabor $|\nu_\alpha\rangle$ ($\alpha = e, \nu, \tau$) y una de autoestados de masa $|\nu_i\rangle$ ($i = 1, 2, 3, \dots$). Ambas bases se encuentran conectadas por una transformación lineal unitaria U , la cuál es conocida como la matriz de mezcla. Hay que notar que es estándar considerar sólo tres autoestados de masa, tal que la matriz unitaria es una matriz cuadrada 3×3 .

En forma general, se puede escribir los autoestados de interacción en función de los autoestados de masa de la siguiente forma,

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle \quad (\alpha = e, \mu, \tau). \quad (2.1)$$

2.1. MECANISMO DE OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

7

E inversamente, un autoestado de masa en función de autoestados de sabor,

$$|\nu_k\rangle = \sum_{\alpha} U_{\alpha k} |\nu_{\alpha}\rangle. \quad (2.2)$$

Definiendo los autoestados de masa y sabor como dos bases ortonormales, se cumple,

$$\langle \nu_k | \nu_j \rangle = \delta_{kj} \quad (2.3)$$

$$\langle \nu_{\alpha} | \nu_{\beta} \rangle = \delta_{\alpha\beta}. \quad (2.4)$$

Y dado que la matriz de mezcla es una matriz unitaria,

$$U^{\dagger}U = 1 \quad \longleftrightarrow \quad \sum_{\alpha} U_{\alpha k}^* U_{\alpha j} = \delta_{jk}. \quad (2.5)$$

Los autoestados de masa están definidos como los autoestados del Hamiltoniano,

$$\mathcal{H}|\nu_k\rangle = E_k|\nu_k\rangle, \quad (2.6)$$

con autovalores,

$$E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2}. \quad (2.7)$$

La evolución de estos estados se puede calcular a través de la ecuación de Schrödinger.

$$i \frac{d}{dt} |\nu_k(t)\rangle = \mathcal{H} |\nu_k(t)\rangle \quad (2.8)$$

Hay que hacer notar que los neutrinos son fermiones relativistas, por lo que, los estados que los describen son estados biespinoriales, soluciones de la ecuación de Dirac. Sin embargo, es posible ignorar la estructura espinorial y recuperar la forma de la ecuación de Schrödinger con un Hamiltoniano relativista, haciendo algunas aproximaciones, véase Ref. [21] [22]. La evolución de un autoestado de masa será la siguiente:

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle. \quad (2.9)$$

Conociendo esto, el estado de sabor a un tiempo t se puede calcular fácilmente,

$$|\nu_{\alpha}(t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k(t)\rangle. \quad (2.10)$$

Entonces, la probabilidad de que un neutrino producido como un neutrino de sabor α , luego de un tiempo t , sea detectado con sabor β es

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \left| \sum_{i,k=1}^3 U_{\alpha k}^* U_{\beta i} \langle \nu_i(0) | \nu_k(t) \rangle \right|^2 \\ &= \left| \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-iE_k t} \right|^2 \\ &= \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_k - E_j)t}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Considerando que los neutrinos son ultrarelativistas y que su masa es muy pequeña, se puede considerar la siguiente aproximación:

$$E_k \simeq E + \frac{m_k^2}{2E} \quad (2.12)$$

Donde

$$E = |\vec{p}| \quad (2.13)$$

es la energía del neutrino despreciando la variación por la masa. De modo que,

$$E_k - E_j \simeq \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} \quad \text{Donde} \quad \Delta m_{kj}^2 \equiv m_k^2 - m_j^2 \quad (2.14)$$

Finalmente, la probabilidad de que un neutrino α sea detectado como un neutrino β es:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj}^2 t}{2E}\right). \quad (2.15)$$

Usualmente es más útil conocer la probabilidad luego de una cierta distancia recorrida, como los neutrinos que se suelen estudiar son neutrinos ultrarelativistas, esto se reduce a realizar sólo el siguiente cambio $L \approx t$,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \quad (2.16)$$

Además, si se define la longitud de oscilación como la distancia a la cuál la

2.1. MECANISMO DE OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

9

fase oscilatoria es 2π ,

$$L_{kj}^{osc} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{kj}^2}. \quad (2.17)$$

Se puede reescribir la probabilidad de oscilación, como:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + 2\Re \sum_{k>j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-2\pi i \frac{L}{L_{kj}^{osc}}\right) \quad (2.18)$$

Otra forma conveniente de expresar la probabilidad es la siguiente:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \Re[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin^2\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) + 2 \sum_{k>j} \Im[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \quad (2.19)$$

La probabilidad de oscilación es llamada *probabilidad de supervivencia* cuando $\alpha = \beta$, mientras que si $\alpha \neq \beta$, es conocida como *probabilidad de transición*.

El caso de antineutrinos, es análogo al caso de neutrinos, en ambos se tiene que la base de autoestados de interacción o sabor y los de masa están relacionados vía una matriz de mezcla. Sin embargo, las relaciones son las complejas conjugadas de los neutrinos:

$$|\bar{\nu}_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k} |\bar{\nu}_k\rangle \quad (\alpha = e, \mu, \tau) \quad (2.20)$$

Asimismo, la probabilidad de oscilación para antineutrinos es análoga a la de neutrinos, salvo que las matrices de mezcla son las complejas conjugadas,

$$P_{\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta}(t) = \sum_{k,j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj}^2 t}{2E}\right). \quad (2.21)$$

Reescribiendo esta probabilidad se tiene,

$$P_{\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta}(L, E) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \Re[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin^2\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) - 2 \sum_{k>j} \Im[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right). \quad (2.22)$$

La única diferencia con la probabilidad con la de neutrinos, Ec. 2.19, es que el término imaginario lleva el signo opuesto.

Resultados idénticos pueden ser obtenidos considerando un ensemble de neutrinos descritos por una matriz densidad $\rho = |\nu\rangle\langle\nu|$. La evolución de la matriz densidad, cuando no existen efectos de disipativos o de decoherencia, está dada por la ecuación de Liouville:

$$\frac{d}{dt}\rho = i[H_{\text{eff}}, \rho] \quad (2.23)$$

En el Capítulo 3, se va a trabajar con este formalismo para calcular la probabilidad de oscilación, no obstante, se le añadirá un término disipativo añadido para representar la interacción del neutrino con un entorno.

2.1.1 Oscilación de neutrinos en dos generaciones

La aproximación de dos sabores consiste en considerar solo dos neutrinos masivos que están asociados a dos autoestados de sabor por una matriz real 2×2 . Esta es una aproximación muy útil, ya que, permite que las probabilidades de oscilación sean mucho más simples y dependan de menos parámetros que en el caso de tres sabores. Además la gran mayoría de experimentos no son sensibles a la influencia de la mezcla de los tres neutrinos. Por lo que, para un análisis simple puede usarse un modelo efectivo de dos sabores. La matriz de mezcla se puede parametrizar por un ángulo de mezcla:

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

2.1. MECANISMO DE OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

11

El ángulo se encuentra entre $0 \leq \theta \leq \pi/2$. Mientras que sólo habrá una diferencia de masas al cuadrado, la cuál producirá la interferencia.

$$\Delta m^2 \equiv \Delta m_{21}^2 \equiv m_2^2 - m_1^2 \quad (2.25)$$

Reemplazando en la ecuación 2.22, la probabilidad de transición queda como,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta m^2 L}{4E} \quad (\alpha \neq \beta). \quad (2.26)$$

Asimismo, la probabilidad de supervivencia es,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}(L, E) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta m^2 L}{4E}. \quad (2.27)$$

La longitud de oscilación en este caso será única,

$$L^{\text{osc}} = \frac{4\pi E}{\Delta m^2}. \quad (2.28)$$

2.1.2 Oscilación de neutrinos en tres generaciones

El caso de tres generaciones, es más complicado que el de dos sabores, la matriz de mezcla es una matriz compleja 3×3 . La parametrización de esta matriz dependerá de si, los neutrinos son partículas de Dirac o de Majorana. En el caso de oscilaciones estándar, no se puede distinguir entre ambos, en este estudio, se tomará a los neutrinos como partículas de Dirac. Una matriz de mezcla unitaria general de partículas de Dirac $n \times n$ puede ser parametrizada por $n(n-1)/2$ ángulos de rotación y $n(n+1)/2$ fases complejas de las cuáles $2n - 1$ pueden ser absorbidas redefiniendo los campos [23] [24]. Para una matriz 3×3 , se tienen entonces tres ángulos de mezcla θ_{12} , θ_{13} y θ_{23} , y una fase compleja δ_{CP} . A esta matriz de mezcla de tres neutrinos se la conoce como la matriz PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata), fue introducida por primera vez por Ziro Maki, Masami Nakagawa y Shoichi Sakata en 1962 para explicar las oscilaciones de neutrinos propuestas por Bruno Pontecorvo. La parametrización estándar de esta matriz se puede ver

a continuación,

$$\begin{aligned}
 U &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{13}s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}s_{13}c_{23}e^{i\delta_{\text{CP}}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}s_{13}c_{23}e^{i\delta_{\text{CP}}} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix} \quad (2.29)
 \end{aligned}$$

Como se ha visto, las oscilaciones son generadas por la diferencia de masas al cuadrado. A diferencia del caso de dos neutrinos donde sólo hay una diferencia de masa, en el caso de tres neutrinos hay tres: Δm_{21}^2 , Δm_{31}^2 y Δm_{32}^2 , aunque sólo dos son independientes. Justamente esto coincide con las dos escalas de oscilaciones que han sido observadas: la escala atmosférica (Δm_{ATM}^2) y la solar (Δm_{SOL}^2). Las oscilaciones atmosféricas fueron observadas, por primera vez, por el experimento de Super-Kamiokande en 1998 [25], mientras que las oscilaciones de neutrinos solares fueron detectadas por primera vez en Homestake en los años 60 y son confirmadas en 2002 por el experimento de SNO (Sudbury Neutrino Observatory) [26]. Las escalas de las oscilaciones son bien diferenciadas, una diferencia de masas cuadradas es mucho mayor que la otra, Ref. [27],

$$\Delta m_{\text{SOL}}^2 (7.5 \times 10^{-5} \text{ eV}^2) \ll |\Delta m_{\text{ATM}}^2| (2.457 \times 10^{-3} \text{ eV}^2). \quad (2.30)$$

De modo que, cuando se busque medir la diferencia de masas a escala atmosférica, Δm_{ATM}^2 , las oscilaciones de escala solar, Δm_{SOL}^2 , no serán relevantes. Y viceversa en experimentos de escala solar, neutrinos solares o de reactor, las oscilaciones debido a Δm_{ATM}^2 son tan rápidas que no pueden ser medidas y deben ser promediadas. El signo de Δm_{ATM}^2 no ha sido determinado aún con los experimentos actuales, aunque probablemente con experimentos como T2K, NO ν A o DUNE pueda llegar a ser definido.

En el caso de tres generaciones existen dos posibilidades de ordenar el espectro de masas, con jerarquía normal (NH), $m_1 < m_2 < m_3$, o jerarquía invertida (IH), $m_3 < m_1 < m_2$, como se muestra en la Figura 2.1. Es conveniente asignarle números a la diferencia de masas.

$$\Delta m_{\text{SOL}}^2 = \Delta m_{21}^2, \quad \Delta m_{\text{ATM}}^2 = |\Delta m_{31}^2| \approx |\Delta m_{32}^2| \quad (2.31)$$

2.1. MECANISMO DE OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

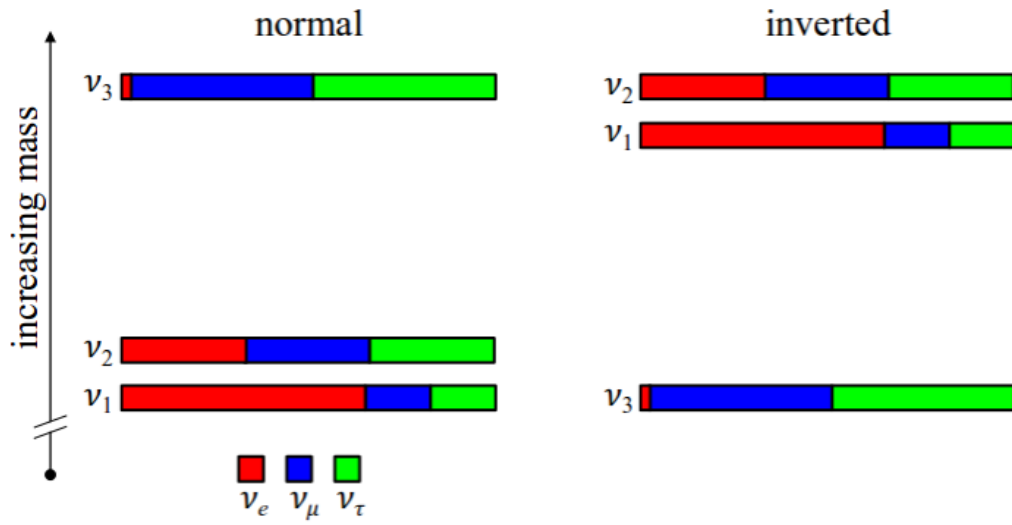


Figure 2.1: Espectro de masas de los neutrinos con jerarquía normal y con jerarquía invertida. Figura tomada de la referencia [27].

2.2 Sistemas cuánticos abiertos

El estudio de los sistemas cuánticos abiertos usualmente está asociado a la óptica cuántica o al estudio de sistemas cuánticos termodinámicos, sin embargo, ésta es una teoría que, en general, permite describir la evolución de un sistema en interacción con otro. En este trabajo, se utilizará la teoría de sistemas cuánticos abiertos para simular la interacción de un sistema de neutrinos en interacción con un reservorio y de esa forma estimar la magnitud de los efectos de la decoherencia en la oscilación de neutrinos. Para esto, a continuación se hará una revisión básica de la dinámica que describe la evolución de estos sistemas. Hay que notar que existe una extensa bibliografía que abordan este tema de distintos enfoques, véase [1]-[4].

2.2.1 Mapeos Dinámicos

En términos generales, un sistema abierto es un sistema S , llamado sistema reducido, que se encuentra en interacción con otro sistema B , conocido como entorno o ambiente. La suma de estos dos subsistemas genera el sistema total $S + B$. El espacio de Hilbert del sistema completo $S + B$ es dado por el producto tensorial de los dos espacios: $\mathcal{H} = \mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_B$. Un imagen esquemática del sistema total se puede ver en la Figura 2.2.

El Hamiltoniano total se escribe de la siguiente forma,

$$H(t) = H_S \otimes I_B + I_S \otimes H_B + \hat{H}_I(t). \quad (2.32)$$

Donde H_S es el Hamiltoniano libre del sistema abierto S , H_B es el Hamiltoniano libre del ambiente B y \hat{H}_I es el Hamiltoniano que describe la interacción entre los sistemas.

La evolución de la matriz densidad de un sistema aislado, se sabe que es dada por la ecuación de Liouville

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = \mathcal{L}\rho = -i[H(t), \rho(t)] \quad (2.33)$$

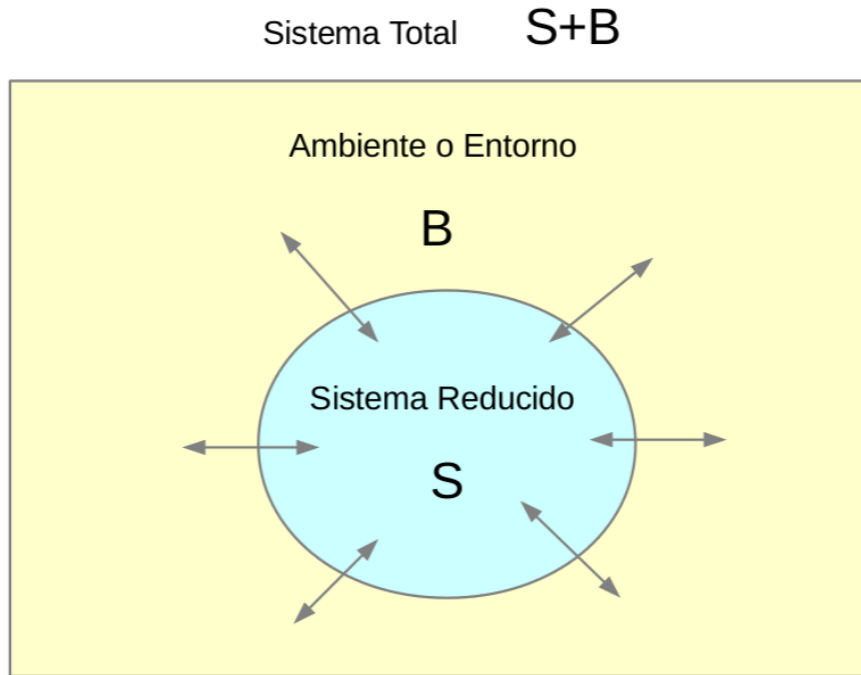


Figure 2.2: Representación esquemática de un sistema cuántico abierto.

y su solución puede ser escrita en función de los operadores unitarios de evolución $U(t, t_0)$.

$$\rho(t) = U(t, t_0) \rho(t_0) U^\dagger(t, t_0) \quad (2.34)$$

Donde

$$U(t, t_0) = e^{-iH(t-t_0)} \quad (2.35)$$

Para introducir el concepto de mapeo dinámico, se considerará que se puede preparar un sistema desacoplado a tiempo $t = 0$, tal que, el estado inicial del sistema total $S + B$ pueda ser escrito como:

$$\rho(0) = \rho_S(0) \otimes \rho_B. \quad (2.36)$$

Donde $\rho_S(0)$ es el estado inicial del sistema reducido S y ρ_B representa al estado del ambiente. El sistema total es considerado como un sistema cerrado, tal que, el estado a un tiempo t es

$$\rho(t) = U(t, 0) [\rho_S(0) \otimes \rho_B] U^\dagger(t, 0). \quad (2.37)$$

Sin embargo, en el estudio de un sistema abierto, el estado del sistema total no es de interés, sino que interesa concretamente la evolución del estado reducido,

$$\rho_S(t) = \text{tr}_B[\rho(t)]. \quad (2.38)$$

De modo que, la evolución del sistema S a un tiempo $t > 0$ puede ser escrita de la forma

$$\rho_S(0) \mapsto \rho_S(t) = V(t)\rho_S(0) = \text{tr}_B[U(t,0)[\rho_S(0) \otimes \rho_B]U^\dagger(t,0)]. \quad (2.39)$$

En el caso de un sistema abierto, se tiene que el entorno, usualmente asociado a un sistema de infinitos grados de libertad, es tomado como un sistema que no evoluciona temporalmente, por ejemplo, un baño térmico. Esta consideración permite definir un mapeo del espacio $S(\mathcal{H}_S)$ de matrices densidad del sistema reducido en el mismo,

$$V(t) : S(\mathcal{H}_S) \longleftrightarrow S(\mathcal{H}_S) \quad (2.40)$$

A este mapeo, que describe el cambio del sistema abierto en el tiempo, se lo llama mapeo dinámico.

Ahora, la matriz ρ_B del entorno usando se puede escribir usando su descomposición espectral.

$$\rho_B = \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha} |\psi_{\alpha}\rangle\langle\psi_{\alpha}|. \quad (2.41)$$

De modo que, el mapeo dinámico se pueda descomponer en la llamada suma de Krauss o integral de Krauss, en el caso continuo,

$$V(t)\rho_S = \sum_{\alpha,\beta} W_{\alpha\beta}(t) \rho_S W_{\alpha\beta}^\dagger(t). \quad (2.42)$$

Donde los operadores de Krauss, $W_{\alpha\beta}$, son operadores del espacio de Hilbert del sistema reducido, \mathcal{H}_S .

$$W_{\alpha\beta}(t) = \sqrt{\lambda_{\beta}} \langle\psi_{\alpha}|U(t,0)|\psi_{\beta}\rangle. \quad (2.43)$$

Además, se puede probar fácilmente que los operadores de Krauss satisfacen

2.2. SISTEMAS CUÁNTICOS ABIERTOS

17

la condición:

$$\sum_{\alpha,\beta} W_{\alpha\beta}^\dagger(t)W_{\alpha\beta}(t) = \sum_{\beta} \lambda_{\beta} \langle \psi_{\beta} | U^\dagger(t,0) \left(\sum_{\alpha} |\psi_{\alpha}\rangle\langle\psi_{\alpha}| \right) U(t,0) | \psi_{\beta} \rangle = I_S. \quad (2.44)$$

La cuál nos lleva a que la traza es preservada,

$$\text{tr}[V(t)\rho_S] = \text{tr} \left[\rho_S \sum_{\alpha,\beta} W_{\alpha\beta}^\dagger(t)W_{\alpha\beta}(t) \right] = \text{tr}[\rho_S] = 1. \quad (2.45)$$

Por ende, nos asegura que al usarlos no haya pérdida de probabilidad, ya que, como se conoce, la traza de la matriz densidad da la suma de las probabilidades del sistema.

2.2.2 Semigrupos dinámicos completamente positivos

En general, la dinámica del sistema reducido puede ser definido exactamente por la ecuación 2.39. Sin embargo, bajo la condición de que el tiempo de correlación de la interacción con el ambiente es relativamente corto, se puede considerar que la evolución del sistema es markoviana, no guarda memoria, y puede ser descrita por un semigrupo dinámico completamente positivo. En la siguiente sección, 2.2.3, se ahondara un poco más en la discusión de las condiciones físicas precisas que implican esto. Dicho esto, veamos cuáles son las características de estos semigrupos y porqué son importantes para representar la evolución de un sistema físico.

Según el formalismo de los semigrupos de un parámetro t , $t \geq 0$, un semigrupo puede ser escrito de la siguiente forma:

$$V(t) = e^{\mathcal{L}t} \quad (2.46)$$

o asimismo

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = \mathcal{L}\rho(t) \quad (2.47)$$

Donde \mathcal{L} es el generador del semigrupo y representa a un superoperador.

Las características de un semigrupo dinámico completamente positivo son:

1. Propiedad fundamental de un semigrupo:

$$V(t_2)V(t_1) = V(t_1 + t_2), \quad t_1, t_2 \geq 0. \quad (2.48)$$

Esto dice que la evolución de un sistema no depende de su estado pasado, sino que sólo depende del estado actual. En suma, es un sistema sin memoria o Markoviano, como ya habíamos anticipado.

2. Continuidad,

$$\lim_{t \rightarrow 0} V(t)\rho(0) = \rho(0). \quad (2.49)$$

3. Preserva la traza,

$$\text{Tr}[\rho] = \text{Tr}[V(t)\rho]. \quad (2.50)$$

Requerimiento importante, pues supone la conservación de la probabilidad.

4. Completa Positividad,

$$\rho \geq 0 \Rightarrow V(t)\rho \geq 0. \quad (2.51)$$

Mientras la positividad asociada a una matriz Hermítica significa que los autovalores de la matriz son positivos, positividad de un mapeo significa que el mapeo $V(t)$ lleva una matriz positiva a otra matriz positiva. Es decir, serán mapeos positivos aquellos que conserven la positividad de una matriz.

Sin embargo, cuando se trata con sistemas entrelazados cuánticamente, se debe cambiar la condición de positividad por una más fuerte, completa positividad. Esta condición restringe la posibilidad de que el sistema reducido esté acoplado a algún otro sistema remoto. Para explicar esto, se tomarán dos sistemas $\rho^{(1)}$ y $\rho^{(2)}$, ambos evolucionan por

2.2. SISTEMAS CUÁNTICOS ABIERTOS

19

los mapeos dinámicos positivos V_1 y V_2 , respectivamente. La acción de cada uno de estos debería ser independiente y no afectar al otro sistema, sin embargo, no siempre es así, logrando que se dé el caso en que la acción conjunta de ambos mapeos sobre el sistema total $\rho^{(1)(2)}$ no sea positiva.

$$V_1 \otimes V_2 \rho^{(1)(2)} \not\geq 0 \quad (2.52)$$

Por esto, cuando se exige completa positividad, se pide que el sistema de estudio ρ_1 no varíe por la evolución de ningún otro sistema,

$$V_1 \otimes \mathbb{I}_2 \rho^{(1)(2)} \geq 0 \quad (2.53)$$

Una interpretación física que se le puede dar a la completa positividad es de la siguiente forma, tenemos el sistema $\rho^{(1)}$ que pudo haber interactuado en el pasado con el sistema $\rho^{(2)}$. Luego de que haya terminado la interacción y antes de que empiece la evolución de $\rho^{(1)}$ quedan correlaciones estadísticas entre los sistemas, que están incorporadas en el sistema total $\rho^{(1)(2)}$. No obstante, cuando comienza la evolución del sistema reducido el mapeo o la transformación que afecte a $\rho^{(1)}$ debe dejar invariante a $\rho^{(2)}$, el entorno.

Ahora, usando la definición de la derivada en la ecuación 2.47 se puede construir la forma más general del generador infinitesimal \mathcal{L}

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_S &= \mathcal{L} \rho_S \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} (\rho_S(t + \epsilon) - \rho_S(t)) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} (V(\epsilon) \rho_S(t) - \rho_S(t)) \end{aligned} \quad (2.54)$$

Considérese el caso más simple de un espacio de Hilbert \mathcal{H}_S de dimensión finita, $\dim \mathcal{H}_S = N$. El espacio correspondiente espacio de Liouville es un espacio complejo de dimensión N^2 en el cuál se elegirá una base completa de operadores ortonormales F_i , $i = 1, 2, \dots, N^2$ con producto interno,

$$(F_i, F_j) \equiv \text{tr}[F_i^\dagger F_j] = \delta_{ij}. \quad (2.55)$$

Por conveniencia, se elige un elemento de la base proporcional a la identidad, y se denotará como $F_{N^2} = (1/N)^{1/2} I_S$, tal que, los otros operadores de la base tengan traza cero, $\text{tr} F_i = 0$, para los $i = 1, 2, \dots, N^2 - 1$. De esta forma,

se puede escribir los operadores de Krauss en esta base de operadores,

$$W_{\alpha\beta}(t) = \sum_{i=1}^{N^2} (F_i, W_{\alpha\beta}(t)) F_i. \quad (2.56)$$

Y a su vez, se puede reescribir la ecuación 2.42,

$$V(t)\rho_S = \sum_{i,j=1}^{N^2} c_{ij}(t) F_i \rho_S F_j^\dagger. \quad (2.57)$$

Donde los coeficientes son

$$c_{ij} \equiv \sum_{\alpha,\beta} (F_i, W_{\alpha\beta}(t)) (F_j, W_{\alpha\beta}(t))^*. \quad (2.58)$$

Nótese que la matriz de los coeficientes $c = (c_{ij})$ es Hermítica y que para cualquier vector complejo v de dimensión N^2 se tiene que:

$$\sum_{i,j} c_{ij} v_i^* v_j = \sum_{\alpha,\beta} \left| \sum_i v_i (F_i, W_{\alpha\beta}(t)) \right|^2 \geq 0 \quad (2.59)$$

Lo que prueba que c es positivo definido.

De la definición del generador \mathcal{L} , ec 2.54, y usando tanto la ecuación 2.42, como la definición de $F_{N^2 N^2}$, se puede reescribir \mathcal{L} de la siguiente forma,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\rho_S &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} (\rho_S(t + \epsilon) - \rho_S(t)) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon} (V(\epsilon)\rho_S(t) - \rho_S(t)) \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{N} \frac{c_{N^2 N^2}(\epsilon) - N}{\epsilon} \rho_S + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^{N^2-1} \left(\frac{c_{iN^2}(\epsilon)}{\epsilon} F_i \rho_S \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{c_{N^2 i}(\epsilon)}{\epsilon} \rho_S F_i^\dagger \right) + \sum_{i,j=1}^{N^2-1} \frac{c_{ij}(\epsilon)}{\epsilon} F_i \rho_S F_i^\dagger \right\}. \end{aligned} \quad (2.60)$$

A continuación, los coeficientes a_{ij} , están definidos de la siguiente forma,

$$a_{N^2 N^2} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{c_{N^2 N^2}(\epsilon) - N}{\epsilon}, \quad (2.61)$$

2.2. SISTEMAS CUÁNTICOS ABIERTOS

21

$$a_{iN^2} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{c_{iN^2}(\epsilon)}{\epsilon}, \quad i = 1, \dots, N^2 - 1, \quad (2.62)$$

$$a_{ij} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{c_{ij}(\epsilon)}{\epsilon}, \quad i, j = 1, \dots, N^2 - 1. \quad (2.63)$$

las cantidades

$$F = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^{N^2-1} a_{iN^2} F_i \quad (2.64)$$

y

$$G = \frac{1}{2N} a_{N^2 N^2} I_S + \frac{1}{2} (F^\dagger + F), \quad (2.65)$$

así como el operador Hermítico

$$H = \frac{1}{2i} (F^\dagger - F). \quad (2.66)$$

Nótese que la matriz formada por los coeficientes $a_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, N^2 - 1$ es Hermítica y positiva definida. Con ayuda de las definiciones anteriores, se puede escribir el generador como

$$\mathcal{L}\rho_S = -i[H, \rho_S] + \{G, \rho_S\} + \sum_{i,j=1}^{N^2-1} a_{ij} F_i \rho_S F_j^\dagger \quad (2.67)$$

Esto aunado al requerimiento de que el semigrupo preserva la traza, se tiene que para cualquier matriz densidad ρ_S

$$0 = \text{tr}_S \left[\left(2G + \sum_{i,j=1}^{N^2-1} a_{ij} F_i F_j^\dagger \right) \rho_S \right], \quad (2.68)$$

donde se puede deducir que

$$G = -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{N^2-1} a_{ij} F_j^\dagger F_i. \quad (2.69)$$

Con esto, se llega a la primera forma estándar del generador,

$$\mathcal{L}\rho_S = -i[H, \rho_S] + \sum_{i,j=1}^{N^2-1} a_{ij} (F_i \rho_S F_j^\dagger - \frac{1}{2} \{F_j^\dagger F_i, \rho_S\}) \quad (2.70)$$

Dado que la matriz $a = (a_{ij})$ es positiva puede ser diagonalizada con la apropiada transformación u ,

$$u a u^\dagger = \begin{pmatrix} \gamma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma_2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \gamma_{N^2-1} \end{pmatrix}. \quad (2.71)$$

Donde los autovalores γ_k son no negativos. Finalmente, introduciendo los operadores

$$F_i = \sum_{k=1}^{N^2-1} u_{ki} A_k, \quad (2.72)$$

se obtiene la forma diagonal del generador. Esta ecuación es conocida como la ecuación de Lindblad.

$$\mathcal{L}\rho_S = -i[H, \rho_S] + \sum_{k=1}^{N^2-1} \gamma_k \left(A_k \rho_S A_k^\dagger - \frac{1}{2} A_k^\dagger A_k \rho_S - \frac{1}{2} \rho_S A_k^\dagger A_k \right) \quad (2.73)$$

Tal que, los autovalores γ_k son no negativos y los operadores A_k son operadores de dimensión $N \times N$. Esta ecuación describe la dinámica de un semigrupo dinámico completamente positivo.

En el cálculo del generador infinitesimal, no se indica nada acerca del significado físico de los operadores A_k . Sin embargo, estos tendrán distintos significados de acuerdo al contexto que se estudie, podrán ser operadores spinoriales cuando se estudie un sistema de spines o una descomposición de del operador dipolar atómico en el caso de un átomo de dos niveles en interacción con un campo eléctrico, Ref. [1].

2.2.3 Derivaciones microscópicas

No obstante, ya se ha obtenido la ecuación de Lindblad para describir la evolución de un semigrupo dinámico completamente positivo, es de interés poder obtener el generador de este semigrupo, a partir de la dinámica Hamiltoniana del sistema total. En esta sección, se estudiará dos de los límites bajo los cuales es válido considerar que el sistema es Markoviano y su evolución puede ser descrita por un semigrupo dinámico completamente positivo. Estos dos límites son: el weak coupling limit y el singular coupling limit.

Ambos límites sirven para implementar la evolución según un semigrupo dinámico y responden, a grosso modo, a que la razón entre τ_R/τ_B es grande,

$$\tau_R \gg \tau_B. \quad (2.74)$$

Donde τ_R es el tiempo de variación típica de $\rho(t)$ o tiempo de relajación, mientras que τ_B es el tiempo de decaimiento de las funciones de correlación en el ambiente. La diferencia entre estos dos límites es la forma de generar el límite de la ecuación 2.74. Por un lado, el weak coupling limit es válido para casos en los que τ_B tiene un valor finito, sin embargo, τ_R es muy grande. Mientras que el singular coupling limit es válido cuando τ_B es muy pequeño y τ_R es finito. Cabe en este punto, hacer la pregunta: ¿Alguno de estos límites es válido para el caso de los neutrinos?. La respuesta es: Sí, ambos límites lo son. Porque en el caso de un neutrino identificamos τ_R como el tiempo de vida de un neutrino, y dado que no hay evidencia de que un neutrino decaiga en otras partículas, $\tau_R \rightarrow \infty$, por tanto, cumple con ambos límites.

2.2.3.1 Weak Coupling Limit

El estudio de estos límites, se realizará en la imagen de interacción, en el anexo A se puede encontrar una breve revisión acerca de la imagen de interacción. Ahora, la forma cómo se había definido el Hamiltoniano total de sistema es, $H = H_S + H_B + \hat{H}_I$ y la ecuación de Liouville en la imagen de interacción mantendrá su forma,

$$\frac{d}{dt}\rho_I(t) = -i[H_I(t), \rho_I(t)]. \quad (2.75)$$

Esta se puede expresar en forma integral,

$$\rho_I(t) = \rho_I(t_0) - i \int_{t_0}^t ds [H_I(s), \rho_I(s)]. \quad (2.76)$$

Sin embargo, el Hamiltoniano no es el mismo, el Hamiltoniano en la imagen de interacción está definido como,

$$H_I(t) = U_0^\dagger(t, t_0) \hat{H}_I(t) U_0(t, t_0), \quad (2.77)$$

donde $U_0(t, t_0)$ es el operador evolución definido anteriormente, Ec. 2.35. Tal que el operador unitario en la imagen de interacción está definido como,

$$U_I(t, t_0) \equiv U_0^\dagger(t, t_0) U(t, t_0). \quad (2.78)$$

La evolución de la matriz densidad guarda la misma estructura que en la imagen de Schrödinger, pero con otros operadores evolución,

$$\rho_I(t) = U_I(t) \rho(t_0) U_I^\dagger(t, t_0). \quad (2.79)$$

En adelante, se trabajará en la imagen de interacción salvo que se especifique lo contrario, se quitará el subíndice I , $\rho_I = \rho$ y $\text{tr}_B(\rho_I) = \rho_S$. Reemplazando en la ecuación de evolución, se tiene,

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = - \int_0^t ds \text{tr}_B [H_I(t), [H_I(s), \rho(s)]]. \quad (2.80)$$

Aquí se se asume que

$$\text{tr}[H_I(t), \rho(t_0)] = 0. \quad (2.81)$$

Como parte de desligar la evolución del sistema reducido de la del ambiente, se toma la aproximación de Born, la cuál indica que el estado del ambiente no cambia en el tiempo. Esta aproximación asume implícitamente el weak coupling limit, es decir, la interacción o acoplamiento entre los dos sistemas es lo suficientemente débil para considerar que la influencia de la interacción en el entorno es despreciable, dejando a este último invariable.

$$\rho(t) \approx \rho_S(t) \otimes \rho_B. \quad (2.82)$$

Sin embargo, hay que recalcar que, a pesar de esta aproximación, sí existe interacción entre el ambiente y el sistema S , pero se considera que ésta es

2.2. SISTEMAS CUÁNTICOS ABIERTOS

25

atenuada rápidamente en comparación con la escala de tiempo con la que evoluciona el sistema.

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = - \int_0^t ds \operatorname{tr}_B[H_I(t), [H_I(s), \rho_S(s) \otimes \rho_B]] \quad (2.83)$$

Luego, se hace la aproximación Markoviana, esta indica que la variación del sistema sólo depende del estado actual. Para esto, se reemplazará $\rho_S(s)$ por $\rho_S(t)$ y así se obtiene la llamada ecuación de Redfield, que aunque es local en el tiempo aún depende de como fue preparado a tiempo $t = 0$,

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = - \int_0^t ds \operatorname{tr}_B[H_I(t), [H_I(s), \rho_S(t) \otimes \rho_B]] \quad (2.84)$$

Esto implica que todavía no se puede representar la dinámica del sistema por un semigrupo dinámico porque la evolución aún no es completamente Markoviana. Para lograr que lo sea, se cambiará s por $t - s$ en la integral y el límite de la integral a $t = \infty$, esto es posible porque el integrando desaparece rápidamente para $s \gg \tau_B$. La aproximación Markoviana, por lo tanto, es justificada si la escala de tiempo τ_R sobre la cual el sistema varía apreciablemente es grande a comparación de la escala de τ_B sobre la cual las funciones de correlación del reservorio decaen. De modo que se obtiene,

$$\frac{d}{dt}\rho(t) = - \int_0^\infty ds \operatorname{tr}_B[H_I(t), [H_I(t-s), \rho_S(t) \otimes \rho_B]]. \quad (2.85)$$

Esta ecuación es conocida como the Markovian Quantum Master Equation (MQME). A pesar de las aproximaciones hechas, no se puede aún confirmar que la evolución es dada por un semigrupo. Se debe hacer la rotating wave approximation para eliminar términos que oscilen muy rápido. Primero, se escribe la forma más general del Hamiltoniano de interacción en la imagen de Schrödinger,

$$\hat{H}_I = \sum_{\alpha} A_{\alpha} \otimes B_{\alpha}. \quad (2.86)$$

Donde se define los operadores,

$$A_{\alpha}(\omega) \equiv \sum_{\epsilon' - \epsilon = \omega} \Pi(\epsilon) A_{\alpha} \Pi(\epsilon'). \quad (2.87)$$

Con $\Pi(\epsilon)$ proyectores sobre el espacio de autovalores de H_S con autovalor ϵ . De manera que,

$$\begin{aligned} e^{iH_S t} A_\alpha(\omega) e^{-iH_S t} &= e^{-i\omega t} A_\alpha(\omega) \\ e^{iH_S t} A_\alpha^\dagger(\omega) e^{-iH_S t} &= e^{+i\omega t} A_\alpha^\dagger(\omega). \end{aligned} \quad (2.88)$$

Entonces, usando la relación de completitud, $\sum_\omega A_\alpha(\omega) = A_\alpha$, el Hamiltoniano de interacción en la imagen de Schrödinger se puede escribir como,

$$\hat{H}_I = \sum_{\alpha, \omega} A_\alpha(\omega) \otimes B_\alpha = \sum_{\alpha, \omega} A_\alpha^\dagger(\omega) \otimes B_\alpha^\dagger. \quad (2.89)$$

Y en la imagen de interacción,

$$H_I(t) = \sum_{\alpha, \omega} e^{-i\omega t} A_\alpha(\omega) \otimes B_\alpha(t) = \sum_{\alpha, \omega} e^{+i\omega t} A_\alpha^\dagger(\omega) \otimes B_\alpha^\dagger(t) \quad (2.90)$$

Reemplazando este Hamiltoniano en la MQME, se obtiene,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_S(t) &= \int_0^\infty ds \operatorname{tr}_B [H_I(t-s) \rho_S(t) \rho_B H_I(t) - H_I(t) H_I(t-s) \rho_S(t) \rho_B] + \text{h.c.} \\ &= \sum_{\omega, \omega'} \sum_{\alpha, \beta} e^{i(\omega' - \omega)t} \Gamma_{\alpha\beta}(\omega) \left(A_\beta(\omega) \rho_S(t) A_\alpha^\dagger(\omega') \right. \\ &\quad \left. - A_\alpha^\dagger(\omega') A_\beta(\omega) \rho_S(t) \right) + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (2.91)$$

Donde

$$\Gamma_{\alpha\beta}(\omega) \equiv \int_0^\infty ds e^{i\omega s} \langle B_\alpha^\dagger(t) B_\beta(t-s) \rho_B \rangle \quad (2.92)$$

Y las funciones de correlación del reservorio están definidas como:

$$\langle B_\alpha^\dagger(t) B_\beta(t-s) \rangle \equiv \operatorname{tr} [B_\alpha^\dagger(t) B_\beta(t-s) \rho_B] \quad (2.93)$$

Sin embargo, de acuerdo a la aproximación de Born, el ambiente no es dependiente del tiempo, por lo que, se puede eliminar cualquier dependencia temporal de la MQME.

$$\langle B_\alpha^\dagger(t) B_\beta(t-s) \rangle = \langle B_\alpha^\dagger(s) B_\beta(0) \rangle \quad (2.94)$$

Se denota como $\tau_S \sim |\omega' - \omega|^{-1}$ a la escala de tiempo de la evolución intrínseca del sistema. Los términos $\omega' \neq \omega$ oscilan muy rápido, tal que, promediados

2.2. SISTEMAS CUÁNTICOS ABIERTOS

27

en el tiempo de relajación τ_R , son despreciables. De esta forma, quedan sólo con los términos $\omega' = \omega$ de la integral,

$$\frac{d}{dt}\rho_S(t) = \sum_{\alpha,\omega} \Gamma_{\alpha\beta}(\omega) \left(A_\beta(\omega)\rho_S(t)A_\alpha^\dagger(\omega) - A_\alpha^\dagger(\omega)\rho_S(t)A_\beta(\omega) \right) + \text{h.c.} \quad (2.95)$$

Ahora es posible descomponer la transformada de Fourier de las funciones de correlación de la siguiente forma,

$$\Gamma_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{1}{2}\gamma_{\alpha\beta}(\omega) + i S_{\alpha\beta}(\omega) \quad (2.96)$$

Donde

$$S_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{1}{2i}(\Gamma_{\alpha\beta}(\omega) - \Gamma_{\alpha\beta}^*(\omega)) \quad (2.97)$$

$$\gamma_{\alpha\beta}(\omega) = \Gamma_{\alpha\beta}(\omega) + \Gamma_{\beta\alpha}^*(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} ds e^{i\omega s} \langle B_\alpha^\dagger(s)B_\beta(0) \rangle \quad (2.98)$$

Reemplazando las anteriores definiciones se puede reescribir la MQME de la misma forma que se escribió la ecuación de Lindblad,

$$\frac{d}{dt}\rho_S(t) = -i[H_{LS}, \rho_S(t)] + \mathcal{D}(\rho_S(t)). \quad (2.99)$$

Donde se define el Hamiltoniano Lamb-Shift,

$$H_{LS} = \sum_{\omega} \sum_{\alpha,\beta} S_{\alpha\beta}(\omega) A_\alpha^\dagger(\omega) A_\beta(\omega) \quad (2.100)$$

Y el término disipativo,

$$\mathcal{D}(\rho_S) = \sum_{\omega} \sum_{\alpha,\beta} \gamma_{\alpha\beta}(\omega) \left(A_\beta(\omega)\rho_S A_\alpha^\dagger(\omega) - \frac{1}{2}\{A_\alpha^\dagger(\omega)A_\beta(\omega), \rho_S\} \right) \quad (2.101)$$

Finalmente, se puede observar que la dinámica que describe el sistema en el weak coupling limit es la misma que la que describe la ecuación de Lindblad. Así que, se puede concluir que es válido describir el sistema con el formalismo de los semigrupos dinámicos completamente positivos.

$$\frac{d}{dt}\rho_S(t) = -i [H_S + H_{LS}, \rho_S(t)] + \mathcal{D}(\rho_S(t)) \quad (2.102)$$

2.2.3.2 Singular Coupling Limit

En el weak-coupling limit, se asume que la perturbación causada por la interacción del sistema reducido con el ambiente es pequeña. Este caso es análogo al anterior, solo que ahora se toma el siguiente Hamiltoniano

$$H = H_S + \epsilon^{-2}H_B + \epsilon^{-1}H_I \quad (2.103)$$

Donde el Hamiltoniano de interacción es escrito como:

$$H_I = \sum_{\alpha} A_{\alpha} \otimes B_{\alpha} \quad (2.104)$$

Con A_{α} y B_{α} Hermítico. El procedimiento será el mismo que se hizo para el weak coupling limit, salvo que se considera el límite $\epsilon \rightarrow 0$ y ahora no será necesario hacer la rotating wave approximation. El resultado de la derivación es el siguiente,

$$\frac{d}{dt}\rho_S(t) = -i[H_S + H_{LS}, \rho_S(t)] + \sum_{\alpha\beta} \gamma_{\alpha\beta}(A_{\beta} \rho_S(t) A_{\alpha} - \frac{1}{2}\{A_{\alpha}A_{\beta}, \rho_S(t)\}) \quad (2.105)$$

Donde el Hamiltoniano Lamb shift, es

$$H_{LS} = \sum_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta}A_{\alpha}A_{\beta}. \quad (2.106)$$

Con $S_{\alpha\beta}$ definido como antes y

$$\gamma_{\alpha\beta} = \int_{-\infty}^{+\infty} ds \langle B_{\alpha}(s)B_{\beta}(0) \rangle \quad (2.107)$$

la matriz $\gamma_{\alpha\beta}$ es Hermítica y positiva.

Capítulo 3

Decoherencia en la oscilación de neutrinos

Como evolución Hamiltoniana se conoce a la evolución temporal de un sistema físico descrito por la ecuación de Schrödinger, en el caso de ensembles puros, o por la ecuación de Liouville, en el caso de los mixtos. Este tipo de evolución es característica de los sistemas aislados y viene representada por el grupo de transformaciones continuas $U(t) = e^{-iHt}$. La existencia de una inversa del generador infinitesimal H , nos indica que los procesos en un sistema aislado son reversibles. Por otro lado, como se ha visto anteriormente, la evolución de un sistema abierto está caracterizada, por el contrario, por la presencia de efectos disipativos que provocan una evolución no Hamiltoniana con procesos irreversibles. Por lo tanto, la evolución de un sistema abierto no está caracterizada por un grupo, sino que es descrita por los llamados semigrupos cuánticos dinámicos.

De acuerdo a lo visto en la sección 2.2, el fenómeno de decoherencia en sistemas Markovianos, es descrito por la ecuación de Lindblad. Donde el generador infinitesimal \mathcal{L} , definido por su acción en la matriz densidad $\rho(t)$, es,

$$\mathcal{L}\rho(t) = \frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = -i[H_{\text{eff}}, \rho(t)] + \mathcal{D}[\rho(t)], \quad (3.1)$$

30CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

Donde el factor disipativo tiene la siguiente estructura,

$$\mathcal{D}[\rho] = -\frac{1}{2} \sum_j (A_j^\dagger A_j \rho + \rho A_j^\dagger A_j) + \sum_j A_j \rho A_j^\dagger. \quad (3.2)$$

Es necesario hacer notar que de acuerdo a la forma cómo se crea el generador infinitesimal, el número de operadores A_j que puede haber depende de las dimensiones del sistema. Para un sistema de N niveles el número de A_j 's serán $n^2 - 1$ porque es el número de elementos de una base linealmente independiente sin contar la identidad.

A continuación, en la sección 3.1 se presenta una revisión del fenómeno de decoherencia en la evolución de un sistema de neutrinos considerando un modelo simplista de sólo dos sabores. Mientras que en la sección 3.2, se aborda el estudio del caso con 3 sabores.

3.1 Decoherencia en el modelo de dos generaciones

Tal como se ha revisado en la subsección 2.1.1, el modelo de dos generaciones sólo considera dos neutrinos de sabor que están relacionados con dos neutrinos de masa mediante una matriz de mezcla real. En este caso, se tomará un sistema de neutrinos ultrarrelativísticos de dos sabores, electrón y muón, modelados en un espacio de Hilbert de dimensión 2. Las matrices densidad asociadas a un neutrino puramente electrón o muón en base de sabor, pueden ser escritas de la siguiente forma,

$$\rho_{\nu_e} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \rho_{\nu_\mu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Mientras que en base de los autoestados de masa serán,

$$\rho_{\nu_e} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

3.1. DECOHERENCIA EN EL MODELO DE DOS GENERACIONES 31

$$\rho_{\nu_\mu} = \begin{pmatrix} \sin^2 \theta & -\cos \theta \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \theta & \cos^2 \theta \end{pmatrix} = 1 - \rho_{\nu_e}. \quad (3.4)$$

Donde θ es el ángulo de mezcla. En la ecuación de Lindblad, Ec. 3.1, se puede notar que la evolución depende de un Hamiltoniano efectivo independiente del tiempo, H_{eff} , éste es el que produce el patrón oscilatorio y el cuál, de no existir decoherencia, lleva a las ecuaciones estándar de oscilación. En el caso de los neutrinos que se propagan en el vacío, el Hamiltoniano efectivo libre, en la base de autoestados de masa puede ser escrito como,

$$H_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} \omega & 0 \\ 0 & -\omega \end{pmatrix} = h_\mu \sigma_\mu \quad h_0 = h_1 = h_2 = 0 \quad / \quad h_3 = \omega. \quad (3.5)$$

Donde $\omega = \Delta m^2/4E$, E es la energía media de un neutrino y Δm^2 es la diferencia de masas. En el caso que el neutrino atravesase altas densidades de materia, a este Hamiltoniano se le deberá sumar un potencial electrodébil [28] [29].

Por otro lado, en el segundo término los operadores A_j son operadores $n \times n$, donde n es el número de dimensiones del sistema, $n = 2$ en este caso. Este término además debe cumplir completa positividad y la entropía debe siempre incrementar. Lo primero está implícito en la estructura del término disipativo, y lo segundo se implementa exigiendo que los operadores A_j sean hermíticos, para más información véase [30] [31]. De modo que,

$$\mathcal{D}[\rho] = -\frac{1}{2} \sum_j (A_j A_j \rho + \rho A_j A_j) + \sum_j A_j \rho A_j \quad (3.6)$$

La forma de $\mathcal{D}[\rho]$ se puede expresar explícitamente expandiendo en términos de las matrices de Pauli: σ_i y la identidad σ_0 . Tal que, $\rho = \rho_\mu \sigma_\mu = \rho_0 \sigma_0 + \rho_1 \sigma_1 + \rho_2 \sigma_2 + \rho_3 \sigma_3$, $\mu = 0, 1, 2, 3$. Los operadores se pueden descomponer de igual forma en base de las matrices de Pauli, $A_j = a_\mu^j \sigma_\mu$, donde los vectores de tres componentes se pueden escribir $\vec{a}_\alpha = (a^j)_\alpha$.

$$\mathcal{D}[\rho] = -\frac{1}{2} \left[(\vec{a}_\alpha \cdot \vec{a}_\beta) \sigma_\alpha \sigma_\beta \rho_\mu \sigma_\mu + \rho_\mu \sigma_\mu (\vec{a}_\alpha \cdot \vec{a}_\beta) \sigma_\alpha \sigma_\beta \right] + (\vec{a}_\alpha \cdot \vec{a}_\beta) \rho_\mu \sigma_\alpha \sigma_\mu \sigma_\beta. \quad (3.7)$$

Usando el anticonmutador de las matrices de Pauli,

$$[\sigma_\alpha, \sigma_\beta] = 2i \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \sigma_\gamma. \quad (3.8)$$

32CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

El término disipativo toma la siguiente forma,

$$\mathcal{D}[\rho] = \rho_\mu \mathcal{D}_{\mu\nu} \sigma_\nu. \quad (3.9)$$

Donde

$$\mathcal{D}_{ij} = 2(\vec{a}_i \cdot \vec{a}_j) - 2\delta_{ij} \sum_{k=1}^3 (\vec{a}_k \cdot \vec{a}_k) \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (3.10)$$

La ecuación de Lindblad queda de la siguiente forma,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho(t)}{\partial t} &= -i[H_{\text{eff}}, \rho(t)] + \mathcal{D}[\rho(t)] \\ \frac{\partial \rho_\mu}{\partial t} \sigma_\mu &= -i(h_\tau \sigma_\tau \rho_\mu \sigma_\mu - \rho_\mu \sigma_\mu h_\tau \sigma_\tau) + \rho_\mu \mathcal{D}_{\mu\nu} \sigma_\nu. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Y ya que las matrices de Pauli junto a la identidad forman una base linealmente independiente de matrices 2×2 , la expresión anterior se puede reescribir un función de las componentes,

$$\frac{\partial \rho_\mu}{\partial t} = 2h_\tau \rho_\nu \epsilon_{\tau\nu\mu} + \rho_\nu \mathcal{D}_{\nu\mu} \quad (3.12)$$

La forma exacta del término disipativo $\mathcal{D}_{\mu\nu}$, como se explicó inicialmente, depende del fenómeno que cause la decoherencia. Al no tener una teoría comprobada que explique el fenómeno de decoherencia, lo más útil es trabajar de una manera independiente de un modelo usando una matriz general. Sin embargo, aún considerando una matriz arbitraria, a partir de exigir que la evolución cumpla completa positividad, se puede encontrar ciertas condiciones para $\mathcal{D}_{\mu\nu}$ que usaremos para poder parametrizarla.

Primero, en la Ec 3.10, fácilmente, se puede notar que D_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$, se trata de una matriz simétrica. Esto reduce el número de parámetros libres de 16 a 13 parámetros. Segundo, el mapeo conserva la traza, es decir, el término disipativo no debe modificar el valor de la traza. El primer término de la ecuación de Lindblad corresponde a una evolución netamente Hamiltoniana que no modifica el valor de la traza. Además, las matrices de Pauli tienen traza cero, por ende, las componentes ρ_1, ρ_2, ρ_3 , no contribuyen a la traza, la única forma de que el término disipativo modifique la traza, es que la componente asociado a ρ_0 evolucione en el tiempo, es decir, $\frac{\partial \rho_0}{\partial t} \neq 0$. De modo que, para asegurar que la traza se conservará se debe asegurar que

3.1. DECOHERENCIA EN EL MODELO DE DOS GENERACIONES 33

$\mathcal{D}_{0\mu} = 0$. Tomando en cuenta esto se puede escribir $\mathcal{D}_{\mu\nu}$ como,

$$\mathcal{D}_{\mu\nu} = -2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ m & a & b & c \\ n & b & \alpha & \beta \\ p & c & \beta & \gamma \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

Tercero, se exige que se mantenga la positividad. Una matriz densidad, en general, puede ser escrita de la siguiente manera,

$$\rho = (\rho_0 I + \vec{\rho} \cdot \vec{\sigma}) = \begin{pmatrix} \rho_0 + \rho_3 & \rho_1 - i\rho_2 \\ \rho_1 + i\rho_2 & \rho_0 - \rho_3 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Una matriz 2×2 es positiva cuando la traza es positiva y el determinante también. Lo primero está garantizado por la definición de la matriz densidad, mientras que para cumplir lo segundo se tiene la siguiente relación,

$$0 \leq \text{Det}[\rho] = \rho_0^2 - \sum_{i=1}^3 \rho_i^2 \quad (3.15)$$

Para cumplir la positividad a lo largo de la evolución, se tiene que garantizar que el determinante sea positivo en cualquier instante. Una forma de garantizarlo es que la variación del determinante en el tiempo, también sea positiva.

$$\begin{aligned} 0 \leq \frac{d}{dt} \text{Det}[\rho] &= 2(\rho_0 \dot{\rho}_0 - \sum_{i=1}^3 \rho_i \dot{\rho}_i) \\ &= -2 \sum_{i=1}^3 \rho_i \dot{\rho}_i \end{aligned} \quad (3.16)$$

Reemplazando $\dot{\rho}_i$ en la ecuación de Lindblad,

$$\begin{aligned} 0 \leq \frac{d}{dt} \text{Det}[\rho] &= -2i\omega \sum_{i,j=1}^3 \rho_j \rho_i \epsilon_{3ji} - 2 \sum_{\mu=0}^3 \sum_{i=1}^3 \rho_i \rho_\mu \mathcal{D}_{\mu i} = -2 \sum_{\mu=0}^3 \sum_{i=1}^3 \rho_i \rho_\mu \mathcal{D}_{\mu i} \\ &\leq -2 \left[\sum_{i=1}^3 \rho_i \rho_0 \mathcal{D}_{0i} + \sum_{i,j=1}^3 \rho_i \rho_j \mathcal{D}_{ji} \right]. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Nótese, en la primera línea, el primer término se anula por que es la multiplicación de un tensor simétrico, al cambio $i \leftrightarrow j$, con uno antisimétrico. Si

34CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

se considera que la matriz densidad inicial ρ tiene $\rho_i \rightarrow -\rho_i$, se obtiene la siguiente desigualdad,

$$0 \leq -2\left[-\sum_{i=1}^3 \rho_i \rho_0 \mathcal{D}_{0i} + \sum_{i,j=1}^3 \rho_i \rho_j \mathcal{D}_{ji}\right]. \quad (3.18)$$

Sumando ambas desigualdades, la condición necesaria para que se conserve la positividad es $0 \geq \sum_{i,j=1}^3 \rho_i \rho_j \mathcal{D}_{ji}$. Entonces por definición $-\mathcal{D}$ es una matriz semidefinida positiva.

$$-\mathcal{D}_{ji} \geq 0 \quad (3.19)$$

De modo que,

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & \alpha & \beta \\ c & \beta & \gamma \end{pmatrix} \geq 0. \quad (3.20)$$

Lo cuál, implica que los elementos de la diagonal serán positivos: a, α y $\gamma \geq 0$, [2]. Sin embargo, además de la anterior condición, existe cierta contribución $\sum_{i=1}^3 \rho_i \rho_0 \mathcal{D}_{0i}$ para la cuál $0 \geq \frac{d}{dt} \text{Det}[\rho]$, la condición suficiente para que la evolución sea siempre positiva es que además se cumpla $\mathcal{D}_{0i} = 0$, $m, n, p = 0$. Esta última condición, también está relacionada a que la entropía no disminuya, véase [35]-[37]

Considerando que la evolución conserva la traza y siempre es positiva, se puede escribir el término disipativo de la siguiente forma,

$$\mathcal{D}_{\mu\nu} = -2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b & c \\ 0 & b & \alpha & \beta \\ 0 & c & \beta & \gamma \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

Finalmente, dado que los \vec{a}_i , son vectores, hay ciertas condiciones fundamentales que deben cumplir: la norma tiene que ser positiva y deben cumplir las desigualdades de Cauchy-Schwarz. Primero, escribamos los parámetros de

3.1. DECOHERENCIA EN EL MODELO DE DOS GENERACIONES 35

decoherencia en función de los vectores \vec{a}_i .

$$\begin{cases} a = \vec{a}_2 \cdot \vec{a}_2 + \vec{a}_3 \cdot \vec{a}_3 \\ \alpha = \vec{a}_1 \cdot \vec{a}_1 + \vec{a}_3 \cdot \vec{a}_3 \\ \gamma = \vec{a}_1 \cdot \vec{a}_1 + \vec{a}_2 \cdot \vec{a}_2 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -\vec{a}_2 \cdot \vec{a}_1 \\ c = -\vec{a}_3 \cdot \vec{a}_1 \\ \beta = -\vec{a}_3 \cdot \vec{a}_2 \end{cases} \quad (3.22)$$

La desigualdad de Cauchy-Schwarz es

$$|\vec{a}_i \cdot \vec{a}_j| \leq \sqrt{\vec{a}_i \cdot \vec{a}_i} \sqrt{\vec{a}_j \cdot \vec{a}_j} \quad (3.23)$$

Entonces las siguientes relaciones deben cumplirse siempre:

$$\begin{cases} 2|\vec{a}_1|^2 \equiv \alpha + \gamma - a \geq 0 \\ 2|\vec{a}_2|^2 \equiv a + \gamma - \alpha \geq 0 \\ 2|\vec{a}_3|^2 \equiv a + \alpha - \gamma \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma^2 - (a - \alpha)^2 - 4b^2 \geq 0 \\ \alpha^2 - (\alpha - \gamma)^2 - 4c^2 \geq 0 \\ a^2 - (\alpha - \gamma)^2 - 4\beta^2 \geq 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

Más en profundidad se puede ver en la referencia [36].

Cabe hacer notar que estos parámetros de decoherencia encierran distintos conceptos físicos (tiempo de vida, tasa de población, etc.) que varían de acuerdo al sistema. Por ejemplo, en resonancia magnética nuclear se mide el tiempo de relajación o tiempo que demoran los procesos por los que la magnetización nuclear recupera el equilibrio tras ser sometido a un pulso de un campo magnético externo. Esos sistemas se pueden describir usando mapeos dinámicos completamente positivos y los parámetros de la diagonal a , α y γ , son asociados a los tiempos de relajación transversal y longitudinal, Ref. [2].

Una vez establecidas las relaciones que deben cumplir los parámetros de decoherencia, sólo queda calcular la probabilidad de oscilación. Para esto, se reescribirá la ecuación 3.12 de la siguiente manera,

$$\frac{d}{dt}\rho_\nu = -2\rho_\mu \mathcal{H}_{\mu\nu}. \quad (3.25)$$

36CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

Donde

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b - \omega & c \\ 0 & b + \omega & \alpha & \beta \\ 0 & c & \beta & \gamma \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

La matriz densidad de un neutrino electrónico en base de las matrices de Pauli:

$$\rho_{\nu_e}(0) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \sin 2\theta & 0 & \cos 2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_0 \\ \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix} = \rho_{\nu_e}^{\mu} \sigma_{\mu} \quad (3.27)$$

y el estado evolucionado a un tiempo t es dado por:

$$\rho(t) = \rho(0) M(t) \quad (3.28)$$

Donde

$$M(t) = e^{-2\mathcal{H}t} \quad (3.29)$$

Si $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$ y $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ los autovalores y autovectores de H , respectivamente, entonces la matriz \mathbf{D} , con entradas $\mathbf{D}_{ij} = (\mathbf{v}_i)_j$, diagonaliza a \mathcal{H} .

$$\mathcal{H}' = \mathbf{D}^{-1} \mathcal{H} \mathbf{D} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\} \quad (3.30)$$

De modo que aplicando la transformación inversa se tiene que,

$$M(t) = e^{-2\mathcal{H}t} = \mathbf{D} e^{-2\mathcal{H}'t} \mathbf{D}^{-1} \quad (3.31)$$

Entonces la matriz densidad de neutrino electrónico a un tiempo t es:

$$\rho_{\nu_e}(t) = \rho_{\nu_e}^{\mu} M_{\mu\nu} \sigma^{\nu} \quad (3.32)$$

Finalmente, la probabilidad de transición en función de los elementos de la

3.1. DECOHERENCIA EN EL MODELO DE DOS GENERACIONES 37

matriz M queda,

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(t) = \text{Tr} \left[\rho_{\nu_\mu}(0) \rho_{\nu_e}(t) \right] = \frac{1}{2} \left[M_{00} + \sin 2\theta M_{01} - \sin 2\theta (M_{10} + \sin 2\theta M_{11} + \cos 2\theta (M_{13} + M_{31})) - \cos 2\theta (-M_{03} + M_{30} + \cos 2\theta M_{33}) \right] \quad (3.33)$$

Una manera de comprobar que esta expresión es correcta, es anulando todas los parámetros de decoherencia, $a = b = c = \alpha = \beta = \gamma = 0$. Al hacer eso, los elementos de la matriz M toman los siguientes valores,

$$\begin{aligned} M_{11} &= \cos 2\omega t & M_{13} &= M_{31} = 0 & M_{33} &= 1 \\ M_{00} &= 1 & M_{01} &= M_{10} = 0 & M_{30} &= M_{03}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Y se recupera la probabilidad de transición en vacío para el modelo de dos sabores, Ec 2.26,

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}^{(0)}(t) = \sin^2 2\theta \sin^2 \omega t \quad (3.35)$$

Donde:

$$\omega = 1.27c \frac{\Delta m^2 (\text{eV}^2)}{E (\text{GeV})} \quad (3.36)$$

Como se puede ver en la ecuación 3.33, el cálculo de la probabilidad de mezcla radica en obtener la matriz M , Ec. 3.31. Sin embargo, esto puede no ser siempre un cálculo sencillo de realizar, de hecho puede llegar a ser muy complicado trabajar con todos los parámetros de decoherencia. Por esto, es que nos enfocaremos en calcular la probabilidad de oscilación para ciertos escenarios, donde a partir de algunas asunciones se puede simplificar la cantidad de parámetros libres.

Como se mencionó anteriormente, trabajar con la fórmula general, Ec. 3.33, puede resultar ser algo poco útil para la comparación con datos experimentales. Puesto que para realizar un análisis estadístico hay que considerar cada parámetro de decoherencia como una variable libre, limitada sólo por las relaciones de completa positividad Ec. 3.24. Esto significa que se tendrá un total de 8 parámetros libres: 6 parámetros de decoherencia más los 2 parámetros de las oscilaciones estándar ($\Delta m^2, \theta$). Esta es una cantidad relativamente grande de parámetros libres, por esto, es que la búsqueda de una expresión explícita más manejable con menos parámetros libres, se vuelve

38CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

algo importante. A continuación, se revisarán algunos posibles escenarios de decoherencia.

3.1.1 Escenario 1 - 2ν

En este escenario, se considerará que los parámetros fuera de la diagonal de $D_{\mu\nu}$ son nulos. De modo que, sólo se tendrá como parámetros libres a , α y γ .

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}(t) = \frac{1}{2} \left\{ \cos^2 2\theta [1 - e^{-2\gamma t}] + \sin^2 2\theta \left[1 - e^{-(a+\alpha)t} \left(\cos(2\Omega_0 t) - \frac{(a-\alpha)}{2\Omega_0} \sin(2\Omega_0 t) \right) \right] \right\}. \quad (3.37)$$

Donde

$$\Omega_0 = \sqrt{\omega^2 - (a-\alpha)^2/4} \quad (3.38)$$

Se debe hacer notar que este no es el Escenario de decoherencia más simple y que los tres parámetros no son completamente libres ya cumplen las relaciones de Cauchy-Schwarz. Es interesante apreciar que usando estas condiciones se puede simplificar la expresión de la probabilidad como se notará en el Escenario 2.

3.1.2 Escenario 2 - 2ν

En este escenario, usando ciertas asunciones se buscará disminuir el número de parámetros libres.

3.1. DECOHERENCIA EN EL MODELO DE DOS GENERACIONES 39

Caso 2.1)

En este caso, se tomará $\gamma = 0$. Observando las relaciones de la ecuación 3.24, eso garantiza automáticamente que $c = \beta = 0$ y además que $b = 0$ y $\alpha = a$. Se obtiene entonces una expresión dependiente de un solo parámetro:

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}(t) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left[1 - e^{-2\alpha t} \cos 2\omega t \right] \quad (3.39)$$

Esta es la expresión más simple para denotar efectos de decoherencia y es el caso que ha sido más estudiado, en este se puede ver la presencia de una exponencial multiplicada al término oscilatorio. El efecto de la decoherencia será la atenuación de las oscilaciones, lo cuál es su característica más resaltante.

Caso 2.2)

Otro caso también dependiente de un sólo parámetro, ocurre cuando se toma $\alpha = 0$, esto restringe a que $a = \gamma$, entonces,

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}(t) = \frac{1}{2} \left\{ \cos^2 2\theta [1 - e^{-2\gamma t}] + \sin^2 2\theta \left[1 - e^{-\gamma t} \left(\cos(2\Omega' t) - \frac{\gamma}{2\Omega'} \sin(2\Omega' t) \right) \right] \right\} \quad (3.40)$$

Donde

$$\Omega' = \sqrt{\omega^2 - \gamma^2/4} \quad (3.41)$$

Esta expresión es muy interesante porque no solo modula la amplitud de las oscilaciones, sino que también modifica la frecuencia de estas.

40CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

3.1.3 Escenario 3 - 2ν

En el escenario 3, se considerará $c = \beta = 0$ con lo que la expresión de la probabilidad de transición resulta,

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}(t) = \frac{1}{2} \left\{ \cos^2 2\theta [1 - e^{-2\gamma t}] + \sin^2 2\theta \left[1 - e^{-(a+\alpha)t} \left(\cos(2\Omega_0 t) - \frac{(a-\alpha)}{2\Omega_0} \sin(2\Omega_0 t) \right) \right] \right\}. \quad (3.42)$$

Donde

$$\Omega_0 = \sqrt{\omega^2 - (4b^2 + (a-\alpha)^2)/4} \quad (3.43)$$

Se puede ver que esta expresión tiene 4 parámetros "independientes" a, α, γ y b , o escritos de otra forma: $(a + \alpha), (a - \alpha), \gamma$ y b^2 . Se ha colocado entre comillas independientes para resaltar que a pesar que pueden tomar distintos valores, siempre tendrán que cumplir las inecuaciones 3.24.

Es interesante notar que los parámetros de la diagonal cumplen un rol de atenuar las oscilaciones, mientras que los términos de fuera de la diagonal modifican la frecuencia de oscilación.

3.2 Decoherencia en el modelo de tres generaciones

Así como en la sección anterior se estudió cómo se implementaba la decoherencia en un sistema de dos neutrinos, en esta sección, se trabajará bajo la misma idea, salvo que ahora se considerará los tres neutrinos de sabor: neutrinos electrón, muón y tauón. Para este sistema, es necesario definir un espacio de Hilbert 3×3 , donde se tiene una base de matrices F_μ , con $\mu = 0, \dots, 8$. Esta nueva base se puede escribir en función de los generadores del álgebra de $SU(3)$,

$$F_0 = \frac{1}{\sqrt{6}}\mathbf{I}_3 \quad F_i = \frac{1}{2}\Lambda_i \quad (i = 1, \dots, 8) \quad (3.44)$$

Donde los Λ_i son las matrices de Gell-Mann. La base de matrices F_μ cumplen con el álgebra de Lie,

$$[F_i, F_j] = i \sum_k f_{ijk} F_k \quad 1 \leq i, j, k \leq 8 \quad (3.45)$$

Donde f_{ijk} son las constantes de estructura de $SU(3)$. Ahora se escribirá todos los operadores en función de esta base, así como en el caso de dos sabores se escribió todo en función de las matrices de Pauli. El Hamiltoniano libre H en tres generaciones en base de los autoestados de masa es,

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} p + \frac{m_1^2}{2p} & 0 & 0 \\ 0 & p + \frac{m_2^2}{2p} & 0 \\ 0 & 0 & p + \frac{m_3^2}{2p} \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

La expansión de H en la base de los F_μ es de la siguiente forma,

$$H = \frac{1}{2p} \sqrt{\frac{2}{3}} (6p^2 + \sum m^2) F_0 + \frac{1}{2p} (\Delta m_{12}^2) F_3 + \frac{1}{2\sqrt{3}p} (\Delta m_{13}^2 + \Delta m_{23}^2) F_8 \quad (3.47)$$

Donde $\sum m^2 = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2$. Sin embargo, la forma completa del Hamiltoniano no será relevante en cálculo de oscilaciones, sino que se puede definir un Hamiltoniano efectivo que no contenga el término asociado a la identidad, dado que este no contribuye en la evolución del estado. Por otro lado, al igual

42CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

que con el modelo de dos generaciones, se escribirá tanto la matriz densidad, como los operadores A_j , en base de los F 's.

$$H_{eff} = \sum_{\mu} h_{\mu} F_{\mu} \quad \rho = \sum_{\mu} \rho_{\mu} F_{\mu} \quad A_j = \sum_{\mu} a_{\mu}^j F_{\mu} \quad (3.48)$$

El cálculo de la ecuación de probabilidad de oscilación se realizará en la base de autoestados de masa. Por lo tanto, cuando se escriban los elementos ρ_i se debe tener cuidado de que estén definidos en la base correcta. Entonces la matriz densidad de un sabor α definida en la base de masa, ρ_m^{α} , está definida de la siguiente forma,

$$\rho_m^{\alpha} = U^{\dagger} \rho^{\alpha} U \quad (3.49)$$

Donde ρ^{α} es la matriz densidad definida en la base de sabor, y U es la matriz PMNS. Parametrizando a U de la siguiente forma,

$$U = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

Entonces, se obtiene,

$$\rho_m^{\alpha} = U_{\alpha i}^* U_{\alpha j} = \begin{pmatrix} |U_{\alpha 1}|^2 & U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} & U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} \\ U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 2} & |U_{\alpha 2}|^2 & U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} \\ U_{\alpha 3}^* U_{\alpha 1} & U_{\alpha 3}^* U_{\alpha 2} & |U_{\alpha 3}|^2 \end{pmatrix} \quad \text{Donde } \alpha = e, \mu, \tau = 1, 2, 3 \quad (3.51)$$

Ahora, escribiendo ρ_m^{α} en base de las matrices F_i ,

$$\rho_m^{\alpha} = \rho_i^{\alpha} F_i + \rho_0 F_0. \quad (3.52)$$

3.2. DECOHERENCIA EN EL MODELO DE TRES GENERACIONES 43

Donde,

$$\begin{aligned}
 \rho_0^\alpha &= \sqrt{\frac{2}{3}} \\
 \rho_1^\alpha &= U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} + U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 1} \\
 \rho_2^\alpha &= i(U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2} - U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 1}) \\
 \rho_3^\alpha &= |U_{\alpha 1}|^2 - |U_{\alpha 2}|^2 \\
 \rho_4^\alpha &= U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} + U_{\alpha 3}^* U_{\alpha 1} \\
 \rho_5^\alpha &= i(U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 3} - U_{\alpha 3}^* U_{\alpha 1}) \\
 \rho_6^\alpha &= U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} + U_{\alpha 3}^* U_{\alpha 2} \\
 \rho_7^\alpha &= i(U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3} - U_{\alpha 3}^* U_{\alpha 2}) \\
 \rho_8^\alpha &= \frac{\sqrt{3}}{3} (|U_{\alpha 1}|^2 + |U_{\alpha 2}|^2 - 2|U_{\alpha 3}|^2)
 \end{aligned} \tag{3.53}$$

El término disipativo de la ecuación 3.1, se tiene un caso similar al que ya vimos anteriormente en dos generaciones,

$$\mathcal{D}[\rho] = -\frac{1}{2} \sum_j (A_j^\dagger A_j \rho + \rho A_j^\dagger A_j) + \sum_j A_j \rho A_j^\dagger = \sum_{\mu\nu} D_{\mu\nu} \rho_\mu F_\nu. \tag{3.54}$$

Donde,

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k,l,m} (\vec{a}_m \cdot \vec{a}_k) f_{iml} f_{lkj}, \tag{3.55}$$

salvo que los vectores tendrán 8 componentes, $\vec{a}_\mu = \{a_\mu^{(1)}, a_\mu^{(2)}, \dots, a_\mu^{(8)}\}$.

Ahora, $D_{\mu\nu}$ será una matriz de dimensiones 9×9 . Donde, los términos diagonales se definirán de la siguiente manera,

$$D_{ii} \equiv -\gamma_i \equiv -\frac{1}{2} \sum_{k,l,m} (\vec{a}_m \cdot \vec{a}_k) f_{iml} f_{ikl}. \tag{3.56}$$

y los términos no diagonales,

$$D_{ij} \equiv -\beta_{ij} \equiv -\frac{1}{2} \sum_{k,l,m} (\vec{a}_m \cdot \vec{a}_k) f_{iml} f_{jkl}. \tag{3.57}$$

Como en el caso de dos generaciones, es necesario asegurar que el término disipativo cumpla ciertas condiciones: la traza no debe cambiar y la positiv-

44CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

dad se debe mantener a cualquier tiempo t . Lo primero se lo puede lograr usando el mismo argumento que en el caso de dos generaciones,

$$D_{\mu 0} = 0. \quad (3.58)$$

Para lo segundo, definamos una matriz densidad general,

$$\rho = \begin{pmatrix} \frac{\rho_0}{\sqrt{3}} + \frac{\rho_3}{2} + \frac{\rho_8}{2\sqrt{3}} & \frac{\rho_1}{2} - i\frac{\rho_2}{2} & \frac{\rho_4}{2} - i\frac{\rho_5}{2} \\ \frac{\rho_1}{2} + i\frac{\rho_2}{2} & \frac{\rho_0}{\sqrt{3}} - \frac{\rho_3}{2} + \frac{\rho_8}{2\sqrt{3}} & \frac{\rho_6}{2} - i\frac{\rho_7}{2} \\ \frac{\rho_4}{2} + i\frac{\rho_5}{2} & \frac{\rho_6}{2} + i\frac{\rho_7}{2} & \frac{\rho_0}{\sqrt{3}} - \frac{\rho_8}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (3.59)$$

La implementación de la positividad, seguirá la misma metodología que en el caso de dos sabores. Primero, los autovalores deben ser positivos, por lo tanto, la traza debe ser positiva y $\text{Det}[\rho] \geq 0$,

$$\begin{aligned} \text{Det}[\rho] &= \frac{\rho_0}{\sqrt{3}} \left(\frac{\rho_0^2}{3} - \frac{1}{4} \sum_{i=1}^8 \rho_i^2 \right) \\ &+ \frac{\rho_8}{4\sqrt{3}} \left(\rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2 - \frac{1}{2}(\rho_4^2 + \rho_5^2 + \rho_6^2 + \rho_7^2) - \frac{\rho_8^2}{3} \right) \\ &+ \frac{\rho_3}{8} (\rho_4^2 + \rho_5^2 - \rho_6^2 - \rho_7^2) \\ &+ \frac{1}{4} (\rho_1\rho_4\rho_6 + \rho_2\rho_5\rho_6 + \rho_1\rho_5\rho_7 - \rho_2\rho_4\rho_7) \geq 0. \end{aligned} \quad (3.60)$$

y se debe garantizar que esto se mantendrá a lo largo de la evolución, $\frac{d}{dt}\text{Det}[\rho] \geq 0$, para lograr esto, se usará la fórmula de Jacobi,

$$\frac{d}{dt}\text{Det}[\rho(t)] = \text{Det}[\rho(t)] \text{Tr} \left[\rho^{-1} \frac{d\rho}{dt} \right] \quad (3.61)$$

Reemplazando el generador infinitesimal, se obtiene,

$$\frac{d}{dt}\text{Det}[\rho(t)] = \text{Det}[\rho(t)] \text{Tr} \left[-i\rho^{-1}[H_{\text{eff}}, \rho] + \rho^{-1}\mathcal{D}[\rho] \right] \quad (3.62)$$

El primer término dentro de la traza será anulado por tratarse de un conmutador,

$$\text{Tr}[\rho^{-1}[H_{\text{eff}}, \rho]] = \text{Tr}[H - H] = 0 \quad (3.63)$$

3.2. DECOHERENCIA EN EL MODELO DE TRES GENERACIONES 45

Reemplazando todo, se tiene que,

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \text{Det}[\rho(t)] = & -\frac{\rho_0}{2\sqrt{3}} \rho_i \rho_\mu D_{\mu i} \\
 & + \frac{1}{4} (\rho_4 \rho_6 + \rho_5 \rho_7 + \frac{2\rho_1 \rho_8}{\sqrt{3}}) \rho_\mu D_{\mu 1} \\
 & + \frac{1}{4} (\rho_5 \rho_6 - \rho_4 \rho_7 + \frac{2\rho_2 \rho_8}{\sqrt{3}}) \rho_\mu D_{\mu 2} \\
 & + \frac{1}{8} (\rho_4^2 + \rho_5^2 - \rho_6^2 - \rho_7^2 + \frac{4\rho_3 \rho_8}{\sqrt{3}}) \rho_\mu D_{\mu 3} \\
 & + \frac{1}{4} (\rho_3 \rho_4 + \rho_1 \rho_6 - \rho_2 \rho_7 - \frac{\rho_4 \rho_8}{\sqrt{3}}) \rho_\mu D_{\mu 4} \\
 & + \frac{1}{4} (\rho_3 \rho_5 + \rho_2 \rho_6 + \rho_1 \rho_7 - \frac{\rho_5 \rho_8}{\sqrt{3}}) \rho_\mu D_{\mu 5} \\
 & + \frac{1}{4} (\rho_1 \rho_4 + \rho_2 \rho_5 - \rho_3 \rho_6 - \frac{\rho_6 \rho_8}{\sqrt{3}}) \rho_\mu D_{\mu 6} \\
 & + \frac{1}{4} (-\rho_2 \rho_4 + \rho_1 \rho_5 - \rho_3 \rho_7 - \frac{\rho_7 \rho_8}{\sqrt{3}}) \rho_\mu D_{\mu 7} \\
 & + \frac{1}{\sqrt{3}} (\frac{\rho_0^2}{3} + \frac{\rho_1^2}{2} + \frac{\rho_2^2}{2} + \frac{\rho_3^2}{2} - \frac{1}{4} (\rho_4^2 + \rho_5^2 + \rho_6^2 + \rho_7^2 + \rho_8^2)) \rho_\mu D_{\mu 8} \geq 0
 \end{aligned}
 \tag{3.64}$$

Como en el caso de dos generaciones las condiciones necesarias y suficientes para que se cumpla lo anterior son: $D_{0i} = 0$, esto se exige además para que la entropía no disminuya. Luego, fijando lo anterior y usando una matriz densidad inicial con, $\rho_i \rightarrow -\rho_i$, se llega a la segunda condición:

$$\frac{\rho_0}{2\sqrt{3}} \rho_i \rho_j D_{ji} \leq 0
 \tag{3.65}$$

Esto se cumple si $-D_{ij}$ es una matriz semidefinida positiva, $-D_{ij} \geq 0$, y, lo cuál, implica que los términos de la diagonal serán positivos, $\gamma_i \geq 0$

46CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

$i = 1, \dots, 8$. Finalmente, tomando todo esto en cuenta, se puede escribir $D_{\mu\nu}$,

$$D_{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1 & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{14} & \beta_{15} & \beta_{16} & \beta_{17} & \beta_{18} \\ 0 & \beta_{12} & \gamma_2 & \beta_{23} & \beta_{24} & \beta_{25} & \beta_{26} & \beta_{27} & \beta_{28} \\ 0 & \beta_{13} & \beta_{23} & \gamma_3 & \beta_{34} & \beta_{35} & \beta_{36} & \beta_{37} & \beta_{38} \\ 0 & \beta_{14} & \beta_{24} & \beta_{34} & \gamma_4 & \beta_{45} & \beta_{46} & \beta_{47} & \beta_{48} \\ 0 & \beta_{15} & \beta_{25} & \beta_{35} & \beta_{45} & \gamma_5 & \beta_{56} & \beta_{57} & \beta_{58} \\ 0 & \beta_{16} & \beta_{26} & \beta_{36} & \beta_{46} & \beta_{56} & \gamma_6 & \beta_{67} & \beta_{68} \\ 0 & \beta_{17} & \beta_{27} & \beta_{37} & \beta_{47} & \beta_{57} & \beta_{67} & \gamma_7 & \beta_{78} \\ 0 & \beta_{18} & \beta_{28} & \beta_{38} & \beta_{48} & \beta_{58} & \beta_{68} & \beta_{78} & \gamma_8 \end{pmatrix} \quad (3.66)$$

Tal como en el caso de dos sabores, se pueden obtener relaciones entre los parámetros de decoherencia usando dos propiedades generales de los vectores: norma positiva y que cumplan las desigualdades de Cauchy-Schwarz. Sin embargo, en este caso, el trabajo no es tan trivial como en el caso de dos generaciones, ya que el número de parámetros ha aumentado considerablemente, ha pasado de 6 a 36 parámetros libres, por lo tanto, el número de relaciones también aumentarán. Realizar este trabajo a mano es una tarea muy ardua, como vemos en la definición de D_{ij} , Ec. 3.55, por cada i, j , se tiene una iteración sobre tres índices k, l, m que pueden tomar valores de 1 a 8, lo que significa que para cada D_{ij} será igual a la suma de 512 términos. Para realizar este cálculo, se usó el software Wolfram Mathematica, y para implementar la acción de las constantes de estructura, se usó una propiedad de la multiplicación éstas, que permite pasar de las constantes antisimétricas de estructura, f_{iml} , a las constantes simétricas de estructura, d_{abc} .

$$f_{abe}f_{cde} = \frac{2}{3}(\delta_{ac}\delta_{bd} - \delta_{ad}\delta_{bc}) + (d_{ace}d_{bde} - d_{bce}d_{ade}) \quad (3.67)$$

De este modo, es posible escribir todos los bilineales ($\vec{a}_i \cdot \vec{a}_j$) en función de los parámetros de decoherencia γ_i y β_{ij} . A partir de exigir que la norma de

3.2. DECOHERENCIA EN EL MODELO DE TRES GENERACIONES 47

los vectores \vec{a}_i sea positiva, obtenemos las siguientes desigualdades,

$$\begin{aligned}
 |\vec{a}_1|^2 &= -\frac{1}{2}\gamma_1 + \frac{1}{2}\gamma_2 + \frac{1}{2}\gamma_3 - \frac{1}{6}\gamma_8 && \geq 0 \\
 |\vec{a}_2|^2 &= \frac{1}{2}\gamma_1 - \frac{1}{2}\gamma_2 + \frac{1}{2}\gamma_3 - \frac{1}{6}\gamma_8 && \geq 0 \\
 |\vec{a}_3|^2 &= \frac{1}{2}\gamma_1 + \frac{1}{2}\gamma_2 - \frac{1}{2}\gamma_3 - \frac{1}{6}\gamma_8 && \geq 0 \\
 |\vec{a}_4|^2 &= -\frac{1}{2}\gamma_4 + \frac{1}{2}\gamma_5 + \frac{1}{3}\gamma_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{38} && \geq 0 \\
 |\vec{a}_5|^2 &= \frac{1}{2}\gamma_4 - \frac{1}{2}\gamma_5 + \frac{1}{3}\gamma_8 + \frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{38} && \geq 0 \\
 |\vec{a}_6|^2 &= -\frac{1}{2}\gamma_6 + \frac{1}{2}\gamma_7 + \frac{1}{3}\gamma_8 - \frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{38} && \geq 0 \\
 |\vec{a}_7|^2 &= \frac{1}{2}\gamma_6 - \frac{1}{2}\gamma_7 + \frac{1}{3}\gamma_8 - \frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{38} && \geq 0 \\
 |\vec{a}_8|^2 &= -\frac{1}{6}\gamma_1 - \frac{1}{6}\gamma_2 - \frac{1}{6}\gamma_3 + \frac{1}{3}\gamma_4 + \frac{1}{3}\gamma_5 + \frac{1}{3}\gamma_6 + \frac{1}{3}\gamma_7 - \frac{1}{2}\gamma_8 && \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.68}$$

De estas condiciones, rápidamente, se puede deducir algunas relaciones,

$$\begin{aligned}
 \gamma_1 &\geq \frac{1}{3}\gamma_8 \geq \frac{1}{\sqrt{3}}|\beta_{38}| \\
 \gamma_2 &\geq \frac{1}{3}\gamma_8 \geq \frac{1}{\sqrt{3}}|\beta_{38}| \\
 \gamma_3 &\geq \frac{1}{3}\gamma_8 \geq \frac{1}{\sqrt{3}}|\beta_{38}|
 \end{aligned} \tag{3.69}$$

Además, usando la desigualdad de Cauchy-Schwarz,

$$|\vec{a}_i \cdot \vec{a}_j| \leq \sqrt{\vec{a}_i \cdot \vec{a}_i} \sqrt{\vec{a}_j \cdot \vec{a}_j}, \tag{3.70}$$

se obtienen las siguientes relaciones,

$$\begin{aligned}
 4\beta_{12}^2 &\leq \left(\gamma_3 - \frac{\gamma_8}{3}\right)^2 - (\gamma_1 - \gamma_2)^2 \\
 4\beta_{13}^2 &\leq \left(\gamma_2 - \frac{\gamma_8}{3}\right)^2 - (\gamma_1 - \gamma_3)^2 \\
 4\beta_{23}^2 &\leq \left(\gamma_1 - \frac{\gamma_8}{3}\right)^2 - (\gamma_2 - \gamma_3)^2 \\
 \beta_{45}^2 &\leq \left(\frac{\gamma_8}{3} + \frac{\beta_{38}}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{\gamma_4}{2} - \frac{\gamma_5}{2}\right)^2 \\
 \beta_{67}^2 &\leq \left(\frac{\gamma_8}{3} - \frac{\beta_{38}}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{\gamma_6}{2} - \frac{\gamma_7}{2}\right)^2 \\
 3\left(\gamma_4 + \gamma_5 - \gamma_6 - \gamma_7 - \frac{2}{\sqrt{3}}\beta_{38}\right)^2 &\leq (3\gamma_1 + 3\gamma_2 - 3\gamma_3 - \gamma_8) \times \\
 &\quad \times (-\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 + 2\gamma_4 + 2\gamma_5 + 2\gamma_6 + 2\gamma_7 - 2\gamma_8)
 \end{aligned} \tag{3.71}$$

48CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{4} \left(-\beta_{14} + \beta_{25} - \beta_{36} - \frac{\beta_{68}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_1|^2 |\vec{a}_4|^2 \\
 \frac{1}{4} \left(\beta_{14} - \beta_{25} - \beta_{36} - \frac{\beta_{68}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_2|^2 |\vec{a}_5|^2 \\
 \frac{1}{4} \left(-\beta_{14} - \beta_{25} - \beta_{36} + \frac{\beta_{68}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_3|^2 |\vec{a}_6|^2 \\
 \frac{1}{12} \left(-\beta_{14} - \beta_{25} + \beta_{36} - \frac{5\beta_{68}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_6|^2 |\vec{a}_8|^2 \\
 \frac{1}{4} \left(-\beta_{15} - \beta_{24} + \beta_{37} + \frac{\beta_{78}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_2|^2 |\vec{a}_4|^2 \\
 \frac{1}{4} \left(-\beta_{15} - \beta_{24} - \beta_{37} - \frac{\beta_{78}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_1|^2 |\vec{a}_5|^2 \\
 \frac{1}{4} \left(-\beta_{15} + \beta_{24} - \beta_{37} + \frac{\beta_{78}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_3|^2 |\vec{a}_7|^2 \\
 \frac{1}{12} \left(-\beta_{15} + \beta_{24} + \beta_{37} - \frac{5\beta_{78}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_7|^2 |\vec{a}_8|^2 \\
 \frac{1}{4} \left(\beta_{16} - \beta_{27} - \beta_{34} - \frac{\beta_{48}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_3|^2 |\vec{a}_4|^2 \\
 \frac{1}{4} \left(-\beta_{16} - \beta_{27} + \beta_{34} - \frac{\beta_{48}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_1|^2 |\vec{a}_6|^2 \\
 \frac{1}{4} \left(-\beta_{16} - \beta_{27} - \beta_{34} + \frac{\beta_{48}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_2|^2 |\vec{a}_7|^2 \\
 \frac{1}{12} \left(-\beta_{16} + \beta_{27} - \beta_{34} - \frac{5\beta_{48}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_4|^2 |\vec{a}_8|^2 \\
 \frac{1}{9} \left(\beta_{17} + 2\beta_{26} - \beta_{35} - \frac{2\beta_{58}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_3|^2 |\vec{a}_5|^2 \\
 \frac{1}{9} \left(\beta_{17} - 2\beta_{26} + 2\beta_{35} - \frac{2\beta_{58}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_2|^2 |\vec{a}_6|^2 \\
 \frac{1}{9} \left(-2\beta_{17} + 2\beta_{26} + 2\beta_{35} - \frac{2\beta_{58}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_1|^2 |\vec{a}_7|^2 \\
 \frac{1}{27} \left(-4\beta_{17} + \beta_{26} + \beta_{35} - \frac{10\beta_{58}}{\sqrt{3}} \right)^2 &\leq |\vec{a}_5|^2 |\vec{a}_8|^2 \\
 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{18} - \frac{1}{2}\beta_{46} + \frac{1}{2}\beta_{57} \right)^2 &\leq |\vec{a}_4|^2 |\vec{a}_6|^2 \\
 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{18} + \frac{1}{2}\beta_{46} - \frac{1}{2}\beta_{57} \right)^2 &\leq |\vec{a}_5|^2 |\vec{a}_7|^2 \\
 \left(-\frac{1}{3}\beta_{18} + \frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{46} + \frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{57} \right)^2 &\leq |\vec{a}_1|^2 |\vec{a}_8|^2 \\
 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{28} - \frac{1}{2}\beta_{47} - \frac{1}{2}\beta_{56} \right)^2 &\leq |\vec{a}_5|^2 |\vec{a}_6|^2 \\
 \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{28} - \frac{1}{2}\beta_{47} - \frac{1}{2}\beta_{56} \right)^2 &\leq |\vec{a}_4|^2 |\vec{a}_7|^2 \\
 \left(-\frac{1}{3}\beta_{28} - \frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{47} + \frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{56} \right)^2 &\leq |\vec{a}_2|^2 |\vec{a}_8|^2
 \end{aligned} \tag{3.72}$$

Una vez obtenidas las anteriores relaciones, se debe hacer notar que la cantidad de parámetros con los que se trabaje, son 36 parámetros los cuales no tienen valores fijos, aunque respetan ciertas relaciones. Trabajar con esa

3.2. DECOHERENCIA EN EL MODELO DE TRES GENERACIONES 49

cantidad de parámetros es ciertamente complicado y muy poco práctico para realizar un test estadístico. Algunos trabajos han estudiado los efectos de la decoherencia en la oscilaciones de tres generaciones bajo ciertos escenarios de decoherencia [38]-[41]. Sin embargo, la forma del término disipativo fue impuesta y no se consideraron las relaciones que existen entre parámetros. En este trabajo, se analizará algunos escenarios en los cuales bajo ciertas asunciones y con ayuda de las relaciones obtenidas, el número de parámetros disminuye considerablemente.

3.2.1 Escenario 1 - 3ν

En este escenario, se toma por hipótesis que todos los parámetros fuera de la diagonal son cero, mientras que el valor de los elementos de la diagonal, no está fijado. Esta posibilidad, ya ha sido contemplada en un trabajo anterior [43], sin embargo, no se hizo énfasis en que los parámetros de decoherencia deben cumplir las relaciones de completa positividad.

Definiendo:

$$\Delta_{ij} = \frac{\Delta m_{ij}^2}{2p} \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (3.73)$$

$$\Omega_{12} = \sqrt{4\Delta_{12}^2 - (\gamma_2 - \gamma_1)^2} \quad (3.74)$$

$$\Omega_{13} = \sqrt{4\Delta_{13}^2 - (\gamma_5 - \gamma_4)^2} \quad (3.75)$$

$$\Omega_{23} = \sqrt{4\Delta_{23}^2 - (\gamma_7 - \gamma_6)^2} \quad (3.76)$$

50CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

La probabilidad de transición en el caso que $2|\Delta_{ij}| \geq |\Delta\gamma_{kl}|$ es,

$$\begin{aligned}
 P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = & \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left\{ \left[(\rho_1^\alpha \rho_1^\beta + \rho_2^\alpha \rho_2^\beta) \cos\left(\frac{|\Omega_{12}|t}{2}\right) \right. \right. \\
 & + \left. \left. \left(\frac{2\Delta_{12}(\rho_1^\alpha \rho_2^\beta - \rho_2^\alpha \rho_1^\beta) + \Delta\gamma_{12}(\rho_1^\alpha \rho_1^\beta - \rho_2^\alpha \rho_2^\beta)}{\Omega_{12}} \right) \sin\left(\frac{|\Omega_{12}|t}{2}\right) \right] e^{-\frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)t} \right. \\
 & + \left[(\rho_4^\alpha \rho_4^\beta + \rho_5^\alpha \rho_5^\beta) \cos\left(\frac{|\Omega_{13}|t}{2}\right) \right. \\
 & + \left. \left. \left(\frac{2\Delta_{13}(\rho_4^\alpha \rho_5^\beta - \rho_5^\alpha \rho_4^\beta) + \Delta\gamma_{45}(\rho_4^\alpha \rho_4^\beta - \rho_5^\alpha \rho_5^\beta)}{\Omega_{13}} \right) \sin\left(\frac{|\Omega_{13}|t}{2}\right) \right] e^{-\frac{1}{2}(\gamma_4 + \gamma_5)t} \right. \\
 & + \left[(\rho_6^\alpha \rho_6^\beta + \rho_7^\alpha \rho_7^\beta) \cos\left(\frac{|\Omega_{23}|t}{2}\right) \right. \\
 & + \left. \left. \left(\frac{2\Delta_{23}(\rho_6^\alpha \rho_7^\beta - \rho_7^\alpha \rho_6^\beta) + \Delta\gamma_{67}(\rho_6^\alpha \rho_6^\beta - \rho_7^\alpha \rho_7^\beta)}{\Omega_{23}} \right) \sin\left(\frac{|\Omega_{23}|t}{2}\right) \right] e^{-\frac{1}{2}(\gamma_6 + \gamma_7)t} \right. \\
 & \left. + e^{-\gamma_3 t} \rho_3^\alpha \rho_3^\beta + e^{-\gamma_8 t} \rho_8^\alpha \rho_8^\beta \right\}
 \end{aligned} \tag{3.77}$$

Donde $\Delta\gamma_{ij} = \gamma_j - \gamma_i$. En el caso que $2|\Delta_{ij}| \geq |\Delta\gamma_{kl}|$, sólo hay que cambiar las funciones senos y cosenos por sus correspondientes hiperbólicas.

3.2.2 Escenario 2 - 3ν

La hipótesis central en este escenario, es que el parámetro $\gamma_8 = 0$. Esta es una condición importante, ya que, el parámetro γ_8 es el que más aparece en las relaciones de completa positividad. Al fijar γ_8 igual a cero, se desprenden ciertas consecuencias inmediatas, $\beta_{38} = 0$, $\gamma_4 = \gamma_5$, $\gamma_6 = \gamma_7$. Con esto, tenemos que $|\vec{a}_4|^2 = |\vec{a}_5|^2 = |\vec{a}_6|^2 = |\vec{a}_7|^2 = 0$, por lo que, $\beta_{ij} = 0$ para todo i, j diferente de 1,2 ó 3.

Dentro de este escenario, asimismo, se pueden tomar ciertos casos que simplificarán aún más la cantidad de parámetros libres.

3.2. DECOHERENCIA EN EL MODELO DE TRES GENERACIONES 51

Caso 2.1) : $\gamma_1 = 0$ y $\gamma_4 = \gamma_6$

En este caso, el número de parámetros se reduce a sólo dos, $\gamma_2 = \gamma_3$ y $\gamma_4 = \gamma_5 = \gamma_6 = \gamma_7$, el resto de parámetros se anulan. Al fijar $\gamma_1 = 0$, se cumple que $|\vec{a}_2|^2 = |\vec{a}_3|^2 = 0$, esto nos lleva a que, $\beta_{ij} = 0$ para todo i, j . Además, los dos parámetros de decoherencia no son completamente aleatorios, sino que comparten una relación: $\gamma_2 \leq 4\gamma_4$. De este modo, la matriz $D_{\mu\nu}$ adopta una forma diagonal, tal como en el Escenario 1, pero con sólo dos parámetros.

$$D_{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.78)$$

La probabilidad de oscilación, en este caso, es la siguiente,

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = & \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left\{ \left[(\rho_1^\alpha \rho_1^\beta + \rho_2^\alpha \rho_2^\beta) \cos(\Delta_{12}t) \right. \right. \\ & + \left. \left. \left(\frac{2\Delta_{12}(\rho_1^\alpha \rho_2^\beta - \rho_2^\alpha \rho_1^\beta) + \gamma_2(\rho_1^\alpha \rho_1^\beta - \rho_2^\alpha \rho_2^\beta)}{\Omega_{12}} \right) \sin\left(\frac{|\Omega_{12}|t}{2}\right) \right] e^{-\gamma_2 t} \right. \\ & + \left[(\rho_4^\alpha \rho_4^\beta + \rho_5^\alpha \rho_5^\beta) \cos(\Delta_{13}t) + (\rho_4^\alpha \rho_5^\beta - \rho_5^\alpha \rho_4^\beta) \sin(\Delta_{13}t) \right] e^{-\gamma_4 t} \\ & + \left[(\rho_6^\alpha \rho_6^\beta + \rho_7^\alpha \rho_7^\beta) \cos(\Delta_{23}t) + (\rho_6^\alpha \rho_7^\beta - \rho_7^\alpha \rho_6^\beta) \sin(\Delta_{23}t) \right] e^{-\gamma_4 t} \\ & \left. + e^{-\gamma_2 t} \rho_3^\alpha \rho_3^\beta + \rho_8^\alpha \rho_8^\beta \right\}. \end{aligned} \quad (3.79)$$

Donde $\Omega_{12} = \sqrt{4\Delta_{12}^2 - \gamma_2^2}$

52CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

Caso 2.2) : $\gamma_2 = 0$ y $\gamma_4 = \gamma_6$

Al igual que en el caso anterior, el número de parámetros se reduce a sólo dos $\gamma_1 = \gamma_3$ y $\gamma_4 = \gamma_5 = \gamma_6 = \gamma_7$. Y estos cumplen una relación análoga, $\gamma_1 \leq 4\gamma_4$. La matriz $D_{\mu\nu}$ queda de la siguiente forma:

$$D_{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.80)$$

La probabilidad de oscilación es,

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = & \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left\{ \left[(\rho_1^\alpha \rho_1^\beta + \rho_2^\alpha \rho_2^\beta) \cos(\Delta_{12}t) \right. \right. \\ & + \left. \left. \left(\frac{2\Delta_{12}(\rho_1^\alpha \rho_2^\beta - \rho_2^\alpha \rho_1^\beta) - \gamma_1(\rho_1^\alpha \rho_1^\beta - \rho_2^\alpha \rho_2^\beta)}{\Omega_{12}} \right) \sin\left(\frac{|\Omega_{12}|t}{2}\right) \right] e^{-\gamma_1 t} \right. \\ & + \left. \left[(\rho_4^\alpha \rho_4^\beta + \rho_5^\alpha \rho_5^\beta) \cos(\Delta_{13}t) + (\rho_4^\alpha \rho_5^\beta - \rho_5^\alpha \rho_4^\beta) \sin(\Delta_{13}t) \right] e^{-\gamma_4 t} \right. \\ & + \left. \left[(\rho_6^\alpha \rho_6^\beta + \rho_7^\alpha \rho_7^\beta) \cos(\Delta_{23}t) + (\rho_6^\alpha \rho_7^\beta - \rho_7^\alpha \rho_6^\beta) \sin(\Delta_{23}t) \right] e^{-\gamma_4 t} \right. \\ & \left. + e^{-\gamma_1 t} \rho_3^\alpha \rho_3^\beta + \rho_8^\alpha \rho_8^\beta \right\} \end{aligned} \quad (3.81)$$

Donde $\Omega_{12} = \sqrt{4\Delta_{12}^2 - \gamma_1^2}$

Caso 2.3) : $\gamma_3 = 0$ y $\gamma_4 = \gamma_6$

Al igual que en los casos anteriores, el número de parámetros se reduce a sólo dos $\gamma_2 = \gamma_1$ y $\gamma_4 = \gamma_5 = \gamma_6 = \gamma_7$. Y se cumple que $\gamma_2 \leq 4\gamma_4$. La matriz $D_{\mu\nu}$ queda:

3.2. DECOHERENCIA EN EL MODELO DE TRES GENERACIONES 53

$$D_{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.82)$$

La probabilidad de oscilación en este caso es la siguiente,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left\{ \left[(\rho_1^\alpha \rho_1^\beta + \rho_2^\alpha \rho_2^\beta) \cos(\Delta_{12}t) + (\rho_1^\alpha \rho_2^\beta - \rho_2^\alpha \rho_1^\beta) \sin(\Delta_{12}t) \right] e^{-\gamma_2 t} \right. \\ + \left[(\rho_4^\alpha \rho_4^\beta + \rho_5^\alpha \rho_5^\beta) \cos(\Delta_{13}t) + (\rho_4^\alpha \rho_5^\beta - \rho_5^\alpha \rho_4^\beta) \sin(\Delta_{13}t) \right] e^{-\gamma_4 t} \\ + \left[(\rho_6^\alpha \rho_6^\beta + \rho_7^\alpha \rho_7^\beta) \cos(\Delta_{23}t) + (\rho_6^\alpha \rho_7^\beta - \rho_7^\alpha \rho_6^\beta) \sin(\Delta_{23}t) \right] e^{-\gamma_4 t} \\ \left. + \rho_3^\alpha \rho_3^\beta + \rho_8^\alpha \rho_8^\beta \right\} \quad (3.83)$$

Todos los casos que se han considerado en este escenario llevan a una forma diagonal de $D_{\mu\nu}$, así como, en el Escenario 1 salvo que en este caso hemos logrado reducir el número de parámetros. Finalmente, Escenario 2 se puede resumir en el siguiente esquema,

$$\text{Si } \gamma_8 = 0 \left\{ \begin{array}{l} \beta_{38} = 0 \\ \gamma_4 = \gamma_5 \\ \gamma_6 = \gamma_7 \\ \beta_{ij} = 0 \quad \forall i, j \neq 1, 2, 3 \\ \text{Si } \left\{ \begin{array}{l} \gamma_3 = 0, \gamma_4 = \gamma_6 \rightarrow \gamma_1 = \gamma_2 \geq 0 \quad \wedge \quad 4\gamma_4 \geq \gamma_1 \quad \wedge \quad \beta_{ij} = 0 \quad \forall i, j \\ \gamma_2 = 0, \gamma_4 = \gamma_6 \rightarrow \gamma_1 = \gamma_3 \geq 0 \quad \wedge \quad 4\gamma_4 \geq \gamma_1 \quad \wedge \quad \beta_{ij} = 0 \quad \forall i, j \\ \gamma_1 = 0, \gamma_4 = \gamma_6 \rightarrow \gamma_2 = \gamma_3 \geq 0 \quad \wedge \quad 4\gamma_4 \geq \gamma_2 \quad \wedge \quad \beta_{ij} = 0 \quad \forall i, j \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (3.84)$$

54CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

3.2.3 Escenario 3 - 3ν

En este escenario, se realizarán dos hipótesis, la primera es,

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \frac{\gamma_8}{3}. \quad (3.85)$$

Esto inmediatamente, provoca que, $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = |\vec{a}_3| = 0$, y $\beta_{12} = \beta_{13} = \beta_{23} = 0$. Y la segunda, será,

$$\gamma_4 = \gamma_5 \quad \gamma_6 = \gamma_7 \quad (3.86)$$

Esto permite una disminución del número de parámetros, la característica más resaltante en estos casos, será los resultados exóticos que presentan, veamos estos casos,

Caso 3.1) : $\beta_{38} = 0$ y $\gamma_4 = \gamma_6$

En este caso, se toma,

$$\beta_{38} = 0 \quad (3.87)$$

Lo cuál, implica,

$$2\gamma_4 \geq \gamma_8 \quad |\beta_{45}| \leq \frac{\gamma_8}{3} \quad |\beta_{67}| \leq \frac{\gamma_8}{3} \quad (3.88)$$

y

$$\gamma_4 = \gamma_5 = \gamma_6 = \gamma_7 \quad (3.89)$$

Además, si se escoge $\gamma_4 = \frac{\gamma_8}{2}$, quedan estas desigualdades,

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{18} - \frac{1}{2}\beta_{46} + \frac{1}{2}\beta_{57} \right| &\leq \frac{\gamma_8}{3} \\ \left| \frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{18} + \frac{1}{2}\beta_{46} - \frac{1}{2}\beta_{57} \right| &\leq \frac{\gamma_8}{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{18} + \frac{1}{2}\beta_{46} + \frac{1}{2}\beta_{57} &= 0 \end{aligned} \quad (3.90)$$

3.2. DECOHERENCIA EN EL MODELO DE TRES GENERACIONES 55

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{28} - \frac{1}{2}\beta_{47} + \frac{1}{2}\beta_{56} \right| &\leq \frac{\gamma_8}{3} \\ \left| \frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{28} + \frac{1}{2}\beta_{47} - \frac{1}{2}\beta_{56} \right| &\leq \frac{\gamma_8}{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{28} + \frac{1}{2}\beta_{47} + \frac{1}{2}\beta_{56} &= 0 \end{aligned} \quad (3.91)$$

Ahora, a pesar de que β_{18} , β_{46} , β_{57} , β_{28} , β_{47} y β_{56} pueden tomar valores relativamente arbitrarios, se los considerará como cero. Es decir, fijemos $\beta_{18} = \beta_{46} = \beta_{57} = \beta_{28} = \beta_{47} = \beta_{56} = 0$, de esta forma, se reduce todo a sólo tres parámetros de decoherencia: γ_8 , β_{45} y β_{67} . De forma que

$$D_{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_8}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\gamma_8}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\gamma_8}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\gamma_8}{2} & \beta_{45} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{45} & \frac{\gamma_8}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\gamma_8}{2} & \beta_{67} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{67} & \frac{\gamma_8}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_8 \end{pmatrix} \quad (3.92)$$

y la probabilidad de oscilación queda,

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left\{ \left[(\rho_1^\alpha \rho_1^\beta + \rho_2^\alpha \rho_2^\beta) \cos(\Delta_{12}t) + (\rho_1^\alpha \rho_2^\beta - \rho_2^\alpha \rho_1^\beta) \sin(\Delta_{12}t) \right] e^{-\frac{\gamma_8}{3}t} \right. \\ &+ \left[(\rho_4^\alpha \rho_4^\beta + \rho_5^\alpha \rho_5^\beta) \cos\left(\frac{|\Omega_{13}|t}{2}\right) + (\rho_6^\alpha \rho_6^\beta + \rho_7^\alpha \rho_7^\beta) \cos\left(\frac{|\Omega_{23}|t}{2}\right) \right. \\ &- \left. \left(\frac{2(\beta_{45} - \Delta_{13})}{\Omega_{13}} \rho_4^\alpha \rho_5^\beta + \frac{2(\beta_{45} + \Delta_{13})}{\Omega_{13}} \rho_5^\alpha \rho_4^\beta \right) \sin\left(\frac{|\Omega_{13}|t}{2}\right) \right. \\ &- \left. \left(\frac{2(\beta_{67} - \Delta_{23})}{\Omega_{23}} \rho_6^\alpha \rho_7^\beta + \frac{2(\beta_{67} + \Delta_{23})}{\Omega_{23}} \rho_7^\alpha \rho_6^\beta \right) \sin\left(\frac{|\Omega_{23}|t}{2}\right) \right] e^{-\frac{\gamma_8}{2}t} \\ &+ \left. e^{-\frac{\gamma_8}{3}t} \rho_3^\alpha \rho_3^\beta + e^{-\gamma_8 t} \rho_8^\alpha \rho_8^\beta \right\} \end{aligned} \quad (3.93)$$

Donde

$$\Omega_{13} = \sqrt{4\Delta_{13}^2 - 4\beta_{45}^2} \quad \Omega_{23} = \sqrt{4\Delta_{23}^2 - 4\beta_{67}^2} \quad (3.94)$$

56CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS

Caso 3.2)

Este caso, resulta de asumir $\gamma_8 = \sqrt{3}\beta_{38}$, debido a esta igualdad se tiene que, $|\beta_{45}| \leq \frac{2}{3}\gamma_8$, y todos los términos fuera de la diagonal se anulan salvo β_{38} y β_{45}

$$D_{\mu\nu} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_8}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\gamma_8}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\gamma_8}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{38} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & \beta_{45} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{45} & \gamma_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_8 \end{pmatrix} \quad (3.95)$$

Usando esta parametrización del factor disipativo, se obtiene la probabilidad,

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = & \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left\{ \left[(\rho_1^\alpha \rho_1^\beta + \rho_2^\alpha \rho_2^\beta) \cos(\Delta_{12}t) + (\rho_1^\alpha \rho_2^\beta - \rho_2^\alpha \rho_1^\beta) \sin(\Delta_{12}t) \right] e^{-\frac{\gamma_8}{3}t} \right. \\ & + \left[(\rho_4^\alpha \rho_4^\beta + \rho_5^\alpha \rho_5^\beta) \cos\left(\frac{|\Omega_{13}|t}{2}\right) \right. \\ & - \left. \left. \left(\frac{2(\beta_{45} - \Delta_{13})}{\Omega_{13}} \rho_4^\alpha \rho_5^\beta + \frac{2(\beta_{45} + \Delta_{13})}{\Omega_{13}} \rho_5^\alpha \rho_4^\beta \right) \sin\left(\frac{|\Omega_{13}|t}{2}\right) \right] e^{-\gamma_4 t} \right. \\ & + \left[(\rho_6^\alpha \rho_6^\beta + \rho_7^\alpha \rho_7^\beta) \cos(\Delta_{23}t) + (\rho_6^\alpha \rho_7^\beta - \rho_7^\alpha \rho_6^\beta) \sin(\Delta_{23}t) \right] e^{-\gamma_6 t} \\ & + \left[(\rho_3^\alpha \rho_3^\beta + \rho_8^\alpha \rho_8^\beta) \cosh\left(\frac{\gamma_8'}{3}t\right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{\gamma_8}{\gamma_8'} (\rho_3^\alpha \rho_3^\beta - \rho_8^\alpha \rho_8^\beta) - \frac{3}{2} \frac{\beta_{38}}{\gamma_8'} (\rho_3^\alpha \rho_8^\beta + \rho_8^\alpha \rho_3^\beta) \right) \sinh\left(\frac{\gamma_8'}{3}t\right) \right] e^{-\frac{2\gamma_8}{3}t} \left. \right\} \end{aligned} \quad (3.96)$$

Donde $\gamma_8' = \sqrt{\gamma_8^2 + 9\beta_{38}^2}$

Estos casos, son muy exóticos ya que presentan rompimiento de la simetría CPT, tal como, se la conoce en oscilación de neutrinos. Lo cuál, podría ser debido a la interacción con el baño, la cuál rompe automáticamente la simetría temporal. Sin embargo, en ninguno de los casos anteriores acontece una rompimiento de simetría CPT. En este trabajo, no obstante, sólo nos limitaremos a mencionar estos casos y analizar los casos que $D_{\mu\nu}$ es diagonal. No obstante, hay que resaltar la basta y resaltante fenomenología que se

3.2. DECOHERENCIA EN EL MODELO DE TRES GENERACIONES 57

puede obtener de un estudio de casos con parámetros fuera de la diagonal. A continuación, un esquema del Escenario 3:

$$\text{Si } \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \frac{\gamma_8}{3} \left\{ \begin{array}{l} \beta_{12} = \beta_{13} = \beta_{23} = 0 \\ (\gamma_4 + \gamma_5) + (\gamma_6 + \gamma_7) \geq 2\gamma_8 \\ (\gamma_4 + \gamma_5) - (\gamma_6 + \gamma_7) = \frac{2}{\sqrt{3}}\beta_{38} \end{array} \right.$$

$$\text{Si } \gamma_4 = \gamma_5 \wedge \gamma_6 = \gamma_7 \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } \beta_{38} = 0 \left\{ \begin{array}{l} \gamma_4 + \gamma_6 \geq \gamma_8 \\ \gamma_4 - \gamma_6 = \frac{1}{\sqrt{3}}\beta_{38} \\ \gamma_4 = \gamma_6 \\ 2\gamma_4 \geq \gamma_8 \\ |\beta_{45}| \leq \frac{\gamma_8}{3} \\ |\beta_{67}| \leq \frac{\gamma_8}{3} \end{array} \right. \\ \text{Si } \gamma_8 = \sqrt{3}\beta_{38} \left\{ \begin{array}{l} |\beta_{45}| \leq \frac{2\gamma_8}{3} \\ \gamma_4 \geq \frac{2\gamma_8}{3} \wedge \gamma_4 - \gamma_6 = \frac{\gamma_8}{3} \\ \beta_{ij} = 0 \neq \beta_{45} \neq \beta_{38} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

(3.97)

58CAPÍTULO 3. DECOHERENCIA EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS



Capítulo 4

Análisis y Resultados

4.1 Estudio de decoherencia en el experimento de MINOS

MINOS

Main Injector Neutrino Oscillation Search, MINOS, es un experimento de neutrinos de acelerador que está diseñado para observar el fenómeno de oscilaciones a escalas atmosféricas. MINOS trabaja con un haz de neutrinos generado por el Neutrino Main Injector, NUMI, en Fermilab y consta de dos detectores: el detector cercano (near detector) se localiza dentro de Fermilab, mientras que el detector lejano (far detector) se ubica a 734 km en un laboratorio subterráneo en Soudan al norte de Minnesota. Actualmente, MINOS es el experimento de oscilaciones con la mayor distancia entre su near detector y su far detector. Por sus dimensiones, es considerado como un experimento de Long BaseLine (LBL). Su diseño, planificación y construcción tomó lugar entre los años 1999 y el 2004. MINOS funcionó desde el 2005 hasta el 2012, y a partir del 2013 ha comenzado a funcionar MINOS+ que tendrá una toma de datos de 3 años.

NuMI fue construido en Fermilab para proveer de un haz de neutrinos al

experimento de MINOS [45] [46] [49]. Sin embargo, ha sido usado también para los experimentos de MINER ν A, ArgoNeuT, y más recientemente por NO ν A y MINOS+. NuMI produce neutrinos impactando un haz de protones de 120 GeV sobre un blanco de grafito de aproximadamente 1 metro. De la interacción entre los protones con los núcleos del blanco, se producen una cascada de hadrones que son enfocados por dos magnetic horns, como se muestra en la Figura 4.1. La mayoría de los hadrones que se generan son piones con una componente significativa de kaones a altas energías. Estos hadrones cargados enfocados por los campos magnéticos viajarán a través de un decay pipe de 675 m, donde decaerán y de su decaimiento se producirá un haz de neutrinos predominantemente muónicos. El campo magnético puede tomar dos polaridades, en un polaridad enfoca hadrones positivos los cuáles generan un haz de mayoritariamente de ν_{μ} , mientras que en la otra, se enfocan los hadrones negativos y se tendrá un haz con una componente incrementada de $\bar{\nu}_{\mu}$.

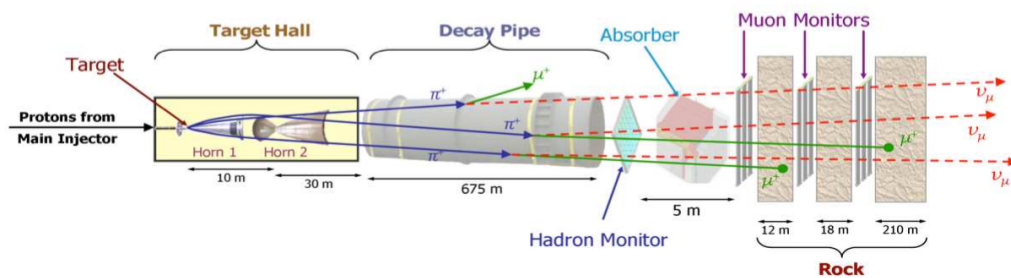


Figure 4.1: Esquema de NuMI que muestra las diferentes fases del proceso de generación del haz de neutrinos. Figura tomada de la referencia [49]

MINOS tiene dos detectores, estos han sido diseñado con los mismos materiales y operan idénticamente [47] [48] [50] [51]. En la Figura 4.2 se puede ver el diseño de los detectores. Ambos están hechos de placas alternantes de plástico centelleador de 1 cm de espesor y placas de hierro de 2.54 cm de espesor. Los neutrinos que atraviesan el metal interactúan con los núcleos del hierro y las partículas cargadas resultantes viajan a través del material centelleador depositando su energía, la cuál, es leída como luz. La luz, a su vez, es transportada por unas fibras Wave Length Shifting (WLS) hasta ser leídas por Tubos fotomultiplicadores (PMTs) los cuáles se encargarán de amplificar la señal y convertirla en un pulso medible.

4.1. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE MINOS61

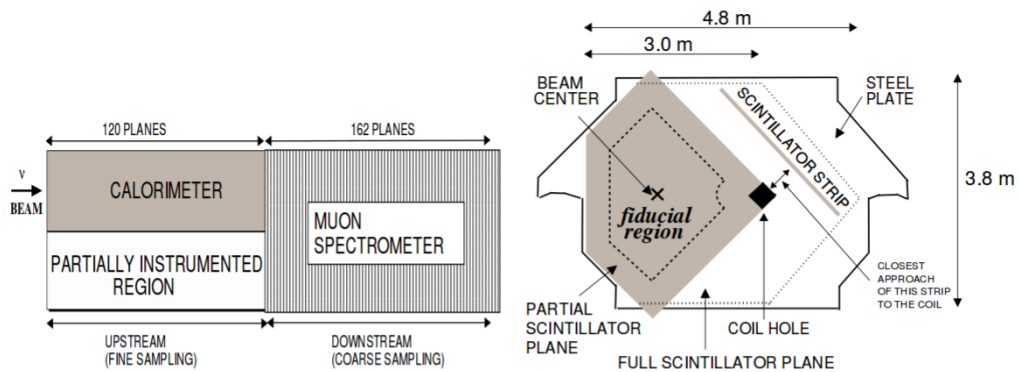


Figure 4.2: Vistas superior y transversal del Near Detector de MINOS, donde se aprecian las regiones que tiene. Figura tomada de la referencia [48]

Además, las placas de metal están magnetizada por una bobina que produce aproximadamente 3 T, de modo que, es posible distinguir entre las interacciones de corriente cargada de ν_μ y $\bar{\nu}_\mu$. El near detector tiene una masa de 0.98 kton, este detector se encarga de reconstruir el espectro de energía del flujo de neutrinos previo a las oscilaciones. La geometría del near detector tiene una sección de choque octagonal de 3.8 m \times 4.8 m y una longitud de 16.6 m. El near detector tiene dos secciones distintas la primera consta de 120 placas todas instrumentadas, y es usada para definir el vértice de interacción y medir la energía de la cascada hadrónica que se produce. La segunda sección consta de 162 placas, una de cada cinco es instrumentada. Esta región se encarga de realizar la detección de los muones creados en las interacciones.

El far detector está completamente operativo desde Julio del 2003 y se encuentra a 735 km del near detector. Se ubica a 705 m debajo del suelo, tiene una masa de 5.4 kton y tiene dimensiones mayores que el near detector. El far detector reconstruye el espectro de energía del haz de neutrinos luego de que estos oscilan, además se encarga de determinar la composición del flujo. Similar que el near detector, el far detector consta de dos secciones cada una de 15 m de longitud que están separadas por 1.5 m de aire.

Análisis en la probabilidad de supervivencia

MINOS está diseñado para ser sensible a oscilaciones producidas por la diferencias de masas al cuadrado, Δm_{13}^2 y Δm_{23}^2 . Las oscilaciones generadas por

Δm_{12}^2 no serán visibles ya que la fase oscilatoria es muy pequeña. Tomando esto en cuenta, podemos simplificar la expresión de la probabilidad. En primer lugar, considerando que dada la diferencia en la escala,

$$\cos(\Delta_{12}t) \approx 1 \quad \sin(\Delta_{12}t) \approx 0 \quad (4.1)$$

En esta tesis, sólo se trabajará dentro del Escenario 2. A escala atmosférica, tanto el Caso 2.1 y 2.2 se reducen a la misma expresión, salvo que de un caso a otro cambia de γ_2 a γ_1 .

$$\begin{aligned}
 P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = & \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left\{ \left[\rho_1^\alpha \rho_1^\beta + \rho_2^\alpha \rho_2^\beta + \rho_3^\alpha \rho_3^\beta \right] e^{-\gamma_2 t} \right. \\
 & + \left[(\rho_4^\alpha \rho_4^\beta + \rho_5^\alpha \rho_5^\beta) \cos(\Delta_{13}t) + (\rho_4^\alpha \rho_5^\beta - \rho_5^\alpha \rho_4^\beta) \sin(\Delta_{13}t) \right. \\
 & \left. \left. + (\rho_6^\alpha \rho_6^\beta + \rho_7^\alpha \rho_7^\beta) \cos(\Delta_{23}t) + (\rho_6^\alpha \rho_7^\beta - \rho_7^\alpha \rho_6^\beta) \sin(\Delta_{23}t) \right] e^{-\gamma_4 t} + \rho_8^\alpha \rho_8^\beta \right\}.
 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Reescribiendo la probabilidad en función de los elementos de la matriz PMNS, se tiene,

$$\begin{aligned}
 P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = & \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left\{ \left[4 \operatorname{Re} [U_{\alpha 1}^* U_{\beta 1} U_{\alpha 2} U_{\beta 2}^*] + (|U_{\alpha 1}|^2 - |U_{\alpha 2}|^2)(|U_{\beta 1}|^2 - |U_{\beta 2}|^2) \right] e^{-\gamma_2 t} \right. \\
 & + \left[4 \operatorname{Re} [U_{\alpha 1}^* U_{\beta 1} U_{\alpha 3} U_{\beta 3}^*] \cos(\Delta_{13}t) + 4 \operatorname{Im} [U_{\alpha 1}^* U_{\beta 1} U_{\alpha 3} U_{\beta 3}^*] \sin(\Delta_{13}t) \right] e^{-\gamma_4 t} \\
 & + \left[4 \operatorname{Re} [U_{\alpha 2}^* U_{\beta 2} U_{\alpha 3} U_{\beta 3}^*] \cos(\Delta_{23}t) + 4 \operatorname{Im} [U_{\alpha 2}^* U_{\beta 2} U_{\alpha 3} U_{\beta 3}^*] \sin(\Delta_{23}t) \right] e^{-\gamma_4 t} \\
 & \left. + \frac{1}{3} (|U_{\alpha 1}|^2 + |U_{\alpha 2}|^2 - 2|U_{\alpha 3}|^2)(|U_{\beta 1}|^2 + |U_{\beta 2}|^2 - 2|U_{\beta 3}|^2) \right\}
 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Es necesario recalcar que tanto en el Caso 2.1 o el 2.2, los parámetros deben cumplir que $\gamma_2 \leq 4\gamma_4$ o $\gamma_1 \leq 4\gamma_4$. Con la finalidad de obtener unas expresiones simples para la probabilidad, vamos a realizar la siguiente aproximación.

$$\Delta_{13} \approx \Delta_{23} \equiv \Delta_{l3} \quad (4.4)$$

Al desestimar completamente el efecto de Δm_{21}^2 , se ha evitado tratar con la fase de violación CP. En caso se busque hacer un análisis del efecto de decoherencia en la violación CP, esa aproximación no debe ser hecha. Aunque, a su vez, es necesario hacer notar que para hacer una análisis de violación CP, el Escenario 3 presenta casos dramáticos de violación CP, donde incluso hay violación CPT.

4.1. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE MINOS63

De este modo, en la escala atmosférica, las probabilidades de oscilación son:

$$\begin{aligned}
 P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} (\cos^2 \theta_{13} - 2 \sin^2 \theta_{13})^2 + \frac{1}{2} \cos^4 \theta_{13} e^{-\gamma_2 t} \\
 &\quad + 2 \cos^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{13} e^{-\gamma_4 t} \cos \Delta_{l3} t \\
 P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} (\cos^2 \theta_{13} - 2 \sin^2 \theta_{13})(1 - 3 \cos^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23}) \\
 &\quad - \frac{1}{2} \cos^2 \theta_{13} (\cos^2 \theta_{23} - \sin^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23}) e^{-\gamma_2 t} \\
 &\quad - 2 \cos^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23} e^{-\gamma_4 t} \cos \Delta_{l3} t \\
 P_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} (\cos^2 \theta_{13} - 2 \sin^2 \theta_{13})(1 - 3 \cos^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{23}) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \cos^2 \theta_{13} (\cos^2 \theta_{23} \sin^2 \theta_{13} - \sin^2 \theta_{23}) e^{-\gamma_2 t} \\
 &\quad - 2 \cos^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{23} \sin^2 \theta_{13} e^{-\gamma_4 t} \cos \Delta_{l3} t \\
 P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} (1 - 3 \cos^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23})^2 + \frac{1}{2} (\cos^2 \theta_{23} + \sin^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23})^2 e^{-\gamma_2 t} \\
 &\quad + 2 \cos^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23} (1 - \cos^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23}) e^{-\gamma_4 t} \cos \Delta_{l3} t \\
 P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} (1 - 3 \cos^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{23})(1 - 3 \cos^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{23}) \\
 &\quad - \frac{1}{2} (\sin^2 \theta_{13} - \cos^2 \theta_{23} \sin^2 \theta_{23} \cos^4 \theta_{13}) e^{-\gamma_2 t} \\
 &\quad - 2 \cos^4 \theta_{13} \cos^2 \theta_{23} \sin^2 \theta_{23} e^{-\gamma_4 t} \cos \Delta_{l3} t \\
 P_{\nu_\tau \rightarrow \nu_\tau} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} ((\sin^2 \theta_{13} - 2 \cos^2 \theta_{13}) \cos^2 \theta_{23} + \sin^2 \theta_{23})^2 \\
 &\quad + \frac{1}{2} (\cos^2 \theta_{13} \sin^2 \theta_{13} + \sin^2 \theta_{23})^2 e^{-\gamma_2 t} \\
 &\quad + 2 \cos^2 \theta_{13} \cos^2 \theta_{23} (\cos^2 \theta_{23} \sin^2 \theta_{13} + \sin^2 \theta_{23}) e^{-\gamma_4 t} \cos \Delta_{l3} t \quad (4.5)
 \end{aligned}$$

MINOS mide la oscilación de neutrinos y antineutrinos muónicos. La proba-

bilidad usada comúnmente para estimar los parámetros de oscilación, véase [52], es la siguiente

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = 1 - \sin^2 2\theta_d \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{i3}^2 L}{4E} \right). \quad (4.6)$$

Donde

$$\sin^2 \theta_d \equiv \sin^2 \theta_{23} \cos^2 \theta_{13} \quad (4.7)$$

Ahora, la probabilidad de supervivencia con decoherencia para neutrinos muónicos es

$$\begin{aligned} P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = & \frac{1}{2} - \sin^2 \theta_{23} \cos^2 \theta_{13} + \frac{3}{2} \sin^4 \theta_{23} \cos^4 \theta_{13} + \frac{1}{2} e^{-\gamma_2 t} (1 - \sin^2 \theta_{23} \cos^2 \theta_{13})^2 \\ & + 2e^{-\gamma_4 t} \sin^2 \theta_{23} \cos^2 \theta_{13} (1 - \sin^2 \theta_{23} \cos^2 \theta_{13}) \\ & - 4e^{-\gamma_4 t} \sin^2 \theta_{23} \cos^2 \theta_{13} (1 - \sin^2 \theta_{23} \cos^2 \theta_{13}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{i3}^2 L}{4E} \right). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Esta expresión, usando la definición del $\sin^2 \theta_d$, se puede reescribir de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = & \frac{1}{2} - \sin^2 \theta_d + \frac{3}{2} \sin^4 \theta_d + \frac{1}{2} e^{-\gamma_2 t} \cos^4 \theta_d \\ & + \frac{1}{2} e^{-\gamma_4 t} \sin^2 2\theta_d - e^{-\gamma_4 t} \sin^2 2\theta_d \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{i3}^2 L}{4E} \right). \end{aligned} \quad (4.9)$$

o también,

$$\begin{aligned} P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin^2 \theta_d (1 + \cos^2 \theta_d) + \frac{1}{2} e^{-\gamma_2 t} \cos^4 \theta_d \\ & - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_d (1 - e^{-\gamma_4 t} \cos^2 \left(\frac{\Delta m_{i3}^2 L}{2E} \right)). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Claramente se puede notar que fijando el parámetro $\gamma_2 = 0$, la ecuación anterior toma la forma de la expresión del Caso 2.1) de decoherencia en el modelo de dos sabores, Ec 3.39.

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta (1 - e^{-\gamma L} \cos \frac{\Delta m^2 L}{2E}) \quad (4.11)$$

Este resultado valida el trabajo realizado por varios autores quienes usaron el modelo de dos sabores para establecer límites experimentales al parámetro de decoherencia [42], [53]-[57]. Estos límites corresponden, por lo tanto, a

4.1. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE MINOS65

un caso muy particular del término disipativo. Sin embargo, aún en el caso particular que se está trabajando, γ_2 puede tomar un valor distinto de cero. En este trabajo, se buscará determinar cuantitativamente el impacto de γ_2 distinto de cero.

El escenario en el cuál el parámetro γ_2 tendrá mayor impacto, naturalmente, será cuando tome el mayor valor permitido, esto es, cuando $\gamma_2 = 4\gamma_4$. Al hacer esto, la fórmula de probabilidad se convierte en una probabilidad con sólo un parámetro de decoherencia, lo que facilitará a que computacionalmente el análisis estadístico sea más sencillo de realizar. El análisis estadístico se realizará en el experimento de MINOS, el cual, es ideal para realizar tests de decoherencia, ya que, actualmente, la longitud de oscilación es la más grande para un experimento de neutrinos de acelerador. Esto significa que el neutrino tendrá un mayor recorrido y, por lo tanto, el efecto de la decoherencia, de existir, se verá magnificado, en caso contrario, se podrán establecer mejores límites.

El parámetro de decoherencia no tiene restricciones respecto a la dependencia energética que pueda tener. Por esto, redefiniremos el parámetro para incluir una dependencia general n .

$$\gamma_4(n) = \gamma_4(E)^n \quad (4.12)$$

Donde E es la energía y n será el orden de la dependencia de la energía.

Para el análisis estadístico, se usaron 41 puntos correspondientes al experimento de MINOS, 27 de neutrinos y 14 de antineutrinos. La definición del χ^2 es la siguiente,

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(P_{\text{exp}}^i - P_{\text{theo}}^i)^2}{\sigma_i^2}. \quad (4.13)$$

Donde P_{exp}^i es el ratio entre número de eventos observados y el número de eventos esperados en el bin "i",

$$P_{\text{exp}}^i = \frac{N_{\nu_\mu}^{\text{obs}}}{N_{\nu_\mu}^{\text{no-osc}}}. \quad (4.14)$$

Además, P_{theo}^i es la probabilidad media correspondiente al bin, y σ_i , la incertidumbre. Los valores de P_{theo}^i y σ_i fueron tomados del paper de Oliveira

et al, [53].

Para probar que el análisis se ha realizado correctamente, se verificó con los resultados de oscilaciones estándar, Tabla 4.1. Los resultados obtenidos coinciden dentro de la región de 68% tanto con los resultados de Oliveira como con los obtenidos por la colaboración de MINOS.

Parámetros de Oscilación Estándar			
	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$
$\Delta m^2 (10^{-3} \text{ eV}^2)$	$2.34^{+0.13}_{-0.13}$	$2.68^{+0.54}_{-0.73}$	$2.35^{+0.13}_{-0.13}$
$\sin^2 2\theta$	$0.92^{+0.07}_{-0.07}$	$0.95_{-0.24}$	$0.92^{+0.06}_{-0.06}$
χ^2_{\min}	19.04	20.10	39.72

Table 4.1: Resultados a 68% para oscilaciones estándar.

Ahora, al añadir efectos de decoherencia se obtuvo una expresión, Ec. 4.10, dependiente de dos parámetros: γ_2 y γ_4 . Al considerar $\gamma_2 = 0$ se puede regresar a la expresión netamente de dos sabores que ya ha sido estudiada extensamente, Ec. 4.11. Los resultados obtenidos para este caso se muestran en la Tabla 4.2. Mientras que los resultados obtenidos cuando γ_2 toma el máximo valor permitido, $\gamma_2 = 4\gamma_4$, se encuentran en la Tabla 4.3.

4.1. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE MINOS67

Oscilaciones estándar + Decoherencia con $\gamma_2 = 0$				
$n = 0$	$\gamma(10^{-23} \text{ GeV})$	$\Delta m^2(10^{-3} \text{ eV}^2)$	$\sin^2 2\theta$	χ^2_{\min}
ν_μ	$3.0^{+4.6}$	$2.22^{+0.18}_{-0.17}$	$0.99_{-0.09}$	17.87
$\bar{\nu}_\mu$	$4.2^{+14.1}$	$2.56^{+0.76}_{-0.93}$	$0.99_{-0.30}$	19.60
$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$	$3.3^{+4.3}$	$2.22^{+0.18}_{-0.16}$	$0.99_{-0.08}$	37.95
$n = 1$	$\gamma(10^{-23})$	$\Delta m^2(10^{-3} \text{ eV}^2)$	$\sin^2 2\theta$	χ^2_{\min}
ν_μ	$0.4^{+0.9}$	$2.28^{+0.18}_{-0.16}$	$0.95_{-0.08}$	18.37
$\bar{\nu}_\mu$	$0.6^{+1.1}$	$2.59^{+0.74}_{-0.89}$	$0.96_{-0.29}$	17.00
$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$	$0.5^{+0.6}_{-0.4}$	$2.28^{+0.18}_{-0.16}$	$0.95_{-0.08}$	35.89
$n = 2$	$\gamma(10^{-23} \text{ GeV}^{-1})$	$\Delta m^2(10^{-3} \text{ eV}^2)$	$\sin^2 2\theta$	χ^2_{\min}
ν_μ	$0.^{+0.1}$	$2.34^{+0.17}_{-0.17}$	$0.92_{-0.08}$	19.07
$\bar{\nu}_\mu$	$0.1^{+0.1}$	$2.70^{+0.68}_{-0.86}$	$0.86_{-0.26}$	17.68
$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$	$0.1^{+0.1}$	$2.37^{+0.16}_{-0.18}$	$0.90^{+0.08}_{-0.08}$	38.41
$n = -1$	$\gamma(10^{-23} \text{ GeV}^2)$	$\Delta m^2(10^{-3} \text{ eV}^2)$	$\sin^2 2\theta$	χ^2_{\min}
ν_μ	$6.9^{+13.3}$	$2.22^{+0.17}_{-0.16}$	$1.^{-0.08}$	18.52
$\bar{\nu}_\mu$	$0.^{+40.0}$	$2.68^{+0.67}_{-0.88}$	$0.95_{-0.30}$	20.10
$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$	$6.9^{+12.4}$	$2.24^{+0.16}_{-0.17}$	$1.^{-0.08}$	39.27
$n = -2$	$\gamma(10^{-23} \text{ GeV}^3)$	$\Delta m^2(10^{-3} \text{ eV}^2)$	$\sin^2 2\theta$	χ^2_{\min}
ν_μ	$0.^{+19.1}$	$2.34^{+0.17}_{-0.17}$	$0.92_{-0.08}$	19.04
$\bar{\nu}_\mu$	$0.^{+40.0}$	$2.68^{+0.67}_{-0.88}$	$0.95_{-0.30}$	20.10
$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$	$0.^{+18.2}$	$2.35^{+0.16}_{-0.16}$	$0.92_{-0.08}$	39.72

Table 4.2: Resultados obtenidos para oscilaciones con decoherencia considerando $\gamma_2 = 0$, Ec. 4.11.

Oscilaciones estándar + Decoherencia con $\gamma_2 = 4\gamma_4$				
$n = 0$	$\gamma(10^{-23} \text{ GeV})$	$\Delta m^2(10^{-3} \text{ eV}^2)$	$\sin^2 2\theta$	χ^2_{\min}
$3 \nu_\mu$	$1.1^{+1.4}$	$2.23^{+0.17}_{-0.17}$	$0.92_{-0.10}$	17.86
$\bar{\nu}_\mu$	$1.7^{+5.3}$	$2.50^{+0.81}_{-0.88}$	$0.90_{-0.35}$	19.60
$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$	$1.2^{+1.1}$	$2.24^{+0.17}_{-0.17}$	$0.91_{-0.10}$	37.93
$n = 1$	$\gamma(10^{-23})$	$\Delta m^2(10^{-3} \text{ eV}^2)$	$\sin^2 2\theta$	χ^2_{\min}
ν_μ	$0.1^{+0.3}$	$2.28^{+0.17}_{-0.16}$	$0.93_{-0.09}$	18.35
$\bar{\nu}_\mu$	$0.2^{+0.4}$	$2.56^{+0.74}_{-0.85}$	$0.93_{-0.30}$	17.11
$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$	$0.2^{+0.2}_{-0.1}$	$2.25^{+0.17}_{-0.16}$	$0.94_{-0.09}$	35.93
$n = 2$	$\gamma(10^{-23} \text{ GeV}^{-1})$	$\Delta m^2(10^{-3} \text{ eV}^2)$	$\sin^2 2\theta$	χ^2_{\min}
ν_μ	$0.^{+0.1}$	$2.34^{+0.17}_{-0.17}$	$0.92_{-0.08}$	19.07
$\bar{\nu}_\mu$	$0.^{+0.1}$	$2.63^{+0.72}_{-0.84}$	$0.95_{-0.29}$	20.11
$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$	$0.^{+0.1}$	$2.36^{+0.16}_{-0.17}$	$0.92_{-0.08}$	39.74
$n = -1$	$\gamma(10^{-23} \text{ GeV}^2)$	$\Delta m^2(10^{-3} \text{ eV}^2)$	$\sin^2 2\theta$	χ^2_{\min}
ν_μ	$5.7^{+6.0}_{-4.7}$	$2.22^{+0.16}_{-0.16}$	$0.89_{-0.12}$	18.61
$\bar{\nu}_\mu$	$0.^{+32.3}$	$2.63^{+0.72}_{-0.84}$	$0.95_{-0.29}$	20.12
$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$	$4.7^{+5.6}_{-4.4}$	$2.25^{+0.18}_{-0.18}$	$0.88_{-0.11}$	39.4
$n = -2$	$\gamma(10^{-23} \text{ GeV}^3)$	$\Delta m^2(10^{-3} \text{ eV}^2)$	$\sin^2 2\theta$	χ^2_{\min}
ν_μ	$0.^{+14.3}$	$2.34^{+0.17}_{-0.17}$	$0.92_{-0.08}$	19.04
$\bar{\nu}_\mu$	$1.4^{+38.6}$	$2.66^{+0.71}_{-0.87}$	$0.93_{-0.30}$	20.08
$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$	$0.^{+13.7}$	$2.36^{+0.16}_{-0.17}$	$0.92_{-0.08}$	39.74

Table 4.3: Resultados obtenidos para oscilaciones con decoherencia considerando $\gamma_2 = 4\gamma_4$, Ec. 4.10.

Los resultados presentados fueron calculados usando el test de Pearson que consiste en minimizar el valor de χ^2 y a partir de este punto calcular intervalos de confianza en el espacio de parámetros. En los resultados, se puede ver que en algunos casos el χ^2 es minimizado cuando el parámetro de decoherencia es distinto de cero. Esto podría significar una señal de decoherencia, sin embargo, hay que darse cuenta que si bien el χ^2 se minimiza en un valor de γ_4 distinto de cero, eso no necesariamente significa que hay una prueba significativa de que existen efectos de decoherencia en la oscilación de neutrinos.

4.1. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE MINOS69

Para poder decidir si es que el agregar un parámetro más a la fórmula de oscilaciones es justificado, se realizará una prueba estadística sencilla. Se usará el criterio de información de Akaike, el cuál, permite la selección entre modelos con diferente número de parámetros, véase [58] [59] [60] [61]. El AIC (Akaike Information Criterion) está definido de la siguiente forma:

$$AIC = \chi^2 + 2p + \frac{2p(p + 1)}{N - p - 1} \quad (4.15)$$

Donde p es el número de parámetros y N es el número de bins. El método de decisión es la minimización del AIC. Aquél modelo que minimize el AIC será el modelo preferido. El valor de AIC para el modelo de dos parámetros Δm^2 y $\sin^2 2\theta$ se encuentra en la Tabla 4.4, mientras que en las Tablas 4.5 y 4.6 se muestran los resultados para los dos casos del modelo de decoherencia que se están estudiando.

Oscilaciones Estándar			
	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$
AIC	23.54	25.19	44.03

Table 4.4: Valor del Criterio de Información de Akaike (AIC) para oscilaciones estándar ($p = 2$).

OE + Decoherencia con $\gamma_2 = 0$			
AIC	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$
$n = 0$	24.91	28.	44.60
$n = 1$	25.41	25.4	42.54
$n = 2$	26.11	26.08	45.06
$n = -1$	25.56	28.5	45.92
$n = -2$	26.10	28.5	45.92

Table 4.5: Valor del Criterio de Información de Akaike (AIC) para oscilaciones estándar más decoherencia con $\gamma_2 = 0$ ($p = 3$).

SO + Decoherence with $\gamma_2 = 4\gamma_4$			
	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	$\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$
$n = 0$	24.90	28.	44.58
$n = 1$	25.39	25.51	42.58
$n = 2$	26.11	28.51	46.39
$n = -1$	25.65	28.52	46.39
$n = -2$	26.08	28.48	46.39

Table 4.6: Valor del Criterio de Información de Akaike (AIC) para oscilaciones estándar más decoherencia con $\gamma_2 = 4\gamma_4$ ($p = 3$).

Comparando los valores de AIC se puede concluir que el modelo de oscilaciones estándar es preferido antes que cualquier de los dos modelos con decoherencia tratados ($\gamma_2 = 0$ y $\gamma_2 = 4\gamma_4$), salvo en el caso que el parámetro de decoherencia tiene dependencia energética lineal ($n = 1$). Este resultado, sin embargo, no parece ser lo suficientemente relevante, ya que, el AIC es apenas ligeramente menor que en el caso estándar (es menor en 3.29%) y sólo lo es cuando se considera la suma de la data de neutrinos y antineutrinos, mas no en ninguno de los dos por separado. Además hay que recordar que el análisis realizado es un análisis simplificado, en el cuál no se ha considerado efectos de materia ni de la fase CP, por lo que, los resultados podrían cambiar ligeramente debido a estas condiciones.

Dado que los resultados para los casos de decoherencia tratados muestran ser estadísticamente rechazados, se cambiará de paradigma y en lugar de buscar un valor para el parámetro de decoherencia, se buscará establecer límites para el valor de este. El método para establecer los límites ya ha sido usado en anteriores trabajos, y consiste en establecer que los puntos del espacio de parámetros que minimizan el valor de χ^2 son aquellos en que no hay decoherencia $\gamma_4 = 0$. Asumiendo esto se puede tanto trazar curvas de exclusión, como establecer límites numéricos. Para hacer lo primero, se fijará uno de los dos parámetros, por ejemplo, se fija el $\sin^2 2\theta$ en su best-fit, considerando sólo oscilaciones estándar, Tabla 4.1. Una vez hecho esto, se toma un valor de Δm^2 se calcula su χ^2 cuando $\gamma_4 = 0$ y se asume que éste será el mínimo, $\chi_{\min}^2(\Delta m^2)$. Luego, se calcula el valor del γ_4 que tiene $\chi^2 = \chi_{\min}^2(\Delta m^2) + \Delta\chi^2$. El valor de $\Delta\chi^2$ usado será 9.21, que corresponde a una probabilidad acumulada del 99% para dos parámetros libres (ya que

4.1. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE MINOS71

se fijó uno, $\sin^2 2\theta$ en este caso), véase [62]. Finalmente, se procede a variar sobre todos los valores de Δm^2 , trazando de esta manera un curva la cuál se conoce como curva de exclusión.

La curva de exclusión divide el plano en dos regiones: la región excluida y la no excluida. La región excluida es aquella en la cuál con cierto porcentaje de confianza se puede afirmar que la teoría, que se está limitando, no se encuentra. Por ejemplo, en la Figura 4.3 se puede ver cómo la curva de exclusión divide el plano en dos. El semiplano superior es la región excluida y significa que dentro de este espacio se descarta la decoherencia con una nivel de confianza de 99%. Mientras que el semiplano inferior es región no excluida, aquella donde no hay suficiente estadística para decidir si hay decoherencia o no.

Los resultados se pueden ver a continuación Figuras 4.3 - 4.10. Las gráficas se han realizado de modo que se pueda ver comparativamente la diferencia entre los dos modelos: $\gamma_2 = 0$ y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ para distintas dependencias energéticas del parámetro de decoherencia. Además, también se puede observar el comportamiento de la curva de exclusión cuando se varía el valor del parámetro fijo dentro del intervalo de 68% confianza.

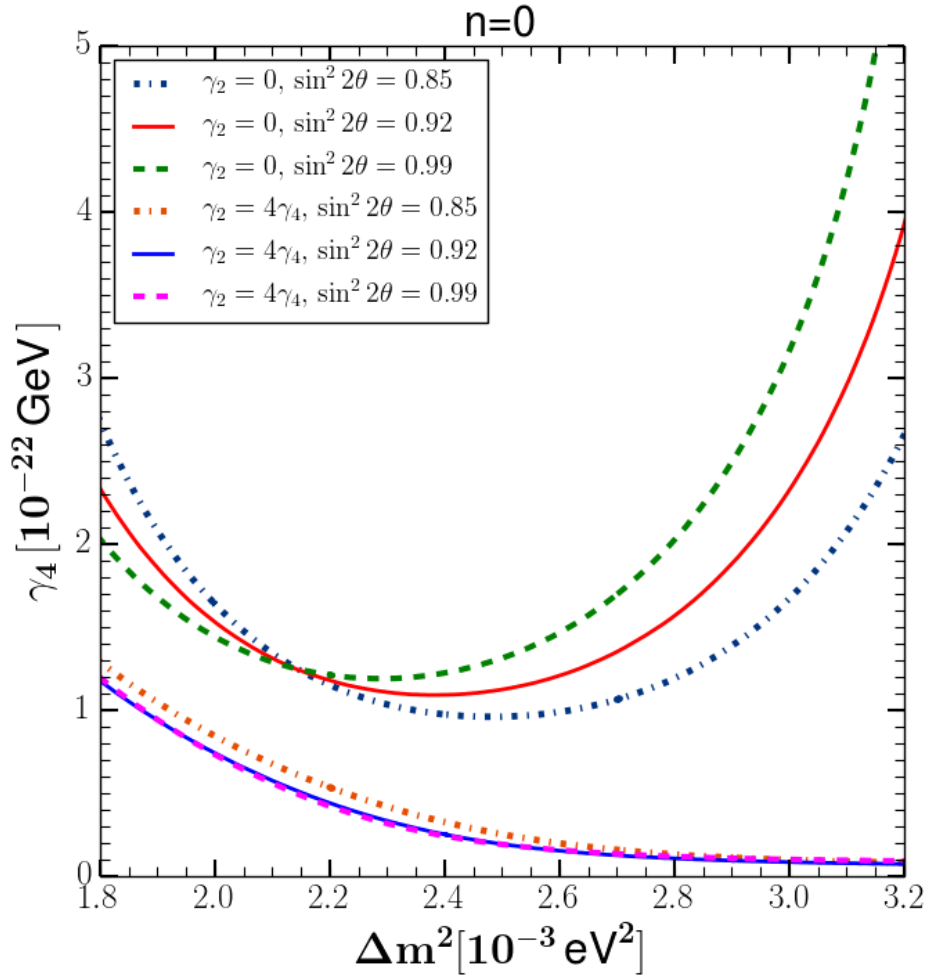


Figure 4.3: Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs Δm^2 para $n = 0$, usando la data de neutrinos de MINOS, en los casos en que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. Se muestra además el efecto de fijar un $\sin^2 2\theta$ distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1.

4.1. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE MINOS73

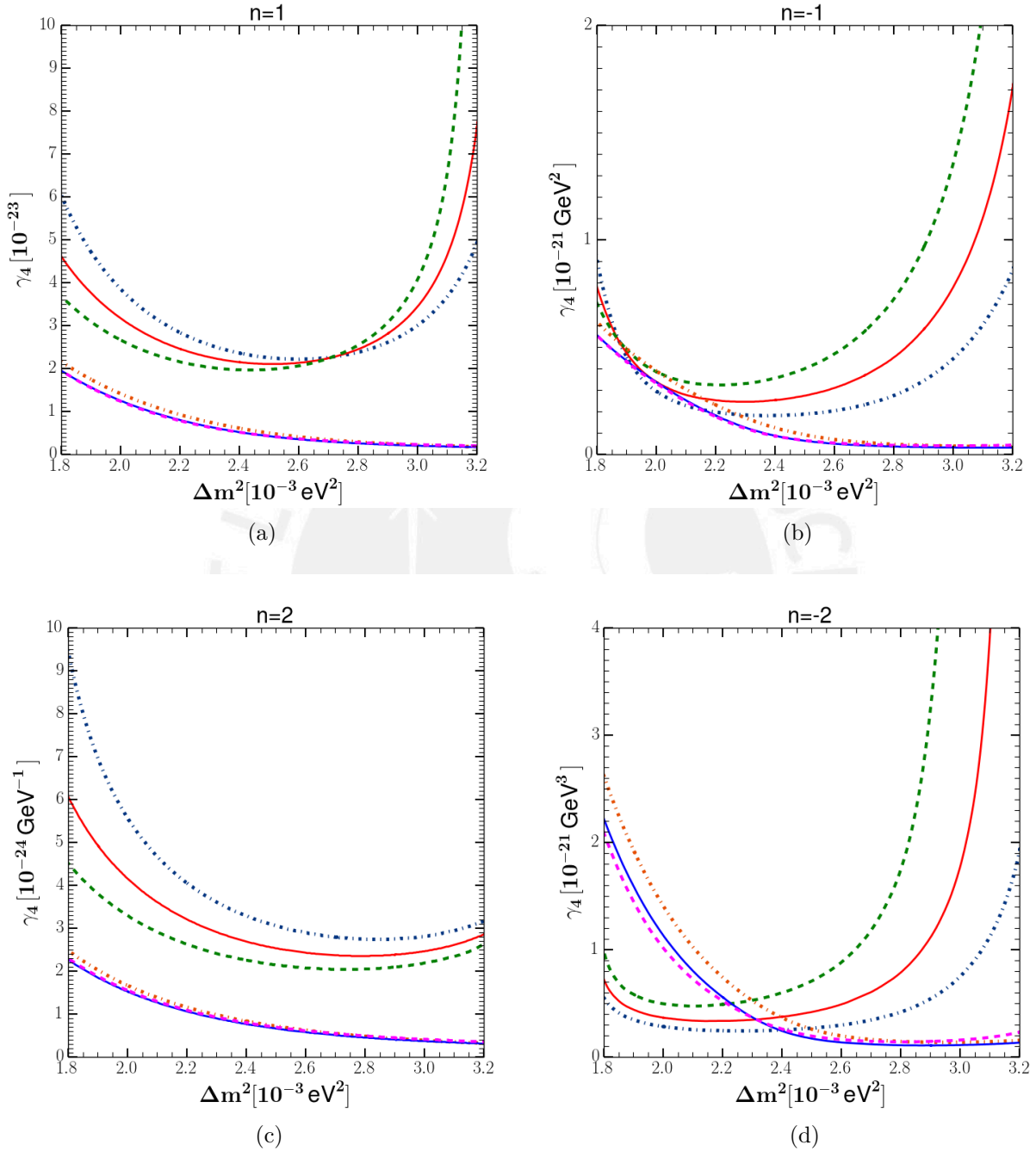


Figure 4.4: Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs Δm^2 , usando la data de neutrinos de MINOS, en los casos en que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. En la Figura a), b), c) y d), la dependencia energética es $n=1$, $n=-1$, $n=2$ y $n=-2$, respectivamente. Se muestra además el efecto de fijar un $\sin^2 2\theta$ distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1.

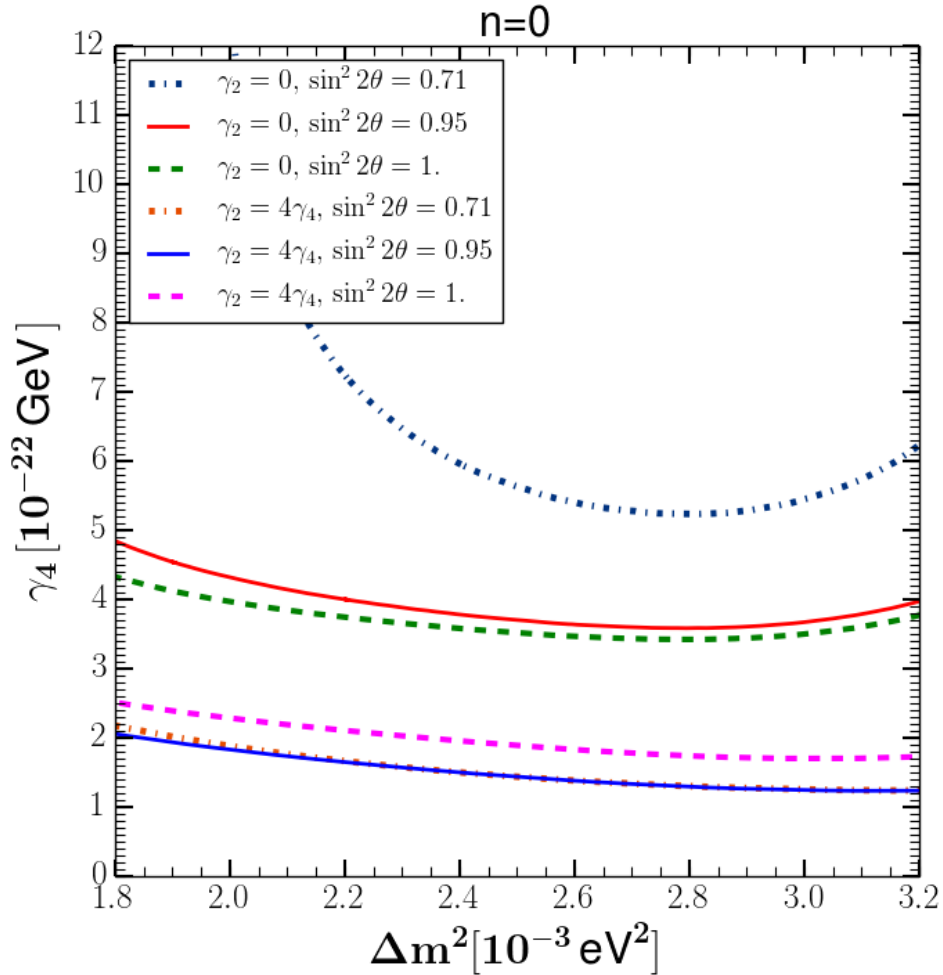


Figure 4.5: Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs Δm^2 para $n = 0$, usando la data de antineutrinos de MINOS, en los casos que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. Se muestra además el efecto de fijar un $\sin^2 2\theta$ distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1.

4.1. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE MINOS75

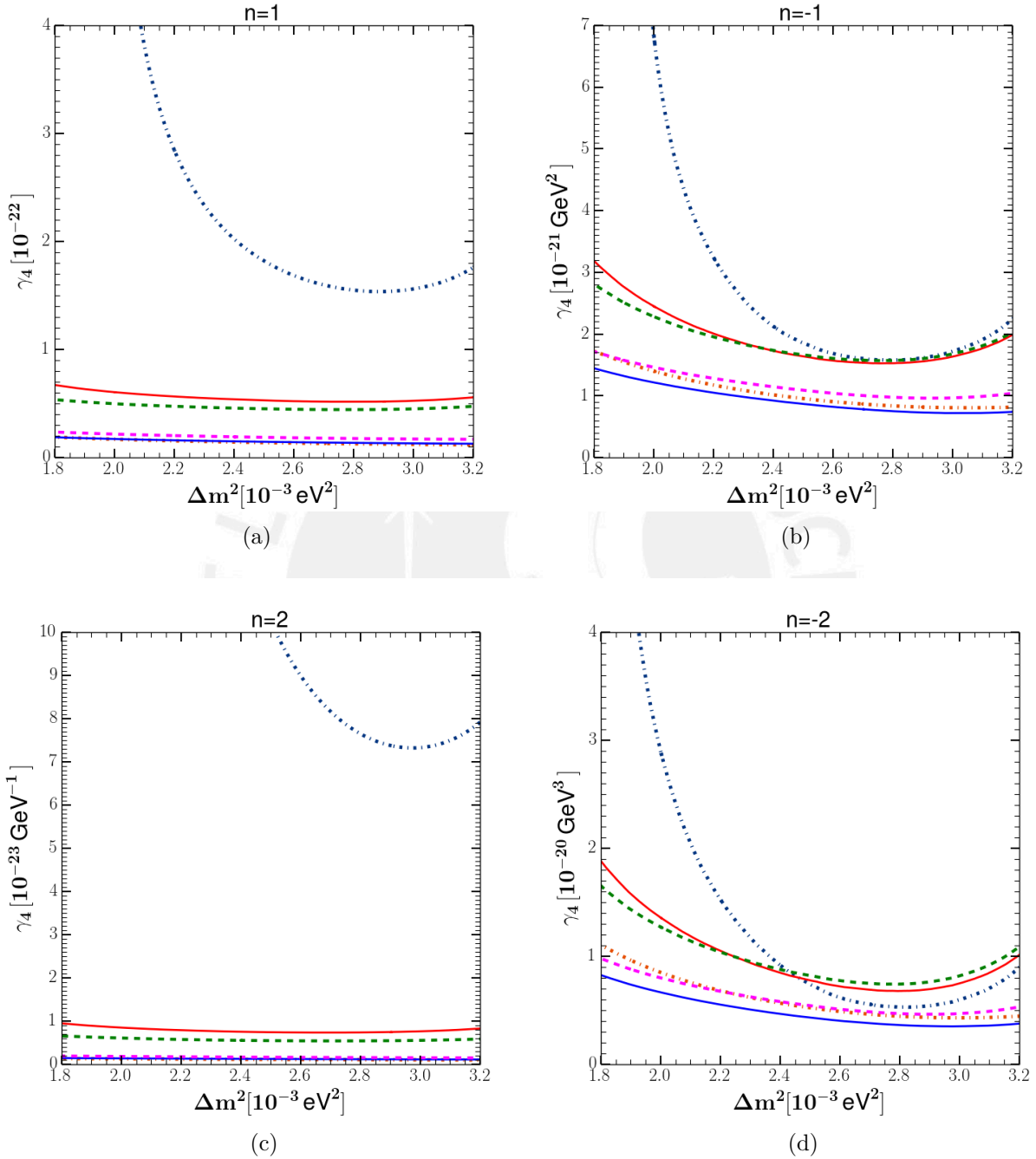


Figure 4.6: Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs Δm^2 , usando la data de antineutrinos de MINOS, en los casos en que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. En la Figura a), b), c) y d), la dependencia energética es $n=1$, $n=-1$, $n=2$ y $n=-2$, respectivamente. Se muestra además el efecto de fijar un $\sin^2 2\theta$ distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1.

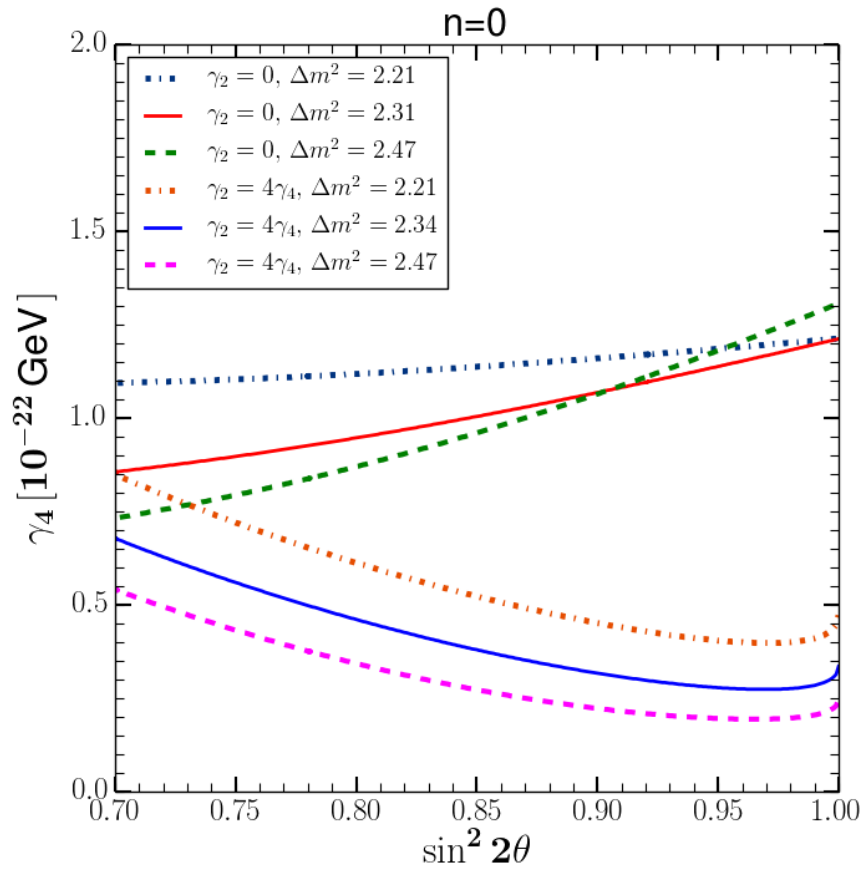


Figure 4.7: Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs $\sin^2 2\theta$ para $n = 0$, usando la data de neutrinos de MINOS, en los casos en que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. Se muestra además el efecto de fijar un Δm^2 distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1.

4.1. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE MINOS77

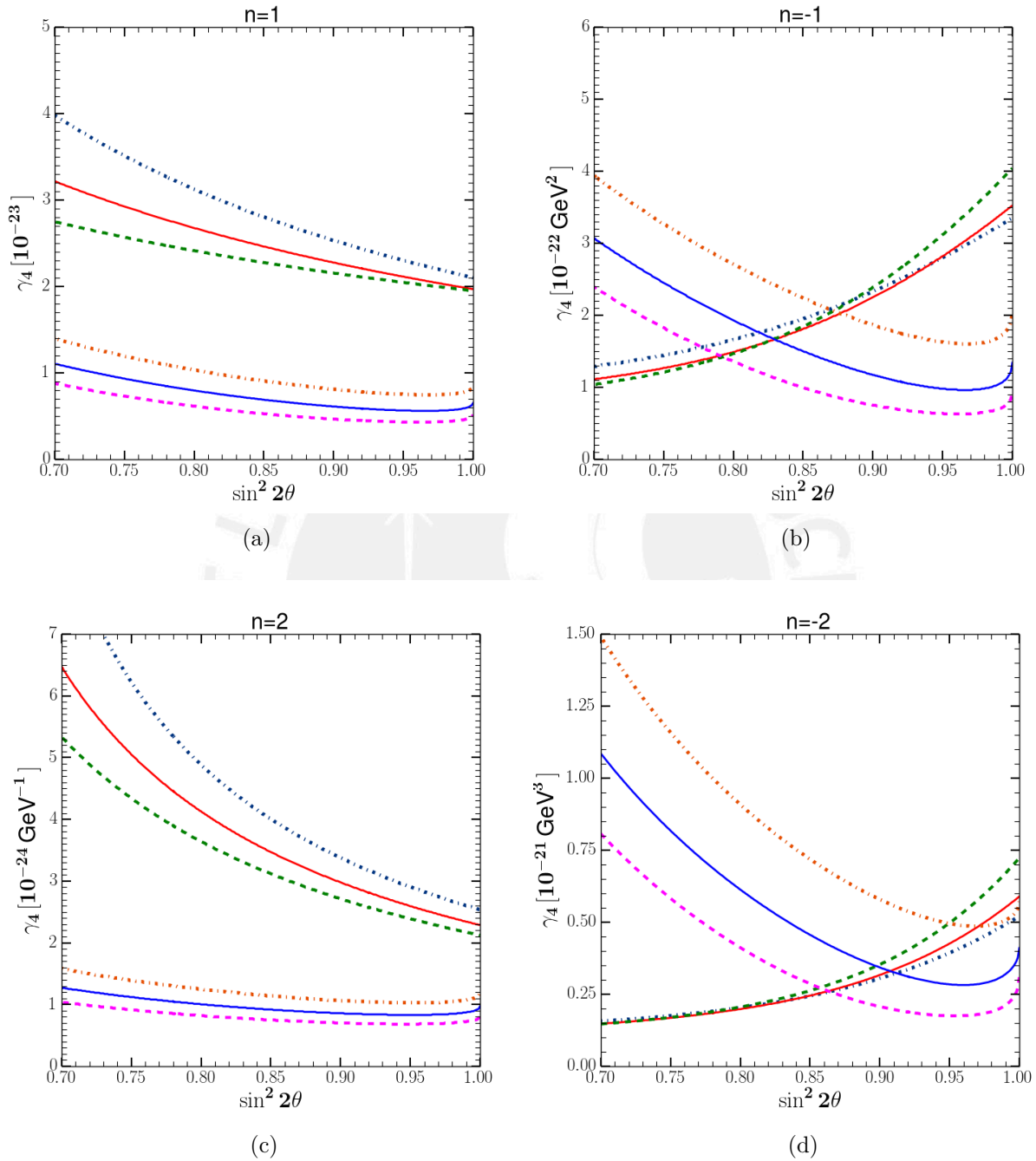


Figure 4.8: Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs $\sin^2 2\theta$, usando la data de neutrinos de MINOS, en los casos en que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. En la Figura a), b), c) y d), la dependencia energética es $n=1$, $n=-1$, $n=2$ y $n=-2$, respectivamente. Se muestra además el efecto de fijar un $\sin^2 2\theta$ distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1.

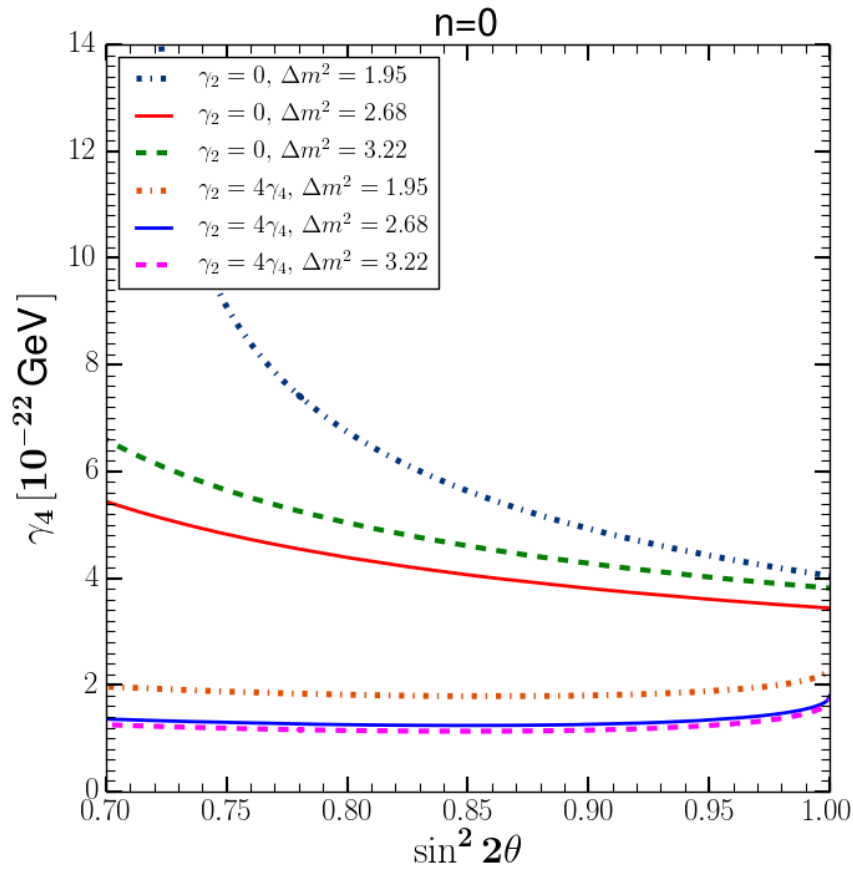


Figure 4.9: Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs $\sin^2 2\theta$ para $n = 0$, usando la data de antineutrinos de MINOS, en los casos que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. Se muestra además el efecto de fijar un Δm^2 distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1.

4.1. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE MINOS79

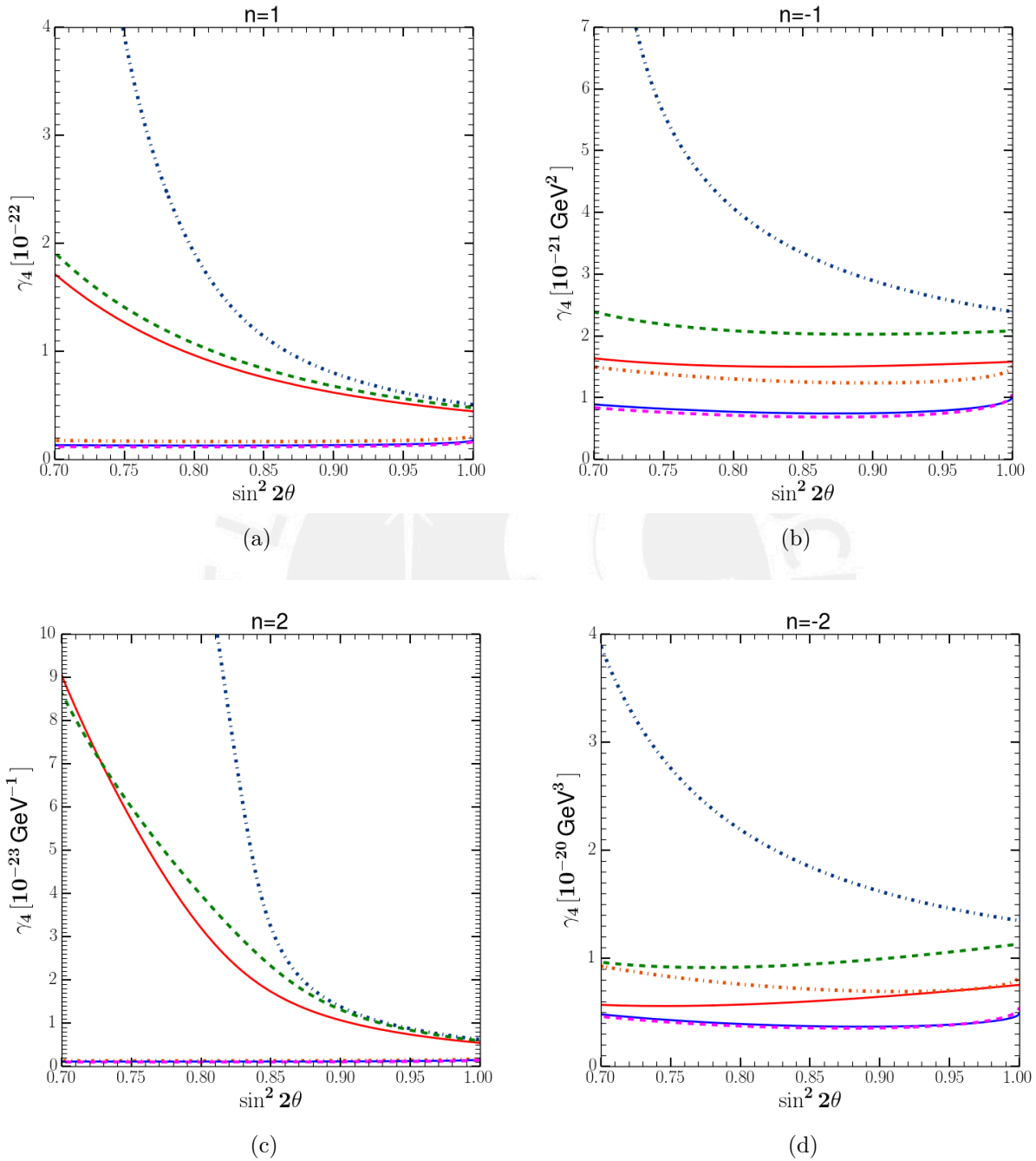


Figure 4.10: Curvas de exclusión al 99% del parámetro de decoherencia γ_4 vs $\sin^2 2\theta$, usando la data de antineutrinos de MINOS, en los casos en que $\gamma_2 = 0$ 4.11 y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ 4.10. En la Figura a), b), c) y d), la dependencia energética es $n=1$, $n=-1$, $n=2$ y $n=-2$, respectivamente. Se muestra además el efecto de fijar un $\sin^2 2\theta$ distinto del best-fit, tomando los valores más extremos dentro del intervalo de confianza de 68% Ec. 4.1.

Por otro lado, en este trabajo se ha establecido, límites numéricos los cuales pueden ser útiles para posteriores estudios. Estos valores fueron calculados siguiendo la misma lógica que las curvas de exclusión, salvo que en este caso se fijó tanto $\sin^2 2\theta$ como Δm^2 en sus best-fits. La Tabla 4.7 muestra los valores límites con un nivel de confianza de 99% del parámetro de decoherencia y su variación de acuerdo a la dependencia energética, usando sólo data de neutrinos. Mientras que la Tabla 4.8 fue calculada tomando sólo data de antineutrinos.

Límites de decoherencia usando la data de neutrinos		
$\gamma_4 \leq$	$\gamma_2 = 0$	$\gamma_2 = 4\gamma_4$
$n = 0$	$1.10 \times 10^{-22} \text{ GeV}$	$2.98 \times 10^{-23} \text{ GeV}$
$n = 1$	2.21×10^{-23}	5.85×10^{-24}
$n = 2$	$2.81 \times 10^{-24} \text{ GeV}^{-1}$	$0.84 \times 10^{-24} \text{ GeV}^{-1}$
$n = -1$	$2.46 \times 10^{-22} \text{ GeV}^2$	$1.08 \times 10^{-22} \text{ GeV}^2$
$n = -2$	$3.55 \times 10^{-22} \text{ GeV}^3$	$3.12 \times 10^{-22} \text{ GeV}^3$

Table 4.7: Límites al 99% obtenidos para el parámetro de decoherencia en los casos que $\gamma_2 = 0$ y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ usando data de neutrinos.

Límites de decoherencia usando la data de antineutrinos		
$\gamma_4 \leq$	$\gamma_2 = 0$	$\gamma_2 = 4\gamma_4$
$n = 0$	$3.84 \times 10^{-22} \text{ GeV}$	$1.54 \times 10^{-22} \text{ GeV}$
$n = 1$	5.45×10^{-23}	1.52×10^{-24}
$n = 2$	$7.61 \times 10^{-24} \text{ GeV}^{-1}$	$1.27 \times 10^{-24} \text{ GeV}^{-1}$
$n = -1$	$1.80 \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$	$0.96 \times 10^{-21} \text{ GeV}^2$
$n = -2$	$9.01 \times 10^{-21} \text{ GeV}^3$	$4.90 \times 10^{-21} \text{ GeV}^3$

Table 4.8: Límites al 99% obtenidos para el parámetro de decoherencia en los casos que $\gamma_2 = 0$ y $\gamma_2 = 4\gamma_4$ usando data de antineutrinos.

4.2 Estudio de decoherencia en el experimento de IceCube.

Neutrinos Astrofísicos

Uno de los escenarios más excitantes para la búsqueda de física no estándar, en la actualidad, son los neutrinos astrofísicos. Estos neutrinos, provenientes de fuentes extra galácticas, son creados en interacciones de rayos cósmicos ultra energéticos con otras partículas masivas o fotones. Al tratarse de partículas neutras atraviesan el universo en línea recta desde donde son originados hasta la Tierra sin ser desviados por los campos magnéticos cósmicos. Y a diferencia de la radiación gamma proveniente también de estas reacciones, los neutrinos no serán absorbidos en su viaje. Lo cual, significa que estos son una señal primigenia de la fuente y contendrán información acerca de ésta, así como del proceso que los originó. Hasta ahora no se ha determinado la fuente exacta de estos neutrinos, sin embargo, existen ciertos candidatos como, Active Galactic Nuclei (AGN) [63], Gamma-Ray Bursts (GRB) [64], starburst galaxies [65], galaxy clusters [66], remanentes de supernova, microquasars o pulsar wind nebulae [67] [68] [69].

No obstante, a pesar de que no se conozca la fuente exacta, existen principalmente dos mecanismos por los cuales se generan neutrinos ultra energéticos. El primero es por el decaimiento de piones cargados, protones o núcleos cargados acelerados colisionan con hadrones o fotones, generando piones cargados y neutros. Luego, los piones cargados decaen de la siguiente forma,

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu \nu_\mu \quad \pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \bar{\nu}_\mu. \quad (4.16)$$

Se produce entonces neutrinos con un ratio entre el número total de neutrinos o antineutrinos electron, muón o tauón ($\nu_e : \nu_\mu : \nu_\tau$), de la siguiente forma: (1 : 2 : 0). El segundo mecanismo de creación de neutrinos es a partir del decaimiento de neutrones, los neutrones generan antineutrinos electrónicos vía el decaimiento beta,

$$n \rightarrow p^+ e^- \bar{\nu}_e. \quad (4.17)$$

En este caso, el ratio de neutrinos o antineutrinos que se producen es: (1 : 0 : 0). Hay que hacer notar que en el caso de decaimiento de piones cargados se producen tanto neutrinos como antineutrinos, mientras que en el caso de

decaimiento de neutrones sólo se producen antineutrinos electrón.

Las distancias que recorren los neutrinos astrofísicos hasta su llegada a la Tierra son cósmicas, del orden de kilopársecs ($\sim 3 \times 10^{16}$ km), [70]. Lo cuál, los convierte en una oportunidad ideal para poder observar efectos de física nueva que dependan de la distancia recorrida, tal como, decaimiento de neutrinos, nuevas interacciones o decoherencia, [71], [72]. En este capítulo, se realizará un breve análisis de los posibles efectos de decoherencia cuántica en la composición de sabor del flujo de neutrinos que se recibe en la Tierra.

IceCube

IceCube es un detector de partículas ubicado en el Polo Sur, este experimento funciona como un telescopio de neutrinos y está diseñado para detectar neutrinos provenientes de fuentes astrofísicas. El proceso de detección se realiza en las profundidades del hielo, por debajo de 1 km. A esta distancia, la luz proveniente de la superficie es bloqueada completamente, de modo, que la única fuente de luz es la radiación Cherenkov producida por las partículas cargadas que se generan en la interacción de neutrinos con núcleos atómicos del hielo o de muones que logran atravesar la superficie.

El experimento de IceCube surge como sucesor de AMANDA, Antarctic Muon And Neutrino Detector Array. AMANDA funcionó por más de una década y consistía en unas cadenas de sensores ópticos enterradas a una profundidad de 800 y 1000 metros dentro del hielo. Estas cadenas se encargaban de detectar la interacción de rayos cósmicos con el hielo. El diseño de IceCube es muy similar, consta de 5160 digital optical modules (DOMs) distribuidos en 86 cadenas que se encuentran enterradas a profundidades entre 1450 y 2450 metros en hielo natural Antártico. Los DOMs se localizan espaciados a 17 m verticalmente y horizontalmente están regularmente espaciados por 125 m, este arreglo está diseñado para optimizar la detección de neutrinos ultra energéticos con energías por encima de los 100 GeV. En la Figura 4.11, se muestra la disposición del arreglo de cadenas.

Dentro del arreglo de 79 cadenas en IceCube, 73 son consideradas estándar, mientras que 6 corresponden al DeepCore. El DeepCore es un sub arreglo más denso, de 6 cadenas, que rodean a la cadena central de IceCube, la cadena 36. Las 6 cadenas se distancian menos de 75 m entre ellas y hay un espacio libre en cada cadena que se ubica 7 m debajo del dust layer y 10 m sobre esta,

4.2. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE ICECUBE.83

como se muestra en la Figura 4.12. DeepCore constituye un núcleo denso de cadenas ubicadas en la parte más limpia del hielo, este arreglo está diseñado para incrementar la sensibilidad a neutrinos de “bajas” energías, por debajo de 100 GeV. Además los fotomultiplicadores de los DOMs del DeepCore han sido cambiados por unos de mayor eficiencia.

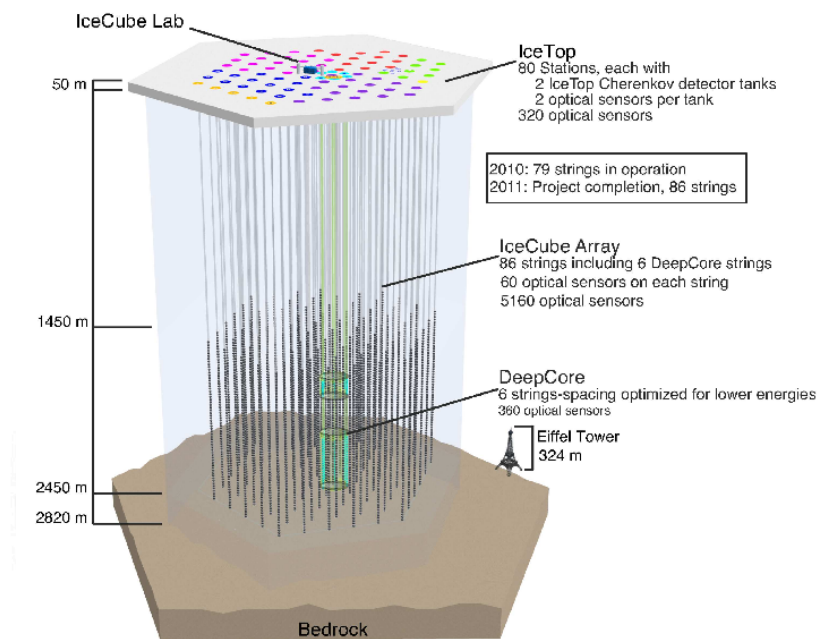


Figure 4.11: Diseño del experimento de IceCube ubicado en el Polo Sur. Figura tomada de [73]

IceTop es uno de los sub detectores de IceCube, consiste en un par de tanques ubicados en la parte inicial de cada cadena, cada tanque está espaciado 10 m entre sí y contiene dos DOMs. La meta de IceTop no es la detección de neutrinos, sino de las partículas cargadas generadas por la interacción de rayos cósmicos con la atmósfera. IceTop es usado para poder clasificar los eventos de neutrinos extra terrestres con los atmosféricos. Ya que, en caso de ser un neutrino originado en la atmósfera, se esperaría, con seguridad, que además de una señal en IceCube, se presente una señal en IceTop distanciada apenas por centésimas de milisegundos producida por las partículas cargadas que se generaron en la misma reacción.

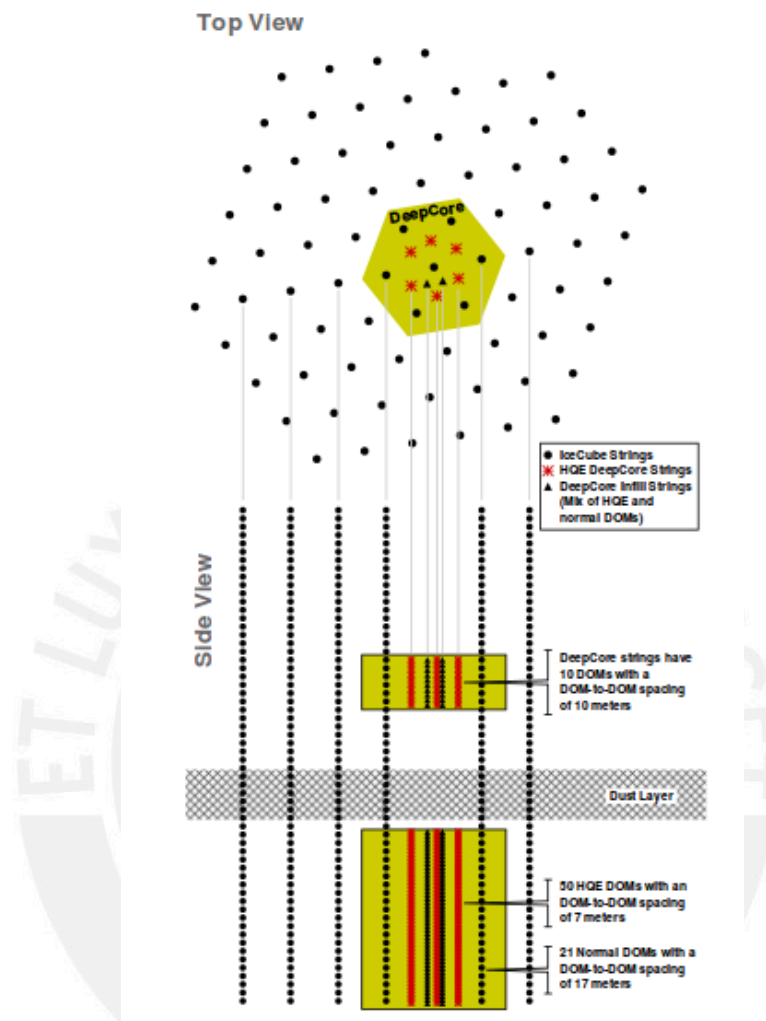


Figure 4.12: Vistas superior y lateral de IceCube. Con puntos negros está indicadas las posiciones de las cadenas estándar, mientras que las del DeepCore son señaladas con aspas rojas. Figura tomada de [74]

Los DOMs son la bloques centrales de IceCube, cada DOM está compuesto de una esfera de vidrio presurizada, un Hamamatsu R-7081 photo multiplier (PMT), una fuente de alto voltaje para el PMT de 2 kV y un DOM Main Board (MB). El PMT es de 25 cm de diámetro y tiene un poder de amplificación de 10^7 , logrando la detección de incluso un sólo fotón. En el caso del DeepCore, los PMTs son cambiados por unos HQ PMTs (Higher Quantum

4.2. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE ICECUBE.85

PMT) que aumentan la eficiencia en un 40%. Los DOMs de IceCube funcionan como módulos independientes que digitalizan la información del pulso dentro del hielo. Todos estos son controlados y sincronizados remotamente mediante un master clock system, el reciprocal active pulsing system, RAP-cal. Una vez que una señal es digitalizada en un DOM es enviada a un digital string processors (DSPs), existe un DSP por cadena y todos estos reportan las señales a un central trigger processor donde pasan por un proceso de filtración. IceCube fue terminado el 18 de Diciembre del 2010. Luego de dos años de acumulación de datos, el 2013, IceCube publicó el artículo que muestra los resultados de la primera detección de neutrinos astrofísicos, [75]. 28 eventos con energías depositadas entre 30 y 1200 TeV fueron encontrados con un background de $10.6^{+5.0}_{-3.6}$ eventos provenientes de muones y neutrinos atmosféricos. En el 2015, mediante un nuevo análisis se consiguió filtrar los eventos de neutrinos astrofísicos con energías > 35 GeV, [76]. Los resultados fueron, 129 eventos tipo shower y 8 tipo track provenientes de neutrinos astrofísicos. En el mismo artículo, además, se muestra los resultados del análisis que busca modelar el flujo de los neutrinos astrofísicos.

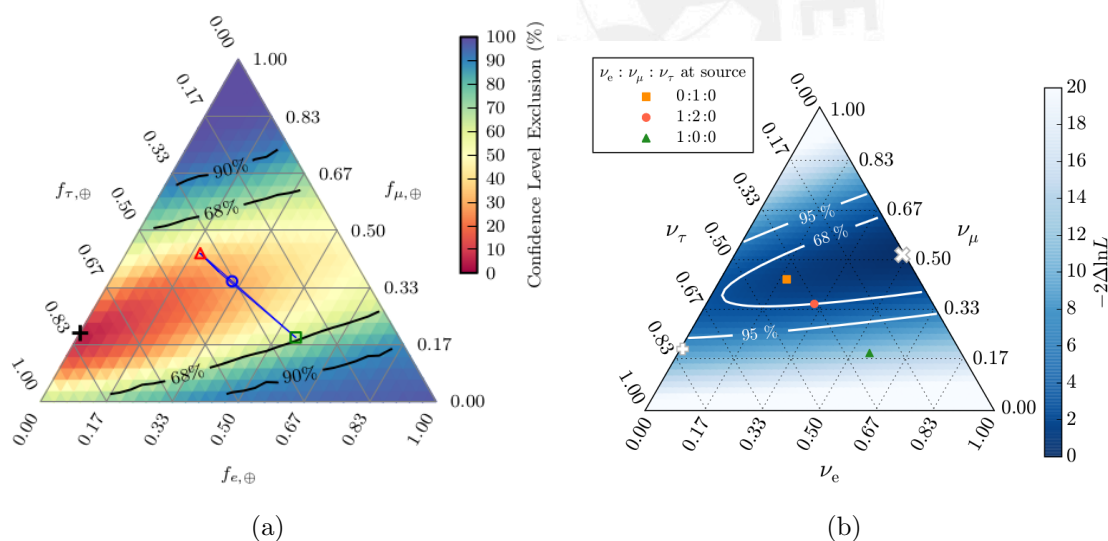


Figure 4.13: Las Figuras a), [76], y b), [77], muestran los resultados de IceCube para el modelo de flujo de tres tipo de neutrinos. La Figura a), es resultado de un análisis usando la data recolectada desde 2010 al 2013 y tomando en cuenta todos los eventos con energías mayores a 35 TeV. Por otro lado, la Figura b) es producto de una análisis combinado de distintas mediciones realizadas desde el 2009 hasta el 2013.

Los resultados que muestran la composición de sabor del flujo de neutrinos usando un modelo de tres tipos distintos de neutrinos, se encuentran en la Figura 4.13. En esta se muestran las regiones de exclusión los niveles de exclusión representados por distintas tonalidades de color. Por ejemplo, en la figura a) la región roja representa la región que concuerda mejor con la data, mientras que las regiones azules muestran las zonas más excluidas. Para la figura b) es exactamente igual salvo que las regiones más excluidas son las blancas.

Análisis de la composición del flujo

En el caso de neutrinos astrofísicos, la distancia que viajan es mucho mayor que la longitud de oscilación, de modo que, la detección del neutrino será incoherente. En este límite, las oscilaciones pueden ser promediadas. De modo que,

$$\left\langle \sin \left(\frac{\Delta_{ij} t}{2} \right) \right\rangle \approx 0 \quad \left\langle \cos \left(\frac{\Delta_{ij} t}{2} \right) \right\rangle \approx 0 \quad (4.18)$$

Aún, en caso, algún parámetro de decoherencia modifique la fase de oscilación, siempre que la oscilación estándar sea dominante, 4.18 se cumplirá. En el caso de la probabilidad estándar, tenemos que al considerar la detección incoherente de los neutrinos, la probabilidad queda como,

$$\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} \rangle = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left\{ \rho_3^\alpha \rho_3^\beta + \rho_8^\alpha \rho_8^\beta \right\} \quad (4.19)$$

Una vez que se tiene la probabilidad de transición, se puede calcular el flujo de neutrinos que será recibido en la Tierra, ϕ_β^\oplus ,

$$\phi_\beta^\oplus = \frac{1}{\Delta E} \int_{\Delta E} \sum_\alpha P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} \phi_\alpha^s dE \quad (4.20)$$

Donde ΔE es el intervalo de energía, en el cuál, se integra el flujo y ϕ_α^s es el flujo proveniente de la fuente con sabor α . Y la dependencia energética observada de este flujo es de la siguiente forma,

$$\phi_\beta^\oplus = f_{\beta,\oplus} \phi_0^\oplus \left(\frac{E}{100\text{TeV}} \right)^{-\gamma} \quad (4.21)$$

4.2. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE ICECUBE.87

$f_{\beta,\oplus}$ es la fracción de cada sabor que llega a la Tierra, ϕ_0^\oplus es el flujo medio de neutrinos y antineutrinos ultra-energéticos ($E > 100 \text{ TeV}$) que llegan a la Tierra, y γ es el índice espectral. Además la fracción está normalizada, $\sum_\alpha f_{\alpha,\oplus} = 1$. También se puede escribir el flujo de la fuente como $\phi_\alpha^s = f_{\alpha,s} \phi_0^s$.

Ahora, considerando que la probabilidad sea independiente de la energía, se puede escribir la fracción de sabor del flujo, de la siguiente manera,

$$\begin{aligned}
 f_{\beta,\oplus} &= \frac{\phi_\beta^\oplus}{\sum_\sigma \phi_\sigma^\oplus} = \frac{\sum_\alpha P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} f_{\alpha,s} \frac{1}{\Delta E} \int_{\Delta E} \phi_0^s dE}{\sum_{\sigma,\tau} P_{\nu_\sigma \rightarrow \nu_\tau} f_{\sigma,s} \frac{1}{\Delta E} \int_{\Delta E} \phi_0^s dE'} \\
 &= \sum_\alpha P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} f_{\alpha,s}.
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

De modo que, la proporción entre el flujo de neutrinos será independiente del índice espectral, sólo dependerá de la fracción con que cada sabor se forma en la fuente y de la probabilidad. Hay que recalcar que esto es válido sólo cuando la probabilidad es independiente de la energía.

Como se ha visto, existen dos mecanismos de generación de neutrinos, decaimiento de piones cargados y decaimiento de neutrones, ambos generan neutrinos de ciertos sabores en distintas proporciones. Por lo tanto, si consideramos sólo los best-fits de los ángulos de mezcla, para cada mecanismo de generación va a existir una fracción de neutrinos que se observarán en Tierra. Sin embargo, la probabilidad va a depender de los ángulos de mezcla, los cuáles poseen incertidumbres, si se considera la variación de los ángulos de mezcla dentro de cierto intervalo de confianza, se puede trazar regiones permitidas dentro de las cuáles se esperaría observar la composición de los flujos medidos en la Tierra. En la Figura 4.14, se muestra la regiones permitidas para oscilaciones estándar. En la Figura a) se ha considerado que los neutrinos astrofísicos pueden ser generados en cualquier proporción, es decir, se consideró un flujo genérico $(x, y, 1-x-y)$, tal que, $x \in [0,1]$ e $y \in [0,1-x]$. Por otro lado, en la Figura b) se muestra las regiones permitidas para ciertas proporciones definidas. Tenemos que $(1, 0, 0)$ es la proporción de acuerdo a decaimiento de neutrones y $(1, 2, 0)$ debido a decaimiento de piones, a pesar de que esas son las más aceptadas, se toman otras composiciones como $(0, 1, 0)$ que representa un mecanismo que genera solamente neutrinos muónicos, y $(0, 0, 1)$ el cuál es un escenario exótico donde sólo se generarían neutrinos tauónicos.

Ahora, dado que la probabilidad es modificada si se consideran efectos de decoherencia, se espera que la composición del flujo también lo sea. A continuación, se analizará algunos de los escenarios que se trabajó en la Sección 3.2. Hay que hacer notar que, en este trabajo, no se tomará en cuenta la dependencia con la fase CP, por lo tanto, esta se fijará en cero, $\delta_{CP} = 0$. La probabilidad de tres generaciones en el Escenario 1, Ec. 3.77, al considerar las oscilaciones promediadas y que no hay violación CP, queda de la siguiente manera,

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left\{ e^{-\gamma_3 t} \rho_3^\alpha \rho_3^\beta + e^{-\gamma_8 t} \rho_8^\alpha \rho_8^\beta \right\} \quad (4.23)$$

Como vimos anteriormente, la expresión 4.22 sólo se cumple cuando la probabilidad no depende de la energía, en caso contrario habría que realizar la integral usando un flujo de neutrinos. Sin embargo, para simplificar el análisis sólo se considerará el caso en que el parámetro de decoherencia es independiente de la energía. En la Figura 4.15, se puede observar la región permitida cuando se considera la anterior probabilidad. En la Figura a) y c) se muestra el efecto de la decoherencia parcial, cuando $\gamma_3 t \approx \gamma_8 t \approx 1$, mientras que en la Figura b) y d) se puede observar el efecto de decoherencia completa $\gamma_3 t \approx \gamma_8 t \rightarrow \infty$. Como era de esperarse, cuando se analiza la probabilidad, se puede notar que el efecto de decoherencia completa hace que la probabilidad sea $\frac{1}{3}$ para todos los sabores lo que lleva, a su vez, a que el flujo esperado sea un punto de coordenadas (1 : 1 : 1).

En el Escenario 2, sin embargo, el parámetro $\gamma_8 = 0$. Nuevamente, eliminando los términos oscilantes de la nueva probabilidad, tenemos:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \left\{ e^{-\gamma_2 t} \rho_3^\alpha \rho_3^\beta + \rho_8^\alpha \rho_8^\beta \right\} \quad (4.24)$$

La región permitida se muestra en la Figura 4.16. Como en el caso anterior, en las Figuras a) y c) se muestran la decoherencia parcial, mientras que en las Figuras b) y d), la decoherencia total. En este escenario, la decoherencia total no lleva a un único punto, sino que también lleva a una región permitida.

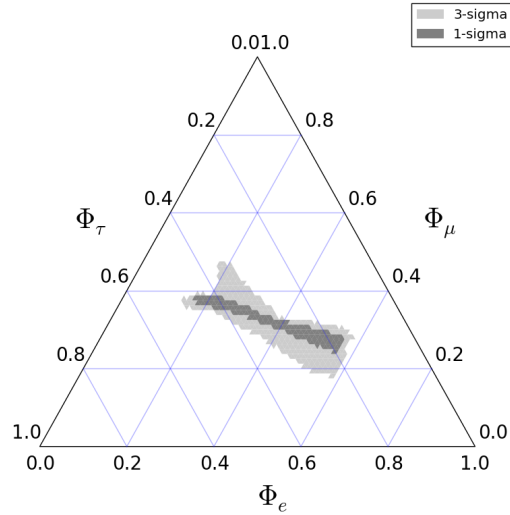
Comparando las Figuras 4.15 y 4.16, se puede apreciar que existe algunas diferencias entre las regiones permitidas para los dos escenarios de decoherencia estudiados. La diferencia más resaltante ocurre cuando la decoherencia

4.2. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE ICECUBE.89

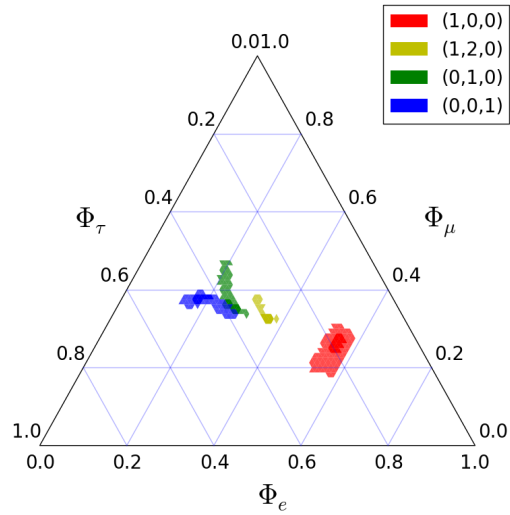
es completa. En el Escenario 1, la región se reduce a un punto, mientras que en el el Escenario 2, todavía queda una región. También en caso de decoherencia parcial, las regiones varían considerablemente. Sin embargo, algo que se puede notar en ambos escenarios respecto a la región de oscilaciones estándar es que ésta se ve reducida en área debido a que la decoherencia elimina términos que depende de los ángulos de mezcla.

Ahora, si se considera las regiones totales en las cuales no se distingue entre ninguna composición de la fuente, las región de oscilaciones estándar y las de decoherencia están superpuestas. Es decir, las regiones se encuentran degeneradas. Esto puede llevar a que sea muy difícil determinar la existencia de decoherencia en caso no se fije la composición de la fuente. Por ejemplo, en el caso de decoherencia total en el Escenario 1, la composición $(1 : 1 : 1)$ está dentro de la región total permitida para oscilaciones estándar, pero no se encuentra dentro si se toma como mecanismo de generación al decaimiento de neutrones, $(1 : 0 : 0)$. De hecho, esta composición está siendo excluida por los resultados de IceCube en más del 95%, Figura 4.13 b). Sin embargo, esta composición puede ser salvada si se considera decoherencia como en el Escenario 1.

Lo efectos de la decoherencia entonces llevan a cambios en la región permitida. Un análisis estadístico podría llevar a un resultado más preciso acerca de cuánta es la diferencia. Sin embargo, este análisis de forma cualitativa muestra la naturaleza de los efectos y muestra que los efectos de decoherencia aún no pueden ser limitada por la data actual de IceCube. ya que las regiones de decoherencia caen dentro de la región de exclusión de IceCube. Sin embargo, se espera que estas regiones, más adelante, permitan obtener una mayor información acerca de la existencia de efectos de la decoherencia en neutrinos astrofísicos. Por otro lado, es necesario hacer notar que no se tomó en cuenta efectos de violación CP, la inclusión de este término podría variar ligeramente la composición de los flujos, con los resultados de experimentos futuros se obtendrá mayor información acerca del valor de esta fase y puede permitir un análisis más extenso.



(a)



(b)

Figure 4.14: Regiones permitidas a 1σ y 3σ considerando oscilaciones estándar. La Figura a) muestra toda la región permitida considerando cualquier composición de la fuente. La Figura b) muestra las regiones permitidas considerando cuatro posibles composiciones.

4.2. ESTUDIO DE DECOHERENCIA EN EL EXPERIMENTO DE ICECUBE.91

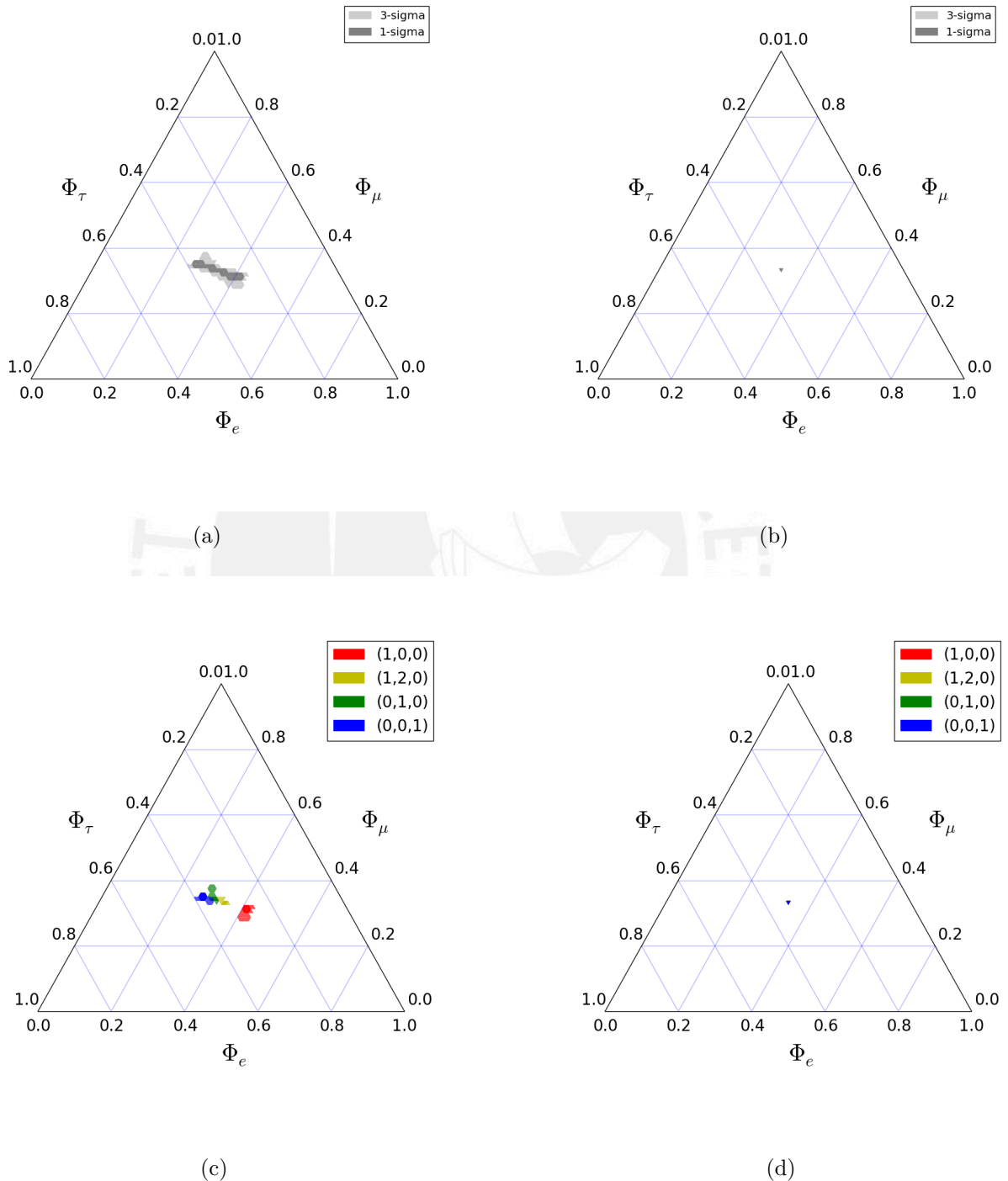


Figure 4.15: Regiones permitidas a 1σ y 3σ considerando oscilaciones estándar más decoherencia de acuerdo al Escenario 1. Las Figuras de la izquierda muestran los efectos de una decoherencia parcial y a la derecha se muestran los efectos de una decoherencia total.

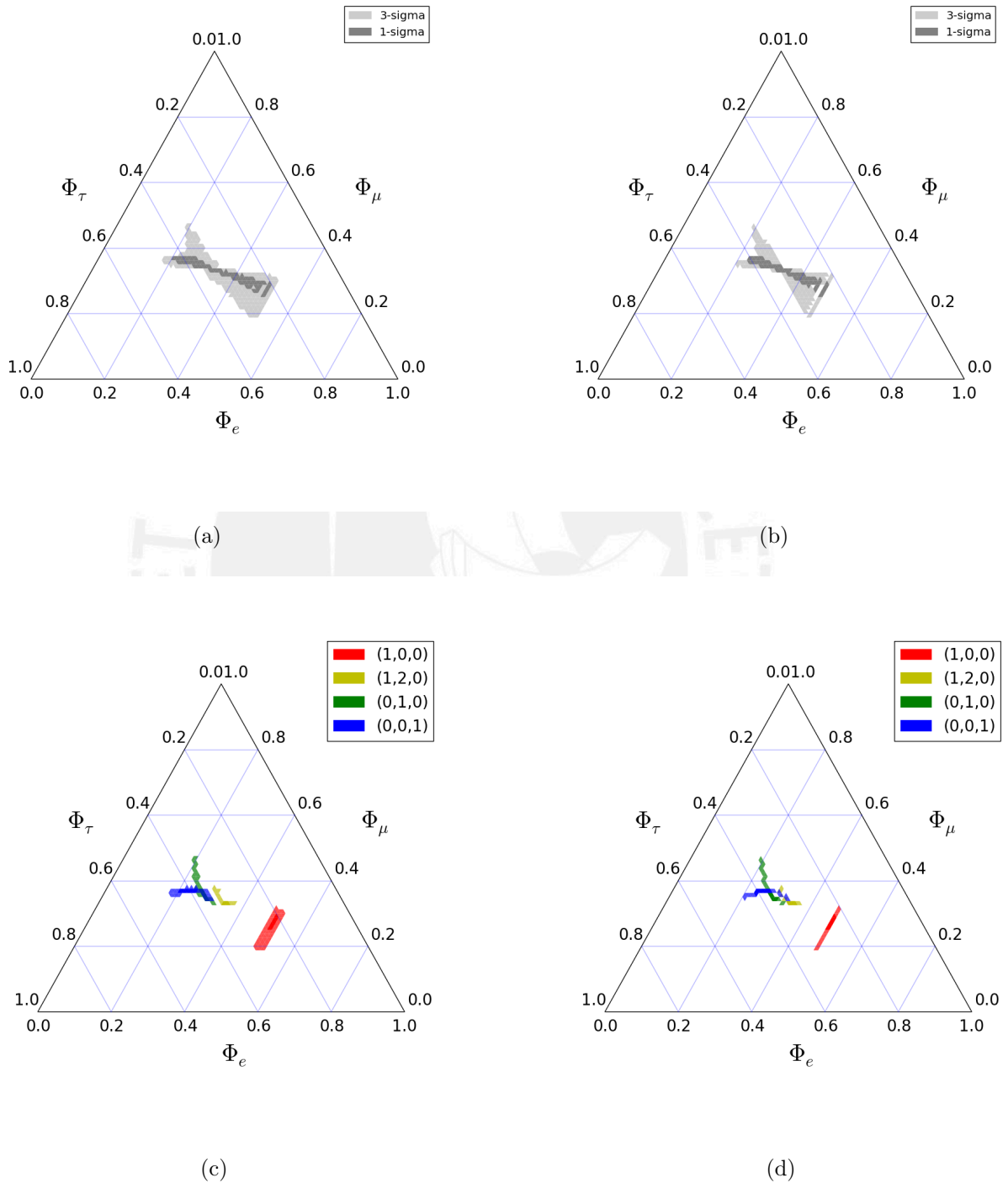


Figure 4.16: Regiones permitidas a 1σ y 3σ considerando oscilaciones estándar más decoherencia de acuerdo al Escenario 2. Las Figuras de la izquierda muestran los efectos de una decoherencia parcial y a la derecha se muestran los efectos de una decoherencia total.

Capítulo 5

Conclusiones

El formalismo de sistemas abiertos fue originalmente concebido para el estudio de sistemas en interacción con un ambiente en Óptica Cuántica. Sin embargo, la generalidad de este formalismo permite su uso, no solamente en ese contexto, sino que también puede ser utilizado en la física de partículas. En los últimos años, varias teorías como Gravedad Cuántica o Teoría de Cuerdas han propuesto posibles efectos de decoherencia cuántica que afectan a la propagación de las partículas en el espacio. Sin embargo, por lo general, todas ellas convergen a que estos fenómenos deberían ser observados en la escala de energía de la masa de Planck. Esa magnitud de energía, se encuentra muy por encima de los límites actuales y de los que, con certeza, alcanzará la humanidad. No obstante, es posible, desde un punto de vista optimista, que a la escala actual de energía se puedan observar pequeños efectos debido a decoherencia cuántica.

La oscilación de neutrinos es un escenario ideal donde medir decoherencia cuántica debido a que atraviesan grandes distancias sin sufrir gran variación y, además, debido al mecanismo de oscilación, se comportan como interferómetros capaces de magnificar efectos que pueden ser pequeños. Es de esta manera, que el estudio de decoherencia se abre como una ventana donde explorar distintos modelos de decoherencia cuántica y física no estándar.

Varios autores, ya han hecho estudios acerca de los efectos de decoherencia en la oscilación de neutrinos. Modelar a estos como un sistema cuántico

abierto suele ser el camino que se ha utilizado debido a que no se sabe a ciencia cierta cómo es el efecto de la interacción de un neutrino con los fenómenos causantes de la decoherencia. La teoría de sistema cuánticos permite un estudio fenomenológico de los sistemas abiertos, considerando que la evolución del sistema no es Hamiltoniana, sino que presenta efectos de disipación, pérdida de información e irreversibilidad. Este tipo de evolución puede ser descrito usando el formalismo de los semigrupos dinámicos completamente positivos. Dentro de este formalismo, al exigir completa positividad lleva a ciertas condiciones que se deberán cumplir.

La meta principal de este trabajo es extender las condiciones de completa positividad para el formalismo de decoherencia en tres generaciones, y a partir de estas, estudiar los escenarios más resaltantes. El estudio de la completa positividad en un sistema de dos neutrinos ha sido la motivación de varios trabajos y esto ha sido extensamente revisado en la literatura. No solo desde un punto de vista teórico, sino también desde la fenomenología que presenta este modelo. Se han establecido límites para el valor de la decoherencia usando data experimental. Sin embargo, el modelo de tres generaciones, no ha sido revisado con tanta profundidad debido a la gran cantidad de parámetros libres que corresponden a la decoherencia.

En esta tesis, sin embargo, hemos estudiamos casos en los cuales, usando las relaciones de completa positividad, el número de parámetros se llega a reducir significamente. De esta forma, la fenomenología resulta más accesible, tal que, se pueden hacer análisis estadísticos para intentar medir el valor de la decoherencia.

El experimento de MINOS resulta ideal para hacer un análisis de decoherencia, ya que, es el experimento de acelerador que mayor baseline posee. Y dado que la magnitud de la decoherencia depende de la distancia que recorra el neutrino, MINOS se presenta como una oportunidad para medir algunos casos de decoherencia. En este trabajo, se hizo un análisis en el cuál se estableció que el modelo con decoherencia era estadísticamente menos aceptado que el modelo sin decoherencia. Esto obligó a cambiar el paradigma del análisis y, en lugar de buscar un valor para los parámetros de decoherencia se procedió a establecer límites usando la fórmula de probabilidad de dos generaciones y la que se obtuvo para tres. La comparación entre ambas, muestra que los límites pueden variar notablemente para ciertas dependencias con la energía.

Finalmente, se hizo un análisis cualitativo de decoherencia en el caso de neutrinos astrofísicos. IceCube ha realizado, recientemente, mediciones de neutrinos astrofísicos. Estos son provenientes de fuentes extra galácticas y recorren enormes distancias antes de ser detectados en la Tierra. Además poseen energías mucho mayores a las que se pueden alcanzar en la Tierra. Por esto, es que estos son también una oportunidad importante de testear decoherencia. En la actualidad, no hay suficiente estadística para establecer o negar casi ningún modelo de nueva física en IceCube, sin embargo, se esperan resultados importantes cuando se tenga mayor data. No obstante, es bueno mencionar que aunque sea cualitativamente la naturaleza de los efectos de la decoherencia en esta escala.





Anexo A

Aspectos básicos de la mecánica cuántica

De acuerdo a la mecánica cuántica un estado $|\psi(t_0)\rangle$ evoluciona en el tiempo de acuerdo a la ecuación de Schrödinger:

$$i\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = H(t)|\psi(t)\rangle \quad (\text{A.1})$$

Donde $H(t)$ es el Hamiltoniano del sistema y la constante de Planck se ha tomado $\hbar = 1$. La solución de la ecuación de Schrödinger puede ser representada por un operador de evolución $U(t, t_0)$ que lleva al estado de un tiempo t_0 a uno t

$$U(t, t_0) = \exp\left[-i \int_{t_0}^t ds H(s)\right] \quad (\text{A.2})$$

De modo que, el estado a un tiempo determinado es:

$$|\psi(t)\rangle = U(t, t_0)|\psi(t_0)\rangle \quad (\text{A.3})$$

Sin embargo, si se considera que el sistema puede estar dado por un estado mixto, estados que no pueden ser descritos por un solo ket, es necesario utilizar el formalismo de la matriz densidad ρ . Asumiendo que al tiempo t_0

98 ANEXO A. ASPECTOS BÁSICOS DE LA MECÁNICA CUÁNTICA

el estado inicial $\rho(t_0)$ en su forma más general puede ser escrito como:

$$\rho(t_0) = \sum_{\alpha} \omega_{\alpha} |\psi_{\alpha}(t_0)\rangle \langle \psi_{\alpha}(t_0)| \quad (\text{A.4})$$

Donde ω_{α} son pesos positivos y $|\psi_{\alpha}(t_0)\rangle$ son estados normalizados. La evolución de la matriz densidad está dada de la siguiente manera:

$$\rho(t) = U(t, t_0) \rho(t_0) U^{\dagger}(t, t_0) \quad (\text{A.5})$$

Diferenciando se obtiene la ecuación de Liouville:

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = -i[H(t), \rho(t)] \quad (\text{A.6})$$

Que puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = \mathcal{L}(t) \rho(t) \quad (\text{A.7})$$

Donde \mathcal{L} es el super-operator de Liouville. La solución de ésta ecuación puede ser escrita en analogía a la de Schrödinger:

$$\rho(t) = \exp \left[\int_{t_0}^t ds \mathcal{L}(s) \right] \rho(t_0) \quad (\text{A.8})$$

En la imagen de Schrödinger, la matriz densidad es gobernada por la ecuación de Liouville, sin embargo, una equivalente descripción de la mecánica cuántica es obtenida yendo a la imagen de Heisenberg o a la imagen de interacción, en realidad, la imagen de Schrödinger y Heisenberg son casos límites de la imagen de interacción. Veamos en qué consiste, primero se divide el Hamiltoniano del sistema de la siguiente manera:

$$H(t) = H_0 + \hat{H}_I(t) \quad (\text{A.9})$$

Donde H_0 es el Hamiltoniano que representa la energía interna del sistema sin considerar las interacciones con otros sistemas. \hat{H}_I es el complemento de H_0 y representa la energía propia de estas interacciones. En la imagen de Schrödinger, se considera que los estados son los que evolucionan mientras que los observables son invariantes en el tiempo. Por otro lado, en la imagen de Heisenberg se toma a los estados invariantes mientras que son los observables los que evolucionan. Sin embargo, cualquiera que sea la imagen

en la que se este trabajando, el esperado de un observable $A(t)$, que puede o no depender del tiempo, debe ser el mismo. En la imagen de Schrödinger es obtenido de la siguiente manera:

$$\langle A(t) \rangle = \text{tr}[A(t)\rho(t)] = \text{tr}[A(t)U(t, t_0)\rho(t_0)U^\dagger(t, t_0)] \quad (\text{A.10})$$

La operación de la traza es la sumatoria sobre todos los grados de libertad del sistema. Definamos los operadores unitarios de evolución:

$$U_0(t, t_0) \equiv \exp[-iH_0(t - t_0)] \quad (\text{A.11})$$

$$U_I(t, t_0) \equiv U_0^\dagger(t, t_0)U(t, t_0) \quad (\text{A.12})$$

De modo que, con ayuda de las propiedades de la traza, el valor esperado de $A(t)$ se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \langle A(t) \rangle &= \text{tr}[U_0^\dagger(t, t_0)A(t)U_0(t, t_0)U_I(t, t_0)\rho(t_0)U_I^\dagger(t, t_0)] \\ &= \text{tr}[A_I(t)\rho_I(t)] \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Se define entonces el observable $A_I(t)$ en la imagen de interacción

$$A_I(t) = U_0^\dagger(t, t_0)A(t)U_0(t, t_0) \quad (\text{A.14})$$

y la matriz densidad en la imagen de interacción:

$$\rho_I(t) = U_I(t)\rho(t_0)U_I^\dagger(t, t_0) \quad (\text{A.15})$$

Además se puede notar que en el caso límite de $\hat{H}_I(t) = H(t)$, $U_0(t, t_0) = 1$ y $U_I(t, t_0) = U(t, t_0)$, se regresa a la imagen de Schrödinger. La ecuación de Liouville en la imagen de interacción toma la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt}\rho_I(t) = -i[H_I(t), \rho_I(t)] \quad (\text{A.16})$$

Donde el Hamiltoniano en la imagen de interacción está definido de la siguiente manera,

$$H_I(t) = U_0^\dagger(t, t_0)\hat{H}_I(t)U_0(t, t_0) \quad (\text{A.17})$$

100 ANEXO A. ASPECTOS BÁSICOS DE LA MECÁNICA CUÁNTICA

Usualmente la solución en la imagen de interacción se escribe de la siguiente equivalente manera:

$$\rho_I(t) = \rho_I(t_0) - i \int_{t_0}^t ds [H_I(s), \rho_I(s)] \quad (\text{A.18})$$



Bibliography

- [1] H. P. Breuer and F. Petruccione, “The theory of open quantum systems,” Oxford, UK: Univ. Pr. (2002) 625 p
- [2] R. Alicki and K. Lendi, Quantum Dynamical Semigroups and Applications, Lect.Notes Phys. 286, (Springer-Verlag, Berlin, 1987)
- [3] G. Lindblad, “On the Generators of Quantum Dynamical Semigroups,” Commun. Math. Phys. **48**, 119 (1976).
- [4] V. Gorini, A. Frigerio, M. Verri, A. Kossakowski and E. C. G. Sudarshan, “Properties of Quantum Markovian Master Equations,” Rept. Math. Phys. **13**, 149 (1978).
- [5] S. W. Hawking, “The Unpredictability of Quantum Gravity,” Commun. Math. Phys. **87**, 395 (1982). doi:10.1007/BF01206031
- [6] S. W. Hawking, “Wormholes in Space-Time,” Phys. Rev. D **37**, 904 (1988). doi:10.1103/PhysRevD.37.904
- [7] S. W. Hawking, “Virtual black holes,” Phys. Rev. D **53**, 3099 (1996) doi:10.1103/PhysRevD.53.3099 [hep-th/9510029].
- [8] S. B. Giddings and A. Strominger, “Loss of Incoherence and Determination of Coupling Constants in Quantum Gravity,” Nucl. Phys. B **307**, 854 (1988). doi:10.1016/0550-3213(88)90109-5
- [9] P. F. Gonzalez-Diaz, Phys. Rev. D **58**, 124011 (1998) doi:10.1103/PhysRevD.58.124011 [gr-qc/9712033].
- [10] L. J. Garay, “Space-time foam as a quantum thermal bath,” Phys. Rev. Lett. **80**, 2508 (1998) doi:10.1103/PhysRevLett.80.2508 [gr-qc/9801024].

- [11] L. J. Garay, “Thermal properties of space-time foam,” *Phys. Rev. D* **58**, 124015 (1998) doi:10.1103/PhysRevD.58.124015 [gr-qc/9806047].
- [12] A. Strominger, “Black hole statistics,” *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3397 (1993) doi:10.1103/PhysRevLett.71.3397 [hep-th/9307059].
- [13] I. V. Volovich, “D-branes, black holes and SU(infinity) gauge theory,” hep-th/9608137.
- [14] D. Minic, “Infinite statistics and black holes in matrix theory,” hep-th/9712202.
- [15] G. Raffelt, G. Sigl and L. Stodolsky, “NonAbelian Boltzmann equation for mixing and decoherence,” *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2363 (1993) Erratum: [*Phys. Rev. Lett.* **98**, 069902 (2007)] doi:10.1103/PhysRevLett.70.2363, 10.1103/PhysRevLett.98.069902 [hep-ph/9209276].
- [16] S. R. Coleman, “Black Holes as Red Herrings: Topological Fluctuations and the Loss of Quantum Coherence,” *Nucl. Phys. B* **307**, 867 (1988). doi:10.1016/0550-3213(88)90110-1
- [17] J. R. Ellis, J. S. Hagelin, D. V. Nanopoulos and M. Srednicki, “Search for Violations of Quantum Mechanics,” *Nucl. Phys. B* **241**, 381 (1984). doi:10.1016/0550-3213(84)90053-1
- [18] J. R. Ellis, N. E. Mavromatos and D. V. Nanopoulos, “String theory modifies quantum mechanics,” *Phys. Lett. B* **293**, 37 (1992) doi:10.1016/0370-2693(92)91478-R [hep-th/9207103].
- [19] J. R. Ellis, N. E. Mavromatos and D. V. Nanopoulos, “CPT violation in string modified quantum mechanics and the neutral kaon system,” *Int. J. Mod. Phys. A* **11**, 1489 (1996) doi:10.1142/S0217751X96000687 [hep-th/9212057].
- [20] C. Giunti and C. W. Kim, “Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics,” Oxford, UK: Univ. Pr. (2007) 710 p
- [21] M. C. Gonzalez-Garcia and Y. Nir, “Neutrino masses and mixing: Evidence and implications,” *Rev. Mod. Phys.* **75**, 345 (2003) [hep-ph/0202058].
- [22] A. J. Baltz and J. Weneser, *Phys. Rev. D* **37**, 3364 (1988). doi:10.1103/PhysRevD.37.3364

- [23] K. A. Olive *et al.* [Particle Data Group Collaboration], “Review of Particle Physics,” *Chin. Phys. C* **38**, 090001 (2014). doi:10.1088/1674-1137/38/9/090001
- [24] Kopp J. Phenomenology of Three-Flavour. Neutrino Oscillation. PhD thesis, Technische Universität Munchen, May 2006. <http://www.mpi-hd.mpg.de/personalhomes/jkopp/pdf/diplomathesis.pdf>
- [25] Y. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], “Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos,” *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1562 (1998) doi:10.1103/PhysRevLett.81.1562 [hep-ex/9807003].
- [26] Q. R. Ahmad *et al.* [SNO Collaboration], “Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory,” *Phys. Rev. Lett.* **89**, 011301 (2002) doi:10.1103/PhysRevLett.89.011301 [nucl-ex/0204008].
- [27] R. B. Patterson, “Prospects for Measurement of the Neutrino Mass Hierarchy,” *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **65**, 177 (2015) doi:10.1146/annurev-nucl-102014-021916 [arXiv:1506.07917 [hep-ex]].
- [28] L. Wolfenstein, “Neutrino Oscillations in Matter,” *Phys. Rev. D* **17**, 2369 (1978).
- [29] J. Liu, “Neutrino coherent forward scattering and its index of refraction,” *Phys. Rev. D* **45**, 1428 (1992).
- [30] F. Benatti and H. Narnhofer, “Entropy Behavior Under Completely Positive Maps,” *Lett. Math. Phys.* **15**, 325 (1988). doi:10.1007/BF00419590
- [31] F. Benatti and R. Floreanini, “Complete positivity and the K anti-K system,” *Phys. Lett. B* **389**, 100 (1996) [hep-th/9607059].
- [32] F. Benatti and R. Floreanini, “Completely positive dynamical maps and the neutral kaon system,” *Nucl. Phys. B* **488**, 335 (1997).
- [33] F. Benatti and R. Floreanini, “Non-standard Neutral Kaon Dynamics from Infinite Statistics,” *Annals Phys.* **273**, 58 (1999) doi:10.1006/aphy.1998.5896 [hep-th/9811196].
- [34] F. Benatti and R. Floreanini, “Open system approach to neutrino oscillations,” *JHEP* **0002**, 032 (2000) [hep-ph/0002221].
- [35] F. Benatti and R. Floreanini, “Massless neutrino oscillations,” *Phys. Rev. D* **64**, 085015 (2001) [hep-ph/0105303].

- [36] F. Benatti and R. Floreanini, “Open quantum dynamics: complete positivity and entanglement,” *Int. J. Mod. Phys. B* **19**, 3063 (2005) [quant-ph/0507271].
- [37] R. Romano, “Dissipative dynamics in particle physics,” hep-ph/0306164.
- [38] G. Barenboim and N. E. Mavromatos, “CPT violating decoherence and LSND: A Possible window to Planck scale physics,” *JHEP* **0501**, 034 (2005) doi:10.1088/1126-6708/2005/01/034 [hep-ph/0404014].
- [39] N. E. Mavromatos, “CPT violation and decoherence in quantum gravity,” *Lect. Notes Phys.* **669**, 245 (2005) [gr-qc/0407005].
- [40] G. Barenboim, N. E. Mavromatos, S. Sarkar and A. Waldron-Lauda, “Quantum decoherence and neutrino data,” *Nucl. Phys. B* **758**, 90 (2006) doi:10.1016/j.nuclphysb.2006.09.012 [hep-ph/0603028].
- [41] N. E. Mavromatos and S. Sarkar, “Probing Models of Quantum Decoherence in Particle Physics and Cosmology,” hep-ph/0612193.
- [42] A. M. Gago, E. M. Santos, W. J. C. Teves and R. Zukanovich Funchal, “Quantum dissipative effects and neutrinos: Current constraints and future perspectives,” *Phys. Rev. D* **63**, 073001 (2001) [hep-ph/0009222].
- [43] A. M. Gago, E. M. Santos, W. J. C. Teves and R. Zukanovich Funchal, “A Study on quantum decoherence phenomena with three generations of neutrinos,” hep-ph/0208166.
- [44] R. Zukanovich Funchal, E. M. Santos, W. J. C. Teves and A. M. Gago, “Quantum decoherence and neutrino oscillations,” *PoS HEP* **2001**, 216 (2001).
- [45] K. Anderson *et al.*, “The NuMI Facility Technical Design Report,” FERMILAB-DESIGN-1998-01.
- [46] C. Anderson *et al.*, “The ArgoNeuT Detector in the NuMI Low-Energy beam line at Fermilab,” *JINST* **7**, P10019 (2012) doi:10.1088/1748-0221/7/10/P10019 [arXiv:1205.6747 [physics.ins-det]].
- [47] P. Adamson *et al.* [MINOS Collaboration], “A Study of Muon Neutrino Disappearance Using the Fermilab Main Injector Neutrino Beam,” *Phys. Rev. D* **77**, 072002 (2008) doi:10.1103/PhysRevD.77.072002 [arXiv:0711.0769 [hep-ex]].

BIBLIOGRAPHY

105

- [48] P. Adamson *et al.* [MINOS Collaboration], “Neutrino and Antineutrino Inclusive Charged-current Cross Section Measurements with the MINOS Near Detector,” *Phys. Rev. D* **81**, 072002 (2010) doi:10.1103/PhysRevD.81.072002 [arXiv:0910.2201 [hep-ex]].
- [49] P. Adamson *et al.*, “The NuMI Neutrino Beam,” *Nucl. Instrum. Meth. A* **806**, 279 (2016) doi:10.1016/j.nima.2015.08.063 [arXiv:1507.06690 [physics.acc-ph]].
- [50] A. Habig *et al.* [MINOS Collaboration], “The MINOS detectors,” hep-ex/0507018.
- [51] D. G. Michael *et al.* [MINOS Collaboration], “The Magnetized steel and scintillator calorimeters of the MINOS experiment,” *Nucl. Instrum. Meth. A* **596**, 190 (2008) doi:10.1016/j.nima.2008.08.003 [arXiv:0805.3170 [physics.ins-det]].
- [52] M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni and T. Schwetz, “Updated fit to three neutrino mixing: status of leptonic CP violation,” *JHEP* **1411**, 052 (2014) [arXiv:1409.5439 [hep-ph]].
- [53] R. L. N. de Oliveira, M. M. Guzzo and P. C. de Holanda, “Quantum Dissipation and CP Violation in MINOS,” *Phys. Rev. D* **89**, no. 5, 053002 (2014) [arXiv:1401.0033 [hep-ph]].
- [54] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, D. Montanino and A. Palazzo, “Probing non-standard decoherence effects with solar and KamLAND neutrinos,” *Phys. Rev. D* **76**, 033006 (2007) doi:10.1103/PhysRevD.76.033006 [arXiv:0704.2568 [hep-ph]].
- [55] E. Lisi, A. Marrone and D. Montanino, “Probing possible decoherence effects in atmospheric neutrino oscillations,” *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1166 (2000) doi:10.1103/PhysRevLett.85.1166 [hep-ph/0002053].
- [56] Y. Liu, L. z. Hu and M. L. Ge, “The Effect of quantum mechanics violation on neutrino oscillation,” *Phys. Rev. D* **56**, 6648 (1997). doi:10.1103/PhysRevD.56.6648
- [57] C. H. Chang, W. S. Dai, X. Q. Li, Y. Liu, F. C. Ma and Z. j. Tao, “Possible effects of quantum mechanics violation induced by certain quantum gravity on neutrino oscillations,” *Phys. Rev. D* **60**, 033006 (1999) doi:10.1103/PhysRevD.60.033006 [hep-ph/9809371].

- [58] C. Blake, "Statistic Course for PHD Students: Lecture 3 : Hypothesis Testing and model-fitting".
<http://astronomy.swin.edu.au/cblake/StatsLecture3.pdf>
- [59] H. Bozdogan, "Akaike's Information Criterion and Recent Developments in Information Complexity," *Journal of Mathematical Psychology* 44, 62-91 (2000) doi:10.1006/jmps.1999.1277
- [60] S. Hu, "Akaike Information Criterion," Center for Research in Scientific Computation North Carolina State University. Raleigh, NC. March 15, 2007. <http://www4.ncsu.edu/shu3/Presentation/AIC.pdf>
- [61] R. S. Maier, "Information Criteria for Deciding between Normal Regression Models," arXiv:1305.5493 [stat.ME].
- [62] J. Beringer *et al.* [Particle Data Group Collaboration], "Review of Particle Physics (RPP)," *Phys. Rev. D* **86**, 010001 (2012).390p-401p doi:10.1103/PhysRevD.86.010001
- [63] F. W. Stecker, C. Done, M. H. Salamon and P. Sommers, "High-energy neutrinos from active galactic nuclei," *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2697 (1991) [*Phys. Rev. Lett.* **69**, 2738 (1992)]. doi:10.1103/PhysRevLett.66.2697
- [64] E. Waxman and J. N. Bahcall, "High-energy neutrinos from cosmological gamma-ray burst fireballs," *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2292 (1997) doi:10.1103/PhysRevLett.78.2292 [astro-ph/9701231].
- [65] A. Loeb and E. Waxman, "The Cumulative background of high energy neutrinos from starburst galaxies," *JCAP* **0605**, 003 (2006) doi:10.1088/1475-7516/2006/05/003 [astro-ph/0601695].
- [66] K. Murase, S. Inoue and S. Nagataki, "Cosmic Rays Above the Second Knee from Clusters of Galaxies and Associated High-Energy Neutrino Emission," *Astrophys. J.* **689**, L105 (2008) doi:10.1086/595882 [arXiv:0805.0104 [astro-ph]].
- [67] W. Bednarek, G. F. Burgio and T. Montaruli, "Galactic discrete sources of high energy neutrinos," *New Astron. Rev.* **49**, 1 (2005) doi:10.1016/j.newar.2004.11.001 [astro-ph/0404534].
- [68] M. D. Kistler and J. F. Beacom, "Guaranteed and Prospective Galactic TeV Neutrino Sources," *Phys. Rev. D* **74**, 063007 (2006) doi:10.1103/PhysRevD.74.063007 [astro-ph/0607082].

BIBLIOGRAPHY

107

- [69] A. Kappes, J. Hinton, C. Stegmann and F. A. Aharonian, “Potential neutrino signals from galactic gamma-ray sources” *J. Phys. Conf. Ser.* **60**, 243 (2007). doi:10.1088/1742-6596/60/1/052
- [70] L. A. Anchordoqui, H. Goldberg, M. C. Gonzalez-Garcia, F. Halzen, D. Hooper, S. Sarkar and T. J. Weiler, “Probing Planck scale physics with IceCube,” *Phys. Rev. D* **72**, 065019 (2005) doi:10.1103/PhysRevD.72.065019 [hep-ph/0506168].
- [71] M. Bustamante, J. F. Beacom and W. Winter, “Theoretically palatable flavor combinations of astrophysical neutrinos,” *Phys. Rev. Lett.* **115**, no. 16, 161302 (2015) doi:10.1103/PhysRevLett.115.161302 [arXiv:1506.02645 [astro-ph.HE]].
- [72] C. A. Argüelles, T. Katori and J. Salvado, “New Physics in Astrophysical Neutrino Flavor,” *Phys. Rev. Lett.* **115**, 161303 (2015) doi:10.1103/PhysRevLett.115.161303 [arXiv:1506.02043 [hep-ph]].
- [73] M. Danninger, “Searches for Dark Matter with IceCube and DeepCore : New constraints on theories predicting dark matter particles”
- [74] R. Abbasi *et al.* [IceCube Collaboration], “The Design and Performance of IceCube DeepCore,” *Astropart. Phys.* **35**, 615 (2012) doi:10.1016/j.astropartphys.2012.01.004 [arXiv:1109.6096 [astro-ph.IM]].
- [75] M. G. Aartsen *et al.* [IceCube Collaboration], “Evidence for High-Energy Extraterrestrial Neutrinos at the IceCube Detector” *Science* **342**, 1242856 (2013) doi:10.1126/science.1242856 [arXiv:1311.5238 [astro-ph.HE]].
- [76] M. G. Aartsen *et al.* [IceCube Collaboration], “Flavor Ratio of Astrophysical Neutrinos above 35 TeV in IceCube,” *Phys. Rev. Lett.* **114**, no. 17, 171102 (2015) doi:10.1103/PhysRevLett.114.171102 [arXiv:1502.03376 [astro-ph.HE]].
- [77] M. G. Aartsen *et al.* [IceCube Collaboration], “A combined maximum-likelihood analysis of the high-energy astrophysical neutrino flux measured with IceCube,” *Astrophys. J.* **809**, no. 1, 98 (2015) doi:10.1088/0004-637X/809/1/98 [arXiv:1507.03991 [astro-ph.HE]].
- [78] The IceCube Collaboration (Ahrens et al). Icecube project preliminary design document. <http://icecube.wisc.edu>.