

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



PONTIFICIA
**UNIVERSIDAD
CATÓLICA**
DEL PERÚ

**MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DINÁMICA DE UN MECANISMO
DE 4 GDL PARA DESARROLLAR UNA PRÓTESIS PARA
PERSONAS CON DESARTICULACIÓN HUMERAL**

**Tesis para optar el Título de Ingeniero Mecánico,
que presenta el bachiller:**

MARIANO ANDRÉ BERNAL PADRÓ

ASESOR: Dr. Dante Elías Giordano

Lima, Febrero de 2016

RESUMEN

En el presente trabajo de tesis se realizó la modelación y la simulación dinámica de un mecanismo de 4 grados de libertad, orientado al diseño de prótesis activas para personas con desarticulación humeral. Este modelo facilita el análisis de la biomecánica del movimiento en el miembro superior con el fin de obtener parámetros dinámicos para iniciar un posterior diseño de la prótesis.

Se realizó un diseño conceptual del mecanismo basándolo en las características fisiológicas del miembro superior, de tal manera que cumpla con los movimientos naturales y mantenga un parecido antropomórfico. Esto incluye una revisión de la fisiología para la obtención de los parámetros antropométricos necesarios para el dimensionamiento de los eslabones.

En base al diseño preliminar, se desarrolló un modelo cinemático para el estudio de las características geométricas del movimiento, con el cuál se pueden describir las coordenadas de cualquier componente del mecanismo respecto a un sistema fijo al cuerpo. Esto se logró empleando las matrices de transformación homogénea según la parametrización Denavit-Hartenberg. Asimismo, el modelo cinético se describió mediante las ecuaciones obtenidas de servirse del algoritmo de Uicker para el estudio, aplicando conceptos de mecánica Lagrangiana, del cual se obtiene los momentos efectivos en cada articulación.

Finalmente, el modelo fue implementado en Matlab para proceder con la simulación numérica de la dinámica del mecanismo, donde se realiza el cálculo de los torques efectivas aplicadas, cuyos valores máximos son los parámetros de selección para un posterior diseño. Los resultados aquí presentados, se contrastan con los obtenidos en literatura para validar los datos ofrecidos, los cuáles se encuentran dentro de rangos esperados.



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO

TÍTULO	MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DINÁMICA DE UN MECANISMO DE 4 GOL PARA DESARROLLAR UNA PRÓTESIS PARA PERSONAS CON DESARTICULACIÓN HUMERAL
ÁREA	Diseño #321
PROPUESTO POR	Dr. Dante Ángel Elfas Giordano
ASESOR	Dr. Dante Ángel Elías Giordano
TESISTA	Mariano André Berna! Padró
CÓDIGO	20101229
FECHA	10 de noviembre de 2015



DESCRIPCIÓN Y OBJETIVOS:

El diseño de prótesis funcionales permite a las personas que han sufrido de una amputación recobrar las funciones perdidas por la falta de un miembro u órgano, como es en el caso de la desarticulación humeral, en la cual la extremidad superior es retirada desde el complejo articular del hombro. Esto conlleva a diversas dificultades en el desempeño de las actividades cotidianas y laborales, así como una disminución en la calidad de vida de la persona que está en esta condición, ya que requerirá asistencia constante para diversas actividades.

En este trabajo se propone modelar y simular numéricamente un mecanismo de 4 grados de libertad para el desarrollo de una prótesis en personas con desarticulación humeral, lo que facilitará el análisis de la biomecánica de movimiento de la extremidad superior y obtener parámetros dinámicos mediante la simulación para iniciar un posterior diseño de prótesis activas con los resultados de este trabajo.

El tema propuesto abordará una revisión de la fisiología y biomecánica de la extremidad superior para la obtención de parámetros relevantes. Esto permitirá elaborar una propuesta conceptual de un mecanismo de 4 grados de libertad, que posteriormente permita desarrollar una prótesis orientada a personas con desarticulación humeral. Se establecerán los requerimientos, parámetros y consideraciones preliminares para la modelación de la dinámica del mecanismo, para así elaborar el modelo dinámico del mecanismo, el cual se simulará numéricamente usando un programa comercial, como por ejemplo el Matlab. Los resultados numéricos obtenidos se contrastarán con resultados disponibles en la literatura.

Con este trabajo se espera reforzar los avances en el desarrollo de prótesis activas en el país, y en particular en la PUCP. Asimismo, se espera disponer de los principales parámetros de la biomecánica de la extremidad superior, las ecuaciones matemáticas del modelo dinámico del mecanismo propuesto, los principales parámetros para la selección de los actuadores del mecanismo, así como un algoritmo computacional implementado en software comercial que facilite el estudio de la biomecánica de movimiento de la extremidad superior.



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO

MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DINÁMICA DE UN MECANISMO DE 4 GDL
PARA DESARROLLAR UNA PRÓTESIS PARA PERSONAS CON
DESARTICULACIÓN HUMERAL

Introducción

1. Antecedentes
2. Propuesta de diseño conceptual del mecanismo
3. Modelación dinámica del mecanismo
4. Simulación y análisis de resultados

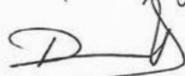
Observaciones y Recomendaciones

Conclusiones

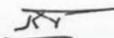
Bibliografía

Anexos

Máximo: 100 páginas



Dr. Dante Elías Giordano
Asesor





*A la memoria de mi abuela, Hortensia Mirengi,
A mi madre, por su ejemplo de perseverancia,
A mi familia y amigos, por el apoyo brindado.*

INDICE CONTENIDO

RESUMEN	i
APROBACIÓN DEL TEMA DE TESIS	ii
DEDICATORIA	iv
INDICE DE TABLAS	vii
INDICE DE FIGURAS	viii
INTRODUCCIÓN	1
ANTECEDENTES	4
1.1 Consideraciones preliminares	4
1.1.1 Aspectos fisiológicos	4
1.1.2 El hombro	6
1.1.3 El codo	8
1.2 Biomecánica del brazo	9
1.2.1 Circunducción	9
1.2.2 Abducción – Aducción del brazo	9
1.2.3 Rotación lateral	11
1.2.4 Balanceo de los brazos	11
1.2.5 Pronación-Supinación	12
1.3 Parámetros relevantes	13
1.4 Tipos de prótesis	14
1.4.1 Según nivel de amputación	15
1.4.2 Según función	15
1.5 Prótesis comerciales	17
1.5.1 Edwards Artificial Arm	17
1.5.2 Utah Arm	18
1.5.3 Prótesis de brazo de DARPA	18
PROPUESTA DEL DISEÑO CONCEPTUAL DEL MECANISMO	20
2.1 Requerimientos	20
2.2 Propuesta conceptual	24
2.2.1 Descripción de las articulaciones	25
2.2.2 Descripción de eslabones	27
2.2.3 Actuadores	28
2.3 Destreza del mecanismo propuesto	28

MODELACIÓN DINÁMICA DEL MECANISMO	29
3.1 Formulación matemática	29
3.1.1 Análisis dinámico	29
3.1.2 Modelación matemática	30
3.1.3 Trayectoria del mecanismo	33
3.2 Cinemática directa	33
3.2.1 Parametrización Denavit-Hartenberg	34
3.3 Cinemática inversa.....	37
3.3.1 Modelo diferencial.....	38
3.3.2 Datos para el modelo	39
3.4 Cinética.....	42
3.4.1 Formulación de Lagrange	43
3.4.2 Algoritmo de Uicker.....	44
SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	49
4.1 Simulación cinemática.....	50
4.1.1 Datos para el modelo	50
4.1.2 Gráficas de los parámetros cinemáticos.....	53
4.2 Simulación dinámica	60
4.2.1 Simulación sin carga.....	61
4.2.2 Simulación con carga.....	62
4.3 Verificación de valores y discusión de resultados.....	65
OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES	76
CONCLUSIONES	78
BIBLIOGRAFÍA	79
ANEXOS.....	81

INDICE DE TABLAS

Tabla 1-1 Datos físicos del brazo	14
Tabla 1-2 Rangos de movimiento del hombro	14
Tabla 1-3 Rangos de movimiento del codo	14
Tabla 3-1 Parámetros D-H de transformación homogénea.....	34
Tabla 3-2 Parámetros de las matrices de pseudoinercia	47
Tabla 4-1 Desplazamientos, velocidades y aceleraciones angulares máximas	54
Tabla 4-2 Valores máximos y mínimos del torque calculado por Lagrange	65
Tabla 4-3 Comparación valores mínimos y máximos del torque.....	66
Tabla 4-4 Valores máximos y mínimos del torque usando Lagrange.....	72



INDICE DE FIGURAS

Fig. 1-1 Estructura ósea y muscular del brazo.....	5
Fig. 1-2 Complejo articular del hombro [1) Glenohumeral 2) Subdeltoidea 3) Escapulotorácica 4) Acromioclavicular 5) Esternoclavicular]	6
Fig. 1-3 Extremo superior del húmero	7
Fig. 1-4 Desplazamientos vertical y horizontal del hombro debido a la articulación esternocostoclavicular.....	7
Fig. 1-5 Articulación del hombro: estructura ligamentosa, modelo mecánico y mecanismo del tipo bisagra.....	8
Fig. 1-6 Movimiento de bisagra del codo.....	8
Fig. 1-7 Movimiento de circunducción	10
Fig. 1-8 Movimiento de abducción-aducción.....	10
Fig. 1-9 Abducción asociada a flexoextensión del hombro	11
Fig. 1-10 Rotación lateral del brazo.....	11
Fig. 1-11 Movimiento de manipulación vertical y horizontal de un objeto.....	12
Fig. 1-12 Movimiento de pronosupinación	12
Fig. 1-13 Longitud de segmentos del cuerpo expresados en función de la altura H	13
Fig. 1-14 Clasificación topográfica de Schwartz de las amputaciones.....	15
Fig. 1-15 Prótesis mecánica transradial.....	16
Fig. 1-16 Utah Arm 3+ Prótesis mioeléctrica	16
Fig. 1-17 Prótesis del instituto Johns Hopkins	17
Fig. 1-18 Esquema de mecanismo de brazo artificial Edwards de brazo y hombro	17
Fig. 1-19 Esquema de prótesis "Utah Arm 3+"	18
Fig. 1-20 Prótesis de brazo de DARPA	19
Fig. 1-21 Distribución de GDL en prótesis de DARPA	19
Fig. 2-1 Esquema cinemático de mecanismo de 7 GDL	21
Fig. 2-2 Configuración del mecanismo propuesto.....	24
Fig. 2-3 Espacio de trabajo del mecanismo en plano Sagital y Frontal.....	25
Fig. 2-4 Espacio de trabajo en plano Coronal con alcance visual.....	25
Fig. 2-5 Configuración angular de un mecanismo	25
Fig. 2-6 Esquema de 3 GDL otorgados por el hombro	26
Fig. 2-7 Esquema de 1 GDL otorgado por el codo	26
Fig. 2-8 Esquemas de brazo y antebrazo	27
Fig. 2-9 Actuadores eléctricos rotativos a) Motor DC b) Servo hitec HS422 c) Brushless outrunner motor.....	28
Fig. 3-1 Cinemática inversa: Método geométrico.....	32
Fig. 3-2 Modelo simplificado del mecanismo	34
Fig. 3-3 Sistemas de coordenadas en las juntas	35
Fig. 3-4 Centro de masa de eslabón 1.....	36
Fig. 3-5 Centro de masa de eslabones 2, 3 y 4.....	36

Fig. 3-6 Sistema equivalente del i-ésimo eslabón.....	37
Fig. 3-7 Diagrama de cuerpo libre simplificado del i-ésimo eslabón	42
Fig. 3-8 DCL simplificado del antebrazo con peso de una carga externa	43
Fig. 4-1 Cuadro de elección de variables en "Curve Fitting" usando Matlab	50
Fig. 4-2 Elección de función y número de términos en "Curve fitting" usando Matlab ..	50
Fig. 4-3 Coeficientes de error mínimo cuadrático (SSE) obtenidos en Matlab	51
Fig. 4-4 Serie de Fourier para ángulo de flexión del hombro	52
Fig. 4-5 Ángulo de Flexión-Extensión del hombro vs tiempo	54
Fig. 4-6 Ángulo de Abducción-Adducción del hombro vs tiempo	55
Fig. 4-7 Ángulo de Rotación lateral del hombro vs tiempo.....	55
Fig. 4-8 Ángulo de flexión-extensión del codo vs tiempo	56
Fig. 4-9 Velocidad angular de flexión del hombro vs tiempo.....	56
Fig. 4-10 Velocidad angular de abducción-adducción del hombro vs tiempo.....	57
Fig. 4-11 Velocidad angular de rotación interna del hombro vs tiempo.....	57
Fig. 4-12 Velocidad angular de flexión-extensión del codo vs tiempo.....	58
Fig. 4-13 Aceleración angular de flexión-extensión del hombro vs tiempo.....	58
Fig. 4-14 Aceleración angular de abducción-adducción del hombro vs tiempo.....	59
Fig. 4-15 Aceleración angular de rotación interna del hombro vs tiempo.....	59
Fig. 4-16 Aceleración angular de flexión-extensión del codo vs tiempo.....	60
Fig. 4-17 Distribución de cargas durante la simulación.....	61
Fig. 4-18 Torque de flexión-extensión del hombro vs tiempo (con carga) obtenido por Lagrange.....	63
Fig. 4-19 Torque de abducción del hombro vs tiempo (con carga) obtenido por Lagrange.....	63
Fig. 4-20 Torque de rotación interna del hombro vs tiempo (con carga) obtenido por Lagrange.....	64
Fig. 4-21 Torque de flexión del codo vs tiempo (con carga) obtenido por Lagrange	64
Fig. 4-22 Movimientos para verificación: a) flexión pura del hombro b) flexión pura del codo	67
Fig. 4-23 Verificación: Desplazamiento angular vs tiempo.....	69
Fig. 4-24 Verificación: Velocidad angular vs tiempo	69
Fig. 4-25 Verificación: Aceleración angular vs tiempo	70
Fig. 4-26 DCL del mecanismo (flexión pura del hombro)	70
Fig. 4-27 DCL del mecanismo (flexión pura del codo)	71
Fig. 4-28 Torque de flexión del hombro vs tiempo obtenido por Newton-Euler	72
Fig. 4-29: Torque de flexión del codo vs tiempo obtenido por Newton-Euler	73
Fig. 4-30 Torque de flexión del hombro vs tiempo obtenido por Newton-Euler	73
Fig. 4-31 Torque de flexión del codo vs tiempo obtenido por Newton-Euler	74

"La discapacidad no debería ser un obstáculo para el éxito [...] Mi casa y mi lugar de trabajo han sido adaptados para que me resulten accesibles. Expertos en computación me han apoyado con un sistema de comunicación asistida y un sintetizador de habla, lo cual me permite preparar conferencias e informes y comunicarme con audiencias diversas. Pero soy consciente de que he tenido mucha suerte, de muy diversos modos. Mi éxito en la física teórica me ha asegurado el apoyo necesario para vivir una vida digna de ser vivida. Está claro que la mayoría de las personas con discapacidad tienen enormes dificultades para sobrevivir cotidianamente, no digamos ya para encontrar un empleo productivo o para realizarse personalmente..."

Prof. Stephen W. Hawking (2011)

INTRODUCCIÓN

La discapacidad afecta a un sector grande de la población mundial. En muchos casos, ésta se presenta de forma permanente cuando es causada por un accidente o alguna malformación desde el nacimiento. En cuestiones de discapacidad física, los tratamientos para remediar la pérdida total o parcial de algún miembro u órgano son poco asequibles¹, por lo que la única alternativa, en algunos casos, es aceptar los sucesos y las condiciones de vida que acarrear.

Según el INEI [INEI, 2012] (Instituto Nacional de Estadística e Informática), el 5,2% de la población peruana sufre de alguna discapacidad, de las cuáles 59,2% sufre limitaciones del tipo motriz (Incapacidad o limitación para usar brazos, manos o piernas) Esto representa a más de 900 000 ciudadanos peruanos. No obstante, los últimos datos sobre amputaciones se remiten al año 1993, en un estudio realizado por el Instituto Nacional de Rehabilitación [INR, 1993] donde se muestra un 25,89% de las personas con discapacidad que tienen limitaciones debido a deficiencias en el músculo y huesos, de los cuáles cerca del 1% ha sufrido una amputación de sus miembros.

Los principales problemas ante la discapacidad se pueden agrupar de diferentes maneras, pero las más influyentes en la vida del afectado, en opinión del autor, son las siguientes:

¹ Ver Anexo 1

- Estado anímico y autoestima: Enfrentarse a una limitación es, en muchos casos, un factor deprimente en la vida de las personas.
- Condiciones de vida: Dificultades en la higiene, problemas para el desarrollo de actividades cotidianas y familiares.
- Condiciones laborales: Las personas con discapacidad encuentran barreras más altas para acceder a un puesto de trabajo, sus remuneraciones suelen ser más bajas.

Por esta última razón, los ingresos de las familias afectadas suelen ser menores, lo que a su vez es desfavorable para el tratamiento, rehabilitación y reinserción del paciente en la sociedad de la cuál es muchas veces excluido. En específico, la pérdida de un miembro superior imposibilita muchas de las tareas operativas que el ser humano puede desarrollar. Existen hoy en día diversas alternativas para suplir la falta de un miembro u órgano: Las prótesis.

Desarrollar una prótesis supone todo un reto: su complejidad incrementa notablemente con el nivel de la amputación, ya que se pierde funcionalidad de la extremidad y a la vez se reduce la masa muscular y la capacidad de realizar movimientos de los cuáles extraer señales mecánicas o mioeléctricas. Un brazo completo puede llegar a tener hasta 25 GDL (grados de libertad) desde el hombro hasta la mano, ya que en los dedos se encuentran la mayoría de las articulaciones. A eso, se debe sumar las condiciones de tamaño, masa, fuentes de energía y realimentación, entre otros, describiendo un sistema de gran complejidad, suscitando que el diseño se segmente en problemas más simples como el diseño del sistema de control, electrónico, mecánico, diseño de articulaciones y demás.

En esta tesis, es intención del autor modelar y simular numéricamente un mecanismo prostético de 4 GDL para personas con desarticulación humeral, que facilite el análisis de la biomecánica del movimiento de la extremidad superior para obtener parámetros dinámicos para iniciar un posterior diseño de la prótesis, mediante la simulación empleando Matlab. Se aborda el problema propuesto a partir de la descripción de la fisiología del brazo y la revisión del estado del arte, con el objetivo de establecer requerimientos físicos y dinámicos para el mecanismo, lo cual deriva en una propuesta conceptual del diseño de la prótesis. Asimismo, se desarrolla un modelo dinámico del mecanismo para la descripción matemática de la biomecánica del brazo empleando

conceptos de la mecánica de cuerpos rígidos. Finalmente, se realiza la simulación numérica del mecanismo para la obtención de datos relevantes para el diseño.

Con este trabajo se espera reforzar los avances en el desarrollo de prótesis activas en la PUCP debido a que, por la complejidad de la configuración de las articulaciones, el brazo puede realizar gran diversidad de movimientos representando un mecanismo de 9 GDL, sin embargo, se presenta un acercamiento a la comprensión de la biomecánica del brazo abarcando sólo los 4 GDL que permiten conocer la posición del efector final, mientras que el resto permiten conocer su orientación y disposición de la mano respecto del mecanismo.

La tesis se compone de cuatro capítulos: el Capítulo 1 presenta los antecedentes del trabajo, haciendo una revisión de la fisiología y la biomecánica del brazo, mostrando finalmente la clasificación de las prótesis de brazo y el estado del arte. El Capítulo 2 está orientado a la descripción de los requerimientos para el modelado y la simulación del mecanismo, determinando parámetros y condiciones necesarias para estos fines. El Capítulo 3 presenta el modelo dinámico del brazo, mediante la cinemática directa e inversa, y el modelo cinético inverso, desarrollando las ecuaciones matemáticas mediante algoritmos de cálculos adecuados. Además, se incluye la descripción del movimiento del cual se servirá para realizar los cálculos cinéticos. Finalmente, el Capítulo 4 presenta la simulación de las condiciones dadas haciendo uso del software "Matlab", mostrando los resultados y el análisis de los valores obtenidos mediante las gráficas de las ecuaciones. Se concluye la tesis con la validación del modelo mediante comparación y verificación numérica empleando un método alternativo.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES

Se presenta una breve descripción de la biomecánica del brazo, haciendo énfasis en los movimientos de interés para el presente trabajo. Se establecen parámetros relevantes, que darán una base para el posterior análisis, así como un repaso de las herramientas matemáticas y físicas usadas en el estudio del movimiento de mecanismos.

1.1 Consideraciones preliminares

Se describe la biomecánica del brazo desde la fisiología del conjunto hasta la de las articulaciones, describiendo los movimientos principales de las articulaciones, que definen las distintas configuraciones dentro del espacio de trabajo

1.1.1 Aspectos fisiológicos

La extremidad superior es un efector primario de gran complejidad en el cuerpo humano, constituyendo el elemento que permite la manipulación de objetos pesados y la interacción con objetos, por su capacidad de desarrollar grandes fuerzas y libertad de movimiento. Está compuesto por 3 huesos desde el hombro hasta la muñeca: Húmero, Radio y Cúbito; y por 3 grupos musculares que comprenden 30 músculos: Escapulohumerales, Brazo y Antebrazo [Benedetti, 2009]. La Fig. 1-1 muestra la estructura ósea del brazo y los grupos musculares del brazo, cuya función es la ejecución de todos los movimientos de la extremidad.

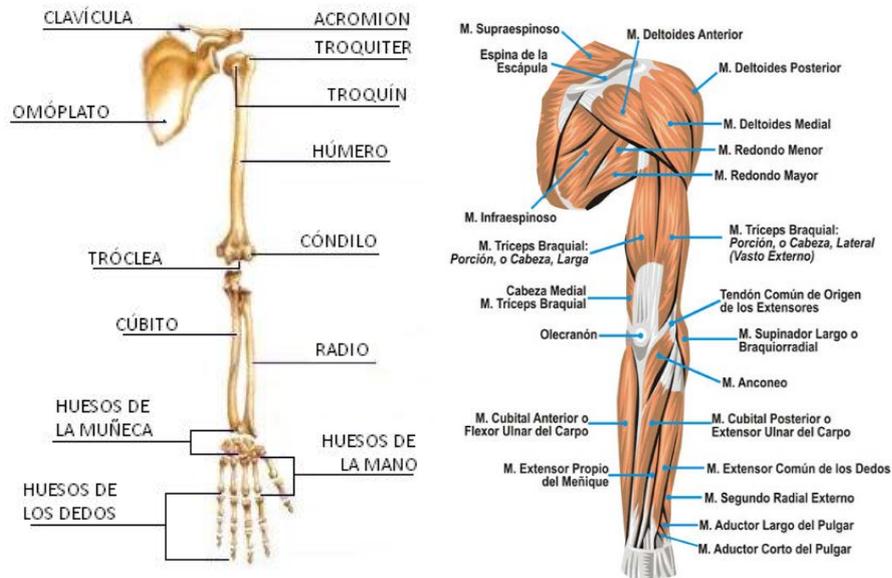


Fig. 1-1 Estructura ósea y muscular del brazo²

El movimiento es realizado principalmente por el grupo escapulo humeral, conformado por músculos que originan la abducción-aducción (deltoides, supraespinoso, redondo mayor, subescapular) y Anteversión-Retroversión (redondo mayor, subescapular) para movilizar el brazo respecto del cuerpo; el antebrazo es a su vez movido por el grupo muscular del brazo, conformado por aquellos que realizan la flexión (Bíceps braquial, Braquial, Coracobraquial) y la extensión (Tríceps braquial)

Los músculos y articulaciones juegan un papel importante, ya que los primeros accionan el movimiento y los segundos le dan libertad – o lo restringen, según sea el punto de vista. El movimiento del brazo se describe de forma normal, empleando los planos del cuerpo humano.

En la extremidad superior, existen articulaciones de gran importancia para el desarrollo del movimiento. El hombro es un complejo articular formado por la articulación glenohumeral que une la parte superior del Húmero (Troquini y Troquiter) con el Omóplato. El codo es una articulación única tipo bisagra, que en su superficie permite diferenciar 3 articulaciones: Húmero-Cubital, Húmero-Radial y Radio-Cubital proximal.

² Extraído de <http://lalupa3.webcindario.com/biologia/sistema%20oseo.htm>

1.1.2 El hombro

El complejo articular del hombro está conformado por cinco articulaciones como se muestra en la Fig. 1-2: En el primer grupo están la articulación glenohumeral y subdeltoidea, que tienen movimientos relacionados por su unión física. En un segundo grupo están las articulaciones escapulotorácica, acromioclavicular y esternoclavicular, de las cuáles solo las últimas dos permiten movimiento verdadero. Ambos grupos articulares actúan simultáneamente debido a su unión mecánica. [Kapandji, 2006]

El hombro ofrece un amplio rango de movimientos ya que su configuración se asemeja a una rótula, siendo limitado por cuestiones referentes a los ligamentos y demás huesos, ya que no se mantiene cercanía con la epífisis humeral. Es un claro ejemplo de apoyo de 3 GDL (Fig. 1-3) .Su estabilidad es controlada por los músculos y ligamentos. Permite los movimientos de flexión, extensión, hiperextensión, abducción, aducción, hiperabducción, hiperaducción, rotación medial y latera y circunducción [Hamill y Knutzen, 2009].

La articulación principal es la glenohumeral, ya que de ella depende principalmente el movimiento rotativo del hombro, mientras que las otras permiten el movimiento relativo del hombro respecto del tórax o son pasivas. Es por eso que se podría asemejar a una rótula, restringiendo los movimientos del brazo.

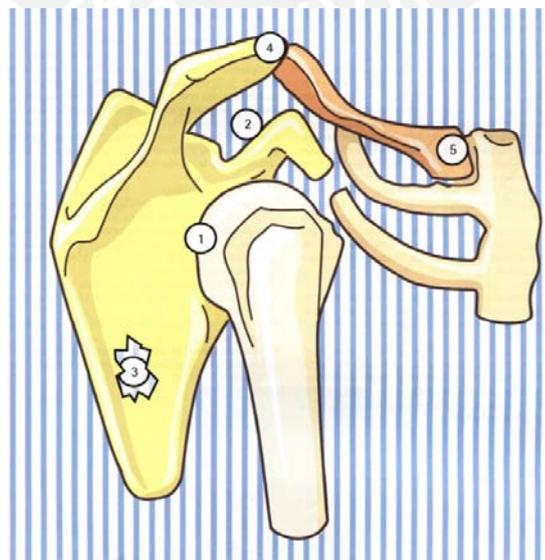


Fig. 1-2 Complejo articular del hombro 1) Glenohumeral 2) Subdeltoidea
3) Escapulotorácica 4) Acromioclavicular 5) Esternoclavicular

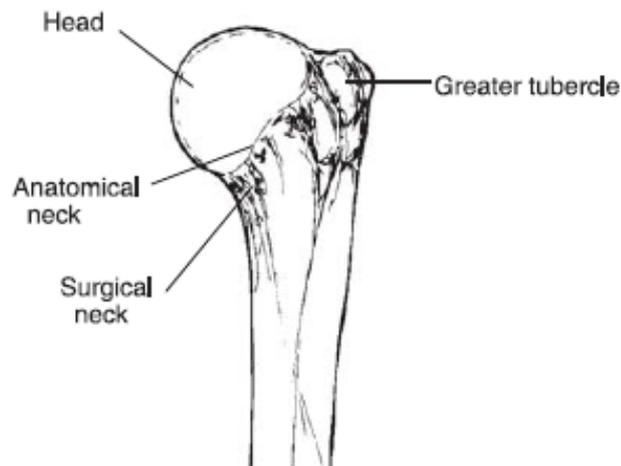


Fig. 1-3 Extremo superior del húmero

No obstante, el hombro puede realizar pequeños desplazamientos debido a la articulación esternocostoclavicular, confiriendo al movimiento del hombro 2 grados de libertad adicionales que se aprecian en cada movimiento del brazo, ya que es el movimiento del conjunto humeral con el de la clavícula la que le da forma a los movimientos del hombro. Sus desplazamientos tienen un bajo rango de operación como se muestra en la Fig. 1-4. En el movimiento vertical, la variación es pequeña comparable con la abducción del brazo, mientras que el desplazamiento en el plano horizontal tiene una amplitud máxima de 25° [Kapandji, 2006]

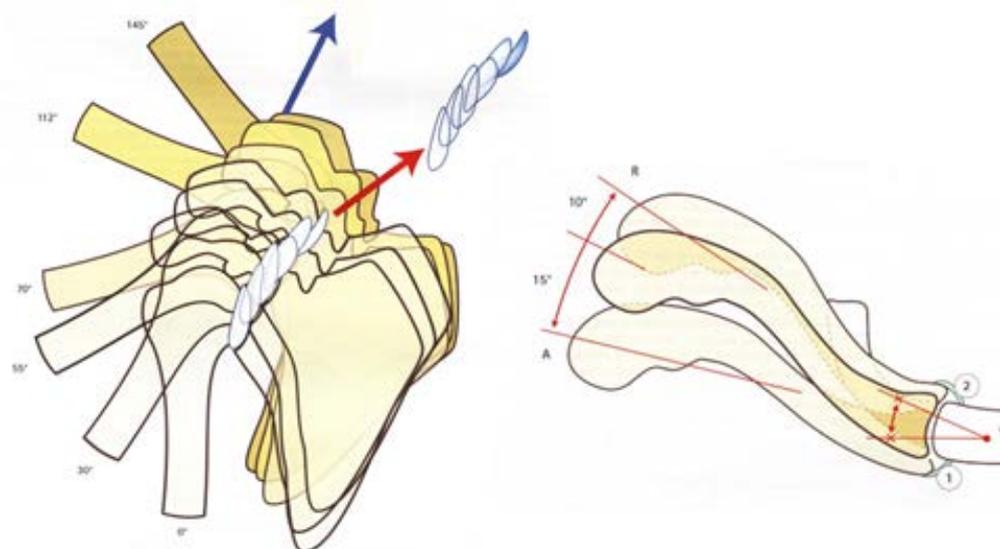


Fig. 1-4 Desplazamientos vertical y horizontal del hombro debido a la articulación esternocostoclavicular

1.1.3 El codo

El codo está conformado por 2 articulaciones: La tróclea humeral y el cóndilo humeral. Ambos se pueden modelar como un diábolo y una esfera, que permite la rotación longitudinal y la flexo-extensión. Sin embargo, el movimiento de flexo-extensión se realiza solamente gracias a la tróclea humeral, ya que el cóndilo permite de manera funcional el giro relativo entre la muñeca y el codo. Al tratarse de un mecanismo, este movimiento se puede asociar a 1 GDL en la muñeca, delimitando el movimiento del codo a una bisagra (Fig. 1-6). La Fig. 1-5 muestra los detalles de la articulación. La articulación se muestra como una horquilla y un semianillo apoyado de tensores laterales equivalentes a la estructura ligamentosa. [Kapandji, 2006]

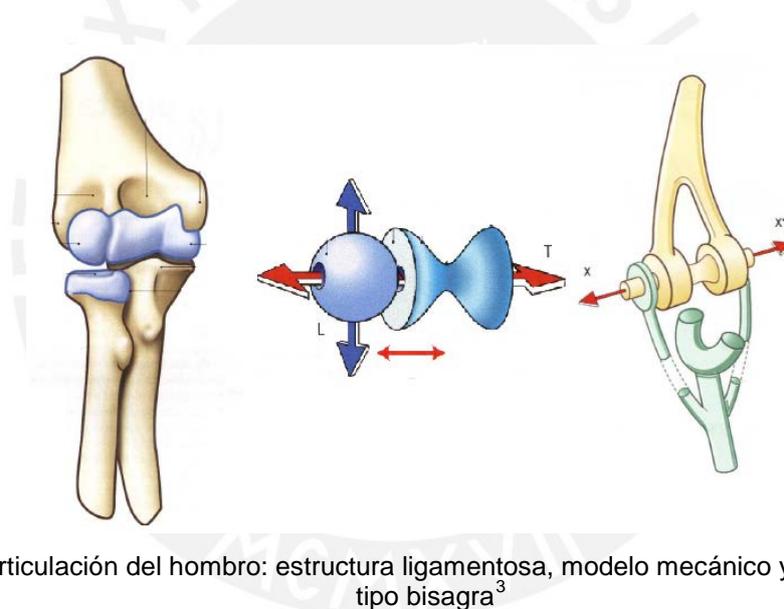


Fig. 1-5 Articulación del hombro: estructura ligamentosa, modelo mecánico y mecanismo del tipo bisagra³

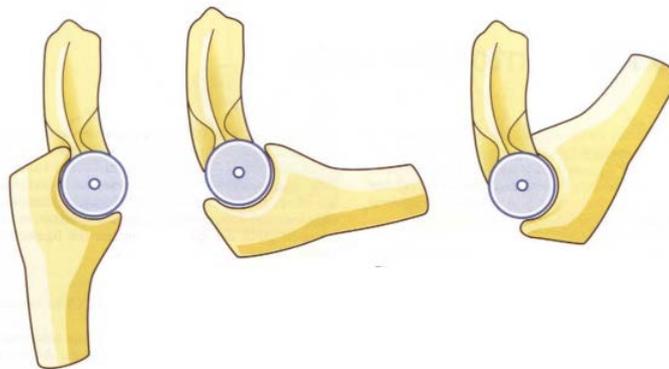


Fig. 1-6 Movimiento de bisagra del codo

³ Adaptado del libro de Kapanji: "Fisiología articular" (2006)

1.2 Biomecánica del brazo

El movimiento natural del brazo se determina a partir de las condiciones extremas, ya que existe una muy amplia gama de posibles movimientos debido a las incontables tareas realizadas con la extremidad superior. Estos se encuentran delimitados por la estructura ósea y por los rangos funcionales de los ligamentos. En el caso de la flexión del brazo, alcanza los 150° debido a que los músculos entran en contacto. En otros casos, como la retroversión o retropulsión del brazo, se debe también a interferencia espacial entre los huesos.

1.2.1 Circunducción

Uno de los movimientos limitantes es la circunducción, que combina movimientos elementales en torno a tres ejes. En su máxima amplitud, el brazo puede realizar este movimiento describiendo un cono irregular, con cúspide en el hombro (ver Fig. 1-7). La base circular-dibujada por el efector final-se denomina sector esférico de accesibilidad, en cuyo interior, la mano puede alcanzar cualquier punto de trabajo [Kapandji, 2006] Es un movimiento que expresa implícitamente el espacio de trabajo dado para el movimiento del hombro, combinando giros en dicha articulación que puede ser modelado como la suma de tres superficies cónicas, cuyos parámetros geométricos los da la fisiología:

- Giro alrededor del eje longitudinal: Bordeando el cuerpo para pasar de la parte posterior a la anterior:
- Giro alrededor del eje meridional: cuando el brazo se encuentra en la parte anterior del plano frontal,
- Giro frontal: este giro es un movimiento más complejo, ya que no es simétrico en ningún eje anatómico, por lo que se debe definir un nuevo eje de giro. Además, se aproxima a un sector circular en el espacio.

1.2.2 Abducción – Aducción del brazo

La abducción es el movimiento que aleja el miembro superior de cuerpo, en el plano frontal, alrededor del eje anteroposterior. Se puede alcanzar hasta 180° de

movimiento, pero a partir de los 90° (cuando el brazo está en posición horizontal) se considera como Aducción, ya que el brazo se aproxima al plano de simetría. La abducción pura es un movimiento que, combinado con la Anteversión, genera los desplazamientos más útiles como llevar objetos hacia la boca o acercarlos al rostro, y en manipulación de objetos dentro del campo visual, la Anteversión puede tener hasta 30° , sumando en el plano frontal el movimiento de la abducción. Existen otros movimientos que requieren mayores esfuerzos, asociados a la flexión y extensión del hombro; el primero con un ángulo muy leve, y el segundo la abducción alcanza hasta 45° (Ver Fig. 1-9)

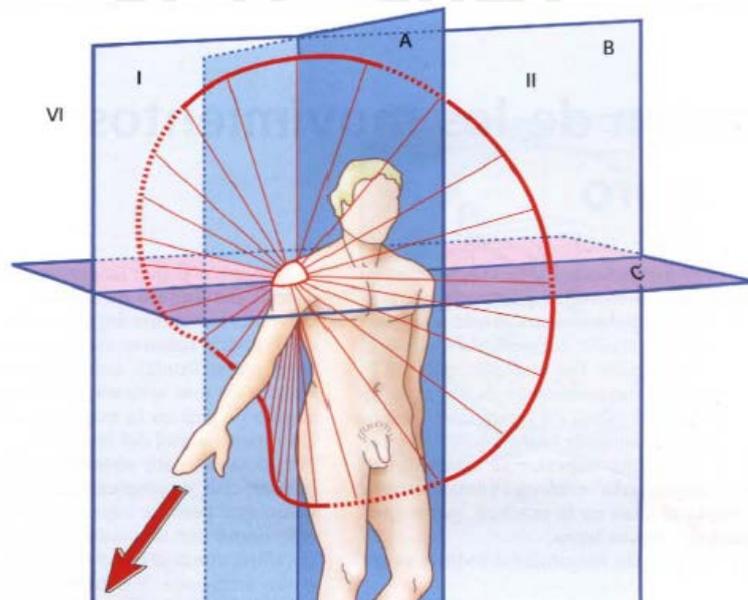


Fig. 1-7 Movimiento de circunducción

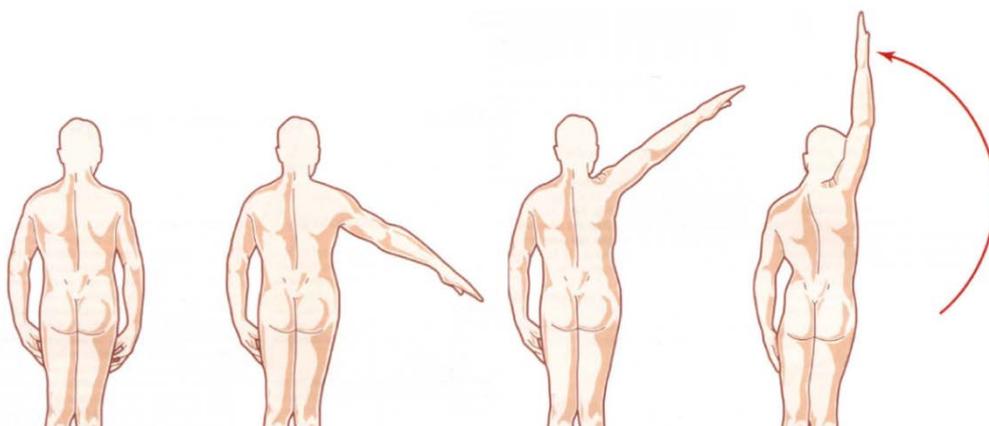


Fig. 1-8 Movimiento de abducción-aducción

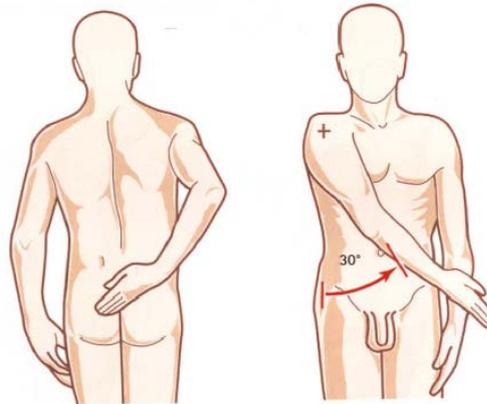


Fig. 1-9 Abducción asociada a flexoextensión del hombro

1.2.3 Rotación lateral

El movimiento de rotación lateral tiene como rango de giro 90° en ambos sentidos en la posición anatómica; la posición en la que se desarrollan movimientos de trabajo se relacionan con la flexión del codo, definiendo la posición anatómica fisiológica⁴. La rotación lateral máxima es de 80° y la rotación lateral interna alcanza los 100° , posición alcanzada al pasar por detrás del tórax. (Ver Fig. 1-10)

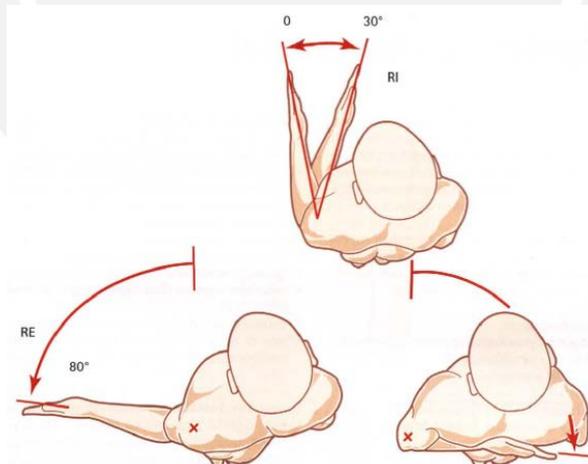


Fig. 1-10 Rotación lateral del brazo

1.2.4 Balanceo de los brazos

El balanceo de los brazos es un movimiento bastante sencillo, en el que el conjunto de eslabones se asemeja a un péndulo doble. Esto permite realizar actividades como

⁴ Posición natural de los músculos, donde hay una leve flexión del codo hasta los 30°

manipular objetos en el plano sagital, ya que esto es uno de los propósitos principales de la implementación de una prótesis de miembro superior. Los movimientos de levantar un objeto de cierto peso verticalmente y luego desplazarlo hacia adelante horizontalmente se representan de la forma mostrada en la Fig. 1-11.

Este esquema se puede usar para cualquier carga y velocidad de trabajo, siempre que no entre en conflicto con la ergonomía del paciente. Si el objeto es muy pesado, el movimiento horizontal conllevaría a esfuerzos elevados y probables fallas en la unión de la prótesis con el cuerpo.

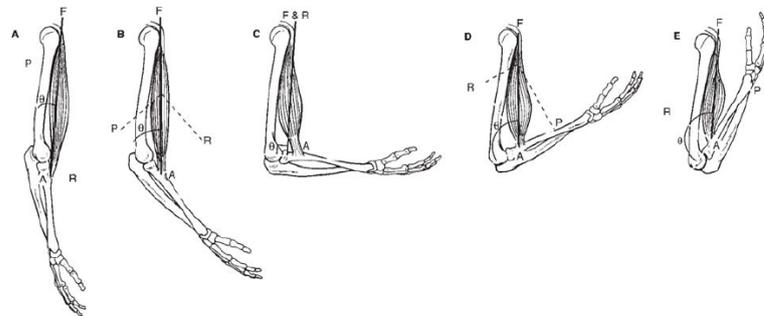


Fig. 1-11 Movimiento de manipulación vertical y horizontal de un objeto

1.2.5 Pronación-Supinación

La pronosupinación es el movimiento de rotación del antebrazo en torno a su eje longitudinal con la intervención de las articulaciones radiocubital proximal y radiocubital distal (ubicadas a los extremos del hueso, en la unión del radio y el cúbito). La disposición entre ambos huesos del antebrazo permite desarrollar el movimiento con articulaciones más sencillas y pequeñas, simplificando la configuración de las articulaciones en el codo y la muñeca. [Kapandji, 2006]

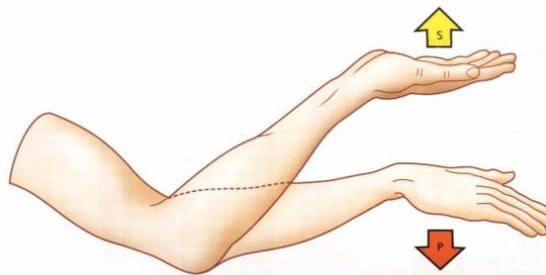


Fig. 1-12 Movimiento de pronosupinación

1.3 Parámetros relevantes

Una aproximación de las medidas del cuerpo humano (en porcentajes) preparado por Drillis y Contini [Winter, 2009] nos permite acercarnos a medidas reales en ausencia de datos medidos. (Ver Fig. 1-13) Se prefiere tener mediciones reales para un caso específico. Asimismo, también se puede conocer el peso aproximado en función del peso total de la persona para condiciones determinadas (Ver ANEXO 3)

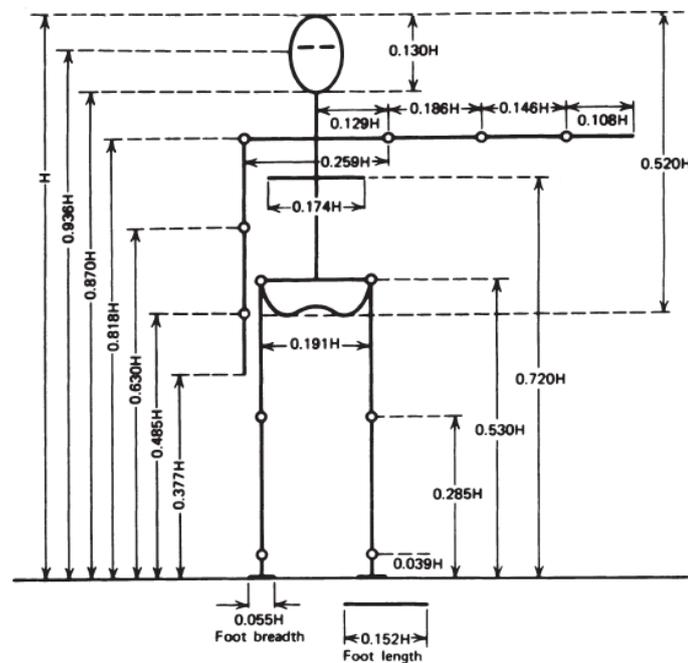


Fig. 1-13 Longitud de segmentos del cuerpo expresados en función de la altura H

La estatura promedio del hombre peruano⁵ es de 1.64 m y un peso aproximado de 60.2 kg. Estos datos serán considerados en las aproximaciones antropométricas para el modelo (Ver Tabla 1-1) El efecto del peso de la mano se puede considerar dentro del modelo, sin embargo, el radio de giro y el momento generado puede despreciarse respecto de las cargas del brazo y el antebrazo, más aún si se consideran cargas externas sostenidas en la mano.

⁵ Obtenido de una encuesta realizada por DEVAN (INS) en el 2004-2005

Otros datos de interés son rango de ángulos de movimiento. Se definen los ángulos en posición de confort⁶ (ángulos en los que resulta cómodo realizar una actividad) y los ángulos máximos de movimiento⁷ (delimitados por la misma fisiología), respecto de la posición natural del miembro. La Tabla 1-2 muestra lo mencionado respecto al hombro; la Tabla 1-3 muestra lo propio referente al codo.

Tabla 1-1 Datos físicos del brazo

Miembro	Proporción de longitud	Longitud (m)	Proporción de masa	Masa (kg)	C.M. proximal	C.M. (m)
Brazo	0.186 x H	0.305	0.028 x M	1.686	0.322 x L	0.098
Antebrazo	0.146 x H	0.239	0.016 x M	0.963	0.303 x L	0.072
Mano	0.108 x H	0.17	0.006 x M	0.361	0.297 x L	0.051

Tabla 1-2 Rangos de movimiento del hombro

HOMBRO	Abducción	Aducción	Antepulsión	Retropulsión	Rotación Externa	Rotación Interna
Confort	30	0	35	15	100	20
Máximo	150 (180*)	30	180	40	150	0

*Se requiere de otros movimientos de giro en la articulación

Tabla 1-3 Rangos de movimiento del codo

CODO	Flexión	Extensión	Pronación	Supinación
Confort	100	20	90	90
Máximo	150	0	180	135

1.4 Tipos de prótesis

Existen varios tipos de prótesis, clasificadas bajo distintos criterios. Se presentan las clasificaciones según el nivel de la amputación y según la función o utilidad.

⁶ Obtenido de: https://3tecprevriesgos2010.files.wordpress.com/2011/09/anatomia-biomecanica-antropometria_2.pdf

⁷ Obtenido de: http://www.ehowenespanol.com/rango-normal-del-movimiento-articular-sobre_392578/

1.4.1 Según nivel de amputación

Las prótesis pueden ser clasificadas según Arce por el nivel de amputación bajo la clasificación topográfica de Schwartz [Arce, 2005]. La Fig. 1-14 muestra los niveles de amputación según la ubicación del corte.

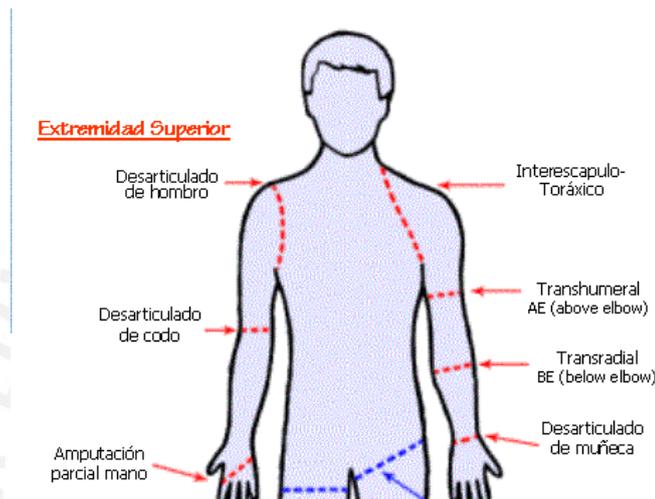


Fig. 1-14 Clasificación topográfica de Schwartz de las amputaciones

1.4.2 Según función

Existen prótesis pasivas (cosméticas) y activas (condiciones físicas del amputado permiten realizar movimientos con la prótesis). Es de interés para este trabajo profundizar en las prótesis activas. Existen también prótesis de menor complejidad tecnológica, que no serán tratadas en este trabajo.

a) Prótesis mecánicas:

Utilizan sistemas de cables comandados por movimientos de otros músculos, muñones o de la cintura escapular. Puede usarse en todos los niveles de amputación. En el caso de la desarticulación del hombro y la amputación humeral, se puede tener un mecanismo de trabe-destrabe del codo y un cierre y apertura del efector final (Arce, 2009). La Fig. 1-15 muestra una prótesis transradial accionada por cables, con un garfio como efector final, que se cierra y abre en función del movimiento del cable.



Fig. 1-15 Prótesis mecánica transradial

b) Prótesis mioeléctricas:

Este tipo de prótesis es de alto grado de rehabilitación, Combina los aspectos estéticos con moderadas fuerzas y velocidad de prensión. Se pueden utilizar para cualquier grado de amputación (ver Fig. 1-16). Su funcionamiento es a base de potenciales eléctricos muy bajos, que se pueden detectar en la superficie de la piel al contraerse un músculo o muñón. Estas señales se amplifican y se envían a los elementos funcionales [Arce, 2005]. El control se vuelve cada vez más complicado con el nivel de amputación, pues se cuenta con menos opciones de las cuáles extraer señales de movimiento.

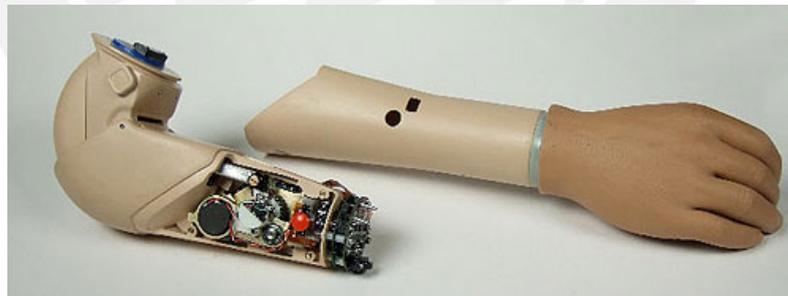


Fig. 1-16 Utah Arm 3+ Prótesis mioeléctrica

c) Neuroprótesis

La Fig. 1-17 muestra a Les Baugh, de EE.UU., operando una prótesis modular utilizando sus pensamientos. Para este tipo de prótesis, es necesario realizar una intervención quirúrgica de reinervación para conectar los nervios que solían mover las manos y el brazo con el sistema de control de la prótesis. Las señales son obtenidas de los nervios y células neuronales. También se puede trabajar en el sentido inverso, enviando señales sensoriales hacia el cerebro.

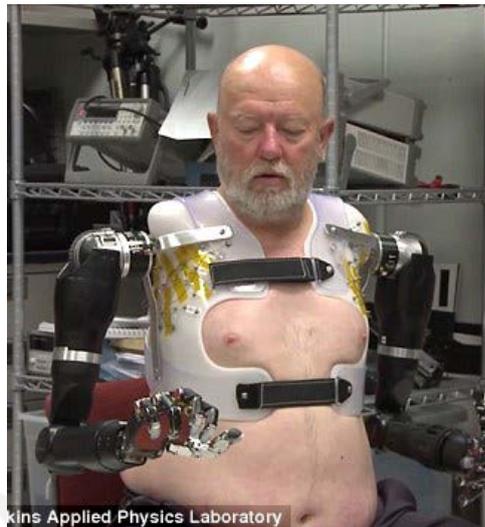


Fig. 1-17 Prótesis del instituto Johns Hopkins

1.5 Prótesis comerciales

En el mercado existen modelos comerciales de prótesis para miembro superior, a continuación, se presentan 3 modelos de los más conocidos.

1.5.1 Edwards Artificial Arm

La Fig. 1-18 muestra la prótesis montada sobre un hombro artificial sobre el cual se encarna al cuerpo. Esta prótesis electromecánica se compone de varios cables que se extienden desde una batería, pasando por un conjunto de poleas que describen el movimiento de la prótesis.

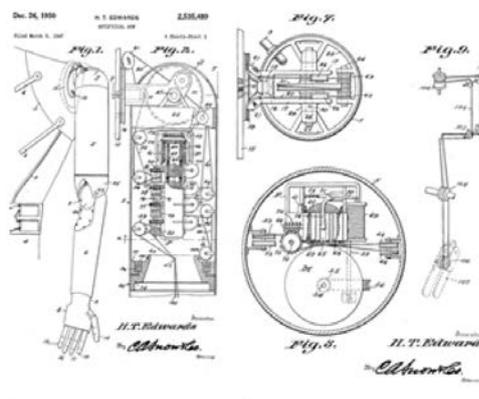


Fig. 1-18 Esquema de mecanismo de brazo artificial Edwards de brazo y hombro

1.5.2 Utah Arm⁸

Desarrollado originalmente en el Centro de Diseño de Ingeniería de la Universidad de Utah, Motion Control Inc., propuesta en su última versión por Fillauer bajo el nombre de "Utah Arm 3+" (Ver Fig. 1-19) Comprende una muñeca compatible con otras manos mioeléctricas (bebionic3, i-limb, Motion Control Hand, ETD) Permite el control de la muñeca y del codo de forma simultánea. Se muestra la configuración del mecanismo: 1) Elemento estructural humeral⁹. 2) Elemento estructural del antebrazo. Capaz de crear un ángulo de 30° respecto del brazo. 3) Rotador de la muñeca¹⁰ 4) Dispositivo terminal de múltiples opciones (ganchos, punzones, manos)

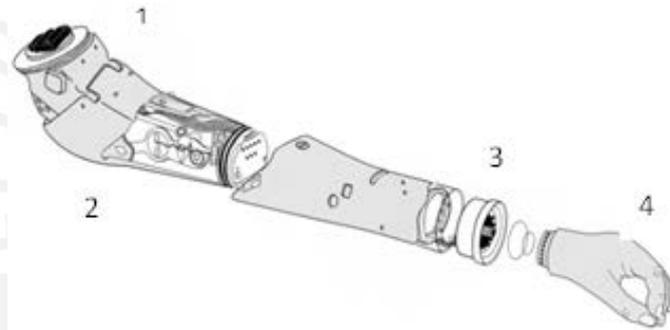


Fig. 1-19 Esquema de prótesis "Utah Arm 3+"

1.5.3 Prótesis de brazo de DARPA¹¹

La prótesis desarrollada por DARPA cuenta con más de 100 sensores (Ver Fig. 1-20) repartidos entre sensores de ángulos, velocidad, torque, fuerza, vibración y temperatura. Tiene 26 GDL y 17 GDC y un peso total de 10.5 lbs aproximadamente. Se ajusta al cuerpo mediante un chaleco que a su vez se ajusta a la forma del mecanismo, ya que el diseño contempla la variación de las dimensiones debido al nivel de amputación. La articulación del hombro es un mecanismo de 2 GDL que se acopla en el hombro mediante pernos; admite giro en el plano sagital y Coronal a una velocidad de 120 °/s. Tiene un tercer grado de libertad proporcionado por un actuador

⁸ Se pueden acoplar distintos tipos y tamaños de manos. TD's and Wrists:
http://www.centri.se/images/Product_pictures/Elbows_MYO/TD_and_wrists.pdf

⁹ Aquí se acoplan los inputs para controlar el codo, la mano y la muñeca.

¹⁰ Puede pertenecer a la mano o al brazo

¹¹ Para mayor información ver "Revolutionizing Prosthetics: Systems. Engineering Challenges and Opportunities:
http://techdigest.jhuapl.edu/TD/td3003/30_3-Burck.pdf"

rotativo en el brazo. La Fig. 1-21 Distribución de GDL en prótesis de DARPA, muestra la distribución de los actuadores en la prótesis, describiendo un sistema basado en actuadores rotativos.

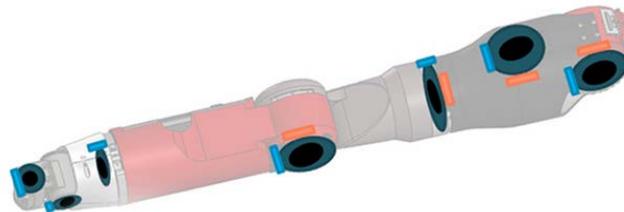


Fig. 1-20 Prótesis de brazo de DARPA



Fig. 1-21 Distribución de GDL en prótesis de DARPA

CAPÍTULO 2

PROPUESTA DEL DISEÑO CONCEPTUAL DEL MECANISMO

Este capítulo está orientado a la descripción de los requerimientos para el modelado y la simulación del mecanismo, determinando parámetros y condiciones necesarias para estos fines. Se definen los requerimientos, la descripción del mecanismo y los alcances.

2.1 Requerimientos

Se enumera las consideraciones básicas previas a plantear el concepto de solución del mecanismo que dará lugar al modelo dinámico.

i. Grados de libertad

El brazo abarca hasta 7 GDL (sin contar el movimiento de la muñeca). El siguiente modelo presenta la cadena cinemática sin modelar la pronosupinación del antebrazo pero confiere un GDL a la muñeca (Ver Fig. 2-1). A partir de este se puede delimitar la cadena cinemática.

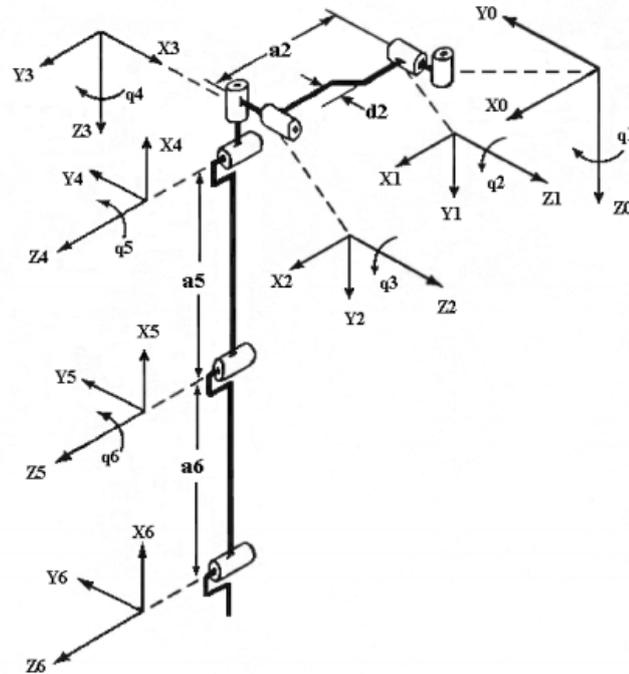


Fig. 2-1 Esquema cinemático de mecanismo de 7 GDL¹²

Se trabaja en función a los principales grados de libertad del brazo, aquellos que tienen injerencia en la posición del efector final y en la configuración del mecanismo al realizar una ADL (Activity of Daily Life).

- Hombro: 2 GDL, correspondientes a la rotación respecto del eje anteroposterior (necesario para la abducción) y otro alrededor del eje transversal (necesario para la antepulsión/retropulsión)
- Rotación lateral: 1 GDL que proporcione los movimientos de rotación externa e interna. Este mismo, en ciertos casos, podría ayudar a la pronosupinación, sin embargo, este movimiento debe tratarse con un propio GDL en el antebrazo, separado del hombro por cuestiones constructivas.
- Codo: 1 GDL correspondiente a la flexo-extensión del codo.

En esta delimitación, se está descartando los grados de libertad asociados a las coordenadas generalizadas q_1 y q_2 de la Fig. 2-1, conferidos por la articulación esternocostoclavicular (la que origina los desplazamientos del hombro) y la pronosupinación del antebrazo, reduciendo el sistema a un mecanismo de 4 GDL

¹² Extraído de "Kinematic and Dynamic Modelling of human Shoulder. (1999)

ii. Eslabones

El mecanismo está compuesto por eslabones que dan forma a la cadena cinemática. Estos se consideran como sólidos rígidos y de masa concentrada en el centro de masa, el cual está ubicado en el centro geométrico del eslabón asumiendo que este tiene densidad constante en toda su longitud. Al tratarse de 4 GDL el modelo considera 4 eslabones asociados por aspectos constructivos de un diseño posterior.

iii. Articulaciones

Los movimientos relativos entre eslabones los otorgan los actuadores que se encuentran ubicados en el extremo de cada eslabón. Fisiológicamente las articulaciones otorgan grados de libertad rotativos, por lo que todas son juntas cilíndricas que permiten el giro relativo entre dos eslabones contiguos. Estos son objetos cuyas masas se toman en cuenta en el modelo a diferencia de las articulaciones humanas que no tienen peso apreciable. Sin embargo, en el análisis preliminar no se les asigna ningún valor para la masa.

iv. Dimensiones

El modelo debe admitir variaciones en las longitudes de los 4 eslabones del mecanismo. En el primer análisis se modela en base a las medidas antropométricas obtenidas de la literatura. Esto es, para tener una referencia del comportamiento real del brazo de una persona, lo que conlleva a que se desprece las dimensiones de los dos primeros eslabones, ya que fisiológicamente no existen. Además, se están considerando medidas para los eslabones para el hombre promedio en el Perú, las cuales han sido consignadas en la Tabla 1-1, ya que las articulaciones tienen dimensiones despreciables. Si bien se consignan los ángulos de confort y máximos en la Tabla 1-2 y en la Tabla 1-3 respectivamente, nótese que el mecanismo propuesto puede abarcar rangos de giro de hasta 360° en cada articulación debido a que no existe ninguna restricción física que lo limite por ser una cadena cinemática abierta, ya que posee solo uno de sus extremos fijos (a diferencia de un mecanismo de 4 barras al tener dos extremos fijos). Es necesario que el diseño posterior, considere los topes mecánicos pertinentes en relación al espacio de trabajo deseado.

Movimientos

Ya que el brazo puede realizar una amplia gama de movimientos, se delimita el análisis de movimientos específicos, clasificados como movimientos de “Actividad cotidiana”. Para fines del presente trabajo de tesis, se considera las configuraciones del brazo durante el levantamiento de una carga hasta la altura de la cabeza. El movimiento en su totalidad se realiza con el cuerpo estático. Los parámetros se obtienen de los ensayos realizados por Murray [Murray, 1996] a través de métodos experimentales empleando el “Ariel Performance Analysis System” (APAS) que es un sistema de análisis de movimiento en tres dimensiones utilizando puntos de referencia embebidos -esto se explicará mejor en “Cinemática inversa” en el capítulo posterior-. Además, cualquier movimiento o valores que se analicen con el modelo, no deben exceder los ángulos de comfort y máximos, ya que estos datos no servirán para la implementación de la prótesis. Las configuraciones deben ser antropomórficas.

v. Cinemática

Los parámetros cinemáticos para la obtención del modelo son extraídos del análisis de Murray mencionado anteriormente, que describe el comportamiento de los ángulos en función del porcentaje de duración del movimiento, lo cual permite variar la duración del movimiento para distintos casos de interés. Se establece que la duración de la actividad es de 2 segundos, a partir de lo cual se determinan las velocidades y aceleraciones angulares empleando métodos numéricos para el cálculo de las derivadas. Esto se explicará mejor en los capítulos posteriores.

vi. Cinética

Se toma como referencia la antropometría del cuerpo humano para determinar masa e inercias según los datos de la Tabla 1-1. Todas las cargas serán consideradas como puntuales sin considerar ningún efecto debido al peso de la mano, ya que este es despreciable en comparación al resto del brazo o ante la presencia de una carga externa llevada en la mano. Asimismo, se desprecian las reacciones generadas en esta articulación debido a la supresión del elemento. De la misma manera, se debe incluir el peso de los actuadores como una carga puntual en el extremo del eslabón,

los cuales influyen en las características inerciales del mecanismo, añadiendo torques resistentes al final de cada eslabón. Finalmente, el centro de masa de cada eslabón se debe calcular empleando el concepto de sistemas equivalentes. Esto se desarrolla en el acápite de "Cinemática directa" en el Capítulo 3.

2.2 Propuesta conceptual

Se describe las características del mecanismo propuesto para la modelación según los requerimientos establecidos en el acápite anterior. La Fig. 2-2 muestra un esquema preliminar del mecanismo, mostrando sus principales componentes: articulaciones rotativas (la junta coloreada de azul indica el plano de giro) y los eslabones. El espacio de trabajo propuesto consta de la suma de los movimientos individuales que pueden ser inferidos de la figura mencionada.

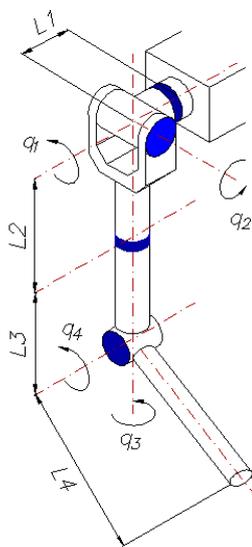


Fig. 2-2 Configuración del mecanismo propuesto

El alcance máximo dentro del espacio de trabajo se logra con el mecanismo completamente extendido, describiendo una semiesfera en el espacio. Sin embargo, se obtiene una ampliación en el espacio de trabajo debido a la rotación interna del hombro y la flexo-extensión del codo como se ve en la Fig. 2-3. Además, la Fig. 2-4 muestra el movimiento del mecanismo delante del tórax en el plano Coronal, abarcando también una zona de alcance visual.

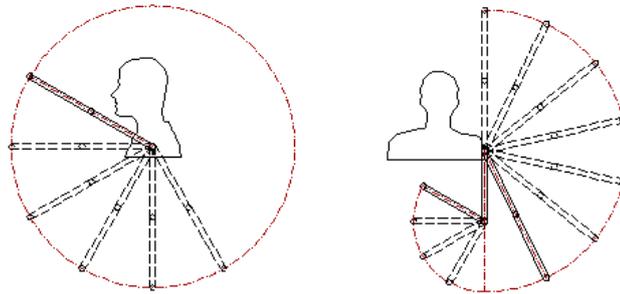


Fig. 2-3 Espacio de trabajo del mecanismo en plano Sagital y Frontal

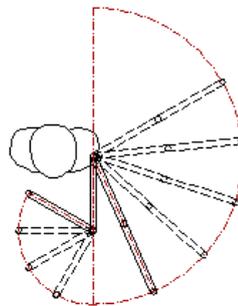


Fig. 2-4 Espacio de trabajo en plano Coronal con alcance visual

2.2.1 Descripción de las articulaciones

Las articulaciones definen los grados de libertad del mecanismo. El brazo humano se asemeja a una configuración angular (Ver Fig. 2-5), cuya característica principal es su versatilidad para alcanzar posiciones complejas y ofrecer un espacio de trabajo más amplio que las configuraciones cartesianas, esféricas y polar.

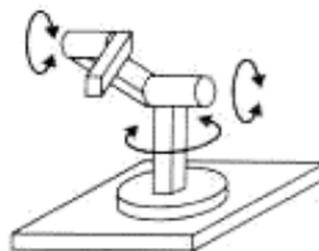


Fig. 2-5 Configuración angular de un mecanismo

El hombro, como fue mencionado anteriormente, es una articulación de 3 gdl, pudiendo tomarse como una rótula desde el punto de vista fisiológico. Sin embargo, por cuestiones constructivas debe diferenciarse los movimientos y disgregar esta articulación en 3 distintas, cada una de un grado de libertad. Por tal motivo, se plantea la configuración equivalente a la rótula mostrada en la Fig. 2-6, donde puede apreciarse las articulaciones que permiten la abducción y flexión del hombro, así como la articulación en el húmero que permite la rotación interna del hombro. Las 3 articulaciones en conjunto son el equivalente biomecánico del hombro para los movimientos rotativos correspondientes a las coordenadas generalizadas q_1 , q_2 , y q_3

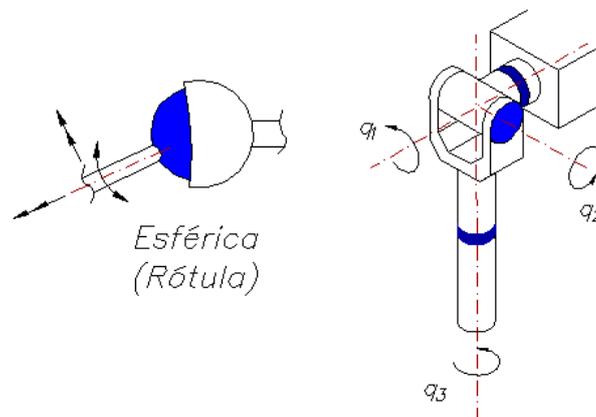


Fig. 2-6 Esquema de 3 GDL otorgados por el hombro

Por otra parte, el codo funciona como bisagra, permitiendo un solo movimiento relativo contenido en el plano que describe la normal común a los ejes longitudinales del brazo y al antebrazo.

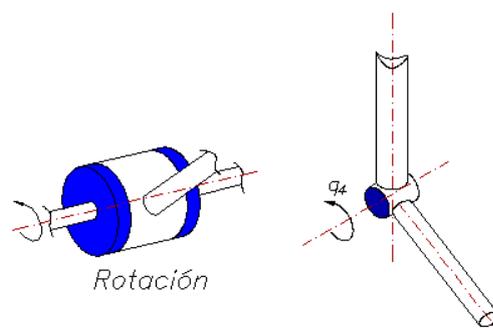


Fig. 2-7 Esquema de 1 GDL otorgado por el codo

2.2.2 Descripción de eslabones

Los eslabones son sólidos rígidos que conforman los miembros estructurales de un mecanismo. En este modelo cumplen la función del brazo y antebrazo. Tal y como fue descrito en el capítulo 1, sobre estos se definen las dimensiones y características físicas de la extremidad superior para la altura dada del hombre peruano promedio: (1.64 m)

El Brazo tiene una longitud de 305 mm, con una masa de 1.686 kg cuyo centro de masa proximal se encuentra a 98 mm. De la misma manera, el antebrazo es descrito por un eslabón similar cuya longitud es 239 mm y masa de 963 g, ubicando el centro de masa proximal a 72 mm, Para efectos de la modelación, la masa se concentra en el centro de masa a la mitad del eslabón, es decir, en el centro geométrico y no a la distancia proximal mencionada para asemejar las características del brazo a un mecanismo real con eslabones de geometría regular en toda su longitud.

Tal y como se mencionó en el acápite de “Requerimientos” del presente Capítulo, las longitudes L_1 y L_2 en la Fig. 2-2 se desprecian debido a su inexistencia fisiológica, dando lugar a dos eslabones que se representan en la Fig. 2-8, donde no se aprecia la articulación propuesta en el brazo para la rotación interna debido a que los 3 grados de libertad se concentran en un extremo (Hombro) al haber hecho la simplificación de los dos primeros eslabones. También se muestra el peso propio del eslabón en el centro de masa correspondiente a toda la longitud del brazo.

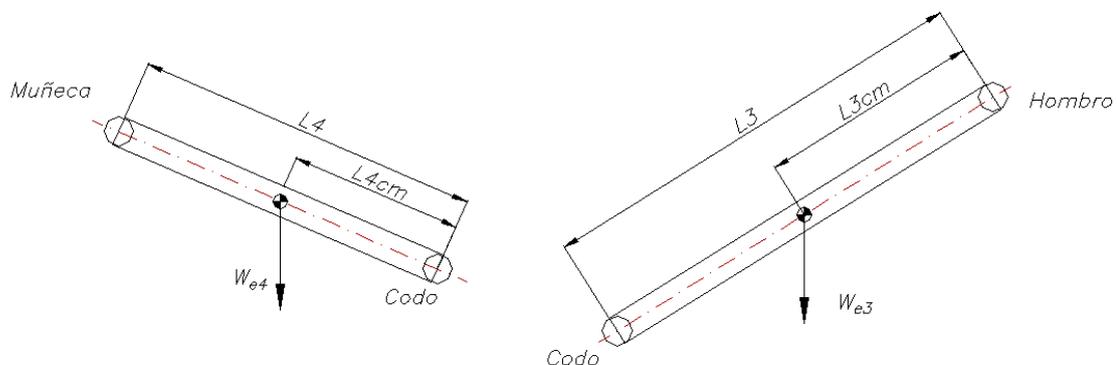


Fig. 2-8 Esquemas de brazo y antebrazo

2.2.3 Actuadores

Los actuadores recomendados deben ser compactos y prácticos, ya que las prótesis funcionales están pensadas para el trabajo y uso cotidiano. Considerar cables para el accionamiento puede ser tedioso, ya que se necesitaría mucha precisión en los movimientos considerando el alto grado de amputación. Proyectando a que se sirva del modelo para una prótesis de mayor complejidad tecnológica, existen actuadores eléctricos rotativos (Ver Fig. 2-9) que pueden servir para estos fines, haciendo la función de junta y acoplamiento. Los servomotores, motores DC y motores sin escobillas son algunas de las opciones para dar movilidad al movimiento debido a la facilidad para ser controlados. La selección de estos equipos corresponde a trabajos posteriores sirviéndose de los resultados expuestos en este trabajo.

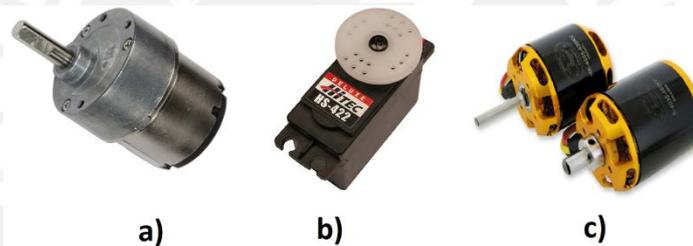


Fig. 2-9 Actuadores eléctricos rotativos a) Motor DC b) Servo hitec HS422
c) Brushless outrunner motor

2.3 Destreza del mecanismo propuesto

En el espacio de trabajo que se lograría con el mecanismo propuesto se pueden desarrollar actividades cotidianas simples (manipular objetos livianos, mover cosas en una mesa, comer, etc.), así como la interacción con medios más lejanos (manipulación de objetos pesados, estirarse, alcanzar puntos detrás del cuerpo). Si bien se ha delimitado los movimientos de estudios para el caso específico de levantar una carga hasta la altura de la cabeza, el modelo propuesto permite el estudio de la biomecánica de cualquier movimiento que se pudiese realizar con el brazo sin importar su complejidad -siempre que se mantenga la condición del tórax estático durante todo el movimiento- variando las condiciones geométricas, masas y parámetros angulares del movimiento de interés.

CAPÍTULO 3

MODELACIÓN DINÁMICA DEL MECANISMO

El modelo dinámico del mecanismo nos permite tener una representación de su comportamiento ante diferentes parámetros de entrada, tales como velocidades y aceleraciones angulares, masa y dimensiones de los eslabones y actuadores, y el efecto de una carga externa (extremo del mecanismo). En este capítulo se desarrolla un modelo matemático para una cadena cinemática abierta, para obtener funciones en el tiempo de la dinámica del mecanismo empleando la parametrización Denavit-Hartenberg para la cinemática directa, que a su vez contribuye en la obtención de la formulación de Lagrange mediante el algoritmo computacional de Uicker. Se describen las ecuaciones para abordar el Capítulo 4: Simulación y análisis de resultados.

3.1 Formulación matemática

Se describen algunas herramientas y conceptos que permiten obtener el modelo de movimiento del brazo y las condiciones dinámicas para situaciones determinadas.

3.1.1 Análisis dinámico

La dinámica del sólido rígido estudia el comportamiento de los cuerpos analizando la geometría del movimiento (cinemática) y las fuerzas que generan dicho movimiento (cinética). En mecanismos es utilizada para obtener las principales reacciones en las articulaciones y los pares motrices aplicados por los actuadores, así como las

condiciones cinemáticas de movimiento de cada uno de los eslabones, pudiéndose obtener resultados muy variados tanto en la configuración del mecanismo para realizar cierto tipo de movimiento como en la cinemática del efector final.

Los principales problemas a resolver en la cinemática son la “cinemática directa”, que consiste en calcular y determinar la orientación y posición del efector final de un mecanismo conociendo las magnitudes y orientaciones de cada eslabón. La “cinemática inversa” consiste en obtener la configuración del mecanismo (eslabones y juntas) conociendo la ubicación y orientación del efector final.

En la cinética, es necesario considerar el efecto de las masas y la posición de su centro de gravedad. Para eso, se emplean las formulaciones de Newton-Euler y la de Lagrange para determinar los torques y las fuerzas actuantes en los elementos motrices. Se puede también emplear métodos analíticos (Métodos de álgebra compleja) o grafoanalíticos (Principio de Trabajo Virtual) que no son recomendados en este trabajo, considerando que son más útiles en aplicaciones de mecanismos planos.

3.1.2 Modelación matemática

La modelación matemática permite obtener ecuaciones del modelo físico, de manera que pueda calcularse, representarse y simularse las condiciones dadas. En esta aplicación de prótesis, es importante conocer las principales variables de torques, fuerzas de reacción y tiempos de duración del movimiento.

Un robot de N articulaciones posee $N+1$ acoplamientos. Las articulaciones se enumeran desde 1 hasta N , mientras que los acoplamientos de 0 a N . De esta manera, el acoplamiento 0 se considera fijo y no se mueve cuando las articulaciones son accionadas. La posición de cualquier punto de trabajo puede ser descrito en un sistema de coordenadas por matrices 3×1 . En la ecuación (3-1) se muestran los vectores de posición, velocidad y aceleración. Las magnitudes están en coordenadas cartesianas y sus respectivas derivadas.

A cada articulación se le asigna una variable que describe el movimiento, esto es, en el caso de mecanismos no prismáticos como una prótesis, una orientación θ y un

sistema de coordenadas relativo tal que la posición del efector final por la cinemática directa se calcula con la parametrización Denavit-Hartenberg según la ecuación (3-2)

$$P_a = \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} \quad v_a = \begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{y}_a \\ \dot{z}_a \end{bmatrix} \quad a_a = \begin{bmatrix} \ddot{x}_a \\ \ddot{y}_a \\ \ddot{z}_a \end{bmatrix}$$

(3-1)

Donde:

- P_a = Posición del efector final (m)
- V_a = Velocidad del efector final (m/s)
- a_a = Aceleración del efector final (m/s²)

$$A_i = Rot_{z,\theta_i} Tran_{z,d_i} Tran_{x,a_i} Rot_{x,\alpha_i}$$

$$A_i = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} & 0 & 0 \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\alpha_i} & -s_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_i = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i}c_{\alpha_i} & s_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i}c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i}s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(3-2)

Donde, para cada acoplamiento i se determina un parámetro:

- C_i = Coseno del ángulo
- S_i = Seno del ángulo
- θ_i = Ángulo de la junta
- α_i = Giro del acoplamiento
- a_i = Offset del acoplamiento
- d_i = Longitud del acoplamiento

La cinemática inversa consiste en determinar la configuración a partir de un punto dado (Ver Fig. 3-1). En el caso del mecanismo de la prótesis, por cuestiones ergonómicas -y de posibles movimientos naturales de un brazo humano- las soluciones están restringidas. En un mecanismo de dos barras y de 2 GDL, asemejándose al movimiento del brazo en el plano sagital, se puede obtener las velocidades del efector final en función de las velocidades angulares de las articulaciones, como se ve en la ecuación (3-3)

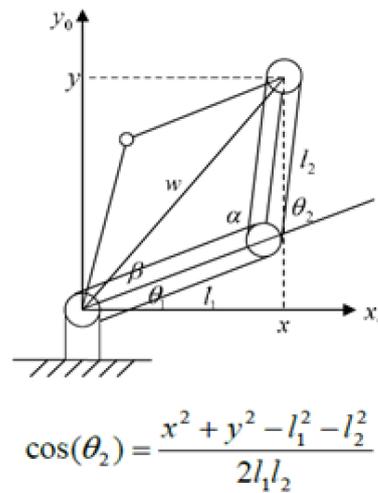


Fig. 3-1 Cinemática inversa: Método geométrico¹³

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(\theta_1) - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

(3-3)

El análisis cinético se realiza a partir de los parámetros físicos del modelo. Esto incluye inercias, masas, velocidades aproximadas. La ecuación (3-4) muestra el tensor de inercias de un sólido rígido.

$$I_A = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

(3-4)

¹³ Adaptado de "Fundamentos de robótica" Barrientos (2007)

Donde

- I_{xx} = Momento de inercia de masa respecto del eje x-x
- I_{yy} = Momento de inercia de masa respecto del eje y-y
- I_{zz} = Momento de inercia de masa respecto de eje z-z
- I_{xy} = Producto de inercia de masa en el plano xy
- I_{xz} = Producto de inercia de masa en el plano xz
- I_{yz} = Producto de inercia de masa en el plano yz

Así mismo, a partir de velocidades angulares y aceleraciones determinadas se calculan las reacciones con la formulación de Lagrange, realizando el análisis cinético a partir del balance de energía del sistema.

3.1.3 Trayectoria del mecanismo

La trayectoria seguida por el efector final es de gran importancia para el estudio del comportamiento del mecanismo, ya que de esto dependen las múltiples configuraciones que pueda adoptar durante el movimiento al realizar las diversas tareas para lo que puede ser programado. Esto incluye, en algunas tareas, esquivar algunos obstáculos. Los desplazamientos angulares de cada eslabón pueden medirse a partir de sistemas de análisis de movimiento por video. El movimiento de interés es la manipulación de un objeto hasta la altura de la cabeza que fue descrito por Murray [Murray, 2006] obteniendo resultados del desplazamiento de los ángulos, a partir de lo cual se obtienen las velocidades y aceleraciones. Esto se explicará con mayor detalle en “Cinemática inversa”.

3.2 Cinemática directa

El cálculo de la posición final de la muñeca se obtiene de la cinemática directa a través de la multiplicación de matrices de transformación homogénea, utilizando la convención proporcionada por Denavit-Hartenberg [Ollero, 2001]

3.2.1 Parametrización Denavit-Hartenberg

Las matrices de transformación homogénea se obtienen de simplificar el modelo del mecanismo al mostrado en la Fig. 3-2. Como fue mencionado anteriormente, se emplean 2 rotaciones y 2 traslaciones de forma metódica, numerando las articulaciones de 1 hasta N (siendo N el número de articulaciones) y asignando un sistema de coordenadas a cada articulación. (Ver Fig. 3-3)

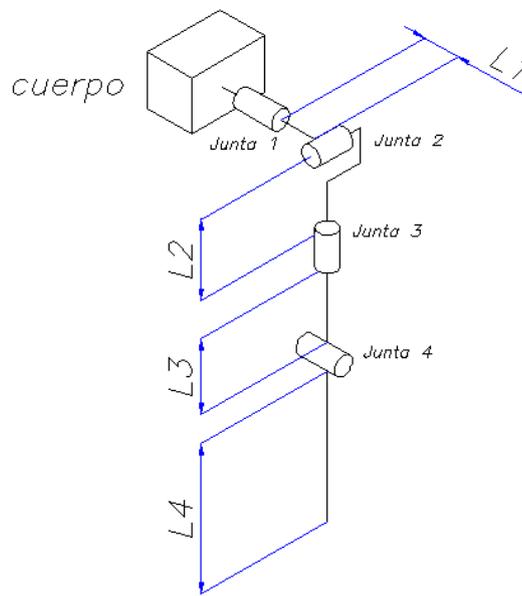


Fig. 3-2 Modelo simplificado del mecanismo

Tabla 3-1 Parámetros D-H de transformación homogénea

Link	θ_i (ang)	D (m) _i	a _i (m)	α_i (ang)
1	$-90 + \theta_1$	L1	0	90
2	$-90 + \theta_2$	0	L2	90
3	$-90 - \theta_3$	L3	0	90
4	$-90 + \theta_4$	0	L4	90

De donde se obtiene la transformación para la cinemática directa del manipulador a partir de la multiplicación de las transformaciones de cada eslabón: Nótese que, debido a la convención utilizada, los ángulos θ_1 y θ_4 tiene un recorrido negativo en el eje de giro del sistema coordinado correspondiente.

$$H_{04} = H_{01}H_{12}H_{23}H_{34} \tag{3-5}$$

Donde $H_{i-1,i}$ corresponden a la transformación homogénea del i -ésimo eslabón¹⁴, a partir de lo que se obtiene:

$$H_{04} = \begin{bmatrix} R_{04} & P_{04} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & s & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3-6}$$

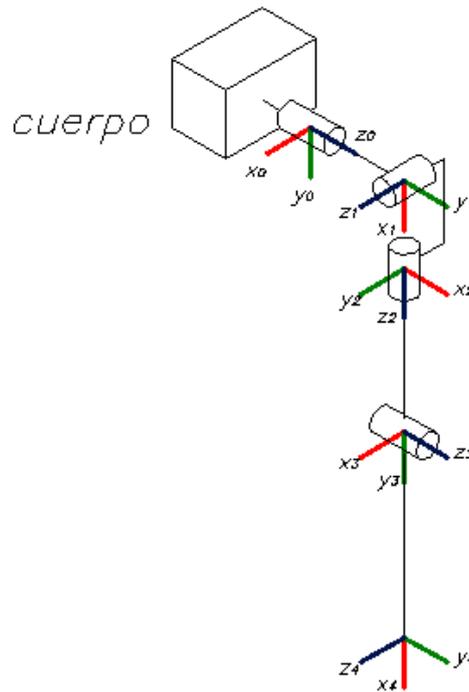


Fig. 3-3 Sistemas de coordenadas en las juntas

Donde n , s , a y p son matrices de dimensiones 3×1

$$n = \begin{bmatrix} C_4(S_1S_3 + C_1C_2C_3) + C_1S_2S_4 \\ S_1S_2S_4 - C_4(C_1S_3 - C_2C_3S_1) \\ C_3C_4S_2 - C_2S_4 \end{bmatrix} \tag{3-7}$$

$$s = \begin{bmatrix} C_1C_2S_3 - C_3S_1 \\ C_1C_3 + C_2S_1S_3 \\ S_2S_3 \end{bmatrix} \tag{3-8}$$

¹⁴ Para mayor detalle, ver ANEXO 4:
Matrices de transformación homogénea del mecanismo

$$a = \begin{bmatrix} S_4(S_1S_3 + C_1C_2C_3) - C_1C_4S_2 \\ -S_4(C_1S_3 - C_2C_3S_1) - C_4S_1S_2 \\ C_2C_4 + C_3S_2S_4 \end{bmatrix} \tag{3-9}$$

$$p = \begin{bmatrix} L_2(S_1 + C_1C_2) + L_3C_1S_2 + L_4C_4(S_1S_3 + C_1C_2C_3) + L_4C_1S_2S_4 \\ L_2(C_2S_1 - C_1) + L_3S_1S_2 - L_4C_4(C_1S_3 + S_1C_2C_3) + L_4S_1S_2S_4 \\ L_1 - L_3C_2 + L_2S_2 + L_4(C_3C_4S_2 - C_2S_4) \end{bmatrix} \tag{3-10}$$

De donde también se pueden representar el vector posición de los centros de masa en función de los ejes coordenados del i-ésimo eslabón. (Ver Fig. 3-4 y Fig. 3-5) Lo que será de utilidad durante el análisis cinético del mecanismo.

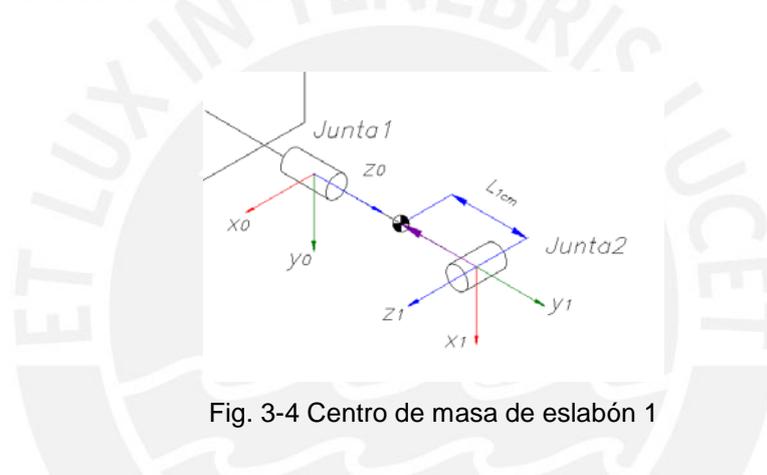


Fig. 3-4 Centro de masa de eslabón 1

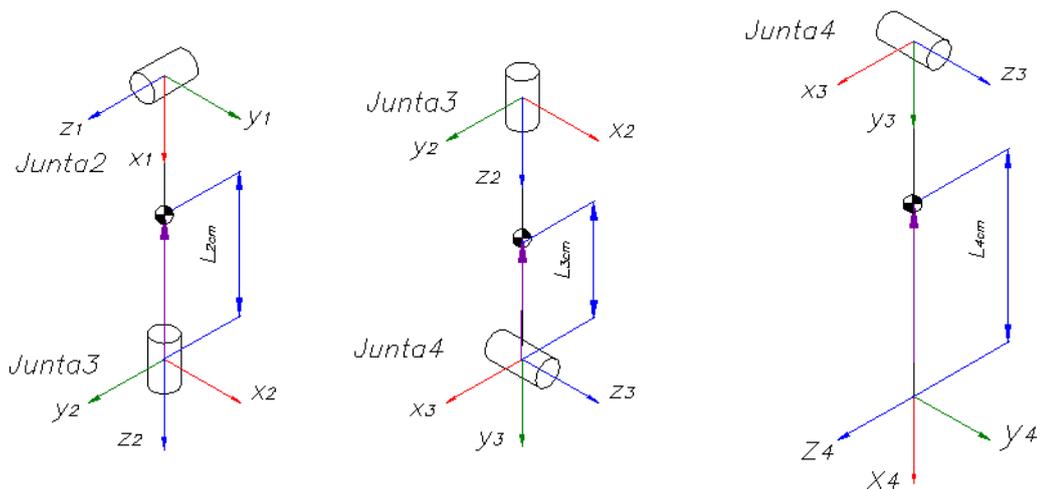


Fig. 3-5 Centro de masa de eslabones 2, 3 y 4

La distancia del centro de masa al origen de coordenadas correspondiente se calcula en función de la masa del eslabón y del actuador en su extremo, mediante la obtención del sistema equivalente. (Ver Fig. 3-6)

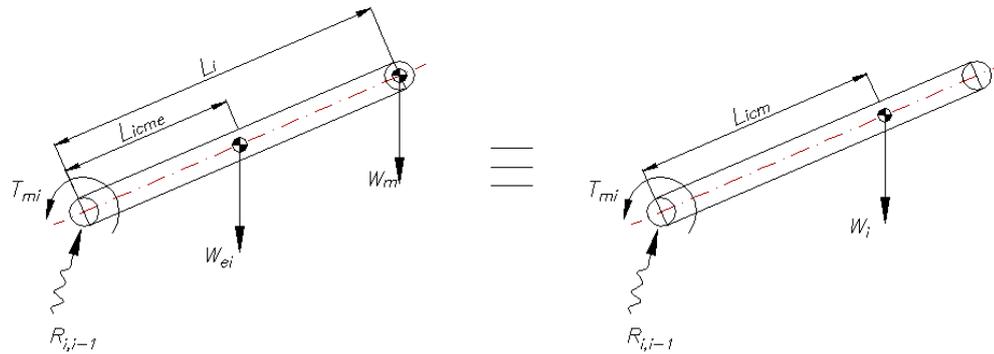


Fig. 3-6 Sistema equivalente del i-ésimo eslabón

Donde:

- L_{icme} Es la longitud al centro de masa del eslabón (m)
- L_i Es la longitud del eslabón (m)
- L_{icm} Es la longitud al centro de masa del sistema equivalente (m)
- W_{ei} Es el peso del eslabón (N)
- W_m Es el peso del actuador en el extremo (N)

Del sistema equivalente:

$$L_{icm} = \frac{L_{icme}W_{ei} + L_iW_m}{W_{ei} + W_m} \quad (3-11)$$

Se considera una variación en la nomenclatura de la fórmula para el último eslabón, ya que no hay ningún actuador en su extremo, pero si una carga puntual (3-12)

$$L_{4cm} = \frac{L_{4cme}W_{e4} + L_4W_{carga}}{W_{e4} + W_{carga}} \quad (3-12)$$

3.3 Cinemática inversa

Se resuelve la cinemática inversa por el método geométrico. Se obtiene la matriz jacobiana y se hace una breve revisión del método de obtención de datos cinemáticos para el modelo desarrollado por Murray [Murray, 1996].

Se tiene las siguientes relaciones según la ecuación (3-10): Sea p una función del tiempo, se puede conocer los ángulos en función del tiempo.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_2(S_1 + C_1C_2) + L_3C_1S_2 + L_4C_4(S_1S_3 + C_1C_2C_3) + L_4C_1S_2S_4 \\ L_2(C_2S_1 - C_1) + L_3S_1S_2 - L_4C_4(C_1S_3 + S_1C_2C_3) + L_4S_1S_2S_4 \\ L_1 - L_3C_2 + L_2S_2 + L_4(C_3C_4S_2 - C_2S_4) \end{bmatrix} \quad (3-13)$$

3.3.1 Modelo diferencial

A partir de las ecuaciones planteadas, se calcula las velocidades angulares en cada una de las articulaciones mediante el modelo diferencial, derivando la posición del efector final en función del tiempo (que es una función de los ángulos de las articulaciones en el tiempo) calculando la matriz jacobiana.

Al invertir la matriz jacobiana se obtiene las velocidades angulares del mecanismo en base a las velocidades del efector final y los parámetros geométricos como funciones del tiempo, cuyas derivadas proporcionan una función de aceleraciones angulares.

$$\ddot{\mathbf{P}} = \mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\omega}} \quad (3-14)$$

$$\ddot{\mathbf{P}}\mathbf{J}^{-1} = \ddot{\boldsymbol{\omega}} \quad (3-15)$$

Derivando la ecuación (3-13) respecto de las variables articulares y haciendo unos arreglos se obtiene la versión explayada del modelo diferencial:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \theta_1} & \frac{\partial X}{\partial \theta_2} & \frac{\partial X}{\partial \theta_3} & \frac{\partial X}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial Y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Y}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Y}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial Z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Z}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Z}{\partial \theta_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \quad (3-16)$$

Donde

$$\frac{\partial X}{\partial \theta_1} = L_4 C_4 (C_1 S_3 - C_2 C_3 S_1) - L_3 S_1 S_2 - L_2 S_1 C_2 - L_4 S_1 S_2 S_4 \quad (3-17)$$

$$\frac{\partial X}{\partial \theta_2} = L_3 C_1 C_2 - L_2 C_1 S_2 + L_4 (C_1 C_2 S_4 - C_1 C_3 C_4 S_2) \quad (3-18)$$

$$\frac{\partial X}{\partial \theta_3} = L_4 C_4 (C_3 S_1 - C_1 C_2 S_3) \quad (3-19)$$

$$\frac{\partial X}{\partial \theta_4} = L_4 [(C_4 S_2 - S_4 (S_1 S_3 + C_1 C_2 C_3))] \quad (3-20)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \theta_1} = L_2 C_1 C_2 + L_3 C_1 S_2 + L_4 C_4 (S_1 S_3 + C_1 C_2 C_3) + L_4 S_2 S_4 \quad (3-21)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \theta_2} = L_3 C_2 S_1 + L_2 S_2 S_1 + L_4 (C_2 S_1 S_4 - C_3 C_4 S_1 S_2) \quad (3-22)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \theta_3} = -L_4 C_4 (C_1 C_3 + C_2 S_1 S_3) \quad (3-23)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \theta_4} = L_4 S_4 (C_1 S_3 - C_2 C_3 S_1) + L_4 C_4 S_1 S_2 \quad (3-24)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \theta_1} = 0 \quad (3-25)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \theta_2} = L_2 C_2 + L_3 S_2 + L_4 S_2 S_4 + L_4 C_2 C_3 C_4 \quad (3-26)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \theta_3} = -L_4 \times C_4 S_2 S_3 \quad (3-27)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \theta_4} = -L_4 (C_2 C_4 - C_3 S_2 S_4) \quad (3-28)$$

3.3.2 Datos para el modelo

Sin embargo, los parámetros cinemáticos se obtuvieron del estudio realizado por Murray [Murray,1996] sobre la biomecánica de la extremidad superior, extrayendo los desplazamientos angulares de los 4 GDL de interés, debido a que se tienen ecuaciones redundantes por ser un mecanismo que puede alcanzar un mismo punto

en el espacio con más de una configuración, volviéndose imposible resolver la cinemática inversa por métodos geométricos.

El método consiste en rastrear el movimiento y, por lo tanto, los desplazamientos angulares de los sistemas coordenados embebidos a los puntos de referencia colocados en el brazo, en los segmentos proximal y distal, asumiendo que los miembros pueden ser tratados como cuerpos rígidos. El rastreo por filmación y grabación del movimiento utilizando cámaras de video, almacena múltiples imágenes para distinguir, manual o automáticamente, los puntos de referencia y presentar los resultados empleando el sistema APAS (Ariel, Performance Analysis System). Se debe ingresar manualmente la posición de cada referencia hasta que el sistema pueda reconocer las características físicas en las imágenes y pueda operar de forma automática. Luego, se sirve de un método de transformación utilizando DLT (Direct Linear Transformation) para insertar los sistemas coordenados tridimensionales. Posteriormente, se obtienen las gráficas de la evolución de los ángulos en función del porcentaje del movimiento. De estas gráficas se obtienen los valores para reemplazar en el modelo propuesto en esta tesis, mediante la obtención de 50 puntos por gráfica.

Como ya ha sido mencionado antes, el movimiento de análisis es levantar una caja de madera de 1 kg hasta la altura de la cabeza. El movimiento comienza con los brazos a los costados del cuerpo, finalizando al colocar la caja en un anaquel dispuesto a la altura de la cabeza, recorriendo el camino de regreso. Para estos fines, el sujeto no realiza movimientos del tórax.

Las ecuaciones siguientes muestran el cálculo de las velocidades y aceleraciones angulares a través de la diferenciación numérica utilizando el polinomio de Lagrange de cinco puntos:

$$\theta_{i,k} = \theta_i(t_k) \quad (3-29)$$

$$\dot{\theta}_{i,k} = \frac{\theta_{i,k-2} - 8\theta_{i,k-1} + 8\theta_{i,k+1} - \theta_{i,k+2}}{12h} \quad (3-30)$$

$$\ddot{\theta}_{i,k} = \frac{-\theta_{i,k-2} + 16\theta_{i,k-1} - 30\theta_{i,k} + 16\theta_{i,k+1} - \theta_{i,k+2}}{12h^2} \quad (3-31)$$

El subíndice i corresponde al número de la junta y k es el instante de tiempo evaluado. Se asume que el mecanismo parte del reposo, por lo que las velocidades angulares son iguales a cero en el instante inicial.

Al graficar las velocidades y aceleraciones angulares, se observa que, debido al método empleado, se tiene imprecisión al calcular las derivadas, obteniéndose picos e irregularidades que presentan un error bastante grande¹⁵, especialmente en las aceleraciones angulares.

Por lo tanto, es necesario obtener datos de mayor exactitud, ya que el error obtenido por la derivación numérica se propaga cuadráticamente con cada derivada. Otra alternativa más eficiente es utilizar una función que se aproxime a los datos muestreados con el fin de calcular las derivadas en función del tiempo, para lo cual se puede emplear las series de Fourier según la ecuación (3-32) debido a la forma cíclica de las funciones de los ángulos. Se profundizará en esto en el Capítulo de “Simulación y análisis de resultados”, ya que las series se desarrollarán con ayuda de Matlab

$$S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos(jx) + b_j \sin(jx) \quad (3-32)$$

Donde:

$$a_j = \frac{1}{\pi} + \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(jx) dx, \quad j = 1, 2, \dots \quad (3-33)$$

$$b_j = \frac{1}{\pi} + \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \operatorname{sen}(jx) dx, \quad j = 1, 2, \dots \quad (3-34)$$

¹⁵ Ver el Anexo 6. Se presentan las gráficas de las funciones obtenidas con la derivación numérica. Se puede apreciar que el error incrementa con cada derivada.

3.4 Cinética

El cálculo de los parámetros cinéticos a partir de la cinemática inversa permite la selección de actuadores adecuados considerando los valores máximos del torque requerido. Esto se realiza con el fin de que el posterior diseño de la prótesis cumpla con las características fisiológicas del movimiento. En esta sección se describe el cálculo de la cinética del movimiento de manipulación de una carga hasta la altura de la cabeza en base al algoritmo de Uicker para plantear la formulación de Lagrange.

La disposición de la masa de los actuadores y eslabones se distribuye como se muestra en la Fig. 3-7. El centro de masa del eslabón se encuentra en el centro geométrico y el del actuador en el extremo inferior. Las reacciones están esquematizadas para una orientación genérica variante en el tiempo.

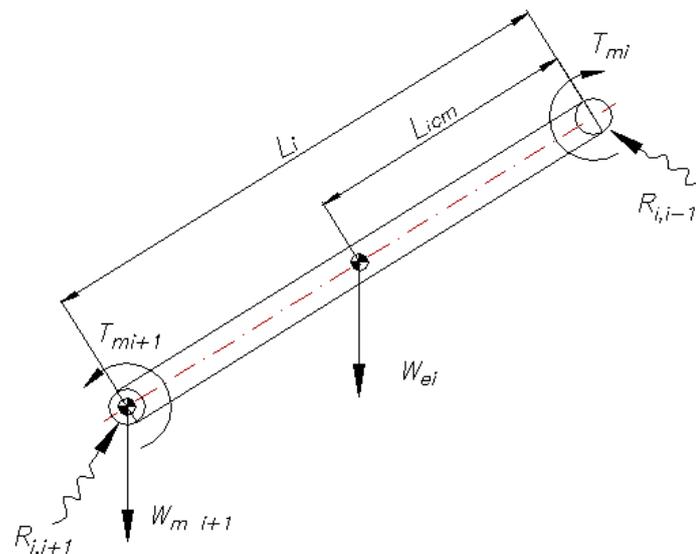


Fig. 3-7 Diagrama de cuerpo libre simplificado del i-ésimo eslabón

Donde:

- T_{mi+1} es el torque resistente del actuador en el extremo
- T_{mi} es el torque motriz
- $R_{i,i-1}$ es la reacción del eslabón i-1 sobre i
- $R_{i,i+1}$ es la reacción del eslabón i+1 sobre i

Para el eslabón del antebrazo, el esquema tiene una variación ya que no existe masa de actuadores en el extremo, pero se puede añadir una carga externa (como manipulando un objeto) cuya inercia afecta también la dinámica de los actuadores, pero no genera un torque resistente en el extremo. (Ver Fig. 3-8)

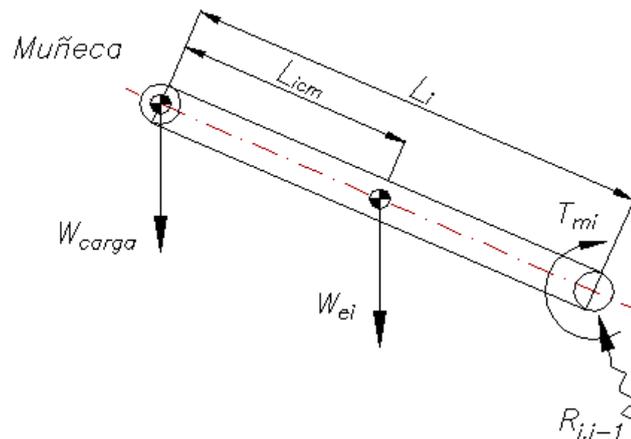


Fig. 3-8 DCL simplificado del antebrazo con peso de una carga externa

Según el planteamiento preliminar, las longitudes de los dos primeros eslabones son iguales a cero para modelar el hombro como una articulación puntual de rótula.

3.4.1 Formulación de Lagrange

La formulación de Lagrange permite llegar de forma analítica a las ecuaciones que describen el comportamiento de los cuerpos, con la ventaja de emplear una ecuación por cada coordenada generalizada; mientras que con las ecuaciones de Euler se plantean 6 ecuaciones por cada cuerpo. El sistema de ecuaciones escalares que se obtiene, simplifica considerablemente el cálculo frente a un sistema de ecuaciones vectoriales, simplificando el trabajo computacional.

Se define el “Lagrangiano” como la diferencia entre la co-energía cinética y la energía potencial respecto de las coordenadas generalizadas del sistema. La ecuación (3-35) muestra la relación mencionada, donde K_e es la energía cinética del sistema y V es la energía potencial: cuando esta es positiva es porque hay mayor energía cinética en el sistema, caso contrario hay mayor energía potencial, y si es cero se dice que el sistema es balanceado.

$$L = K_e - V \quad (3-35)$$

La ecuación de Lagrange se escribe de la siguiente forma, donde τ representa el vector de fuerzas o pares efectivos aplicados a cada articulación:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau \quad (3-36)$$

3.4.2 Algoritmo de Uicker

En 1965 John J. Uicker desarrolló un algoritmo para la formulación de Lagrange a partir de la parametrización Denavit-Hartenberg [Barrientos, 2007]. El procedimiento se explica de la siguiente manera:

- Paso 1: Asignar a cada eslabón un sistema de referencia según D-H
- Paso 2: Obtener las matrices de transformación 0A_i para cada elemento i
- Paso 3: Obtener las matrices U_{ij} :

$$U_{ij} = \frac{\partial A_0^i}{\partial q_j} \quad (3-37)$$

- Paso 4: Obtener las matrices U_{ijk} :

$$U_{ijk} = \frac{\partial U_{ij}}{\partial q_k} \quad (3-38)$$

- Paso 5: Obtener las matrices de pseudoenergías J_i para cada elemento. El sistema de coordenadas es el correspondiente a cada elemento. La matriz es como se muestra en la ecuación (3-39):

$$J_i = \begin{bmatrix} \int x_i^2 dm & \int x_i y_i dm & \int x_i z_i dm & \int x_i dm \\ \int y_i x_i dm & \int y_i^2 dm & \int y_i z_i dm & \int y_i dm \\ \int z_i x_i dm & \int z_i y_i dm & \int z_i^2 dm & \int z_i dm \\ \int x_i dm & \int y_i dm & \int z_i dm & \int dm \end{bmatrix}$$

(3-39)

- Paso 6: Obtener la matriz de inercias $D(q) = [d_{ij}]$ cuyos elementos están definidos por:

$$d_{ij} = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{Traza}(U_{kj} J_k U_{kj}^T)$$

(3-40)

- Paso 7: Obtener los términos h_{ikm} definidos por:

$$H_{ikm} = \sum_{j=\max(i,k,m)}^n \text{Traza}(U_{jkm} J_j U_{ji}^T), \quad i, k, m = 1, 2 \dots n$$

(3-41)

- Paso 8: Obtener la matriz columna de fuerzas de Coriolis y Centrípeta $H(q, \dot{q}) = [h_i]^T$ cuyos elementos se definen por:

$$h_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m$$

(3-42)

- Paso 9 Obtener la matriz columna de fuerzas de gravedad $C(q) = [c_i]^T$ cuyos elementos se definen por:

$$c_i = \sum_{j=1}^n (-m_j g U_{ji} r_j^j)$$

(3-43)

Donde:

- g es el vector de gravedad expresado en el sistema de la base $\{S_0\}$ y descrito por el vector $(g_x, g_y, g_z, 0) \text{ m/s}^2$.
- r_j^i es el vector de coordenadas homogéneas del centro de masas del elemento j expresado en el sistema de referencia del elemento i (en metros).

- Paso 10: La ecuación dinámica del sistema será:

$$\tau_{(t)} = D_{(q)}\ddot{q}_{(t)} + H_{(q,\dot{q})} + C_{(q)} \quad (3-44)$$

Donde

τ (N-m):	Es el vector de fuerzas y pares motores efectivos (Nx1)
D (kg-m ²):	Matriz inercial (NxN)
H (N-m):	Vector de fuerzas centrífugas y de Coriolis (Nx1)
C (N-m):	Vector de fuerzas de gravedad (Nx1)
q (rad):	Vector de coordenadas generalizadas (Nx1)
\dot{q} (rad/s):	Vector de velocidades de las coordenadas generalizadas (Nx1)
\ddot{q} (rad/s ²):	Vector de aceleraciones de las coordenadas generalizadas (Nx1)

Siendo N el número de articulaciones del mecanismo.

El algoritmo está formulado para trabajarse de forma computacional, ya que las derivadas, las sumatorias y demás operaciones se simplifican al ser implementadas en una rutina. Sin embargo, algunas operaciones se desarrollan de forma manual, como la obtención de los centros de masa de forma vectorial y el vector de la aceleración de gravedad (depende del sistema de referencia elegido), así como las matrices de pseudoinercia, cuyos parámetros dependen de la disposición de los ejes coordenados de las matrices de transformación. Dichos parámetros se presentan en la Tabla 3-2. Nótese que los valores negativos se deben a la disposición de los ejes coordenados.

Tabla 3-2 Parámetros de las matrices de pseudoinercia

Eslabón	X_i (m)	Y_i (m)	Z_i (m)
1	0	$-L_1/2$	0
2	0	0	$-L_2/2$
3	0	$-L_3/2$	0
4	$-L_4/2$	0	0

Al considerar que las cargas son puntuales y los actuadores en el extremo (estos coinciden con el origen de coordenadas) las matrices de pseudoinercia se pueden calcular reemplazando los valores en la ecuación (3-39) con el siguiente resultado, donde J_i (kg m^2) corresponde a la pseudoinercia del elemento i :

$$J_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{L_1}{2}\right)^2 M_{e1} & 0 & -\frac{L_1}{2} M_{e1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{L_1}{2} M_{e1} & 0 & M_{e1} + M_{m2} \end{vmatrix} \quad (3-45)$$

$$J_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{L_2}{2}\right)^2 M_{e2} & -\frac{L_2}{2} M_{e2} \\ 0 & 0 & -\frac{L_2}{2} M_{e2} & M_{e2} + M_{m3} \end{vmatrix} \quad (3-46)$$

$$J_3 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{L_3}{2}\right)^2 M_{e3} & 0 & -\frac{L_3}{2} M_{e3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{L_1}{2} M_{e1} & 0 & M_{e3} + M_{m4} \end{vmatrix} \quad (3-47)$$

$$J_4 = \begin{pmatrix} \left(\frac{L_4}{2}\right)^2 M_{e4} & 0 & 0 & -\frac{L_4}{2} M_{e4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{L_4}{2} M_{e4} & 0 & 0 & M_{e4} + M_{carga} \end{pmatrix} \quad (3-48)$$

Asimismo, es posible obtener los vectores de posición del centro de masa (en metros) referidos a cada sistema de referencia:

$$r_1^1 = (0 \quad -L_{1cm} \quad 0 \quad 1) \quad (3-49)$$

$$r_2^2 = (0 \quad 0 \quad -L_{2cm} \quad 1) \quad (3-50)$$

$$r_3^3 = (0 \quad -L_{3cm} \quad 0 \quad 1) \quad (3-51)$$

$$r_4^4 = (-L_{4cm} \quad 0 \quad 0 \quad 1) \quad (3-52)$$

El vector de gravedad, según el sistema de coordenadas fijo al cuerpo S_0 donde se tiene el eje y-y positivo hacia abajo:

$$g = (0 \quad 9.81 \quad 0 \quad 0) \text{ m/s}^2 \quad (3-53)$$

Finalmente, con todos los parámetros dispuestos, se obtiene el modelo cinemático directo con la parametrización Denavit-Hartenberg desarrollado desde la ecuación (3-5) hasta la (3-10), el modelo cinemático inverso con el sistema de análisis de video, explicado en el acápite de “Datos para el modelo”, y el modelo dinámico inverso a través de la formulación de Lagrange empleando el algoritmo de Uicker desarrollado desde la ecuación (3-35) hasta la (3-53). La implementación de los modelos de forma computacional se desarrollará en el capítulo posterior.

CAPÍTULO 4

SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

El presente capítulo desarrolla el trabajo de simulación del comportamiento del mecanismo empleando parámetros descritos en los capítulos 2 y 3. Este tiene la finalidad de describir la respuesta del mecanismo ante las exigencias del movimiento requerido sin la necesidad de crear un prototipo físico, permitiendo conocer parámetros relevantes de diseño para la selección de actuadores, como los torques efectivas aplicadas a cada eslabón.

Se hace uso de Matlab para la implementación de las rutinas, debido a la facilidad para trabajar con operaciones matriciales y cálculo simbólico. Estas rutinas se basan en líneas de código sencillas –no se emplea ninguna herramienta especial del Matlab para obtener el modelo- que de forma metódica permiten comprender el modelo dinámico del mecanismo y modificar las variables de entrada para diversificar el análisis del movimiento. Esta rutina está basada en la desarrollada por L. López [López, 2009]. Se utiliza la herramienta “*Curve Fitting*” del toolbox “*Math, Statistics and Optimization*” de Matlab para la obtención de las ecuaciones en el tiempo aproximadas para cada coordenada generalizada mediante series de Fourier que permitan conseguir las derivadas de las mismas de forma sencilla y precisa para los cálculos posteriores.

Como resultado, se presenta las gráficas de los parámetros cinemáticos y cinéticos del mecanismo, las rutinas en Matlab y el resumen y análisis de los resultados obtenidos para las condiciones sin carga y con carga llevada en el efector final.

4.1 Simulación cinemática

Se explica la obtención de los parámetros cinemáticos (ángulos, velocidades y aceleraciones angulares), empleando la herramienta “*Curve fitting*” de Matlab y se presentan las gráficas de las curvas.

4.1.1 Datos para el modelo

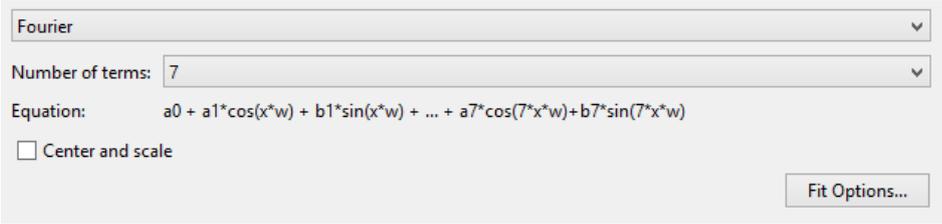
Los datos de las variables angulares se tomaron en base a 50 puntos sobre gráficas encontradas en la literatura [Murray, 1996]. Para describir una función en el tiempo se realizó la aproximación de una función mediante series de Fourier para cada variable angular. En Matlab se puede obtener estas funciones con un máximo de 8 términos empleando “*Curve fitting*”, que es una herramienta del toolbox “*Math, Statistic and Optimization*” capaz de aproximar una función a los valores de las variables angulares. El número de términos de la serie se decide tomando en cuenta el mínimo error cuadrático obtenido con la función aproximada.

De forma práctica, se seleccionan las variables para los ejes coordenados de la función (Ver Fig. 4-1) y se asigna un tipo de función con la cual realizar la aproximación. En este caso se selecciona “Fourier” y el número de términos que proporcione el mayor coeficiente de correlación (ver Fig. 4-2).



Fit name:	theta1
X data:	t
Y data:	th1
Z data:	(none)
Weights:	(none)

Fig. 4-1 Cuadro de elección de variables en “Curve Fitting” usando Matlab



Fourier
Number of terms: 7
Equation: $a_0 + a_1 \cos(x \cdot w) + b_1 \sin(x \cdot w) + \dots + a_7 \cos(7 \cdot x \cdot w) + b_7 \sin(7 \cdot x \cdot w)$
<input type="checkbox"/> Center and scale
Fit Options...

Fig. 4-2 Elección de función y número de términos en “Curve fitting” usando Matlab

De esta forma, se obtiene una función que se puede expresar mediante una sumatoria finita como la mostrada en la ecuación (4-1), la misma que difiere con la descrita en el capítulo anterior, ya que se describió una sumatoria infinita para la aproximación. Siendo esta imposible de calcular, se opta por una serie cuyo número de términos sea el suficiente para minimizar el error de aproximación, con un máximo de 8 términos.

$$S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^n a_j \cos(jx) + b_j \sin(jx) \quad (4-1)$$

Los resultados son confiables debido al bajo error mínimo cuadrático, que se presenta en la columna “SSE” de la tabla de datos de aproximación en Matlab. Esta contiene el error respecto de las funciones aproximadas para cada ángulo como se muestra en la Fig. 4-3. Se aprecia que el error toma valores cercanos a cero.

Table of Fits				
Fit name ▲	Data	Fit type	SSE	Adj R-sq
■ theta1	th1 vs. t	fourier7	0.0040	0.9998
■ theta2	th2 vs. t	fourier8	9.2264e-04	0.9991
■ theta3	th3 vs. t	fourier7	0.0024	0.9996
■ theta4	th4 vs. t	fourier8	0.0049	0.9995

Fig. 4-3 Coeficientes de error mínimo cuadrático (SSE) obtenidos en Matlab

Finalmente, los valores de los coeficientes de los términos y la función calculada se muestran en el cuadro de “resultados” de donde se puede obtener las funciones en el tiempo, tal y como se muestra en la Fig. 4-4. Lo hasta aquí mencionado se ha realizado para el ángulo relacionado a la flexión del hombro, repitiéndose los mismos pasos para el resto de coordenadas generalizadas.

Las gráficas de todas las funciones obtenidas con el procedimiento anterior se pueden conseguir directamente del “Curve Fitting” en Matlab, sin embargo, determinar las derivadas requiere el uso un lenguaje simbólico no disponible en el programa adquirido, por lo que se optó por emplear un algoritmo en un fichero independiente copiando los valores mostrados en la Fig. 4-4

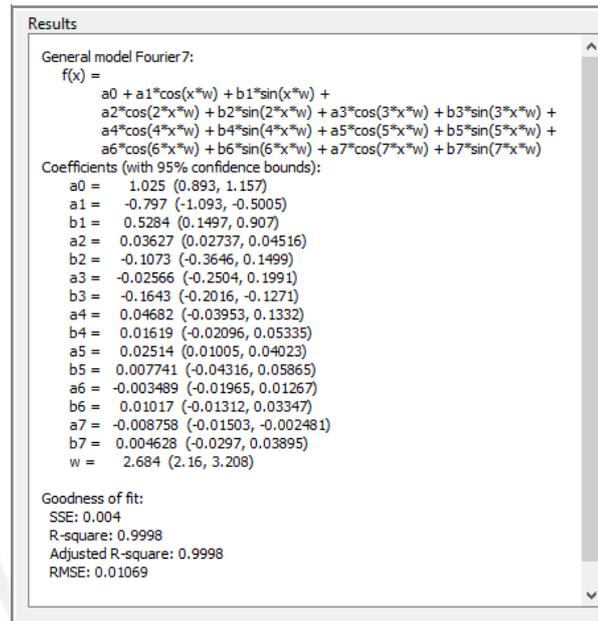


Fig. 4-4 Serie de Fourier para ángulo de flexión del hombro

A continuación, se presenta la rutina para las variables angulares

%Flexión del hombro

```

a10 = 1.025;
a11 = -0.797;      b11 = 0.5284;
a12 = 0.03627;    b12 = -0.1073;
a13 = -0.02566;   b13 = -0.1643;
a14 = 0.04682;    b14 = 0.01619;
a15 = 0.02514;    b15 = 0.007741;
a16 = -0.003489;  b16 = 0.01017;
a17 = -0.008758;  b17 = 0.004628;
w11 = 2.684;
th1 = a10 + a11*cos(x*w11) + b11*sin(x*w11) + a12*cos(2*x*w11) +
b12*sin(2*x*w11) + a13*cos(3*x*w11) + b13*sin(3*x*w11) +
a14*cos(4*x*w11) + b14*sin(4*x*w11) + a15*cos(5*x*w11) +
b15*sin(5*x*w11) + a16*cos(6*x*w11) + b16*sin(6*x*w11) +
a17*cos(7*x*w11) + b17*sin(7*x*w11);
w1=diff(th1,x);
a1=diff(w1,x);
  
```

%Abducción del hombro

```

a20 = 0.4443;
a21 = -0.2058;    b21 = -0.007504;
a22 = -0.1295;    b22 = 0.02915;
a23 = 0.008333;   b23 = -0.0007099;
a24 = 0.02751;    b24 = -0.02259;
a25 = 0.005542;   b25 = 0.002176;
a26 = 3.372e-06;  b26 = 0.004184;
a27 = -0.002493;  b27 = -0.0008603;
a28 = -0.001174;  b28 = 0.0007904;
w22 = 3.131;
  
```

```

th2 = a20+a21*cos(x*w22)+b21*sin(x*w22)+a22*cos(2*x*w22)+
b22*sin(2*x*w22) + a23*cos(3*x*w22) + b23*sin(3*x*w22) +
a24*cos(4*x*w22) + b24*sin(4*x*w22) + a25*cos(5*x*w22) +
b25*sin(5*x*w22) + a26*cos(6*x*w22) + b26*sin(6*x*w22) +
a27*cos(7*x*w22) + b27*sin(7*x*w22) + a28*cos(8*x*w22) +
b28*sin(8*x*w22);
w2=diff(th2,x);
a2=diff(w2,x);

%Rotación interna del hombro
a30 = -28.9;
a31 = -3.772;      b31 = 55.04;
a32 = 42.84;      b32 = 5.981;
a33 = 6.133;      b33 = -28.79;
a34 = -15.67;     b34 = -4.57;
a35 = -2.563;     b35 = 6.743;
a36 = 2.193;      b36 = 1.044;
a37 = 0.2335;     b37 = -0.3901;
w33 = 1.703;
th3 = a30 + a31*cos(x*w33) + b31*sin(x*w33) + a32*cos(2*x*w33) +
b32*sin(2*x*w33) + a33*cos(3*x*w33) + b33*sin(3*x*w33) +
a34*cos(4*x*w33) + b34*sin(4*x*w33) + a35*cos(5*x*w33) +
b35*sin(5*x*w33) + a36*cos(6*x*w33) + b36*sin(6*x*w33) +
a37*cos(7*x*w33) + b37*sin(7*x*w33);
w3=diff(th3,x);
a3=diff(w3,x);
%Flexión de codo
a40 = 1.09;
a41 = 0.6519;      b41 = -0.1051;
a42 = -0.3209;     b42 = 0.0562;
a43 = -0.129;      b43 = 0.05011;
a44 = 0.04826;     b44 = -0.04455;
a45 = 0.007206;    b45 = -0.01254;
a46 = -0.006293;   b46 = -0.006867;
a47 = 0.007019;    b47 = 0.007691;
a48 = -9.983e-05;  b48 = -0.0004323;
w44 = 3.11;
th4 = a40 + a41*cos(x*w44) + b41*sin(x*w44) + a42*cos(2*x*w44) +
b42*sin(2*x*w44) + a43*cos(3*x*w44) + b43*sin(3*x*w44) +
a44*cos(4*x*w44) + b44*sin(4*x*w44) + a45*cos(5*x*w44) +
b45*sin(5*x*w44) + a46*cos(6*x*w44) + b46*sin(6*x*w44) +
a47*cos(7*x*w44) + b47*sin(7*x*w44) + a48*cos(8*x*w44) +
b48*sin(8*x*w44);
w4=diff(th4,x);
a4=diff(w4,x);

```

4.1.2 Gráficas de los parámetros cinemáticos

A continuación, se presenta las gráficas de los parámetros cinemáticos en función del tiempo obtenidos con la herramienta “*curve fitting*”, que muestran el comportamiento de cada articulación conforme se desarrolla el movimiento de levantar una carga hasta la altura de la cabeza.

Asimismo, las gráficas proporcionadas por la herramienta “Curve Fitting” en Matlab (Ver Fig. 4-5 hasta Fig. 4-8) permiten comparar la aproximación (línea azul) con los datos tomados (puntos negros) de las gráficas de Murray [Murray, 1996]. Las gráficas de velocidades obtenidas a partir de la derivación de las ecuaciones ya mencionadas, se muestran desde la Fig. 4-9 hasta la Fig. 4-12 y las de las aceleraciones desde la Fig. 4-13 hasta la Fig. 4-16. Como resultado, se presenta en la Tabla 4-1 las amplitudes, velocidades y aceleraciones angulares máximas y mínimas del movimiento de levantar una carga hasta la altura de la cabeza.

Tabla 4-1 Desplazamientos, velocidades y aceleraciones angulares máximas

	Q1 Flexión hombro		Q2 Abducción hombro		Q3 Rotación hombro		Q4 Flexión codo	
	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx
Amplitud angular (rad)	0.27	1.92	0.15	0.67	0.34	1.37	0.26	1.73
Velocidad angular (rad/s)	-4.19	5.09	-1.68	1.85	-3.08	2.98	-4.33	5
Aceleración angular (rad/s²)	-23.3	26.82	-13.41	10.48	-54.17	19.23	-34.09	25.24

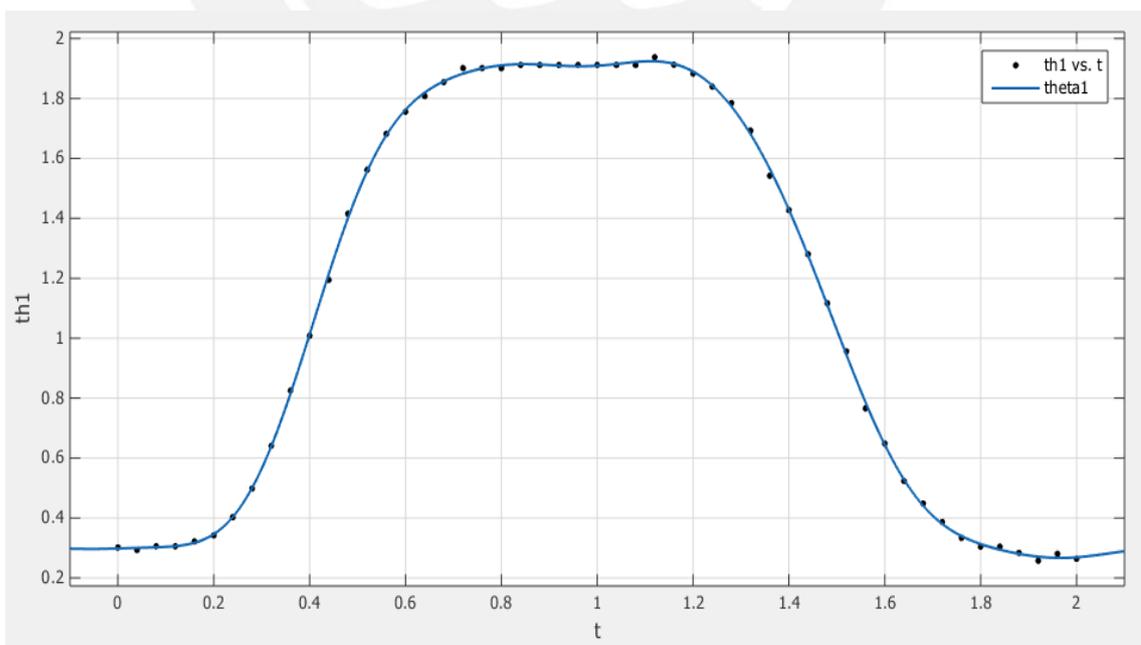


Fig. 4-5 Ángulo de Flexión-Extensión del hombro vs tiempo

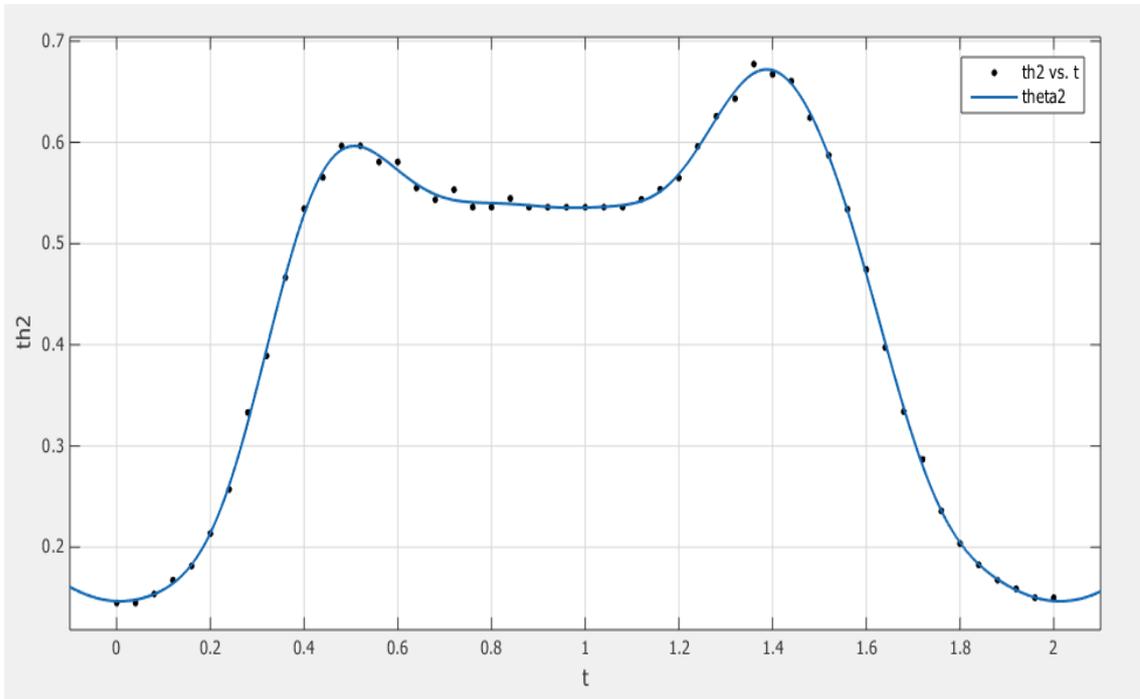


Fig. 4-6 Ángulo de Abducción-Adducción del hombro vs tiempo

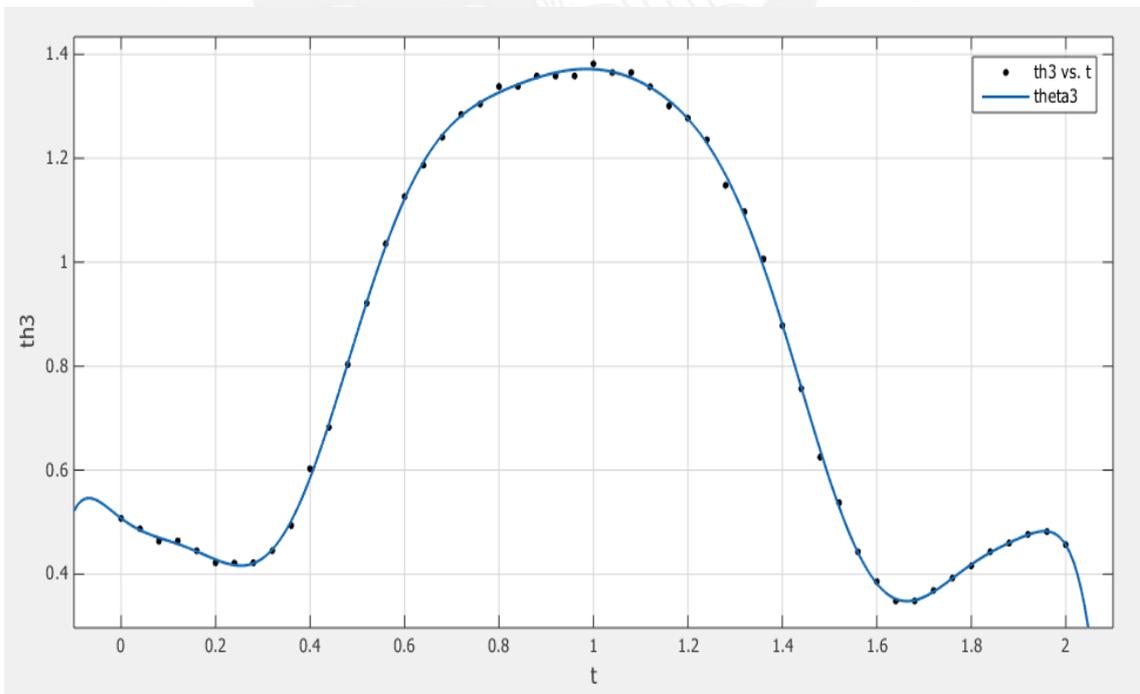


Fig. 4-7 Ángulo de Rotación lateral del hombro vs tiempo

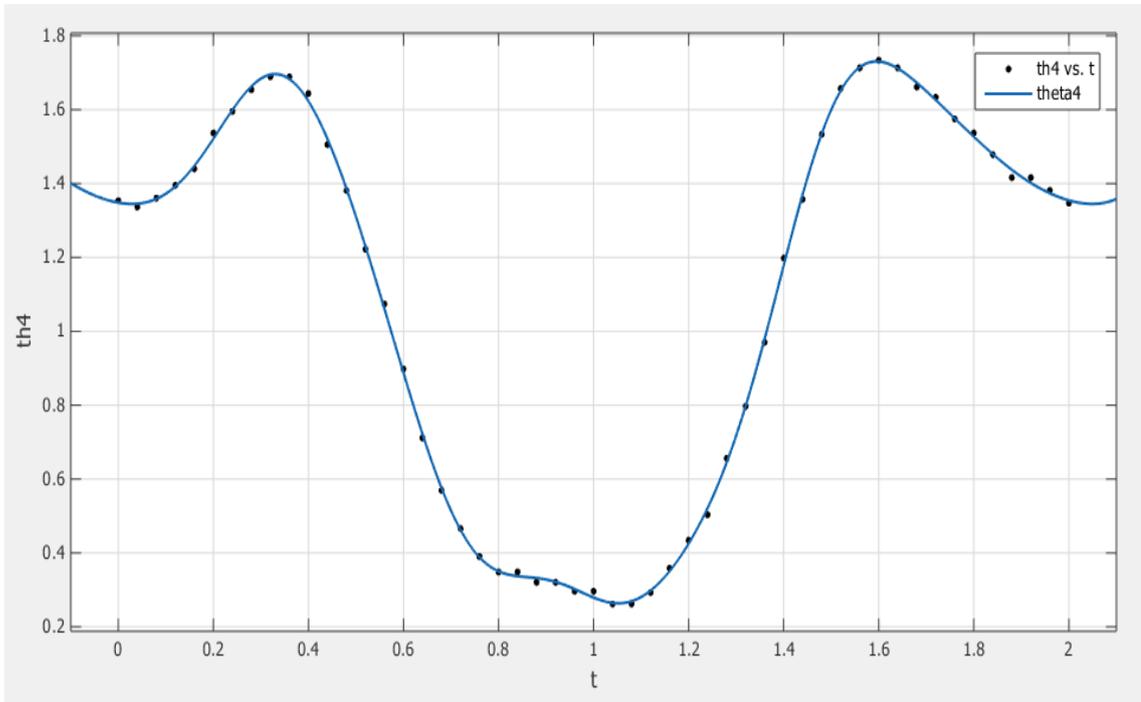


Fig. 4-8 Ángulo de flexión-extensión del codo vs tiempo

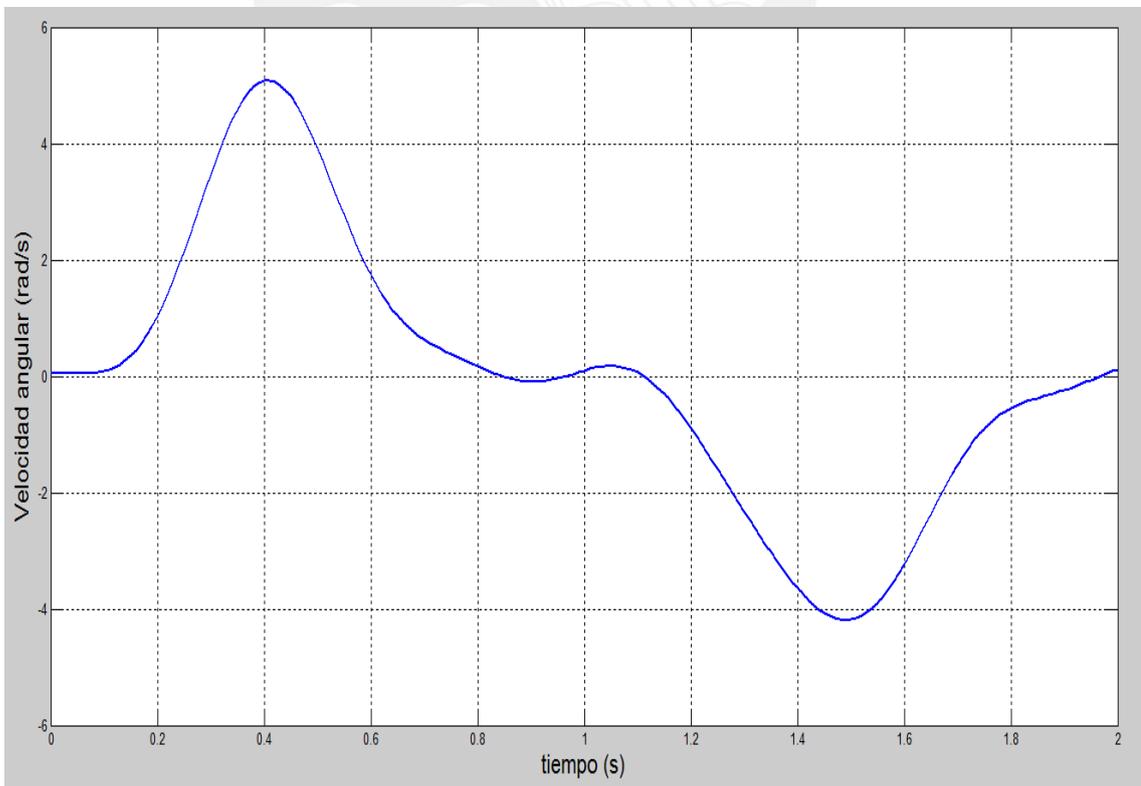


Fig. 4-9 Velocidad angular de flexión del hombro vs tiempo

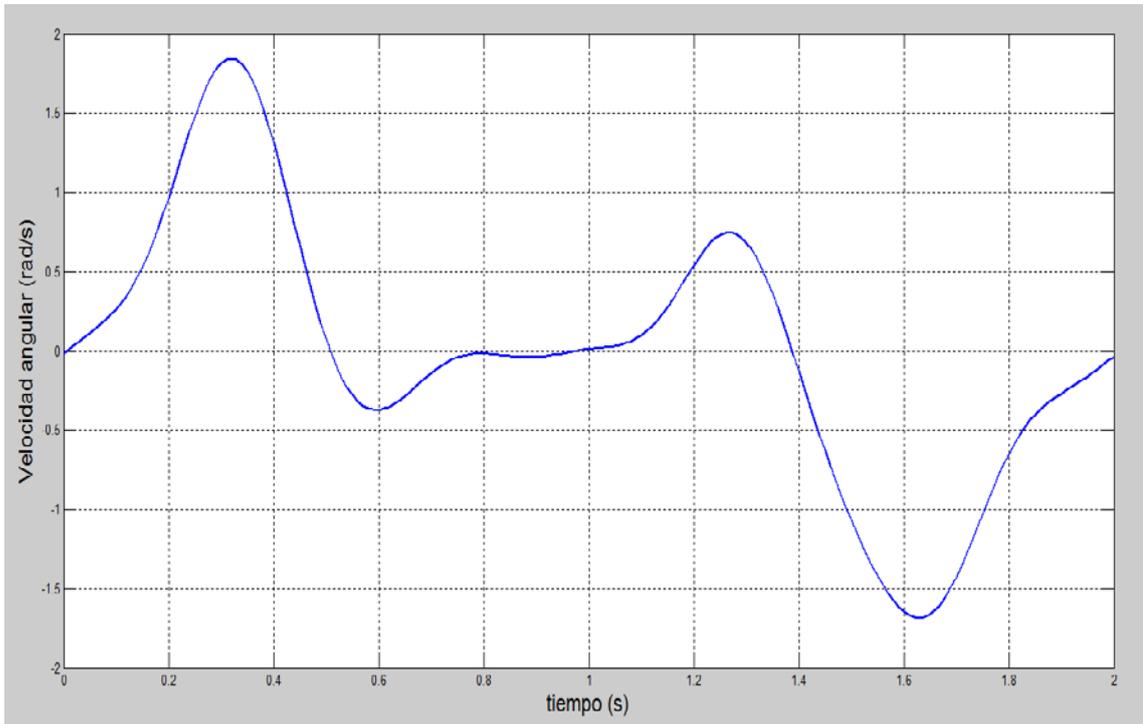


Fig. 4-10 Velocidad angular de abducción-adducción del hombro vs tiempo

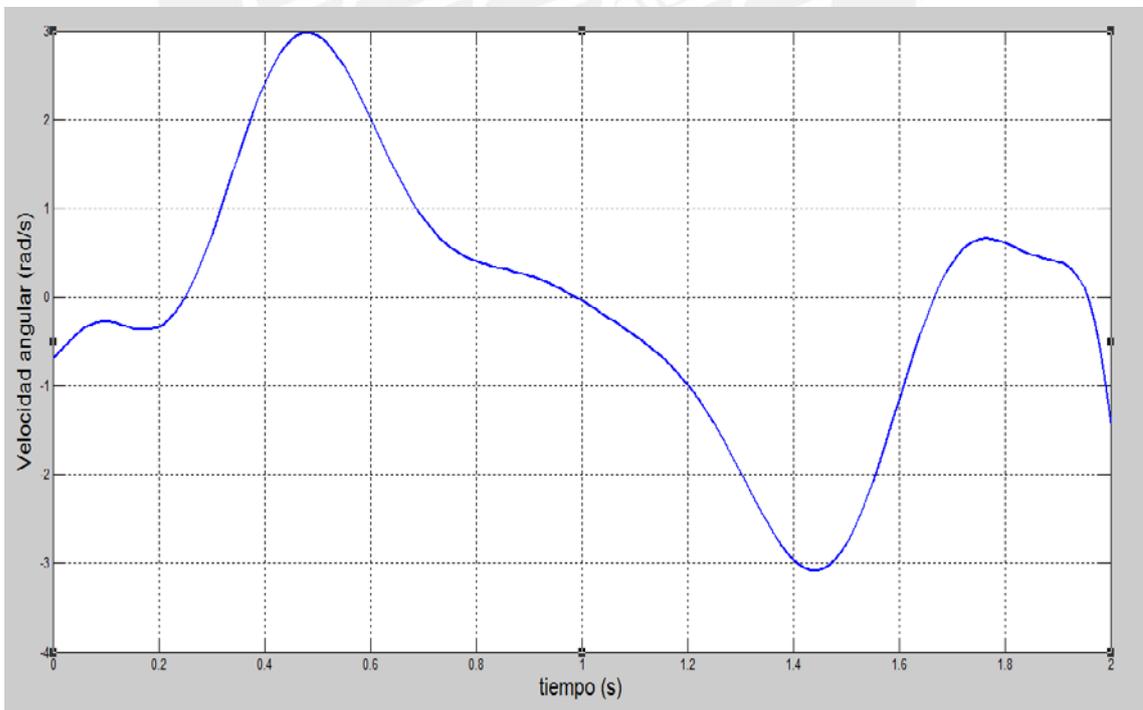


Fig. 4-11 Velocidad angular de rotación interna del hombro vs tiempo

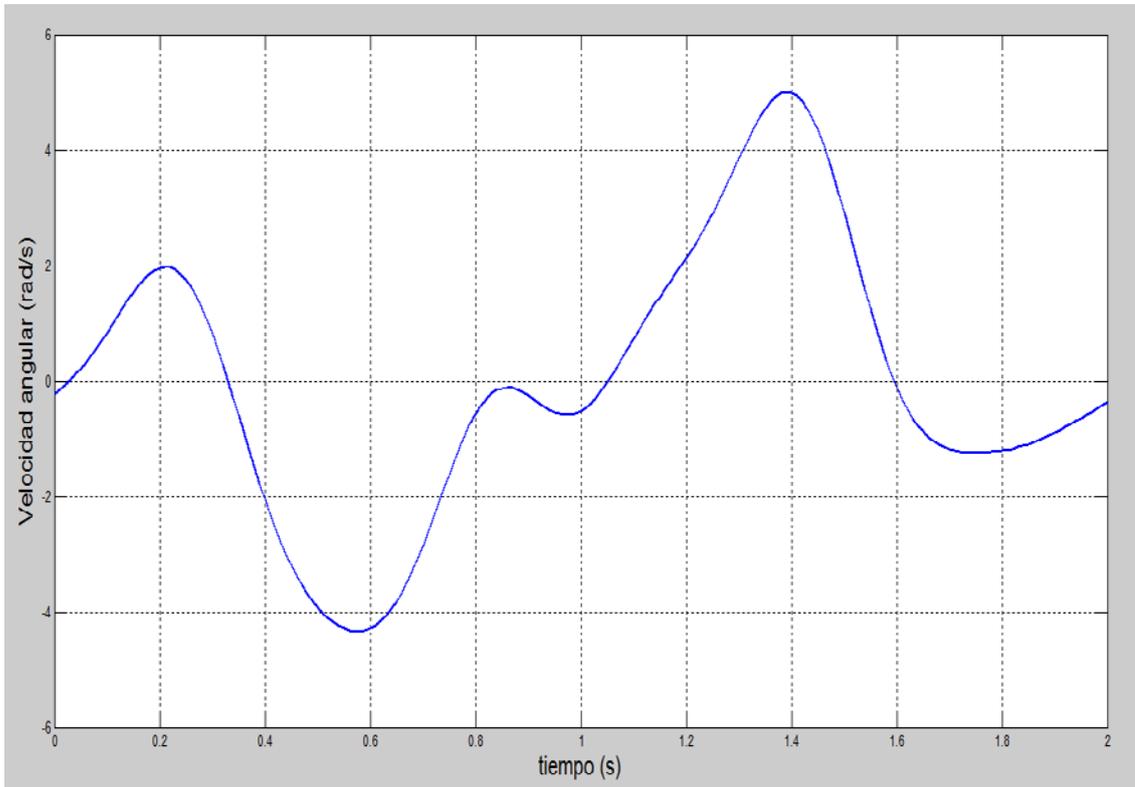


Fig. 4-12 Velocidad angular de flexión-extensión del codo vs tiempo

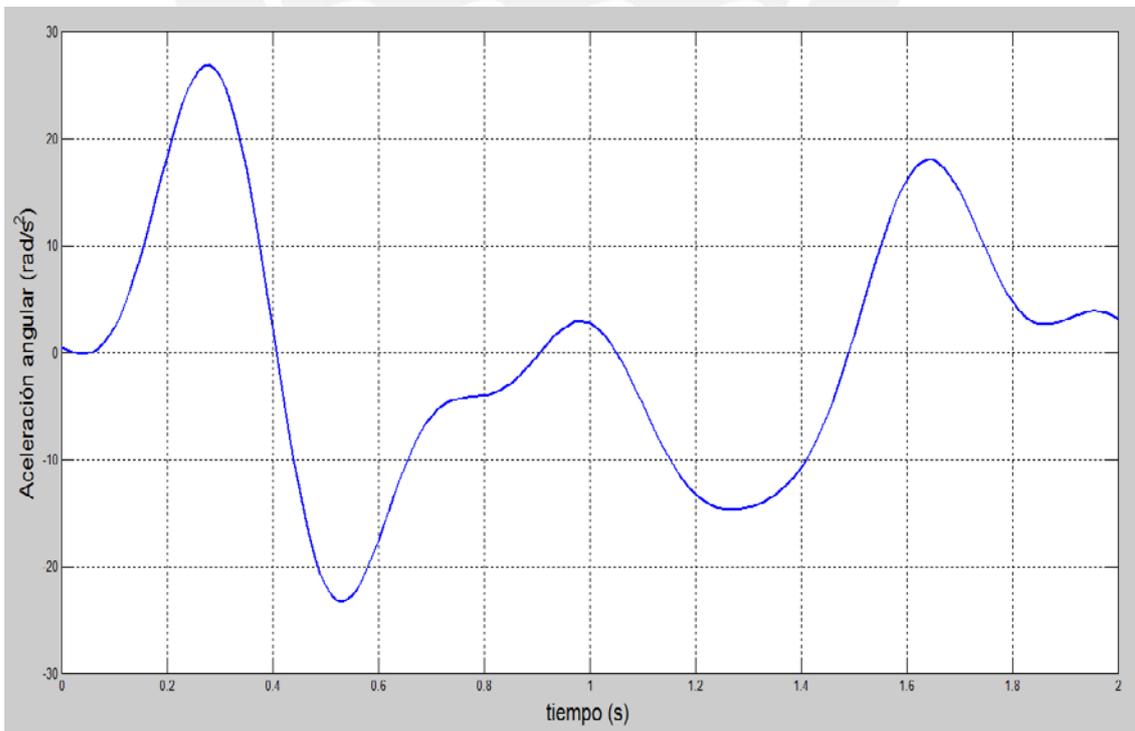


Fig. 4-13 Aceleración angular de flexión-extensión del hombro vs tiempo

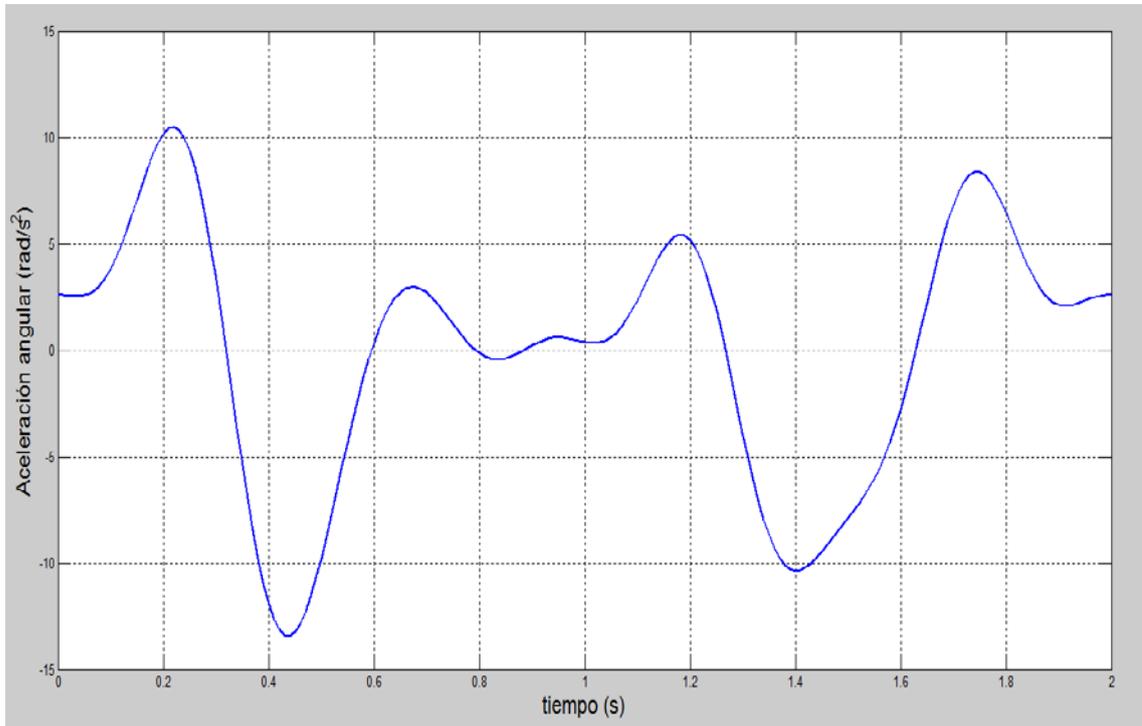


Fig. 4-14 Aceleración angular de abducción-adducción del hombro vs tiempo

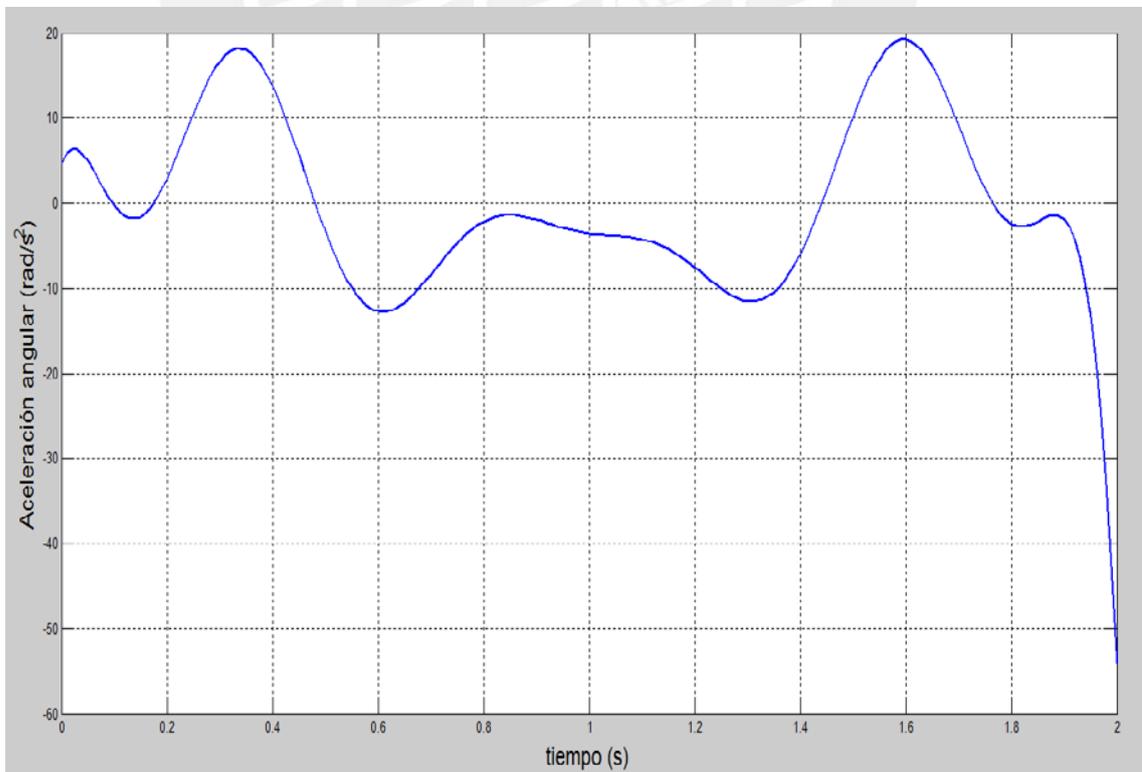


Fig. 4-15 Aceleración angular de rotación interna del hombro vs tiempo

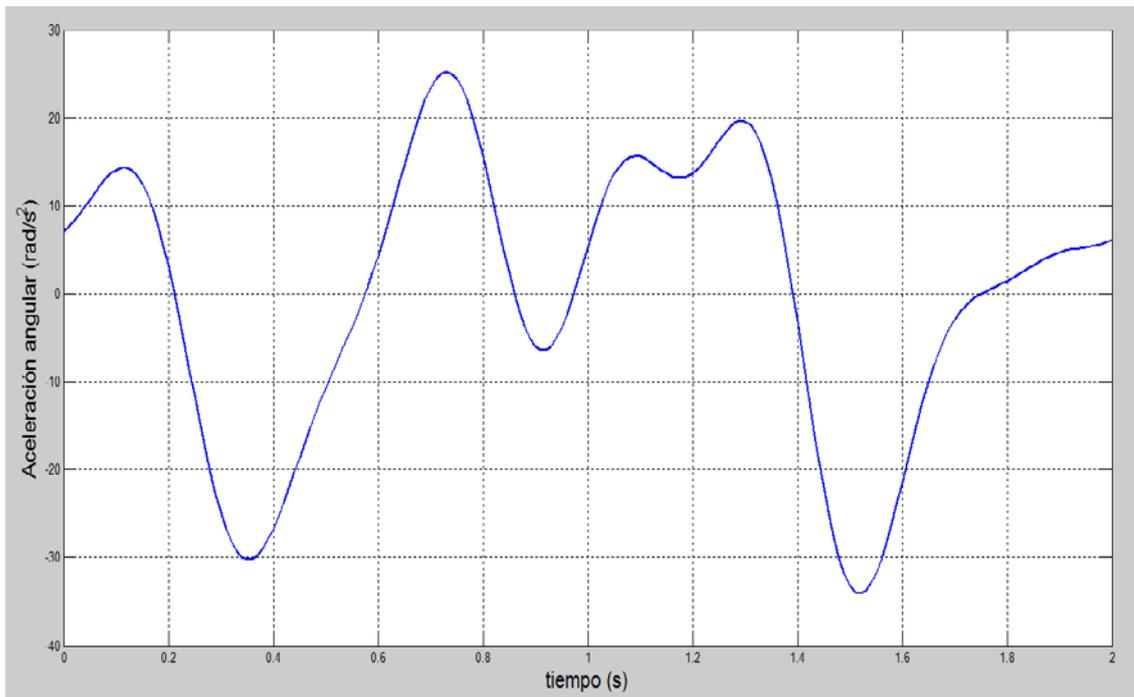


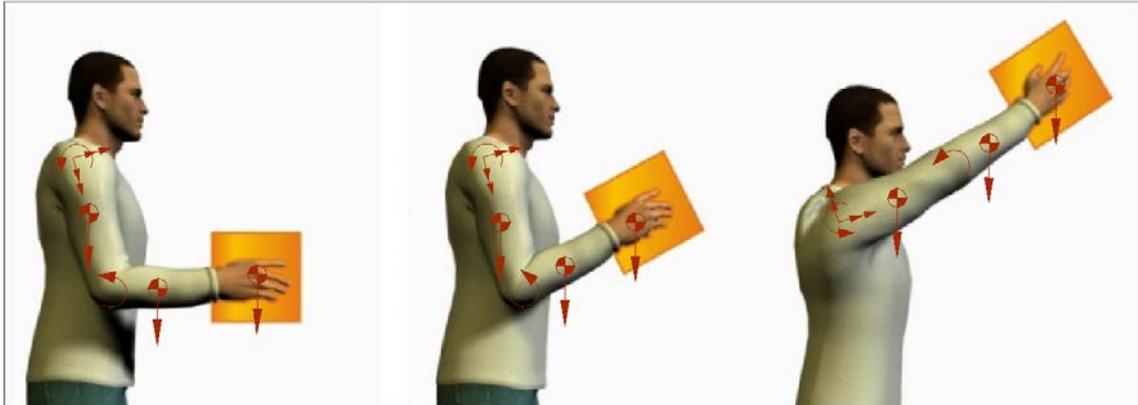
Fig. 4-16 Aceleración angular de flexión-extensión del codo vs tiempo

4.2 Simulación dinámica

La simulación dinámica consiste en implementar el modelo dinámico inverso obtenido mediante el algoritmo computacional de J. Uicker en Matlab¹⁶, desarrollado en el acápite de “Cinética” en el Capítulo 3. Se especifica los valores que toman las variables del modelo para los casos propuestos, en los que la distribución de las cargas es como se muestra en la Fig. 4-17.

- Simulación sin carga: Considerando sólo el peso de los eslabones y el movimiento debido a las variables angulares.
- Simulación con carga: Considerando el peso de los eslabones, el movimiento y una carga externa llevada en la mano durante todo el movimiento. Esta carga tomará el valor de 0.5, 1.0 y 1.5 kg, las cuales se ha elegido arbitrariamente en referencia a las cargas presentes en las actividades cotidianas más comunes.

¹⁶ La rutina en Matlab se explyea en el ANEXO 8


 Fig. 4-17 Distribución de cargas durante la simulación¹⁷

4.2.1 Simulación sin carga

La simulación sin carga consiste en simular el movimiento del mecanismo sin considerar peso en el extremo final, como si se estuviese aparentando que se manipula una carga con las manos. Nótese que las longitudes y masas de los eslabones 1 y 2 se consideran nulas tal y cómo se definió en el Capítulo 2. Los torques necesarios para efectuar el movimiento se presentan en las gráficas desde la Fig. 4-18 hasta la Fig. 4-21 junto con las curvas de la simulación con carga.

%Longitudes: L_i es la longitud del eslabón i . L_{icm} es la distancia al centro de masa del eslabón i .

```
L1=0;           L1cm=0; %Me1*L1/(2*(Me1+Mm2));
L2=0;           L2cm=0; %Me2*L2/(2*(Me2+Mm3));
L3=0.239;       L3cm=Me3*L3/(2*(Me3+Mm4));
L4=0.305;       L4cm=Me4*L4/(2*(Me4+Mc));
```

%Masas: M_{ei} es la masa del eslabón i . M_{mi} es la masa del actuador i .

```
Me1=0;          Mm1=0;
Me2=0;          Mm2=0;
Me3=1.686;      Mm3=0;
Me4=0.963;      Mm4=0;
Mc=0;
```

¹⁷ Adaptado de "Herramienta para el análisis de la biomecánica de las articulaciones del miembro superior en el manejo de cargas sobre la cabeza". L. Bautista, J.F. Archila, J.N. Archila (2011)

4.2.2 Simulación con carga

De igual modo, la simulación con carga consiste en lo mismo que la simulación sin carga, añadiendo una masa de 0.5, 1.0 y 1.5 kg en el extremo. Los parámetros físicos del mecanismo se repiten, exceptuando la masa que varía para los 3 valores mencionados, con lo cual nuevamente se obtiene el torque efectivo en cada articulación:

```

%Longitudes: Li es la longitud del eslabón i. Licm es la
distancia al centro de masa del eslabón i.
L1=0;          L1cm=0; %Me1*L1/(2*(Me1+Mm2));
L2=0;          L2cm=0; %Me2*L2/(2*(Me2+Mm3));
L3=0.239;     L3cm=Me3*L3/(2*(Me3+Mm4));
L4=0.305;     L4cm=Me4*L4/(2*(Me4+Mc));
%Masas: Mei es la masa del eslabón i. Mmi es la masa del
actuador i.
Mc=0.5;
T12=eval(T(1,1))';
T22=eval(T(2,1))';
T32=eval(T(3,1))';
T42=eval(T(4,1))';

Mc=1;
T13=eval(T(1,1))';
T23=eval(T(2,1))';
T33=eval(T(3,1))';
T43=eval(T(4,1))';

Mc=1.5;
T14=eval(T(1,1))';
T24=eval(T(2,1))';
T34=eval(T(3,1))';
T44=eval(T(4,1))';

```

Los torque necesarios para efectuar el movimiento se presentan en las gráficas desde la Fig. 4-18 hasta la Fig. 4-21, junto con los torques de la simulación sin carga. Se puede observar en las gráficas de las funciones varían en amplitud, pero conservan la misma tendencia ya que los parámetros cinemáticos se mantienen iguales en todos los casos. Asimismo, la Tabla 4-2 contiene los valores máximos y mínimos de los torques efectivos aplicados en cada articulación para cada caso de carga.

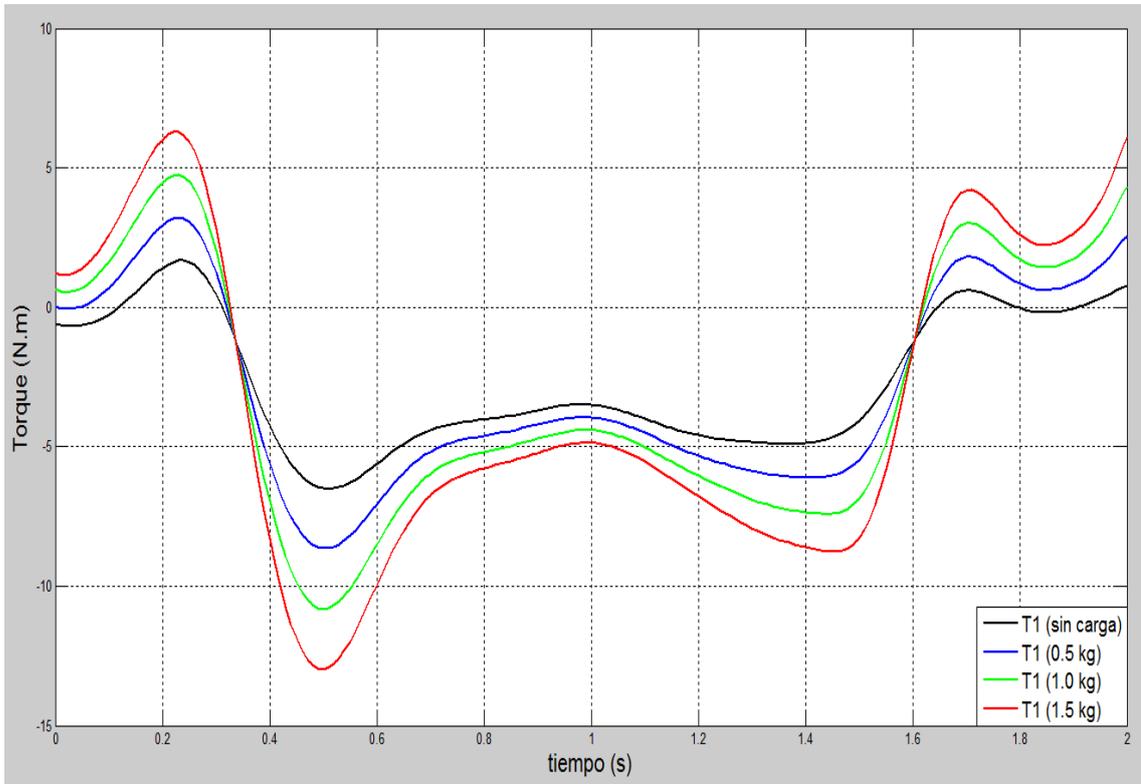


Fig. 4-18 Torque de flexión-extensión del hombro vs tiempo (con carga) obtenido por Lagrange

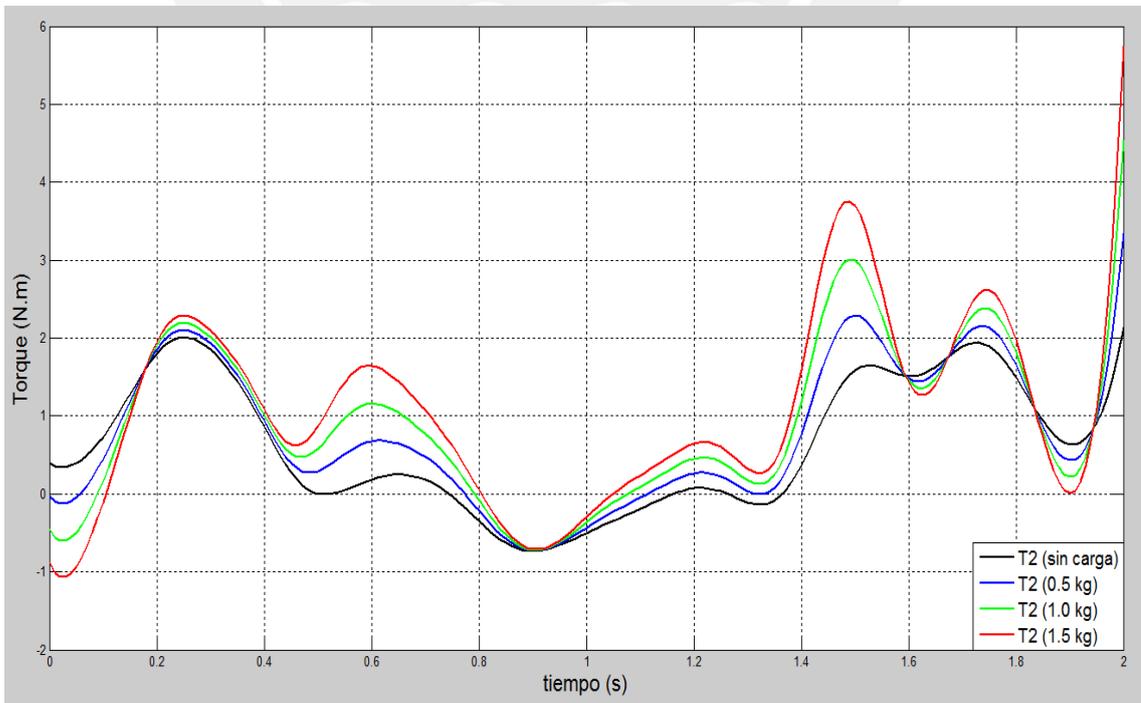


Fig. 4-19 Torque de abducción del hombro vs tiempo (con carga) obtenido por Lagrange

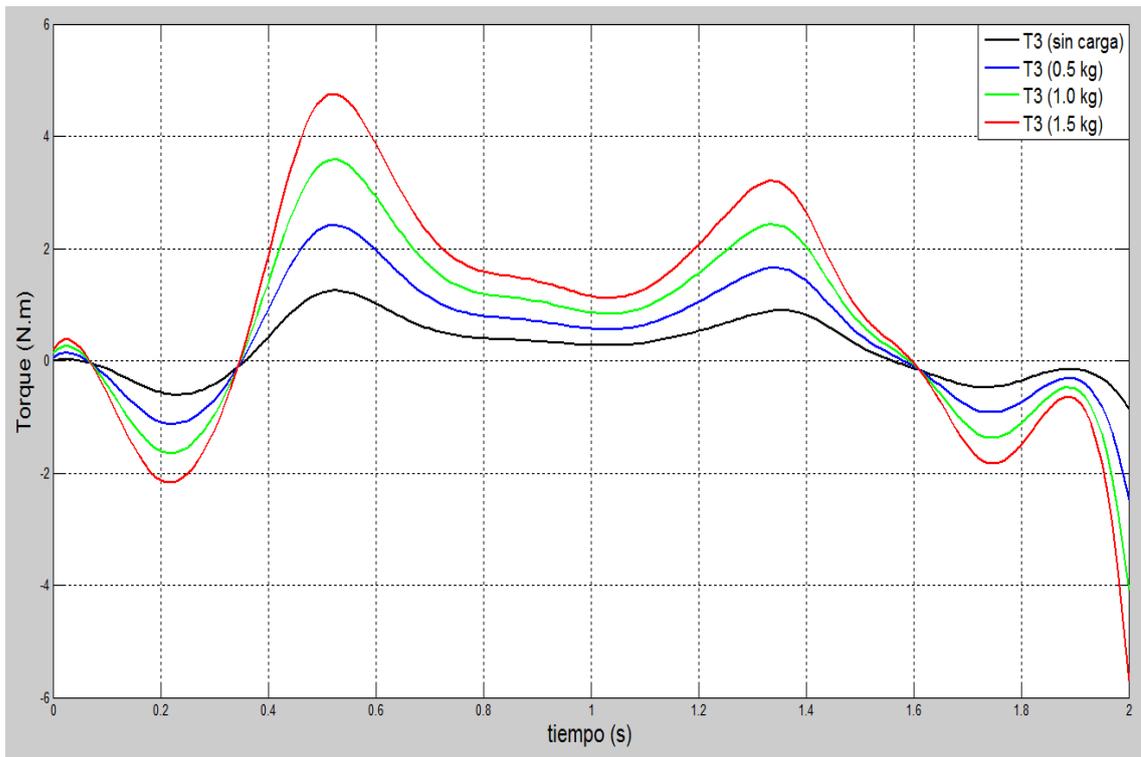


Fig. 4-20 Torque de rotación interna del hombro vs tiempo (con carga) obtenido por Lagrange

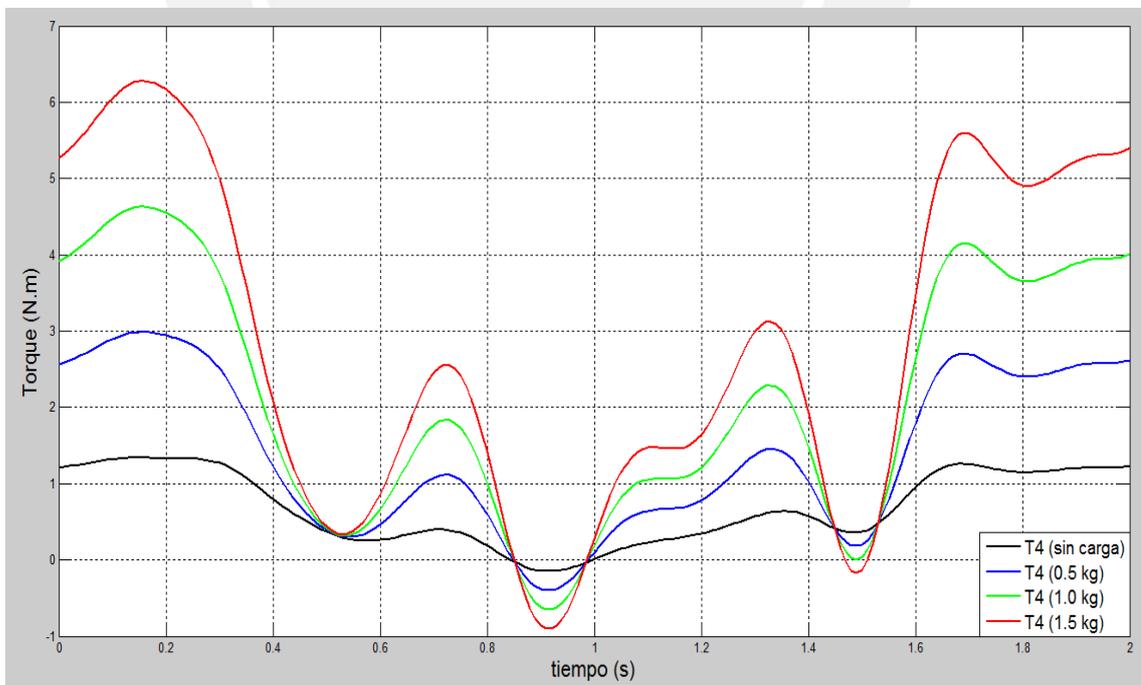


Fig. 4-21 Torque de flexión del codo vs tiempo (con carga) obtenido por Lagrange

Tabla 4-2 Valores máximos y mínimos del torque calculado por Lagrange

Carga externa (kg)	T1 (N.m)		T2 (N.m)		T3 (N.m)		T4 (N.m)	
	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx
Sin carga	-6.50	1.67	-0.73	2.13	-0.85	1.25	-0.15	1.34
0.5 kg	-8.65	3.20	-0.72	3.34	-2.47	2.42	-0.40	2.99
1.0 kg	-10.82	4.74	-0.72	4.54	-4.09	3.59	-0.65	4.63
1.5 kg	-12.98	6.28	-1.07	5.75	-5.71	4.76	-0.90	6.28

4.3 Verificación de valores y discusión de resultados

Las funciones de torque obtenidas son físicamente coherentes, ya que la amplitud de las funciones en las gráficas va en aumento al incrementar la carga externa en el efector final del mecanismo, al igual que al incrementar la masa y la longitud de los eslabones.

La validación del modelo dinámico es esencial para la confiabilidad de los resultados obtenidos mediante la simulación numérica, ya que permite contrastar los parámetros calculados con los datos obtenidos en la literatura [Murray, 1996]. Sin embargo, no se cuenta con suficiente información referente a los parámetros físicos y cinemáticos empleados por Murray para repetir la simulación dinámica, por lo que se asumen valores fisiológicos característicos del hombre anglosajón promedio, cuya altura es 1.77 m, el resto de parámetros se obtienen en función de la altura tal y como se hizo para el hombre peruano promedio. En Matlab, se reemplaza el código por los siguientes valores aproximados:

```
%parámetros alternativos de prueba
L1=0;
L2=0;
L3=0.33;
L4=0.25;
Me1=0;
Me2=0;
Me3=2.1;
Me4=1.2;
Mc=1
```

En la Tabla 4-3 se muestra los valores máximos y mínimos de los torques obtenidos de la simulación considerando los mismos parámetros cinemáticos. A su vez, se muestran los rangos de valores del trabajo de Murray.

Tabla 4-3 Comparación valores mínimos y máximos del torque

	T1 (N.m)		T2 (N.m)		T3 (N.m)		T4 (N.m)	
	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx
Simulación	-13.72	5.92	-1.02	5.87	-4.71	4.20	-0.74	5.25
Murray¹⁸	-6.5	13.5	-3.7	4.2	-3.9	0.8	0.1	5.8

Los rangos de valores son bastante similares en amplitudes y guardan coherencia numérica en todos los casos a excepción de T1, cuyos valores extremos se encuentran con signos distintos, y el rango de T2, cuyo extremo superior difiere significativamente. El procedimiento expuesto en la literatura [Murray, 1996] indica que se empleó la parametrización Denavit-Hartenberg y la formulación Recursiva de Newton-Euler para el modelo dinámico, mas no se detalla el procedimiento seguido, la selección de los ejes coordenados en cada articulación, ni los parámetros para las matrices de transformación homogénea, por lo que se puede asumir que la discrepancia de los signos se deba a la orientación de los ejes coordenados. Además, el modelo desarrollado en este trabajo se simula considerando solamente al brazo izquierdo, mientras que se desconoce este aspecto de la fuente. Cabe resaltar que las diferencias también pueden deberse a que se desarrolla la simulación con los valores angulares promedios, mientras que en la literatura se presenta el promedio de los torques calculados con distintas funciones para cada variable angular.

Finalmente, se culmina la validación repitiendo el cálculo de torques para un movimiento similar al trabajado, que de forma simplificada nos permita calcular los parámetros dinámicos del mecanismo mediante el modelo Lagrange (con el algoritmo trabajado en el Capítulo 3) y compararlos con un modelo alternativo como el de Newton-Euler, buscando coherencia entre los mismos. Se propone 2 movimientos para la verificación, los cuales se esquematizan en la Fig. 4-22:

¹⁸ Valores del torque calculado por Murray [Murray, 1996]

- Flexión pura del hombro (Verificación de q_1): Consiste en llevar el brazo recto desde la posición normal (a los costados del cuerpo) hasta la posición horizontal, estableciendo un rango de movimiento entre 0° y 90° . El movimiento se realiza completamente en el plano sagital.
- Flexión pura del codo (verificación de q_4): Consiste en flexionar el antebrazo entre 0° y 90° manteniendo el brazo fijo en posición normal. El movimiento se realiza completamente en el plano sagital.

El movimiento empleado en el cálculo original de la cinética del mecanismo comprende desde que se sujeta la carga hasta que se eleva hasta la altura de la cabeza y regresan los brazos a la posición inicial. Sin embargo, para la verificación se propone realizar los cálculos dinámicos con la mitad del movimiento, es decir, desde que se sujeta la carga hasta que se eleva a la altura de la cabeza, ya que el movimiento de retorno es similar pero en dirección contraria. Por lo tanto, la duración del movimiento es de 1 segundo.

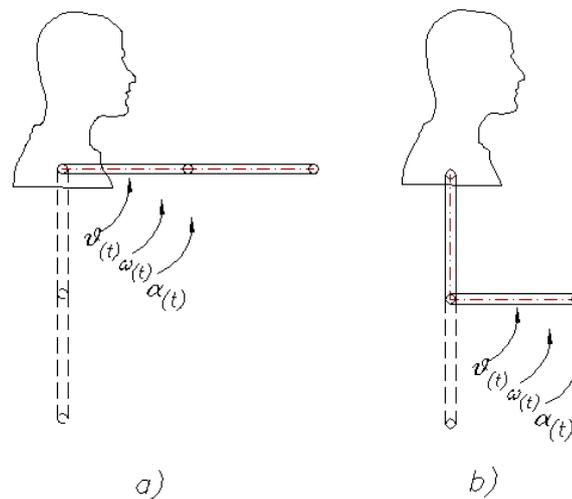


Fig. 4-22 Movimientos para verificación: a) flexión pura del hombro b) flexión pura del codo

Asimismo, se establece que las velocidades angulares al inicio y final del movimiento de verificación son nulas, debido a que el mecanismo parte del reposo y termina el movimiento en reposo. Por lo tanto, para cumplir con esta característica se requiere que los ángulos sigan una trayectoria polinómica de tercer grado para los ángulos involucrados (q_1 y q_4) entre 0° y 90° , tal y como se muestra en la ecuación (4-2). Los

ángulos restantes (q_2 y q_3) serán iguales a 0 en toda la trayectoria. Entonces, para la flexión pura del hombro, $q_1 = \theta(t)$ y para la flexión pura del codo $q_4 = \theta(t)$.

$$\theta_{(t)} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (4-2)$$

$$\dot{\theta}_{(t_i)} = \dot{\theta}_{(t_f)} = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 = 0 \quad (4-3)$$

Las constantes de la ecuación serán:

$$a_0 = \theta_i \quad (4-4)$$

$$a_1 = 0 \quad (4-5)$$

$$a_2 = \frac{3}{t_f^2} (\theta_f - \theta_i) \quad (4-6)$$

$$a_3 = -\frac{2}{t_f^3} (\theta_f - \theta_i) \quad (4-7)$$

Entonces, se tendrán las ecuaciones para la velocidad y aceleración angular derivando el ángulo respecto al tiempo:

$$\omega = \dot{\theta}_{(t)} = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 \quad (4-8)$$

$$\alpha = \ddot{\theta}_{(t)} = 2a_2 + 6a_3 t \quad (4-9)$$

Se implementa el cálculo de verificación en Matlab para emplear el algoritmo de cálculo de Uicker utilizado anteriormente y obtener las funciones del torque del mecanismo. Las gráficas del movimiento de verificación se presentan desde la Fig. 4-23 hasta la Fig. 4-25.

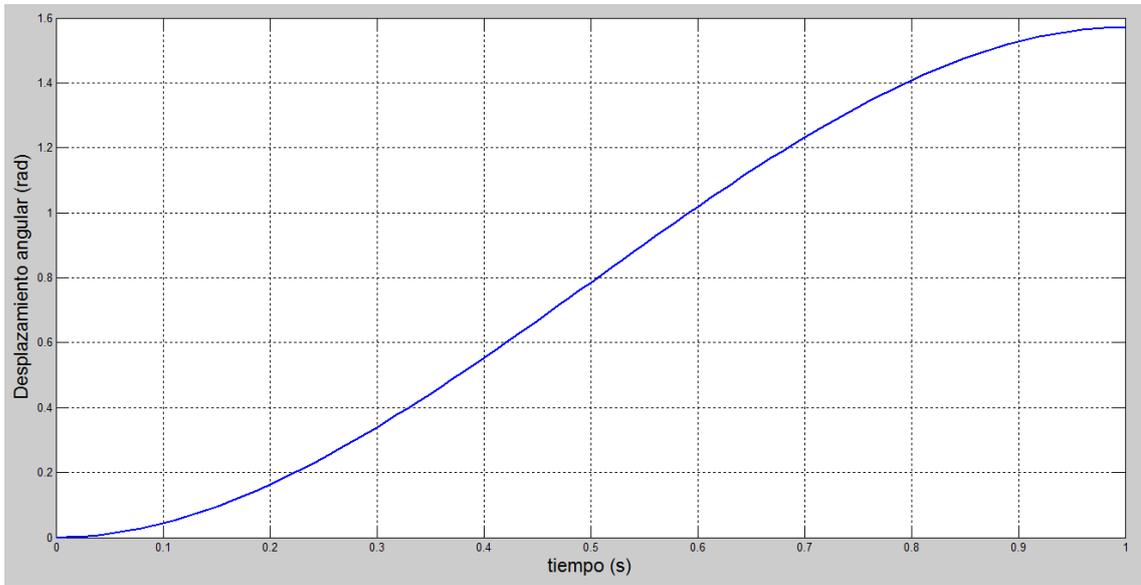


Fig. 4-23 Verificación: Desplazamiento angular vs tiempo

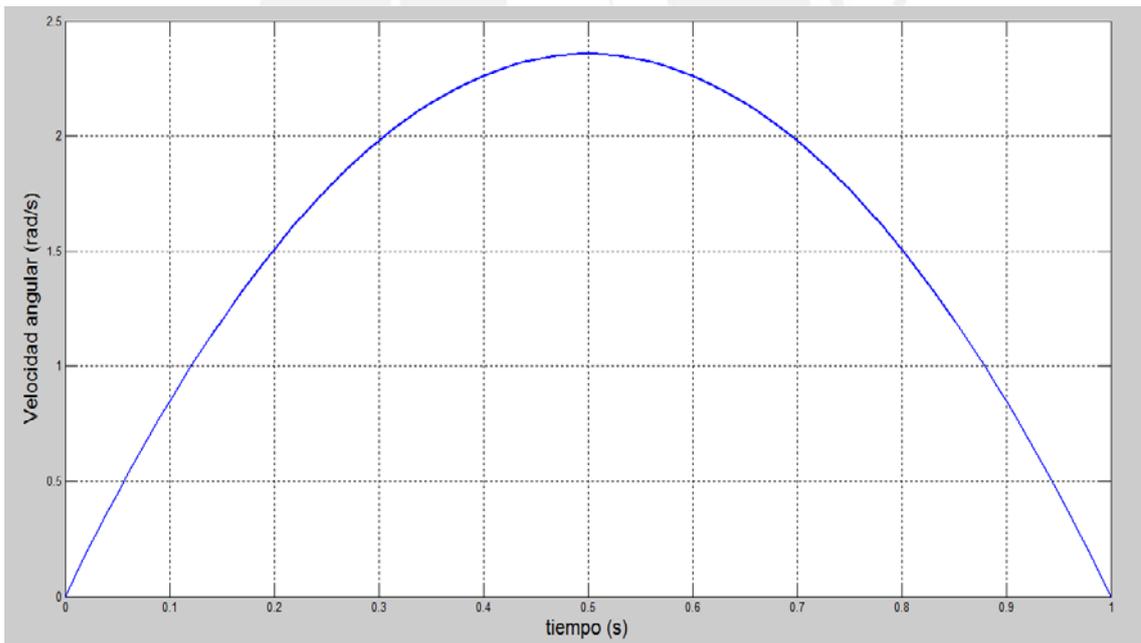


Fig. 4-24 Verificación: Velocidad angular vs tiempo

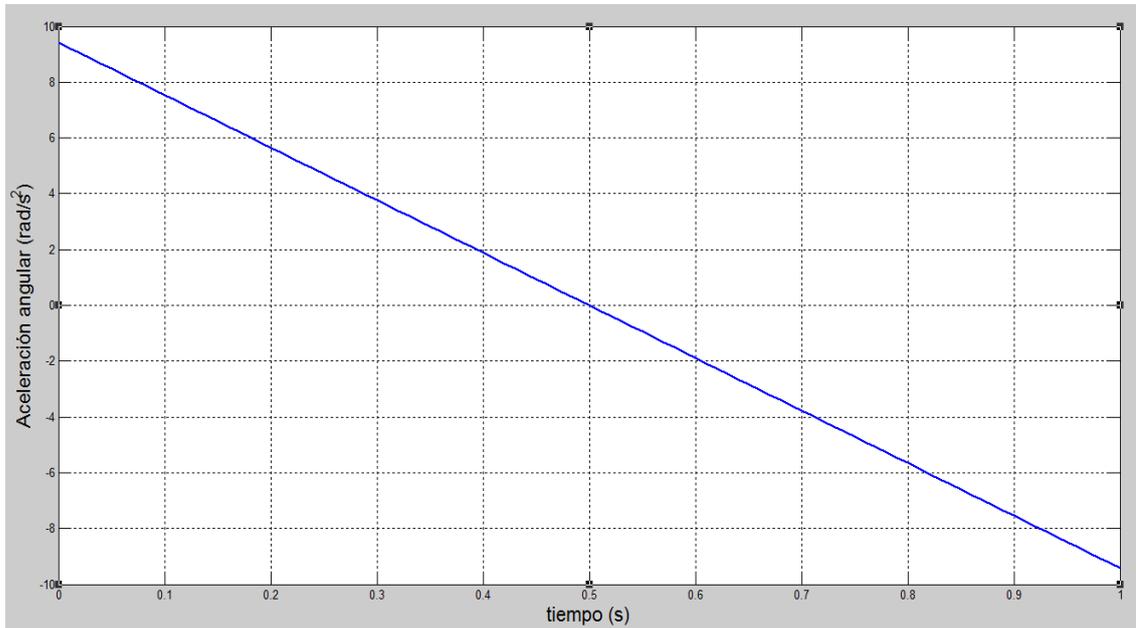


Fig. 4-25 Verificación: Aceleración angular vs tiempo

Con estos parámetros cinemáticos, se realiza el cálculo del torque efectivo en cada articulación planteando las ecuaciones dinámicas de la mecánica clásica de Newton-Euler con el objetivo de validar el modelo cinético mediante un cálculo analítico alternativo. Las ecuaciones dinámicas de la flexión pura del hombro se desarrollan desde la ecuación (4-10) hasta la (4-13) tomando como referencia el DCL mostrado en la Fig. 4-26

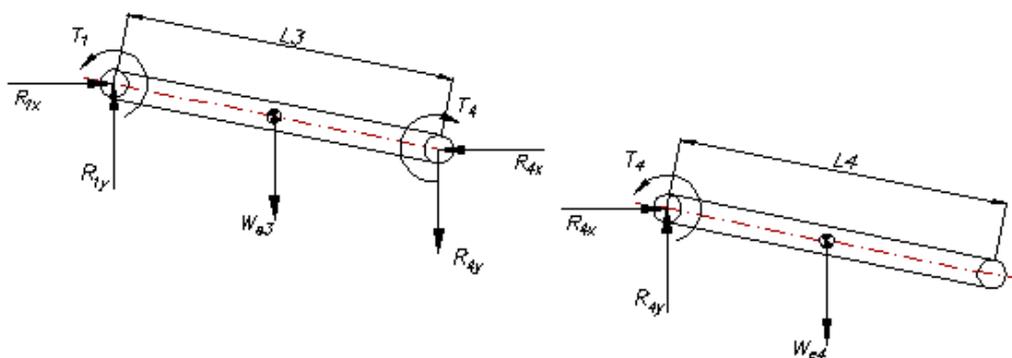


Fig. 4-26 DCL del mecanismo (flexión pura del hombro)

$$T_4 = \frac{m_4 L_4^2}{4} \alpha + \frac{m_4 g L_4}{2} \sin \theta$$

(4-10)

$$R_{4x} = m_4 \left[\left(L_3 + \frac{L_4}{2} \right) \alpha \cos \theta - \left(L_3 \frac{L_4}{2} \right) \omega^2 \sin \theta \right] \quad (4-11)$$

$$R_{4y} = m_4 \left[\left(L_3 + \frac{L_4}{2} \right) \alpha \sin \theta + \left(L_3 \frac{L_4}{2} \right) \omega^2 \cos \theta \right] + m_4 g \quad (4-12)$$

$$T_1 = \frac{m_1 L_3^2}{4} \alpha + \frac{m_1 g L_1}{2} \sin \theta + T_4 + R_{4x} L_1 \cos \theta + R_{4y} L_1 \sin \theta \quad (4-13)$$

En el movimiento de flexión pura del codo, se toma en consideración la restricción de que el brazo debe permanecer inmóvil y en posición vertical, como se muestra en la Fig. 4-27. Para el eslabón del brazo se establece el equilibrio estático, mientras que para el antebrazo se resuelve nuevamente las ecuaciones dinámicas. Los torques se pueden calcular con las expresiones de las ecuaciones (4-14) y (4-15).

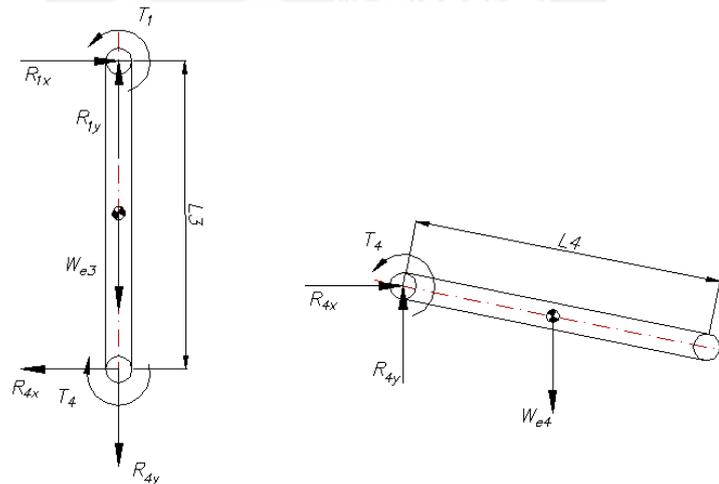


Fig. 4-27 DCL del mecanismo (flexión pura del codo)

$$T_4 = \frac{m_4 L_4^2}{4} \alpha + \frac{m_4 g L_4}{2} \sin \theta \quad (4-14)$$

$$T_1 = T_4 + R_{4x} L_3 \quad (4-15)$$

La Tabla 4-4 muestra los valores máximos y mínimos de las funciones del torque en el tiempo. Nótese que el torque en las articulaciones 2 y 3 son nulos debido a que el movimiento se desarrolla en el plano sagital, es decir, el modelo dinámico mantiene relación con las características físicas del movimiento. Las gráficas de dichas funciones se muestran en la Fig. 4-28 y en la Fig. 4-29 para el movimiento de flexión pura del hombro, mientras que las de flexión pura del codo se muestran en la Fig. 4-30 y en la Fig. 4-31. Se puede apreciar que estos valores son cercanos a los presentados en la simulación sin carga, por lo que el modelo cinético mantiene concordancia ante la variación de los parámetros angulares.

Tabla 4-4 Valores máximos y mínimos del torque usando Lagrange

	T1 (N.m)		T2 (N.m)		T3 (N.m)		T4 (N.m)	
	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx	Mín	Máx
Flexión pura del hombro	1.51	4.71	0	0	0	0	0.50	1.14
Flexión pura del codo	0.50	1.24	0	0	0	0	0.20	1.30

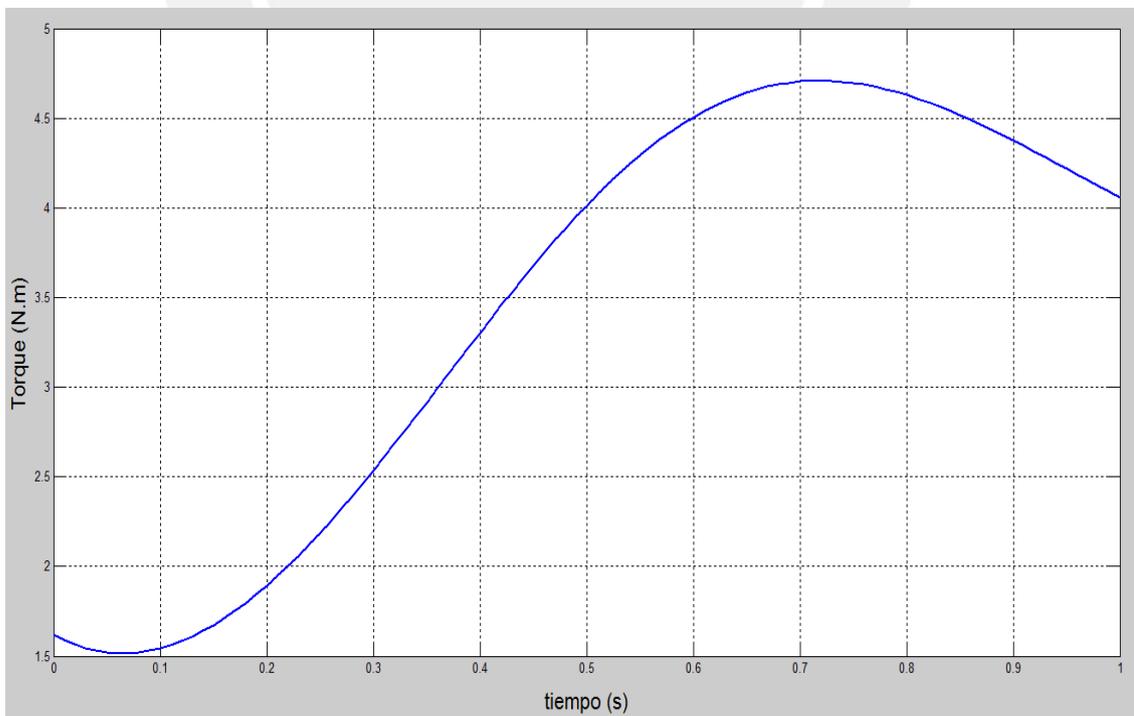


Fig. 4-28 Torque de flexión del hombro vs tiempo obtenido por Newton-Euler

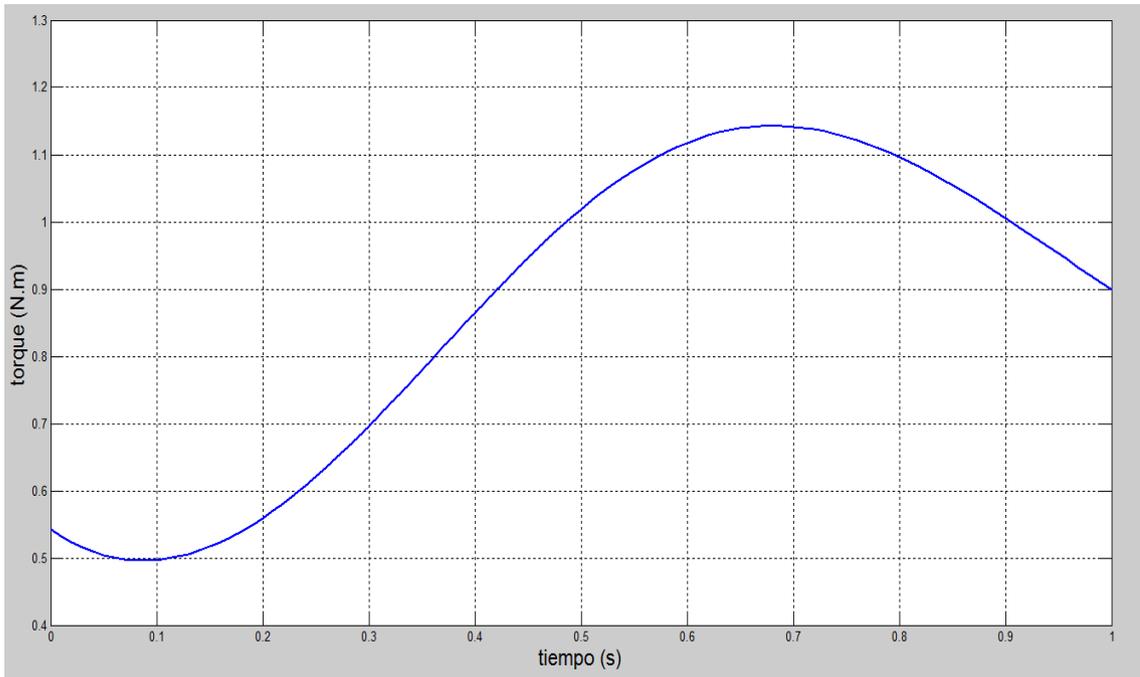


Fig. 4-29: Torque de flexión del codo vs tiempo obtenido por Newton-Euler

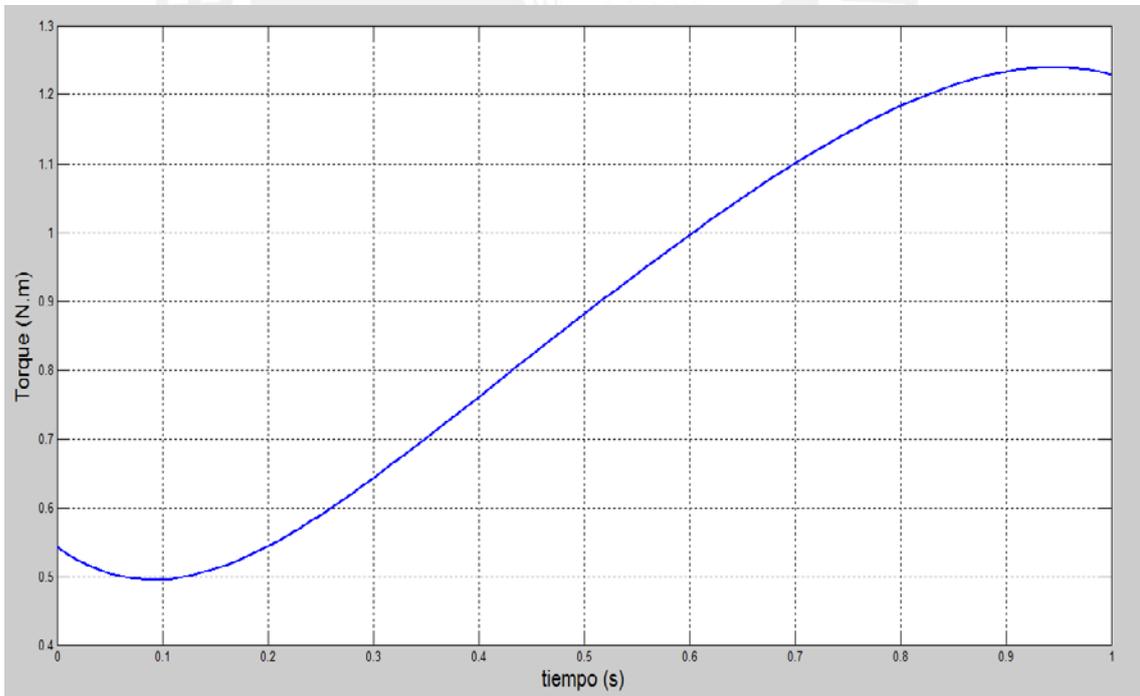


Fig. 4-30 Torque de flexión del hombro vs tiempo obtenido por Newton-Euler

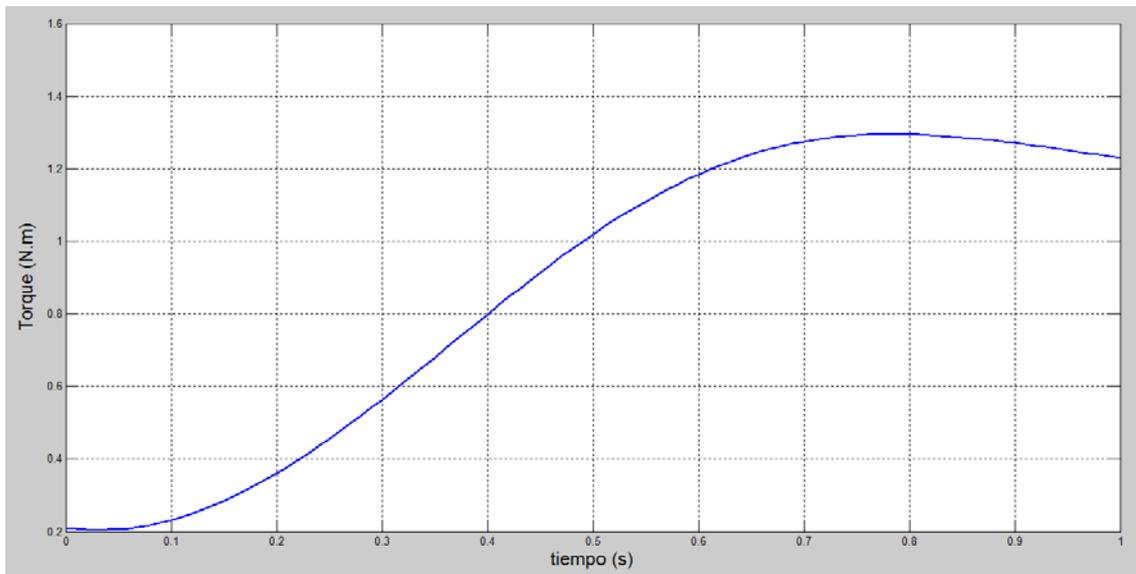


Fig. 4-31 Torque de flexión del codo vs tiempo obtenido por Newton-Euler

Se compara estos resultados con el cálculo empleando la formulación de Newton-Euler para corroborar que el modelo mantenga concordancia con el cálculo teórico empleando dinámica básica, implementando las ecuaciones en Matlab. Se utiliza los siguientes parámetros:

```
%Definición de los parámetros físicos:
t = 0.5;
L1 = 0.305;
L4 = 0.239;
m1 = 1.686;
m4 = 0.963;
g = 9.81;
```

Empleando la formulación de Newton-Euler se obtiene:

$$T_1 = 4.6192 \text{ N.m}$$

$$T_4 = 0.7983 \text{ N.m}$$

Empleando el algoritmo de Uicker para la formulación de Lagrange se obtiene:

$$T_1 = -4.6192 \text{ N.m}$$

$$T_4 = -0.7983 \text{ N.m}$$

Se procede de la misma forma para el movimiento de flexión pura del codo, empleando los mismos parámetros físicos. Empleando la formulación de Newton-Euler se obtiene:

$$T_1 = 0.6605 \text{ N.m}$$

$$T_4 = 0.7983 \text{ N.m}$$

Empleando el algoritmo de Uicker para la formulación de Lagrange se obtiene:

$$T_1 = -0.6605 \text{ N.m}$$

$$T_4 = -0.7983 \text{ N.m}$$

De la misma forma que en el ejemplo anterior, el signo negativo se debe al sistema de referencia empleado en el modelo. Asimismo, se observa que el torque del codo (T_4) es igual en ambos cálculos, ya que el eslabón 4 se encuentra bajo las mismas condiciones cinemáticas. Con esto se comprueba que el modelo es correcto y los parámetros calculados son confiables.

OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES

En el Capítulo 2 se definió como requisito que el modelo no contempla desplazamientos del hombro, considerando que el tórax se mantiene fijo en todo el lapso del movimiento. Sin embargo, tal y como se revisó en la fisiología del hombro, existen pequeños desplazamientos en el hombro, ya que en cada movimiento que este realiza se produce la interacción de varias articulaciones que ocasionan que el hombro no sea un punto fijo, realizando desplazamientos pequeños. Esto se puede estudiar y evaluar mediante pruebas experimentales una vez fabricada la prótesis, ya que no se puede cuantificar el error con este trabajo.

El modelo propuesto sirve para los 4 GDL propuestos en la tesis; si se desea ampliar los movimientos, se deberán hacer ajustes en la parametrización Denavit-Hartenberg y en la rutina donde se plasma el algoritmo de Uicker para los cálculos cinéticos, ya que este depende directamente del número de GDL y de las matrices de transformación. Si bien la información presentada representa un avance en el trabajo con prótesis funcionales, se recomienda ampliar el modelo para más grados de libertad, incluyendo los de pronación-supinación y los referidos a la muñeca. Asimismo, se recomienda incluir los efectos del peso de la mano en el extremo del mecanismo.

En el Capítulo 2 se definió que para cumplir con el alcance de la tesis, se considera solo el peso de los eslabones que representan el brazo y el antebrazo, despreciando el peso de los dos restantes así como el peso de los actuadores. Se realizó una simulación del movimiento sin carga y otra similar asumiendo que la carga externa es de 0.5 kg, 1 kg y 1.5 kg arbitrariamente. El modelo permite variar este valor para posteriores análisis cinéticos.

Tanto el modelo cinemático como el cinético pueden trabajar con cualquier movimiento para la extremidad superior. Sin embargo es necesario que se inserten las funciones correctamente realizando aproximaciones a funciones en el tiempo, por lo que se recomienda utilizar series de Fourier, ya que el error obtenido es muy pequeño en comparación a una aproximación a una función polinómica.

Es importante obtener las funciones aproximadas en el tiempo para el cálculo de las velocidades y aceleraciones angulares mediante las derivadas respecto al tiempo de cada función, ya que la derivación numérica a partir de los datos experimentales conlleva a obtener funciones con errores significativos.

Se recomienda considerar los efectos físicos de los actuadores en las articulaciones, ya que estos generan un torque debido a la distribución de la masa según la configuración del mecanismo, lo cual, según el sentido del movimiento, tendrá un efecto de disminución o aumento del torque efectivo aplicado. De la misma manera, se recomienda considerar la fricción en las juntas, ya que esta genera un torque resistente entre la articulación y el actuador.

El uso de Matlab es conveniente debido a la facilidad para realizar operaciones con matrices y cálculo simbólico, si bien el entorno no es tan amigable, se recomienda seguir utilizando este software debido a la gran versatilidad para realizar cálculos y por ofrecer la posibilidad de usar herramientas como “*Curve Fitting*” del toolbox “*Math, Statistics and Optimization*”. Además, se recomienda explorar otras herramientas como “*SimMechanics*” que puedan simplificar la modelación dinámica del mecanismo.

El cálculo de verificación de resultados se realizó asumiendo valores de los parámetros fisiológicos con el fin de replicar el experimento de Murray y obtener valores cercanos a sus resultados., debido a que no se contaba con toda la información disponible.

Se recomienda obtener los parámetros angulares de forma experimental, tanto para los 4 GDL trabajados como para los no abarcados en esta tesis pero que forman parte de la fisiología del brazo, con el fin de fidelizar la toma de datos para el modelo y garantizar la precisión de los cálculos. De esta forma, se amplía el estudio de la biomecánica del brazo y se enriquece el trabajo aportado por esta tesis.

CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo dinámico de un mecanismo de 4 GDL, el cual permite el desarrollo de prótesis activas orientada a personas con desarticulación humeral, mediante el estudio de la biomecánica de la extremidad superior, proporcionando un diseño de la propuesta conceptual del mecanismo, las ecuaciones matemáticas que componen el modelo cinemático (Denavit-Hartenberg) y cinético (formulación de Lagrange mediante el algoritmo de Uicker) así como el algoritmo computacional implementado en Matlab, mostrando resultados numéricos que se contrastan con los disponibles en la literatura.

El modelo permite obtener parámetros de selección de actuadores mediante la simulación numérica, según los requerimientos de carga de la prótesis, los mismos que pueden variar en relación a las tareas que se deseen realizar y los requerimientos de diseño. Asimismo, el modelo admite variaciones en las características físicas del mecanismo como peso, longitud e inercia de eslabones y actuadores, que son los parámetros de entrada para la rutina de cálculo.

Matlab es un software adecuado para implementar las rutinas de cálculo, ya que permite realizar las operaciones matriciales, derivación simbólica de funciones y aproximaciones necesarias para conseguir los resultados finales, construyendo las gráficas del comportamiento del mecanismo, de las cuales se extrae los valores máximos y mínimos para la selección de actuadores.

Los resultados obtenidos mediante la simulación dinámica se mantuvieron dentro de los esperados en comparación a los obtenidos por Murray (1996) y son coherentes físicamente ante la variación de los parámetros. Asimismo, el modelo se ha validado mediante un cálculo alternativo empleando la formulación de Newton-Euler, el cual proporciona los mismos resultados obtenidos mediante la formulación de Lagrange, corroborando que los resultados son coherentes.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] ORGANISMO MUNDIAL DE LA SALUD (OMS), «Informe Mundial sobre la Discapacidad,» 2011.
- [2] INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA (INEI), «Encuesta Nacional Especializada sobre Discapacidad,» 2012.
- [3] INSTITUTO NACIONAL DE REHABILITACION (INR), «Prevalencia de deficiencias, discapacidades y minusvalías,» Oficina de Estadística e Informática, 1993.
- [4] V. BENEDETTI P., *Anatomía: Miembro Superior: Resumen*, Universidad de la frontera, 2009.
- [5] D. WINTER, *Biomechanics and motor control of human movement*, Ontario, Canadá: John Wiley & Sons, 2009.
- [6] A. FREIVALDS, *Biomechanics of the upper limbs: Mechanics, Modeling and Musculoskeletal injuries*, Boca Ratón, Florida: CRC Press, 2009.
- [7] C. ARCE, «Prótesis de miembros superiores,» 2005. [En línea]. Available: www.arcesw.com/pms1.htm. [Último acceso: Mayo 2015].
- [8] B. SULLCAHUAMÁN JAUREGUI, *Diseño mecánico de un prototipo de prótesis mioeléctrica transradial. Tesis para optar por el título de ingeniero mecánico.*, Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, 2013.
- [9] MAIL ONLINE, «Science and Tech,» [En línea]. Available: <http://www.dailymail.co.uk/sciencetech/article-2879662/Watch-incredible-moment-double-amputee-uses-TWO-mind-controlled-prosthetic-arms-time.html> Consulta. [Último acceso: Mayo 2015].
- [10] D. WORLD, «Design world,» [En línea]. Available: <http://www.designworldonline.com/gears-put-new-designs-in-motion/> Consulta. [Último acceso: Mayo 2015].
- [11] JOHNS HOPKINS UNIVERSITY. LABORATORIO DE FÍSICA APLICADA, «Prótesis Modular: Prosthetic Limb,» [En línea]. Available: <http://www.jhuapl.edu/prosthetics/scientists/mpl.asp>. [Último acceso: Mayo 2015].

- [12] FILLAUER EUROPE CENTRI, «Spares parts and accesories,» [En línea]. Available: http://www.centri.se/images/Product_pictures/Elbows_MYO/Spare-parts-and-accessories-MYO-Elbows.pdf. [Último acceso: Mayo 2015].
- [13] J. HAMILL y K. M. KNUTZEN, Biomechanical Basis o Human Movement - 3ed, Baltimore, Philadelphia: Wolters Kluwer, 2009.
- [14] A. KAPANDJI, Fisiología Articular - esquemas comentados de mecánica humana 6ed, Madrid: Editorial Médica Panamericana, 2006.
- [15] A. OLLERO BATURONE, Robótica, Manipuladores y robots móviles, Barcelona, España: Marcombo S.A., 2001.
- [16] A. BARRIENTOS, L. F. PEÑIN, C. BALAGUER y R. ARACIL, Fundamentos de Robótica, Madrid: McGraw-Hill, 2007.
- [17] M. HABIBNEJAD KORAYEM, «Kinematic and Dynamic Modelling oh Human Shoulder,» Tehran, Iran, 1999.
- [18] I. A. MURRAY, *Determining Upper Limb Kinematics And Dynamics During Every Day Tasks. Tesis para optar por el título de Ph.D.*, Newcastle: Center for Rehabilitation and Engineering Studies. Departmen of Mechanical, Materials and Manufacturing Engineering., 1999.
- [19] L. F. LOPEZ APOSTOLOVICH, *Modelación y simulación dinámica de un brazo robótico de 4 grados de libertad para tareas sobre un plano horizontal. Tesis para optar por el título de ingeniero mecánico*, Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, 2009.

ANEXOS

ANEXO 1

Indicadores hospitalarios de la utilización de equipos protésicos para extremidades superiores e inferiores en rehabilitación física.

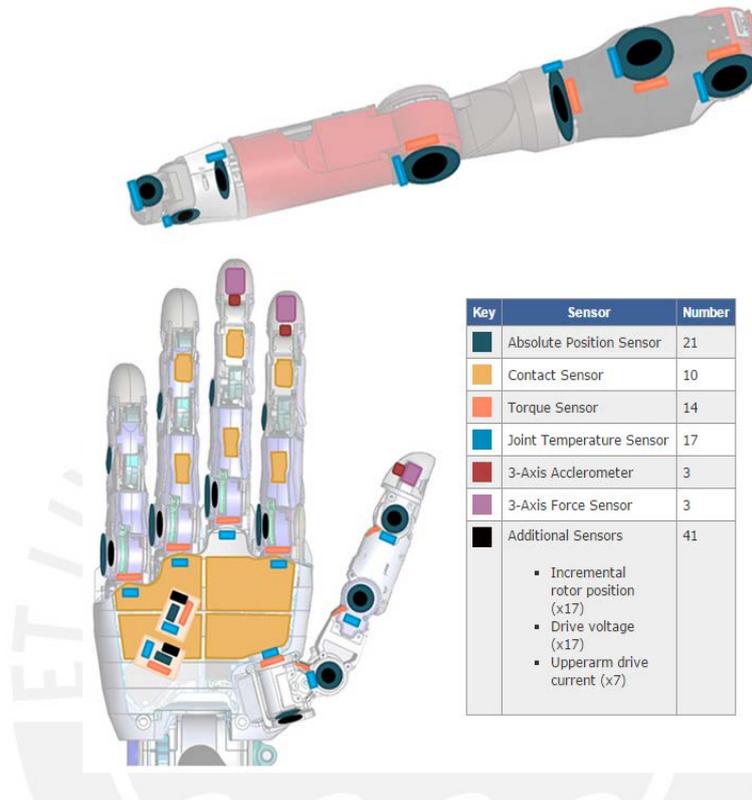
INSTITUTO NACIONAL DE REHABILITACION
APOYO A LA REHABILITACION FISICA
INR - 2014

TERAPIA OCUPACIONAL ESPECIALIZADA	MES												
	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	
TOTAL	81,268	6,644	5,831	6,497	6,714	7,352	7,810	7,280	6,037	6,715	7,144	6,481	6,763
TERAPIA OCUPACIONAL INDIVIDUAL	24,569	2,044	1,779	2,022	2,050	2,267	2,260	2,126	1,807	2,108	2,035	2,062	2,009
Funcional	17,692	1,407	1,289	1,294	1,422	1,567	1,680	1,459	1,330	1,484	1,704	1,485	1,551
Actividades de la Vida Diaria	14,093	1,193	961	1,189	1,223	1,299	1,375	1,401	1,153	1,075	1,059	998	1,167
Cognitivas	11,849	1,040	879	977	1,006	1,029	1,133	1,073	915	911	902	966	1,018
Sensoperceptual	2,654	153	169	186	95	289	315	285	75	273	391	221	192
Ergonomía e higiene postural	239	15	16	14	19	27	32	8	20	24	21	18	25
Economía (protección) articular	107	6	16	8	5	6	10	2	7	8	14	12	13
Toma de medidas y Adecuación de Silla de Ruedas	6,934	571	501	546	606	555	653	626	533	629	642	512	560
Integración sensorial	65	-	8	9	6	1	2	11	6	1	3	6	12
Control Orofacial	2,060	181	138	161	175	163	223	180	155	139	261	126	158
Entrenamiento en habilidades escolares	317	11	17	21	20	50	50	50	5	20	30	28	15
Entrenamiento protésicos con ayudas biomecánicas, extremidades superiores e inferiores	35	5	4	4	3	-	6	-	1	1	7	-	4
Entrenamiento para el manejo y propulsión de silla de ruedas	30	-	-	-	3	2	7	5	2	-	-	10	1
Rehabilitación Profesional - Entrenamiento para la reintegración al trabajo (Adiestramiento en Prestalles)	7	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-	6	-
Habilidades laborales	7	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-	6	-
Análisis de puesto de trabajo y adiestramiento	23	-	-	-	1	2	7	6	2	-	-	6	1
Actividades prelaborales	624	18	54	66	81	67	64	54	28	42	75	37	38
Diseño y confección de ortésicos simples													

FUENTE: INR - OEI - EE - SISTEMA INR-OEII

ANEXO 2

Especificaciones de prótesis de DARPA



General Specifications

Parameter	Value	Units
Degrees of Freedom	26	DOF
Motors (Degree of Control)	17	DOC
Onboard Motor Controllers	Custom Embedded	
Onboard Sensor Conditioning and Digitization	Custom Embedded	
Mass of Hand and Wrist	2.9	lbs
Mass of Upper Arm with Battery	7.6	lbs
Payload Capacity (Wrist Active)	15	lbs
Payload Capacity (Wrist Static and Upper Arm Active)	35	lbs
Cylindrical Grasp Force	70	lbf
Two-Jaw Pinch Force	15	lbf
Three-Jaw Chuck Pinch Force	25	lbf
Lateral Key-Pinch Force	25	lbf
Upper Arm Joint Speed	120*	degs/s
Wrist Joint Speed	120*	degs/s
Hand Open or Close Time	300	ms
Voltage	24	volts
Communications	CAN	

*through range of motion

ANEXO 3

Datos antropométricos

TABLE 4.1 Anthropometric Data

Segment	Definition	Segment Weight/Total Body Weight	Center of Mass/Segment Length		Radius of Gyration/Segment Length		Density	
			Proximal	Distal	C of G	Proximal		Distal
Hand	Wrist axis/knuckle II middle finger	0.006 M	0.506	0.494 P	0.297	0.587	0.577 M	1.16
Forearm	Elbow axis/ulnar styloid	0.016 M	0.430	0.570 P	0.303	0.526	0.647 M	1.13
Upper arm	Glenohumeral axis/elbow axis	0.028 M	0.436	0.564 P	0.322	0.542	0.645 M	1.07
Forearm and hand	Elbow axis/ulnar styloid	0.022 M	0.682	0.318 P	0.468	0.827	0.565 P	1.14
Total arm	Glenohumeral joint/ulnar styloid	0.050 M	0.530	0.470 P	0.368	0.645	0.596 P	1.11
Foot	Lateral malleolus/head metatarsal II	0.0145 M	0.50	0.50 P	0.475	0.690	0.690 P	1.10
Leg	Femoral condyles/medial malleolus	0.0465 M	0.433	0.567 P	0.302	0.528	0.643 M	1.09
Thigh	Greater trochanter/femoral condyles	0.100 M	0.433	0.567 P	0.323	0.540	0.653 M	1.05
Foot and leg	Femoral condyles/medial malleolus	0.061 M	0.606	0.394 P	0.416	0.735	0.572 P	1.09
Total leg	Greater trochanter/medial malleolus	0.161 M	0.447	0.553 P	0.326	0.560	0.650 P	1.06
Head and neck	C7-T1 and 1st rib/ear canal	0.081 M	1.000	— PC	0.495	0.116	— PC	1.11
Shoulder mass	Sternoclavicular joint/glenohumeral axis	—	0.712	0.288	—	—	—	1.04
Thorax	C7-T1/T12-L1 and diaphragm*	0.216 PC	0.82	0.18	—	—	—	0.92
Abdomen	T12-L1/L4-L5*	0.139 LC	0.44	0.56	—	—	—	—
Pelvis	L4-L5/greater trochanter*	0.142 LC	0.105	0.895	—	—	—	—
Thorax and abdomen	C7-T1/L4-L5*	0.355 LC	0.63	0.37	—	—	—	—
Abdomen and pelvis	T12-L1/greater trochanter*	0.281 PC	0.27	0.73	—	—	—	1.01
Trunk	Greater trochanter/glenohumeral joint*	0.497 M	0.50	0.50	—	—	—	1.03
Trunk head neck	Greater trochanter/glenohumeral joint*	0.578 MC	0.66	0.34 P	0.503	0.830	0.607 M	—
Head, arms, and trunk (HAT)	Greater trochanter/glenohumeral joint*	0.678 MC	0.626	0.374 PC	0.496	0.798	0.621 PC	—
HAT	Greater trochanter/mid rib	0.678	1.142	—	0.903	1.456	—	—

*NOTE: These segments are presented relative to the length between the greater trochanter and the glenohumeral joint. Source Codes: M, Dempster via Miller and Nelson; *Biomechanics of Sport*, Lea and Febiger, Philadelphia, 1973. P, Dempster via Plagenhoef; *Patterns of Human Motion*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, NJ, 1971. L, Dempster via Plagenhoef from living subjects; *Patterns of Human Motion*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1971. C, Calculated.

ANEXO 4:

Matrices de transformación homogénea del mecanismo.

$$H_{01} = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_{01} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_{12} = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & L_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_{12} = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 & L_2 C_2 \\ S_2 & 0 & -C_2 & L_2 S_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_{23} = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & 0 \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_{23} = \begin{bmatrix} C_3 & 0 & S_3 & 0 \\ S_3 & 0 & -C_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_{34} = \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & 0 \\ S_4 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_{34} = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & S_4 & L_4 C_4 \\ S_4 & 0 & -C_4 & L_4 S_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

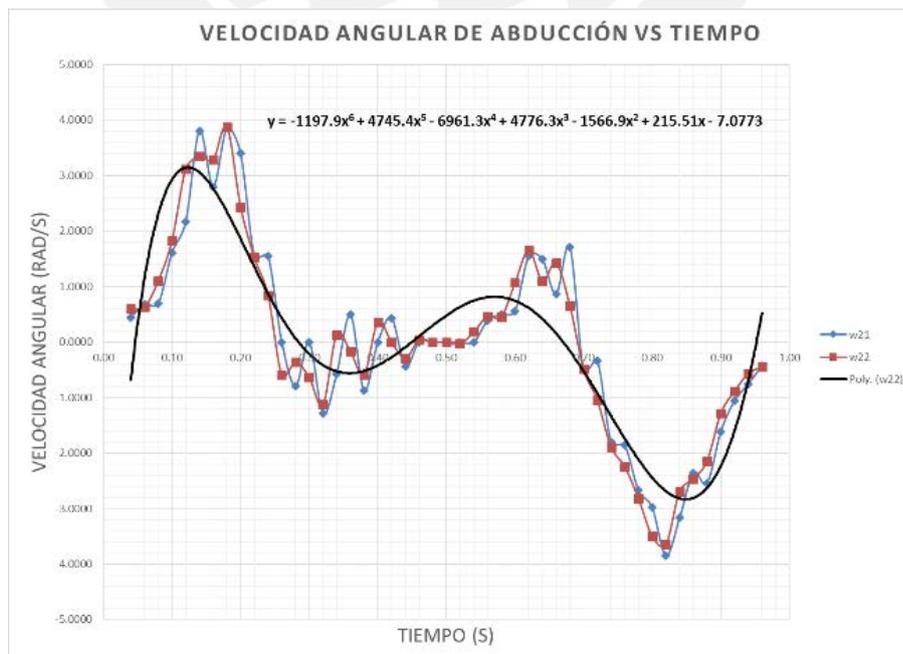
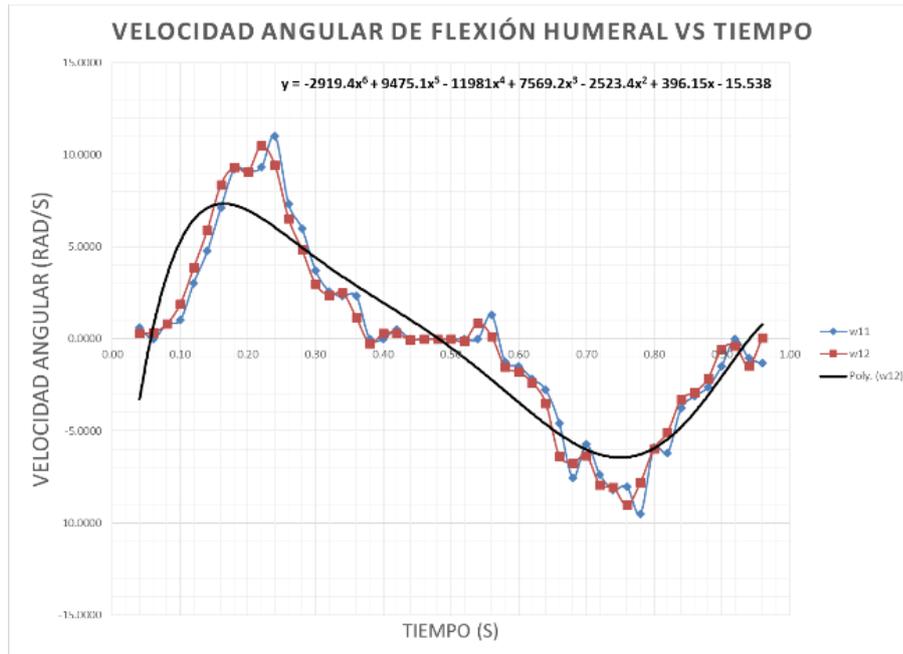
ANEXO 5

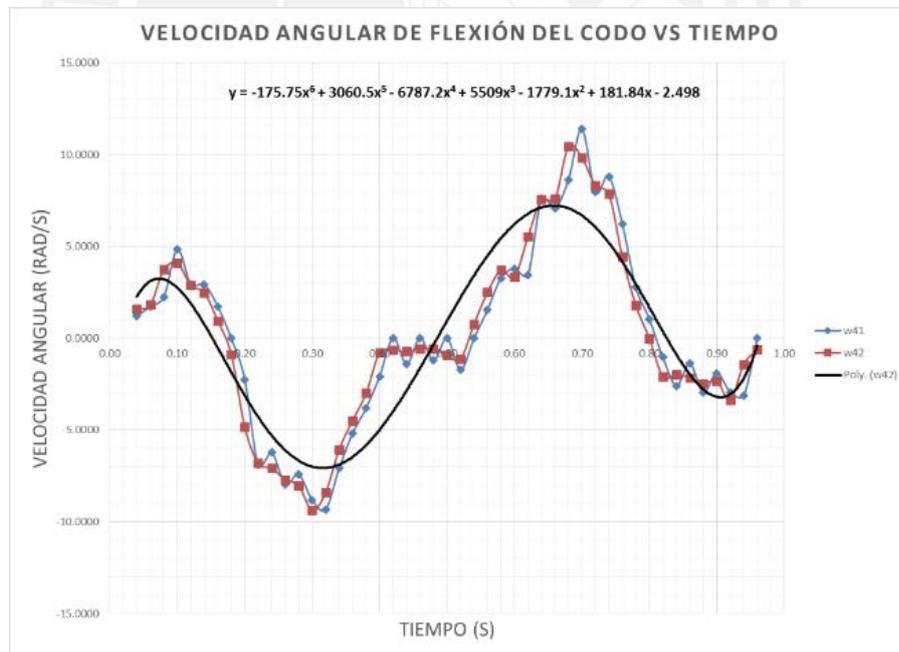
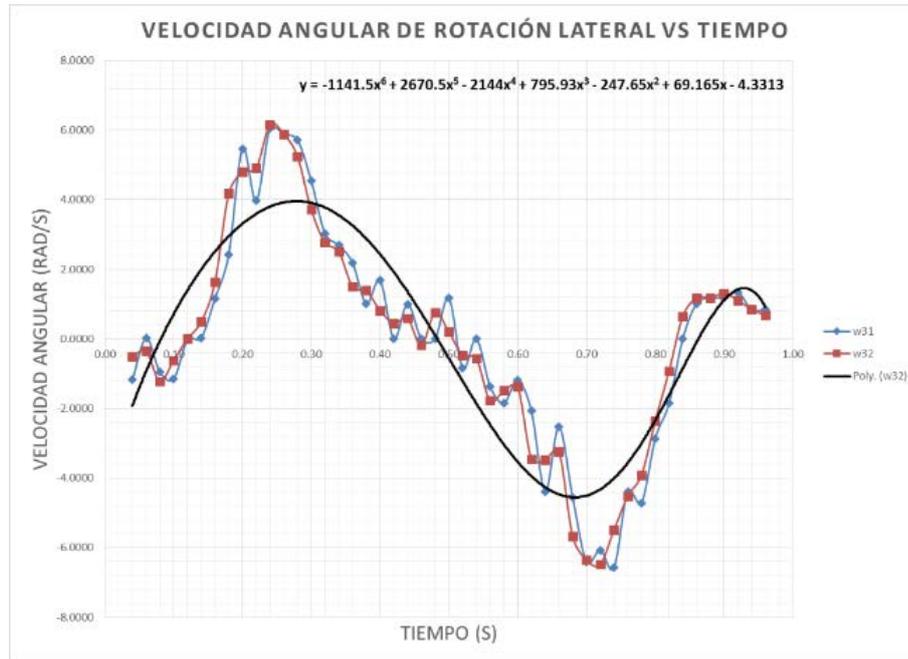
Desplazamientos angulares de los 4 GDL tomados de las gráficas de Murray para la aproximación de las funciones de movimiento.

ÁNGULOS (rad)									
Tiempo (s)	q1	q2	q3	q4	Tiempo (s)	q1	q2	q3	q4
0.00	0.30	0.14	0.51	1.35	0.52	1.91	0.54	1.37	0.26
0.02	0.29	0.14	0.49	1.34	0.54	1.91	0.54	1.37	0.26
0.04	0.31	0.15	0.46	1.36	0.56	1.94	0.54	1.34	0.29
0.06	0.31	0.17	0.46	1.40	0.58	1.91	0.55	1.30	0.36
0.08	0.32	0.18	0.44	1.44	0.60	1.88	0.56	1.28	0.43
0.10	0.34	0.21	0.42	1.54	0.62	1.84	0.60	1.24	0.50
0.12	0.40	0.26	0.42	1.60	0.64	1.78	0.63	1.15	0.66
0.14	0.50	0.33	0.42	1.65	0.66	1.69	0.64	1.10	0.80
0.16	0.64	0.39	0.44	1.69	0.68	1.54	0.68	1.01	0.97
0.18	0.83	0.47	0.49	1.69	0.70	1.43	0.67	0.88	1.20
0.20	1.01	0.53	0.60	1.64	0.72	1.28	0.66	0.76	1.36
0.22	1.19	0.57	0.68	1.51	0.74	1.12	0.62	0.63	1.53
0.24	1.42	0.60	0.80	1.38	0.76	0.96	0.59	0.54	1.66
0.26	1.56	0.60	0.92	1.22	0.78	0.77	0.53	0.44	1.71
0.28	1.68	0.58	1.04	1.07	0.80	0.65	0.47	0.39	1.73
0.30	1.76	0.58	1.13	0.90	0.82	0.52	0.40	0.35	1.71
0.32	1.81	0.55	1.19	0.71	0.84	0.45	0.33	0.35	1.66
0.34	1.85	0.54	1.24	0.57	0.86	0.39	0.29	0.37	1.63
0.36	1.90	0.55	1.28	0.47	0.88	0.33	0.24	0.39	1.57
0.38	1.90	0.54	1.30	0.39	0.90	0.30	0.20	0.42	1.54
0.40	1.90	0.54	1.34	0.35	0.92	0.30	0.18	0.44	1.48
0.42	1.91	0.54	1.34	0.35	0.94	0.28	0.17	0.46	1.42
0.44	1.91	0.54	1.36	0.32	0.96	0.26	0.16	0.48	1.42
0.46	1.91	0.54	1.36	0.32	0.98	0.28	0.15	0.48	1.38
0.48	1.91	0.54	1.36	0.30	1.00	0.26	0.15	0.46	1.35
0.50	1.91	0.54	1.38	0.30					

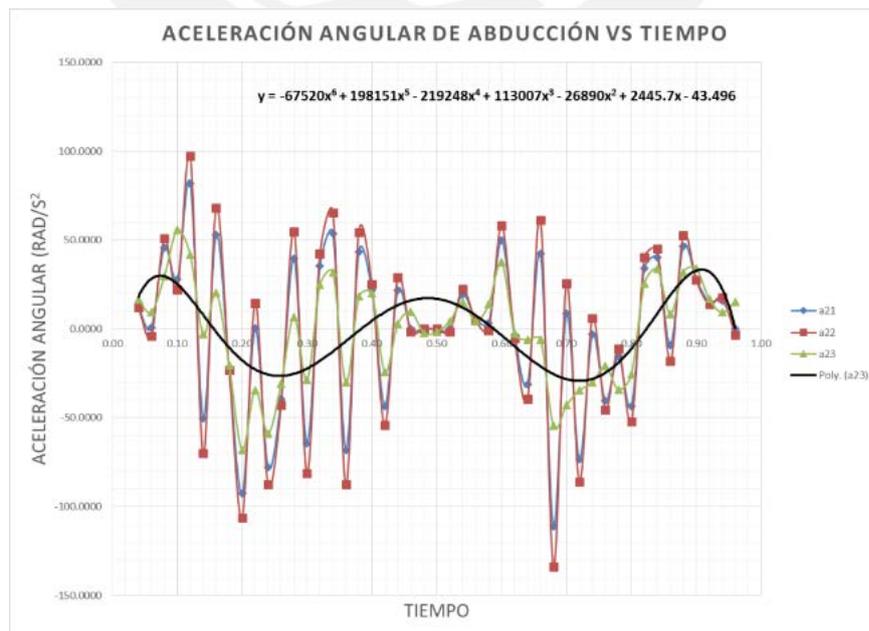
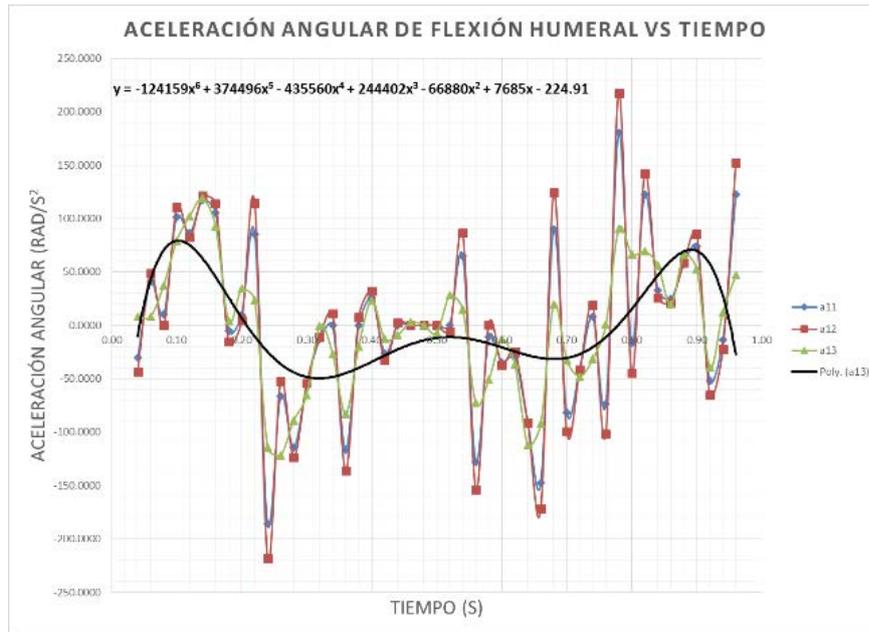
ANEXO 6

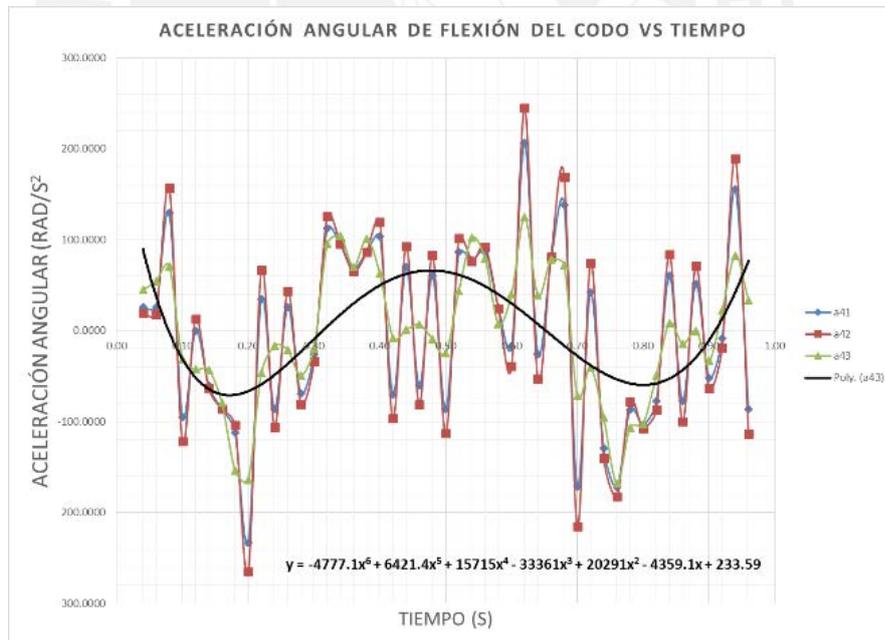
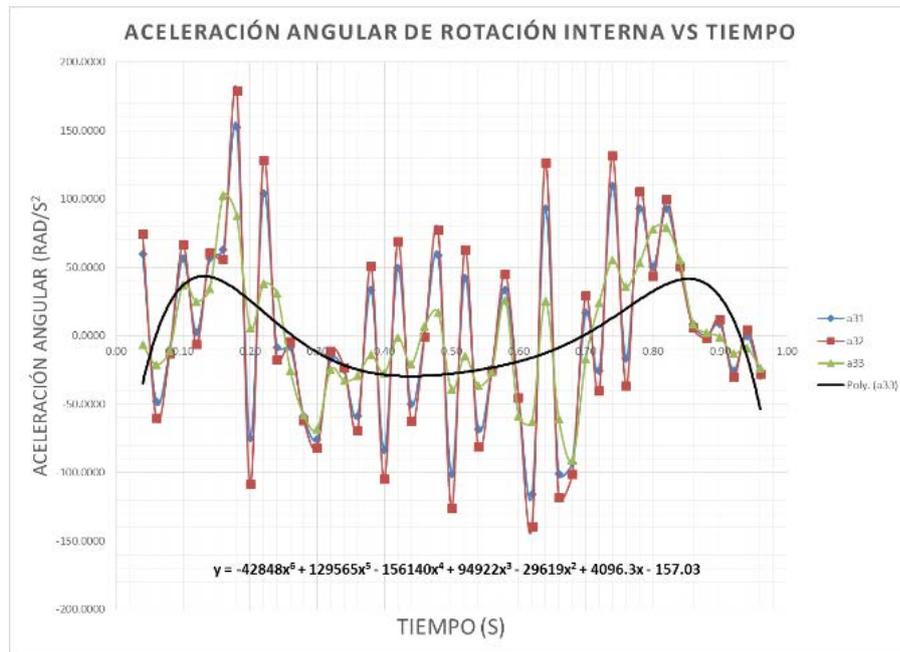
Datos para el modelo. Gráficas comparativas de las velocidades calculadas dividiendo 2 valores angulares entre el lapso, empleando la derivada numérica de Lagrange y optimizando la función con el método de los mínimos cuadrados en Excel.





Datos para el modelo. Gráficas comparativas de las aceleraciones calculadas dividiendo 2 valores angulares entre el lapso, empleando la segunda derivada numérica de Lagrange. Empleando la primera derivada de Lagrange sobre la función derivada por el mismo método. Optimización la función con el método de los mínimos cuadrados en Excel.





ANEXO 7

Rutina en Matlab para el modelo cinemático directo mediante matrices de transformación según la convención Denavit-Hartenberg.

```
%% CINEMÁTICADH
% PARAMETRIZACIÓN DENAVIT-HARTENBERG. CÁLCULO DE LA MATRIZ JACOBIANA.
```

```
syms q1 q2 q3 q4
syms L1 L2 L3 L4
syms L1cm L2cm L3cm L4cm
syms Me1 Me2 Me3 Me4
syms Mm1 Mm2 Mm3 Mm4 Mc
syms w1 w2 w3 w4
syms a1 a2 a3 a4
```

```
%Se definen las matrices de rotación y traslación para cada eslabón
```

```
Rz01=[cos(q1) -sin(q1) 0 0;sin(q1) cos(q1) 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
Tz01=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 L1;0 0 0 1];
Tx01=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
Rx01=[1 0 0 0;0 0 -1 0;0 1 0 0;0 0 0 1];
```

```
Rz12=[cos(q2) -sin(q2) 0 0;sin(q2) cos(q2) 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
Tz12=[1 0 0 L2;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
Tx12=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
Rx12=[1 0 0 0;0 0 -1 0;0 1 0 0;0 0 0 1];
```

```
Rz23=[cos(q3) -sin(q3) 0 0;sin(q3) cos(q3) 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
Tz23=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 L3;0 0 0 1];
Tx23=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
Rx23=[1 0 0 0;0 0 -1 0;0 1 0 0;0 0 0 1];
```

```
Rz34=[cos(q4) -sin(q4) 0 0;sin(q4) cos(q4) 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
Tz34=[1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
Tx34=[1 0 0 L4;0 1 0 0;0 0 1 0;0 0 0 1];
Rx34=[1 0 0 0;0 0 -1 0;0 1 0 0;0 0 0 1];
```

```
H01=Rz01*Tz01*Tx01*Rx01;
H12=Rz12*Tz12*Tx12*Rx12;
H23=Rz23*Tz23*Tx23*Rx23;
H34=Rz34*Tz34*Tx34*Rx34;
```

```
%De la multiplicación de las matrices se obtiene la matriz de
%transformación de todo el mecanismo.
```

```
H02=H01*H12;
H03=H01*H12*H23;
H04=H01*H12*H23*H34;
```

```
%Se obtiene la matriz jacobiana.
```

```
J= jacobian([H04(1,4), H04(2,4), H04(3,4), 0],[q1 q2 q3 q4]);
```

ANEXO 8

Rutina en Matlab para el modelo cinético inverso mediante el algoritmo de Uicker.

```
%% MODELO DINÁMICO INVERSO: FORMULACIÓN DE LAGRANGE
%Inicio del algoritmo de Uicker para la obtención del modelo dinámico
de
%Lagrange. Se hallan las matrices Uij a partir de las derivadas de las
%matrices respecto de cada una del ángulo de las juntas q1, q2, q3,
q4.
```

```
CinematicaDH;
```

```
U11=diff(H01,q1);
U12=diff(H01,q2);
U13=diff(H01,q3);
U14=diff(H01,q4);
```

```
U21=diff(H02,q1);
U22=diff(H02,q2);
U23=diff(H02,q3);
U24=diff(H02,q4);
```

```
U31=diff(H03,q1);
U32=diff(H03,q2);
U33=diff(H03,q3);
U34=diff(H03,q4);
```

```
U41=diff(H04,q1);
U42=diff(H04,q2);
U43=diff(H04,q3);
U44=diff(H04,q4);
```

```
%Obtención de las matrices Uijk a partir de Uli
```

```
U111=diff(U11,q1);
U112=diff(U11,q2);
U113=diff(U11,q3);
U114=diff(U11,q4);
```

```
U121=diff(U12,q1);
U122=diff(U12,q2);
U123=diff(U12,q3);
U124=diff(U12,q4);
```

```
U131=diff(U13,q1);
U132=diff(U13,q2);
U133=diff(U13,q3);
U134=diff(U13,q4);
```

```
U141=diff(U14,q1);
U142=diff(U14,q2);
U143=diff(U14,q3);
U144=diff(U14,q4);
```

%Obtención de las matrices U_{ijk} a partir de U_{2i}

```
U211=diff(U21,q1);  
U212=diff(U21,q2);  
U213=diff(U21,q3);  
U214=diff(U21,q4);
```

```
U221=diff(U22,q1);  
U222=diff(U22,q2);  
U223=diff(U22,q3);  
U224=diff(U22,q4);
```

```
U231=diff(U23,q1);  
U232=diff(U23,q2);  
U233=diff(U23,q3);  
U234=diff(U23,q4);
```

```
U241=diff(U24,q1);  
U242=diff(U24,q2);  
U243=diff(U24,q3);  
U244=diff(U24,q4);
```

%Obtención de las matrices U_{ijk} a partir de U_{3i}

```
U311=diff(U31,q1);  
U312=diff(U31,q2);  
U313=diff(U31,q3);  
U314=diff(U31,q4);
```

```
U321=diff(U32,q1);  
U322=diff(U32,q2);  
U323=diff(U32,q3);  
U324=diff(U32,q4);
```

```
U331=diff(U33,q1);  
U332=diff(U33,q2);  
U333=diff(U33,q3);  
U334=diff(U33,q4);
```

```
U341=diff(U34,q1);  
U342=diff(U34,q2);  
U343=diff(U34,q3);  
U344=diff(U34,q4);
```

%Obtención de las matrices U_{ijk} a partir de U_{4i}

```
U411=diff(U41,q1);  
U412=diff(U41,q2);  
U413=diff(U41,q3);  
U414=diff(U41,q4);
```

```
U421=diff(U42,q1);  
U422=diff(U42,q2);  
U423=diff(U42,q3);  
U424=diff(U42,q4);
```

```
U431=diff(U43,q1);  
U432=diff(U43,q2);  
U433=diff(U43,q3);  
U434=diff(U43,q4);
```

```

U441=diff(U44,q1);
U442=diff(U44,q2);
U443=diff(U44,q3);
U444=diff(U44,q4);

```

%se definen las matrices de pseudoinercia.

```

L1cm=0; %Me1*L1/(2*(Me1+Mm2));
L2cm=0; %Me2*L2/(2*(Me2+Mm3));
L3cm=Me3*L3/(2*(Me3+Mm4));
L4cm=Me4*L4/(2*(Me4+Mc));

```

```

J1=[0 0 0 0; 0 Me1*(L1/2)^2 0 -Me1*L1/2; 0 0 0 0; 0 -Me1*L1/2 0
Me1+Mm2];
J2=[0 0 0 0; 0 0 0 0; 0 0 Me2*(L2/2)^2 -Me2*L2/2; 0 0 -Me2*L2/2
Me2+Mm3];
J3=[0 0 0 0; 0 Me3*(L3/2)^2 0 -Me3*L3/2; 0 0 0 0; 0 -Me3*L3/2 0
Me3+Mm4];
J4=[Me4*(L4/2)^2 0 0 -Me4*L4/2; 0 0 0 0; 0 0 0 0; -Me4*L4/2 0 0
Me4+Mc];

```

%Se definen los términos de la matriz de inercias

```

D(1,1)=trace(U11*J1*(U11'))+trace(U21*J2*(U21'))+trace(U31*J3*(U31'))+
trace(U41*J4*(U41'));
D(1,2)=trace(U22*J2*(U21'))+trace(U32*J3*(U31'))+trace(U42*J4*(U41'));
D(1,3)=trace(U33*J3*(U31'))+trace(U43*J4*(U41'));
D(1,4)=trace(U44*J4*(U41'));
D(2,1)=trace(U21*J2*(U22'))+trace(U31*J3*(U32'))+trace(U41*J4*(U42'));
D(2,2)=trace(U22*J2*(U22'))+trace(U32*J3*(U32'))+trace(U42*J4*(U42'));
D(2,3)=trace(U33*J3*(U32'))+trace(U43*J4*(U42'));
D(2,4)=trace(U44*J4*(U42'));
D(3,1)=trace(U31*J3*(U33'))+trace(U41*J4*(U43'));
D(3,2)=trace(U32*J3*(U33'))+trace(U42*J4*(U43'));
D(3,3)=trace(U33*J3*(U33'))+trace(U43*J4*(U43'));
D(3,4)=trace(U44*J4*(U43'));
D(4,1)=trace(U41*J4*(U44'));
D(4,2)=trace(U42*J4*(U44'));
D(4,3)=trace(U43*J4*(U44'));
D(4,4)=trace(U44*J4*(U44'));

```

% Términos hikm (representan el efecto del movimiento del movimiento
 % relativo entre el eslabón k y m sobre el actuador i

```

h111=trace(U111*J1*(U11'))+ trace(U211*J2*(U21'))+
trace(U311*J3*(U31'))+trace(U411*J4*(U41'));
h112=trace(U212*J2*(U21'))+trace(U312*J3*(U31'))+trace(U412*J4*(U41'))
;
h113=trace(U313*J3*(U31'))+trace(U413*J4*(U41'));
h114=trace(U414*J4*(U41'));

h121=trace(U221*J2*(U21'))+trace(U321*J3*(U31'))+trace(U421*J4*(U41'))
;
h122=trace(U222*J2*(U21'))+trace(U322*J3*(U31'))+trace(U422*J4*(U41'))
;

```

h123=trace(U323*J3*(U31'))+trace(U423*J4*(U41'));
 h124=trace(U424*J4*(U41'));

h131=trace(U331*J3*(U31'))+trace(U431*J4*(U41'));
 h132=trace(U332*J3*(U31'))+trace(U432*J4*(U41'));
 h133=trace(U333*J3*(U31'))+trace(U433*J4*(U41'));
 h134=trace(U434*J4*(U41'));

h141=trace(U441*J4*(U41'));
 h142=trace(U442*J4*(U41'));
 h143=trace(U443*J4*(U41'));
 h144=trace(U444*J4*(U41'));

h211=trace(U211*J2*(U22'))+trace(U311*J3*(U32'))+trace(U411*J4*(U42'))
 ;
 h212=trace(U212*J2*(U22'))+trace(U412*J3*(U32'))+trace(U412*J4*(U42'))
 ;
 h213=trace(U313*J3*(U22'))+trace(U413*J4*(U42'));
 h214=trace(U414*J4*(U42'));

h221=trace(U221*J2*(U22'))+trace(U321*J3*(U32'))+trace(U421*J4*(U42'))
 ;
 h222=trace(U222*J2*(U22'))+trace(U322*J3*(U32'))+trace(U422*J4*(U42'))
 ;
 h223=trace(U323*J3*(U32'))+trace(U423*J4*(U42'));
 h224=trace(U424*J4*(U42'));

h231=trace(U331*J3*(U32'))+trace(U431*J4*(U42'));
 h232=trace(U332*J3*(U32'))+trace(U432*J4*(U42'));
 h233=trace(U333*J3*(U32'))+trace(U433*J4*(U42'));
 h234=trace(U434*J4*(U42'));

h241=trace(U441*J4*(U42'));
 h242=trace(U442*J4*(U42'));
 h243=trace(U443*J4*(U42'));
 h244=trace(U444*J4*(U42'));

h311=trace(U311*J3*(U33'))+trace(U411*J4*(U43'));
 h312=trace(U312*J3*(U33'))+trace(U412*J4*(U43'));
 h313=trace(U313*J3*(U33'))+trace(U413*J4*(U43'));
 h314=trace(U414*J4*(U43'));

h321=trace(U321*J3*(U33'))+trace(U421*J4*(U43'));
 h322=trace(U322*J3*(U33'))+trace(U422*J4*(U43'));
 h323=trace(U323*J3*(U33'))+trace(U423*J4*(U43'));
 h324=trace(U424*J4*(U43'));

h331=trace(U331*J3*(U33'))+trace(U431*J4*(U43'));
 h332=trace(U332*J3*(U33'))+trace(U432*J4*(U43'));
 h333=trace(U333*J3*(U33'))+trace(U433*J4*(U43'));
 h334=trace(U434*J4*(U43'));

h341=trace(U341*J3*(U33'))+trace(U441*J4*(U43'));
 h342=trace(U342*J3*(U33'))+trace(U442*J4*(U43'));
 h343=trace(U343*J3*(U33'))+trace(U443*J4*(U43'));
 h344=trace(U444*J4*(U43'));

```

h411=trace(U411*J4*(U44'));
h412=trace(U412*J4*(U44'));
h413=trace(U413*J4*(U44'));
h414=trace(U414*J4*(U44'));

```

```

h421=trace(U421*J4*(U44'));
h422=trace(U422*J4*(U44'));
h423=trace(U423*J4*(U44'));
h424=trace(U424*J4*(U44'));

```

```

h431=trace(U431*J4*(U44'));
h432=trace(U432*J4*(U44'));
h433=trace(U433*J4*(U44'));
h434=trace(U434*J4*(U44'));

```

```

h441=trace(U441*J4*(U44'));
h442=trace(U442*J4*(U44'));
h443=trace(U443*J4*(U44'));
h444=trace(U444*J4*(U44'));

```

%Se calcula la matriz de fuerzas centrípetas y de coriolis

```

H(1,1)=
h111*w1*w1+h112*w1*w2+h113*w1*w3+h114*w1*w4+h121*w2*w1+h122*w2*w2+h123
*w2*w3+h124*w2*w4+h131*w3*w1+h132*w3*w2+h133*w3*w3+h134*w3*w4+h141*w4*
w1+h142*w4*w2+h143*w4*w3+h144*w4*w4;

```

```

H(2,1)=
h211*w1*w1+h212*w1*w2+h213*w1*w3+h214*w1*w4+h221*w2*w1+h222*w2*w2+h223
*w2*w3+h224*w2*w4+h231*w3*w1+h232*w3*w2+h233*w3*w3+h234*w3*w4+h241*w4*
w1+h242*w4*w2+h243*w4*w3+h244*w4*w4;

```

```

H(3,1)=
h311*w1*w1+h312*w1*w2+h313*w1*w3+h314*w1*w4+h321*w2*w1+h322*w2*w2+h323
*w2*w3+h324*w2*w4+h331*w3*w1+h332*w3*w2+h333*w3*w3+h334*w3*w4+h341*w4*
w1+h342*w4*w2+h343*w4*w3+h344*w4*w4;

```

```

H(4,1)=
h411*w1*w1+h412*w1*w2+h413*w1*w3+h414*w1*w4+h421*w2*w1+h422*w2*w2+h423
*w2*w3+h424*w2*w4+h431*w3*w1+h432*w3*w2+h433*w3*w3+h434*w3*w4+h441*w4*
w1+h442*w4*w2+h443*w4*w3+h444*w4*w4;

```

%Se obtiene la matriz de fuerzas de gravedad definiendo las distancias a los centros de masa y el vector gravedad en S0

```
G=[0 9.81 0 0];
```

%cálculo del centro de masa de cada eslabón en función del peso de los actuadores y la carga externa que se sostiene en la muñeca.

```

r11=[0; -L1cm; 0; 1];
r22=[0; 0; -L2cm; 1];
r33=[0; -L3cm; 0; 1];
r44=[-L4cm; 0; 0; 1];

```

```

C(1,1)=-(Me1+Mm2)*G*U11*r11-(Me2+Mm3)*G*U21*r22-(Me3+Mm4)*G*U31*r33-
(Me4+Mc)*G*U41*r44;
C(2,1)=-(Me1+Mm2)*G*U12*r11-(Me2+Mm3)*G*U22*r22-(Me3+Mm4)*G*U32*r33-
(Me4+Mc)*G*U42*r44;
C(3,1)=-(Me1+Mm2)*G*U13*r11-(Me2+Mm3)*G*U23*r22-(Me3+Mm4)*G*U33*r33-
(Me4+Mc)*G*U43*r44;
C(4,1)=-(Me1+Mm2)*G*U14*r11-(Me2+Mm3)*G*U24*r22-(Me3+Mm4)*G*U34*r33-
(Me4+Mc)*G*U44*r44;

```

```
Q=[a1 a2 a3 a4]';
```

```
% Se halla el torque motor en cada junta mediante la multiplicación:
T=D*Q+H+C;
```

```
%Los valores de los ángulos, velocidades y aceleraciones obtenidos por
la
%cinemática inversa a través de software de video por Murray (1996) se
%ingresan con el archivo "angulos" al programa.
```

```
angulos;
```

```
%Los parámetros del modelo son los siguientes: Se deben reemplazar
según el diseño que se desee simular.
```

```
q1=th1-pi/2;
q2=-th2-pi/2;
q3=-th3-pi/2;
q4=th4-pi/2;
```

```
L1=0;
L2=0;
L3=0.305;
L4=0.239;
```

```
Me1=0;
Me2=0;
Me3=1.686;
Me4=0.963;
```

```
% %parámetros alternativos de prueba
```

```
% L1=0;
% L2=0;
% L3=0.33;
% L4=0.25;
%
% Me1=0;
% Me2=0;
% Me3=2.1;
% Me4=1.2;
```

```
Mm1=0;
Mm2=0;
Mm3=0;
Mm4=0;
Mc=0;
```

```

L1cm=0; %Me1*L1/(2*(Me1+Mm2));
L2cm=0; %Me2*L2/(2*(Me2+Mm3));
L3cm=Me3*L3/(2*(Me3+Mm4));
L4cm=Me4*L4/(2*(Me4+Mc));

```

```

% T11=eval(T(1,1));
% T21=eval(T(2,1));
% T31=eval(T(3,1));
% T41=eval(T(4,1));

```

```

%
% Mc=0.5;
% T12=eval(T(1,1));
% T22=eval(T(2,1));
% T32=eval(T(3,1));
% T42=eval(T(4,1));

```

```

% Mc=1;
% T13=eval(T(1,1));
% T23=eval(T(2,1));
% T33=eval(T(3,1));
% T43=eval(T(4,1));

```

```

% Mc=1.5;
% T14=eval(T(1,1));
% T24=eval(T(2,1));
% T34=eval(T(3,1));
% T44=eval(T(4,1));

```

```
%% Gráficas
```

```

%Gráficas de T1
% plot(t,T11,'k')
% hold on
% plot(t,T12,'b')
% hold on
% plot(t,T13,'g')
% hold on
% plot(t,T14,'r')

```

ANEXO 9

Rutina de cálculo de verificación en Matlab.

```

%Los valores de los ángulos es calculado por interpoladores
polinómicos, del cual se obtienen las derivadas.
t = 0:0.01:1;
tf = 1;
thf = pi/2;
%Coeficientes del polinomio interpolador de la trayectoria.
a00 = 0;
a01 = 0;
a02 = (3/tf^2)*(thf)
a03 = -(2/tf^3)*(thf)

%Variables angulares, thi wi ai son el ángulo, la velocidad y la
aceleración de la articulación i.
th1 = a00 + a01*t + a02*t.^2 + a03*t.^3;
th2 = 0;
th3 = 0;
th4 = 0;
w1 = a01 + 2*a02*t + 3*a03*t.^2;
w2 = 0;
w3 = 0;
w4 = 0;
a1 = 2*a02 + 6*a03*t;
a2 = 0;
a3 = 0;
a4 = 0;
%Luego debe reemplazarse la ecuación de trayectoria para th4, y asignar
valores nulos para las variables referidas a q1 (th1, w1, a1)

%Definición de las variables angulares:
t = 0.5;
tf = 1;
thf = pi/2;
a00 = 0;
a01 = 0;
a02 = (3/tf^2)*(thf);
a03 = -(2/tf^3)*(thf);
th = a00 + a01*t + a02*t^2 + a03*t^3;
w = a01 + 2*a02*t + 3*a03*t^2;
a = 2*a02 + 6*a03*t;
%Definición de los parámetros físicos:
L1 = 0.305;
L4 = 0.239;
m1 = 1.686;
m4 = 0.963;
g = 9.81;
%Ecuaciones cinéticas (Flexión pura del hombro):
R4y = m4*((L1+L4/2)*a*sin(th)+w^2*(L1+L4/2)*cos(th))+m4*g;
R4x = m4*((L1+L4/2)*a*cos(th)-w^2*(L1+L4/2)*sin(th));
T4 = m4*(L4^2/4)*a+m4*g*(L4/2)*sin(th)
T1 = m1*(L1^2/4)*a+m1*g*(L1/2)*sin(th) +T4+R4x*L1*cos(th)+R4y*L1*sin(th)
%Ecuaciones cinéticas (Flexión pura del codo):
Rc4y = m4*((L4/2)*a*sin(th)+w^2*(L4/2)*cos(th))+m4*g;
Rc4x = m4*((L4/2)*a*cos(th)-w^2*(L4/2)*sin(th));
Tc4 = m4*(L4^2/4)*a+m4*g*(L4/2)*sin(th)
Tc1 = Tc4+Rc4x*L1

```

ANEXO 10

Funciones aproximadas de las variables angulares obtenidas con "Curve fitting" de Matlab

```

%% SERIES DE FOURIER
% Desarrollo de las series de Fourier para aproximar una función a la curva
% de puntos tomada de las gráficas de Murray.

syms x %Se declara esta variable para obtener las derivadas.

%Flexión del hombro
a10 = 1.025;
a11 = -0.797;      b11 = 0.5284;
a12 = 0.03627;    b12 = -0.1073;
a13 = -0.02566;   b13 = -0.1643;
a14 = 0.04682;    b14 = 0.01619;
a15 = 0.02514;    b15 = 0.007741;
a16 = -0.003489;  b16 = 0.01017;
a17 = -0.008758;  b17 = 0.004628;
w11 = 2.684;

th1 = a10 + a11*cos(x*w11) + b11*sin(x*w11) + a12*cos(2*x*w11) +
b12*sin(2*x*w11) + a13*cos(3*x*w11) + b13*sin(3*x*w11) + a14*cos(4*x*w11) +
b14*sin(4*x*w11) + a15*cos(5*x*w11) + b15*sin(5*x*w11) + a16*cos(6*x*w11) +
b16*sin(6*x*w11) + a17*cos(7*x*w11) + b17*sin(7*x*w11);
w1=diff(th1,x);
a1=diff(w1,x);

%Abducción del hombro
a20 = 0.4443;
a21 = -0.2058;    b21 = -0.007504;
a22 = -0.1295;    b22 = 0.02915;
a23 = 0.008333;   b23 = -0.0007099;
a24 = 0.02751;    b24 = -0.02259;
a25 = 0.005542;   b25 = 0.002176;
a26 = 3.372e-06;  b26 = 0.004184;
a27 = -0.002493;  b27 = -0.0008603;
a28 = -0.001174;  b28 = 0.0007904;
w22 = 3.131;

th2 = a20 + a21*cos(x*w22) + b21*sin(x*w22) + a22*cos(2*x*w22) +
b22*sin(2*x*w22) + a23*cos(3*x*w22) + b23*sin(3*x*w22) + a24*cos(4*x*w22) +
b24*sin(4*x*w22) + a25*cos(5*x*w22) + b25*sin(5*x*w22) + a26*cos(6*x*w22) +
b26*sin(6*x*w22) + a27*cos(7*x*w22) + b27*sin(7*x*w22) + a28*cos(8*x*w22) +
b28*sin(8*x*w22);
w2=diff(th2,x);
a2=diff(w2,x);

%Rotación interna del hombro
a30 = -28.9;
a31 = -3.772;    b31 = 55.04;
a32 = 42.84;     b32 = 5.981;
a33 = 6.133;     b33 = -28.79;
a34 = -15.67;    b34 = -4.57;
a35 = -2.563;    b35 = 6.743;
a36 = 2.193;     b36 = 1.044;
a37 = 0.2335;    b37 = -0.3901;
w33 = 1.703;

```

```

th3 = a30 + a31*cos(x*w33) + b31*sin(x*w33) + a32*cos(2*x*w33) +
b32*sin(2*x*w33) + a33*cos(3*x*w33) + b33*sin(3*x*w33) + a34*cos(4*x*w33) +
b34*sin(4*x*w33) + a35*cos(5*x*w33) + b35*sin(5*x*w33) + a36*cos(6*x*w33) +
b36*sin(6*x*w33) + a37*cos(7*x*w33) + b37*sin(7*x*w33);
w3=diff(th3,x);
a3=diff(w3,x);

```

```

%Flexión de codo

```

```

a40 = 1.09;
a41 = 0.6519;          b41 = -0.1051;
a42 = -0.3209;        b42 = 0.0562;
a43 = -0.129;         b43 = 0.05011;
a44 = 0.04826;        b44 = -0.04455;
a45 = 0.007206;       b45 = -0.01254;
a46 = -0.006293;      b46 = -0.006867;
a47 = 0.007019;       b47 = 0.007691;
a48 = -9.983e-05;     b48 = -0.0004323;
w44 = 3.11;

```

```

th4 = a40 + a41*cos(x*w44) + b41*sin(x*w44) + a42*cos(2*x*w44) +
b42*sin(2*x*w44) + a43*cos(3*x*w44) + b43*sin(3*x*w44) + a44*cos(4*x*w44) +
b44*sin(4*x*w44) + a45*cos(5*x*w44) + b45*sin(5*x*w44) + a46*cos(6*x*w44) +
b46*sin(6*x*w44) + a47*cos(7*x*w44) + b47*sin(7*x*w44) + a48*cos(8*x*w44) +
b48*sin(8*x*w44);
w4=diff(th4,x);
a4=diff(w4,x);

```

```

%Se evalúan todos los ángulos para la obtención de las matrices.

```

```

t=0:0.01:2;
x=t;

```

```

th1=eval(th1); w1=eval(w1); a1=eval(a1);
th2=eval(th2); w2=eval(w2); a2=eval(a2);
th3=eval(th3); w3=eval(w3); a3=eval(a3);
th4=eval(th4); w4=eval(w4); a4=eval(a4);

```