

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE POSGRADO



APLICACIÓN DE UN MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL PARA LA MINIMIZACIÓN DEL COSTO DE USO DE INGREDIENTES EN UNA PLANTA DE FUNDICIÓN DE ESTAÑO

Tesis para optar el grado de Magíster en Ingeniería Industrial con
mención en Gestión de Operaciones

Janis Alonso Martínez Miraval
Juan Alberto Cabrejos Salinas

Asesor:
Dr. Miguel Hermógenes Mejía Puente

Lima – Perú
2011

RESUMEN

El trabajo de investigación desarrollado se centra en construir un modelo matemático que conduzca la minimización general del costo de uso de ingredientes de una empresa de fundición de estaño, de manera que permita una administración eficiente de recursos durante un horizonte de planificación determinado. Para la realización de la tesis, se ha tomado como modelo genérico el propuesto por Kim y Lewis (1987), el cual fue adaptado a la realidad presentada, y, como fuente principal, la guía proporcionada por la misma empresa, así como información para poder trabajar con el modelo matemático.

En cuanto a la problemática que sustenta el presente trabajo de investigación, se tiene que proviene de la dolencia de las técnicas de programación de producción en fundición actuales, las cuales no toman en cuenta el efecto que puede tener el trabajo en un lote sobre el trabajo en otro lote, lo cual, como consecuencia, no permite la mejor toma de decisiones para el largo plazo.

Es así que la propuesta de mejora se compuso de un modelo matemático que permite la gestión de recursos y hace frente al aspecto señalado en el párrafo anterior. Luego de diseñar el modelo matemático y ejecutarlo, tras confrontar los resultados económicos conseguidos con los resultados de las operaciones actuales, se identifica un ahorro a favor de S/3,314,964.22 anuales; además, se alcanza el mismo objetivo de producción de estaño con una menor cantidad de toneladas de carga total (un ahorro de 23% en el uso del horno); y, finalmente, el contenido de contaminantes para el metal crudo según la combinación de ingredientes de nuestro modelo matemático es menor, lo cual implicaría menores costos por concepto de menor uso de ingredientes químicos, menor energía involucrada, y menor tiempo de procesamiento para la remoción de contaminantes en la etapa siguiente, relacionada con la refinación.

Es importante indicar que, para adaptaciones del modelo matemático en otras aplicaciones, y para obtener el mejor aprovechamiento del mismo, es indispensable contar con la participación del Gerente de área, quien deberá desplegar en detalle las formulaciones matemáticas y adaptarlas según el proceso particular que se realice, de acuerdo con su experiencia, para conseguir los mejores resultados.

Agradezco, en primer lugar, a mi padre, quien, al igual que en el caso de mi tesis para graduarme de ingeniero, me ofreció un apoyo crucial para poder encaminarme, esta vez junto con Juan, en el presente trabajo.

Agradezco a mi padre, nuevamente, mi madre, mi hermano y mi hermana, por haber cubierto enteramente el aspecto económico de la maestría, lo cual me permitió seguirla hasta el final. Asimismo, agradezco a mi familia completa, incluyendo a mis abuelitas, por haber estado siempre dispuesta a ayudarme durante esta travesía, y haberlo hecho, incluso con su sola presencia.

Agradezco al Ing. José Oré, quien nos abrió las puertas de la empresa que dirige para que podamos realizar nuestra investigación y, en este sentido, agradezco al Ing. Ivo Serkovic, por no solo habernos atendido cuando se lo solicitamos, sino por haberlo hecho con una generosidad digna de respeto.

Agradezco a nuestros Jurados de Tesis Miguel Mejía, Walter Silva y José Rau, quienes, a través de acciones de las grandes personas que son, nos permitieron cumplir la meta que nos planteamos allá por el año 2010.

Agradezco a mi compañero de trabajo, mi amigo, Juan Cabrejos, porque su conocimiento, experiencia y, sobre todo, su amistad fueron detalles totalmente enriquecedores durante esta gran jornada. Además, agradezco a sus padres por todo su apoyo y el caluroso trato que me otorgaron en las oportunidades en que interactué con ellos.

Te agradezco a ti, Euge, porque, sin saberlo, te convertiste en la más grande fuerza que me llevó a recorrer el último tramo sin decaer y lograr mis objetivos.

Y agradezco, principalmente, a Dios, porque mediante Él nuestra tesis y la maestría, en general, se hicieron realidad.

No hubo un solo minuto en que no haya estado inspirado y motivado por la música de mi preferencia, el heavy metal, para vivir durante la maestría. Por ello, dedico esta tesis a mis bandas favoritas, entre las que se encuentran Iron Maiden, Judas Priest, Angra, y muchas otras.

Janis Alonso

Agradezco a Dios, mis padres y hermana, sin cuyo apoyo incondicional, aliento constante y lecciones de vida, no hubiera podido alcanzar la exitosa culminación de este nuevo logro profesional. A ti, Yatsi, por ser mi soporte en la vida.

A nuestros asesor y profesores, Miguel Mejía, Walter Silva y José Rau, quienes no únicamente nos enriquecieron profesionalmente con su cátedra, sino también colaboraron con nosotros significativamente.

A mi compañero y amigo Janis, quien logró siempre mantener a flote este proyecto, en las buenas, y sobre todo, en las malas.

Sobremanera, al Arq. Ethel Martínez, gestor fundamental en el desarrollo de esta Tesis; al Ing. Ivo Serkovic por su predisposición abierta y desinteresada para con nosotros; y de manera especial a toda la familia Martínez por su amistad y su siempre afectuosa acogida en su hogar durante estos más de dos años. A todos ellos: Mil gracias.

Juan Alberto

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS -----	iii
ÍNDICE DE FIGURAS -----	iv
ÍNDICE DE ANEXOS -----	v
INTRODUCCIÓN-----	1
CAPÍTULO 1: MARCO TEÓRICO-----	4
1.1 La investigación en la modelación cuantitativa -----	4
1.2 Una metodología de sistemas para la modelación cuantitativa -----	8
1.2.1 Panorama introductorio-----	8
1.2.2 El esquema de Mitroff et ál. (1974) -----	9
1.2.3 Los siete pasos de Winston (2005)-----	14
1.3 Modelos cuantitativos: la optimización lineal -----	16
1.3.1 Panorama de la construcción de modelos -----	17
1.3.2 La optimización lineal -----	21
1.3.3 La programación lineal aplicada a los problemas de mezcla -----	23
1.4 Fundición y metalurgia del estaño -----	27
1.4.1 Reducción de óxidos de estaño -----	28
1.4.2 Perspectivas de la fundición y refinación de estaño-----	30
CAPÍTULO 2: MARCO METODOLÓGICO-----	32
2.1 Antecedentes del modelo de Kim y Lewis (1987) -----	32
2.2 Formulación del modelo de Kim y Lewis (1987) -----	37
Definición de variables-----	39
Función objetivo -----	41
Restricciones de demanda y capacidad-----	42
Restricciones de disponibilidad de recursos -----	42
Restricciones de balance químico-----	44
2.3 Aplicación del modelo de Kim y Lewis (1987) en pruebas y extensiones al mismo -----	46
CAPÍTULO 3: LA PLANTA DE FUNDICIÓN Y REFINACIÓN-----	49
3.1 Descripción general-----	49
3.2 La operación de fundición -----	54
3.2.1 El sistema de alimentación-----	54
3.2.2 Las etapas del trabajo de un lote-----	58
3.3 La operación de refinación-----	60
CAPÍTULO 4: APLICACIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL-----	66
4.1 Suposiciones básicas para el modelo matemático-----	66
4.2 Diseño del modelo matemático-----	68
Función objetivo -----	68
Restricciones de capacidad -----	73
Restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 1 -----	75
Restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 2 -----	78
Restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 3 -----	80
Restricciones de disponibilidad para los combustibles -----	89
Restricciones para la formación de <i>pellets</i> -----	91

Restricciones de balance químico para el cumplimiento de límites-----	92
Restricciones para el empleo de ingredientes del tipo 1-----	102
Restricciones para el empleo de los combustibles-----	105
4.3 Compilación del modelo matemático-----	106
4.4 Aplicación del modelo matemático-----	109
4.4.1 Prueba oficial 1 y resultados-----	110
4.4.2 Prueba oficial 2 y resultados-----	112
4.4.3 Perspectiva de funcionamiento del modelo matemático-----	114
4.5 Estimación de beneficios para el modelo matemático-----	121
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES-----	127
5.1 Conclusiones del trabajo de investigación-----	127
5.2 Recomendaciones para estudios futuros-----	130
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS-----	134



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Criterios para juzgar el desempeño -----	12
Tabla 1.2 Conexión de metodologías -----	16
Tabla 3.1 Especificaciones químicas para la calidad Estándar -----	64
Tabla 3.2 Especificaciones químicas para las calidades Estándar 100 y Estándar 50-----	64
Tabla 3.3 Especificaciones químicas para las aleaciones estaño-plomo-----	65
Tabla 3.4 Especificaciones químicas para el peltre -----	65
Tabla 3.5 Especificaciones químicas para las aleaciones estaño-cobre-----	65
Tabla 4.1 Clasificación de ingredientes para la fundición-----	70
Tabla 4.2 Costo variable por el uso de cada ingrediente -----	72
Tabla 4.3 Costo variable para el uso de cada combustible -----	73
Tabla 4.4 Disponibilidades diarias para los ingredientes del tipo 1 -----	76
Tabla 4.5 Información sobre las calizas -----	77
Tabla 4.6 Disponibilidades diarias para los ingredientes del tipo 2-----	79
Tabla 4.7 Disponibilidades diarias para los combustibles-----	90
Tabla 4.8 Componentes químicos considerados-----	93
Tabla 4.9 Composiciones químicas en porcentaje (%) -----	95
Tabla 4.10 Conformación del carbón en porcentaje (%) -----	96
Tabla 4.11 Análisis químico del metal crudo líquido en porcentaje (%) -----	97
Tabla 4.12 Ratios para el empleo de los combustibles -----	106
Tabla 4.13 Resumen de resultados obtenidos para la prueba oficial 1 -----	111
Tabla 4.14 Resumen de resultados obtenidos para la prueba oficial 2-----	113
Tabla 4.15 Distribución de ingredientes para diferentes requerimientos de estaño considerando los días del 1 al 4-----	115
Tabla 4.16 Distribución de ingredientes para diferentes requerimientos de estaño considerando los días del 5 al 30 -----	115
Tabla 4.17 Resultados de ejecución del modelo matemático para estimación de beneficios-----	123
Tabla 4.18 Comparación sobre presencia de contaminantes -----	125

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Una visión de sistemas para la resolución de problemas -----	10
Figura 1.2 El proceso de construcción de modelos de los siete pasos -----	15
Figura 1.3 Relación entre el mundo simbólico y el mundo real -----	19
Figura 1.4 Partes constituyentes del modelo de optimización -----	21
Figura 2.1 Descripción del departamento de fundición-----	37
Figura 3.1 Diagrama de flujo general de los procesos de fundición y refinación de estaño-----	50
Figura 3.2 Esquema del funcionamiento del horno Ausmelt -----	53
Figura 3.3 Esquema de la operación de fundición -----	57
Figura 3.4 Esquema de la operación de refinación-----	61
Figura 4.1 Distribución de toneladas de estaño a producir para la prueba oficial 2 -----	110
Figura 4.2 Gráfica de la distribución de ingredientes para diferentes requerimientos de estaño considerando los días del 1 al 4 -----	116
Figura 4.3 Gráfica de la distribución de ingredientes para diferentes requerimientos de estaño considerando los días del 5 al 30-----	117
Figura 4.4 Relación entre la carga total y el costo total para los días del 1 al 4 -----	119
Figura 4.5 Relación entre la carga total y el costo total para los días del 5 al 30 -----	121



ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 4.1 Modelo base	CD
Anexo 4.2 Modelo para prueba oficial 1 – plantilla de hoja de cálculo	CD
Anexo 4.3 Modelo para prueba oficial 1 – documento de texto	CD
Anexo 4.4 Resultados de prueba oficial 1	CD
Anexo 4.5 Modelo para prueba oficial 2 – plantilla de hoja de cálculo	CD
Anexo 4.6 Modelo para prueba oficial 2 – documento de texto	CD
Anexo 4.7 Resultados de prueba oficial 2	CD



INTRODUCCIÓN

Actualmente, los niveles de exigencia para la elaboración de cualquier producto en términos de calidad son cada vez mayores. Es así que numerosas herramientas de producción han sido desarrolladas a la fecha para ayudar en la toma de decisiones operativas, permitiendo gestionar eficientemente los recursos disponibles para alcanzar oportunamente los objetivos expuestos en términos de cantidad y calidad, respetando, por otro lado, restricciones operativas determinadas y sosteniendo sobre todo un proceso económicamente rentable.

En el caso específico de la fundición de metales, se han reconocido tres técnicas para calcular el costo de la configuración de la carga de fundición: la “regla del dedo” o del mejor acierto, algún tipo de técnica de costeo y, finalmente, el método de la carga del menor costo. Mientras que la primera de ellas se basa exclusivamente en la experiencia de los fundidores, la segunda representa un cálculo escueto del costo del material empleado para producir una aleación utilizando una calculadora de mano programable o una computadora personal. Por otro lado, la tercera técnica –posiblemente, la menos usada– es llamada “algoritmo de menor costo de carga”, y utiliza la programación lineal para optar por los recursos apropiados para minimizar el costo de producción de un solo lote.

A pesar de que las tres técnicas pueden ser consideradas ventajosas según su alcance, presentan desventajas importantes. Por ejemplo, respecto de la regla del dedo, cuando se confía únicamente en la experiencia del operador, con frecuencia, un método que pueda resultar ineficiente podría repetirse más de una vez. Además, en cuanto a las dos primeras técnicas, ambas sufren del problema de no poder evaluar el nivel de beneficios entre varias alternativas competitivas. Cuando se trata de la tercera técnica, la programación lineal permite representar realidades complejas mediante el uso de ecuaciones de primer grado, de tal manera que en muchos casos su aplicación ha sido tan fructífera que ha pasado de los departamentos de investigación a ser una herramienta rutinaria de planificación; sin embargo, los modelos disponibles adolecen del hecho de que son modelos estáticos en cuanto a que consideran el cálculo de la carga de materiales para el trabajo de un lote por vez.

Considerando lo dicho, en resumen, la problemática que presentan las técnicas de programación de producción en fundición es la siguiente:

- ✓ Las técnicas no toman en cuenta el efecto de la carga para un lote sobre el trabajo en otro lote.

- ✓ Las técnicas no permiten la toma de decisiones para el largo plazo.
- ✓ Las técnicas no consideran que, en diferentes momentos del horizonte de planificación, los retornos tienen distintas composiciones químicas.

Lo anterior es el sustento del presente trabajo de investigación. Es así que, en este estudio, se establece un modelo matemático para dar soporte a la gerencia de operaciones de una empresa de fundición de estaño en cuanto a la gestión eficiente en el uso de los ingredientes durante un horizonte de planificación determinado, de manera que se conduzca la minimización general del costo de carga tomando en cuenta simultáneamente las configuraciones de carga de todos los lotes y, así, poder evaluar el costo-beneficio entre los recursos materiales en competencia.

Nuestro interés en aplicar la programación lineal se debe a que, para producir una aleación determinada, se necesitan diversos ingredientes, entre los que encontramos, principalmente, dos clases: materias primas adquiridas por su contenido específico de elementos químicos, y chatarras (o escorias), que pueden ofrecer una concentración importante de los elementos que necesita la aleación. Precisamente, esta segunda clase de ingredientes es la que permite realizar mejoras en las eficiencias, dado que, en sí, son desechos de la producción de aleaciones anteriores.

Esto nos lleva a comunicar nuestro objetivo principal: Minimizar el costo de carga de ingredientes al horno en una operación de fundición de estaño durante un horizonte de planificación determinado, mediante la aplicación de un modelo matemático de programación lineal.

De manera concreta, el trabajo de investigación busca satisfacer los seis objetivos específicos indicados a continuación:

1. Desarrollar el marco teórico de la tesis y resaltar la metodología de Mitroff et ál. (1974) para la modelación cuantitativa.
2. Explicar el modelo matemático de Kim y Lewis (1987), base fundamental del modelo matemático a desarrollar.
3. Presentar las operaciones de fundición y refinación de la empresa sujeta de estudio, con mayor énfasis en la primera.
4. Establecer las suposiciones definitivas para la modelación cuantitativa de la operación de fundición.
5. Diseñar el modelo matemático definitivo, aplicarlo y actualizarlo, de ser necesario.

6. Obtener las conclusiones finales del trabajo de investigación y proponer recomendaciones para estudios futuros en el tema.

Para desarrollar la tesis, en primer lugar, presentaremos un marco teórico que resalte la modelación cuantitativa según Mitroff et ál. (1974), dado que su manera de visualizar el empleo de modelos matemáticos para diversas realidades es bastante completo en cuanto a aspectos a considerar. Luego, en el marco metodológico, explicaremos el modelo genérico de Kim y Lewis (1987), a partir del cual diseñaremos el nuestro. Seguidamente, mostraremos la operación de fundición y refinación de una empresa que produce estaño, con lo cual, al relacionarla con el modelo inicial, obtendremos una mejor perspectiva para la adaptación. Después, diseñaremos el modelo matemático definitivo y lo aplicaremos; introduciremos modificaciones adicionales de ser necesarias. Finalmente, realizaremos las conclusiones de la investigación y las recomendaciones para estudios futuros.

Por último, el trabajo de investigación se compone de los cinco capítulos descritos a continuación:

- ✓ En el capítulo 1 se presenta el marco teórico aplicable. Aquí se aprecia una descripción de la modelación cuantitativa y, en especial, de la optimización lineal. Se resalta la metodología de Mitroff et ál. (1974). Finalmente, Se presentan algunos conceptos de la fundición y metalurgia del estaño.
- ✓ En el capítulo 2 se presenta la formulación del modelo de Kim y Lewis (1987), así como extensiones al mismo.
- ✓ En el capítulo 3 se describen los procesos de fundición y refinación de la planta bajo estudio.
- ✓ En el capítulo 4 se desarrolla la formulación matemática del modelo de programación lineal, y se explica en detalle la definición de las variables, la función objetivo, así como las restricciones de demanda, capacidad, disponibilidad y balance químico. Luego, se exhiben los resultados obtenidos en dos pruebas oficiales tras la ejecución del modelo. Por último, se presenta la estimación del beneficio obtenido.
- ✓ En el capítulo 5 se introducen las conclusiones y recomendaciones finales.

CAPÍTULO 1: MARCO TEÓRICO

La naturaleza de la fundición incluye, sin duda, el concepto de manufactura, por lo que debemos definirlo. Schey opina que los diccionarios no ofrecen una definición completa sobre lo que el término implica (2002: 3). Por lo tanto, presenta una definición más específica: “Una serie de actividades y operaciones interrelacionadas que involucran diseño, selección de materiales, planeación, producción, aseguramiento de calidad, administración y mercadeo de bienes discretos y durables de consumo” (CAM-I, Computer Aided Manufacturing International, Arlington, Texas, citada por Schey 2002: 21). Como opina el autor, la manufactura se trata de un sistema cuyos componentes interactúan de forma dinámica y, en nuestro caso, podríamos visualizarla como la producción en el trabajo de fundición. En este sentido, la presente investigación se enfoca en la aplicación de la programación lineal, una forma de modelación cuantitativa, para minimizar costos en una operación de fundición.

Así, en relación con la producción, tenemos el trabajo de la planta de fundición y refinación de la empresa a la que llamamos “Fundición, S. A.”, y, en cuanto a modelación cuantitativa, el modelo de programación lineal que hemos elaborado para optimizar los costos del uso de ingredientes en dicha planta respecto de las actividades de fundición. Por lo tanto, en los subcapítulos siguientes se habla de temas como la investigación en la modelación cuantitativa, una metodología de sistemas para la modelación cuantitativa, los modelos cuantitativos y la optimización lineal, y la fundición y metalurgia del estaño, que es el metal producido en la empresa Fundición, S. A.

1.1 La investigación en la modelación cuantitativa

Se define a la investigación en modelación cuantitativa como aquella basada en la suposición de que es factible obtener un modelo matemático teórico que se aproxime a un proceso de la realidad, mediante la definición de variables causales y cuantitativas; tal que, al manipular dichas variables causales, se obtengan cambios cuantitativos sobre una variable dependiente en particular, dentro de un determinado rango de existencia. Los orígenes de la modelación cuantitativa se remontan a finales del siglo XIX con la Administración Científica, iniciada por el ingeniero mecánico estadounidense Frederick W. Taylor, cuyo interés fue establecer una metodología sistemática estructurada para la resolución de cualquier problema operativo dentro del taller de trabajo mediante la medición y rediseño de procesos, y cuyo objetivo final era la mejora de la calidad y la productividad enfocadas única y centralmente en empresas del rubro productivo. Este último concepto fue el que dificultó que se diera una

mayor prosperidad en la modelación cuantitativa, ya que, si bien el enfoque de la escuela de Taylor ganó popularidad rápidamente por la eficiencia del método para alcanzar la mejora operativa, se consideró que la Administración Científica no generaba un conocimiento científico genérico sobre los procesos como tales; en otras palabras, era vista como una metodología para resolver problemas, pero incapaz de explicarlos y, lo más importante, aprender de ellos (Bertrand y Fransoo 2002: 249).

Posteriormente, a inicios del siglo XX, finalizada la Primera Guerra Mundial, emergió la noción de “problemas idealizados” con el objeto de simplificar y resolver problemas reales más complejos, bajo el planteamiento de que un proceso puede ser descrito con base en solo sus aspectos más relevantes, sin que esta consideración afecte significativamente los resultados finales obtenidos. Esta abstracción de la realidad sirvió, y aún sirve, como metodología de enseñanza en muchas escuelas de ingeniería en todo el mundo. Sin embargo, debe reconocerse la parcialidad de las respuestas obtenidas tras la resolución de los modelos idealizados, dado que se podría obtener resultados distintos según las variables que el experimentador, según su criterio, considere más relevantes –lo cual no les resta valor siempre y cuando exista un conocimiento profundo del proceso analizado–. No obstante, esta metodología es muy factible de ser considerada la más conveniente según condiciones específicas, tales como el tipo de proceso en estudio y el grado de confiabilidad, así como el tiempo de respuesta que se requiriese, todo dentro de un ámbito de costo-beneficio económico. Por otro lado, es importante mencionar que, en los modelos idealizados, el escrutinio del usuario, su experiencia y conocimiento de la realidad, podrían incrementar la confiabilidad de los resultados (Bertrand y Fransoo 2002: 242-243).

Es así que, en las últimas décadas, numerosos trabajos de gran impacto que aplican las técnicas de investigación de operaciones han sido publicados, de los cuales los de mejores resultados son los que involucran actividades con escasa participación humana, tales como los problemas de corte, problemas de mezcla, ruteo de vehículos, entre otros. Algunos ejemplos aplicativos los podemos encontrar en los trabajos de Buehlmann et ál. (2000) y Sakalli y Birgoren (2009), ambas aplicaciones de gran éxito y repercusión para la resolución de problemas de mezcla en la manufactura de paneles de madera y fundición de latones, respectivamente.

Aun así, la debilidad de un modelo idealizado se acentúa frente a sistemas complejos en los que la interacción del sistema en estudio con otros sistemas externos es difícil de modelar debido a la incertidumbre del comportamiento de variables ajenas al estudio, las cuales no pueden ser manipuladas arbitrariamente; el desconocimiento de la cantidad real de elementos

que intervienen en el fenómeno; y la impericia para la cuantificación de la intervención humana. Es así que, por ejemplo, en los trabajos de Ashayeri et ál. (1994) se intenta incrementar la confiabilidad de los resultados de la modelación cuantitativa mediante el uso de nociones de costo-beneficio, esto aplicado a un problema de mezcla de ingredientes para la producción de fertilizantes químicos. De esta manera, no solo se determina una función objetivo particular local, sino, además, una función objetivo integral global para toda la organización, minimizando el efecto de variables externas y permitiendo una mejor toma de decisiones.

Por otro lado, Bertrand y Fransoo indican que no debería sorprendernos que las suposiciones de la mayor parte de los proyectos en la Investigación de Operaciones sean pocas veces contrastadas o verificadas, ya que esto generaría un proceso lento y muy costoso, debido al esfuerzo implicado para la recolección de toda la información necesaria, y demás recursos utilizados para tal tarea. Esto explica por qué los proyectos de Investigación Cuantitativa en la vida real son incapaces, en la mayor cantidad de casos, de generar conocimiento científico como tal (2002: 258).

Tras lo anteriormente discutido, es evidente que la aplicación de problemas idealizados por sí solos no pueden ser considerados modelos predictivos ni científicos; sin embargo, el análisis de un modelo simplificado genera, al menos, un entendimiento sobre la solución óptima o más cercana a la óptima de un proceso.

En este sentido, Bertrand y Fransoo (2002) distinguen dos escuelas en la modelación cuantitativa en la Administración de Operaciones, las cuales se desarrollaron entre 1920 y 1960, que son:

- ✓ Escuela estadounidense: investigación de operaciones (en inglés, *operations research*)
- ✓ Escuela británica: investigación operacional (en inglés, *operational research*)

Ambas buscan, en esencia, la mejora de la calidad de los procesos; en otras palabras, la productividad. Empero, a diferencia de la escuela norteamericana, la británica sí trata de involucrar todos los aspectos de los procesos operativos, algunos de los cuales podrían ser considerados irrelevantes para la escuela norteamericana, tales como el conocimiento, el nivel educativo, las actitudes personales, etc. Es oportuno indicar que ninguna de estas escuelas produjo, tampoco, conocimiento científico como tal, ya que ambas perseguían la mejora del desempeño operativo de un proceso de operaciones específico, pero ninguna lograba explicarlo; es decir, no presentaban modelos explicativos ni predictivos para una

situación que se encontrara fuera del rango de consideraciones inicialmente establecidas como criterios. Al respecto, Ackoff –pensador, político y testigo de la corriente de aquella época– hace expresa su frustración por la cantidad de recursos involucrados que han resultado con muy poca, poca o ninguna relación con problemas reales, atribuyendo tal falencia a problemas de validación que deben darse en las etapas tempranas en cada uno de los proyectos de esta naturaleza (citado por Bertrand y Fransoo 2002: 247).

Es evidente que, gradualmente, la búsqueda por el incremento en la complejidad de los modelos para alcanzar mayor veracidad en la modelación del fenómeno en estudio ocasionó que otras ciencias, tales como la matemática, estadística, etc., se unan para obtener mejores resultados (Bertrand y Fransoo 2002: 244). Un ejemplo claro lo es la programación lineal, la cual se ha convertido en una de las técnicas en investigación de operaciones más difundida, en tal grado que en muchos casos su aplicación ha sido tan fructífera que ha pasado de los departamentos de investigación a ser una herramienta rutinaria de planificación (Ashayeri et ál. 1994: 460).

Finalmente, con miras a tener un mejor entendimiento del subcapítulo siguiente, presentamos las dos clases de investigación (y dos categorías para cada una) que se resaltan en el trabajo de Bertrand y Fransoo (2002):

- ✓ **Axiomática:** Guiada por los modelos idealizados, se caracteriza por tener, como preocupación central, la obtención de soluciones a partir del modelo definido y asegurar que ellas permitan conseguir un mayor acercamiento a la estructura del problema bajo estudio. En la investigación axiomática, los tipos de modelos estudiados son ampliamente determinados por los métodos y técnicas de las matemáticas, la estadística y la ciencia de la computación. Se subdivide en axiomática descriptiva (AD), la cual básicamente busca entender el proceso que ha sido modelado, y axiomática normativa (AN), que busca estrategias para encontrar una solución mejor a las ya existentes o una solución óptima a un problema nuevo, tal como el trabajo de Novak y Ragsdale (2003), en el que se describe una metodología para la resolución de problemas en que las variables son aleatorias.
- ✓ **Empírica:** Guiada principalmente por descubrimientos y medidas empíricas, se caracteriza ya sea por la experimentación para la validación del modelo científico resultante de la investigación, o la experimentación de la versatilidad y desempeño de las soluciones. En esta clase de investigación, la preocupación central es asegurar que exista coherencia entre las observaciones y acciones en la realidad y el modelo

creado. Se subdivide en empírica descriptiva (ED), que busca la obtención de un modelo que describa adecuadamente las relaciones causales que pudieran existir en la realidad, lo cual conduce al entendimiento de los procesos estudiados; y empírica normativa (EN), que está principalmente interesada en desarrollar políticas, estrategias y acciones para mejorar la solución actual.

1.2 Una metodología de sistemas para la modelación cuantitativa

En este subcapítulo se presenta el modelo de Mitroff et ál. (1974) como la base de lo que se puede considerar una metodología completa para resolver un problema real mediante la modelación cuantitativa. Sumamos el aporte de Bertrand y Fransoo (2002) y de Winston (2005) a manera de complemento con el fin de integrar el conocimiento al respecto.

1.2.1 Panorama introductorio

De acuerdo con Bertrand y Fransoo, la metodología de investigación en modelación cuantitativa dentro de la Administración de Operaciones no ha sido percibida, tradicionalmente, como un tema prioritario, lo cual se demuestra en que la mayor parte del trabajo reportado sobre metodología en dicho campo ha estado referida al lado empírico (2002: 251). En este sentido, algunos autores –como Keys, Ackoff y Sasieni, citados por Bertrand y Fransoo (2002)–, a pesar de analizar temas sobre metodología en la investigación de operaciones, no se enfocan tanto en la metodología de investigación desde una perspectiva académica, sino que están más interesados en la metodología empleada por los investigadores de operaciones en la solución de problemas relevantes específicos (2002: 252). Sin embargo, no es esto lo que tiene el trabajo de Bertrand y Fransoo (2002) como enfoque principal en cuanto a investigación, y nosotros buscamos seguir su línea, sino que presta atención a la investigación “dirigida a obtener resultados genéricos para la teoría en favor de la administración de operaciones, en lugar de resultados de soluciones para problemas específicos sin dicha contribución genérica” (2002: 252, traducción propia).

Es así que uno de los trabajos más importantes para el propósito anterior es el de Mitroff et ál. (1974), que contribuye en gran medida a la discusión sobre metodología en la Administración de Operaciones. Desde su mero inicio, Mitroff et ál. (1974) enfatizan el estudio de la ciencia a través de sistemas citando a Ackoff:

A diferencia de disciplinas científicas tempranas que buscaban separarse unas de otras y subdividirse, las nuevas inter-disciplinas intentan agrandarse a sí mismas, combinarse, tomar en cuenta más y más aspectos de la realidad. La Ciencia de los Sistemas es el límite de este proceso, una amalgamación de todas las partes de la ciencia en un todo integrado. Por lo tanto,

la Ciencia de los Sistemas no es una ciencia, sino es ciencia vista como un todo y aplicada al estudio de los todos. (Ackoff, citado por Mitroff et ál. 1974: 46, traducción propia)

Partiendo de esta cita se puede entender perfectamente la razón de ser del propósito del trabajo de Mitroff et ál. (1974), que es presentar un programa para el estudio de la ciencia desde un punto de vista holístico o de sistemas. Es más, se recalca que la tesis de su artículo es que existen ciertos aspectos de la ciencia que pueden ser únicamente estudiados desde una perspectiva completa de sistemas, y que cualquier enfoque que no posea una visión holística de la ciencia fallará en llegar a conocer algunas de las características más esenciales de ésta (1974: 46).

Entonces, habiendo presentado la importancia de la perspectiva de sistemas, uno de nuestros objetivos implícitos es trasladar esta idea a la empresa Fundición, S. A., mediante el presente trabajo de investigación. Y es que, en palabras de Mitroff et ál., es importante resaltar que “la manera como vemos y estudiamos la ciencia influye no solo lo que conocemos de la ciencia, sino también el uso que hacemos de ella. Una imagen renovada de la ciencia, por lo tanto, no solo generaría un efecto positivo en la corrección de nuestras percepciones erradas actuales sobre la ciencia, sino también en ampliar nuestra gama de aplicaciones de ella” (1974: 47, traducción propia).

1.2.2 El esquema de Mitroff et ál. (1974)

Mitroff et ál. (1974) presentan dos escenarios relacionados con el estudio de la ciencia, de los cuales es de nuestro interés el primero de ellos: Una Visión de Sistemas de “Diferentes Variedades de Comportamiento Científico” (en inglés, *A Systems View of “Different Varieties of Scientific Behavior”*)¹. Es aquí donde se introduce un esquema (en sí, un modelo guía) que representa una visión de sistemas completos simple sobre la actividad de resolución de problemas, y que puede ser extendido hasta cubrir un mayor rango de actividades científicas genéricas (1974: 47). El esquema, analizado ampliamente en el artículo de Mitroff et ál. (1974), se aprecia en la figura 1.1.

En el esquema se puede identificar claramente cuatro fases principales: la conceptualización, la modelación, la resolución del modelo y la implementación. A pesar de que puede

¹ El segundo escenario se llama Una Visión de Sistemas de Diferentes Enfoques para el Estudio de la Ciencia (en inglés, *A Systems View of Different Approaches to the Study of Science*), cuya representación de la ciencia es una descripción orientada por roles; es decir, la base de esta representación está fundada en la noción de que la objetividad en la ciencia no está únicamente contenida en alguno de sus elementos individuales, sino que, en cambio, es una propiedad del sistema de la ciencia (Mitroff et ál. 1974: 53-54).

apreciarse un orden en el desenvolvimiento del ciclo mostrado, en realidad, si un enfoque de sistemas es adoptado, no existen los puntos de inicio y fin, es decir, el ciclo puede iniciarse en cualquier punto del diagrama (Mitroff et ál. 1974: 47). Esto se debe a que el investigador está consciente de las partes específicas del proceso de solución que está analizando y, consecuentemente, de las afirmaciones que puede hacer basado en los resultados de su propia investigación (Bertrand y Fransoo 2002: 253).

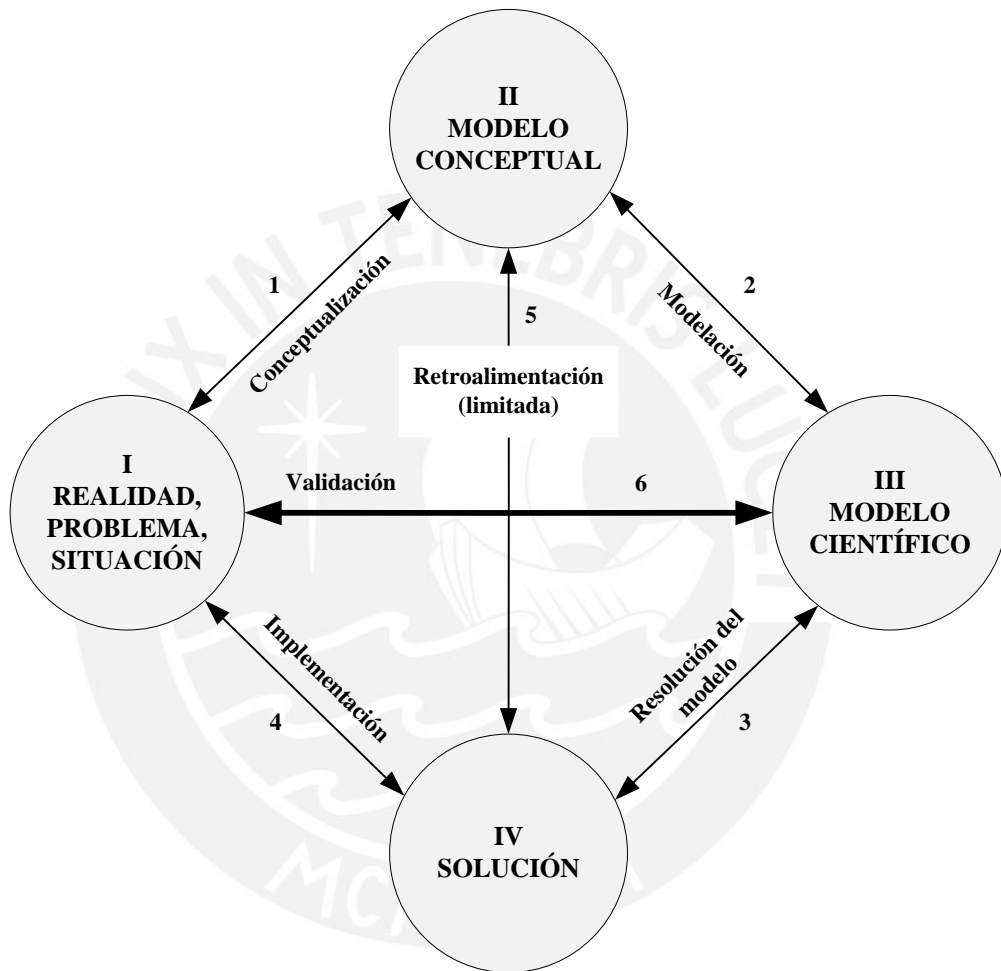


Figura 1.1 Una visión de sistemas para la resolución de problemas

Fuente: Mitroff et ál. (1974: 48). Traducción y reproducción propias.

Suponiendo la aplicación del esquema de la figura 1.1 desde cero, es decir, una nueva investigación a partir de un nuevo problema, Bertrand y Fransoo presentan una explicación clara y concisa sobre su funcionamiento:

En la fase de conceptualización, el investigador crea un modelo conceptual del problema y del sistema que está estudiando. El investigador toma decisiones sobre las variables que necesitan ser incluidas en el modelo, el alcance del problema y el modelo a ser tratado. En la fase siguiente, el investigador ya construye el modelo cuantitativo, por consiguiente, definiendo las

relaciones causales entre las variables. Después de esto, el proceso de resolución del modelo toma lugar, para el cual las matemáticas, usualmente, tienen un rol dominante. Finalmente, los resultados del modelo son implementados, después de lo cual un nuevo ciclo puede empezar. (2002: 253, traducción propia)

Podemos complementar esta explicación incluyendo conceptos presentados en el trabajo de Mitroff et ál (1974). Por ejemplo, el modelo conceptual establece en términos generales la definición del problema particular que será resuelto: especifica las variables de campo que serán usadas para definir la naturaleza del problema y el nivel al cual las variables serán tratadas. Se indica, como ejemplo, si se debe considerar un punto de vista micro o macro. El modelo cuantitativo que mencionan Bertrand y Fransoo (2002) es el modelo científico (ver figura 1.1), el cual puede formarse una vez que el modelo conceptual del problema se ha establecido, y del que puede derivarse una solución si es posible. Luego, si la solución se retroalimenta al problema con el propósito de tomar acción respecto de ella, entonces se tiene la implementación (Mitroff et ál. 1974: 47).

Siguiendo con el análisis, ahora mirando las líneas “interiores” del esquema de la figura 1.1, tenemos que el camino entre el punto I, Realidad, y el punto III, Modelo Científico, se refiere al grado de correspondencia entre la realidad y el modelo científico dentro del significado tradicional de la noción de correspondencia. Finalmente, el camino entre los puntos II y IV, Modelo Conceptual y Solución, respectivamente, es la “retroalimentación limitada” (en inglés, *feedback in the narrow sense*²), (Mitroff et ál. 1974: 47). Sobre este término, Mitroff et ál. nos dan una explicación:

Dos de las formas más prevalentes de actividad científica³ [...] involucran el circuito de II a III a IV y de regreso a II [ver figura 1.1]. Ambas formas típicamente actúan [...] como si la finalidad de la resolución de problemas fuera simplemente iterar en la derivación de mejores soluciones científicas para generar mejores y más grandes modelos científicos. Esto es a lo que nos referimos con “retroalimentación limitada”. Estas formas de actividad nunca regresan a la “realidad” para cuestionar las suposiciones hechas inicialmente; por un lado, dichas formas dan por sentadas sus primeras conceptualizaciones del problema (largamente implícitas); y, por otro, no están interesadas en la implementación [...]. (1974: 51, traducción propia)

² El término *narrow sense* significa lo siguiente: “a meaning of a word that is exact or limited” (en Longman Dictionary of Contemporary English [en línea]; consulta: 31 de setiembre de 2011). En español, tendríamos: “significado de una palabra que es exacta o limitada” (traducción propia). Dado el contexto, creemos que el adjetivo “limitada” es más acertado.

³ Mitroff et ál. citan a Churchman para nombrar estas formas: una es el enfoque “formal, deductivo, convencional” hacia la ciencia; la otra, el enfoque “formal, inductivo, convencional” (1974: 51).

Mitroff et ál. hablan también de las habilidades demandadas por las fases de la figura 1.1. Podemos empezar por las habilidades involucradas en la Modelación y la Resolución del Modelo, caminos que requieren, principalmente, destrezas analíticas formales. En cambio, cuando se trata de la Conceptualización, lo que se requiere es la habilidad para pensar en términos intuitivos globales. Finalmente, la Implementación, una de las actividades más difíciles de realizar, requiere de destrezas intuitivas y de relaciones humanas (1974: 50). En cuanto a los criterios para juzgar el desempeño en la ejecución de cada actividad, la tabla 1.1 presenta la información necesaria.

Tabla 1.1 Criterios para juzgar el desempeño

FASE	ESTÁNDAR
<i>Conceptualización</i>	La habilidad para formular problemas, acertijos o paradojas interesantes.
<i>Modelación</i>	La habilidad para formular relaciones significativas dentro de algún sistema formal de razonamiento abstracto.
<i>Resolución del Modelo</i>	La habilidad para derivar (deducir) conclusiones (teoremas) significativos desde algún modelo importante.
<i>Implementación</i>	La habilidad para causar o realizar un cambio social significativo.

Fuente: Mitroff et ál. (1974: 50). Elaboración propia.

Estamos de acuerdo con Mitroff et ál. en que el profesional más apropiado para juzgar la actividad de Implementación es el gerente que debe administrar la situación problemática, no el científico administrador, debido a que lo que constituye el problema y la solución para éste, en general, no será el problema que el gerente está enfrentando y, por lo tanto, no será una solución para él (1974: 50). Es decir, generalmente, es el gerente el que mantiene el contacto más cercano con la situación real enfrentada. Por ello es que la Implementación es una de las actividades más difíciles, ya que, como lo precisan Mitroff et ál., se necesita “la más intensa cooperación entre los más diversos [en términos de destrezas, criterios, entrenamiento, percepciones, etc.] individuos y actividades” (1974: 50, traducción propia). Por eso, el grado de cooperación que exista al interior de una empresa, el grado en que los individuos se sientan comprometidos con el buen desempeño de las actividades, definirá el éxito que se alcanzará.

Retornando a las rutas que pueden seguirse en la figura 1.1, Mitroff et ál. (1974), tal como lo recalcan Bertrand y Fransoo, incluyen la noción de “atajos” en el ciclo que son regularmente utilizados, y que conducen a “diseños de investigación menos que deseables” (2002: 253, traducción propia). En este sentido, tenemos lo siguiente:

Si el circuito II-III-IV-II representa una sobre-preocupación por actividades como Modelación y Resolución del Modelo, entonces el circuito I-II-IV-I representa una sobre-preocupación por la Conceptualización e Implementación. Si la tendencia de aquellos que se involucran en II-III-IV-I [II-III-IV-II] es confundir la Resolución del Modelo con la Implementación, entonces la tendencia de aquellos que se involucran en I-II-IV-I es confundir la Conceptualización con la actividad de Modelación. Desafortunadamente, sin importar cuán rica pudiera ser la Conceptualización, no es sustituta de un modelo más formal. De la misma manera, sin importar cuán significativa una solución particular pudiera ser, no es sustituta de la Implementación. (Mitroff et ál. 1974: 51-52, traducción propia)

Agregamos:

Si el circuito I-II-III-I representa una sobre-preocupación por la validación, el circuito I-III-IV-I representa una sobre-preocupación por las soluciones y la acción. Mientras que el circuito I-II-III-I es débil en soluciones y acción, el circuito I-III-IV-I es débil en Conceptualización y Modelación. Este es, por supuesto, el defecto más común de aquellos que están totalmente entregados a tomar acciones inmediatas y de aquellos que son excesivamente prácticos en su razonamiento. Ellos están más propensos a tomar acciones rápidas sobre ideas no desarrolladas completamente. (Mitroff et ál. 1974: 52, traducción propia)

En conclusión, el ciclo de la figura 1.1 debe considerarse como un todo integrado. Es decir, habíamos indicado que en un sistema no existen puntos de inicio y fin. Sin embargo, a lo que nos referimos ahora es a que, sin importar dónde inicie el ciclo, las fases de la figura 1.1 deben tratarse como tales, cada una con sus propias implicaciones, y no intentar los atajos mencionados y quedarse girando sobre ellos, ya que dicha investigación podría perder el alcance (o la eficacia) necesario para lograr metas más grandes de lo inicialmente buscado.

En este sentido, podemos conectar el modelo de la figura 1.1 con los cuatro tipos de investigación explicados en el subcapítulo anterior. En la investigación AD (axiomática descriptiva) el proceso de Modelación es central, en el cual el investigador toma un modelo conceptual, generalmente de la literatura, y crea un modelo científico del mismo. Además, con la finalidad de profundizar su conocimiento sobre el comportamiento del modelo, el investigador realiza análisis en dicho modelo científico; sin embargo, no suele pasar a la fase de Resolución del Modelo, lo cual sí sucede en la investigación AN (axiomática normativa), donde el proceso de la Resolución del Modelo es el proceso de investigación central reportado. Es más, en varios artículos que pueden clasificarse como investigaciones AN, el proceso de Modelación también está incluido, y los resultados del modelo son

retroalimentados al modelo conceptual, lo cual lleva al atajo “modelación – resolución del modelo” (Bertrand y Fransoo 2002: 253).

Siguiendo con la explicación de Bertrand y Fransoo, en la investigación ED (empírica descriptiva), el investigador suele seguir un ciclo de “conceptualización – modelación – validación”, dentro del cual existe el riesgo de la sobre-preocupación por la validación, por ejemplo, cuando el investigador quiere tener una coherencia perfecta entre el modelo y la realidad, a pesar de que la realidad en la administración de operaciones no puede ser capturada completamente. Finalmente, en la investigación EN (empírica normativa), considerada la más completa, el ciclo entero de “conceptualización – modelación – resolución del modelo – implementación” es efectuado (2002: 254).

Nuestro trabajo sigue el camino de una investigación empírica normativa, pero no llega a finalizar como tal: partiremos de una realidad y trataremos de llegar a una solución siguiendo las fases de conceptualización, modelación y resolución del modelo. Sin embargo, quedará como una recomendación su implementación, dado el alcance de nuestra investigación.

1.2.3 Los siete pasos de Winston (2005)

Lo que veremos a continuación no es un método alternativo al esquema de Mitroff et ál. (1974), sino complementario. En el ámbito de la Investigación de Operaciones, Winston (2005) presenta el “proceso de construcción de modelos de los siete pasos”, el cual provee un mecanismo para resolver problemas empresariales utilizando las herramientas de la Investigación de Operaciones (ver figura 1.2). Como analogía, podemos decir que el modelo de Mitroff et ál. (1974) sirve al mismo fin, con la excepción de que está enfocado desde una perspectiva más genérica, en relación con el enriquecimiento teórico de una determinada realidad, o su abstracción. En cambio, el proceso de Winston (2005) se enfoca más desde el punto de vista de la resolución de un problema específico, luego de la cual los resultados son implementados y su desempeño, medido en el tiempo, pero sin llegar a realizar mayores extensiones en la investigación, más que las efectuadas para resolver el problema.

Observando el proceso en la figura 1.2, que consta de siete pasos y cuyo sustento teórico es bastante similar al del modelo de Mitroff et ál. (1974), en los primeros pasos se observa la conceptualización y la modelación; luego se realiza una serie de pruebas para verificar si el modelo matemático puede ser usado para encontrar soluciones que satisfagan objetivos predeterminados (lo que llamaríamos la validación); después se emplea la versión final del modelo matemático para obtener los resultados deseados; y, finalmente, se aceptan los resultados y se implementan.

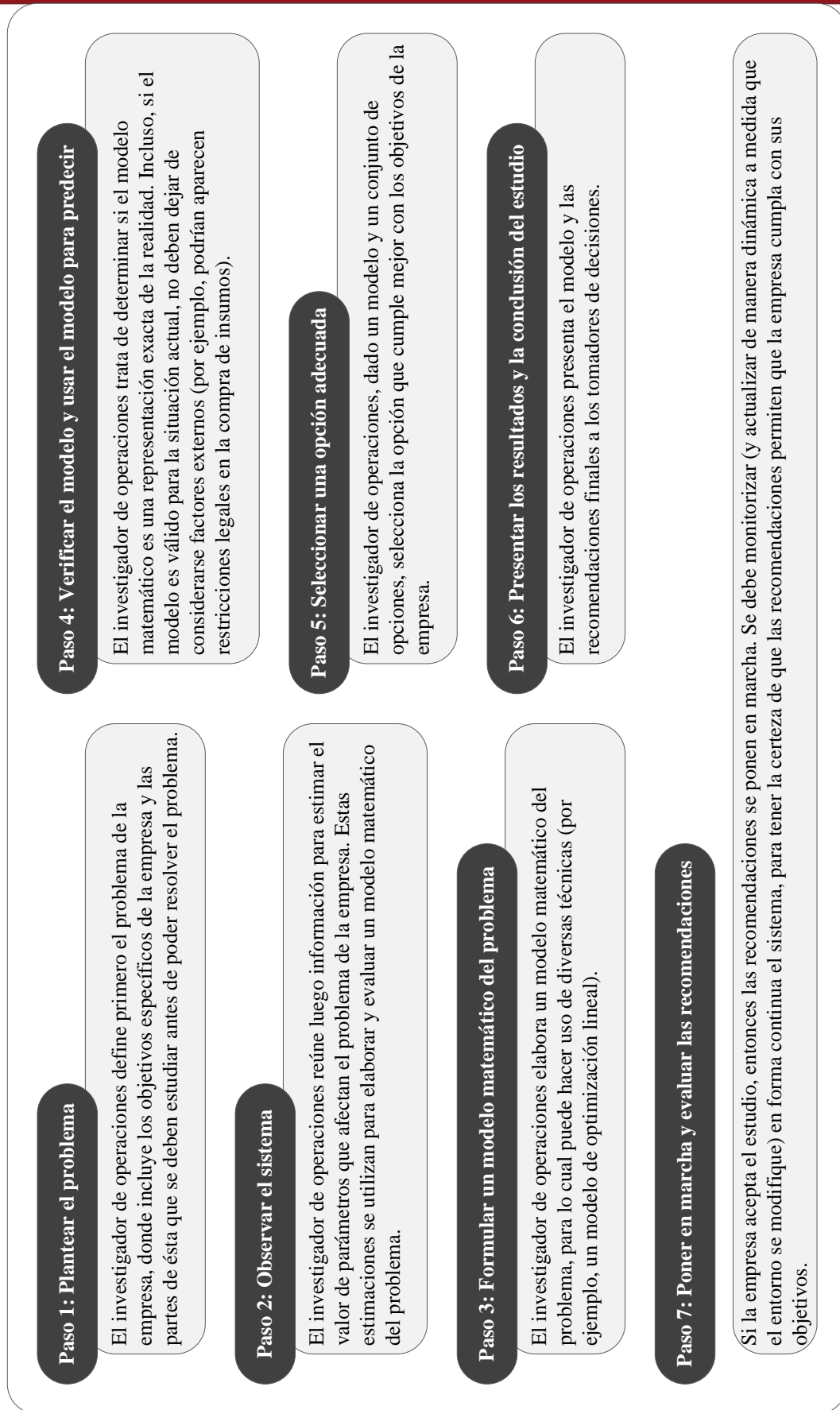


Figura 1.2 El proceso de construcción de modelos de los siete pasos

Fuente: Winston (2005: 5-6). Elaboración propia.

Entonces, haciendo la conexión con el modelo de Mitroff et ál. (1974), los pasos del proceso de Winston (2005) podrían ubicarse de la manera que se muestra en la tabla 1.2.

Tabla 1.2 Conexión de metodologías

Conceptualización	Paso 1, Paso 2
Modelación	Paso 3
Resolución del Modelo	Paso 4, Paso 5
<i>Validación</i>	
<i>Retroalimentación</i>	
Implementación	Paso 6, Paso 7

Elaboración propia.

Así, queda hecha la integración del conocimiento que señalamos al inicio del presente subcapítulo. Ambos esquemas, el modelo de Mitroff et ál. (1974) y el proceso de Winston (2005), constituyen el soporte del modelo matemático de la presente investigación.

1.3 Modelos cuantitativos: la optimización lineal

Los modelos cuantitativos son muy útiles cuando de toma de decisiones operativas se trata, dado que presentan un alto potencial para elevar la productividad en una planta de producción. Para los gerentes de producción, o jefes de planta, una definición adecuada de la productividad sería “la medida de cómo se administran los recursos especificados para alcanzar oportunamente los objetivos expuestos en términos de cantidad y calidad” (Riggs 2001: 608). En esta definición se aprecia claramente que la manera en que se empleen los recursos (materiales de producción, materias primas, mano de obra, etc.) tendrá un impacto importante en la consecución de los objetivos. Entonces, teniendo esto como fin, el modelo cuantitativo empleado para un proceso, de estar bien definido y estructurado, debería ser capaz de realizar un aporte sustantivo.

Antes de continuar, es vital entender lo que es un modelo. En términos simples, un modelo “es una réplica o generalización de las características esenciales de un proceso. Muestra las relaciones entre causa y efecto, y entre objetivos y restricciones” (Riggs 2001: 30). En sí, un modelo es la simplificación de la realidad, tomando en cuenta una serie de supuestos que permiten esquematizarla. Según Riggs, dependiendo de la naturaleza del problema que se

esté enfrentando, se presentan tres tipos de modelos que podrían utilizarse: modelo físico, modelo esquemático y modelo matemático (2001: 30). De acuerdo con nuestro tema de tesis, nos concierne el último de ellos. Un modelo cuantitativo es un modelo matemático. Las fórmulas y ecuaciones que involucra han sido usadas tanto por las ciencias físicas como por las ciencias de la administración; y es que, cuando es posible construir un modelo matemático que representa de forma exacta (o muy aproximada) una situación problemática, aquel se convierte en un instrumento de estudio de mucha utilidad, ya que permite una fácil manipulación, muestra claramente la interacción entre las variables y otorga resultados exactos. Sin embargo, se debe prestar especial atención al grado de simplificación de la realidad, debido a que el modelo podría no llegar a representar al mundo real, lo cual convertiría dichos resultados en erróneos. En conclusión, se trata de establecer un balance entre qué tanto se sacrifica la realidad en beneficio de la factibilidad (Riggs 2001: 30-32).

Dicho esto, y entrando en un entorno de investigación, “los modelos cuantitativos se basan en una serie de variables que fluctúan sobre un dominio específico, considerando que las relaciones cuantitativas causales entre dichas variables ya han sido definidas” (Bertrand y Fransoo 2002: 242, traducción propia). En sí, son las variables las que representan, en conjunto, la realidad. Además, ellas se relacionan, o interactúan, de forma lógica y no aleatoriamente. Es decir, cuando se construye un modelo, se debe tener mucho cuidado al plantear las ecuaciones (e inecuaciones), de manera que las operaciones matemáticas entre las variables tengan sentido en términos de coherencia con la problemática bajo análisis.

Con lo anterior, hemos ahondado en el concepto de modelos cuantitativos, cuál es su utilidad y cómo deben emplearse. Profundizamos más sobre estos aspectos en las secciones siguientes, donde tratamos los temas indicados a continuación: panorama de la construcción de modelos, la optimización lineal a través de la programación lineal, y la programación lineal en el problema de mezcla.

1.3.1 Panorama de la construcción de modelos

Tradicionalmente, la utilización de modelos cuantitativos ha sido vista como una técnica a ser practicada por matemáticos, consultores o especialistas en informática. Sin embargo, gracias a dos tecnologías que han revolucionado la construcción de modelos, los administradores ahora pueden crear y analizar sus propios modelos. Nos referimos a las computadoras personales y los programas de hoja de cálculo electrónica, que han hecho que los conocimientos analíticos de matemáticas avanzadas, la programación de computadoras, el razonamiento algorítmico y otros conocimientos técnicos relacionados con modelos cuantitativos hayan casi desaparecido como prerequisites para un usuario de éstos. Lo

anterior se constituye como una noticia favorable para los fines de cualquier empresa de fundición, dado que la utilización directa de los modelos no solo le permitiría una mejor toma de decisiones, sino también un mayor aprendizaje sobre la realidad, ya que los administradores centrarían su atención, principalmente, en la interacción entre las variables más que en el funcionamiento matemático e informático del modelo (Eppen et ál. 2000: 3).

En este mismo contexto, cabe mencionar que los modelos cuantitativos son parte de la Investigación de Operaciones (también llamada ciencia de la administración, en concordancia con Riggs, 2001: 31), que es “un enfoque científico en la toma de decisiones que busca el mejor diseño y operar un sistema, por lo regular en condiciones que requieren la asignación de recursos escasos” (Winston 2005: 1). Se menciona aquí el concepto de sistema. Según Winston, un sistema hace referencia a una organización de componentes interdependientes que trabajan de forma coordinada para alcanzar uno o más objetivos de dicho sistema (2005: 1). Así, podemos visualizar el funcionamiento de un sistema como los datos que se ingresan a un modelo simbólico (otro nombre para el modelo cuantitativo, según Eppen et ál. 2000: 10) para ser procesados y que éste otorgue una serie de resultados con una semántica determinada.

Siguiendo las palabras de Winston, en un contexto científico los modelos matemáticos “son representaciones matemáticas de situaciones reales que se podrían usar para tomar mejores decisiones, o bien, simplemente para entender mejor la situación real” (2005: 1). Sea para tomar mejores decisiones o entender mejor la situación que se está viviendo, el proceso de construcción de modelos no puede perder de vista la situación real. En la figura 1.3 se muestra un esquema que representa la relación entre el mundo simbólico y el mundo real, tomando en cuenta la importancia del juicio administrativo.

En sí, el diagrama de la figura 1.3 representa el proceso de la construcción de modelos desde una perspectiva administrativa. El punto de inicio sería la esquina inferior izquierda, donde está la situación administrativa, que pertenece al mundo real (mitad inferior de la figura). Justamente, es la situación administrativa donde se presentan los problemas del día a día o, simplemente, las operaciones que deben realizarse como parte de la actividad normal de la empresa. Haciendo una analogía con nuestra investigación, la situación administrativa estaría representada por la manera en que se realizan las mezclas de fundición en la planta bajo estudio.

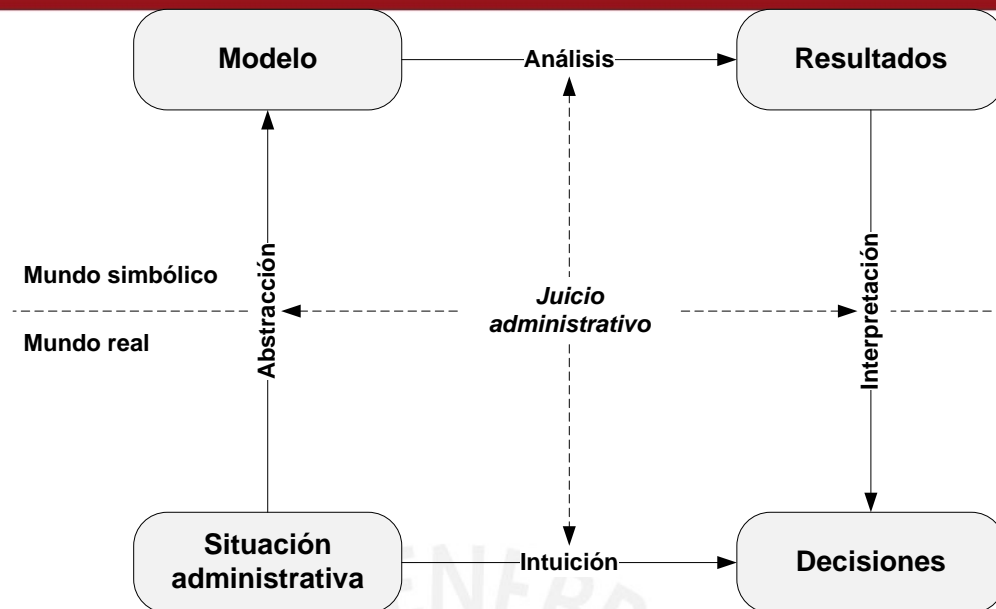


Figura 1.3 Relación entre el mundo simbólico y el mundo real

Fuente: Eppen et ál. (2000: 5). Reproducción propia.

Luego, los gerentes y administradores verían la necesidad de tomar decisiones dada una situación administrativa determinada. Es posible que se suela llegar hacia el cuadrante final (el inferior derecho), donde se encuentran las decisiones, sin apartarse del mundo real. Es decir, a través de la flecha que representa la intuición. Este caso no es poco común en la vida real según Eppen et ál., quienes tienen su propia visión al respecto:

Históricamente, los gerentes han dependido casi por completo de su propia intuición como el instrumento primario para tomar decisiones. Aunque la intuición es de gran valor, sobre todo en el caso de gerentes con experiencia, puede decirse que, por definición, está desprovista de un proceso analítico. Un administrador que base la toma de decisiones solamente en la intuición no aprende, salvo por la retroalimentación que le proporcionan los resultados obtenidos, pero está demostrado que es una forma bastante cara e implacable. (2000: 4)

Es aquí donde surge la modelación matemática para resolver problemas, por lo que, en lugar de ir hacia la derecha desde el cuadrante de la situación administrativa en la figura 1.3, nos dirigimos hacia arriba, al cuadrante superior izquierdo, donde se encuentra el modelo, al cual se llega a través de la flecha que representa la abstracción, con la que se pasa del mundo real al mundo simbólico. En esta transición, se debe filtrar lo más esencial de la situación administrativa, es decir, los aspectos problemáticos principales (Eppen et ál. 2000: 4). En relación con nuestra investigación, lo abstraído puede incluir lo siguiente (los siete primeros puntos se basan en Sakalli y Birgoren 2009: 727-728):

- ✓ Los tipos de materias primas.

- ✓ Los tipos de ingredientes (metales).
- ✓ El costo de las materias primas.
- ✓ Los porcentajes de los ingredientes a utilizar para los distintos productos.
- ✓ Las especificaciones superiores e inferiores de los ingredientes en cada mezcla.
- ✓ La cantidad disponible de materias primas en un día.
- ✓ Las cantidades máximas y mínimas de materias primas a usar en cada mezcla.
- ✓ La definición de las interacciones entre las variables.
- ✓ La supresión de factores que no sean relevantes para la problemática.

Posteriormente, una vez que se ha elaborado el modelo matemático, este es analizado para obtener las conclusiones correspondientes. Es posible que, durante el análisis, deban realizarse correcciones al modelo o ajustes que se consideren necesarios por el bien de la factibilidad o con la mira en representar mejor la realidad. De una manera u otra, se pasa al cuadrante superior derecho de la figura 1.3, los resultados. Obviamente, el proceso no acaba aquí, sino que los resultados deben interpretarse. Y es justamente la interpretación la que permite volver a conectar el mundo simbólico con el mundo real, dado que los resultados deben observarse con base en la situación administrativa.

Lo que Eppen et ál. sugieren con el esquema de la figura 1.3 no es que hayan dos caminos mutuamente excluyentes para llegar al cuadrante inferior derecho, las decisiones, sino todo lo contrario: “Cuando [...] se agregan la intuición y la experiencia del gerente, el proceso de construcción del modelo conduce a mejores decisiones y aporta conocimientos que influyen en el proceso de aprendizaje” (2000: 4). Riggs está de acuerdo y complementa esta visión al decir que “un modelo ofrece indicios para la ejecución; pero la obtención del efecto total a partir de las acciones indicadas [por los resultados del modelo], depende del buen juicio respaldado por una evaluación cuidadosa de las condiciones que influyen en el medio de producción en la vida real” (2001: 32). Es más, Eppen et ál. agregan que “el buen juicio administrativo ilumina todos los aspectos del proceso” (2000: 4), y no solo la toma de decisiones finales.

Por lo tanto, el presente trabajo de investigación no busca sustituir los procesos mentales que guían la forma de operar en la empresa Fundición, S. A., sino proporcionar una herramienta que complemente los métodos actuales en relación con la optimización del sistema de mezclas (o uso de ingredientes para la operación de fundición). Ya lo aclaran Eppen et ál.: “El término *optimalidad* es un concepto que se relaciona más con los modelos que con el mundo real. Si bien los modelos pueden optimizarse, eso rara vez o nunca es posible en las

situaciones del mundo real” (2000: 7). Por eso, la intuición y la experiencia en el proceso de fundición seguirán siendo necesarias.

1.3.2 La optimización lineal

En primera instancia podemos clasificar los modelos como *descriptivos*, cuando detallan el comportamiento del rendimiento real de un proceso como una función de varios factores, y como *prescriptivos* o de optimización, cuando “dictan” el comportamiento de procesos para una organización que le permitirá a esta lograr mejor sus metas (Winston 2005: 2). Es ahora que podemos decir que el modelo para la optimización de mezclas que proponemos más adelante es prescriptivo, donde el objetivo principal es la minimización de los costos. En este sentido, un modelo prescriptivo cuenta con las cuatro partes que se indican en la figura 1.4.

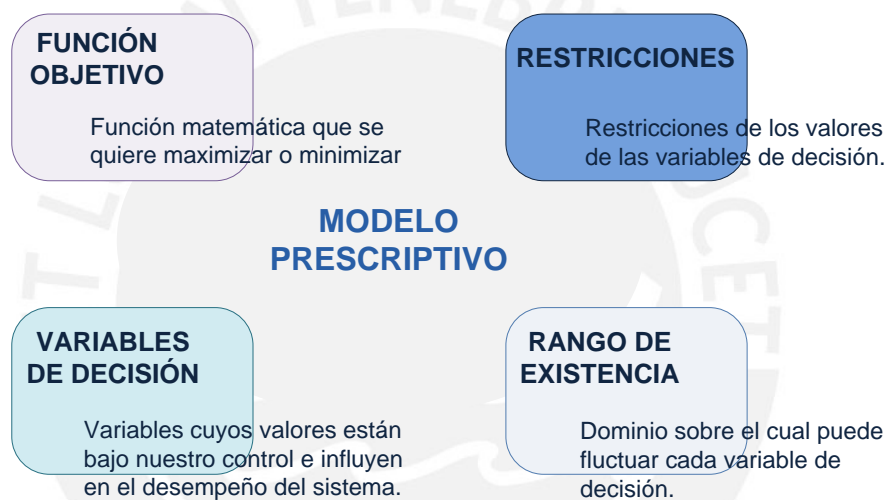


Figura 1.4 Partes constituyentes del modelo de optimización
Elaboración propia basada en Winston (2005: 2).

En resumen, “un modelo de optimización trata de encontrar valores, entre el conjunto de todos los valores para las variables de decisión, que optimicen (maximicen o minimicen) una función objetivo [y] que satisfagan las restricciones dadas” (Winston 2005: 2). En este contexto, podemos clasificar nuestro modelo matemático como estático, no entero, *determinístico* y, finalmente, lineal. Estático, porque las variables de decisión no requieren sucesiones de decisiones para periodos múltiples, sino que en el modelo se resuelve el problema de las mezclas en un solo intento, y los resultados se usan como valores óptimos en las operaciones de fundición. No entero, porque cualquier variable de decisión puede asumir valores fraccionarios (es más, esto será necesario dado que las cantidades de insumos a usar, por lo general, son fraccionarias en la vida real). *Determinístico*, porque, para cualquier valor de las variables de decisión, se conoce con certeza cuál es el resultado de la función objetivo y si se cumplieron las restricciones o no. Por último, lineal, porque las relaciones entre las

variables de decisión, sea en la función objetivo o en las restricciones, se dan en forma de sumas y las variables están multiplicadas por constantes (Winston 2005: 4).

Considerando lo anterior, podemos formar el concepto de optimización lineal, que es la resolución de un modelo prescriptivo lineal, generalmente, mediante la programación lineal. Al respecto, en 1947, George Dantzig desarrolló un método efectivo para resolver problemas de programación lineal, llamado algoritmo *simplex* (Winston 2005: 49), el cual no será descrito en el presente trabajo de investigación⁴. Volviendo al tema de nuestra investigación, la problemática se centra en asignar recursos escasos (como son las materias primas, los retornos, etc.) a actividades competitivas (operaciones de fundición que giran respecto de un horno). Por eso, según Riggs, el tipo de problema que enfrentamos es candidato para los procedimientos de la programación lineal, los cuales, como ya lo hemos comentado, son adecuados siempre y cuando las variables del problema se relacionen linealmente entre sí (2001: 190). Justificamos, por lo tanto, el uso de ésta técnica.

Entonces, dado que empleamos la programación lineal en la solución de la problemática, debemos presentarla formalmente. En principio, y como paso previo, a continuación se muestra las definiciones de la función lineal y la desigualdad lineal:

Función lineal

Una función $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ de x_1, x_2, \dots, x_n es una **función lineal** si y solo si para algún conjunto de constantes c_1, c_2, \dots, c_n , $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$.

Desigualdad lineal

Para cualquier función $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ y cualquier número b las desigualdades $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b$ y $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b$ son **desigualdades lineales**.

(Winston 2005: 52)

Dadas las definiciones anteriores, ahora podemos presentar cabalmente la definición de un problema de programación lineal:

Un **problema de programación lineal** (PL) es un problema de optimización para el cual se efectúa lo siguiente:

1. Se intenta maximizar (minimizar) una función *lineal* de las variables de decisión. La función que se desea maximizar o minimizar se llama *función objetivo*.
2. Los valores de las variables de decisión deben satisfacer un conjunto de *restricciones*. Cada restricción debe ser una ecuación lineal o una desigualdad lineal.

⁴ Para conocer cómo funciona el algoritmo, se puede revisar Winston, 2005: 127-212.

3. Se relaciona una *restricción de signo* con cada variable. Para cualquier variable x_i , la restricción de signo especifica que x_i no debe ser negativa ($x_i \geq 0$) o no tener restricciones de signo (nrs).

(Winston 2005: 53)

1.3.3 La programación lineal aplicada a los problemas de mezcla

Una razón más para utilizar la programación lineal (PL) es que “las situaciones en las cuales varios insumos se deben mezclar en cierta proporción para producir bienes para la venta se pueden someter, con frecuencia, al análisis de la programación lineal” (Winston 2005: 85). Específicamente, este tipo de situaciones recibe el nombre de problema de mezcla. Dentro del ambiente de la fundición, según Winston, un caso en donde se aplicó la PL para resolver problemas de mezcla es en la combinación de distintos tipos de aleaciones metálicas para producir varios tipos de aceros (2005: 86). Sakalli y Birgoren (2009) aplicaron la PL y diseñaron una interfaz en hoja de cálculo electrónica para mejorar las operaciones de mezcla en una fábrica de gran escala de latón en Turquía. Una vez implementado el modelo de mezcla simple (más adelante explicaremos el término) en su totalidad, se obtuvieron resultados favorables: en un análisis de dos semanas de producción de un tipo específico de latón (MS 58-CuZn40Pb2), que constituyó la mayor parte de la producción total en ese periodo, se concluyó que hubo una reducción en los costos de uso de materias primas de 21% (2009: 732).

Los problemas de mezcla en fundición tienen que ver con que la aleación final cumpla una serie de especificaciones predefinidas. Winston (2005) y Eppen et ál. (2000) presentan ejemplos básicos de problemas de mezcla, y la forma en que pueden solucionarse. Sin embargo, en esta sección analizaremos el trabajo de Sakalli y Birgoren (2009), ya que su complejidad se asemeja más a lo que buscamos en el presente trabajo de investigación.

En principio, una operación de mezcla involucra la combinación de materias primas en cantidades definidas en un horno de fundición, de manera que se satisfagan los límites máximos y mínimos especificados de determinados elementos químicos en un producto en particular. Entonces, el problema de mezcla puede requerir determinar la mezcla menos costosa de las materias primas disponibles que satisfaga las especificaciones para los productos (Sakalli y Birgoren 2009: 724). Por lo tanto, en este caso, la función objetivo sería de minimización de costos.

Es justamente una función de minimización de costos la que usaron Sakalli y Birgoren (2009) en su investigación. Sin embargo, con miras a una futura implementación de mayor

alcance en la fábrica turca, ellos proponen que el modelo matemático se transforme en un modelo de maximización de ganancias mediante la incorporación de precios de venta de los productos de latón y otros costos adicionales (2009: 733-734). La conversión a un modelo de este tipo no es parte de nuestro alcance, por lo que mantenemos el enfoque en la minimización de costos de producción del estaño (como metal crudo) en la función objetivo.

Un problema importante que resaltan Sakalli y Birgoren se presenta en la implementación de modelos de programación lineal, así como otras herramientas relacionadas con la programación matemática, en la industria. Se trata de que no necesariamente los administradores e ingenieros tienen la experiencia suficiente en programación matemática como para formular o modificar un modelo e interpretar los resultados que entrega, los cuales incluyen el concepto de *optimalidad*. Adicionalmente, agregan que, específicamente en el campo de la fundición de latón, la situación empeora dado que las tareas de fundición son llevadas a cabo por operarios que no tienen ningún antecedente ingenieril o administrativo. Y a esto se suma el hecho de que diferentes modelos de mezcla deben ser resueltos para varias operaciones de fundición durante el día, y en donde los resultados deberían implementarse inmediatamente (2009: 725).

El lado positivo de la situación es que existe más de un lenguaje para modelación matemática computarizada. Sakalli y Birgoren presentan ejemplos como Lingo, Gams y AMPL, y hacen una mención aparte para la herramienta Solver de Microsoft Excel, la cual, a pesar de no ser un lenguaje de modelación profesional dedicado como los anteriores, es una alternativa para resolver problemas de programación lineal. Dado este panorama, formular un modelo de mezcla en operaciones de fundición debería ser una tarea simple para un ingeniero industrial (los autores lo enfocan desde la fundición de latón), ya que solo se presentan digresiones menores respecto de los modelos clásicos de mezcla (en general, que utilizan restricciones menos complejas). Y es que, una vez que los modelos se han establecido, solo es necesario cambiar los coeficientes para distintas ejecuciones del programa: no se necesitan modificaciones en la formulación del modelo para un uso en el largo plazo (2009: 725).

En el trabajo de Sakalli y Birgoren, el problema de mezcla en la fábrica turca presenta dos aspectos diferentes. El primero está relacionado con el problema de la obtención de la mezcla óptima en una sola operación de fundición, lo cual los autores formulan como un modelo de mezcla simple (en inglés, *single-blend model*) a ser usado a nivel operacional en la planta de fundición. El segundo aspecto está relacionado con la obtención de las cantidades óptimas de materias primas para la producción total de varios tipos de latón en un

periodo determinado, lo cual los autores formulan como un modelo de mezcla múltiple (en inglés, *multi-blend model*) a ser usado en el departamento de planificación para determinar las políticas óptimas de compra de materias primas (2009: 726). Como se aprecia en el capítulo 2 de nuestra investigación, el modelo que desarrollamos es equivalente al tipo de mezcla múltiple. Sin embargo, para entender su base, hablamos del modelo de mezcla simple a continuación.

La finalidad del modelo de mezcla simple es determinar la mezcla más barata de chatarra y materiales puros que satisfaga las especificaciones de un tipo de producto –en este contexto, solo un tipo de producto puede ser producido en una operación de fundición: de ahí el nombre de modelo de mezcla simple (2009: 727)–. La formulación del modelo de mezcla simple utilizado por los autores se presenta a continuación (2009: 727-728):

Notación del modelo

Existen n tipos de materias primas, y m tipos de ingredientes.

i Tipo de materia prima, $i = 1, \dots, n$

j Tipo de ingrediente (metal), $j = 1, \dots, m$

C_i Costo de la materia prima i por kilogramo

P_{ij} Porcentaje del ingrediente j en la materia prima i

V_i Coeficiente de rendimiento para la materia prima i

W_j Coeficiente de rendimiento para el ingrediente j

U_j Límite de especificación superior en el porcentaje del ingrediente j en la mezcla

L_j Límite de especificación inferior en el porcentaje del ingrediente j en la mezcla

E_i Cantidad disponible de la materia prima i

MX_i Cantidad máxima permitida de la materia prima i en la mezcla

MN_i Cantidad mínima requerida de la materia prima i en la mezcla

D Cantidad requerida de mezcla a ser producida en una operación de fundición

VARIABLES DE DECISIÓN

X_i Kilogramos de materia prima i a ser usados en la mezcla

Modelo matemático

Minimizar:

$$\sum_{i=1}^n (C_i X_i)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n (V_i W_j P_{ij} X_i) \leq (U_j D) \quad \forall j$$

$$\sum_{i=1}^n (V_i W_j P_{ij} X_i) \geq (L_j D) \quad \forall j$$

$$\sum_{i=1}^n X_i \geq D$$

$$X_i \leq \text{mín} \{E_i, MX_i\} \quad \forall j$$

$$X_i \leq \text{máx} \{0, MN_i\} \quad \forall j$$

Sakalli y Birgoren incluyen comentarios sobre su modelo, de los cuales mencionamos algunos a continuación (2009: 728-729):

- ✓ La cantidad y variedad del inventario disponible de materias primas (E_i) se mantiene de tal manera que cualquier tipo de latón puede ser producido cuando se demande, por lo que soluciones no factibles no se encuentran en la práctica.
- ✓ Las composiciones reales de las materias primas, por lo general, están sujetas a variación; por lo tanto, los porcentajes P_{ij} son valores promedio obtenidos del análisis de data pasada.
- ✓ Las materias primas pueden ser o no utilizadas en su máximo porcentaje P_{ij} disponible –por ejemplo, la utilización podría depender de la forma de la materia prima (lingotes, etc.)–. Entonces el porcentaje de utilización P_{ij} se representaría por el coeficiente de rendimiento de la materia prima, V_i .
- ✓ Una cierta cantidad de algunos ingredientes se pierden dado que se vuelven gaseosos o se quedan atrapados en la escoria. Por eso, la pérdida porcentual es modelada por el coeficiente de rendimiento del ingrediente, W_j .
- ✓ Los coeficientes V_i y W_j también dependen del tipo de horno de fundición (gas natural, inducción, etc.) y la tecnología de producción.

Finalmente, cerramos la presente sección presentando dos aspectos primordiales relacionados con los modelos de mezcla:

1. Se supone que los niveles requeridos de materiales determinados en el producto final de una mezcla son funciones lineales de las propiedades de los insumos utilizados para la mezcla. Si no fuera así, nos encontraríamos frente a un problema de programación no lineal (Winston 2005: 91). Sin embargo, ya hemos visto que la programación lineal se ajusta a nuestros fines de manera justificada.
2. Por lo general, una empresa que aplica un modelo de mezclas lo hace en forma periódica, y establece la producción de acuerdo con su inventario actual de insumos y pronósticos de demanda. Luego, actualiza los pronósticos y los niveles de insumos para ejecutar nuevamente el modelo y así determinar la producción del periodo siguiente (Sakalli y Birgoren 2009: 724; Winston 2005: 91).

1.4 Fundición y metalurgia del estaño

La versatilidad para la obtención de diversos metales a partir de una materia prima mineral mediante los procesos metalúrgicos tradicionales de fundición –es decir, mediante procesos de oxidación, reducción y fusión, en la que el elemento metálico valioso se encuentra en combinación química intrínseca con un elemento secundario sin valor económico, con el objetivo de permitir la liberación del metal y llevarlo a su estado elemental– se ha ido desarrollando con éxito desde la antigüedad hasta nuestros días, incorporando mejoras notables, específicamente, en el uso de combustibles de mayor poder calorífico, lo cual ha permitido una mayor eficiencia en la generación térmica, en sí, dentro de los hornos. Tal es el caso del uso del gas natural, en reemplazo del carbón enriquecido o coque, por ejemplo. Entre otras de las mejoras mencionadas en este rubro, destacan la optimización en el diseño y control de los hornos de lanza sumergida para la fusión de minerales de estaño, cobre y otros, mediante la cual se obtiene un mejor contacto entre la carga metálica líquida y el combustible entrante, permitiendo reacciones más eficientes y rápidas desde el punto de vista termodinámico.

En este sentido, se define a la fundición como un proceso de manufactura en el que se emplea la energía térmica, proveniente de cualquier fuente gaseosa o sólida, para la obtención de un metal u aleación de metales en estado líquido a partir de una especie mineral, para luego ser vertido en la cavidad de un molde especialmente preparado, que contiene la geometría del producto que se desea obtener, y en el cual se le deja enfriar y solidificar (Groover 2007: 13). El producto final de este proceso, una vez solidificado de esta manera, podría significar un producto terminado si ya adoptó la geometría final deseada, o también puede constituir la materia prima para subsiguientes procesos de conformado, como el laminado o forjado, para obtener así la forma del producto final, o constituir la materia prima para la producción de aleaciones distintas. Este último caso es el que ocurre con mayor frecuencia, a excepción del acero, cuando se habla de fundición a partir de una fuente mineral obtenida mediante concentración metalúrgica previa. Así, “el procedimiento de la fundición permite obtener fácil y económicamente, piezas de diversas formas y tamaños y utilizar de modo conveniente algunos metales y aleaciones cuyas características no los hacen aptos para la laminación, forja o la soldadura” (Capello 1974: 3). En el caso de la empresa Fundición, S. A., sus productos finales –con altos niveles de pureza en estaño– constituyen la materia prima para la producción de otros productos, tras su aleación con otros metales.

Ahora, en cuanto al estaño, tenemos que es uno de los metales más ampliamente usados en la industria y, entre estos, tiene el punto de fusión más bajo: 232 °C. La característica que lo convierte en un metal muy atractivo industrialmente es su alta resistencia a la corrosión y a la oxidación, además de ser no tóxico; sin embargo, debido a su baja resistencia mecánica, se excluye su uso como material de construcción (Schey 2002: 203). La aleación más común de estaño lo constituye el bronce e, históricamente, debido al descubrimiento de lingotes y artefactos de estaño, además de nueva evidencia geológica, se da la claridad para afirmar que los primeros usos de estaño como bronce se dieron en el Este Mediterráneo, así como en el Asia Occidental desde incluso antes de la denominada Edad de Bronce (Muhly 1985: 275).

En relación con lo indicado, en las secciones siguientes se tratan los temas de la reducción de óxidos de estaño, así como la ecuación general que gobierna el proceso, y finalmente las perspectivas de la fundición y refinación de estaño en nuestro país.

1.4.1 Reducción de óxidos de estaño

Los metales valiosos en su forma nativa pura, es decir, aquellos que no se hallan en combinación química con otros elementos no valiosos –como el oxígeno, azufre, carbonatos, silicatos, etc.– son muy escasos en la naturaleza; sin embargo, algunos casos excepcionales son, por ejemplo, el oro, la plata, el mercurio y el platino, pero en una proporción muy reducida. En oposición a esta pequeña porción de metales puros que es posible conseguir en la naturaleza, se encuentra la mayor parte de los metales con aplicaciones industriales, en asociaciones mineralógicas tan complejas y variadas que es posible afirmar que ningún yacimiento mineral es igual a otro. Esta variabilidad se explica debido a las condiciones únicas de temperatura, presión, acidez, etc. que originaron el yacimiento. Es así que, por ejemplo, para extraer plomo metálico de la naturaleza, se debe primero hallar un yacimiento en el que el sulfuro de plomo –mineral que es conocido en el ámbito minero y geológico como galena (PbS) y constituye la principal mena de plomo disponible– sea de importante predominancia frente a otras especies minerales. Luego del minado y extracción del yacimiento, se procede enseguida a la concentración metalúrgica hasta obtener un producto puro de galena si es posible, llamado “concentrado”, que no contenga otras especies minerales contaminantes presentes⁵. De particular interés para este estudio, tenemos al óxido de estaño –casiterita– como la especie con mayor concentración de estaño, y por lo tanto, la que se explota para la obtención de este metal.

⁵ Se llama concentrado, en el quehacer minero, al producto rico en metales que se obtiene mediante varios procesos de concentración, tales como la flotación, concentración magnética, concentración gravimétrica, entre otros. Los concentrados contienen metal, pero acompañado por otros elementos, además de materiales residuales (SNMPE 2009).

En general, los minerales pueden comercializarse ya sea como concentrados minerales, es decir, sin llevar a cabo la liberación del metal, o como metales en sí, es decir, como metal libre que se obtiene por medio de los procesos de fundición y refinación de los concentrados minerales antes mencionados. Nuestro país produce tanto refinados como concentrados, debido a la operación actual de dos fundiciones en Ilo y La Oroya, y cuatro refinерías en Ilo, Cajamarquilla, Pisco y La Oroya, que pueden procesar plomo, cobre, zinc y estaño (SNMPE 2009).

Desde el punto de vista metalúrgico, existen dos procesos principales para permitir la separación del metal valioso de su acompañante no valioso: la oxidación (tostación) y la reducción. Desde un punto de vista comercial, hay una gran cantidad de metales que se obtienen por reducción de sus materias primas oxidadas, casos como el hierro, manganeso, cromo y estaño; mientras que, en otros casos como el plomo y el zinc, las materias primas son sulfuradas, y para liberar el metal es preciso un proceso de oxidación previa hasta obtener la especie oxidada, con la cual posteriormente es posible la reducción hasta el estado elemental (Ballester 2003: 246). Numerosas investigaciones han planteado la posibilidad de reducción directa de especies sulfuradas. Borasino et ál. (2006) han demostrado que tal proceso es termodinámicamente viable, y que, además, con la presencia de un agente *desulfurizador* (o de remoción de sulfuro), como la cal, la cinética de la reacción es mayor y, sumado a la reformación catalítica del gas natural mediante níquel, se hace un proceso rentable.

Sin embargo, tradicionalmente, a excepción de muy pocos óxidos que se transforman en metal por una simple descomposición térmica, la mayor parte de los óxidos, incluyendo la casiterita (óxido de estaño), se descompone por medio de agentes reductores tales como el carbono, monóxido de carbono, hidrógeno y, en algunos casos especiales, otros metales con una gran afinidad por el oxígeno (Ballester 2003: 246-247). La reacción general de reducción es:



Aquí, el componente MO en la ecuación (a) es el óxido metálico y R , uno de los reductores antes mencionados.

1.4.2 Perspectivas de la fundición y refinación de estaño

Los problemas económicos generados desde el año 1973 por la crisis del embargo petrolero por el mundo árabe se han reflejado en la industria metalúrgica. Estos acontecimientos han producido notorios cambios en el comportamiento de los mercados, los mismos que han originado que la industria lleve a cabo profundas reestructuraciones en sus procesos y mecanismos de distribución. En las últimas décadas, por ejemplo, se han desarrollado procesos de reducción directa empleando reductores distintos del coque, tales como carbones metalúrgicos y gas natural, este último con las mayores ventajas económicas y ambientales (Álvarez et ál. 2004: 27).

Álvarez et ál. también mencionan que, a inicios de los noventa, la industria nacional se encontraba en una profunda crisis producto de la apertura de mercados, reducciones arancelarias y fomento de las importaciones. Sin embargo, a mediados de la misma década, se aplicó un programa de estabilización seguido de una serie de reformas estructurales, dentro de una política productiva que alentaba las reinversiones, con el fin de aumentar la competitividad perdida por el sector. Así como en la mayor parte de los países desarrollados, en la industria de la fundición nacional, el número de personas directamente involucradas en los aspectos de "cómo hacer" las piezas se vería reducido con la maduración de la industria; mientras que la cantidad de personas relacionadas a "cómo deben hacerse", es decir, en labores ingenieriles, se incrementaría (2004: 27). Por ello, la búsqueda inmediata en la industria nacional es que el personal responsable entienda los conceptos básicos de "cómo debe hacerse" la manufactura por fundición de manera competitiva.

Las aleaciones de estaño se han convertido actualmente en materiales estratégicos para el desarrollo de cualquier nación en crecimiento y que se encuentre en busca de la manufactura de aleaciones con requerimientos de alta resistencia a la corrosión y oxidación, en particular, para la producción de soldaduras, bronce y recubrimiento de acero con métodos exigentes de fundición y apoyados en otras disciplinas ingenieriles, como el dibujo industrial, la mecánica de los cuerpos sólidos y fluidos, la termología, la electrotecnia y la química. Los principales productores de estaño del mundo son China, Malasia, Indonesia, Perú, Brasil (especialmente en el estado de Minas Gerais) y Bolivia (Askeland 1994: 320-322; Capello 1974: 3).

Entre los principales usos del estaño tenemos la fabricación de bronce, de soldadura blanda, como revestimiento protector del cobre, del hierro y de diversos metales; su aplicación para la disminución de la fragilidad del vidrio; y en la industria de los fungicidas, tintes, dentífricos, esmaltes cerámicos, pigmentos, entre otros (Ortigas 2006: 7).

Podemos citar ahora el caso de Funsur, S. A., considerada la primera metalúrgica de estaño de gran magnitud en el país, en donde se realiza el proceso de fundición y refinación de minerales provenientes de la mina San Rafael, a fin de obtener estaño de alta pureza que se vende como lingotes, granallas, etc. Funsur, S. A., viene operando desde el año 1996 y ha ido incorporando mejoras notables como, por ejemplo, la generación térmica mediante gas natural, y la aplicación y control de los hornos Ausmelt, con el fin de lograr una mayor eficiencia, los cuales se basan en una lanza sumergida por medio de la cual se inyecta aire, oxígeno y combustible directamente al baño metálico, de manera que la transferencia de calor es inmediata en un ambiente altamente turbulento (UYS 1977: 121-122).



CAPÍTULO 2: MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo presentamos el modelo matemático base a partir del cual desarrollamos el nuestro. Dicho modelo corresponde al trabajo de Kim y Lewis (1987), ya que su estructura es de carácter genérico y busca ser útil a toda operación de fundición. Es decir, los autores presentan, inicialmente, un diagrama sobre la manera usual en que se opera en una planta de fundición, con determinados flujos de ingredientes⁶ que entran y salen de un horno de fundición. A partir del diagrama representativo, elaboran una formulación matemática que puede adaptarse a distintas realidades. Luego de analizar las operaciones de la planta de fundición de la empresa Fundición, S. A., llegamos a la conclusión de que es factible aplicar el modelo de Kim y Lewis (1987) para soportar el propósito de optimización. Por lo tanto, el Marco Metodológico está destinado a explicar los detalles del trabajo de dichos autores, para lo cual lo hemos dividido en tres subcapítulos: antecedentes, formulación y aplicación.

2.1 Antecedentes del modelo de Kim y Lewis (1987)

Según Kim y Lewis (1987: 735), con el deseo de lograr una productividad siempre creciente, la industria de fundición debe estar preparada para utilizar técnicas de administración científicas. En este sentido, su trabajo describe la aplicación de la programación lineal para determinar la mezcla óptima de recursos a seleccionar en una operación de fundición durante un horizonte de planificación determinado. Dado esto, son tres sus propósitos:

1. Desarrollar un modelo de la operación de fundición de forma completa a través de la programación lineal, considerando que una cantidad variada de aleaciones deben producirse durante un horizonte de planificación prolongado.
2. Resolver el problema de programación lineal mediante *software* comercial.
3. Comparar la eficiencia del modelo propuesto (al cual llaman OSU) con la obtenida por *software* diseñado para el mismo propósito: hallar el costo mínimo de carga⁷.

En relación con el tercer propósito, con el modelo OSU se pudo lograr ahorros de, aproximadamente, 10 a 15% en costos en comparación con *software* convencional destinado al cálculo del costo mínimo de uso de ingredientes para la fundición, el cual computa la información de un lote a la vez. Los ahorros se deben a que el modelo tiene la habilidad de asignar la chatarra generada internamente en los momentos más oportunos (Kim y Lewis

⁶ O materiales, como también los llamamos, en alusión a nuestra traducción de los autores citados, que utilizan el término *material* o *charge material* (material de carga).

⁷ El término “carga” se refiere a la agregación de cantidades de ingredientes al horno de fundición para la producción de aleaciones determinadas. A esto nosotros llamamos “uso de ingredientes”.

1987: 735). Dando soporte a esto, citamos a Rong y Lahdelma⁸: “Sin duda alguna, el uso de la chatarra ofrece la oportunidad de producir productos de alta calidad de la manera más económica” (2008: 953, traducción propia).

Además, Kim y Lewis añaden que es probable que la utilidad del modelo OSU para la toma de decisiones de planificación de largo plazo sea más importante que los ahorros que podrían generarse (1987: 735). Como parte de nuestra investigación, nos enfocamos en alcanzar el primer propósito mencionado anteriormente sobre la base de la operación de la empresa Fundición, S. A., y resolver el modelo utilizando el *software* Lingo 9.0.

Tradicionalmente, se han identificado tres técnicas para calcular el costo de la configuración de la carga de fundición: la “regla del dedo” o del mejor acierto, algún tipo de técnica de costeo y, finalmente, el método de la carga del menor costo. Mientras que la primera de ellas –posiblemente, la más común– se basa únicamente en la experiencia de los fundidores, la segunda es un cálculo simple del costo del material empleado para producir una aleación utilizando una calculadora de mano programable o una computadora personal. En cambio, la tercera técnica –posiblemente, la menos usada– es llamada “algoritmo de menor costo de carga”, y utiliza la programación lineal para seleccionar los recursos apropiados para minimizar el costo de producción de un solo lote (Kim y Lewis 1987: 735).

A pesar de que las tres técnicas pueden ser útiles en determinadas ocasiones y hasta cierto alcance, presentan desventajas importantes de las cuales las correspondientes a las dos primeras son las de mayor impacto. Por ejemplo, respecto de la regla del dedo, cuando se confía únicamente en la experiencia del fundidor, con frecuencia el mismo método ineficiente puede repetirse una y otra vez. Además, en cuanto a las dos primeras técnicas, ambas sufren del problema de no poder evaluar el nivel de beneficios entre varias alternativas competitivas (1987: 735).

Cuando se trata de la tercera técnica, los autores mencionan que sufre del hecho de que debe calcular la carga según los requerimientos de composición química para un lote cada vez, lo cual significa que, generalmente, no incluye el impacto de los retornos⁹ futuros, políticas de control de inventarios y exactitud en el cálculo de las cantidades de carga. Sin embargo, agregan lo siguiente:

⁸ El trabajo de Rong y Lahdelma (2008) está basado en la producción de acero. Entre su bibliografía se encuentra el trabajo de Kim y Lewis (1987).

⁹ Se llama “retornos” al material de desecho resultante del trabajo de un lote que puede reutilizarse para un siguiente lote luego de ser procesado.

[...] Este artículo es un estudio de una herramienta de investigación de operaciones aplicada a la operación completa de fundición. Ecuaciones matemáticas fueron formuladas para obtener la asignación de recursos más económica. Un número de ecuaciones que representan las operaciones de fundición fueron formuladas como restricciones. El objetivo fue minimizar el costo de materiales para la carga no solo para una operación de fundición en el horno, sino para un número de operaciones de fundición para varias aleaciones diferentes sobre un periodo de tiempo u horizonte de planificación específicos. Para lograr esta meta de minimización del costo de la operación de fundición sobre un periodo de tiempo prolongado, el reciclaje de la chatarra generada internamente tiene que estar incluido en el modelo. (Kim y Lewis 1987: 735, traducción propia)

Hecha esta cita, cabe mencionar que existen tres restricciones básicas que se deben satisfacer, tal y como lo mencionan Kim y Lewis (1987: 736):

1. Demanda y/o capacidad del horno: no se debe exceder una capacidad determinada de horno ni la demanda del cliente.
2. Disponibilidad de materiales: no se debe exceder el uso de los recursos disponibles en ningún momento en el tiempo.
3. Balance químico del metal: se debe mantener la composición química apropiada en el trabajo de un lote.

Kim y Lewis hacen una revisión bibliográfica de trabajos que precedieron a la elaboración de su artículo. Así, mencionan a Pehlke, Mikelonis, Giszczak, Barrick y la Sociedad Americana de Fundidores (en inglés, *American Foundrymen's Society*, o AFS). En relación con los autores citados, Kim y Lewis afirman que sus técnicas proveen una excelente herramienta para que los fundidores puedan determinar configuraciones de carga de manera más eficiente en cuanto al costo. Además, indican que todas estas técnicas están basadas en el enfoque de la programación lineal, pero que, sin embargo, todas sufren del hecho de que son modelos estáticos en cuanto a que consideran el cálculo de la carga de materiales para el trabajo de un lote por vez (1987: 736). En este sentido, ejemplifican su punto:

- ✓ Las técnicas no permiten la toma de decisiones para el largo plazo.
- ✓ Las técnicas no toman en cuenta el efecto de la carga para un lote sobre el trabajo en otro lote.
- ✓ Las técnicas no consideran que, en diferentes momentos del horizonte de planificación, los retornos tienen distintas composiciones químicas.

En relación con el último punto, Rong y Lahdelma mencionan en su trabajo que, cuando una carga es fundida, la incertidumbre en la composición química de la chatarra causa un riesgo considerable de que el producto resultante falle en satisfacer los requerimientos de la

composición (2008: 954). En este sentido, agregan que hay dos retos en la optimización de la carga de chatarra en el ámbito del acero:

1. Los constituyentes de la chatarra y los productos de acero son diversos. Dependiendo del proceso de fundición y de los requerimientos del producto particular, algunos constituyentes de la chatarra son considerados impurezas mientras que otros, aditivos valiosos. Por lo tanto, es esencial que una mezcla de tipos apropiados de chatarra en proporciones correctas sea seleccionada para cada producto.
2. Los diversos materiales de chatarra son, por lo general, separados en clases diferentes; sin embargo, los materiales dentro de una misma clase pueden ser, incluso, muy heterogéneos. Esto significa que existen grandes desviaciones en las propiedades de los materiales en cada clase. Por lo tanto, se hace complicado realizar análisis de composiciones químicas exactas para cada tipo de chatarra, y esta incertidumbre se propaga a la mezcla de chatarras que van a la carga de fundición.

Volviendo al trabajo de Kim y Lewis (1987), los autores indican que Pehlke fue el primero en presentar la optimización de carga de cúpula a través de la formulación matemática de las tres restricciones básicas mencionadas anteriormente y el planteamiento de una ecuación de costo. Luego, la programación lineal fue aplicada para resolver el problema. “La formulación de Pehlke bien representa la naturaleza general del problema del menor costo de carga” (1987: 736). Para resolverlo, Pehlke sugiere el programa FORTRAN, el cual utiliza el algoritmo *simplex*¹⁰. Una ventaja citada de este programa es que puede ejecutarse fácilmente en una computadora personal; sin embargo, su desventaja es no poder manejar problemas de largo alcance ni incluir ratios de recuperación de chatarra y uso de material en la formulación.

Sobre Mikelonis, Kim y Lewis (1987) indican que aplicó la programación lineal en un intento de obtener una carga del menor costo para la operación de fundición de cúpula. Su formulación matemática era similar a la de Pehlke, sin embargo, utilizó un sistema que le permitió trabajar con un problema de mayor alcance. Aun así, al igual que en el trabajo de Pehlke, su enfoque quedaba restringido a optimizar operaciones simples de fundición.

En cuanto a Giszczak, Kim y Lewis (1987) señalan que su formulación, que reúne la demanda de ciertos tipos de aleaciones y las trata como una sola, se basó en una idea similar a las formulaciones de Pehlke y Mikelonis, pero con un enfoque más global. Entre las

¹⁰ Kim y Lewis (1987) no solo comentan las formulaciones matemáticas de los autores que citan como referencia, sino también la manera como fueron implementadas.

ventajas citadas se encuentran la mejor comunicación entre departamentos, la posibilidad de centralizar las decisiones de compra mediante la selección del vendedor más económico y, por último, la posibilidad de planificar la producción hasta cierta extensión. Sin embargo, si algunos materiales se volvían no disponibles de repente, el resultado de la programación lineal debía examinarse o recalcularse, dada la estructura de la formulación matemática.

Por otro lado, según Kim y Lewis (1987), Barrick, que aplicó la programación lineal como parte de un intento por establecer una tienda de fundición computarizada, creó un modelo que también resolvió el problema del menor costo de carga para un lote a la vez. No obstante, esto no sería suficiente para la planificación de la utilización de los recursos en el largo plazo. Entre las ventajas citadas se encuentran la integración entre el departamento de fundición y de control de inventarios a través de una interfaz en tiempo real entre ambas áreas, la facilidad de uso debida al aspecto interactivo del programa, la posibilidad de conexión con la producción y la consideración del ratio de recuperación.

Finalmente, Kim y Lewis (1987) nos hablan del trabajo de la AFS, que había lanzado un paquete de *software* que calculaba la carga de menor costo. Dicho *software* incluía la pérdida de material durante la fundición en la formulación de la carga de menor costo. Según Kim y Lewis (1987), la formulación de la AFS es, básicamente, la misma que introdujo Pehlke. La ventaja principal es que el paquete de *software* parece haber sido diseñado para una computadora personal y, por lo tanto, aplicable para compañías de fundición pequeñas. Entre otras ventajas citadas se encuentran las siguientes: el operario de fundición podía transportar una computadora personal donde le fuera conveniente y ejecutar el algoritmo de carga de menor costo cuando fuese necesario, la formulación consideraba la pérdida de material durante la fundición, se podía efectuar un mantenimiento conveniente del sistema y se proveía un medio simple para el control de inventarios.

De la misma manera, se citan algunas desventajas: la planificación de la producción en el largo plazo se hacía ineficiente dado que el programa solo calculaba la carga de menor costo para un lote a la vez; el cálculo de cantidades de carga con un buen nivel de exactitud se hacía complicado, ya que la capacidad computacional del programa era limitada; y debido a que solo se podían calcular las cantidades de carga para un lote a la vez, el control de inventarios, las compras y las decisiones de planificación de largo plazo eran limitadas.

Considerando la revisión bibliográfica, los autores indican lo siguiente: “Con el fin de tener un enfoque más global o dinámico hacia la minimización general del costo de carga, todas las configuraciones de carga de todos los lotes durante un horizonte de planificación

deberían ser calculadas simultáneamente para evaluar el costo-beneficio entre los recursos materiales en competencia. Este es, entonces, el objetivo de esta investigación” (Kim y Lewis 1987: 736-737, traducción propia).

2.2 Formulación del modelo de Kim y Lewis (1987)

En este subcapítulo presentamos el modelo desarrollado por Kim y Lewis (1987), el cual ha sido adaptado al funcionamiento de la operación de fundición de la empresa Fundición, S. A. (ver capítulo 4).

Empezamos mostrando la figura 2.1, donde se presenta el diagrama usado por Kim y Lewis (1987) para representar el funcionamiento usual de una operación de fundición.

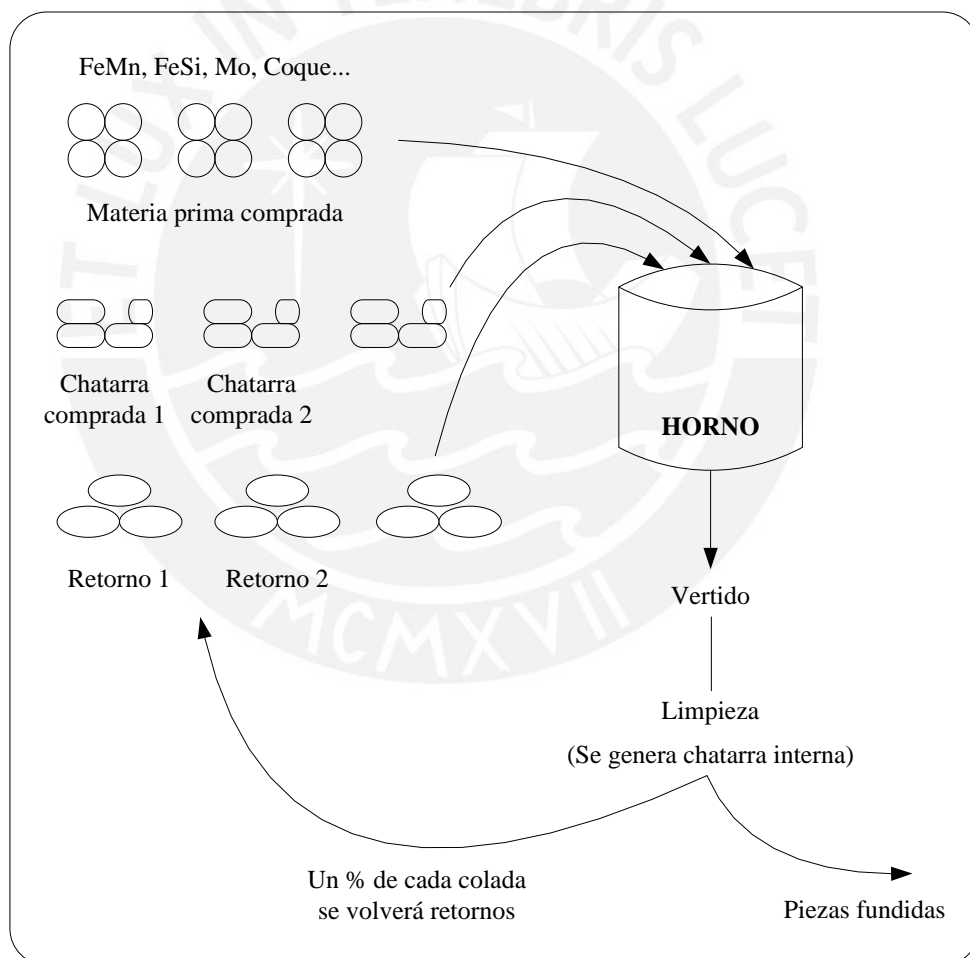


Figura 2.1 Descripción del departamento de fundición

Fuente: Kim y Lewis (1987: 737). Traducción y reproducción propias.

Principalmente, lo que se resalta son los flujos que se dan. Según Kim y Lewis, son tres los tipos de entrada al horno. En primer lugar, se encuentran las materias primas compradas, de las cuales puede existir una gran variedad. En segundo lugar, están las chatarras compradas

de distintos grados de concentración de elementos. Como los autores indican, muchas plantas de fundición cuentan con distintos grados de chatarra, cada una con un costo y composición química diferente. Finalmente, un cierto porcentaje de material vertido de cada lote es devuelto a las instalaciones de la fundición para ser utilizado en un siguiente lote; a este material se le puede llamar “chatarra interna”, o generada internamente (en inglés, *in-house scrap*), o también “retornos” (1987: 737).

Como vemos en el capítulo 3, seguimos una clasificación distinta para los tipos de entrada al horno: ingredientes cuya función principal es agregar estaño a la mezcla, ingredientes cuya función principal es favorecer las reacciones químicas durante la fundición y el ingrediente considerado como chatarra interna. La compra de determinados tipos de chatarra es aplicable, generalmente, en la producción de acero.

Estando de acuerdo con Kim y Lewis, en cualquier formulación matemática debe realizarse una serie de suposiciones. Las correspondientes a su modelo son las siguientes (1987: 737):

1. Todos los materiales de carga pueden o no ser utilizados al máximo de su disponibilidad; por lo tanto, un término de restricción debe aplicarse. El porcentaje del material disponible para el trabajo en un lote determinado se representa como un *factor de utilización de material*, y se asume como conocido y lineal.
2. Los materiales de carga se pierden durante el proceso de fundición dado que una porción de ellos se vuelve gaseosa o queda atrapada en la escoria durante la fundición y refinación. Se asume que este porcentaje se conoce y se le llama *ratio de recuperación*.
3. Se asume que un cierto porcentaje de cada aleación regresa al área de fundición como retornos. Estos se asumen como disponibles luego de un periodo de tiempo determinado, el cual es llamado *tiempo de retorno*. El porcentaje de cada aleación que retorna es representado como el *ratio de chatarra* en la formulación. El tiempo de retorno también se incluye en el modelo y se asume como conocido.
4. Las chatarras internas de composición química similar se colocan juntas, y se utiliza la composición química promedio de cada agrupación para cada aleación.
5. Si la demanda es menor que la capacidad del horno, entonces se permite que el horno sea operado sin que necesariamente se esté utilizando al 100% de su capacidad.
6. Se cuenta con la programación maestra de producción, lo cual significa que las cantidades y tiempos en que se necesita cada aleación se conocen a lo largo del horizonte de planificación.

7. La cantidad disponible de cada recurso utilizado se conoce a lo largo del horizonte de planificación. Se debe notar que estas cantidades pueden incrementarse o disminuirse a lo largo del horizonte de planificación.

Finalmente, antes de pasar a la sección matemática, Kim y Lewis aclaran que el modelo debe contener los conceptos siguientes (1987: 737):

1. El costo total de la operación debe ser minimizado.
2. Sobre las restricciones de demanda y capacidad, los materiales de carga utilizados deberían satisfacer la demanda; sin embargo, la cantidad de carga total no debería exceder la capacidad máxima del horno.
3. Sobre las restricciones de disponibilidad de materiales, la cantidad total de cualquier material de carga utilizado no puede exceder la cantidad disponible de ese material.
4. Sobre las restricciones de balance químico, cada carga debe satisfacer la composición química deseada para cada aleación.

Definición de variables

En las líneas siguientes se muestran las variables y parámetros de la formulación matemática de Kim y Lewis (1987: 738).

$X_{i,j,k}$ = Cantidad comprada de la materia prima i usada para el lote j en el día k . (t)

i : Índice de tipos de materia prima. $i = 1, 2, \dots, L$ (L indica el número total de tipos de materia prima comprados).

j : Índice de lotes. $j = 1, 2, \dots, M_k$ (M_k indica el número total de lotes a ser producidos en el día k).

k : Índice de días. $k = 1, 2, \dots, N$ (N indica el número total de días del horizonte de planificación).

$Y_{l,j,k}$ = Cantidad comprada de chatarra l usada para el lote j en el día k . (t)

l : Índice de tipos de chatarra. $l = 1, 2, \dots, O$ (O indica el número total de tipos de chatarra comprados).

j : Índice de lotes. $j = 1, 2, \dots, M_k$.

k : Índice de días. $k = 1, 2, \dots, N$.

$Z_{m,j,k}$ = Cantidad de chatarra interna m usada para el lote j en el día k . (t)

m : Índice de tipos de chatarra interna que representan una composición química de una determinada aleación. Como un ejemplo específico, $Z_{1,j,k}$ representaría los

retornos de la aleación tipo 1, $Z_{2,j,k}$ representaría los retornos de la aleación tipo 2, etc. $m = 1, 2, \dots, T$ (T indica el número total de tipos de aleación que tienen que ser producidos dentro del horizonte de planificación).

j : Índice de lotes. $j = 1, 2, \dots, M_k$.

k : Índice de días. $k = 1, 2, \dots, N$.

Coefficientes de costo

CP_i = Costo de comprar la materia prima i . (\$/t)

CS_l = Costo de comprar la chatarra l . (\$/t)

CH_m = Costo estimado de generar la chatarra interna m . (\$/t)

Constantes de lado derecho

$M_{j,k}$ = Cantidad demandada para el lote j en el día k o capacidad para el lote j en el día k . Esto significa que, si la demanda del lote j es menor que la capacidad del horno, $M_{j,k}$ representaría la cantidad demandada; de lo contrario, representaría la capacidad del horno, dado que la carga total no puede exceder la capacidad del horno. (t)

$B_{i,k}$ = Cantidad comprada de materia prima i disponible para el día k . (t)

$D_{l,k}$ = Cantidad comprada de chatarra l disponible para el día k . (t)

$S_{m,k}$ = Cantidad de chatarra interna m disponible para el día k . (t)

$R_{h,j,k}^1$ = Cantidad mínima requerida en % del componente químico h para producir el lote j en el día k .

$R_{h,j,k}^2$ = Cantidad máxima requerida en % del componente químico h para producir el lote j en el día k .

h : Índice de componentes químicos requeridos por lote j . $h = 1, 2, \dots, W$.

Parámetros misceláneos

R = Parámetro de tiempo de retorno –número de días después de la colada en que se podrían utilizar los retornos.

P_k = Número de materiales de carga usados en el día k .

Para el parámetro P_k , Kim y Lewis (1987) utilizaron la notación M_k . Sin embargo, para no generar confusión con el símbolo similar ya usado anteriormente, que denota el número total de lotes a ser producidos en el día k , lo hemos cambiado por P_k .

Coefficientes variables

$AP_{h,i}$ = Cantidad contenida en % del componente químico h en la materia prima comprada i .

$AD_{h,l}$ = Cantidad contenida en % del componente químico h en la chatarra comprada l .

$AS_{h,m}$ = Cantidad contenida en % del componente químico h en la chatarra interna m .

$Scrap$ = Porcentaje de cada tonelada vertida que será devuelto a la tienda de fundición como retornos para ser utilizados posteriormente como material de carga.

UP_i = Porcentaje utilizado de la materia prima comprada i .

US_l = Porcentaje utilizado de la chatarra comprada l .

UH_m = Porcentaje utilizado de chatarra interna m .

W_h = Ratio de recuperación (%) del elemento químico h .

Función objetivo

Con el fin de minimizar el costo de la configuración de la carga, debe existir una ecuación que represente el costo de la carga. Esta ecuación, que sería la función objetivo, se define a continuación (Kim y Lewis 1987: 737-738).

Minimizar

$$\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N \left(\begin{array}{l} \text{Costo de} \\ \text{materia prima} \\ \text{comprada } i \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} \text{Cantidad de materia} \\ \text{prima comprada } i \text{ usada} \\ \text{para el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) +$$

$$\sum_{l=1}^O \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N \left(\begin{array}{l} \text{Costo de} \\ \text{chatarra} \\ \text{comprada } l \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} \text{Cantidad de chatarra} \\ \text{comprada } l \text{ usada} \\ \text{para el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) +$$

$$\sum_{m=1}^T \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N \left(\begin{array}{l} \text{Costo de} \\ \text{chatarra} \\ \text{interna } m \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} \text{Cantidad de chatarra} \\ \text{interna } m \text{ usada} \\ \text{para el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right)$$

Utilizando la definición de variables, tendríamos lo siguiente.

Minimizar

$$\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N (CP_i)(X_{i,j,k}) + \sum_{l=1}^O \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N (CS_l)(Y_{l,j,k}) + \sum_{m=1}^T \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N (CH_m)(Z_{m,j,k})$$

Restricciones de demanda y capacidad

Kim y Lewis otorgan una explicación previa de este grupo de restricciones antes de presentar la formulación matemática respectiva. Así, indican que, en cualquier día dado, hay un límite superior para la capacidad física de los hornos. Si la cantidad requerida de metal fundido es más grande o igual que la capacidad del horno, entonces el horno debería ser cargado al tope de su capacidad para poder obtener una mejor eficiencia y también minimizar el desgaste del horno por dentro. En cambio, si la cantidad demandada es más pequeña que la capacidad del horno, el lado derecho de la restricción deberá ser igual a la demanda para el lote j en el día k . La formulación se muestra a continuación (1987: 739).

$$\sum_{i=1}^L \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de} \\ \text{materia prima} \\ \text{comprada } i \text{ para} \\ \text{el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) + \sum_{l=1}^o \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de} \\ \text{chatarra comprada} \\ l \text{ para el lote } j \\ \text{en el día } k \end{array} \right) + \sum_{m=1}^T \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de} \\ \text{chatarra interna} \\ m \text{ para el lote} \\ j \text{ en el día } k \end{array} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad demandada de} \\ \text{metal fundido para} \\ \text{el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) \text{ o } \left(\begin{array}{c} \text{Capacidad del} \\ \text{horno para} \\ \text{el lote } j \end{array} \right)$$

Para todos los lotes y días.

Utilizando la definición de variables, tendríamos lo siguiente.

$$\sum_{i=1}^L X_{i,j,k} + \sum_{l=1}^o Y_{l,j,k} + \sum_{m=1}^T Z_{m,j,k} = M_{j,k}, \text{ para todo } j, k$$

Restricciones de disponibilidad de recursos

Según Kim y Lewis, este grupo de restricciones está destinado a colocar un límite superior al total de recursos disponibles en la tienda de fundición. Como se había mencionado anteriormente, los materiales de carga se clasifican en tres tipos básicos: materias primas compradas, chatarras compradas y chatarras internas. Por lo tanto, deben establecerse restricciones para cada uno de estos tipos por separado. Las formulaciones matemáticas, así como algunas notas adicionales, se muestran a continuación (1987: 739).

Restricciones de disponibilidad de material para la materia prima comprada

$$\sum_{j=1}^{M_k} \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de materia} \\ \text{prima comprada } i \text{ usada} \\ \text{para el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) \leq \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de materia} \\ \text{prima comprada } i \\ \text{disponible para el día } k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Factor de} \\ \text{utilización} \\ \text{de material} \end{array} \right)$$

Para todas las materias primas y días.

Utilizando la definición de variables, tendríamos lo siguiente.

$$\sum_{j=1}^{M_k} X_{i,j,k} \leq (B_{i,k})(UP_i), \text{ para todo } i, k$$

Se debe notar que la llegada de nuevos envíos en cualquier día k dentro del horizonte de planificación puede ser considerada tan solo añadiendo la cantidad en camino al lado derecho de la restricción.

Restricciones de disponibilidad de material para la chatarra comprada

$$\sum_{j=1}^{M_k} \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de chatarra} \\ \text{comprada } l \text{ usada} \\ \text{para el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) \leq \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de chatarra} \\ \text{comprada } l \\ \text{disponible para el día } k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Factor de} \\ \text{utilización} \\ \text{de material} \end{array} \right)$$

Para todas las chatarras compradas y días.

Utilizando la definición de variables, tendríamos lo siguiente.

$$\sum_{j=1}^{M_k} Y_{l,j,k} \leq (D_{l,k})(US_l), \text{ para todo } l, k$$

Al igual que en el caso anterior, se debe notar que las llegadas de nuevos envíos de chatarra comprada puede también agregarse a la parte derecha de las restricciones a lo largo del horizonte de planificación para representar la política de compra de estos recursos.

Restricciones de disponibilidad de material para la chatarra interna

$$\sum_{j=1}^{M_k} \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de chatarra} \\ \text{interna } m \text{ usada} \\ \text{para el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) \leq \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de chatarra} \\ \text{interna } m \\ \text{disponible para el día } k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Factor de} \\ \text{utilización} \\ \text{de material} \end{array} \right)$$

Para todas las chatarras internas y días.

Utilizando la definición de variables, tendríamos lo siguiente.

$$\sum_{k'=1}^K \sum_{j=1}^{M_k} Z_{m,j,k'} \leq (S_{m,k'}) (UH_m), \text{ para todo } m, k$$

Donde

$$S_{m,k'} = \sum_{p=1}^{k'-R} (M_{m,p}) (Scrap), \text{ para todo } k' > R$$

$$S_{m,k'} = 0, \text{ para todo } k' \leq R$$

La chatarra generada internamente estará disponible solo después de un cierto periodo de tiempo, el cual puede ir desde *uno* a varios días dependiendo del tamaño de la colada, las condiciones de la planta y el estilo en que se realizan las operaciones de fundición. Se debe notar que diferentes tiempos de retorno pueden incluirse en el modelo para lotes diferentes mediante la especificación de un valor de R distinto para cada lote¹¹.

Restricciones de balance químico

Según Kim y Lewis, el propósito de este grupo de restricciones es asegurar que se obtenga la composición química apropiada para todos los lotes producidos dentro del horizonte de planificación dado. En este tipo de restricciones pueden existir límites tanto superiores como inferiores para cada elemento de la composición química deseada para un lote. La formulación se muestra a continuación (1987: 740).

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^L \left(\begin{array}{c} \% \text{ del componente} \\ \text{químico } h \text{ en la materia} \\ \text{prima comprada } i \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de materia} \\ \text{prima comprada } i \text{ usada} \\ \text{para el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Ratio de recuperación} \\ \text{del componente} \\ \text{químico } h \end{array} \right) \\ & + \sum_{l=1}^O \left(\begin{array}{c} \% \text{ del componente} \\ \text{químico } h \text{ en la} \\ \text{chatarra comprada } l \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de chatarra} \\ \text{comprada } l \text{ usada} \\ \text{para el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Ratio de recuperación} \\ \text{del componente} \\ \text{químico } h \end{array} \right) \\ & + \sum_{m=1}^T \left(\begin{array}{c} \% \text{ del componente} \\ \text{químico } h \text{ en la} \\ \text{chatarra interna } m \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de chatarra} \\ \text{interna } m \text{ usada} \\ \text{para el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Ratio de recuperación} \\ \text{del componente} \\ \text{químico } h \end{array} \right) \\ & \leq \left(\begin{array}{c} \% \text{ máximo requerido del} \\ \text{componente químico } h \\ \text{para producir el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad del lote} \\ j \text{ a producir el día } k \end{array} \right) \end{aligned}$$

Para todos los componentes químicos, lotes y días.

¹¹ En el capítulo 4 vemos que existen ciertas limitaciones con esta indicación.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^L \left(\begin{array}{c} \% \text{ del componente} \\ \text{químico } h \text{ en la materia} \\ \text{prima comprada } i \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de materia} \\ \text{prima comprada } i \text{ usada} \\ \text{para el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Ratio de recuperación} \\ \text{del componente} \\ \text{químico } h \end{array} \right) \\
 & + \sum_{l=1}^o \left(\begin{array}{c} \% \text{ del componente} \\ \text{químico } h \text{ en la} \\ \text{chatarra comprada } l \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de chatarra} \\ \text{comprada } l \text{ usada} \\ \text{para el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Ratio de recuperación} \\ \text{del componente} \\ \text{químico } h \end{array} \right) \\
 & + \sum_{m=1}^T \left(\begin{array}{c} \% \text{ del componente} \\ \text{químico } h \text{ en la} \\ \text{chatarra interna } m \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad de chatarra} \\ \text{interna } m \text{ usada} \\ \text{para el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Ratio de recuperación} \\ \text{del componente} \\ \text{químico } h \end{array} \right) \\
 & \geq \left(\begin{array}{c} \% \text{ mínimo requerido del} \\ \text{componente químico } h \\ \text{para producir el lote } j \text{ en el día } k \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Cantidad del lote} \\ j \text{ a producir el día } k \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

Para todos los componentes químicos, lotes y días.

Utilizando la definición de variables, tendríamos lo siguiente.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^L (W_h)(AP_{h,i})(X_{i,j,k}) + \sum_{l=1}^o (W_h)(AD_{h,l})(Y_{l,j,k}) + \sum_{m=1}^T (W_h)(AS_{h,m})(Z_{m,j,k}) \\
 & \leq (R_{h,j,k}^2)(M_{j,k}), \text{ para todo } h, j, k
 \end{aligned} \tag{b}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^L (W_h)(AP_{h,i})(X_{i,j,k}) + \sum_{l=1}^o (W_h)(AD_{h,l})(Y_{l,j,k}) + \sum_{m=1}^T (W_h)(AS_{h,m})(Z_{m,j,k}) \\
 & \geq (R_{h,j,k}^1)(M_{j,k}), \text{ para todo } h, j, k
 \end{aligned} \tag{c}$$

Cabe notar dos errores¹²:

- ✓ En la representación matemática original de Kim y Lewis para las restricciones de balance químico (1987: 740), en los lados derechos de las ecuaciones de restricción no se había multiplicado la variable $M_{j,k}$ a $R_{h,j,k}^1$ ni a $R_{h,j,k}^2$, tal y como se muestra en las últimas ecuaciones presentadas, (b) y (c), y como se señala que debe hacerse en la formulación literal que los mismos autores realizaron, la cual hemos colocado encima de (b) y (c) –como hemos hecho también en los otros grupos de ecuaciones, siguiendo el formato del artículo de Kim y Lewis (1987)–.
- ✓ También, en la representación matemática (1987: 740), existe un error en el uso de las variables $R_{h,j,k}^1$ y $R_{h,j,k}^2$. Si la variable $R_{h,j,k}^1$ es la “mínima cantidad requerida en porcentaje del componente químico h para producir el lote j del día k ” (1987:

¹² Estos errores son solo del texto del artículo. Es decir, descartamos la posibilidad de que los autores hayan realizado las pruebas del modelo que se explican más adelante pasándolos por alto.

738, traducción propia), entonces el símbolo de desigualdad que la acompaña debería ser “ \geq ” ($\geq R^1_{h,j,k}$), tal y como se expresa en la formulación literal. Lo mismo sucede con la variable $R^2_{h,j,k}$: el símbolo de desigualdad correcto en la representación matemática debería ser “ \leq ” ($\leq R^2_{h,j,k}$), dado que $R^2_{h,j,k}$ es la “máxima cantidad requerida en porcentaje del componente químico h para producir el lote j del día k ” (1987: 738 traducción propia). Este error también fue corregido en (b) y (c).

Así, el modelo matemático base que adaptamos a una realidad específica en el capítulo 4 del presente trabajo de investigación queda explicado.

2.3 Aplicación del modelo de Kim y Lewis (1987) en pruebas y extensiones al mismo

Kim y Lewis realizaron una serie de pruebas para demostrar la validez y utilidad de su modelo, información sobre las cuales se puede encontrar en Kim y Lewis (1987: 741-743). Los datos para realizar las pruebas los obtuvieron de una compañía de fundición de acero local. Los autores incluyen comparaciones entre su modelo y el paquete de *software* de la AFS, comentado en el subcapítulo 2.1 del presente trabajo.

Luego de un primer test, cuya estructura de datos buscaba ser equivalente a la que podía procesar el *software* de la AFS (un lote a la vez), se concluyó lo siguiente: “Este caso demuestra la validez de la formulación propuesta a través de la obtención de resultados casi idénticos que aquellos hallados con el modelo de la AFS” (Kim y Lewis 1987: 741). En un segundo test, se elevó la complejidad de la estructura de datos: se trabajó con 240 configuraciones de carga para lotes sobre un periodo de 20 días. Para poder realizar el cálculo con el *software* de la AFS, se tuvo que realizar agrupaciones de lotes por aleación con el fin de hacer que la prueba sea práctica. Como resultado global, con el modelo OSU se obtuvo un ahorro de \$121 259.70 respecto del modelo de la AFS, equivalente a 13% del costo total de carga. En un tercer test, el propósito fue expandir aún más la estructura de datos para demostrar que aleaciones y componentes químicos adicionales podían ser modelados. Así, con el modelo OSU se obtuvo una reducción en el costo de 13.8% respecto de los resultados del modelo de la AFS.

En el primer test, como estructura base, se tuvo un día como horizonte de planificación, un solo lote trabajado por día, nueve tipos de materias primas compradas y un solo tipo de chatarra comprada, con lo cual se obtuvo un modelo con 10 variables y 26 restricciones. En

el segundo test, se tuvieron 20 días como horizonte de planificación, 12 lotes trabajados por día, nueve tipos de materias primas compradas y un solo tipo de chatarra comprada, con lo cual se obtuvo un modelo con 5280 variables y 4701 restricciones. En el tercer test, se tuvieron 10 días como horizonte de planificación, 12 lotes trabajados por día, 10 tipos de materias primas compradas y tres tipos de chatarra comprada, con lo cual se obtuvo un modelo con 3001 variables y 2830 restricciones.

Finalmente, se realizó un cuarto test en el cual se consideraron 240 aleaciones diferentes programadas sobre un horizonte de planificación de 20 días. Esto hizo que se tenga un problema extremadamente largo, por lo que no se llegaron a efectuar comparaciones (era impráctico ejecutar el modelo de la AFS 240 veces¹³). El propósito del cuarto test fue demostrar que el modelo podía resolver un problema de esta escala.

Kim y Lewis resaltan tres ventajas importantes del modelo que crearon. Primero, en relación con la programación de largo plazo, el modelo OSU puede resultar útil dado que abarca la instalación completa de fundición. A manera de ejemplo, si varios vendedores de materia prima propusieran reducciones de costos basadas en cantidades pedidas, las nuevas cantidades y costos serían datos de entrada para el modelo con el fin de determinar el efecto generado en el costo total. De esta manera, si se diera una reducción significativa en el costo total para un determinado horizonte de planificación, se podría desarrollar una nueva política de pedidos (1987: 743).

Asimismo, se puede percibir el impacto de la programación maestra. Nuevamente, a manera de ejemplo, Kim y Lewis nos ilustran su punto. Supongamos que deben producirse dos lotes de un elemento químico X dentro del horizonte de planificación. Si ambos lotes se programaran para el mismo día o cercanos entre sí, el elemento químico X en ambos lotes podría, seguramente, obtenerse de las materias primas compradas. Sin embargo, si los dos lotes se programaran de tal manera que los retornos del primero pudieran ser utilizados para obtener el contenido del elemento químico X en el segundo, se lograría un menor costo en la producción de este último lote y, por lo tanto, se reduciría el costo total de las operaciones durante el horizonte de planificación (1987: 743).

Por último, otra ventaja importante del modelo es que puede ser usado para forzar a los proveedores a implementar un sistema “justo a tiempo” como método de envíos. Esto se hace posible debido a que el modelo especifica la cantidad de cada material necesario para

¹³ De aquí entendemos que, a diferencia de los test anteriores, en el cuarto no se podían realizar agrupaciones de lotes por tipo de aleación.

cada día tomando en cuenta el horizonte de planificación. Así, se pueden establecer demandas más precisas de materiales a ser ordenados (1987: 744).

No obstante, a pesar de las ventajas señaladas, Kim y Lewis dejan en claro que existen aspectos que pueden mejorar ampliamente su modelo (1987: 744):

1. La realización de pruebas más profundas del modelo en ambientes de fundición reales.
2. El desarrollo de un paquete de *software* interactivo, atractivo al usuario, basado en el modelo, de manera que incluso un operario carente de un conocimiento a profundidad de la programación lineal pueda aplicar el método del menor costo de carga fácilmente. En este sentido, investigadores como Sakalli y Birgoren (2009), Buelhlmann et ál. (2000) y Novak y Ragsdale (2003) han desarrollado trabajos de programación lineal utilizando hojas de cálculo para su aplicación con el fin resolver problemas de mezcla de latones, paneles de madera, y programación estocástica multi-criterio, respectivamente. Y es que la ventaja en el uso de hojas de cálculo radica en su versatilidad para el manejo de datos, ya que permiten el empleo de funciones y la realización de gráficas estadísticas, clasificaciones de datos, optimizadores, entre otros usos.
3. El desarrollo de un sistema de administración de base de datos tal que la data requerida pueda siempre seleccionarse y conectarse con el paquete de *software* interactivo.
4. El desarrollo de un programa de análisis químico en tiempo real que pueda conectarse electrónicamente con el horno y con el sistema de administración de base de datos.
5. La expansión de la capacidad del modelo mediante la aplicación de la técnica de programación lineal de gran escala a la carga de menor costo, de manera que el modelo pueda ser utilizado para un horizonte de planificación que alcance el año.
6. El desarrollo del modelo propuesto con el fin de que incluya la programación entera mixta, de manera que la programación de cada lote en cada día pueda determinarse al igual que la carga del menor costo.

CAPÍTULO 3: LA PLANTA DE FUNDICIÓN Y REFINACIÓN

El objetivo del presente capítulo es explicar las operaciones principales de la empresa a la que llamamos Fundición, S. A.: fundición y refinación, tratando con mayor énfasis a la primera, dado que el modelo matemático se enfocará en ella sobre un periodo de tiempo específico. Para la elaboración de este capítulo hemos utilizado, como fuente principal, la guía proporcionada por la misma empresa y, como soporte, los informes de prácticas pre-profesionales de Cano (2005), Pajar (2009) y Pinedo (2009), entre otros documentos.

3.1 Descripción general

La empresa Fundición, S. A., se encarga, principalmente, de producir estaño (del latín *stannum*, y *Sn*, por su símbolo químico) metálico, el cual es empleado como materia prima para otros procesos industriales fuera del país. En este sentido, la empresa es capaz de fabricar productos de estaño de alta pureza, los cuales pueden llegar a tener un contenido mínimo de 99.94% en *Sn* y máximo de 0.01% en plomo (*Pb*) (Minsur 2011a). Para lograrlo, se sigue el proceso de producción diagramado en la figura 3.1.

Como se puede apreciar en la figura 3.1, los procesos principales que realiza la empresa Fundición, S. A., son la fundición y la refinación. En relación con la operación de fundición, la mayoría de los ingredientes utilizados son transportados en camiones a la planta, mientras que otros, en menor proporción, se generan a nivel interno como sub-productos para recirculación. Luego, los ingredientes son trasladados, por medio de fajas transportadoras, a ocho tolvas, desde donde quedan listos para su empleo.

De los ingredientes utilizados, el más importante es el concentrado de estaño, que existe en dos clases: gravimétrico y de flotación, y se trata de óxido de estaño (SnO) con un contenido de estaño metálico en peso aproximado de 60% (considerando ambas clases), mientras que el 40% restante se trata de otras especies minerales acompañantes. El concentrado es recibido diariamente en bolsas de 1.5 toneladas. La empresa cuenta con un almacén que administra un *stock* de 11 000 t de concentrado y 12 000 t de carbón en la actualidad. Además, existe una zona de descarga específica donde se registra el peso de los ingredientes ingresantes y se controla su calidad.

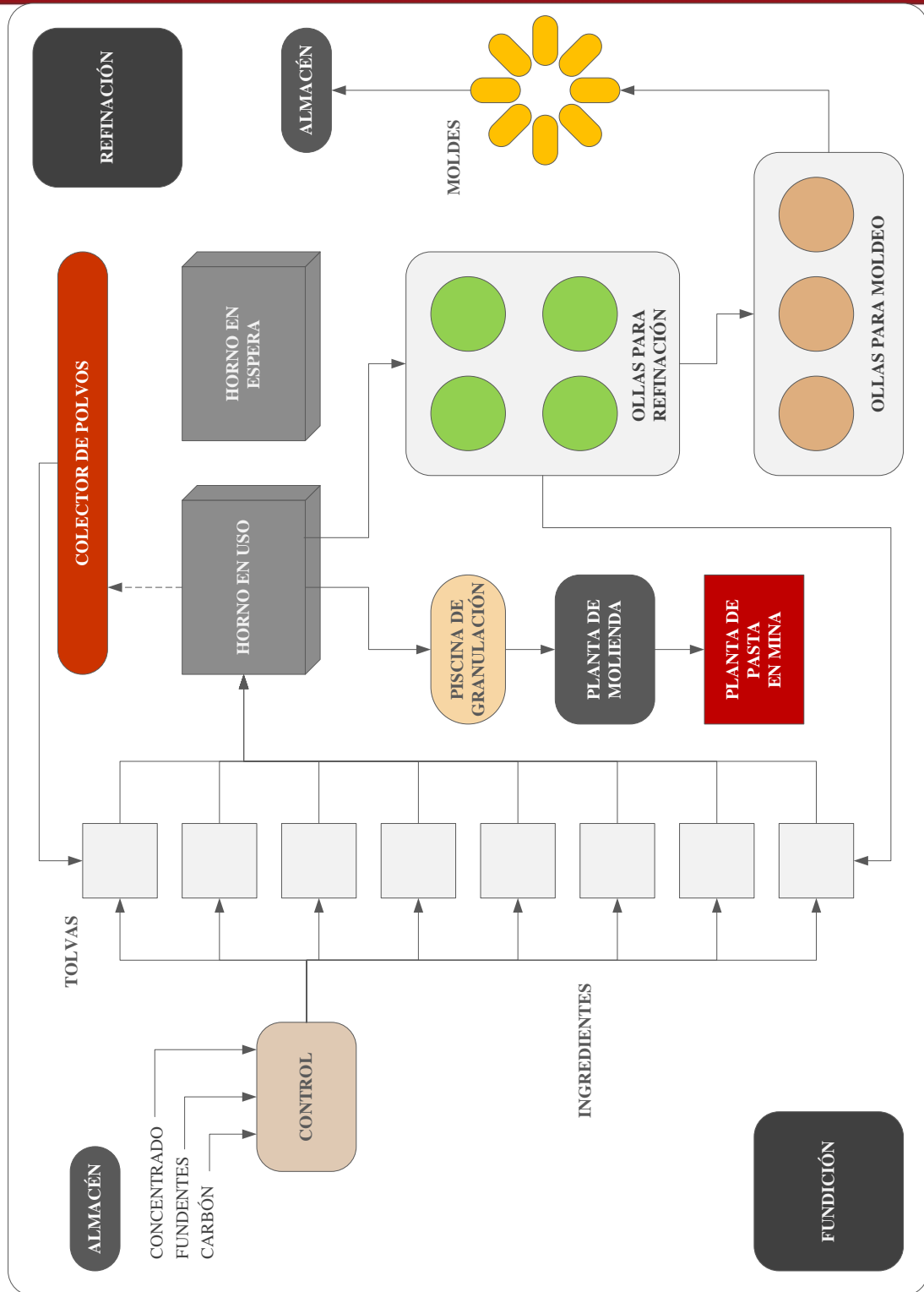


Figura 3.1 Diagrama de flujo general de los procesos de fundición y refinación de estaño
Elaboración propia. Fuente primaria: Visita a planta.

El carbón empleado en la planta es 100% nacional¹⁴ y proviene de Trujillo, principalmente, y se agrega al horno en dos momentos distintos: inicialmente durante la etapa de fusión y, luego, durante la etapa de reducción, para la producción de un lote de metal crudo líquido, tal como se explica más adelante. Por otro lado, desde un centro de control se definen las cantidades a utilizar de cada ingrediente para el trabajo de cada lote, además de controlarse los diversos parámetros termodinámicos (temperaturas, presiones, etc.).

En la planta se cuenta con dos hornos Ausmelt para evitar tiempos muertos en lo posible. Es decir, después de utilizar un horno para producir una determinada cantidad de lotes de metal crudo, este debe recibir un mantenimiento apropiado antes de volver a ser usado. Así, cuando llega el momento de mantener el primer horno y se requiere el uso del segundo horno, éste ya se encuentra disponible para su empleo. Ambos hornos cuentan con la tecnología de fundición de baño sumergido según la patente Sirosmelt de la empresa australiana Ausmelt (Minsur 2011b; Pajar 2009: 8). Este tipo de horno se caracteriza por la inyección de aire, oxígeno y combustible (líquido o gaseoso) a través de una lanza sumergida en el baño, de manera que la reacción química es más eficiente por la alta turbulencia localizada. En la planta de la empresa Fundición, S. A., ambos hornos funcionan a gas natural.

Veamos ahora lo que es una campaña y un *batch* –o lote, como le hemos venido llamando–. El proceso de fundición se divide en campañas que se identifican por letras (A, B, C, etc.). Estas, a su vez, se dividen en lotes que se identifican por la letra de la campaña y el número ordinal específico (A001, A002, etc.). La duración de una campaña va desde el inicio del funcionamiento de un horno hasta que es detenido para su respectivo mantenimiento, que consiste principalmente en el cambio de sus ladrillos refractarios. Por otro lado, un lote individual abarca las etapas de fusión, reducción, granulación y limpieza. En promedio, en un día se trabajan, aproximadamente, 3.9 lotes en total, lo cual redondeamos a 4. Así, la notación M_k del modelo matemático sería igual a 4.

En relación con la fusión, es importante citar algunos aspectos de la obra de Schey (2002). En primer lugar, “por economía de operación, es muy importante que se agregue tanta *chatarra* como sea posible”, y es que “el objetivo es producir una fusión de la composición especificada por normas relevantes, mientras que se mantiene los contaminantes por debajo de los niveles máximos permitidos, y lograr todo esto al mínimo costo posible” (2002: 207). Claramente, Schey vuelve a confirmar que, en fundición, la optimización se encuentra en la

¹⁴ En el trabajo de Cano (2005) se presentan pruebas realizadas que demuestran que se conseguía una mayor eficiencia con el carbón nacional que con el importado.

minimización de costos por un uso eficiente de los ingredientes para la mezcla. Incluso, agrega que los programas de computadora están disponibles para facilitar estas tareas.

Otro aspecto importante que señala Schey es la presencia de una atmósfera durante la fusión:

Un factor inevitable es la presencia de una atmósfera. Ésta puede ser aire que, con su humedad y contaminantes varios, es una fuente de absorción de gases como el N [nitrógeno], H [hidrógeno] y O [oxígeno]; una *atmósfera protectora* (como el gas argón), o incluso el *vacío*, producidas a un costo determinado. Los productos de combustión, incluidos H_2O [agua] y H , también están presentes en los hornos calentados con petróleo y gas. Cuando la carga se mezcla con combustible [...], las reacciones de éste y de sus productos de combustión con la fusión son inevitables. Así, las interacciones con la atmósfera varían de una simple disolución de gases en la fusión hasta reacciones como la oxidación o, en la presencia de gases reductores, reducción e incluso enriquecimiento con carbono. (2002: 209)

Finalmente, hemos seleccionado otro de los aspectos de la obra de Schey:

La carga se cubre o mezcla con *fundentes*, que son compuestos varios (usualmente inorgánicos) que se pueden extender sobre la superficie o mezclar en el metal para reaccionar con la fusión. A menudo tienen formulaciones sofisticadas para realizar funciones específicas: reaccionar con los contaminantes y elementos no metálicos, agrupar inclusiones¹⁵, aislar la fusión de la atmósfera, y reducir las pérdidas de vapor de los metales de baja presión de vapor. La *escoria* resultante flota hacia la superficie de la fusión. *La pérdida de metal en la escoria y las pérdidas debidas a la oxidación o evaporación* [las cursivas son nuestras¹⁶] representan una merma financiera y el objetivo es minimizarla, excepto cuando se desea la pérdida selectiva de los contaminantes. (2002: 209)

De acuerdo con Schey, “muchas operaciones de fundición generan humos, gases y polvo” (2002: 209). Este es el caso de la empresa Fundición, S. A., la cual cuenta con un sistema de refrigeración de gases (o *gas cooler*) y un sistema colector de polvos (o *baghouse*): en el primer caso, se refrigera los polvos y gases generados en la fundición y, luego, se elimina los gases refrigerados por la chimenea; en el segundo, se filtra y almacena los polvos para su uso posterior (Cano 2005: 5), debido a que su contenido metálico de estaño es relevante para el proceso (cerca de 60%).

¹⁵ Según Schey, “el término *inclusión* se usa para describir partículas extrañas en una estructura metálica. Éstas encuentran su camino hacia la aleación usualmente desde la mena, durante la fusión [...] o el vaciado” (2002: 171).

¹⁶ Quisimos resaltar estas pérdidas porque están directamente relacionadas con la variable W_h del modelo matemático, que representa el ratio de recuperación del elemento químico h .

Ahora, siguiendo nuevamente las palabras de Schey, “cuando la fusión alcanza la temperatura y composición deseadas, se *sangra*. Un horno estacionario se sangra abriendo paso a través de un tapón refractario colocado en un agujero cerca del fondo del horno” (2002: 209). Así, de una manera más específica, en la figura 3.2 se aprecia un diagrama esquemático del funcionamiento del horno Ausmelt.

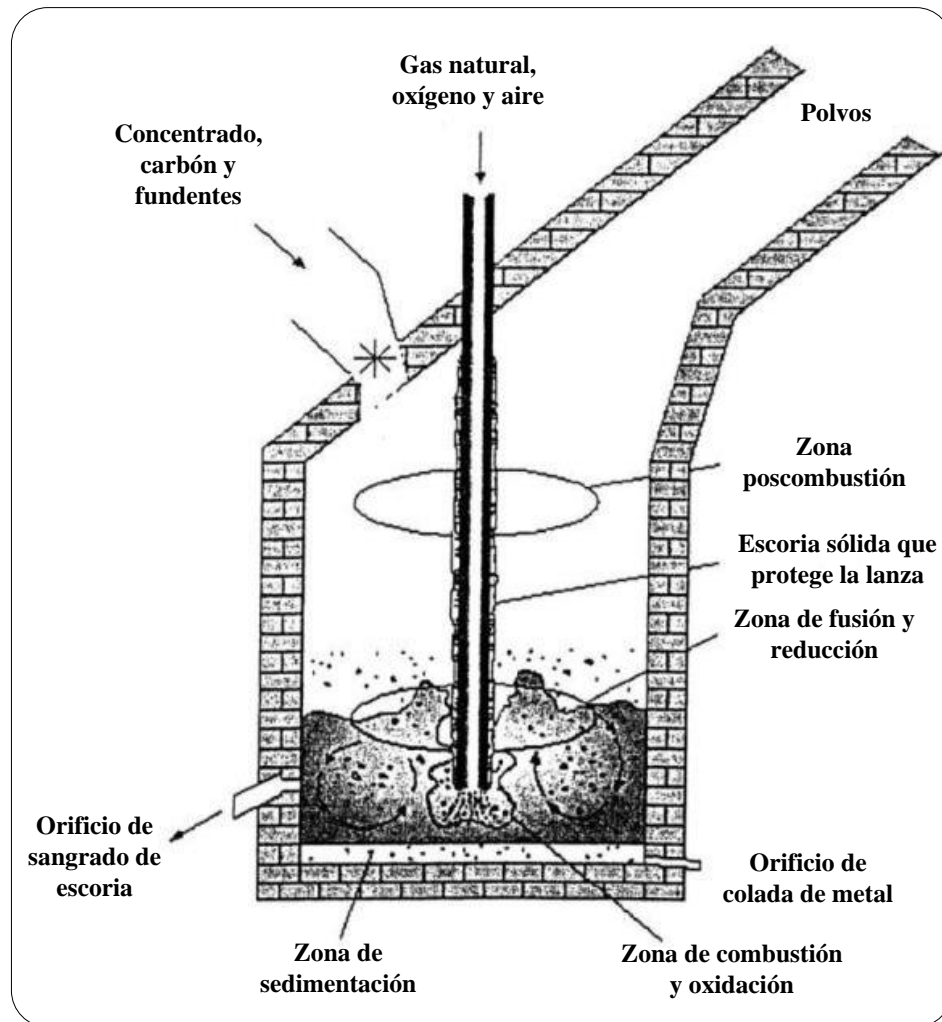


Figura 3.2 Esquema del funcionamiento del horno Ausmelt

Fuente: Cano (2005: 7). Edición y actualización propias.

Terminada la fundición, el metal líquido colado, que cuenta con un tenor de Sn de 98% aproximadamente, es trasladado a las instalaciones de la refinería, mientras que la escoria, la cual se enfría bruscamente con una salida de agua a presión a medida que va saliendo del horno (Cano 2005: 5), se dirige hacia una piscina y reposa allí hasta finalizada la granulación. La escoria granulada es transportada a la planta de molienda para su respectivo tratamiento antes de ser enviada a la mina con la cual la empresa Fundición, S. A., está asociada, para lo cual se emplean los mismos camiones con que se trajo el concentrado de estaño hasta la planta.

A partir de la refinación, el objetivo es lograr un producto final de alta pureza, lo cual se refleja en un contenido de Sn en el metal de 99.94% como mínimo y un máximo de 0.01% de Pb , como ya lo indicamos anteriormente. La secuencia seguida en la refinación es la siguiente: remoción de hierro (Fe), remoción de cobre (Cu), remoción de arsénico (As) y antimonio (Sb), remoción de aluminio (Al) y, por último, remoción de plomo (Pb) y bismuto (Bi). La remoción se realiza en ollas de refinación a las cuales se agregan ingredientes específicos de acuerdo con el elemento que se desee remover, excepto en el caso del plomo y bismuto, para los cuales se utilizan cristalizadores electro-térmicos.

A medida que las temperaturas de las ollas son controladas de acuerdo con determinados parámetros y su contenido es agitado, se va formando lo que se conoce como *dross*, que es un desecho o sustancia inservible¹⁷ (aparentemente). El *dross* es retirado y procesado antes de utilizarse nuevamente en la fundición dado su contenido relevante de estaño. Por ejemplo, el *dross* de hierro contiene, aproximadamente, 70% de Sn y 15% de Fe , como elementos principales.

Finalmente, el metal líquido de estaño refinado se traslada a ollas de moldeo para, luego, ser vertido en los moldes respectivos con el fin de formar y obtener los productos finales.

3.2 La operación de fundición

En la operación de fundición se realiza principalmente la conversión de los concentrados de estaño junto con otros ingredientes (fundentes¹⁸, elementos recirculantes y otros) en un metal fundido líquido que posee, al finalizar la operación, una concentración de 98% de Sn . Esta conversión se realiza a través de un proceso químico-metalúrgico denominado *reducción* y que tiene lugar en el horno. El proceso de fundición abarca el trabajo de los lotes y campañas; sin embargo, podemos visualizarlo prestando atención a las cuatro etapas de un lote: fusión, reducción, granulación y limpieza. En este subcapítulo se explica el sistema de alimentación de la planta y las etapas de un lote.

3.2.1 El sistema de alimentación

Debido al número de ingredientes que son utilizados para la fundición y con el objetivo de controlar el ingreso de cada ingrediente en cierta proporción previamente establecida, la

¹⁷ En inglés, “waste or useless substances” (en Longman Dictionary of Contemporary English [en línea], segundo significado provisto para *dross*; consulta: 5 de abril de 2011).

¹⁸ Consideramos fundentes a los aditivos que se utilizan para producir una escoria fluida, de menor peso específico que el metal y con la menor temperatura de fusión posible (Pinedo 2009: 5).

planta posee un sistema de alimentación por medio de tolvas y fajas transportadoras a través de las cuales se trasladan los ingredientes al horno de fundición. Veamos el contenido de cada tolva:

- ✓ Tolva 1: Concentrado de estaño procedente de las operaciones minero-metalúrgicas y concentración gravimétrica.
- ✓ Tolva 2: Carbón usado en la fusión, el cual se emplea en la forma de *pellets*¹⁹ (o partículas) de 1/4 a 3/4 de pulgada de diámetro.
- ✓ Tolva 3: Carbón usado en la reducción o, como también se le conoce, carbón reducido. El tamaño de las partículas es como el del carbón para la fusión.
- ✓ Tolva 4: Mineral de fierro, el cual se emplea en la forma de partículas de 1/8 a 1/4 de pulgada de diámetro.
- ✓ Tolva 5: *Dross* de fierro, el cual se emplea en la forma de partículas de 1/2 a 1 pulgada de diámetro. Para llegar a este estado, el *dross*, generado en la operación de refinación, debe ser procesado: primero, pasa por un horno de licuación; luego, va a la planta de chancado; y, finalmente, es clasificado mediante una zaranda.
- ✓ Tolva 6: Caliza, la cual se emplea en la forma de partículas de 1/8 a 1/4 de pulgada de diámetro. Este ingrediente es uno de los principales fundentes del proceso.
- ✓ Tolva 7: *Pellets* de concentrado de flotación y polvos. Son partículas formadas de la unión del concentrado de flotación y los polvos recolectados en la planta.
- ✓ Tolva 8: Escoria marginal, la cual se ha acumulado y almacenado del trabajo de años anteriores en la planta.

Los ocho ingredientes son ingresados al horno Ausmelt que será usado (mientras que el otro permanece en mantenimiento o espera) en cantidades predeterminadas y controladas desde una sala de control. En esta, las operaciones de la empresa son monitorizadas por medio de computadoras programadas con el sistema Yokogawa Centrum, el cual permite hacer variaciones en los parámetros de consumos y flujos, así como también en el manejo de equipos, motores, etc. Además, la empresa cuenta con el sistema SAP-Exaquantum, que es una herramienta donde se archiva toda la información sobre el proceso de producción (Cano 2005: 5-6). Una de las computadoras muestra unas tablas en Microsoft Excel que presentan información sobre la manera en que se ha aplicado el balance químico-metalúrgico para un lote determinado. Un operario de la empresa siempre está a cargo de la sala de control para verificar que todo se encuentre en orden y realizar las modificaciones que sean necesarias.

¹⁹ Según la primera definición de Longman Dictionary of Contemporary English, un *pellet* es una bola pequeña de una substancia determinada (consulta: 1 de abril de 2011, traducción propia).

En relación con la administración de polvos y gases, cabe recordar que es realizada, en primera instancia, por medio de un sistema de refrigeración de gases y, posteriormente, mediante un sistema colector de polvos que contiene dispositivos dedicados a la separación de partículas sólidas en suspensión de una corriente gaseosa. De esta manera, se consigue un producto gaseoso sin contenidos de material en partículas que puede ser liberado a la atmósfera por la chimenea de la planta (sin dañar el medio ambiente de acuerdo con la reglamentación ambiental existente), y, por otro lado, hacer posible la recuperación del polvo para su uso posterior debido a su alto contenido metálico de estaño. El tiempo que transcurre para la recirculación de los polvos a la tolva, en unión con el concentrado de flotación para formar *pellets*, es de cuatro días.

En cuanto al tratamiento de la escoria, las operaciones han ido mejorándose en el tiempo. En la actualidad, la escoria expulsada del horno durante la preparación de un lote de metal crudo líquido, una vez granulada, según los análisis químicos realizados, tiene un contenido metálico de Sn de, aproximadamente, 0.6% en peso, una cantidad suficientemente baja como para que esta escoria granulada, sin valor económico, sea trasladada a la planta de molienda para su respectivo tratamiento, el cual debe recibir antes de ser transportada a la mina, donde es empleada como relleno en pasta. No obstante, como fue mencionado anteriormente, la tolva 8 es donde se coloca la *escoria marginal* para ser utilizada en la fundición. Al poseer un contenido metálico de Sn que rodea el 3%, aún puede realizar un aporte importante de este metal a los lotes actuales. Esta escoria marginal es la que se generaba y se iba acumulando y usando desde los inicios de la empresa.

Así, a medida que transcurrían los años, diversas mejoras se iban implementando en la planta, por lo cual el contenido metálico en la escoria iba disminuyendo cada vez más. Esto significaba que el proceso se hacía más eficiente, ya que una menor cantidad de estaño quedaba atrapada en la escoria resultante de un solo trabajo de fundición. Entonces, llegados a la época actual, se tiene almacenada una extensa cantidad de escoria marginal que es usada en la producción. Sin embargo, esta escoria, a pesar de que teóricamente está recirculando, en la práctica es más acertado visualizarla como un ingrediente para el cual ya se cuenta con un *stock* previo. Por ello, no la consideramos como un ingrediente en recirculación. En sí, su situación no se adapta a la mecánica del modelo matemático como un recirculante.

Habiendo realizado la explicación anterior, en la figura 3.3 se muestra el esquema de la operación de fundición.

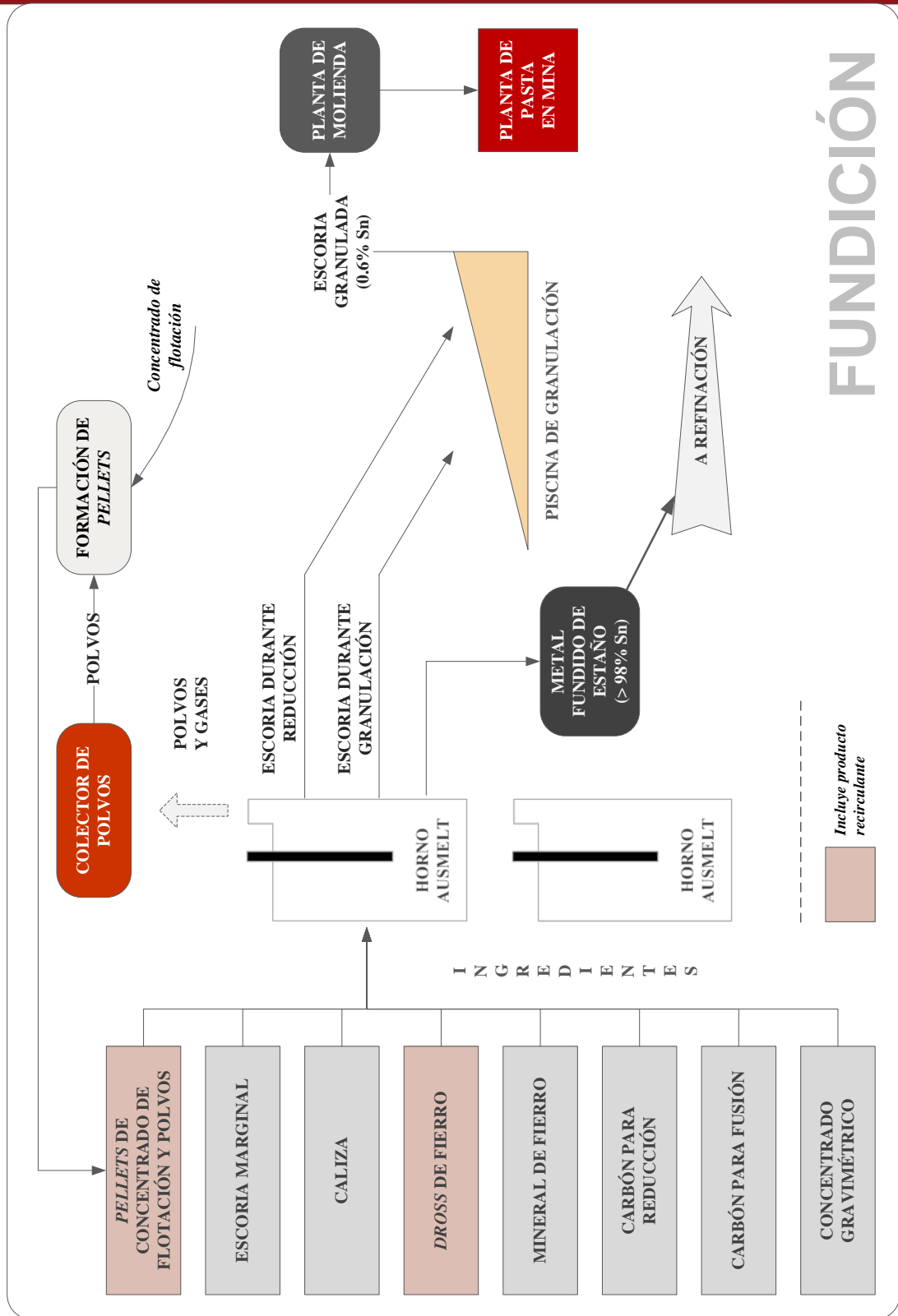


Figura 3.3 Esquema de la operación de fundición

Elaboración propia. Fuente primaria: Visita a planta. Fuente de apoyo: Cano (2005).

3.2.2 Las etapas del trabajo de un lote

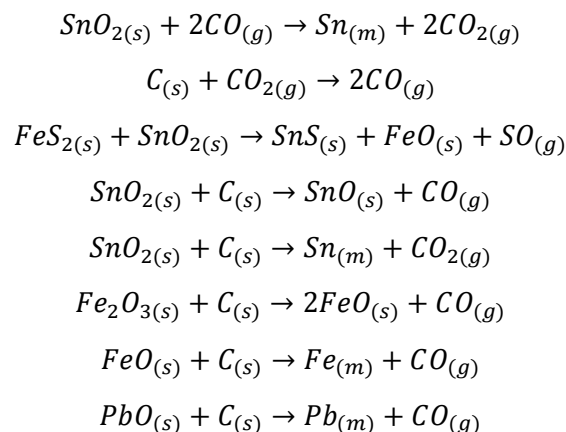
Como ya lo hemos indicado en líneas anteriores, un lote se trabaja a lo largo de cuatro etapas, luego de las cuales sigue la operación de refinación. Estas cuatro etapas, que explicamos a continuación, son: fusión, reducción, granulación (de la escoria) y limpieza (del horno).

FUSIÓN

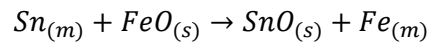
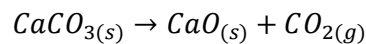
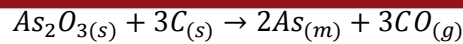
En esta etapa se alimentan los concentrados de estaño, los fundentes, el carbón –para fusión– y los elementos recirculantes al horno, todo lo cual se da a través de las tolvas que almacenan los distintos ingredientes (cabe mencionar que el ingreso de los ingredientes al horno se va dando de manera progresiva). Esta alimentación al horno va acompañada de flujos de gas natural, aire y oxígeno con el fin de fundir los materiales ingresados y alcanzar y mantener una temperatura de 900 a 1250°C. Aproximadamente, transcurrida una hora y media de iniciada la fusión –que es cuando ya se ha alimentado 15 t de concentrado– se produce el primer picado de las paredes del horno para sangrar el metal líquido (Cano 2005: 9).

Por otro lado, debe monitorizarse la concentración de estaño en la escoria, lo cual se realiza cada 40 minutos introduciendo una sonda de muestreo por la parte alta del horno; la muestra obtenida se enfría y es llevada al laboratorio químico para su análisis inmediato (Cano 2005: 9). En cuanto al tiempo transcurrido para finalizar la fusión, se tiene una duración que va de 4 horas y 30 min a 4 horas y 40 min.

Las reacciones químicas principales que ocurren durante la fusión son las siguientes²⁰ (Pinedo 2009: 6):



²⁰ Realizamos algunas correcciones en las ecuaciones presentadas por Pinedo (2009) para mantener el balance estequiométrico.

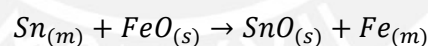
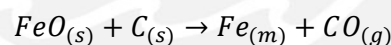
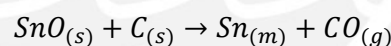


REDUCCIÓN

La etapa de reducción, para la cual se utilizan otros parámetros y la temperatura es cercana a los 1300°C, se inicia una vez finalizada la alimentación de concentrado al horno. Cabe mencionar que la alimentación del oxígeno no se detiene y el carbón usado es el de reducción²¹. En esta etapa, en la cual se producen los gases más calientes, la monitorización del estaño en la escoria es más frecuente: se lleva a cabo cada 20 minutos mediante el picado de las paredes del horno hasta que la escoria es expulsada (Cano 2005: 9-10).

En sí, como nos explicaron en la planta, una vez finalizada la alimentación de los ingredientes correspondientes a la fusión, en el horno ya se había ido formando una cantidad determinada de escoria, y la etapa de reducción, que tiene una duración que va de una 1 hora y 30 min a 1 hora y 40 min²², está destinada a reducir el contenido metálico de estaño en la escoria a menos de 1% por medio del elemento reductor.

Las reacciones químicas principales que ocurren durante la reducción son las siguientes²³ (Pinedo 2009: 6):



GRANULACIÓN

La escoria, según Pinedo, es una mezcla de óxidos líquidos a temperatura elevada que, al estar por encima de la fase metálica, protege al metal de las pérdidas de calor y de la atmósfera del horno, con lo cual se evita la ocurrencia de reacciones secundarias (2009: 7). Precisamente, la escoria que sale del horno es el material en el cual está centrada la etapa de granulación, que empieza una vez finalizada la reducción. Para llevarla a cabo, se pican las paredes del horno y se sangra escoria de manera constante, la cual es confrontada con un chorro de agua a presión para formar granos pequeños. La escoria extraída del horno, junto

²¹ El carbón de reducción se encarga de reducir el óxido de estaño a estaño metálico (Pinedo 2009: 5).

²² En algunos casos se necesita más tiempo, pero nunca se permite pasar de las dos horas.

²³ Realizamos algunas correcciones en las ecuaciones presentadas por Pinedo (2009) para mantener el balance estequiométrico.

con la salida de agua, se dirige hacia una piscina de granulación donde reposa hasta ser enfriada totalmente. Luego, llega un momento en que ya no fluye escoria del horno, aunque siempre queda cierta cantidad de esta en su interior (Cano 2005: 10). En realidad, el horno nunca queda vacío: se debe mantener un remanente de, aproximadamente, medio metro de material, el cual sirve como soporte para el lote siguiente.

Una vez formados los granos, se retira el agua de la piscina y la escoria es analizada para determinar su concentración de estaño (Cano 2005: 10). En la actualidad, como ya fue mencionado, ya se logra reducir el contenido metálico de Sn en la escoria hasta 0.6%. Por lo general, la variación en la concentración de estaño en la escoria depende de la manera en que se ejecutan las operaciones de fundición, la maquinaria empleada y el grado en que se producen las reacciones químicas.

LIMPIEZA

La etapa de limpieza, la cual está relacionada con el mantenimiento necesario de la maquinaria para iniciar el trabajo en un siguiente lote²⁴, puede llevarse a cabo durante (solo algunas de sus tareas) o después de la granulación. En esta etapa se realizan actividades como la limpieza de acreciones del sistema de refrigeración de gases, la verificación del estado de la lanza Ausmelt con el fin de decidir si puede seguir funcionando por un lote más o si debe ser reemplazada, la revisión del funcionamiento de las lanzas del sistema de refrigeración de gases para asegurar que ninguna de ellas presente fugas de líquido refrigerante, y el reemplazo del tren de entrada a la boca del horno para poder gastar uniformemente el ladrillo refractario, entre otras (Cano 2005: 11).

El trabajo de un lote llega a durar, en promedio, siete horas.

3.3 La operación de refinación

La planta de la empresa Fundición, S. A., tiene una capacidad de procesamiento promedio de 65 000 t de concentrado al año en la actualidad, a partir de lo cual se obtiene un aproximado de 40 000 t de estaño refinado (Minsur 2011b; Pinedo 2009: 5). La operación de refinación, que sigue a la operación de fundición, se diagrama en la figura 3.4.

²⁴ No confundir este mantenimiento con el que debe realizarse al horno al finalizar una campaña, la cual consta de la producción de varios lotes en dicho horno.

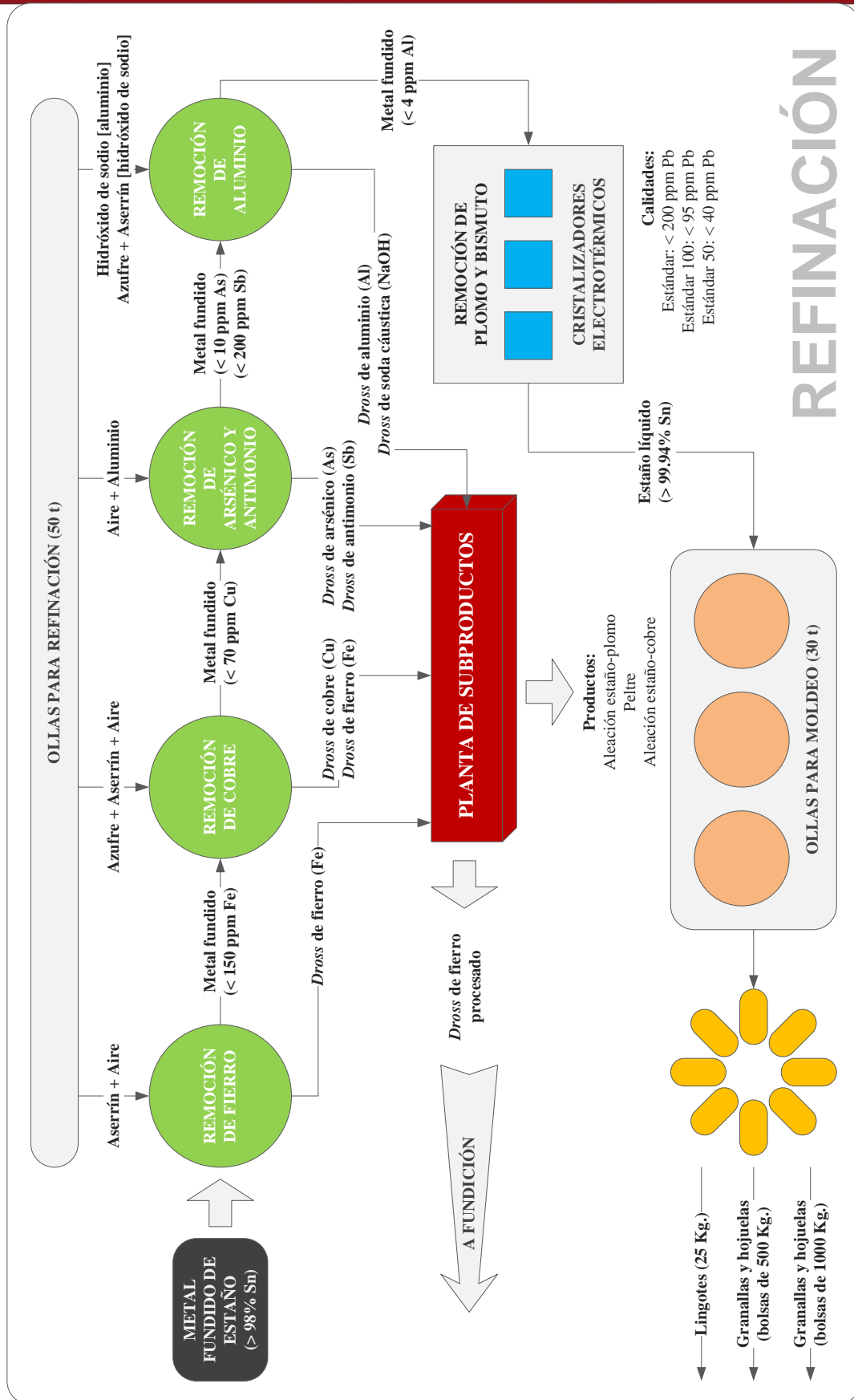


Figura 3.4 Esquema de la operación de refinación

Elaboración propia. Fuente primaria: Visita a planta. Fuentes de apoyo: Cano (2005), Minsur (2011a, 2011c), Pajar (2009), Pinedo (2009).

En cuanto a la refinación de metales, Heshmatpour y Copeland (1981) realizaron investigaciones sobre el uso de la refinación por fundición²⁵ (o *melt refining*, en inglés) para descontaminar desechos metálicos, para lo cual el conocimiento de los aspectos metalúrgicos del proceso es esencial. Una de sus conclusiones fue que el plomo, el estaño, el zinc y las aleaciones estaño-plomo mostraron un excelente potencial para descontaminación, particularmente, mediante el uso de escorias de bajo punto de fusión (como $NaNO_3-NaCl-NaOH$) y la fundición en un horno de resistencia eléctrica. En sí, según los autores citados, todos los metales que llegaron a estudiar podrían ser descontaminados efectivamente a través de la selección apropiada de la técnica de fundición y las escorias (1981: 30).

En relación con lo anterior, el término “descontaminación” puede utilizarse para describir lo que se ejecuta en la operación de refinación de la empresa Fundición, S. A., cuya planta cuenta con siete ollas de refinación (con una capacidad de 50 t cada una) por medio de las cuales se efectúa la secuencia mostrada en la figura 3.4, resumida a continuación:

- ✓ *Paso 1: Remoción de fierro.* Los ingredientes empleados para remover el fierro son aserrín y aire²⁶. Se espera reducir las partes por millón (ppm) de *Fe* a menos de 150 en el metal.
- ✓ *Paso 2: Remoción de cobre.* Aquí se utiliza azufre, aserrín y aire. Se espera reducir las ppm de *Cu* a menos de 70 en el metal.
- ✓ *Paso 3: Remoción de arsénico y antimonio.* Aquí se utiliza aluminio y aire. Se espera reducir las ppm de *As* a menos de 10 y de *Sb*, a menos de 200. Esto se lleva a cabo en la misma olla.
- ✓ *Paso 4: Remoción de aluminio.* Aquí se utiliza hidróxido de sodio (*NaOH*; también llamado “soda cáustica”). Se espera reducir las ppm de *Al* a menos de 4. Luego se utiliza nuevamente azufre y aserrín para remover la soda cáustica que se agregó, todo en la misma olla.

Los cuatro pasos anteriores no deben verse como independientes entre sí. Es decir, en realidad, a medida que se avanza de un paso a otro, las ppm de los distintos elementos químicos continúan variando en el metal principal, claro que en distintas proporciones. Por

²⁵ No se debe confundir esta indicación con las operaciones de fundición y refinación que hemos mencionado anteriormente como los dos grandes procesos que realiza la empresa de manera separada. Es decir, según el Diccionario de la Real Academia Española, fundir es “derretir y licuar los metales, los minerales u otros cuerpos sólidos” (primera definición; consulta: 5 de abril de 2011). Esto significa que una operación de refinación puede incluir trabajos de fundición.

²⁶ En cada olla, como parte de la refinación, se agregan ingredientes para ser mezclados con el metal líquido colado del horno y, con el debido calentamiento, provocar las reacciones químicas que remuevan los elementos no requeridos.

ejemplo, el hierro puede llegar a reducirse hasta una cantidad aproximada de 9 ppm en los pasos siguientes al destinado específicamente a la remoción de hierro, que es el primero²⁷ (Pajar 2009: 31). Además, lo que sucede en cada olla es un subproceso de la operación de refinación. En cada subproceso, de acuerdo con el tipo de remoción que se esté llevando a cabo, los ingredientes que generan la reacción se agregan en cantidades y momentos determinados; la temperatura de la olla es elevada o rebajada según sea necesario y su contenido, agitado (Cano 2005: 17-27; Pajar 2009: 26-42). Así, mediante las reacciones químicas provocadas, se genera el *dross* de los distintos elementos químicos que se deben retirar en la superficie de cada una de las ollas –esto debido a su menor peso específico–. El *dross* se retira de una olla antes de pasar a la subsiguiente, según la secuencia de la figura 3.1, para purificar progresivamente el metal líquido de estaño.

Sin embargo, el *dross*, que se solidifica fuera de la olla de refinación en forma de trozos sólidos, presenta contenido de estaño, principalmente, el *dross* de hierro, como ya hemos visto. Por lo tanto, los trozos son llevados a una planta de subproductos (dentro de las instalaciones de la empresa) implementada para su tratamiento y, así, poder reutilizarlos en la operación de fundición o generar otros productos.

Continuando con la secuencia, el último paso de la refinación es la remoción de plomo y bismuto, para lo cual se utilizan cristalizadores electro-térmicos. Según Schey, “el plomo también tiene un punto de fusión bajo (237°C) y buena resistencia a la corrosión, pero es tóxico y su uso está limitado a aplicaciones donde se evita el contacto humano” (2002: 203-204). Justamente, es el plomo el elemento químico que determina la calidad final del estaño refinado según la clasificación siguiente:

- ✓ Estándar: el contenido de *Pb* en el metal es menor a 200 ppm (ver especificaciones completas en tabla 3.1).
- ✓ Estándar 100: el contenido de *Pb* en el metal es menor a 95 ppm (ver especificaciones completas en tabla 3.2).
- ✓ Estándar 50: el contenido de *Pb* en el metal es menor a 40 ppm (ver especificaciones completas en tabla 3.2).

La remoción de plomo y bismuto mediante los cristalizadores podría evitarse si, antes de llegar a este paso, ya se han alcanzado los requerimientos químicos de plomo (y también de los demás elementos, por supuesto) para la calidad que se esté intentando lograr. Finalmente, el metal líquido refinado de estaño se traslada a ollas de moldeo de 30 t de capacidad cada

²⁷ En el paso de la remoción de hierro se logra una eficiencia aproximada de 90% (Pajar 2009: 31).

una (se cuenta con tres de estas), para luego ser vertido en los moldes respectivos y, así, dar las formas a los productos finales: lingotes, granallas y hojuelas.

Tabla 3.1 Especificaciones químicas para la calidad Estándar

Calidad Estándar		
Elemento	Garantizado	Típico Promedio
Sn	99.940% mín.	99.953%
Fe	0.0050% máx.	0.0012%
Cu	0.0050% máx.	0.0029%
As	0.0050% máx.	0.0012%
Sb	0.0200% máx.	0.0162%
Al	0.0010% máx.	0.0007%
Pb	0.0200% máx.	0.0132%
Bi	0.0080% máx.	0.0020%
Zn	0.0010% máx.	0.0008%
Cd	0.0010% máx.	0.0002%
S	0.0010% máx.	0.0001%
In	0.0095% máx.	0.0060%

Fuente: Minsur (2011c).

Tabla 3.2 Especificaciones químicas para las calidades Estándar 100 y Estándar 50

Calidad Estándar 100			Calidad Estándar 50		
Elemento	Garantizado	Típico Promedio	Elemento	Garantizado	Típico Promedio
Sn	99.950% mín.	99.959%	Sn	99.950% mín.	99.966%
Fe	0.0050% máx.	0.0010%	Fe	0.0050% máx.	0.0012%
Cu	0.0050% máx.	0.0023%	Cu	0.0050% máx.	0.0007%
As	0.0050% máx.	0.0011%	As	0.0050% máx.	0.0011%
Sb	0.0200% máx.	0.0172%	Sb	0.0200% máx.	0.0168%
Al	0.0010% máx.	0.0007%	Al	0.0010% máx.	0.0007%
Pb	0.0100% máx.	0.0082%	Pb	0.0050% máx.	0.0028%
Bi	0.0080% máx.	0.0016%	Bi	0.0080% máx.	0.0012%
Zn	0.0010% máx.	0.0008%	Zn	0.0010% máx.	0.0007%
Cd	0.0010% máx.	0.0002%	Cd	0.0010% máx.	0.0002%
S	0.0010% máx.	0.0001%	S	0.0010% máx.	0.0001%
In	0.0095% máx.	0.0050%	In	0.0095% máx.	0.0042%

Pb = Tope interno máximo permisible = 0.0095% Pb = Tope interno máximo permisible = 0.0040%

Fuente: Minsur (2011c).

Adicionalmente, la empresa Fundición, S. A., como resultado de su trabajo en la planta de subproductos, produce aleaciones estaño-plomo (ver especificaciones químicas en tabla 3.3), peltre (ver tabla 3.4) y aleaciones estaño-cobre (ver tabla 3.6).

Tabla 3.3 Especificaciones químicas para las aleaciones estaño-plomo

Calidad	%Sn	%Pb	%Cu	Bi	In	Cu	Ag	Cd	Sb
63/37	64-67	33-35	0.8-1.2	<100	<350	<65	<20	<6	<100

Fuente: Minsur (2011c).

Tabla 3.4 Especificaciones químicas para el peltre

Calidad	%Sn	%Sb	%Cu	Pb	Fe
97/2/1	96.5 Min	1.8-2.2	0.8-1.2	<400	<200
95/4/1	94.6 Min	3.8-4.2	0.8-1.2	<80	<100

Fuente: Minsur (2011c).

Tabla 3.5 Especificaciones químicas para las aleaciones estaño-cobre

Calidad	%Sn	%Cu	Bi	In	Pb	Sb	Al	As
72/28	69-74	26-30	41	87	581	2826	55	481
15/85	15	85	<10	<10	<100	<300	<10	<100

Fuente: Minsur (2011c).

CAPÍTULO 4: APLICACIÓN DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL

En el presente capítulo se desarrolla y aplica el modelo matemático para la empresa Fundición, S. A. Para esto, en un inicio, se describen las suposiciones del modelo, que no necesariamente son las mismas presentadas por Kim y Lewis (1987); luego, se introduce toda la formulación matemática con sus respectivas explicaciones; y, por último, se aplica el modelo para demostrar su funcionalidad.

4.1 Suposiciones básicas para el modelo matemático

En este subcapítulo se presentan las suposiciones básicas para el modelo matemático desarrollado (en el subcapítulo siguiente se va presentando suposiciones adicionales más específicas a medida que se va introduciendo el modelo). Luego de cada suposición se ofrece un breve comentario al respecto.

1. Se asume que un periodo 30 días es suficiente para probar la funcionalidad de nuestro modelo matemático.

Comentario. Las pruebas 2 y 4 hechas por Kim y Lewis (1987) para su modelo matemático se realizaron sobre un horizonte de planificación de 20 días. Ante esto, una perspectiva de producción de 30 días fue considerada adecuada para la verificación de la aplicabilidad de nuestro modelo –y, así también, la planificación de las operaciones de la planta–.

2. Se asume que los dos hornos de la planta de fundición funcionan como uno solo que trabaja continuamente (sin detenciones por mantenimiento entre campañas).

Comentario. Los dos hornos de la planta no funcionan simultáneamente, sino que, al finalizarse una campaña en uno de ellos, el horno que había estado en uso entra a mantenimiento, mientras que en el horno que había estado en espera se empieza la campaña siguiente. Por ello, se consideró trabajar en el modelo matemático como si se utilizara un solo horno.

3. Se asume que, para el horizonte de planificación, se conocen, o pueden aproximarse, las sumas totales de ingredientes a agregar al horno para la producción de cada lote de metal crudo líquido y las disponibilidades de cada ingrediente.

Comentario. Ésta es una adaptación de las suposiciones 6 y 7 de Kim y Lewis (1987). Se entiende que, si se espera obtener una serie de resultados del día 1 al 30, en el día 0, destinado a la aplicación del modelo matemático, debería conocerse la información necesaria para su aplicación.

4. Se asume que se puede aproximar el ratio de recuperación de cada elemento químico.

Comentario. Ésta es una adaptación de la suposición 2 de Kim y Lewis (1987). Está basada en que no todo lo ingresado al horno, en términos de las toneladas de los elementos químicos (estos de manera individual o formando compuestos), se transforma completamente en los compuestos resultantes indicados en las reacciones químicas señaladas para las etapas de fusión y reducción (ver subcapítulo 3.2). Es así que el ratio de recuperación, en sí, se trata de un aspecto netamente relacionado con la eficiencia y cinética química de cada elemento en particular, y no necesariamente se tratará del mismo valor para todos.

5. Se asume que los polvos, a pesar de que no son agregados como tales directamente al horno sino mediante su mezcla con el concentrado de flotación bajo la forma de *pellets*, es un ingrediente recirculante para el modelo matemático.

Comentario. Los polvos, ingrediente (o sub-ingrediente) que recircula mezclado con el concentrado de flotación bajo la forma de *pellets*, pertenecen a un único tipo de aleación, y es el único ingrediente clasificado como chatarra interna. Ecuaciones de restricción son agregadas al modelo matemático para adaptar esta situación –la unión con el concentrado de flotación– a su mecánica de funcionamiento.

6. Se asume que, al inicio de la prueba de nuestro modelo matemático, no se dispone de polvos como chatarra interna.

Comentario. Se entiende que la prueba durante el horizonte de planificación se realiza de forma completamente independiente de otros periodos, lo cual implica empezar desde cero.

7. Se asume que el *dross* de hierro, a pesar de que en cierta medida contiene cantidades de elementos que recirculan a la planta de fundición, es un ingrediente no

recirculante para el modelo matemático –es decir, no es considerado chatarra interna–.

Comentario. El *dross* de hierro es generado en la planta de refinación a partir de las operaciones que se realizan sobre el metal crudo líquido que se extrajo del horno de fundición, y aún debe recibir tratamiento antes de ingresarse a la tolva correspondiente en la planta de fundición. Ello hace complicado tratarlo como chatarra interna para el modelo matemático, ya que, en sí, se está formando recién a partir de las operaciones de refinación (en el subcapítulo siguiente se amplía la explicación).

4.2 Diseño del modelo matemático

En las secciones siguientes se presentan la función objetivo y los distintos grupos de restricciones, junto con la definición de las variables, que conforman nuestro modelo matemático, diseñado a partir de la adaptación del modelo de Kim y Lewis (1987) a la operación de fundición –utilización de ingredientes para la producción de metal crudo líquido de estaño– de la empresa a la que llamamos Fundición, S. A.

Luego de presentar la representación matemática y la definición de las variables de la función objetivo y de los distintos grupos de restricciones, se muestra una serie de comentarios informativos cuyo fin es explicar, aclarar o entregar más detalles sobre la parte del modelo matemático que se esté tratando.

Función objetivo

La representación matemática de la función objetivo se muestra a continuación.

Minimizar

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N CP_i X_{i,j,k} + \sum_{l=1}^O \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N CS_l Y_{l,j,k} + \sum_{m=1}^T \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N CH_m Z_{m,j,k} \\
 & + \sum_{n=1}^C \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N CC_n V_{n,j,k}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Definición de variables

$X_{i,j,k}$: Cantidad de toneladas del ingrediente i (tipo 1) usadas para el lote j en el día k .

i : Índice de ingredientes del tipo 1. $i = 1, 2, \dots, L$; L es el número total de este tipo de ingredientes.

j : Índice del número de lote. $j = 1, 2, \dots, M_k$; M_k es el número total de lotes del día k .

k : Índice del número de día. $k = 1, 2, \dots, N$; N es el número total de días del horizonte de planificación.

$Y_{l,j,k}$: Cantidad de toneladas del ingrediente l (tipo 2) usadas para el lote j en el día k .

l : Índice de ingredientes del tipo 2. $l = 1, 2, \dots, O$; O es el número total de este tipo de ingredientes.

$Z_{m,j,k}$: Cantidad de toneladas del ingrediente m (tipo 3) usadas para el lote j en el día k .

m : Índice de ingredientes del tipo 3. $m = 1, 2, \dots, T$; T es el número total de este tipo de ingredientes.

$V_{n,j,k}$: Cantidad de toneladas del combustible n usadas para el lote j en el día k .

n : Índice de combustibles. $n = 1, 2, \dots, C$; C es el número total de combustibles.

CP_i : Costo en nuevos soles por tonelada para el uso del ingrediente i .

CS_l : Costo en nuevos soles por tonelada para el uso del ingrediente l .

CH_m : Costo en nuevos soles por tonelada para el uso del ingrediente m .

CC_n : Costo en nuevos soles por tonelada para el uso del combustible n .

Comentarios informativos

Los comentarios informativos son enumerados a continuación.

1. Sobre la minimización de costos:

Como se puede apreciar, la meta principal de la función objetivo es minimizar los costos de producción de metal crudo líquido de estaño –no refinado aún– durante un periodo de tiempo en cuanto al uso de ingredientes y combustibles. Así, a diferencia del modelo propuesto por Kim y Lewis (1987), que solo cubre el uso de ingredientes directamente involucrados con la producción de aleaciones, en el nuestro se ha considerado, también, el empleo de combustibles agregados a la mezcla de fundición, en proporciones específicas, para favorecer las reacciones químicas buscadas, lo cual forma parte de la tecnología de funcionamiento del horno Ausmelt.

2. Sobre los tipos de ingredientes:

Mientras que en el modelo de Kim y Lewis (1987) se tenía la materia prima comprada, la chatarra comprada y la chatarra interna, en nuestro caso la clasificación presenta variaciones:

- ✓ *Tipo 1.* Ingredientes no recirculantes, sin contenido metálico de estaño, pero que son necesarios para dotar de energía calorífica y/o subproductos que permiten la consecución de las reacciones químicas antes descritas (ver subcapítulo 3.2). Están representados por la variable $X_{i,j,k}$.
- ✓ *Tipo 2.* Ingredientes no recirculantes cuya función principal es proveer el estaño a la mezcla. Están representados por la variable $Y_{l,j,k}$.
- ✓ *Tipo 3.* Ingredientes recirculantes cuya función principal es proveer el estaño a la mezcla. Están representados por la variable $Z_{m,j,k}$.

De forma específica, considerando la definición de variables, tenemos que $L = 4$, $O = 4$ y $T = 1$. En la tabla 4.1 se presentan los nueve ingredientes usados en la fundición.

Tabla 4.1 Clasificación de ingredientes para la fundición

N°	TIPO 1	TIPO 2	TIPO 3
1	Carbón para fusión	Concentrado gravimétrico	Polvo de estaño
2	Carbón para reducción	Concentrado de flotación	
3	Mineral de hierro	<i>Dross</i> de hierro	
4	Caliza	Escoria marginal	

Elaboración propia de la tabla.

3. Sobre los ingredientes recirculantes:

El polvo de estaño es el único ingrediente considerado como recirculante para nuestro modelo matemático, a pesar de que se utiliza mezclado con el concentrado de flotación, un ingrediente no recirculante, en la forma de *pellets*. Por ello, se ha agregado un grupo de restricciones (ver sección Restricciones para la formación de *pellets* de concentrado de flotación y polvos) para poder relacionar las variables que representan a ambos ingredientes, de manera que no solo se mantenga su trato independiente, según el modelo de Kim y Lewis (1987) –necesario para la consideración de las disponibilidades, principalmente–, sino que no se distorsione la realidad de nuestro caso de estudio en cuanto al uso conjunto de ambos ingredientes.

4. Sobre el *dross* de hierro:

El *dross* de hierro no ha sido considerado como un ingrediente recirculante, dada la manera en que es generado. En sí, el *dross* de hierro contiene elementos químicos recirculantes, pero, al estar asociado con la operación de refinación (ver subcapítulo 3.3), es recomendable no modelarlo como una variable del tipo 3, ya que podría generarse ambigüedades en el modelo matemático y, también, presentarse dificultades innecesarias para su aplicación real. Así, tenemos las siguientes:

- ✓ Separación de costos de producción del *dross* para la operación de fundición y de refinación, ya que se trata de una sustancia material que contiene elementos químicos provenientes de ambas operaciones.
- ✓ De la misma manera, medición en esa sustancia de la cantidad de toneladas de elementos químicos y/o compuestos que corresponden a la operación de fundición y de refinación para la separación.
- ✓ Definición del momento en que debe empezar a medirse el tiempo de retorno –una vez finalizada la producción de un lote de metal crudo líquido o una vez iniciado el proceso de refinación–.

Desde un punto de vista práctico, el *dross* de hierro puede enfocarse como un desecho de la operación de refinación, el cual es procesado y transformado en una materia prima más para la operación de fundición. Por ello, tratando el *dross* de hierro (como producto y no como desecho) en la manera de un ingrediente no recirculante, se evita caer en las complicaciones mencionadas sin afectar el desempeño del modelo matemático.

5. Sobre los costos de los ingredientes:

Se solicitó a la empresa Fundición, S. A., el costo en nuevos soles por tonelada (S/. / t) para cada ingrediente, y se indicó que cada costo a proporcionar debía representar la suma de los costos variables principales²⁸ (compra, producción o tratamiento; transporte; manipulación, u otros). Así, en la tabla 4.2 se muestran los costos por tonelada de cada ingrediente.

Cabe hacer dos aclaraciones. En primer lugar, la información presentada en la tabla 4.2 corresponde a los costos de los ingredientes *puestos en planta*, como nos fue referido.

En segundo lugar, el costo mostrado para el polvo de estaño en la tabla 4.2 se refiere a la producción de *pellets*, es decir, el costo incurrido en los procesos de aglomeración del polvo

²⁸ Consideramos apropiado no solicitar costos de manera desagregada. Además, para la aplicación del modelo matemático, solo son necesarios los montos totales para cada ingrediente. Si la empresa llegara a utilizar el modelo y se dieran variaciones en los costos, solo tendría que introducir los nuevos valores totales.

con el concentrado de flotación. De acuerdo con la información recibida, entendemos que no contamos con el costo correspondiente únicamente a la energía eléctrica empleada para el funcionamiento del sistema colector de polvos durante la fundición. Por ello, como una excepción necesaria, no se tomará en cuenta éste costo. Aquí surge la primera suposición específica:

Suposición E1. *El costo por tonelada asignado al polvo de estaño corresponde únicamente al de la producción de pellets de concentrado de flotación y polvos.*

Tabla 4.2 Costo variable por el uso de cada ingrediente

	INGREDIENTE	COSTO S/. / t
TIPO 1	Carbón para fusión	345.49
	Carbón para reducción	345.49
	Mineral de hierro	709.58
	Caliza	128.04
TIPO 2	Concentrado gravimétrico	1845.98
	Concentrado de flotación	1845.98
	Dross de hierro	4039.36
	Escoria marginal	66.00
TIPO 3	Polvo de estaño	29.12

Fuente: Solicitud de información a personal autorizado de planta.
Elaboración propia de tabla.

La suposición se basa, primero, en que era necesario incluir en el modelo matemático el costo bajo su referencia, dado que, en la realidad, sabemos que los *pellets* de concentrado de flotación y polvos se utilizan como un solo ingrediente, por lo cual debía darse un costo de procesamiento. Y entre el concentrado de flotación y el polvo de estaño, se había decidido previamente que el costo de dicho procesamiento se destinaría a este último ingrediente, principalmente, para que las dos clases de concentrados sean valuados de forma balanceada y, así, no afectar la diferencia de costos que podría haber existido²⁹. Entonces, solo quedaba asignar el costo de la producción de los *pellets* al polvo de estaño, lo cual no afectaría el modelo, dado que uno de los grupos de restricciones se encarga de asociar en todo momento el uso del concentrado de flotación y el polvo de estaño.

²⁹ Recordemos que ambas clases de concentrado se producen en la misma unidad minera, desde la cual son trasladados a la planta.

Segundo –y como consecuencia–, al estar considerado el procesamiento dado al polvo de estaño para la formación de los *pellets* dentro del costo de S/.29.00 / t, dicho procesamiento, vital para el caso de nuestra investigación, está siendo cubierto y no dejado de lado.

6. Sobre los combustibles y sus costos:

Los combustibles utilizados en el proceso de fundición son los siguientes: gas natural ($n = 1$), aire ($n = 2$) y oxígeno ($n = 3$). En la tabla 4.3 se muestra la información de los costos provistos por la empresa Fundición, S. A., en nuevos soles por metro cúbico (S/. / m³), para cuya conversión fue necesario utilizar las densidades siguientes:

- ✓ Densidad del gas natural³⁰: 0.735 kg / m³ (0.000753 t / m³).
- ✓ Densidad del aire³¹: 1.3 kg / m³ (0.0013 t / m³).
- ✓ Densidad del oxígeno³²: 1.429 kg / m³ (0.001429 t / m³).

Tabla 4.3 Costo variable para el uso de cada combustible

COMBUSTIBLE	COSTO S/. / m ³	DENSIDAD t / m ³	COSTO S/. / t
Gas natural	0.373	0.000753	495.35
Aire	0.009	0.001300	6.92
Oxígeno	0.378	0.001429	264.52

Fuente: Solicitud de información a personal autorizado de planta.
Elaboración propia de tabla.

Cabe recordar que los tres combustibles se agregan a la mezcla durante el proceso de fundición en proporciones y momentos determinados. Los costos mostrados en la tabla 4.3 se refieren a la adquisición y/o generación de cada combustible.

Restricciones de capacidad

La representación matemática de las restricciones de capacidad se muestra a continuación.

$$\sum_{i=1}^L X_{i,j,k} + \sum_{l=1}^O Y_{l,j,k} + \sum_{m=1}^T Z_{m,j,k} - N_{j,k} = 0, \text{ para todo } j, k \quad (2)$$

³⁰ La densidad presentada corresponde a una composición química específica del gas natural: metano, 95.0812%; etano, 2.1384%; propano, 0.2886%; n-butano, 0.0842%; i-butano, 0.0326%; n-pentano, 0.0124%; i-pentano, 0.0152%; benceno, 0.0050%; ciclohexano, 0.0050%; nitrógeno, 1.9396%; dióxido de carbono, 0.3854%; otros, 0.0124% (FISICANET 2011a). Para la prueba del modelo matemático, asumimos que la densidad utilizada es información suficiente.

³¹ FISICANET 2011b.

³² WIKIPEDIA 2011.

$$N_{j,k} \leq Max_{j,k}, \text{ para todo } j, k \quad (3)$$

Definición de variables

$N_{j,k}$: Cantidad total de toneladas de ingredientes ingresada al horno para el lote j en el día k .

$Max_{j,k}$: Límite máximo de toneladas de ingredientes que se considera para el lote j en el día k en cuanto a la capacidad del horno.

Comentarios informativos

Los comentarios informativos son enumerados a continuación.

1. Sobre la variable $N_{j,k}$:

Como se aprecia, se ha creado la variable $N_{j,k}$, la cual representa la suma total de toneladas de ingredientes que se agregan al horno en un lote y día determinados. Inicialmente, en el modelo de Kim y Lewis (1987), la variable $M_{j,k}$ tomaba el lugar de $N_{j,k}$ en (2), y (3) no existía. En nuestra versión del modelo matemático, la creación de la variable $N_{j,k}$ nos permite simplificar la manera de plantear otros grupos de restricciones.

2. Sobre la capacidad y demanda:

En la planta de fundición bajo estudio, por lo general, se trata de utilizar el horno al máximo de su capacidad en el trabajo de cada lote. En promedio, como fuimos informados, para cada lote se añade al horno una cantidad total de ingredientes que puede ir de 110 a 115 toneladas. No obstante, ha habido ocasiones particulares en que se ha llegado a ingresar al horno hasta 130 toneladas de material, lo cual se debió a elevados *stocks* de concentrado y elevados precio y demanda del estaño. Por lo tanto, se trabajó con $Max_{j,k}$ igual a 130 t para las pruebas finales del modelo (aunque, como se verá en el comentario informativo siguiente, no necesariamente una empresa debe utilizar un valor constante para $Max_{j,k}$ durante un horizonte de planificación determinado).

3. Sobre la variable $Max_{j,k}$:

La variable $Max_{j,k}$ se crea como un límite máximo en cuanto a la cantidad de toneladas de ingredientes agregadas al horno para el trabajo de un lote. Como están planteados los grupos de restricciones (2) y (3), nos damos cuenta de que, a diferencia del modelo de Kim y Lewis (1987), aún no se está exigiendo producir al modelo matemático: es un aspecto que se verá

más adelante, en las Restricciones de balance químico para el cumplimiento de límites. En sí, la variable $Max_{j,k}$ busca evitar que se sobrepase una capacidad máxima establecida para un horno. Es decir, la empresa tiene la libertad de hacer siempre $Max_{j,k}$ igual a la capacidad máxima de su horno durante un horizonte de planificación, o utilizar valores distintos que sean menores a dicha capacidad, a manera de experimentar con el modelo en la búsqueda de resultados³³.

Restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 1

La representación matemática de las restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 1 se muestra a continuación.

$$\sum_{j=1}^{M_k} X_{i,j,k} \leq DX_{i,k}, \text{ para todo } i, k \quad (4)$$

Definición de variables

$DX_{i,k}$: Cantidad de toneladas disponibles del ingrediente i destinadas para el día k .

Comentarios informativos

Los comentarios informativos son enumerados a continuación.

1. Sobre la variable $DX_{i,k}$:

Como se habrá notado, la variable $DX_{i,k}$ está reemplazando en nuestro modelo a la multiplicación $B_{i,k}UP_i$ del modelo de Kim y Lewis (1987), donde $B_{i,k}$ era la cantidad de materia prima comprada i disponible para el día k , y UP_i , el porcentaje de utilización de la materia prima comprada i . En el presente trabajo quisimos evitar la complicación de la multiplicación señalada debido al fin mismo de la restricción, el cual es, en pocas palabras, evitar que el modelo matemático considere que se puede hacer un uso ilimitado del ingrediente i . La idea principal fue, entonces, establecer valores que representaran la cantidad disponible de cada ingrediente de forma diaria para el trabajo de los lotes.

2. Sobre las disponibilidades diarias:

³³ Incluso, podría incluir valores superiores a la capacidad máxima del horno, pero debe recordar que la realidad estaría siendo distorsionada. Por lo tanto, en caso de hacerlo, debe tener un cuidado especial en la interpretación de los resultados.

Acerca de los ingredientes del tipo 1 (y también de los concentrados de estaño), no se puede afirmar que las disponibilidades diarias usadas en las restricciones del modelo matemático representan todo el material almacenado. Si bien la planta de fundición bajo estudio cuenta con un abastecimiento constante de ingredientes, lo cual significa que tiene almacenadas cantidades significativas de materia prima que podrían durar por largos periodos de tiempo, no debe entenderse que, por lo tanto, se tiene la libertad para emplear estos recursos a discreción. Se trabaja en la planta con diversos ratios que indican los límites establecidos para el uso de los ingredientes.

Habiendo explicado lo anterior, fuimos provistos de los valores de disponibilidad diaria para los ingredientes del tipo 1 que se muestran en la tabla 4.4 bajo el título “Disponibilidad dada”. Sin embargo, algunos de los datos proporcionados no concordaban con las cantidades promedio de toneladas de los ingredientes respectivos que la empresa utiliza para el trabajo de un lote³⁴. Específicamente, se trataba del carbón para fusión y del carbón para reducción: al multiplicar la cantidad promedio de cada uno de ellos empleada en un lote por el número de lotes trabajados en un día, que es 4, los productos obtenidos superaban a los valores correspondientes de disponibilidad diaria.

Por lo tanto, se decidió corregir el valor de disponibilidad diaria que se ingresa al modelo para el carbón para fusión y el carbón para reducción. Con este fin, por medio de pruebas preliminares del modelo matemático se indagó sobre cuáles serían, aproximadamente, las cantidades máximas de toneladas utilizadas por lote para los ingredientes mencionados. Los valores resultantes fueron redondeados al entero superior y multiplicados por 4 para establecer las disponibilidades diarias definitivas. Así, en la tabla 4.4, bajo el título “Disponibilidad definitiva”, se muestran los valores que finalmente se consideran para el modelo respecto de los ingredientes del tipo 1.

Tabla 4.4 Disponibilidades diarias para los ingredientes del tipo 1

INGREDIENTE	Disponibilidad dada (t / día)	Disponibilidad definitiva (t / día)
Carbón para fusión	27	60
Carbón para reducción	13	24
Mineral de hierro	1	1
Caliza	70	70

Fuente: Solicitud de información a personal autorizado de planta.
Corrección propia de disponibilidades. Elaboración propia de tabla.

³⁴ Tales cantidades promedio no serán incluidas explícitamente en el presente trabajo de investigación.

3. Sobre la caliza:

En la planta de fundición bajo estudio, en la realidad, se usa dos clases de caliza: travertino y dolomítica, cada una con una composición química diferente en cuanto a pesos (ambas clases cuentan con los mismos componentes). En su empleo, la caliza travertino y la caliza dolomítica son mezcladas para formar el ingrediente *caliza*, para lo cual se da la proporción promedio siguiente: 70% de caliza dolomítica y 30% de caliza travertino. De la misma manera, en cuanto a disponibilidades diarias, se tiene un total promedio de 20 t para la primera y 50 t para la segunda. En la tabla 4.5 se muestra información ampliada sobre ambas clases de caliza.

Tabla 4.5 Información sobre las calizas

CLASE	RELACIÓN	COMPOSICIÓN QUÍMICA				DISPONIBILIDAD DIARIA (t / día)
		%SiO ₂	%CaO	%Al ₂ O ₃	%MgO	
Dolomítica	70%	3.7333	37.1751	0.0553	14.6835	20
Travertino	30%	0.6615	52.4944	0.0532	1.052	50
Caliza: unión		2.81176	41.7709	0.05467	10.5941	70

Fuente: Solicitud de información a personal autorizado de planta.
Elaboración propia de tabla.

En el caso de la caliza no se decidió hacer una separación en relación con asignar una variable diferente a cada una de las clases señaladas, sino trabajar directamente con su unión. Así, surge la segunda suposición específica:

Suposición E2. *Se trabaja directamente con la unión de las dos clases de caliza como un solo ingrediente, lo cual incluye la utilización de la composición química combinada según la proporción de uso y la suma simple de sus disponibilidades.*

La suposición anterior se encuentra basada en los puntos siguientes:

- ✓ El proceso de mezcla de las dos clases de caliza es de índole física, por lo que la composición química de la unión puede hallarse directamente según la proporción en que se utilizan para la producción, como se realizó en la tabla 4.5.
- ✓ De acuerdo con los valores promedio que nos fueron otorgados sobre el uso de la caliza en el trabajo de un lote y los resultados de nuestras pruebas preliminares del modelo –en donde se consideró, nuevamente, la máxima capacidad del horno–, la disponibilidad diaria de cada clase de caliza es suficientemente alta como para que no se vea afectada por las cantidades empleadas en los lotes, si fueran vistas por separado. Por ello, al emplear la suma total (70 t), la realidad no se vería afectada.

4. Sobre el uso de disponibilidades diarias en el modelo

Para las pruebas preliminares realizadas al modelo matemático se utilizó el *software* Lingo 9.0; en ellas se incluyó la modelación de los 30 días del horizonte de planificación. Una de las conclusiones obtenidas fue que es necesario que las disponibilidades diarias ingresadas (tanto para los ingredientes del tipo 1 como para los del tipo 2 y los combustibles) sean lo suficientemente grandes para que se puedan cumplir las restricciones de producción. De lo contrario, el *software* Lingo 9.0, al ejecutarse el modelo, presenta un mensaje de error, lo cual se debe a que éste está siendo forzado a lograr metas –en el cumplimiento de restricciones– que no puede alcanzar. Por lo tanto, para la correcta aplicación del modelo matemático, en relación con las disponibilidades diarias, es necesario que se ingresen valores que permitan que el modelo se pueda ejecutar, considerando una cantidad determinada de la aleación a producir.

Restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 2

La representación matemática de las restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 2 se muestra a continuación.

$$\sum_{j=1}^{M_k} Y_{l,j,k} \leq DY_{l,k}, \text{ para todo } l, k \quad (5)$$

Definición de variables

$DY_{l,k}$: Cantidad de toneladas disponibles del ingrediente l destinadas para el día k .

Comentarios informativos

Los comentarios informativos son enumerados a continuación.

1. Sobre la variable $DY_{l,k}$:

Se aplica la misma explicación ofrecida en el primer comentario informativo de las Restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 1, con la diferencia de que, en el presente grupo de restricciones, la variable $DY_{l,k}$ está reemplazando a la multiplicación $D_{l,k}US_l$ del modelo de Kim y Lewis (1987).

2. Sobre las disponibilidades diarias:

En cuanto a las disponibilidades diarias de los ingredientes del tipo 2, fuimos provistos de los valores que se muestran en la tabla 4.6 bajo el título “Disponibilidad dada”. Al igual que en el caso del carbón para fusión y el carbón para reducción, en esta ocasión fue necesario corregir las disponibilidades diarias para el concentrado gravimétrico y el concentrado de flotación. La razón es la misma que la presentada para los ingredientes de carbón: no había concordancia entre las disponibilidades proporcionadas y las cantidades promedio utilizadas para el trabajo de un lote. Por ello, luego de seguir el mismo método que para corregir las disponibilidades diarias de los ingredientes de carbón, se llegó a los valores que se muestran bajo el título “Disponibilidad definitiva” en la tabla 4.6.

Tabla 4.6 Disponibilidades diarias para los ingredientes del tipo 2

INGREDIENTE	Disponibilidad dada (t / día)	Disponibilidad definitiva (t / día)
Concentrado gravimétrico	96	428
Concentrado de flotación	26	32
Dross de hierro	31	31
Escoria marginal	142	142

Fuente: Solicitud de información a personal autorizado de planta.
Corrección propia de disponibilidades. Elaboración propia de tabla.

3. Sobre la humedad en los ingredientes:

Según la información que nos fue proporcionada, los concentrados contienen cierta cantidad de humedad que forma parte de su peso, la cual es de 5% en promedio tanto para el concentrado gravimétrico como para el concentrado de flotación. La presencia de humedad en ambos concentrados de estaño se debe a la naturaleza de los procesos metalúrgicos involucrados en la planta concentradora, los cuales basan su éxito en su realización en medios acuosos para permitir así la liberación del mineral valioso de la ganga. Pese a que los concentrados son sometidos inmediatamente a procesos de filtración para la eliminación del agua contenida en ellos, la filtración no es totalmente eficiente, y cierta cantidad de agua es retenida al finalizar el proceso. Por otro lado, es importante señalar que los concentrados en tal estado de humedad (máximo 8% por regla general) facilitan su manipuleo y transporte; esto reduce, además, las pérdidas en forma de polvo en el ambiente. Por las razones antes expuestas, no es una práctica conveniente secar completamente el concentrado.

Como consecuencia de lo anterior y, además, por el proceso mismo de aglomeración del concentrado de flotación con los polvos, los *pellets* resultantes también contienen humedad;

esto debido a que comúnmente se agrega agua –o algún agente aglomerante líquido– para permitir la adherencia de las partículas finas (polvo) a las partículas de concentrados, mientras se fomenta la colisión de las partículas unas con otras dentro de los tambores agitadores diseñados para este fin.

A pesar de lo anterior, presentamos la suposición específica siguiente:

Suposición E3. *No se considera la humedad en los concentrados ni en los pellets de concentrado de flotación y polvos durante los 30 días del horizonte de planificación.*

La suposición anterior se basa en que el contenido de humedad en el concentrado tiene un rango de fluctuación muy estrecho, debido a que los procesos metalúrgicos seguidos en una planta concentradora, así como en los procesos de aglomeración, no presentan variaciones mayores en cuanto a parámetros de proceso, y por ende el producto final conlleva un nivel de humedad casi constante. Esta concepción adquiere mayor fortaleza al considerar que comúnmente, dentro de las operaciones de fundición, la totalidad de los ingredientes que ingresan al horno son pesados sin descontar la humedad contenida, es decir, se trabaja con pesos totales. Esta simplificación de la realidad desde el punto de vista operativo facilita la labor de los operadores, y no presenta alteraciones significativas en los resultados finales.

Restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 3

La representación matemática de las restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 3 se muestra a continuación. En nuestro caso de estudio, como se ha visto anteriormente, se tiene un solo ingrediente del tipo 3, el polvo de estaño, que corresponde a la variable $Z_{1,j,k}$ ($m = 1$).

$$\sum_{k'=1}^k \sum_{j=1}^{M_k} Z_{m,j,k'} \leq DZ_{m,k}, \text{ para todo } m, k \quad (6)$$

$$DZ_{m,k} = \sum_{p=1}^{k-R_m} \sum_{j=1}^{M_k} N_{j,p} Rec_m, \text{ para todo } k > R_m \quad (7)$$

$$DZ_{m,k} = 0, \text{ para todo } k \leq R_m \quad (8)$$

Definición de variables

$DZ_{m,k}$: Cantidad máxima de toneladas disponibles del ingrediente m para la producción del día k .

R_m : Tiempo de retorno para el ingrediente m en días.

Rec_m : Porcentaje de cada lote que es procesado para formar el ingrediente m .

Comentarios informativos

Los comentarios son enumerados a continuación.

1. Sobre el grupo de restricciones:

Las restricciones referidas a la disponibilidad de la chatarra interna, como fueron planteadas por Kim y Lewis (1987), buscan que no pueda utilizarse el ingrediente mientras no haya transcurrido un tiempo de retorno luego del trabajo de un lote. Por ejemplo, si el tiempo de retorno es de dos días, la chatarra interna obtenida de un lote producido el día 1 no puede utilizarse sino hasta el día 3.

Ahora, como se puede apreciar, hemos realizado modificaciones a la representación matemática propuesta por los autores originales. Los detalles se irán explicando más adelante.

2. Sobre k y k' :

En el modelo de Kim y Lewis (1987), las variables k y k' se refieren a lo mismo: la especificación del día. Sin embargo, en el empleo de las ecuaciones de las restricciones de disponibilidad para la chatarra interna, el subíndice k , que indica el día en que se encuentra la producción, también sirve como límite para darle vida al subíndice k' , referido también a una secuencia de días, pero, esta vez, modelada por el tiempo de retorno, con el fin de asegurar que no exista como disponible una cantidad de toneladas del ingrediente que aún no esté apta para su uso.

3. Sobre el subíndice m en Rec_m y R_m :

Como se puede apreciar, a las variables R y Rec (esta última es equivalente a *Scrap*, del modelo de Kim y Lewis, 1987) les hemos añadido el subíndice m para indicar a qué tipo de aleación se refieren. En nuestro caso de estudio, m es únicamente igual a 1, el polvo de estaño, pero podrían existir otros tipos de retornos (o recirculantes), provenientes de una misma aleación o de otras aleaciones, en un caso de estudio diferente. Por ello, para no dejar de lado esta posibilidad para estudios futuros, mantenemos visible el subíndice mencionado.

4. Sobre la variable $DZ_{m,k}$:

La variable $DZ_{m,k}$ ocupa el lugar de $S_{m,k'}$ del modelo de Kim y Lewis (1987) y se suprime UH_m , la cual asumimos como no necesaria. Lo último se debe a que, siguiendo el primer comentario informativo de la sección Restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 1, consideramos suficiente establecer la disponibilidad máxima del polvo de estaño para trabajar, en este caso, modelada según (7) y (8), que es donde matemáticamente se define la variable en cuestión. Sin embargo, la empresa podría emplear un factor para ajustar la disponibilidad en mayor grado.

5. Sobre la variable Rec_m :

No se puede conocer con exactitud, antes de iniciar el trabajo de un lote, cuál es el porcentaje del total de toneladas ingresadas al horno que se liberará como polvos, ya que depende de las proporciones en que se agreguen los ingredientes y el grado en que se den las reacciones químicas; sin embargo, se puede trabajar con un promedio representativo.

En cuanto a nuestro caso de estudio, sabemos que, durante la fundición, una porción de lo añadido al horno se libera como polvos (recirculante) y otra, como escoria (no recirculante). De acuerdo con la información que nos fue proporcionada por personal autorizado de la empresa Fundición, S. A., aproximadamente el 7% de lo agregado al horno en un lote se vuelve polvo y un 43%, escoria. Para la variable Rec_m (en sí, Rec_1), el valor que nos interesa ahora es el de 7%, dado que está referido al ingrediente recirculante³⁵. Así, surge la cuarta suposición específica:

Suposición E4. *El porcentaje referido a la liberación de polvos, respecto de la carga ingresada al inicio del trabajo de un lote, es de 7% y se adopta como constante durante los 30 días del horizonte de planificación.*

La suposición anterior se basa, principalmente, en que se está produciendo el mismo tipo de aleación en cada lote y, además, se está empleando el mismo proceso de producción³⁶. En sí, el polvo de estaño es principalmente óxido de estaño pero con una distribución de partículas muy fina, las que se encuentran físicamente en los mismos concentrados, y cuya presencia se

³⁵ El valor de 43%, referido a la generación de escoria, es tomado en cuenta en las Restricciones para el cumplimiento de especificaciones.

³⁶ Cabe mencionar que Kim y Lewis (1987) no hacen mención sobre la posible variabilidad de *Scrap*; sí lo hacen para *R*.

debe a los procesos de reducción de tamaño –mediante trituración y/o molienda– a que es sometido el mineral que ingresa a la planta concentradora, con el fin primordial de permitir la liberación de las especies valiosas diseminadas y obtener un material de tamaño apropiado que facilite su manejo. En este sentido, ya que los parámetros de reducción de tamaño son, por lo general, constantes, debido a que la mayor recuperación metalúrgica se logra únicamente a un determinado tamaño ya establecido, es factible asumir que la presencia de partículas finas en los concentrados –que se liberarán como polvos en el horno– es también constante.

Una vez en el horno de fundición, lo que sucede es que las partículas finas de toda la carga, debido a su menor tamaño y menor peso, son arrastradas parcialmente por la violencia de los gases generados por las reacciones químicas dentro del horno. Por lo tanto, considerar que el arrastre de partículas es constante a lo largo del horizonte de planificación es una aproximación correcta, debido a que los gases generados son propios de la química y termodinámica de las reacciones inherentes de cada proceso de fundición.

6. Sobre la variable R_m :

Según Kim y Lewis, el tiempo de retorno puede durar desde un día hasta, posiblemente, dos semanas (1987: 735). Los autores están hablando de días y no de fracciones de día; de lo contrario, no podrían aplicarse las ecuaciones de restricción planteadas. Nosotros, al haber mantenido esta forma, necesitamos utilizar números enteros para R_m .

En cuanto al polvo de estaño, de acuerdo con la información que nos fue provista por personal autorizado de la empresa Fundición, S. A., el tiempo desde que se generan los polvos hasta que quedan listos para usarse en la tolva respectiva, mezclados con el concentrado de flotación para formar *pellets*, es de 4 días, aproximadamente. A partir de esto, surge la quinta suposición específica:

Suposición E5. *El tiempo de retorno para los polvos, los cuales recirculan mezclados con el concentrado de flotación, es de 4 días y se adopta como constante durante los 30 días del horizonte de planificación.*

En realidad, luego del trabajo de un lote, los polvos recolectados quedan almacenados en el *baghouse* (sistema colector de polvos), pero no se extraen inmediatamente. Así, van almacenándose durante varios lotes hasta que se decide extraerlos y formar los *pellets* de concentrado de flotación y polvos. Este procedimiento permite la reducción de costos

operativos asociados –descarga de los polvos, limpieza de filtros, manipuleo, etc.– al distribuirlos entre un mayor volumen de polvos, en comparación con los mayores costos unitarios que implicaría hacerlo por cada lote.

Cabe resaltar que, de acuerdo con el funcionamiento del modelo matemático, el tiempo de retorno es constante durante los lotes producidos en un mismo día. Aquí es conveniente hacer una aclaración. Según Kim y Lewis, “tiempos de retorno diferentes pueden incluirse en el modelo para distintos lotes mediante, simplemente, especificar un valor de R diferente para cada lote” (1987: 739, traducción propia). Tal y como está, esta afirmación se encuentra equivocada, dado que en la notación matemática respectiva se muestra que la variable R no está asociada en ningún momento con el número de lote. Sin embargo, sí lo está con el número de día, por lo que sí se podría utilizar un valor de R diferente para cada día (y, en cada día, el mismo valor de R para los lotes programados).

7. Sobre la variable $N_{j,p}$:

La variable $N_{j,p}$ es la que se está utilizando en lugar de $M_{m,p}$, del modelo de Kim y Lewis (1987). Para empezar, se decidió trabajar sobre la base de la cantidad total de carga a través de una variable, que es $N_{j,k}$, y no por una cantidad constante ingresada directamente, lo cual sucede con la variable $M_{j,k}$ (ver su definición y uso en el capítulo 2) –cabe mencionar que $N_{j,p}$ está basada en $N_{j,k}$, así como $M_{m,p}$ está basada en $M_{j,k}$, en el caso del modelo de Kim y Lewis (1987), de lo cual se trata más adelante–. Pero eso no es todo, sino que hemos incluido una sumatoria en (7), la cual no estaba presente en el modelo matemático original. Resulta que la estructura propuesta por Kim y Lewis (1987), al desarrollarla, no nos permitía aplicar el grupo de restricciones a la realidad de nuestro caso de estudio.

En primer lugar, queremos dejar en claro nuestro entendimiento de la variable $M_{m,p}$. Así como se presenta, sin ninguna otra explicación por parte de Kim y Lewis, nos hace pensar en que se trata de la variable $M_{j,k}$, que fue definida como la cantidad de demanda del lote j en el día k cuando es menor que la capacidad máxima del horno, o la capacidad máxima del horno para el lote j en el día k cuando la cantidad de demanda del lote es igual o mayor que ella (1987: 738).

Entonces, en el nivel de los subíndices de M , $m = j$ y $p = k$. Esto quiere decir que los subíndices m y p están representando a j y k , respectivamente, bajo el propósito de lograr la meta del grupo de restricciones de disponibilidad para la chatarra interna. Finalmente, una

vez que quedan definidos m y p , los valores numéricos respectivos pasan ahora a ser como j y k , y el valor que adopta $M_{j,k}$ a partir de estos se dará según su definición.

Sin embargo, por más astuto que pudiera ser el planteamiento, cuando se emplea $M_{m,p}$ no se evita encontrar un obstáculo en cuanto a la aplicación a nuestro caso de estudio, lo cual demostramos con un ejemplo. Supongamos lo siguiente:

- ✓ Un tiempo de retorno constante igual a 1: $R = 1$.
- ✓ Una producción de dos lotes cada día: $j = 1, 2$.
- ✓ Dos aleaciones diferentes trabajadas: $m = 1, 2$.

Escribimos ahora, nuevamente, la propuesta de Kim y Lewis (1987: 739):

$$\sum_{k'=1}^K \sum_{j=1}^{M_k} Z_{m,j,k'} \leq S_{m,k'}UH_m, \text{ para todo } m, k \quad (i)$$

$$S_{m,k'} = \sum_{p=1}^{k'-R} M_{m,p}Scrap, \text{ para todo } k' > R \quad (ii)$$

$$S_{m,k'} = 0, \text{ para todo } k' \leq R \quad (iii)$$

Como se indica en (i), se trabaja para todo m y k . Por lo tanto, empezamos con $m = 1$ para todos los días. El día 1 se tendría lo siguiente:

- ✓ De (i): $\sum_{k'=1}^1 \sum_{j=1}^2 Z_{1,j,k'} \leq S_{1,k'}UH_1$
- ✓ De (iii): $k' \leq R (1 \leq 1) \rightarrow S_{1,1} = 0$
- ✓ De (i): $Z_{1,1,1} + Z_{1,2,1} \leq 0$

El resultado es lógico ya que, supuestamente, al inicio de un periodo no existe chatarra interna para utilizarse en la producción (asumiendo que no se almacenó chatarra de periodos anteriores). El día 2 se tendría lo siguiente:

- ✓ De (i): $\sum_{k'=1}^2 \sum_{j=1}^2 Z_{1,j,k'} \leq S_{1,k'}UH_1$
- ✓ De (iii): Para $k' = 1$, se repite (iv).
- ✓ De (ii): $k' > R (2 > 1) \rightarrow S_{1,2} = \sum_{p=1}^{2-1=1} M_{1,p}Scrap = M_{1,1}Scrap$
- ✓ De (i): $Z_{1,1,1} + Z_{1,2,1} + Z_{1,1,2} + Z_{1,2,2} \leq S_{1,k'}UH_1$

Aquí se presenta una confusión: ¿qué debe escribirse en el lado derecho de la restricción de la última viñeta? Como se observa en el desarrollo del día 2 ($k = 2$), necesariamente se tiene que pasar por $k' = 1$ ($S_{1,1} = 0$) y $k' = 2$ ($S_{1,2} = M_{1,1}Scrap$). El lado derecho mencionado

muestra simplemente el factor $S_{1,k'}UH_1$. Sabemos que $S_{1,1}$ y $S_{1,2}$ representan las realidades de los días 1 y 2, respectivamente. Entonces, ¿cuál de los dos términos debe utilizarse? Si consideramos la suma de ambos, hemos visto aparte que llega a existir duplicación de valores. Por lo tanto, entendemos que la única opción que queda es que se trate del valor de k' que sea más grande (es decir, $k' = 2$), con lo que la viñeta en cuestión quedaría así:

$$Z_{1,1,1} + Z_{1,2,1} + Z_{1,1,2} + Z_{1,2,2} \leq M_{1,1}ScrapUH_1$$

El día 3 se tendría lo siguiente:

- ✓ De (i): $\sum_{k'=1}^3 \sum_{j=1}^2 Z_{1,j,k'} \leq S_{1,k'}UH_1$
- ✓ De (ii): $k' > R (3 > 1) \rightarrow S_{1,3} = \sum_{p=1}^{3-1=2} M_{1,p}Scrap = (M_{1,1} + M_{1,2})Scrap$
- ✓ De (i): $Z_{1,1,1} + Z_{1,2,1} + Z_{1,1,2} + Z_{1,2,2} + Z_{1,1,3} + Z_{1,2,3} \leq (M_{1,1} + M_{1,2})ScrapUH_1$

El día 4 se tendría lo siguiente:

- ✓ De (i): $\sum_{k'=1}^4 \sum_{j=1}^2 Z_{1,j,k'} \leq S_{1,k'}UH_1$
- ✓ De (ii): $k' > R (4 > 1) \rightarrow S_{1,4} = \sum_{p=1}^{4-1=3} M_{1,p}Scrap = (M_{1,1} + M_{1,2} + M_{1,3})Scrap$
- ✓ De (i): $Z_{1,1,1} + Z_{1,2,1} + Z_{1,1,2} + Z_{1,2,2} + Z_{1,1,3} + Z_{1,2,3} + Z_{1,1,4} + Z_{1,2,4} \leq (M_{1,1} + M_{1,2} + M_{1,3})ScrapUH_1$

Si continuamos con la secuencia hasta finalizar el horizonte de planificación, llegaremos a una restricción en la cual, en el miembro izquierdo, se tendría la sumatoria de las toneladas que se utilizarían del ingrediente $Z_{1,j,k}$ en cada lote de cada día y, en el miembro derecho, la suma total de toneladas disponibles que se tendrían para el horizonte de planificación. Considerando los supuestos del ejemplo presentado y un periodo de 30 días, se llegaría a lo siguiente:

$$Z_{1,1,1} + Z_{1,2,1} + \dots + Z_{1,1,30} + Z_{1,2,30} \leq (M_{1,1} + M_{1,2} + \dots + M_{1,29})ScrapUH_1$$

Como $R = 1$, tiene sentido que, hasta el día 30, lo disponible sea lo acumulado hasta después de producir los lotes del día 29. Es aquí donde encontramos el obstáculo que mencionábamos anteriormente. Como se ha podido observar, en realidad, las restricciones están ignorando la cantidad de lotes producidos en un día para establecer la disponibilidad de una misma clase de chatarra interna. En el ejemplo se aprecia que solo se está considerando la chatarra interna 1 ($m = 1$) que se crea a partir de los primeros lotes de cada día: así, se observa $M_{1,1} + M_{1,2} + M_{1,3} \dots$. Si desarrolláramos el ejemplo para la chatarra interna 2

($m = 2$), como disponibilidad solo se incluiría lo creado en los segundos lotes de cada día: así, se tendría $M_{2,1} + M_{2,2} + M_{2,3} \dots$. En otras palabras, si se trabajara varios lotes de la misma aleación durante un día, como en nuestro caso de estudio, la asignación de la disponibilidad no estaría abarcando todo lo realmente disponible.

Entonces, nos damos cuenta de que la idea básica de las restricciones de Kim y Lewis para la disponibilidad de la chatarra interna es que, suponiendo que se generan distintos tipos de chatarra interna (digamos $m = 1, 2, 3, 4$) en una empresa, siempre se trabajan los lotes que las generan en el mismo orden cada día. Así, si el primer lote del día es una aleación que genera la chatarra interna 1 ($m = 1$), a las restricciones solo les estaría correspondiendo como disponibilidad lo ocurrido con el primer lote de cada día (considerando que del trabajo de un lote no se genera más de una clase de chatarra interna), y así sucesivamente³⁷.

Entonces, como está formulado el grupo de restricciones descrito, el caso del presente trabajo de tesis no se ve favorecido. En primer lugar, tenemos que se produce más de un lote al día. Segundo, todos los lotes generan el mismo tipo de chatarra interna, que es el polvo de estaño. Por lo tanto, necesitaríamos que las restricciones reflejen como disponibilidad lo que se genera en todos los lotes de un día y no solo en el primero. Vimos que esto no podía lograrse con las restricciones de Kim y Lewis (1987), por lo que agregamos a (ii) la segunda sumatoria y reemplazamos el subíndice m por j en $M_{m,p}$, tal como se muestra a continuación:

$$S_{m,k'} = \sum_{p=1}^{k'-R} \sum_{j=1}^{M_k} M_{j,p} Scrap, \text{ para todo } k' > R$$

Así, el valor numérico de m no condiciona los resultados de la disponibilidad. Para probarlo, regresemos al ejemplo que habíamos presentado. Vayamos al día 4:

- ✓ De (i): $\sum_{k'=1}^4 \sum_{j=1}^2 Z_{1,j,k'} \leq S_{1,k'} UH_1$
- ✓ De (ii) modificado: $k' > R$ ($4 > 1$) $\rightarrow S_{1,4} = \sum_{p=1}^3 \sum_{j=1}^2 M_{j,p} Scrap =$
 $(M_{1,1} + M_{2,1} + M_{1,2} + M_{2,2} + M_{1,3} + M_{2,3}) Scrap$
- ✓ De (i): $Z_{1,1,1} + Z_{1,2,1} + Z_{1,1,2} + Z_{1,2,2} + Z_{1,1,3} + Z_{1,2,3} + Z_{1,1,4} + Z_{1,2,4} \leq$
 $(M_{1,1} + M_{2,1} + M_{1,2} + M_{2,2} + M_{1,3} + M_{2,3}) Scrap UH_1$

³⁷ A partir de esto pueden surgir ciertas limitaciones para la aplicación en casos de estudio diferentes, por lo cual una empresa que utilice el modelo de Kim y Lewis (1987) debe analizar cuidadosamente la manera como relacionar este grupo de restricciones con la forma en que se realizan sus operaciones en este aspecto.

De esta forma, se puede obtener lo necesitado. En suma, las expresiones matemáticas (6), (7) y (8) representan la adaptación de (i), (ii) y (iii), respectivamente. Cabe mencionar que, para eliminar la confusión a la que habíamos llegado anteriormente y que habíamos resuelto de manera empírica (la cual podría atribuirse a la ubicación de k' en el grupo de restricciones), el subíndice k' se mantiene ahora únicamente en (i) y en su lado izquierdo, como se aprecia en (6), (7) y (8) –incluso, podíamos haber usado otro término, pero decidimos dejarlo como k' para mantener la idea de Kim y Lewis (1987), de que la letra “k” es la seleccionada para relacionarse con los días transcurridos–.

Como consecuencia, al ser k el subíndice de $DZ_{m,k}$ (que reemplaza a $S_{m,k'}$, de Kim y Lewis, 1987) en lugar de k' , se asegura que en la ecuación de restricción de disponibilidad de cada día se emplee el valor de k' más grande (como concluimos al resolver la confusión), lo cual, en pocas palabras, se trata del día más reciente, por lo que el subíndice k sería suficiente.

8. Sobre el paso de un día a otro:

Este último comentario se refiere a un aspecto que, según entendemos, está implícito en el modelo de Kim y Lewis (1987). Como ejemplo, vayamos al caso de $R = 1$ y supongamos que cada día se producen tres lotes del mismo tipo de aleación (podrían ser diferentes también), y que siempre los lotes se producen en el mismo horario. Teóricamente, si el tiempo de retorno fuera exactamente un día (24 horas), la chatarra interna que se generaría de la producción del lote 1 del día 1, luego de ser tratada, no podría estar disponible para el lote 1 del día 2 dado que, por una cuestión de tiempo (lo que dura el trabajo en dicho primer lote), aún no estaría lista para ser usada; recién lo estaría para el lote 2 del día 2 (y, si hubiéramos considerado aleaciones diferentes, habría que esperar hasta el lote 1 del día 3 para poder usar la chatarra interna del lote 1 del día 1, tomando en cuenta orden y horario iguales). Así, surge la sexta suposición específica:

Suposición E6. Para la consideración del tiempo de retorno no se toma en cuenta el horario dentro de un día en que se hayan producido los lotes.

La suposición anterior busca simplificar el entendimiento de la aplicación del tiempo de retorno, y está basada en que no es necesario añadir la complicación del horario (matemáticamente) a una operación específica, a menos que se evidencie lo contrario. En la realidad, el ingrediente recirculante podría estar procesado para su uso un pequeño tiempo antes o después de cumplirse el tiempo de retorno. Queda a decisión de la empresa el empleo

de distintos tiempos de retorno, según el modelo matemático, de acuerdo con el día o con el tipo de chatarra interna.

En nuestro caso de estudio, los 4 días del tiempo de retorno como constante para el modelo matemático para el polvo de estaño se considera suficiente. Adicionalmente, de manera general, la chatarra interna generada en la producción de los lotes de hoy podría utilizarse para los lotes a producir en los días posteriores; es decir, no debe adoptarse una visión restrictiva como la siguiente: “la chatarra interna del lote 1 solo se usará para producir el lote 2”. Los mismos principios se aplican también cuando exista más de una clase de chatarra interna.

Restricciones de disponibilidad para los combustibles

La representación matemática de las restricciones de disponibilidad para los combustibles se muestra a continuación.

$$\sum_{j=1}^{M_k} V_{n,j,k} \leq DC_{n,k}, \text{ para todo } n, k \quad (9)$$

Definición de variables

$DC_{n,k}$: Cantidad de toneladas disponibles del combustible n en el día k .

Comentarios informativos

Los comentarios informativos son enumerados a continuación.

1. Sobre la necesidad del grupo de restricciones:

Como el uso de los combustibles es incluido en el modelo matemático, era necesario limitar su disponibilidad, para lo cual se utilizó la misma forma de las restricciones de disponibilidad para los ingredientes de los tipos 1 y 2.

2. Sobre las disponibilidades de los combustibles:

En relación con los combustibles, fuimos provistos por la empresa Fundición, S. A., de los valores de disponibilidad en metros cúbicos por día (m^3 / día) que se muestran en la tabla 4.7 bajo el título “Disponibilidad dada”. Para transformar dichas unidades a toneladas por día (t / día), se multiplicaron las cantidades proporcionadas por las densidades de la tabla 4.3 y se

obtuvieron los valores que aparecen bajo el título “Conversión t / día” en la tabla 4.7. Sin embargo, al introducir estos valores en el modelo matemático en pruebas preliminares, se llegó a las mismas dificultades que con los ingredientes de carbón y de concentrado: las disponibilidades diarias para los combustibles no eran suficientes para que el modelo pudiera ejecutarse correctamente (en este sentido, las proporciones del uso de combustibles se muestran en la sección Restricciones para el empleo de los combustibles, específicamente, en la tabla 4.12).

Entonces, para corregir las disponibilidades diarias ingresadas al modelo matemático, se forzó a este a producir tomando en consideración la máxima capacidad del horno y disponibilidades ilimitadas de combustible. Con ello se halló, de manera aproximada, las cantidades máximas a emplear de cada combustible para el trabajo de un lote. Los valores obtenidos fueron redondeados al entero superior y multiplicados por el número de lotes trabajados en un día, que es 4. Así, bajo el título “Disponibilidad definitiva”, en la misma tabla 4.7 se muestran las disponibilidades diarias corregidas.

Tabla 4.7 Disponibilidades diarias para los combustibles

COMBUSTIBLE	Disponibilidad dada (m ³ / día)	DENSIDAD t / m ³	CONVERSIÓN t / día	Disponibilidad definitiva (t / día)
Gas natural	36772.467	0.000753	27.69	44
Aire	234000.000	0.001300	304.20	376
Oxígeno	42645.267	0.001429	60.94	96

Fuente: Solicitud de información a personal autorizado de planta.
Corrección propia de disponibilidades. Elaboración propia de tabla.

Cabe mencionar que, al igual que para las disponibilidades diarias ingresadas al modelo matemático de los ingredientes de los tipos 1 y 2, la empresa bajo estudio no necesariamente debe contar diariamente en su almacén con las disponibilidades mostradas en la tabla 4.7 (en “Disponibilidad definitiva”) para poder trabajar con el modelo. Es decir, éste necesita que se ingresen valores de disponibilidad suficientemente grandes para que pueda ejecutarse y otorgar resultados, dado que, de lo contrario, es posible que el *software* empleado otorgue un mensaje de error³⁸.

³⁸ Esto nos sucedió con el *software* Lingo 9.0. Sin embargo, es un aspecto que puede esperarse, ya que se le estaría forzando a cumplir restricciones que, de no contar con los valores adecuados, no pueden lograrse.

Restricciones para la formación de *pellets*

La representación matemática de las restricciones para la formación de *pellets* de concentrado de flotación y polvos se muestra a continuación.

$$Y_{2,j,k} - Z_{1,j,k} = 0, \text{ para todo } j, k \quad (10)$$

Comentarios informativos

Los comentarios informativos son enumerados a continuación.

1. Sobre la necesidad del grupo de restricciones:

Como bien ya se conoce, el polvo de estaño es unido con el concentrado de flotación para formar el ingrediente “*pellets* de concentrado de flotación y polvos”. En principio, fue necesario tratar ambos sub-ingredientes por separado para definir sus restricciones de disponibilidad, dado que ésta se genera a través de procesos distintos. Asimismo, se consideraron las composiciones químicas de ambos sub-ingredientes de forma independiente, sin que esto llegue a afectar los resultados del modelo.

Es importante indicar que tratar ambos ingredientes por separado es completamente válido, ya que la producción del *pellet* implica un proceso únicamente físico de aglomeración entre el concentrado de flotación y los polvos del proceso de fundición con la ayuda de agua o algún agente aglomerante, es decir, que no involucra una reacción química que implique que las propiedades de ambos sub-ingredientes se vean alteradas. En sí, la necesidad operativa de aglomerar estos para la formación de los *pellets* es permitir contar con un producto de mayor granulometría, lo que facilita su manipuleo de retorno hasta el horno y reduce, en consecuencia, las pérdidas de este ingrediente final con alto contenido de estaño en el ambiente.

Por ello, con la finalidad de incluir la formación de estos *pellets* en el modelo matemático, se añadió el grupo de restricciones mostrado, el cual relaciona las variables $Y_{2,j,k}$, el concentrado de flotación, con $Z_{1,j,k}$, el polvo de estaño.

2. Sobre el diseño de las restricciones:

De acuerdo con la información que nos fue provista por la empresa Fundición, S. A., la proporción promedio utilizada para la formación de los *pellets* de concentrado de flotación y

polvos es la siguiente: en peso para una tonelada de ingrediente, 50% de polvo de estaño y 50% de concentrado de flotación.

Restricciones de balance químico para el cumplimiento de límites

La representación matemática de las restricciones de balance químico para el cumplimiento del límite inferior y los límites superiores se muestra a continuación.

$$\sum_{i=1}^L W_h AP_{h,i} X_{i,j,k} + \sum_{l=1}^O W_h AD_{h,l} Y_{l,j,k} + \sum_{m=1}^T W_h AS_{h,m} Z_{m,j,k} \leq LS_{h,j,k} (0.5N_{j,k}), \text{ para todo } h, j, k \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^L W_h AP_{h,i} X_{i,j,k} + \sum_{l=1}^O W_h AD_{h,l} Y_{l,j,k} + \sum_{m=1}^T W_h AS_{h,m} Z_{m,j,k} \geq E_{j,k}, \text{ para todo } h, j, k \quad (12)$$

Definición de variables

W_h : Ratio de recuperación en porcentaje del elemento químico h .

h : Índice de elementos o compuestos químicos presentes en la producción del lote j ,

$h = 1, 2, \dots, Q$, Q indica el número máximo de elementos químicos presentes.

$AP_{h,i}$: Cantidad en porcentaje del elemento químico h contenido en el ingrediente i .

$AD_{h,l}$: Cantidad en porcentaje del elemento químico h contenido en el ingrediente l .

$AS_{h,m}$: Cantidad en porcentaje del componente químico h contenido en el ingrediente m .

$LS_{h,j,k}$: Límite superior en porcentaje del elemento químico h para producir el lote j el día k .

$E_{j,k}$: Cantidad mínima de toneladas de estaño a producir en lote j del día k .

Comentarios informativos:

Los comentarios informativos son enumerados a continuación.

1. Sobre el subíndice h :

El número máximo de elementos y compuestos químicos, Q , con que se trabaja para el modelo matemático es 16, a pesar de que no todos ellos resultan ser relevantes en el metal crudo líquido producto de la fundición. Así, en la tabla 4.8 se muestra cada elemento o compuesto químico considerado y su correspondiente valor de h .

Tabla 4.8 Componentes químicos considerados

<i>h</i>	1	2	3	4	5	6	7	8
Componente	Sn	Fe	As	Cu	Sb	Pb	Ca o CaO	Al ₂ O ₃
<i>h</i>	9	10	11	12	13	14	15	16
Componente	SiO ₂	S	C	Zn	In	FeO	MgO	P

Fuente: Solicitud de información a personal autorizado de planta.
Elaboración propia de tabla.

Es evidente que el principal elemento que establece la calidad del metal crudo es el contenido de estaño ($h = 1$), pero, por otro lado, también la presencia de otros contaminantes, tales como el fierro ($h = 2$), el arsénico ($h = 3$), el cobre ($h = 4$), el antimonio ($h = 5$), el plomo ($h = 6$), el zinc ($h = 12$) y el indio ($h = 13$), dicta la calidad del producto final, en tal medida que es común que el concentrado, en términos generales para las empresas de fundición, al ser comprado es sometido a penalidades económicas si presenta estos elementos, debido a atribuciones de eficiencia del proceso metalúrgico mismo de fundición y refinación requeridos para retirar estos contaminantes. La presencia de los demás componentes no significa ningún perjuicio a la calidad del metal crudo como tal.

Debe notarse que, en el caso de $h = 7$, se considera indistintamente la designación de *Ca* o *CaO*, debido a que los análisis químicos convencionales son capaces de identificar únicamente la presencia de *CaO* como compuesto y no el *Ca* como elemento elemental, lo mismo sucede con el *Al₂O₃* ($h = 8$), el *SiO₂* ($h = 9$) y el *MgO* ($h = 15$), los cuales se encuentran predominantemente conformando la escoria. Para propósitos de unificación de resultados químicos entre nuestro modelo y lo que ocurre a nivel industrial, al referirnos a la presencia de *Ca*, *Al*, *Si* y *Mg*, lo haremos como el óxido del metal respectivamente.

2. Sobre las variables $AP_{h,i}$, $AD_{h,l}$, $AS_{h,m}$:

Las variables mencionadas son utilizadas para introducir las composiciones químicas de los ingredientes en el modelo, las cuales se adoptan como constantes (notar que las variables no incluyen los subíndices j y k , tal y como son expresadas en el modelo de Kim y Lewis, 1987). Esto se debe a que, a pesar de que siempre podrán presentarse variaciones en la composición química de un mismo ingrediente en el tiempo, el rango de estas variaciones – dentro de nuestro horizonte de planificación – es casi despreciable, porque, por ejemplo, los concentrados, que significan el mayor aporte de la carga, son obtenidos a partir de campañas de minado sobre una misma área mineralizada, con duraciones de varios meses. El mismo

criterio se aplica para los demás ingredientes –como el carbón y la caliza– provenientes de canteras con poca variación mineralógica. Por lo tanto, para fines prácticos la composición química de los ingredientes, puede asumirse constante en este pequeño periodo de 30 días bajo estudio.

Así, en la tabla 4.9 se muestran las composiciones químicas de los ingredientes usados en la fundición. Cabe destacar los siguientes puntos:

- ✓ Se ha colocado la composición química compuesta de la caliza dolomítica y travertino, para lo cual se puede revisar la tabla 4.5.
- ✓ En el caso del carbón, en peso está conformado según se muestra en la tabla 4.10. Sin embargo, al igual que con la humedad presente en los concentrados, para el carbón trabajamos sin considerar la humedad contenida, la materia volátil ni las cenizas contenidas en el mismo carbón –estos dos últimos parámetros indican la proporción de carbón que no presentaría reacción dentro del horno–. La suposición anterior se fundamenta en que el contenido de humedad, materia volátil y cenizas en el carbón tiene un rango de fluctuación muy estrecho, y por ende es casi constante, y que dentro de las operaciones de fundición, la totalidad de los ingredientes que ingresan al horno son pesados sin descontar la humedad contenida ni elementos inertes químicamente; en otras palabras, se trabaja con pesos totales, sin que esto conlleve alteraciones significativas en los resultados finales.
- ✓ En realidad, a pesar de que en la tabla 4.9 se indica que los ingredientes de carbón tienen un contenido de 100% de este elemento químico, existen otros elementos y compuestos químicos presentes en las cenizas, las cuales fueron analizadas aparte por la empresa Fundición, S. A., la misma que concluye que son contenidos intrascendentes.
- ✓ Se ha colocado las composiciones del polvo de estaño y el concentrado de flotación de forma independiente, ya que se trabajan de forma separada en el modelo matemático –recordemos que la producción del *pellet* implica un proceso únicamente físico de aglomeración entre el concentrado de flotación y los polvos del proceso de fundición con la ayuda de agua o algún agente aglomerante, es decir, que no involucra una reacción química que implique que las propiedades de ambos sub-ingredientes se vean alteradas; además, el uso de *pellets* como tales ya está regulada por las Restricciones para la formación de *pellets*–.

Tabla 4.9 Composiciones químicas en porcentaje (%)

Carbon antracita (para fusión y reducción)															
Sn	Fe	As	Cu	Sb	Pb	CaO	Al ₂ O ₃	SiO ₂	S	C	Zn	In	FeO	MgO	P
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	100.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Mineral de hierro															
Sn	Fe	As	Cu	Sb	Pb	CaO	Al ₂ O ₃	SiO ₂	S	C	Zn	In	FeO	MgO	P
0.0000	65.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.2500	0.1500	3.5000	0.1000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0100
Caliza															
Sn	Fe	As	Cu	Sb	Pb	CaO	Al ₂ O ₃	SiO ₂	S	C	Zn	In	FeO	MgO	P
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	41.7709	0.0547	2.8118	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.5941	0.0000
Concentrado gravimétrico															
Sn	Fe	As	Cu	Sb	Pb	Ca	Al ₂ O ₃	SiO ₂	S	C	Zn	In	FeO	MgO	P
64.4032	3.1651	0.0693	0.0107	0.0237	0.0096	0.1163	2.0838	9.1316	0.4084	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Concentrado de flotación															
Sn	Fe	As	Cu	Sb	Pb	Ca	Al ₂ O ₃	SiO ₂	S	C	Zn	In	FeO	MgO	P
53.1745	6.0471	0.0750	0.0195	0.0252	0.0088	0.3680	2.8836	12.5475	0.4937	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Dross de hierro															
Sn	Fe	As	Cu	Sb	Pb	Ca	Al ₂ O ₃	SiO ₂	S	C	Zn	In	FeO	MgO	P
72.1323	14.1625	4.2264	0.0000	2.0235	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Escoria marginal															
Sn	Fe	As	Cu	Sb	Pb	CaO	Al ₂ O ₃	SiO ₂	S	C	Zn	In	FeO	MgO	P
1.7608	12.0920	0.0574	0.0000	0.0317	0.0000	22.3580	9.5053	34.4314	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	15.5564	4.2071	0.0000
Polvo de estaño															
Sn	Fe	As	Cu	Sb	Pb	Ca	Al ₂ O ₃	SiO ₂	S	C	Zn	In	FeO	MgO	P
58.0000	0.4220	0.9830	0.0500	0.1950	0.1040	0.0000	0.0000	0.0000	0.8380	0.0000	2.9950	0.4450	0.0000	0.0000	0.0000

Fuente: Solicitud de información a personal autorizado de planta.
Corrección propia realizada a la composición química de la escoria marginal. Elaboración propia de tabla.

- ✓ En el caso de la escoria marginal, los porcentajes de concentración de los diversos elementos y compuestos químicos superaban el 100%. Ante esto, decidimos aplicar la programación lineal para hallar un factor que multiplicara a cada uno de dichos porcentajes, con tal de que la suma sea 100%. En términos prácticos, como la escoria marginal es un ingrediente cuyo fin es aportar estaño a la mezcla y, además, cuyo contenido de estaño (antes de la corrección) era, de por sí, pequeño (en comparación con el concentrado gravimétrico, que es el ingrediente principal, la escoria marginal posee, aproximadamente, 97% menos estaño³⁹), la reducción adicional introducida por el factor de corrección, que es 0.917, no llegaría a ser matemáticamente relevante, por lo que justificamos trabajar de esta manera⁴⁰.
- ✓ En el caso de los demás ingredientes, en ninguno de ellos la suma de los porcentajes llega a 100%. Ante esto, interpretamos que el resto de componentes químicos que no fueron provistos no es relevante, o que su presencia dentro del producto final no afecta la calidad del metal crudo ya que no serían contaminantes que sean castigados económicamente.

Tabla 4.10 Conformación del carbón en porcentaje (%)

Fijo	Volátil	Cenizas	H2O
82.674	4.724	10.094	2.508

Fuente: Solicitud de información a personal autorizado de planta.
Edición propia de tabla.

3. Sobre la variable W_h :

La manera como Kim y Lewis (1987) definen inicialmente el ratio de recuperación se confunde al comparar dicha definición con la definición de la variable que la representa. Siendo precisos, en la suposición 2 de su trabajo se explica lo siguiente: “Los materiales de la carga se pierden durante la fundición dado que alguna porción del material de la carga se vuelve gaseosa o queda atrapada en la fase de escoria durante la fundición y la refinación. Este porcentaje se asume conocido y es llamado ratio de recuperación” (1987: 737, traducción propia). De aquí se entiende que el porcentaje está referido a la cantidad de toneladas de ingrediente que se pierde. No obstante, en la definición de la variable se expresa

³⁹ Este valor se halló a partir de la operación siguiente: (S_n en concentrado de flotación – S_n en escoria marginal) / S_n en concentrado de flotación.

⁴⁰ Recordemos también que la escoria marginal es un ingrediente que se acumuló en años anteriores en la planta, dado que no podía desperdiciarse su contenido metálico de estaño, aunque no fuera relativamente alto. Llegará un punto en que ya no haya escoria marginal y se deje de utilizar el ingrediente, dado que la escoria que se produce actualmente, debido a que su contenido de estaño es suficientemente bajo, es enviada a tratamiento para que sea transportada a la mina.

que el ratio de recuperación, W_h , está referido a un elemento químico específico (1987: 738), y no se trata del porcentaje que representa lo que se pierde, sino del que representa lo que finalmente se mantiene en la mezcla principal.

En este sentido, mediante el estudio de las pruebas preliminares realizadas al modelo matemático en un mecanismo de prueba y error, nos dimos cuenta de que, en realidad, el ratio de recuperación está más asociado con el grado en que se producen las reacciones químicas esperadas que con la redistribución física de los elementos y compuestos químicos. Es decir, lo que sucede en el horno no es únicamente una distribución física de elementos, sino que las reacciones químicas involucradas acompañan la formación de nuevos compuestos que pueden dirigirse tanto al metal crudo como a la escoria. Por otro lado, si consideramos que una reacción química es ineficiente y que muy pocas veces se realiza de manera completa, es factible prever que se tengan elementos que podrían haber reaccionado desde una perspectiva teórica, pero que no lo hacen al finalizar el proceso.

En nuestro caso de estudio, tenemos que el estaño ingresa inicialmente al horno formando el compuesto químico SnO_2 , óxido de estaño, y que los ingredientes cuyo fin principal es aportar estaño llegan a tener un contenido metálico de este elemento de hasta alrededor de 60%, como se aprecia en la tabla 4.9. Sin embargo, en promedio, el contenido metálico de estaño en el metal crudo líquido final es de 98%, tal y como se muestra en la tabla 4.11, la cual presenta valores máximos y mínimos hallados en análisis químicos del metal crudo llevados a cabo en la planta sujeta de estudio, así como las cantidades promedio⁴¹, todo para los elementos y compuestos químicos principales que conforman el metal crudo, producto principal de la fundición.

Tabla 4.11 Análisis químico del metal crudo líquido en porcentaje (%)

Ingrediente	Sn	Fe	As	Cu	Sb
Máximo	99.4446	0.2790	1.0792	0.7959	1.6636
Mínimo	97.1239	0.0270	0.1778	0.0461	0.1542
Promedio	98.2599	0.1727	0.4220	0.3471	0.5716

Ingrediente	Pb	In	Zn	S	Bi
Máximo	0.0099	0.0188	0.0131	0.0001	0.0042
Mínimo	0.0042	0.0071	0.0004	0.0001	0.0011
Promedio	0.0050	0.0114	0.0029	0.0001	0.0020

Fuente: Solicitud de información a personal autorizado de planta.
Edición propia de tabla.

⁴¹ No nos referimos a la obtención del promedio entre las cantidades máximas y mínimas mostradas, sino a promedios que parten también de los análisis químicos.

Cabe mencionar que el bismuto (*Bi*) no fue considerado para la aplicación del modelo matemático, debido a que no nos fueron proporcionadas las proporciones de bismuto contenidas en los distintos ingredientes. Es decir, que a pesar de que el bismuto es considerado un producto contaminante, su contenido actual en los ingredientes al horno es tan bajo que puede considerarse despreciable.

Volviendo al tema del ratio de recuperación y como conclusión, tomando en cuenta lo dicho anteriormente, para nuestra investigación decidimos interpretarlo como una calificación de la manera en que reaccionan los distintos elementos y compuestos químicos. Ahora, para hallar los ratios que utilizamos, a manera de simplificación, realizamos tres consideraciones:

C1: Para los elementos y compuestos químicos que no aparecen en la tabla 4.11, respecto de la tabla 4.8, el ratio de recuperación se toma como 0%, lo cual se debe a su inexistencia o irrelevancia. Estos componentes son: *Ca* (o *CaO*), *Al₂O₃*, *SiO₂*, *C*, *FeO*, *MgO* y *P*.

C2: Para los elementos y compuestos químicos que sí aparecen en la tabla 4.11, excepto para el estaño y el azufre, el ratio de recuperación se toma como 4%, valor que fue hallado empíricamente. Es decir, considerando las características de nuestro modelo y el uso de números enteros, si se empleaba 5% como ratio de recuperación para dichos componentes químicos, al ejecutarse la programación matemática, el *software* Lingo 9.0 otorgaba un mensaje de error. Por lo tanto, 4% era el máximo ratio a utilizar. Los componentes químicos involucrados son: *Fe*, *As*, *Cu*, *Sb*, *Pb*, *Zn* e *In*. Para el azufre (*S*) se consideró un ratio de recuperación de 0% para que el modelo pudiera ejecutarse en dicho *software*⁴² (es decir, para evitar que las restricciones se vuelvan contradictorias), lo cual puede justificarse inmediatamente por el hecho de que su presencia en el metal crudo es casi inexistente, como se muestra en la tabla 4.11.

C3: Para el estaño se empleó el valor de 98%, principalmente, por el nivel de pureza del metal crudo líquido en cuanto a este metal, que rodea el 98%, como se muestra en la tabla 4.11.

En cuanto a la segunda consideración, en realidad, podría utilizarse un valor inferior a 4%, y uno diferente para cada uno de los componentes químicos correspondientes. Esto se debe a

⁴² Mientras que para los componentes químicos *Fe*, *As*, *Cu*, *Sb*, *Pb*, *Zn* e *In* se trabajó en bloque para llegar al valor de 4%, se tomó *S* por separado. De lo contrario, si este elemento era incluido en el bloque, el ratio para todos ellos hubiera tenido que ser también de 0%, o un valor muy reducido.

que, matemáticamente, dichos componentes no representan un aspecto relevante en comparación con el estaño, lo cual es predecible ya que las reacciones químicas del proceso están dirigidas a la reducción del estaño en particular. Es decir, en la mezcla final, en peso, el contenido de estos componentes es bastante reducido respecto del contenido de estaño de acuerdo con los análisis hechos en la realidad, y es esto lo que el modelo matemático debe reflejar. Por ello, con fines de simplificación, creemos suficiente utilizar el límite de 4% calculado empíricamente⁴³.

Respecto de la tercera consideración, debemos considerar que, en la práctica, el rendimiento real de una reacción casi siempre es menor que el rendimiento teórico, y esto se debe a diversas razones, tales como la reversibilidad de las reacciones, o que algunos productos pueden seguir experimentando reacción entre sí –o con otros reactivos– para formar todavía otros productos más complejos, de manera que estas reacciones complementarias reducen el rendimiento de la reacción principal. Para nuestro caso, hemos considerado adecuado un ratio de recuperación de 98%, el cual representa el nivel promedio de pureza obtenido de la fundición y significa que, a pesar de que las reacciones en el horno están direccionadas a recuperar todo el estaño, esto no se realiza completamente por lo antes expuesto.

En relación con las tres consideraciones presentadas, mostramos la séptima suposición específica a continuación:

Suposición E7. *Los ratios de recuperación son hallados de manera práctica para el modelo matemático, lo cual se considera suficiente.*

La suposición se soporta en el sustento presentado para las tres consideraciones señaladas y se centra en permitir un camino diferente para hallar los ratios de recuperación. De lo contrario, extensos estudios tanto de la termodinámica de las reacciones químicas presentes a altas temperaturas, así como de su cinética, serían necesarios para determinar un ratio que represente de manera exacta el rendimiento químico. Estos estudios adicionales no forman parte del objetivo principal del presente estudio de investigación, y por ello se considera factible asumirlos de una manera práctica.

⁴³ Recordemos que este valor de 4% es el máximo para que el *software* Lingo 9.0 permita la ejecución del modelo. No estamos afirmando que, químicamente, 4% es lo que realmente sucede en cuanto al ratio de recuperación. A pesar de ello, dicho valor se justifica dado que, en la realidad, todos los componentes químicos excepto por el estaño se separan en gran medida del metal crudo líquido final. Capturar esta realidad química en un modelo matemático podría ser muy complicado.

Cabe mencionar que los ratios de recuperación se mantienen constantes para un mismo elemento o compuesto químico en todos los lotes del horizonte de planificación, lo cual es una suposición que tomamos de Kim y Lewis (1987), y que se refleja en que la variable para el ratio de recuperación es W_h y no $W_{h,j,k}$. Así, tenemos la octava suposición específica:

Suposición E8. *Los ratios de recuperación se mantienen constantes para los 30 días del horizonte de planificación.*

La suposición anterior se basa en que las reacciones metalúrgicas involucradas se producen con un rendimiento constante, propio de la termodinámica (temperatura y presión dentro del horno) ya establecida, y que se repite en cada lote de manera casi constante. Las variaciones de rendimiento debido a distintas calidades de los ingredientes se asumen como despreciables.

4. Sobre la variable $LS_{h,j,k}$:

Los límites superiores, representados por la variable $LS_{h,j,k}$, se aplican sobre los componentes químicos de la tabla 4.8 excepto por el estaño, y son porcentajes que representan el máximo contenido permitido del componente para el metal crudo en el modelo matemático.

Sin embargo, en la realidad la empresa sujeta de estudio no establece especificaciones definitivas para los componentes químicos cuando se produce el metal crudo, sino que controla, principalmente, el contenido metálico de estaño en la mezcla y trata de que los demás componentes se mantengan relativamente bajos en contenido de acuerdo con ciertos parámetros. Es recién en la operación de refinación cuando se definen las calidades finales para el metal líquido.

A pesar de ello, se han definido límites máximos para los componentes a los que se hizo referencia anteriormente, los cuales se explican a continuación:

- ✓ Para los componentes Fe , As , Cu , Sb , Pb , In y Zn se trabajó con los límites máximos 0.2790%, 1.0792%, 0.7959%, 1.6636%, 0.0099%, 0.0188% y 0.0131%, respectivamente, que son los porcentajes de contenido máximo provenientes del análisis químico mostrado en la tabla 4.11.
- ✓ Para los componentes Ca (o CaO), Al_2O_3 , SiO_2 , S , C , FeO , MgO y P se trabajó con un límite máximo de 100%, lo cual no significa que esté permitido que estén

presentes en amplias proporciones en peso en el metal crudo líquido final, sino que son estos los componentes que tienen como ratio de recuperación un 0%, por lo cual el límite de 100% no es relevante teóricamente⁴⁴.

Como bien se habrá notado, en el lado derecho de (11) hay una modificación respecto de la estructura propuesta por Kim y Lewis (1987). Para empezar, se está empleando la variable $N_{j,k}$, que es la suma de toneladas de ingredientes para el lote j del día k , en lugar de $M_{j,k}$. En segundo lugar, aparece el valor de 0.5 multiplicando a $N_{j,k}$, factor que se sustenta en que, según la información que nos fue provista, el 7% de la carga total se libera como polvos y el 43%, como escoria. Por lo tanto, tenemos que el metal crudo representa en peso, aproximadamente, el 50% de lo que ingresó inicialmente al horno. Entonces, dado que los límites máximos se deben aplicar para el metal crudo final, existía un mayor nivel de precisión al considerar su cantidad total de toneladas, aquel 50% señalado⁴⁵.

5. Sobre la variable $E_{j,k}$:

Para el límite inferior se adoptó un enfoque distinto, el cual está basado en la cantidad de toneladas de estaño a producir. Como la idea básica de las restricciones para el límite inferior, en nuestro caso, es establecer la cantidad mínima de estaño que debe producirse para un lote específico, y como resultado de nuestro análisis de las pruebas preliminares hechas al modelo⁴⁶, se decidió que era mejor incluir directamente lo que debía producirse de estaño.

A partir de lo anterior, tomando en cuenta un ratio de recuperación para el estaño de 98% (que es el ratio que se usa para las pruebas oficiales del modelo), se encontró que la máxima cantidad de estaño que se puede producir, considerando un decimal, es de 69.1 t, sin que se

⁴⁴ Se intentó utilizar como límite máximo 0%, pero el *software* Lingo 9.0 otorgaba un mensaje de error a pesar de que se estaban aplicando ratios de recuperación también de 0%. Por lo tanto, se decidió emplear límites de 100%, dado que, en sí, no hacía ninguna diferencia.

⁴⁵ De lo contrario, se podría estar permitiendo el paso de una mayor cantidad de toneladas de componentes químicos no deseados. Y si se tratara de los límites mínimos, se estaría exigiendo una producción que tal vez no podría alcanzarse (en ambos casos se está considerando que existe generación de chatarra interna, o de productos secundarios luego de la fundición).

⁴⁶ Además, era necesario que se fuerce al modelo a producir, dado que, según su estructura, si se incluye un porcentaje de límite inferior que multiplique a $(0.5N_{j,k})$, equivalente al caso del límite superior, los resultados mostrarían una producción inexistente, lo cual se debe a que la función objetivo es de minimización de costos y que, como consecuencia, con ser $N_{j,k} = 0$ se cumplen todas las restricciones.

exceda la capacidad máxima del horno de 130 t para los 30 días del horizonte de planificación⁴⁷.

Restricciones para el empleo de ingredientes del tipo 1

La representación matemática de las restricciones para el empleo de los ingredientes del tipo 1 (ver tabla 4.1) se muestra a continuación.

$$Y_{1,j,k} + Y_{2,j,k} + Z_{1,j,k} - H_{j,k} = 0, \text{ para todo } j, k \quad (13)$$

$$X_{i,j,k} - r_i H_{j,k} \geq 0, \text{ para } i = 1, 2 \text{ y todo } j, k \quad (14)$$

$$X_{i,j,k} - s_i N_{j,k} \geq 0, \text{ para } i = 3, 4 \text{ y todo } j, k \quad (15)$$

$$p_r X_{1,j,k} - p_f X_{2,j,k} \geq 0, \text{ para todo } j, k \quad (16)$$

Definición de variables

$H_{j,k}$: Cantidad total de toneladas agregadas al horno de concentrado gravimétrico, concentrado de flotación y polvo de estaño en el lote j del día k .

r_i : Ratio con que el ingrediente i es usado en relación con la cantidad total de toneladas de concentrado gravimétrico, concentrado de flotación y polvo de estaño agregadas a un lote. $i = 1, 2$.

s_i : Ratio con que el ingrediente i es usado en relación con la cantidad de carga total de un lote. $i = 3, 4$.

p_r : Proporción promedio con que se usa el carbón para reducción en un lote respecto de su carga total.

p_f : Proporción promedio con que se usa el carbón para fusión en un lote respecto de su carga total.

Comentarios informativos

Los comentarios informativos son enumerados a continuación.

1. Sobre la necesidad del grupo de restricciones:

En nuestro caso de estudio, como ya se ha explicado anteriormente, no todos los ingredientes son agregados al horno para aportar estaño a la mezcla, sino que una parte de ellos tiene por finalidad favorecer determinadas reacciones químicas destinadas a la purificación del metal crudo líquido. Por ello, además de las restricciones para el cumplimiento de los límites

⁴⁷ Esto lo indicamos dentro del ámbito de las características matemáticas del modelo matemático, mas no necesariamente de la realidad, por supuesto.

máximos y mínimos de los distintos elementos químicos, fue necesario crear restricciones que representaran la manera en que dichos ingredientes –los del tipo 1– eran añadidos. Para ello, se tomó la decisión de generar relaciones basadas en ratios, tal y como se muestra en (14), (15) y (16), y así evitar mayores complicaciones en el modelo matemático.

2. Sobre las variables $H_{j,k}$ y r_i :

La variable $H_{j,k}$ se creó para representar la suma total de concentrado gravimétrico, concentrado de flotación y polvo de estaño que se agrega al horno para el trabajo de un lote. La idea de la variable $H_{j,k}$ es relacionar ésta con el carbón para fusión ($X_{1,j,k}$) y el carbón para reducción ($X_{2,j,k}$) para representar matemáticamente las reacciones químicas involucradas entre estos ingredientes y el óxido de estaño, que es el compuesto químico predominante en el concentrado gravimétrico, el concentrado de flotación y los polvos de estaño. Mediante estas relaciones es entonces posible introducir la estequiometría asociada a las ecuaciones químicas fundamentales en la reducción de óxidos de estaño empleando agentes reductores, en nuestro caso, el carbón.

Dicho esto, los ratios utilizados para relacionar los ingredientes de carbón con la variable $H_{j,k}$ están identificados con la variable r_i ($i = 1, 2$), y fueron calculados a partir de información sobre cantidades promedio de toneladas de ingredientes para el trabajo de un lote que nos fue provista por la empresa Fundición, S. A. Así, tenemos que $r_1 = 0.1357$ y $r_2 = 0.05$, y son los ratios que se utilizan para todos los lotes del horizonte de planificación.

3. Sobre la variable s_i :

En el caso del mineral de hierro ($X_{3,j,k}$) y la caliza ($X_{4,j,k}$), se decidió relacionar estos ingredientes con la cantidad de carga total, $N_{j,k}$, debido a que, a diferencia del caso de los carbones, aquellos no forman parte de la ecuación química fundamental para la reducción de los óxidos de estaño. En sí, el uso del mineral de hierro y la caliza se justifica en que, dentro del horno, permiten la generación de escoria que metalúrgicamente protege al metal crudo de la atmósfera exterior, la cual oxidaría nuevamente el estaño libre reduciendo la eficiencia del proceso.

Dicho esto, los ratios utilizados para relacionar el mineral de hierro y la caliza con la variable $N_{j,k}$ están identificados con la variable s_i ($i = 3, 4$), y fueron calculados, asimismo, a partir de información sobre cantidades promedio de toneladas de ingredientes para el trabajo de un

lote que nos fue provista por la empresa Fundición, S. A. Así, tenemos que $s_3 = 0.0018$ y $s_4 = 0.0178$, y son los ratios que se utilizan para todos los lotes del horizonte de planificación.

4. Sobre las variables p_r y p_f :

Las restricciones (16) fueron creadas para asegurar que se mantenga la proporción en que se utilizan los dos ingredientes de carbón. Es decir, en la realidad, durante la etapa de fusión se tiene el mayor consumo de carbón debido a la mayor presencia de óxido de estaño disponible para reaccionar, mientras que, en la etapa de reducción, gran parte del óxido de estaño ya reaccionó para generar estaño libre y, por ende, el carbón que se consume en esta etapa es menor. Por lo tanto, no sería adecuado a la realidad que el modelo matemático, al ejecutarlo, otorgue resultados que muestren lo contrario⁴⁸.

Entonces, al igual que en los casos anteriores, se utilizaron ratios identificados con las variables p_r (proporción en que se agrega el carbón para reducción) y p_f (proporción en que se agrega el carbón para fusión), basados en la información sobre cantidades promedio de toneladas de ingredientes para el trabajo de un lote que nos fue provista por la empresa Fundición, S. A. Así, tenemos que $p_r = 0.0309$ y $p_f = 0.0839$, y son los ratios que se utilizan para todos los lotes del horizonte de planificación.

5. Sobre los ratios empleados:

Como ha sido indicado, los ratios r_i , s_i , p_r y p_f se mantienen constantes a lo largo del horizonte de planificación. Esto se debe a que representan proporciones basadas en información sobre la manera en que la empresa Fundición, S. A., agrega al horno los ingredientes del tipo 1. La introducción de estos ratios se justifica debido a que es necesario indicar matemáticamente los consumos que permiten que las reacciones químicas se desarrollen de manera completa, es decir, que no exista una falencia de ingredientes tal que, al finalizar el proceso, signifique la presencia de concentrado de estaño sin reaccionar o que

⁴⁸ En algunas pruebas preliminares realizadas al modelo se encontró que el carbón para la reducción era agregado en mayores cantidades que el carbón para la fusión en el trabajo de un lote, lo cual se constituyó como un obstáculo. Es verdad que la forma matemática de las restricciones permitía que se diera el problema citado, sin embargo, esto no ocurría en el caso del mineral de fierro y la caliza, cuyos resultados de la ejecución del modelo sí eran compatibles con la realidad (tomando en cuenta que la forma de las restricciones correspondientes mantenía la misma estructura). Finalmente, aparte de la consideración teórica respecto del empleo del carbón en la fusión y la reducción, las ecuaciones (16) fueron necesarias para superar el obstáculo. Ahora, a pesar de lo anterior, en la versión definitiva del modelo el obstáculo ya no se presentaba, pero, de todas maneras, consideramos necesario mantener las ecuaciones (16) por un motivo de prevención.

genere insuficiente escoria para propósitos de protección del metal crudo de la atmósfera exterior; ni, por otro lado, que se agreguen ingredientes en exceso que signifique que estos se pierdan sin reaccionar en la escoria.

Por lo antes expuesto, es indiscutible que tales consumos corresponden únicamente a la experiencia ganada por el personal de la planta; por ello, se considera como ratios adecuados aquellos basados en información histórica promedio, y que pueden ser considerados constantes para nuestro horizonte de planificación.

Restricciones para el empleo de los combustibles

La representación matemática de las restricciones de disponibilidad para los combustibles se muestra a continuación.

$$V_{n,j,k} - f_n N_{j,k} \geq 0, \text{ para todo } n, j, k \quad (17)$$

Definición de variables

f_n : Ratio de utilización del combustible n definido como la cantidad usada de toneladas de dicho combustible por tonelada de carga total de ingredientes agregados al horno.

Comentarios informativos

Los comentarios informativos son enumerados a continuación.

1. Sobre la necesidad del grupo de restricciones:

Como el uso de los combustibles es incluido en el modelo matemático, era necesario introducir restricciones respecto de la manera en que serían empleados. Para esto, se utilizan ratios que representan las proporciones de utilización de los combustibles respecto de la cantidad total de toneladas de ingredientes añadidas al horno para el trabajo de un lote.

2. Sobre la variable f_n :

La variable f_n representa los ratios con que son empleados los combustibles para el trabajo de un lote. Así, fuimos provistos de los valores en metros cúbicos por tonelada de carga total fundida (m^3 / t) que se muestran en la tabla 4.12. Con el fin de que los ratios estén en unidades de toneladas de combustible por tonelada de carga total (t / t), se utilizaron, una vez

más, las densidades de la tabla 4.3; por consiguiente, se obtuvieron los valores definitivos para los ratios f_n , como se aprecia en la última columna a la derecha de la tabla 4.12.

Tabla 4.12 Ratios para el empleo de los combustibles

COMBUSTIBLE	RATIO m ³ / t	DENSIDAD t / m ³	RATIO t / t
Gas natural	104.620	0.000753	0.0788
Aire	555.011	0.001300	0.7215
Oxígeno	126.616	0.001429	0.1809

Fuente: Solicitud de información a personal autorizado de planta.
Elaboración propia de tabla.

4.3 Compilación del modelo matemático

El modelo matemático junto con la definición de variables asociadas al mismo se muestra en las líneas siguientes con el fin de que pueda apreciarse de manera conjunta. Cabe mencionar que el modelo cuenta con 3,721 restricciones y 1,680 variables (sin contar las notaciones matemáticas que son reemplazadas por valores numéricos para poder ejecutar el modelo, ya que, en sí, son también variables de trabajo).

Función objetivo

Minimizar

$$\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N CP_i X_{i,j,k} + \sum_{l=1}^O \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N CS_l Y_{l,j,k} + \sum_{m=1}^T \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N CH_m Z_{m,j,k} + \sum_{n=1}^C \sum_{j=1}^{M_k} \sum_{k=1}^N CC_n V_{n,j,k}$$

Restricciones de capacidad

$$\sum_{i=1}^L X_{i,j,k} + \sum_{l=1}^O Y_{l,j,k} + \sum_{m=1}^T Z_{m,j,k} - N_{j,k} = 0, \text{ para todo } j, k$$

$$N_{j,k} \leq \text{Max}_{j,k}, \text{ para todo } j, k$$

Restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 1

$$\sum_{j=1}^{M_k} X_{i,j,k} \leq DX_{i,k}, \text{ para todo } i, k$$

Restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 2

$$\sum_{j=1}^{M_k} Y_{l,j,k} \leq DY_{l,k}, \text{ para todo } l, k$$

Restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 3

$$\sum_{k'=1}^k \sum_{j=1}^{M_k} Z_{m,j,k'} \leq DZ_{m,k}, \text{ para todo } m, k$$

$$DZ_{m,k} = \sum_{p=1}^{k-R_m} \sum_{j=1}^{M_k} N_{j,p} Rec_m, \text{ para todo } k > R_m$$

$$DZ_{m,k} = 0, \text{ para todo } k \leq R_m$$

Restricciones de disponibilidad para los combustibles

$$\sum_{j=1}^{M_k} V_{n,j,k} \leq DC_{n,k}, \text{ para todo } n, k$$

Restricciones para la formación de pellets

$$Y_{2,j,k} - Z_{1,j,k} = 0, \text{ para todo } j, k$$

Restricciones de balance químico para el cumplimiento de límites

$$\sum_{i=1}^L W_h AP_{h,i} X_{i,j,k} + \sum_{l=1}^O W_h AD_{h,l} Y_{l,j,k} + \sum_{m=1}^T W_h AS_{h,m} Z_{m,j,k} \leq LS_{h,j,k}(0.5N_{j,k}), \text{ para todo } h, j, k$$

$$\sum_{i=1}^L W_h AP_{h,i} X_{i,j,k} + \sum_{l=1}^O W_h AD_{h,l} Y_{l,j,k} + \sum_{m=1}^T W_h AS_{h,m} Z_{m,j,k} \geq E_{j,k}, \text{ para todo } h, j, k$$

Restricciones para el empleo de ingredientes del tipo 1

$$Y_{1,j,k} + Y_{2,j,k} + Z_{1,j,k} - H_{j,k} = 0, \text{ para todo } j, k$$

$$X_{i,j,k} - r_i H_{j,k} \geq 0, \text{ para } i = 1, 2 \text{ y todo } j, k$$

$$X_{i,j,k} - s_i N_{j,k} \geq 0, \text{ para } i = 3, 4 \text{ y todo } j, k$$

$$p_r X_{1,j,k} - p_f X_{2,j,k} \geq 0, \text{ para todo } j, k$$

Restricciones para el empleo de los combustibles

$$V_{n,j,k} - f_n N_{j,k} \geq 0, \text{ para todo } n, j, k$$

Definición de variables

$X_{i,j,k}$: Cantidad de toneladas del ingrediente i (tipo 1) usadas para el lote j en el día k .

- i : Índice de ingredientes del tipo 1. $i = 1, 2, \dots, L$; L es el número total de este tipo de ingredientes.
- j : Índice del número de lote. $j = 1, 2, \dots, M_k$; M_k es el número total de lotes del día k .
- k : Índice del número de día. $k = 1, 2, \dots, N$; N es el número total de días del horizonte de planificación.
- $Y_{l,j,k}$: Cantidad de toneladas del ingrediente l (tipo 2) usadas para el lote j en el día k .
- l : Índice de ingredientes del tipo 2. $l = 1, 2, \dots, O$; O es el número total de este tipo de ingredientes.
- $Z_{m,j,k}$: Cantidad de toneladas del ingrediente m (tipo 3) usadas para el lote j en el día k .
- m : Índice de ingredientes del tipo 3. $m = 1, 2, \dots, T$; T es el número total de este tipo de ingredientes.
- $V_{n,j,k}$: Cantidad de toneladas del combustible n usadas para el lote j en el día k .
- n : Índice de combustibles. $n = 1, 2, \dots, C$; C es el número total de combustibles.
- CP_i : Costo en nuevos soles por tonelada para el uso del ingrediente i .
- CS_l : Costo en nuevos soles por tonelada para el uso del ingrediente l .
- CH_m : Costo en nuevos soles por tonelada para el uso del ingrediente m .
- CC_n : Costo en nuevos soles por tonelada para el uso del combustible n .
- $N_{j,k}$: Cantidad total de toneladas de ingredientes ingresada al horno para el lote j en el día k .
- $Max_{j,k}$: Límite máximo de toneladas de ingredientes que se considera para el lote j en el día k en cuanto a la capacidad del horno.
- $DX_{i,k}$: Cantidad de toneladas disponibles del ingrediente i destinadas para el día k .
- $DY_{l,k}$: Cantidad de toneladas disponibles del ingrediente l destinadas para el día k .
- $DZ_{m,k}$: Cantidad máxima de toneladas disponibles del ingrediente m para la producción del día k .
- R_m : Tiempo de retorno para el ingrediente m en días.
- Rec_m : Porcentaje de cada lote que es procesado para formar el ingrediente m .
- $DC_{n,k}$: Cantidad de toneladas disponibles del combustible n en el día k .
- W_h : Ratio de recuperación en porcentaje del elemento químico h .
- h : Índice de elementos o compuestos químicos presentes en la producción del lote j , $h = 1, 2, \dots, Q$, Q indica el número máximo de elementos químicos presentes.
- $AP_{h,i}$: Cantidad en porcentaje del elemento químico h contenido en el ingrediente i .
- $AD_{h,l}$: Cantidad en porcentaje del elemento químico h contenido en el ingrediente l .
- $AS_{h,m}$: Cantidad en porcentaje del componente químico h contenido en el ingrediente m .
- $LS_{h,j,k}$: Límite superior en porcentaje del elemento químico h para producir el lote j el día k .
- $E_{j,k}$: Cantidad mínima de toneladas de estaño a producir en lote j del día k .

$H_{j,k}$: Cantidad total de toneladas agregadas al horno de concentrado gravimétrico, concentrado de flotación y polvo de estaño en el lote j del día k .

r_i : Ratio con que el ingrediente i es usado en relación con la cantidad total de toneladas de concentrado gravimétrico, concentrado de flotación y polvo de estaño agregadas a un lote. $i = 1, 2$.

s_i : Ratio con que el ingrediente i es usado en relación con la cantidad de carga total de un lote. $i = 3, 4$.

p_r : Proporción promedio con que se usa el carbón para reducción en un lote respecto de su carga total.

p_f : Proporción promedio con que se usa el carbón para fusión en un lote respecto de su carga total.

f_n : Ratio de utilización del combustible n definido como la cantidad usada de toneladas de dicho combustible por tonelada de carga total de ingredientes agregados al horno.

4.4 Aplicación del modelo matemático

En este subcapítulo se presentan las pruebas oficiales del modelo matemático, manteniendo la misma estructura, pero con distintas cantidades de estaño a producir. En la primera prueba oficial se mantiene constante la cantidad de toneladas por lote por día a producir de estaño, con la cual se hace uso de la capacidad máxima del horno de 130 t para todo el horizonte de planificación. Así, de acuerdo con las características del modelo matemático, para cada lote el valor de $E_{j,k} = 69.1$ t, como se indicó en el quinto comentario informativo de la sección Restricciones de balance químico para el cumplimiento de límites, en el subcapítulo 4.2.

En la segunda prueba oficial se varían las cantidades de estaño a producir por periodos de cinco días, excepto en los días del 11 al 20 del horizonte de planificación, tal como se muestra en la figura 4.1.

Tomando en cuenta lo anterior, en principio, en el Anexo 4.1 se muestra la desagregación de la estructura de nuestro modelo matemático en Microsoft Excel 2007, con la indicación de las distintas variables para proveer un mejor entendimiento al lector. En las dos secciones siguientes se presentan anexos adicionales relacionados con las pruebas realizadas, así como extractos de los resultados obtenidos y las conclusiones obtenidas a partir de estos.

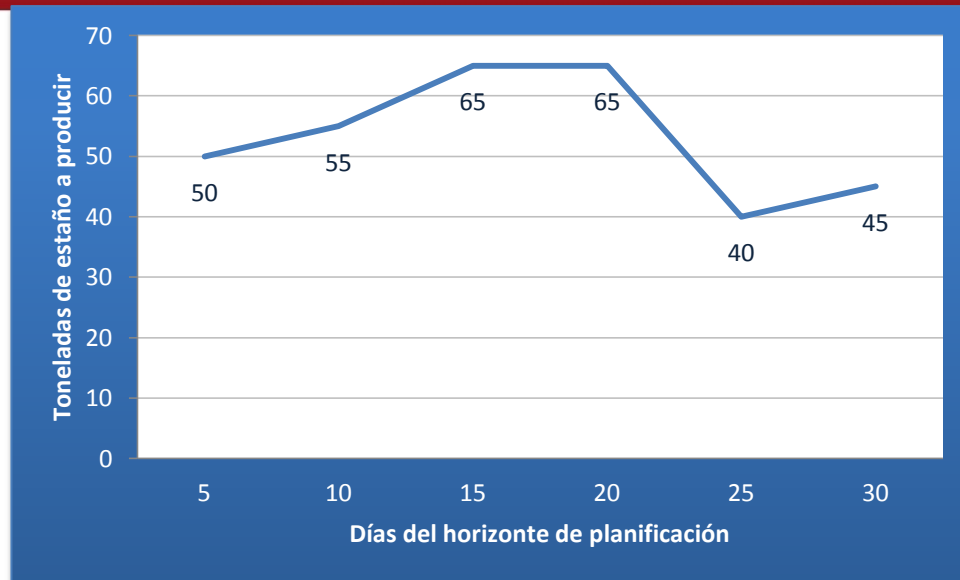


Figura 4.1 Distribución de toneladas de estaño a producir para la prueba oficial 2
Elaboración propia de figura.

4.4.1 Prueba oficial 1 y resultados

Como se indicó anteriormente, para la primera prueba oficial se empleó el valor de 69.1 t de estaño como cantidad que se debía producir en cada lote del horizonte de planificación de 30 días, con la finalidad de emplear la capacidad del horno al máximo. Así, se tienen los anexos siguientes:

- ✓ En el Anexo 4.2 se muestra, en una plantilla en Microsoft Excel 2007 similar a la presentada para el Anexo 4.1, la estructura del modelo matemático con los datos numéricos correspondientes a la primera prueba oficial.
- ✓ En el Anexo 4.3 se muestra un archivo de texto con el modelo matemático listo para ser ejecutado en el *software* Lingo 9.0.
- ✓ En el Anexo 4.4 se muestra otro archivo de texto que presenta la totalidad de los resultados obtenidos para esta primera prueba.

La tabla 4.13 resume los resultados obtenidos tras ejecutar el modelo matemático propuesto para la primera prueba oficial mediante el *software* Lingo 9.0, para un horizonte de planificación de 30 días.

De acuerdo con los resultados obtenidos, se observa, para todo el horizonte de planificación, una carga constante de ingredientes ($N_{j,k}$) tal como se ha previsto de 130 t, que significa la capacidad máxima del horno. De esta manera, se tienen las observaciones siguientes:

Tabla 4.13 Resumen de resultados obtenidos para la prueba oficial 1

Variable	Ingrediente	Días 1 al 30
$X_{1,j,k}$	Carbón para fusión	13.77 t
$X_{2,j,k}$	Carbón para reducción	5.07 t
$X_{3,j,k}$	Mineral de hierro	0.23 t
$X_{4,j,k}$	Caliza	2.31 t
$Y_{1,j,k}$	Concentrado gravimétrico	101.40 t
$Y_{2,j,k}$	Concentrado flotación	0.00 t
$Y_{3,j,k}$	<i>Dross</i> de hierro	7.22 t
$Y_{4,j,k}$	Escoria marginal	0.00 t
$Z_{1,j,k}$	Polvos	0.00 t
$V_{1,j,k}$	Gas natural	10.24 t
$V_{2,j,k}$	Aire	93.80 t
$V_{3,j,k}$	Oxígeno	23.52 t
Suma de carga ($N_{j,k}$)		130.00 t

Elaboración propia de tabla.

1. El costo total de la operación fue de S/.28,230,090.00 y el *software* Lingo 9.0 utilizó 1,024 iteraciones para resolverla.
2. El contenido de carbón de fusión ($X_{1,j,k}$) es mayor al de reducción ($X_{2,j,k}$) en cierta proporción para todo el horizonte de planificación en estudio, lo cual se intentó asegurar con el diseño del modelo matemático (y que podría dificultarse porque tienen costos iguales), por lo que se guarda estrecha relación con la operación industrial.
3. El consumo del mineral de hierro ($X_{3,j,k}$) y la caliza ($X_{4,j,k}$) se da, aproximadamente, dentro de las proporciones que se habían introducido al modelo matemático, sin que se use contenido adicional (como lo permitían las restricciones), por lo que también se guarda estrecha relación con la operación industrial.
4. El principal componente es el concentrado gravimétrico ($Y_{1,j,k}$) con un aporte de 101.40 t que representa el 78% de la carga total aproximadamente⁴⁹. Sin duda, su alta disponibilidad, mediano costo y contenido relativamente alto de estaño lo convierten en el ingrediente favorito para cumplir las restricciones con el enfoque en la minimización de costos.
5. Tal como se había previsto, no se tiene consumo de *pellets* de concentrado de flotación y polvos durante los primeros cuatro días debido al periodo de retorno

⁴⁹ Esta carga total se refiere a la definida por la variable $N_{j,k}$, como se indica en la tabla 4.13. No incluye las toneladas empleadas de combustibles.

- establecido, lo que indica que no se tiene disponibilidad de estos ingredientes en estos primeros días.
6. En relación con la observación anterior, a pesar de que ya existe disponibilidad de *pellets* –conformados por el concentrado de flotación ($Y_{2,j,k}$) y los polvos ($Z_{1,j,k}$)– a partir del quinto día, no llega a existir un consumo asociado con ellos. El motivo puede atribuirse a su alto contenido de plomo, cobre y azufre como contaminantes en perjuicio de la calidad del metal crudo final y, principalmente, a una combinación más económica de costos para la exigencia de producción del horizonte de planificación, que favorece el uso del *dross* de fierro.
 7. El modelo matemático encuentra en el *dross* de fierro ($Y_{3,j,k}$), siguiendo lo indicado en la observación anterior, a un mejor acompañante para el concentrado gravimétrico en términos económicos para la totalidad del horizonte de planificación, a pesar de su muy alto costo relativo, que el empleo de *pellets* de concentrado de flotación y polvos.
 8. Al igual que con los *pellets* de concentrado de flotación y polvos, tampoco existe un consumo de escoria marginal ($Y_{4,j,k}$). El motivo puede atribuirse a que, a pesar de que su costo correspondiente es bastante bajo, su muy reducido contenido de estaño y alto contenido de fierro como elemento contaminante provocan que el modelo rechace su uso.
 9. El consumo de los combustibles se da, aproximadamente, dentro de las proporciones que se habían introducido al modelo matemático, sin que se use contenido adicional (como lo permitían las restricciones), por lo que, nuevamente, se guarda estrecha relación con la operación industrial.

4.4.2 Prueba oficial 2 y resultados

Para la prueba oficial 2 se emplearon cantidades distintas de estaño a producir para diferentes periodos, como se muestra en la figura 4.1. Así, se tienen los anexos siguientes:

- ✓ En el Anexo 4.5 se muestra, en una plantilla en Microsoft Excel 2007 similar a la presentada para el Anexo 4.1, la estructura del modelo matemático con los datos numéricos correspondientes a la segunda prueba oficial.
- ✓ En el Anexo 4.6 se muestra un archivo de texto con el modelo matemático listo para ser ejecutado en el *software* Lingo 9.0.
- ✓ En el Anexo 4.7 se muestra otro archivo de texto que presenta la totalidad de los resultados obtenidos para esta segunda prueba.

La tabla 4.14 resume los resultados obtenidos tras ejecutar el modelo matemático propuesto para la segunda prueba oficial mediante el *software* Lingo 9.0, para un horizonte de planificación de 30 días.

Tabla 4.14 Resumen de resultados obtenidos para la prueba oficial 2

Variable	Ingrediente	Periodos parciales en días					
		1 a 4	5	6 a 10	11 a 20	21 a 25	26 a 30
$X_{1,j,k}$	Carbón para fusión	10.76 t	10.95 t	12.05 t	14.24 t	8.76 t	9.86 t
$X_{2,j,k}$	Carbón para reducción	3.96 t	4.03 t	4.44 t	5.24 t	3.23 t	3.63 t
$X_{3,j,k}$	Mineral de fierro	0.17 t	0.18 t	0.19 t	0.23 t	0.14 t	0.16 t
$X_{4,j,k}$	Caliza	1.71 t	1.74 t	1.91 t	2.26 t	1.39 t	1.56 t
$Y_{1,j,k}$	Concentrado gravimétrico	79.22 t	70.05 t	77.05 t	91.06 t	56.04 t	63.04 t
$Y_{2,j,k}$	Concentrado flotación	0.00 t	5.31 t	5.85 t	6.91 t	4.25 t	4.78 t
$Y_{3,j,k}$	<i>Dross</i> de fierro	0.00 t	0.00 t	0.00 t	0.00 t	0.00 t	0.00 t
$Y_{4,j,k}$	Escoria marginal	0.00 t	0.00 t	0.00 t	0.00 t	0.00 t	0.00 t
$Z_{1,j,k}$	Polvos	0.00 t	5.31 t	5.85 t	6.91 t	4.25 t	4.78 t
$V_{1,j,k}$	Gas natural	7.55 t	7.69 t	8.46 t	10.00 t	6.15 t	6.92 t
$V_{2,j,k}$	Aire	69.13 t	70.40 t	77.44 t	91.52 t	56.32 t	63.36 t
$V_{3,j,k}$	Oxígeno	17.33 t	17.65 t	19.42 t	22.95 t	14.12 t	15.89 t
	Suma de carga ($N_{j,k}$)	95.81 t	97.57 t	107.33 t	126.85 t	78.06 t	87.82 t
	Exigencia de estaño	50.00 t	50.00 t	55.00 t	65.00 t	40.00 t	45.00 t

Elaboración propia de tabla.

Como la prueba oficial 2 establece la producción de cantidades disímiles de metal crudo, cambiante cada cinco días, se aprecia una carga de ingredientes variante dentro del horno en la tabla 4.14. De esta manera, se tienen las observaciones siguientes:

1. El costo total de la operación fue de S/.19,788,590.00 y el *software* Lingo 9.0 empleó 392 iteraciones para resolverla. Este costo es menor que el hallado en la prueba oficial 1 dado que en esta última se exigió un nivel de producción mucho mayor durante en horizonte de planificación.
2. Se mantienen las observaciones 2, 3 y 9 de los resultados de la prueba oficial 1, en el sentido de que, para los ingredientes de carbón ($X_{1,j,k}$ y $X_{2,j,k}$), el mineral de fierro ($X_{3,j,k}$), la caliza ($X_{4,j,k}$) y los combustibles se consumen en proporciones, en todos los periodos parciales mostrados en la tabla 4.14, que guardan estrecha relación con la operación industrial.
3. Nuevamente, el principal componente es el concentrado gravimétrico ($Y_{1,j,k}$) con un aporte mínimo del 72% y un máximo de 83% respecto de la carga total aproximadamente.

4. Para los días del 1 al 4, como se esperaba, no existe consumo de *pellets* de concentrado de flotación y polvos (según variables $Y_{2,j,k}$ y $Z_{1,j,k}$) debido a su no disponibilidad; sin embargo, el modelo logra la meta de producir al menos 50 t de estaño en estos días utilizando únicamente el concentrado gravimétrico, sin realizar una combinación con el *dross* de fierro ($Y_{3,j,k}$), como sucedió en todos los días del horizonte de planificación para la prueba oficial 1. Luego, a partir del día 5 hasta el 30, para las diversas exigencias de producción de estaño, el modelo matemático encuentra más conveniente en términos económicos el uso de concentrado gravimétrico y de *pellets* de concentrado de flotación y polvos, dejando de lado, nuevamente, al *dross* de fierro. El motivo puede hallarse en que, para las cantidades establecidas de estaño a producir en cada periodo parcial, como se muestra en la tabla 4.14, está pesando más el alto costo del *dross* de fierro (S/.4,039.00) frente al de los concentrados (S/.1,846.00), además del alto contenido de elementos contaminantes, como el arsénico y antimonio, principalmente, en detrimento de la calidad del metal crudo final, con que cuenta el *dross* de fierro.
5. Finalmente, al igual que en la prueba oficial 1, tampoco se utiliza escoria marginal ($Y_{4,j,k}$), lo cual puede atribuirse a los mismos motivos, en donde su bajo contenido de estaño es el principal.

4.4.3 Perspectiva de funcionamiento del modelo matemático

De los resultados obtenidos de la prueba oficial 1 y la prueba oficial 2 –tablas 4.13 y 4.14 respectivamente–, se observa que una de las principales diferencias es el tipo de ingredientes empleados para la carga. La intención de las simulaciones presentadas a continuación es conocer, aproximadamente, cuándo se da el cambio en el modelo matemático del uso de una combinación entre el concentrado gravimétrico y los *pellets* de concentrado de flotación y polvos a una entre el concentrado gravimétrico y el *dross* de fierro, e indicar el porqué. Para ello, se ejecutó el modelo bajo diferentes requerimientos de estaño, a partir de lo cual, en las tablas 4.15 y 4.16, se presenta la distribución de ingredientes según el requerimiento de estaño a producir como parte del metal crudo para los días del 1 a 4 y del 5 al 30, respectivamente.

Adicionalmente, en las figuras 4.2 y 4.3 se aprecia la representación gráfica de los datos de las tablas 4.15 y 4.16, respectivamente, para favorecer la visualización de las tendencias generadas.

Tabla 4.15 Distribución de ingredientes para diferentes requerimientos de estaño considerando los días del 1 al 4

Variable	Ingrediente	Requerimiento de estaño (en toneladas)					
		60	62	64	66	68	69.1
$X1,j,k$	Carbón para fusión	12.91 t	13.34 t	13.77 t	14.20 t	14.49 t	13.77 t
$X2,j,k$	Carbón para reducción	4.75 t	4.91 t	5.07 t	5.23 t	5.34 t	5.07 t
$X3,j,k$	Mineral de fierro	0.21 t	0.21 t	0.22 t	0.23 t	0.23 t	0.23 t
$X4,j,k$	Caliza	2.05 t	2.11 t	2.18 t	2.25 t	2.31 t	2.31 t
$Y1,j,k$	Concentrado gravimétrico	95.06 t	98.23 t	101.40 t	104.57 t	106.71 t	101.40 t
$Y2,j,k$	Concentrado flotación						
$Y3,j,k$	Dross de fierro					0.92 t	7.22 t
$Y4,j,k$	Escoria marginal						
$Z1,j,k$	Polvos						
$V1,j,k$	Gas natural	9.06 t	9.36 t	9.66 t	9.97 t	10.24 t	10.24 t
$V2,j,k$	Aire	82.96 t	85.72 t	88.49 t	91.25 t	93.80 t	93.80 t
$V3,j,k$	Oxígeno	20.80 t	21.49 t	22.19 t	22.88 t	23.52 t	23.52 t
	Suma de carga ($N_{j,k}$)	114.98 t	118.81 t	122.64 t	126.48 t	130.00 t	130.00 t

Elaboración propia de tabla.

Tabla 4.16 Distribución de ingredientes para diferentes requerimientos de estaño considerando los días del 5 al 30

Variable	Ingrediente	Requerimiento de estaño (en toneladas)					
		60	62	64	66	68	69.1
$X1,j,k$	Carbón para fusión	13.14 t	13.58 t	14.02 t	14.46 t	14.49 t	13.77 t
$X2,j,k$	Carbón para reducción	4.84 t	5.00 t	5.16 t	5.32 t	5.34 t	5.07 t
$X3,j,k$	Mineral de fierro	0.21 t	0.22 t	0.22 t	0.23 t	0.23 t	0.23 t
$X4,j,k$	Caliza	2.08 t	2.15 t	2.22 t	2.29 t	2.31 t	2.31 t
$Y1,j,k$	Concentrado gravimétrico	84.06 t	86.86 t	89.66 t	92.46 t	106.71 t	101.40 t
$Y2,j,k$	Concentrado flotación	6.38 t	6.59 t	6.80 t	7.01 t		
$Y3,j,k$	Dross de fierro					0.92 t	7.22 t
$Y4,j,k$	Escoria marginal						
$Z1,j,k$	Polvos	6.38 t	6.59 t	6.80 t	7.01 t		
$V1,j,k$	Gas natural	9.23 t	9.53 t	9.84 t	10.15 t	10.24 t	10.24 t
$V2,j,k$	Aire	84.48 t	87.30 t	90.11 t	92.93 t	93.80 t	93.80 t
$V3,j,k$	Oxígeno	21.18 t	21.89 t	22.59 t	23.30 t	23.52 t	23.52 t
	Suma de carga ($N_{j,k}$)	117.09 t	120.99 t	124.89 t	128.80 t	130.00 t	130.00 t

Elaboración propia de tabla.

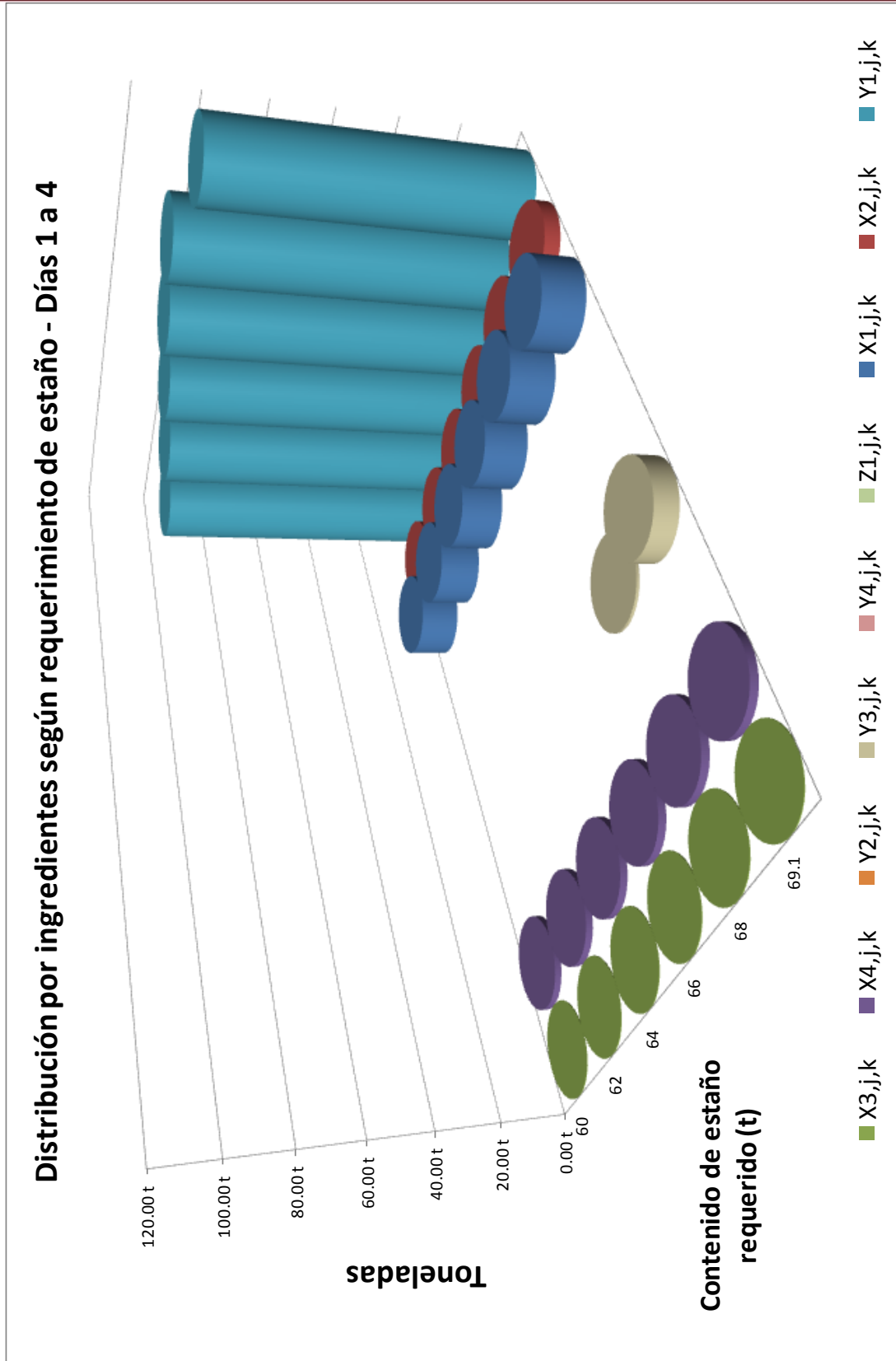


Figura 4.2 Gráfica de la distribución de ingredientes para diferentes requerimientos de estaño considerando los días del 1 al 4
Elaboración propia de figura.

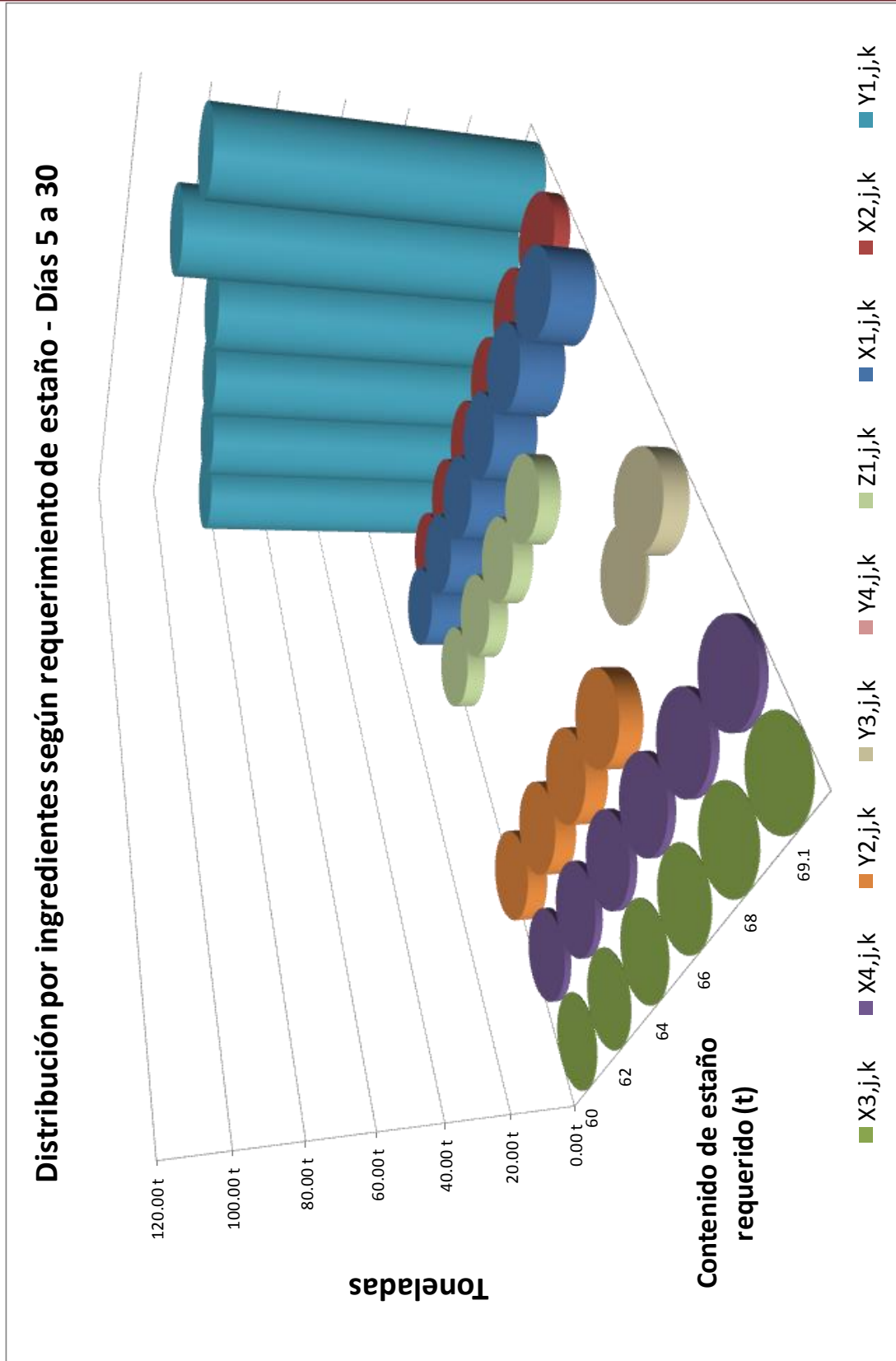


Figura 4.3 Gráfica de la distribución de ingredientes para diferentes requerimientos de estaño considerando los días del 5 al 30
Elaboración propia de figura.

En relación con la tabla 4.15, correspondiente a los días del 1 al 4, tenemos las observaciones siguientes:

1. Como el tiempo de retorno es de 4 días, no se da un consumo de *pellets* de concentrado de flotación y polvos debido a su falta de disponibilidad, manteniendo la suposición de que, cada vez que ejecutamos el modelo, se parte desde cero; es decir, que no se cuenta con chatarra interna almacenada.
2. Para los requerimientos de estaño establecidos, el ingrediente principal es el concentrado gravimétrico ($Y_{1,j,k}$) con un aporte que representa el 83% de la carga total, aproximadamente, antes de llegar al requerimiento de 68 t de estaño, para luego pasar a representar alrededor del 80% para requerimientos de estaño mayores. Como se había visto anteriormente, el concentrado mantiene siempre alta relevancia para la fundición.
3. Los resultados indican que, a requerimientos de estaño menores que 68 t, aproximadamente, no es necesario el uso de algún ingrediente distinto del concentrado gravimétrico (considerando que aún no pueden utilizarse *pellets* de concentrado de flotación y polvos) para aportar el estaño necesario para el producto final; sin embargo, al requerir cantidades iguales o mayores que 68 t de estaño, aproximadamente, el modelo opta por seleccionar, además del concentrado gravimétrico, al *dross* de hierro, dado que encuentra una combinación más económica para lo que se necesita.

Cabe mencionar que las pruebas finales hechas al modelo matemático se han realizado utilizando, como disponibilidades para los ingredientes, cantidades máximas de toneladas en el sentido de que la operación de fundición, según el modelo mismo, el cual toma en cuenta la existencia de todos los ingredientes con que se trabaja en la planta, no encontraría obstáculo en emplear todas las toneladas que necesite de cada ingrediente. Esto se ha hecho con la finalidad de encontrar las combinaciones más económicas de ingredientes para cumplir los requerimientos de estaño.

Sin embargo, en pruebas preliminares, cuando la disponibilidad ingresada no era la adecuada, el modelo se ajustaba a lo que se le había presentado como datos de entrada, y muchas veces otorgaba resultados no aplicables a la realidad. O, cuando debido a las disponibilidades no podían llegar a cumplirse las restricciones, el *software* empleado mostraba un mensaje de error al ejecutar el modelo.

Considerando lo anterior, para ofrecer el mejor entendimiento de los resultados a la empresa sujeta de estudio, la alternativa correcta era permitir que el modelo pudiera tener la suficiente disponibilidad de ingredientes, como datos de entrada, para poder trabajar. Además, al emplear valores máximos para la disponibilidad, se entrega a la empresa una idea nueva para el reabastecimiento de sus ingredientes, con una muy baja incertidumbre sobre si serán necesarias cantidades adicionales (dada la variabilidad en la eficiencia de las reacciones químicas).

Por otro lado, en la figura 4.4, también relacionada con los días del 1 al 4, se muestra que el costo total de producción sufre un ligero incremento al superar el requerimiento de estaño a 68 t respecto de la tendencia que se había generado, lo cual se preveía debido a la incorporación del *dross* de hierro, ingrediente que cuenta con un costo relativamente mayor. La gráfica también nos indica que, a partir del requerimiento de 68 t de estaño, se estabilizan, aproximadamente, las toneladas de carga total de ingredientes en el horno que son necesarias.

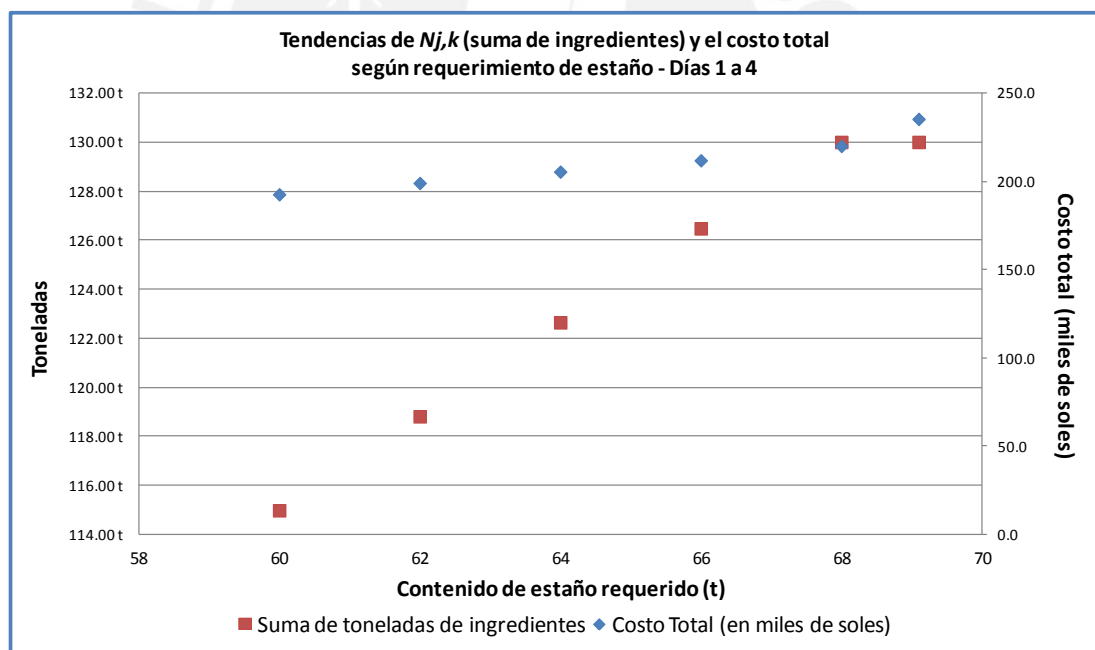


Figura 4.4 Relación entre la carga total y el costo total para los días del 1 al 4
Elaboración propia de figura.

En relación con la tabla 4.16, correspondiente a los días del 5 al 30, tenemos las observaciones siguientes:

1. Una importante diferencia con los resultados de la tabla 4.15 es que ahora sí se utilizan *pellets* de concentrado de flotación y polvos, dado que ya se encuentran disponibles y el modelo los encuentra como una combinación más económica.

2. Para los requerimientos de estaño establecidos, el ingrediente principal sigue siendo el concentrado gravimétrico ($Y_{1,j,k}$) con un aporte que representa el 72% de la carga total, aproximadamente, en requerimientos menores a 68 t de estaño, y alrededor de 80% en requerimientos superiores a esta cantidad. En comparación con los días del 1 al 4 y enfocándonos en los requerimientos de estaño menores a 68 t, la disminución de 83 a 72% se debe al uso de *pellets* de concentrado de flotación y polvos.
3. Los resultados indican que, para los días del 5 al 30, ante requerimientos de estaño menores que 68 t, no es necesario el uso de ingredientes distintos del concentrado gravimétrico y los *pellets* de concentrado de flotación y polvos para cumplir las metas de producción. Sin embargo, al requerir cantidades iguales o mayores que 68 t de estaño, el modelo opta por dejar de emplear los *pellets* y empieza a usar *dross* de hierro –además del concentrado gravimétrico– para cumplir con los requerimientos. Esta combinación parece estar controlada por dos motivos: principalmente, se trata de una combinación más económica de costos para la exigencia de producción, y, en segundo lugar, químicamente, los *pellets* presentan un mayor contenido de plomo, cobre y azufre como contaminantes en perjuicio de la calidad del metal crudo final, en comparación con el *dross* de hierro.

Por otro lado, en la figura 4.5, también relacionada con los días del 5 al 30, se muestran tendencias similares a las de la figura 4.4. Para empezar, el costo total de producción sufre el mismo ligero incremento al superar las 68 t de estaño aproximadamente⁵⁰, lo cual se debe al inicio del uso del *dross* de hierro, que tiene un costo considerablemente más alto en comparación con los demás ingredientes, en reemplazo de los *pellets* de concentrado de flotación y polvos. La gráfica también señala que, a partir del requerimiento de 67 t de estaño, de forma aproximada, se estabilizan las toneladas de carga total de ingredientes en el horno que son necesarias.

⁵⁰ Aunque, en realidad, parece darse a partir de las 67 t, sin que se genere mayor diferencia, dado que era de esperarse que se diera una variación. Es decir, en los días del 1 al 4, se pasa de usar únicamente concentrado gravimétrico a una combinación entre este ingrediente y *dross* de hierro, mientras que, en los días del 5 al 30, se pasa de una combinación entre concentrado gravimétrico y *pellets* de concentrado de flotación y polvos –que resulta más barato que utilizar únicamente concentrado gravimétrico– a una de concentrado gravimétrico y *dross* de hierro.

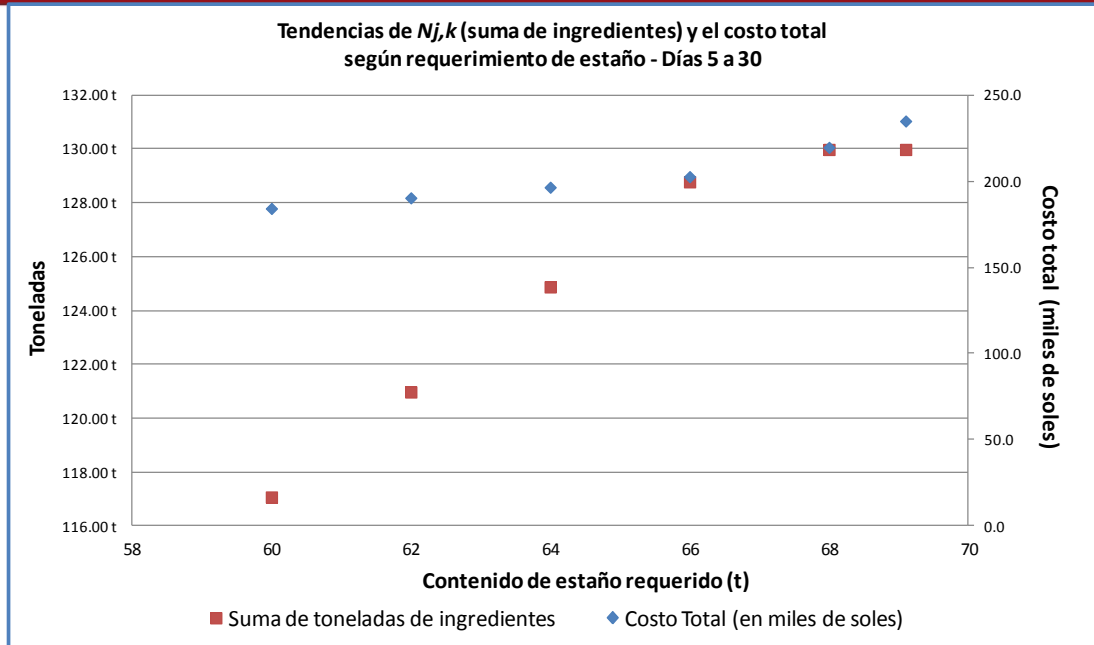


Figura 4.5 Relación entre la carga total y el costo total para los días del 5 al 30
Elaboración propia de figura.

4.5 Estimación de beneficios para el modelo matemático

La comparación de beneficios, entre los resultados obtenidos de nuestra optimización teórica y los resultados reales de la empresa a nivel industrial, se analizará desde el ámbito económico y la presencia de contaminantes en el producto final de la etapa de fundición. Con el fin de efectuar una comparación apropiada es necesario establecer una misma base para analizar las partes. Es por ello que los cálculos estimados que se explican a continuación buscan establecer, principalmente, el contenido de estaño como base de comparación.

La empresa Fundición, S. A., nos había provisto de los valores promedio de las toneladas de ingredientes que utiliza para la producción del metal crudo líquido de estaño, como lo hemos mencionado anteriormente en el presente trabajo. Por confidencialidad, tales valores no son mostrados de forma directa en la presente investigación, pero sí cálculos que parten de ellos. Así, además del uso que les dimos para calcular, por ejemplo, las proporciones en que son utilizados los ingredientes de carbón (ver sección Restricciones para el empleo de ingredientes del tipo 1), nos hemos apoyado en estos valores promedio para la estimación de beneficios.

Veamos primero el ámbito económico. En las líneas siguientes se muestra la serie de pasos seguidos para calcular el costo total estimado de la operación de fundición para el horizonte de planificación de 30 días según los valores promedio que nos fueron provistos:

1. Actualmente, en promedio, una cantidad total de 113.20 t de ingredientes ingresa al horno para el trabajo de un lote.
2. Aplicando los porcentajes de contenido metálico de estaño de la tabla 4.9 a las cantidades promedio de ingredientes utilizadas actualmente (que suman en total 113.20), se tiene que, de las 113.20 t de carga, un total de 45.61 t corresponde al estaño ingresante.
3. Como en nuestro modelo matemático se está usando un ratio de recuperación de 98% para el estaño (basado en el nivel de pureza luego de la fundición), aplicamos este mismo valor sobre la cantidad de estaño hallada en el paso anterior y obtenemos que la cantidad estimada final de estaño que se produce es de 44.70 t para un lote.
4. Para hallar el costo total del uso de ingredientes para el trabajo de un lote, multiplicamos los costos de la tabla 4.2 por las cantidades respectivas de ingredientes y sumamos los resultados, con lo cual se obtiene un costo de S/.129,368.10 por lote.
5. Para incluir los costos del empleo de combustibles, utilizamos los ratios de la tabla 4.12 y los costos de la tabla 4.3 junto con el total señalado en el paso 1 de 113.20 t, con lo cual se obtiene una suma de S/.10,400.73 por lote, la cual, al añadirla a la cantidad calculada en el paso 4, se alcanza un valor de producción de S/.139,768.82 por lote.
6. Como la cantidad de lotes a producir en el horizonte de planificación es de 120 (4 lotes por día durante 30 días), multiplicamos el costo total por lote del paso 5 por este número y hallamos que el costo total estimado de la operación, partiendo de las cantidades promedio usadas de los ingredientes, asciende a S/.16,772,258.63.

En segundo lugar, calculamos el costo de la operación según nuestro modelo matemático:

1. Como la cantidad estimada de estaño producido para un lote, según se halló en el paso 3 de la serie de pasos anterior, fue de 44.70 t, este mismo valor es el que se utiliza en el modelo matemático para los 120 lotes del horizonte de planificación⁵¹, todo con la finalidad de mantener una misma base. Los resultados de la ejecución del modelo con la característica señalada se muestran en la tabla 4.17.
2. Para continuar, empleamos, como la representación de un lote, sólo la columna correspondiente a los días del 5 al 30 de la tabla 4.17, debido a que, de esta manera,

⁵¹ Para esto, se puede emplear la plantilla del Anexo 4.2 y, luego, trasladar los cambios a una plantilla del modelo matemático en el *software* Lingo 9.0 y ejecutarlo.

se realiza la comparación bajo las mismas condiciones de acuerdo con los valores promedio que nos fueron provistos, es decir, que existe de manera permanente la disponibilidad de *pellets* de concentrado de flotación y polvos.

- Tomamos los valores de la columna señalada y los multiplicamos por los costos respectivos, con lo cual se halla un costo total por lote de S/.137,466.76, incluyendo el uso de combustibles.
- Finalmente, multiplicamos la cantidad calculada en el paso anterior por 120 (número total de lotes para el horizonte de planificación) y hallamos que el costo total estimado de la operación es de S/.16,496,011.61, aplicando nuestro modelo matemático.

Tabla 4.17 Resultados de ejecución del modelo matemático para estimación de beneficios

Variable	Ingrediente	Días	
		1 a 4	5 a 30
$X1,j,k$	Carbón para fusión	9.62 t	9.79 t
$X2,j,k$	Carbón para reducción	3.54 t	3.61 t
$X3,j,k$	Mineral de fierro	0.15 t	0.16 t
$X4,j,k$	Caliza	1.52 t	1.55 t
$Y1,j,k$	Concentrado gravimétrico	70.83 t	62.62 t
$Y2,j,k$	Concentrado flotación		4.75 t
$Y3,j,k$	<i>Dross</i> de fierro		
$Y4,j,k$	Escoria marginal		
$Z1,j,k$	Polvos		4.75 t
$V1,j,k$	Gas natural		6.87 t
$V2,j,k$	Aire		62.94 t
$V3,j,k$	Oxígeno		15.78 t
	Suma de carga (Nj,k)	85.66 t	87.23 t

Elaboración propia de tabla.

Aquí, cabe efectuar tres conclusiones:

- Se obtiene un ahorro estimado de S/.276,247.02 en cuanto al costo total de la operación, lo cual representa una reducción de 1.65% respecto de la operación actual (según los valores promedio del uso de ingredientes que la empresa sujeta de estudio nos proveyó). Si se aplica una perspectiva anual, se tendría un ahorro estimado de S/.3,314,964.22.
- Sin embargo, si se calculan los costos unitarios mediante la división del costo total de la operación entre la carga total de un lote (sin incluir las toneladas de combustibles) multiplicada por 120, para cada caso, se obtiene que el costo unitario estimado para la operación actual es de S/.1,234.71 por t y de S/.1,575.84 por t

para la operación según nuestro modelo matemático, lo cual arroja una diferencia de S/.341.13 por t a favor de la operación actual. A pesar de que, a primera vista, esta situación puede verse como una desventaja, es una realidad que la empresa bajo estudio necesita el uso de los combustibles para la fundición, cuyo costo es directamente proporcional a la cantidad de carga total del horno, y que, como hemos indicado, esta carga es mayor para el caso de la operación actual que para nuestro modelo matemático, para producir la misma cantidad de estaño. Por lo tanto, el ahorro estimado señalado en la conclusión anterior mantiene elevada relevancia (es decir, debe considerarse el uso de combustibles en el cálculo del costo unitario).

3. Se aprecia en la tabla 4.17, de manera estimada, que la meta de 44.70 t de estaño se está logrando con una menor cantidad de toneladas de carga total con nuestro modelo matemático –87.23 t, valor correspondiente a los días del 5 al 30, cuando ya existe disponibilidad de *pellets* de concentrado de flotación y polvos– que con la operación actual –113.20 t–, lo cual se debe, principalmente, a la diferencia de toneladas que están siendo agregadas de escoria marginal y concentrado gravimétrico en ambos casos: mientras que los resultados de nuestro modelo arrojan que no se debe usar escoria marginal, en la operación actual se está empleando una cantidad cercana a la mitad de lo que se agrega de concentrado gravimétrico (se emplea más de 50 t de este tipo de concentrado).

En relación con la presencia de contaminantes, al igual que para el ámbito económico, se establece una misma base para la comparación. En este análisis ya no prestamos atención al estaño, sino a los demás componentes químicos considerados (ver tabla 4.9, que muestra las composiciones químicas de los ingredientes). Se emplean los mismos ratios de recuperación explicados en la sección Restricciones de balance químico para el cumplimiento de límites, tanto para la operación actual (según los valores promedio del uso de ingredientes que la empresa sujeta de estudio nos proveyó) y la operación según nuestro modelo matemático –nuevamente, se utiliza la columna de los días 5 al 30 de la tabla 4.17 por las razones que ya fueron expuestas anteriormente–. De esta manera, en la tabla 4.18 se muestran las cantidades de toneladas estimadas de componentes químicos considerados contaminantes respecto de la operación actual y según nuestro modelo matemático, así como las diferencias existentes.

Tabla 4.18 Comparación sobre presencia de contaminantes

Componentes químicos	Ratio de recuperación	Presencia: actual (t)	Presencia: modelo (t)	Diferencia a favor (t)	Diferencia (%)
Fe	4%	0.231354	0.095661	0.135693	58.65%
As	4%	0.008860	0.003746	0.005114	57.72%
Cu	4%	0.000453	0.000399	0.000054	11.83%
Sb	4%	0.003165	0.001012	0.002152	68.01%
Pb	4%	0.000569	0.000455	0.000113	19.95%
CaO	0%	0.000000	0.000000	0.000000	
Al ₂ O ₃	0%	0.000000	0.000000	0.000000	
SiO ₂	0%	0.000000	0.000000	0.000000	
S	0%	0.000000	0.000000	0.000000	
C	0%	0.000000	0.000000	0.000000	
Zn	4%	0.009584	0.005691	0.003893	40.62%
In	4%	0.001424	0.000846	0.000578	40.62%
FeO	0%	0.000000	0.000000	0.000000	
MgO	0%	0.000000	0.000000	0.000000	
P	0%	0.000000	0.000000	0.000000	

Fuente: Solicitud de información a personal autorizado de planta.
Cálculos y elaboración de tabla propios.

Así, se obtienen las conclusiones siguientes:

1. El contenido de contaminantes para el metal crudo según la combinación de ingredientes de nuestro modelo matemático es menor en comparación con el que se obtiene de las operaciones industriales actuales (según los valores promedio que nos fueron provistos). En especial, se observa el caso de antimonio, fierro y arsénico con contenidos menores en 68.01%, 58.65% y 57.72%, respectivamente, y que, como hemos señalado en el Capítulo 3.3, significaría menos procesos de remoción durante la etapa de refinación del metal crudo.
2. Como consecuencia de la conclusión anterior, el menor contenido de contaminantes a partir de nuestro modelo matemático, por otro lado, implicaría menores costos por concepto de menor uso de ingredientes químicos, menor energía involucrada, y menor tiempo de procesamiento para la remoción de contaminantes en la refinación. Este ahorro inherente, si bien es identificable, no ha sido medido ya que se ubica fuera del ámbito de nuestra investigación.

Finalizando, es una realidad que la empresa sujeta de estudio emplea la escoria marginal acumulada por años para que no sea desperdiciada, dado su contenido de estaño que, aunque bajo, aún se toma como relevante (como se ha explicado anteriormente en el presente trabajo de investigación). Esta realidad, a pesar de que afecta en cierta manera los resultados de la

comparación, no ha sido incluida en el modelo matemático porque sus motivos son de una índole distinta de la relacionada con los demás ingredientes, es decir, su utilización está basada en el estaño que aún puede aportar y que su disponibilidad existe a muy bajo costo (principalmente, de manipulación dentro de la planta), todo lo cual contribuye a la disminución, justamente, del costo de las operaciones. Por lo tanto, una mejor comparación se realizaría en una época en la cual ya no exista disponibilidad de este ingrediente; no obstante, nuestra comparación la efectuamos ahora y dejamos sus conclusiones como una alternativa para ser evaluada no solo en la actualidad, sino también a futuro.



CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones del trabajo de investigación

Las conclusiones del trabajo de investigación realizado se muestran a continuación:

- ✓ Con el fin de incluir también en el modelo matemático el uso de los combustibles que se agregan a la mezcla de ingredientes durante la fundición como una función implicada en la tecnología del horno Ausmelt, lo cual es un aspecto específico de nuestro caso de estudio, se crearon las variables $V_{n,j,k}$ y CC_n : la primera representa las toneladas utilizadas del combustible n en el lote j del día k y la segunda, el costo por tonelada del combustible n .
- ✓ Para brindar mayor practicidad en el planteamiento de algunos grupos de restricciones del modelo matemático (por ejemplo, en las Restricciones para el empleo de los combustibles), fue necesario crear la variable $N_{j,k}$, que representa la suma total de toneladas de ingredientes que se agregan al horno para cada lote del horizonte de planificación.
- ✓ Dadas las necesidades de nuestra versión del modelo matemático, se creó la variable $Max_{j,k}$ para representar la capacidad máxima del horno definida para el lote j del día k . Es decir, a pesar de que se podría aplicar el modelo para una misma capacidad máxima del horno de fundición, esto no significa que una empresa no pueda introducir valores distintos con motivos de experimentación, siempre y cuando sean menores o iguales que dicha capacidad.
- ✓ Para simplificar la manera en que se trabaja con las disponibilidades, se crearon las variables $DX_{i,k}$ y $DY_{l,k}$, que reemplazan a los factores $B_{i,k}UP_i$ y $D_{l,k}US_l$, respectivamente, del modelo de Kim y Lewis (1987). La idea principal fue suprimir las variables UP_i y US_l , que representan porcentajes de utilización. Como se trata de disponibilidades, se consideró suficiente utilizar cantidades que las representaran directamente, es decir, que establecieran de manera simple los límites que no se deben exceder en el uso de los ingredientes. Asimismo, se suprimió la variable UH_m , referida también a un porcentaje de utilización, y se creó $DZ_{m,k}$ para ocupar el lugar de $S_{m,k}$ (en este último cambio, por motivos de formato).
- ✓ Luego de analizar el grupo de restricciones propuesto por Kim y Lewis (1987) para definir la disponibilidad de la chatarra interna, fue necesario introducir modificaciones para que pudiera existir una correcta adaptación a nuestro caso de estudio, dado que, al desarrollar las ecuaciones de los autores originales, se llegaba a

encontrar un obstáculo basado en que, básicamente, para una misma clase de chatarra interna, el modelo matemático solo consideraba como disponibilidad el porcentaje respectivo del lote que la había producido según el orden de la numeración asignada al subíndice m . Por ejemplo, para la chatarra interna $m = 3$, las ecuaciones otorgan como disponibilidad la porción respectiva del tercer lote del día. Esta idea no nos favorecía, ya que, en nuestro caso de estudio, son cuatro los lotes trabajados en un día y todos de la misma aleación, es decir, que generan la misma chatarra interna. Así, a menos que se crearan cuatro valores para m ($m = 1, 2, 3, 4$) y, por consiguiente, cuatro básicos para $Z_{m,j,k}$, en donde cada m se refiriera exactamente a la misma clase de chatarra interna (complicando innecesariamente el modelo matemático), se justifica la introducción de las modificaciones ampliamente explicadas en la sección Restricciones de disponibilidad para los ingredientes del tipo 3.

- ✓ Fue necesario corregir las disponibilidades diarias proporcionadas por la empresa sujeta de estudio para el carbón para fusión, el carbón para reducción, el concentrado gravimétrico y el concentrado de flotación, con el fin de que el modelo matemático pueda ser ejecutado al considerarse la máxima capacidad del horno (aproximadamente, 130 t), es decir, cuando la cantidad de metal crudo a producir es la más alta posible para un lote. Sin embargo, no se debe dar una interpretación errónea a las disponibilidades corregidas. Es decir, no necesariamente la empresa está obligada a contar diariamente en su almacén con las cantidades finalmente ingresadas al modelo matemático como disponibilidad para poder ejecutarlo. Es posible que, en la realidad, se necesite una menor cantidad de ingredientes para fines similares de producción. Además, siempre se puede trabajar también con cantidades ilimitadas de ingredientes en el modelo matemático con fines de experimentación. Se dio la misma situación con los combustibles gas natural, aire y oxígeno.
- ✓ Fue necesario agregar un grupo de restricciones que relacionara las variables $Y_{2,j,k}$, concentrado de flotación, con $Z_{1,j,k}$, polvo de estaño, para que la actividad de formación de los *pellets* de concentrado de flotación y polvos se viera representada en el modelo.
- ✓ Los ratios de recuperación, W_h , para los diversos elementos y compuestos químicos considerados para el modelo matemático fueron interpretados como el grado en que se daban las reacciones químicas dentro del horno durante la fundición y no como la redistribución física de dichos componentes. Asimismo, los ratios fueron hallados de forma práctica en lugar que de forma química, para lo que hubieran sido necesarios estudios termodinámicos y de cinética de reacción, sumados a ensayos

metalográficos y de espectrometría de emisión, todo lo cual escapa del alcance del presente trabajo de investigación.

- ✓ Se creó la variable $E_{j,k}$, toneladas de estaño a producir en el lote j del día k , para definir el enfoque de producción del modelo matemático, el cual se centra en forzar al modelo a producir una cantidad determinada de estaño en cada lote, cantidad que estaría contenida en el metal crudo líquido final, que es el producto principal de la fundición.
- ✓ Las restricciones sobre el cumplimiento de límites máximos y mínimos para los elementos químicos no eran suficientes para representar la realidad de los ingredientes cuya finalidad no es la aportación de estaño a la mezcla (carbón para fusión, carbón para reducción, mineral de fierro y caliza). Por ello, se añadieron restricciones que relacionan mediante ratios los ingredientes de carbón con la cantidad de concentrado y polvo de estaño agregados en el trabajo de un lote (para lo cual se creó la variable $H_{j,k}$), y el mineral de fierro y la caliza con la cantidad de carga total.
- ✓ Para asegurar que se mantuviera, aproximadamente, la proporción en que se utilizan los ingredientes de carbón en la empresa sujeta de estudio, en cualquier caso, fue necesario agregar un grupo de restricciones que relacionaran las variables $X_{1,j,k}$ y $X_{2,j,k}$. Así, era posible hacer que el carbón para la fusión sea siempre usado en mayor cantidad de toneladas que el carbón para la reducción, prestando atención a una determinada relación.
- ✓ Al ejecutar el modelo con distintos requerimientos de producción de estaño cercanos a la capacidad máxima del horno, considerando la totalidad del horizonte de planificación, se encontró en los resultados que, aproximadamente, a partir de una cantidad de 68 t de dicho metal, en los días del 1 al 4 (cuando aún no existe disponibilidad de *pellets* de concentrado de flotación y polvos, según la suposición de que no se tiene almacenado polvo de estaño al inicio de la operación), se pasa de utilizar únicamente concentrado gravimétrico a una combinación entre este ingrediente y *dross* de fierro y, en los días del 5 al 30, de una combinación entre concentrado gravimétrico y *pellets* de concentrado de flotación y polvos a una de concentrado gravimétrico y *dross* de fierro. En sí, se aprecia que, para exigencias de estaño menores que, aproximadamente, 68 t de estaño, el ingrediente que se combina con el concentrado gravimétrico es el de los *pellets*, mientras que, para exigencias mayores de estaño, se empieza a utilizar el *dross* de fierro, todo lo cual atribuimos, como razón principal, a una combinación más económica que encuentra el modelo

matemático para lo que se debe producir. La escoria marginal no llega a ser empleada en ningún caso debido, principalmente, a su muy bajo contenido de estaño.

- ✓ Tras confrontar los resultados económicos conseguidos de nuestro modelo matemático y la operación actual, se identifica un ahorro a favor de S/.276,247.02 con base en el trabajo de 120 lotes (30 días), lo cual significa un ahorro anual estimado que alcanza los S/.3,314,964.22.
- ✓ Los costos unitarios por tonelada indican un estimado de S/.1,234.71 para la operación actual y de S/.1,575.84 según nuestro modelo matemático, lo que arroja una divergencia de S/.341.13 por t a favor de la operación actual. A pesar de que, a primera vista, esta situación puede verse como una pérdida, lo que ocurre en realidad es que la empresa precisa el uso de los combustibles, cuyo costo es directamente proporcional a la cantidad de carga total del horno, y que, como hemos indicado, dicha carga es mayor para el caso de la operación actual que para nuestro modelo matemático, para producir la misma cantidad de estaño. Por ello, debe considerarse el uso de los combustibles en el cálculo de los costos unitarios.
- ✓ Nuestro modelo matemático alcanza el objetivo de 44.70 t de estaño, utilizado para la comparación en el ámbito económico, con una menor cantidad de toneladas de carga total, lo cual se debe, principalmente, a la diferencia de toneladas que están siendo agregadas de escoria marginal y concentrado gravimétrico en ambos casos. Esto significa un ahorro de 23% en el uso del horno.
- ✓ El contenido de contaminantes para el metal crudo según la combinación de ingredientes de nuestro modelo matemático es menor en comparación con el que se obtiene de las operaciones industriales actuales. En especial, se observa el caso de antimonio, fierro y arsénico, con contenidos menores en 68.01%, 58.65% y 57.72% respectivamente, y que significan procesos menos intensos de remoción durante la etapa de refinación.
- ✓ El menor contenido de contaminantes, por otro lado, implicaría menores costos por concepto de menor uso de ingredientes químicos, menor energía involucrada, y menor tiempo de procesamiento para la remoción de contaminantes en la refinación.

5.2 Recomendaciones para estudios futuros

Las recomendaciones para estudios futuros que estén relacionados con el tema de la presente investigación se muestran a continuación:

- ✓ En el trabajo de modelos matemáticos, el investigador no debe perder de vista el objetivo final de la modelación, que es resolver una situación problemática de la realidad. Podría ser contraproducente en demasía el gastar innumerables recursos de

la empresa tan solo en tratar de lograr que el modelo matemático represente de forma exacta a la realidad, cuando una aproximación, de por sí, podría llegar a resolver dicha situación problemática. En este sentido, debe entenderse que lo más probable es que no se pueda conseguir que el modelo efectivamente precise la realidad en su totalidad, lo cual es natural. Además, debe recordarse que la aplicación de un modelo matemático debe ir acompañada por la experiencia de gerentes conocedores del proceso para que pueda alcanzar su máximo potencial.

- ✓ La obtención de los resultados numéricos de la aplicación del modelo no implica que, necesariamente, estos serán replicados exactamente en la realidad, dado que un modelo siempre será una abstracción de ésta. Aparte, existen diversos factores controlables (la administración de la alimentación del horno, por ejemplo) y no controlables (el grado en que se dan las reacciones químicas, por ejemplo) que pueden afectar la manera en que se desarrolla el proceso de fundición. Por ello, nuevamente, no debe dejarse de lado nunca el conocimiento de los gerentes sobre el proceso modelado, dado que su participación será crucial no solo en la resolución de dificultades y problemas variados de decisión que pudieran presentarse, sino también en el mejor aprovechamiento del modelo matemático.
- ✓ Toda empresa que realice operaciones de fundición y las modele mediante la aplicación de la programación lineal, debe asegurarse de no solo considerar dentro del modelo matemático todos los factores generadores de costos más importantes, sino también emplear los valores más precisos de costos para que el resultado de la función objetivo represente mejor el ahorro buscado. Además, cuando existan variaciones en los valores de costos que se ingresan a la función objetivo, el cambio debe realizarse de manera controlada, para que no estén presentes en ella, al mismo tiempo, cantidades actualizadas y desactualizadas.
- ✓ Es importante indicar que las restricciones relacionadas con la disponibilidad de chatarra interna deben ser evaluadas en detalle, según el proceso particular que realice una determinada empresa, para que puedan ser adaptadas de manera apropiada. El modelo de Kim y Lewis (1987) otorga lineamientos que no pueden adoptarse como definitivos en cuanto a los ingredientes recirculantes, sino que, aunque están pensados para ser generales, poseen una forma que más se adapta a un tipo específico de operación. Por ello, las formulaciones matemáticas planteadas deben ser desplegadas y expuestas según cada proceso particular.
- ✓ Es de vital importancia que, antes de ejecutar el modelo matemático, sea el propuesto en nuestro trabajo de investigación o una versión distinta, se haya ingresado como disponibilidades diarias valores que permitan que el *software* empleado (en nuestro caso, Lingo 9.0) pueda otorgar los resultados buscados, a pesar

de que no necesariamente se cuente con aquellas disponibilidades en el almacén de la empresa –considerando una cantidad determinada de aleación–. De lo contrario, tendría que reducirse la especificación de lo que debe producirse e interpretar los resultados a partir de aquí.

- ✓ Cada vez que la empresa encuentre una nueva manera de agregar los ingredientes al horno para el trabajo de un lote y sea esta la nueva forma establecida para hacerlo en adelante, debe actualizar los ratios (o proporciones) correspondientes para usarlos en el modelo matemático para su empleo futuro. Y en general, la empresa debe actualizar cualquier dato, calculado a partir de información caducada, antes de volver a aplicar el modelo matemático.
- ✓ En el uso de los ratios de recuperación, W_h , la empresa debe ser muy cuidadosa con los valores que ingresa al modelo en el sentido de su factibilidad de ejecución. Las cantidades más precisas que pueden obtenerse se hallarán solo con la realización de estudios termodinámicos y de cinética de reacción a altas temperaturas, sumados a ensayos metalográficos y de espectrometría de emisión, bajo la idea de que los ratios representan el grado en que se dan las reacciones químicas. Si con los ratios más exactos el modelo matemático no puede hacer que se cumplan las restricciones, tal vez deba adoptarse otra manera en que se exige al modelo mismo la producción mediante la introducción de valores distintos donde sea correspondiente.
- ✓ Respecto de la selección de los elementos químicos mínimos que deben ser considerados para la evaluación química, es importante tomar aquellos que dicten directamente la calidad del producto final. Así, por ejemplo, para nuestro caso, es evidente que el principal elemento que establece la calidad del metal crudo es el contenido de estaño, pero, por otro lado, también lo hace la presencia de otros contaminantes, tales como el hierro, el arsénico, el cobre, el antimonio, el plomo, el zinc y el indio, la cual perjudica la calidad del producto final. La correcta selección de elementos debe tomarse según la industria y la aplicación específica a modelar.
- ✓ Se recomienda revisar el costo “puesto en planta” referente al uso del *dross* de hierro, proporcionado por la empresa sujeta de estudio, el cual resulta muy alto en comparación con los demás ingredientes de la operación. Esta consideración adopta mayor fuerza si tomamos en cuenta que el *dross* de hierro es un sub-producto de la etapa de refinación, la cual sigue a la etapa de fundición y es de carácter obligatorio para alcanzar los requerimientos químicos del producto final. Así, el costo del *dross* de hierro debería incluir los costos parciales relacionados con su tratamiento una vez que se ha generado como desecho de la refinación, mas no los costos propios de la operación de refinación que provocaron su generación.

- ✓ Hemos mencionado que todo modelo matemático, a través de las restricciones, es capaz de representar una realidad idealizada de cualquier situación particular de una empresa. Sin embargo, se debe tomar en cuenta que existen restricciones que trascienden el entendimiento teórico químico, y que, por ejemplo, se refieren a metas corporativas, por ejemplo, las cuales podrían ser no ser conocidas y, por lo tanto, no ser incorporadas al modelo. En este contexto ubicaríamos el caso de la escoria marginal en la planta bajo estudio, que se trata de un producto de alta disponibilidad – acumulada desde años anteriores– y de muy bajo costo (principalmente, de manipulación dentro de la planta).



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ÁLVAREZ, Víctor, Pedro FLORES y Andrés RAMÍREZ
2004 "Nuevas alternativas para la reducción de minerales de hierro con gas natural". *Metalurgia: materiales y soldadura. Revista del Capítulo de Ingeniería Metalúrgica del Colegio de Ingenieros del Perú*. Volumen 1, número 1, pp. 27-31.
- ASHAYERI, J., A. G. M. van Eijs y P. NEDERSTIGT
1994 "Blending modelling in a process manufacturing: A case study". *European Journal of Operational Research*. Volumen 72, pp. 460-468.
- ASKELAND, Donald
1994 *Ciencia e ingeniería de los materiales*. Tercera edición. México D.F.: Thomson Learning, Inc., International Thomson Editores, S. A. de C. V.
- BALLESTER, Antonio, Luis Felipe VERDEJA y José SANCHO
2000 *Metalurgia extractiva: fundamentos*. Volumen 1. España: Editorial Síntesis.
- BERTRAND, Will y Jan FRANSOO
2002 "Modelling and simulation: operations management research methodologies using quantitative modeling". *International Journal of Operations & Production Management*. Volumen 22, número 2, pp. 241-264.
- BORASINO, Guido, Juan CABREJOS, Hernán DEL ÁGUILA, Juan LEGUÍA y Emilio LEY
2006 "Perspectivas de la reducción directa de concentrados sulfurosos mediante el uso de reductores gaseosos y sólidos vs. métodos convencionales". Ponencia presentada en el Tercer Congreso Internacional de Metalurgia de Transformación. Lima, Concytec, pp. 43-51.
- BUELHMANN, U, Cliff RAGSDALE y B. Gfeller
2000 "A spreadsheet-based decision support system for wood panel manufacturing". *Decision Support Systems*. Volumen 29, número 3, pp. 207-227.
- CANO PRADO, Paul
2005 *Informe de prácticas pre-profesionales realizada [sic] en la planta de fundición "Funsur" de la empresa minera Minsur S.A.* Lima.
- CAPELLO, Edoardo
1974 *Tecnologías de la fundición*. Tercera edición. Barcelona: Gustavo Gilli S. A.
- EPPEN, Gary, F. J. GOULD, C. P. SCHMIDT, Jeffrey MOORE y Larry WEATHERFORD
2000 *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa*. Quinta edición. Estado de México: Prentice Hall Hispanoamericana, S. A.
- FISICANET
2011a *Energías – Combustibles Gaseosos: Gas Natural*. Consulta: 31 de agosto de 2011.
<http://www.fisicanet.com.ar/energias/gases/en01_gas_natural.php>
- 2011b *Física – Estática de los fluidos*. Consulta: 31 de agosto de 2011.
<http://www.fisicanet.com.ar/fisica/estatica_fluidos/ap05_densidad.php>

- GROOVER, Mikell
1997 *Fundamentos de manufactura moderna: materiales, procesos y sistemas*. Estado de México: Prentice Hall Hispanoamericana, S. A.
- HESHMATPOUR, B. y G. L. COPELAND
1981 “Metallurgical aspects of waste metal decontamination by melt refining”. *Nuclear and Chemical Waste Management*. Volumen 2, número 1, pp. 25-31.
- KIM, J. y R. L. LEWIS
1987 “A large scale linear programming application to least cost charging for foundry melting operations”. *Transactions of the American Foundrymen’s Society*. Volumen 95, pp. 735-744.
- MINSUR
2011a *Nuestros Productos – El Estaño*. Consulta: 5 de abril de 2011.
<<http://www.minsur.com.pe/estano.htm>>
- 2011b *Nuestra Empresa – Unidades de Producción*. Consulta: 5 de abril de 2011.
<<http://www.minsur.com.pe/unidadesproduccion.htm>>
- 2011c *Nuestros Productos – El Estaño – Especificaciones*. Consulta: 5 de abril de 2011.
<http://www.minsur.com.pe/especificaciones_popup.htm>
- MITROFF, I.I., F. BETZ, L.R. PONDY y F. SAGASTI
1974 “On managing science in the systems age: two schemas for the study of science as a whole systems phenomenon”. *Interfaces*. Volumen 4, número 3, pp. 46-58.
- MUHLY, James D.
1985 “Sources of tin and the beginnings of bronze metallurgy”. *American Journal of Archaeology*. Volumen 89, número 2, pp. 275-291.
- NOVAK, David y Cliff RAGSDALE
2003 “A decision support methodology for stochastic multi-criteria linear programming using spreadsheets”. *Decision Support Systems*. Volumen 1, número 1, pp. 99-116.
- ORTIGAS, Luis
2006 “Demanda regional del gas natural será del 40%”. *Gas & negocios: revista de petróleo, gas y energía*. Lima, año 2, número 8, pp. 6-7.
- PAJAR HILARIO, Julio
2009 “Informe de prácticas pre-profesionales realizada [sic] en la planta de fundición Funsur S.A.”. Lima.
- PEARSON LONGMAN
2009 *Longman Dictionary of Contemporary English*. Quinta edición. Pearson Longman.
<<http://www.ldoceonline.com/>>
- PINEDO ABANTO, Luis
2009 *Informe de práctica pre-profesional. Funsur S.A. “Planta de Fundición y Refinación de Estaño”*. Lima.

REAL ACADEMIA ESPAÑOLA

2001 *Diccionario de la lengua española*. Dos volúmenes. Vigésima segunda edición. Madrid: Diccionesarios Espasa.
<<http://buscon.rae.es/draeI/>>

RIGGS, James

2001 *Sistemas de producción: planeación, análisis y control*. Tercera edición. México D. F.: Grupo Noriega Editores, Editorial Limusa, S. A. de C. V.

RONG, Aiying y Risto LAHDELMA

2008 “Fuzzy chance constrained linear programming model for optimizing the scrap charge in steel production”. *European Journal of Operational Research*. Volumen 186, número 3, pp. 953-964.

SAKALLI, Umit y Burak BIRGOREN

2009 “A spreadsheet-based decision support tool for blending problems in brass casting industry”. *Computers & Industrial Engineering*. Nueva York, volumen 56, número 2, pp. 724-735.

SCHEY, John

2002 *Procesos de manufactura*. Tercera edición. México D.F.: McGraw-Hill Companies, McGraw-Hill/Interamericana Editores, S. A. de C. V.

SOCIEDAD NACIONAL DE MINERÍA PETRÓLEO Y ENERGÍA (SNMPE)

2009 *¿Cómo se calcula el valor de los concentrados de minerales?* Lima. Consulta: 14 de marzo de 2011.
<<http://www.snmpe.org.pe/pdfs/Informe-Quincenal/Mineria/Informe-Quincenal-Mineria-Como-se-calcula-el-valor-de-los-concentrados-de-minerales-Marzo-2009.pdf>>

UYS, H. A.

1977 “The metallurgy of tin smelting in a submerged arc furnace”. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*. Volumen 77, número 6, pp. 121-125.

WIKIPEDIA

2011 *Oxígeno*. Consulta: 31 de agosto de 2011.
<<http://es.wikipedia.org/wiki/Ox%C3%Adgeno>>

WINSTON, Wayne

2005 *Investigación de operaciones: aplicaciones y algoritmos*. Cuarta edición. México D. F.: Thomson Learning, Inc., International Thomson Editores, S. A. de C. V.