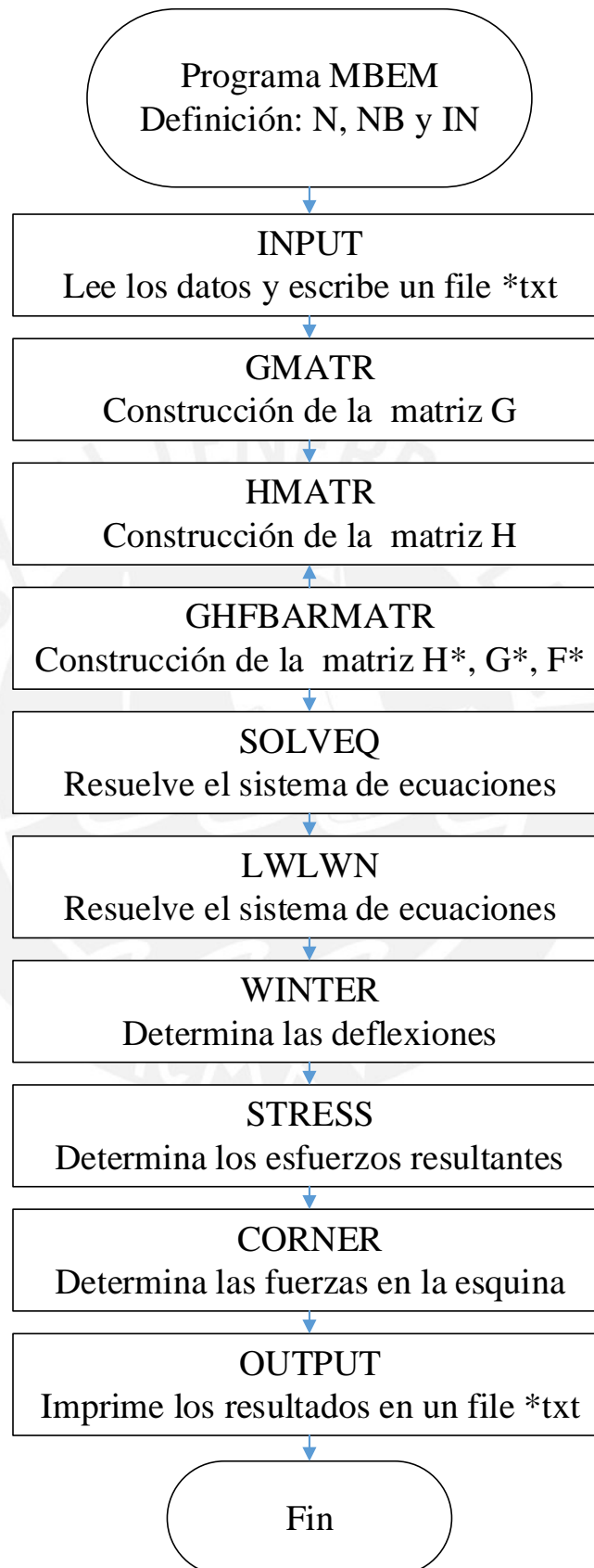


Anexo A: Diagrama de flujo del programa MBEM en Matlab



Anexo B: Código de programa MBEM para el análisis de losas

El profesor John T. Katsikadelis de la Universidad Técnica Nacional de Atenas, Grecia desarrolló el programa PLBECOM en lenguaje FORTRAN, el cual resuelve problemas de losas empleando el método de los elementos de contorno con elementos constantes. Al respecto, el programa en mención se traduce en el lenguaje MATLAB, el cual se le denomina MBEM, cuya denominación se asemeja al programa MFEM para elementos finitos.

El programa define los parámetros N, NC, NFC, NB y IN, los cuales especifican el número de elementos en el contorno, número de esquinas, número de esquinas con lados adyacentes libres, número de contornos y número de puntos internos, respectivamente. Asimismo, el programa define los parámetros NPS (número de puntos interno para soporte), NLS (número de líneas para soporte), NELS (número de elemento en las líneas para soporte), NCL (número de cargas concentradas), NLL (número de cargas lineales) y NELL (número de elementos en las cargas lineales).

Seguidamente, el programa contiene subrutinas:

GMATR: ensambla la matriz $[G]$ definido por la ecuación 3.144.

HMATR: ensambla la matriz $[H]$ definido por la ecuación 3.143.

HGFBBARMATR: ensambla las matrices $[\bar{H}]$, $[\bar{G}]$ y $[\bar{F}]$ definido por la ecuación 3.148a, b y c.

FLOAD: ensambla el vector carga $\{F\} = \{F_1 \ F_2 \ F_3\}^T$ definido por la ecuación 3.145.

SOLVEQ: resuelve el sistema de ecuaciones lineales 3.142 y 3.147, y ensambla los vectores $\{W\}$, $\{WN\}$, $\{MN\}$, $\{VN\}$, $\{WC\}$ y $\{RC\}$.

LWLWN: determina el Laplaciano $\{LW\}$ y su derivada $\{LWN\}$ en el contorno para la solución de las integrales de las ecuaciones 3.132 y 3.133.

WINTER: determina las deflexiones w en los IN puntos internos mediante la ecuación 3.130.

STRESS: determina las fuerzas internas M_x , M_y , M_{xy} , Q_x y Q_y en los puntos internos mediante la ecuación 3.34, 3.42 y 3.136a, b, c, d, e.

CORNER: determina las fuerzas resultantes R_k en las esquinas.

Fase preprocesamiento

El pre proceso es la primera etapa del programa MBEM consiste en la definición de la geometría.

```

25 - fprintf('***** PRE PROCESING ***** \n');
26 - inputfile=input('Enter file name for plate: ','s');
27 - fid = fopen (inputfile,'w');
28 - user=input('User name: ','s');
29 - title=input('Title: ','s');
30 -
31 - % ELASTIC CONSTANTS
32 -
33 - el=2.17*10^8; % Modulus of elasticity
34 - pn=0.15;      % Poisson ratio
35 -
36 - % PLATE THICKNESS
37 -
38 - hplate=0.25;
39 -
40 - % BOUNDARY DATA
41 -
42 - nb=1;          % number of boundaries
43 -
44 - ns=4;          % number of sides.

```

Asimismo, se define las condiciones de apoyo, para tal fin se asignó un código de valores de 0 y 1, de acuerdo a la condición de apoyo.

```

117 %
118 % ASSIGN boundary conditions at the nbe boundary nodal points
119 %
120 % Boundary conditions for each side:
121 % *****
122 % *          | a1 | a2 | a3 | b1 | b2 | b3 | *
123 % *****
124 % * Simply supported | 1 | 0 | w* | 0 | 1 | Mn* | *
125 % * Clamped         | 1 | 0 | w* | 1 | 0 | wn* | *
126 % * Free            | 0 | 1 | Vn* | 0 | 1 | Mn* | *
127 % * Guided          | 0 | 1 | Vn* | 0 | 1 | wn* | *
128 % * Elastic support | kT | 1 | Vn* | kR | 1 | Mn* | *
129 % *****
130 % kT and kR are the transverse and rotational spring stiffnesses
131 % The star designates prescribed quantity
132 % abs:= array including the values of a1,a2,a3,b1,b2,b3 of each side
133 %-----abs-----|
134 % | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
135 %-----|
136 % side 1 | a1 | a2 | a3 | b1 | b2 | b3 |
137 % side 2 | ... |
138 % ...
139 % side ns| ... |
140 %-----|
141 %abs=zeros (ns,6);
142 - abs=[ 1,0,0, 1,0,0;
143       1,0,0, 1,0,0;

```

Además, se asigna el número de elementos para la división, y las condiciones de carga.

```

157  §=====
158  § GENERATION of the coordinates of the IN interior nodal points xin,yin
159  § where deflections and the stress resultants will be evaluated.
160  §=====
161  § First a rectangular mesh with nrow X ncol nodal points is applied on the
162  § domain of the plate.Then the function checkin.m detects the nodal points
163  § inside the domain. Points at a distance from the boundary smaller than a
164  § prescribed value "dist" are excluded.
165  § -----
166  § CALL function meshpoints to generate nrow X ncol nodal points
167 -  nrow=21;
168 -  ncol=21;
169 -  [xint,yint,mt]=meshpoints(nrow,ncol,xl,yl);

```

```

198  §=====
199  § SURFACE LOADS
200  §=====
201  § fx,fy,f0 : coefficients of the linear load function f=fx*x+fy*y+f0
202 -  fx=0;
203 -  fy=0;
204 -  f0=5000;

```

La división de la losa se muestra en un gráfico, donde se detalla el número de elementos de contorno y los puntos en los cuales se quiere conocer los esfuerzos resultantes.

```

231  §=====
232  § PLOT GEOMETRY and NODAL POINTS
233  §=====
234  § CALL function plotplate to view geometry and nodal points
235 -  plotplate;

```

Fase procesamiento

El proceso es la segunda etapa del programa, que consiste en la resolución de los sistemas de ecuaciones.

```

328  § SUBROUTINE INPUTPL(XL,YL,XM,YM,JN,KN,N,NC,NFC,XC,YC,XFC,YFC
329  § & ,CCODE,NB,ANGLE,ICOR,IN,XIN,YIN,XSL,YSL
330  § & ,XSM,YSM,NLS,NELS,JLS,KLS
331  § & ,NPS,XPS,YPS,XCL,YCL,NCL,FCL,NELL,NLL,XLL,YLL,JL,KL,FLL,PN
332  § & ,EL,H,A1,A2,A3,B1,B2,B3,C1,C2,C3,CURV,FX,FY,F0)
333  § This subroutine reads the data from the input file and writes
334  § them in the output file
335  § Read the number of the last element of each boundary
336 -  NL=zeros(1,NB);
337 -  for i=1:NB
338 -     NL(i)=nl(i);
339 -  end

```

En esta etapa se construye la matriz G que contiene las condiciones de esfuerzos y desplazamientos. Asimismo, se ensambla la matriz H .

```

493 % GMATRPL(XL,YL,XM,YM,XFC,YFC,JN,KN,N,NFC,XSL,YSL (2)
494 % 1 ,XSM,YSM ,JLS,KLS,NELS,NLS,XPS,YPS,NPS,G,UCL,LUCL,UCP,LUCP)
495 % This subroutine computes the elements of G matrix
496 % Compute the G matrix
497 G=zeros(2*N+NFC+NELS+NPS);
498 for i=1:N
499     X0=XM(i);
500     Y0=YM(i);
501     XA1=x1(JN(i));
502     YA1=y1(JN(i));
503     XA2=x1(KN(i));
504     YA2=y1(KN(i));
505     SAL=sqrt((XA1-XA2)^2+(YA1-YA2)^2);
506     AAX=(XA2-XA1)/2;
507     AAY=(YA2-YA1)/2;
508     ENAX=2*AAY/SAL;
509     ENAY=-2*AAX/SAL;
510     for j=1:N
511         X1=XL(JN(j));
512         Y1=YL(JN(j));
513         X2=XL(KN(j));
514         Y2=YL(KN(j));
515         SL=sqrt((X1-X2)^2+(Y1-Y2)^2);
516         if i==j
517             G(i,j)=SL^3/96/pi/D*(log(SL/2)-1/3);
518             G(i,j+N+NFC)=0;
519             G(i+N+NFC,j)=0;
520             G(i+N+NFC,j+N+NFC)=-(SL/8/D/pi-SL/4/D/pi*log(SL/2));
521         else
522             [U,UN,U1N,U1]=RLINTG(X0,Y0,X1,Y1,X2,Y2,ENAX,ENAY,D);%call
523             G(i,j)=U;
524             G(i,j+N+NFC)=-UN;
525             G(i+N+NFC,j)=U1;
526             G(i+N+NFC,j+N+NFC)=-U1N;
527         end
528     end

```

```

674 % SUBROUTINE HMATRPL(XL,YL,XM,YM,XC,YC,JN,KN,ICOR,N,NFC,XSM,YSM (5)
675 % 1 ,NELS,XPS,YPS,NPS,ANGLE,H,CURV)
676 % This subroutine computes the elements of H matrix
677 H=zeros(2*N+NFC+NELS+NPS,2*N+NFC);
678 for i=1:N
679     X0=XM(i);
680     Y0=YM(i);
681     XA1=XL(JN(i));
682     YA1=YL(JN(i));
683     XA2=XL(KN(i));
684     YA2=YL(KN(i));
685     SAL=sqrt((XA1-XA2)^2+(YA1-YA2)^2);
686     AAX=(XA2-XA1)/2;
687     AAY=(YA2-YA1)/2;
688     ENAX=2*AAY/SAL;
689     ENAY=-2*AAX/SAL;
690     for j=1:N
691         X1=XL(JN(j));
692         Y1=YL(JN(j));
693         X2=XL(KN(j));
694         Y2=YL(KN(j));

```

```

695 -         SL=sqrt ((X1-X2)^2+(Y1-Y2)^2);
696 -         CUR=CURV(j);
697 -         if i==j
698 -             H(i,j)=0.5+(1-pn)/4/pi*CUR*SAL;%need PN, CURV
699 -             H(i,j+N+NFC)=-(-(1+pn)/4/pi*SL*log(SL/2)+(1-pn)/8/pi*SL);
700 -             H(i+N+NFC,j)=- (1+pn)/pi/SL;
701 -             H(i+N+NFC,j+N+NFC)=-(-0.5);
702 -         else
703 -             [UV,UM,U1V,U1M]=RLINTH(X0,Y0,X1,Y1,X2,Y2,CUR,pn,ENAX,ENAY);
704 -             H(i,j)=UV;
705 -             H(i,j+N+NFC)=-UM;
706 -             H(i+N+NFC,j)=U1V;
707 -             H(i+N+NFC,j+N+NFC)=-U1M;
708 -         end
709 -     end
    
```

Ensambla las matrices \bar{H} , \bar{G} y \bar{F} .

```

918 -     %=====
919 -     %   SUBROUTINE HGBARMATR(N,NFC,A1,A2,A3,B1,B2,B3,C1,C2,C3,HBAR,GBAR (8)
920 -     %   1           ,FBAR)
921 -     %   This subroutine produces the matrices Hbar,Gbar of Eq. 2.139
922 -     HBAR=zeros(2*N+NFC);
923 -     GBAR=zeros(2*N+NFC);
924 -     FBAR=zeros(1,2*N+NFC);
925 -     for i=1:N
926 -         HBAR(i,i)=A1(i);
927 -         HBAR(i+N+NFC,i+N+NFC)=B1(i);
928 -         GBAR(i,i)=A2(i);
929 -         GBAR(i+N+NFC,i+N+NFC)=B2(i);
930 -         FBAR(i)=A3(i);
931 -         FBAR(i+N+NFC)=B3(i);
932 -     end
933 -     if NFC>0
934 -         for i=1:NFC
935 -             HBAR(i+N,i+N)=C1(i);
936 -             GBAR(i+N,i+N)=C2(i);
937 -             FBAR(i+N)=C3(i);
938 -         end
939 -     end
    
```

Resuelve el sistema de ecuaciones $H \begin{Bmatrix} w \\ w_c \\ w_n \end{Bmatrix} = G \begin{Bmatrix} V \\ R \\ M \end{Bmatrix} + F$ y $\bar{H} \begin{Bmatrix} w \\ w_c \\ w_n \end{Bmatrix} = \bar{G} \begin{Bmatrix} V \\ R \\ M \end{Bmatrix} + \bar{F}$

```

940 -     %=====
941 -     %   SUBROUTINE SOLVEQPL(N,NFC,NELS,NPS,H,G,F,HBAR,GBAR,FBAR
942 -     %   & ,W,WC,WN,VN,MN,SL,SP,TW)
943 -     %   This subroutine solves the system of Eq. 3.141 and 3.147
944 -     [FLOAD,FLOADL]=FLOAD2D(XL,YL,XM,YM,JN,KN,N,NFC,XFC,YFC,NELS,...
945 -         XSM,YSM,XPS,YPS,NPS,D,FX,FY,F0);
946 -     A=zeros(4*N+2*NFC+NELS+NPS);
947 -     B=zeros(1,4*N+2*NFC+NELS+NPS);
948 -     for i=1:2*N+NFC+NPS+NELS
949 -         for j=1:2*N+NFC
950 -             A(i,j)=H(i,j);
951 -         end
    
```



```

952 -   for j=1:2*N+NFC+NPS+NELS
953 -       A(i,j+2*N+NFC)=-G(i,j);
954 -   end
955 -   B(i)=FLOAD(i);
956 - end
957
958 -   for i=1:2*N+NFC
959 -       for j=1:2*N+NFC
960 -           A(i+2*N+NFC+NELS+NPS,j)=HBAR(i,j);
961 -           A(i+2*N+NFC+NELS+NPS,j+2*N+NFC)=GBAR(i,j);
962 -       end
963 -       B(i+2*N+NFC+NELS+NPS)=FBAR(i);
964 -   end
965 -   %[A,B]=LEQS(4*N+2*NFC+NELS+NPS);
966 -   X=A\B';
967 -   W=zeros(1,N);
968 -   WN=zeros(1,N);
969 -   VN=zeros(1,N);
970 -   MN=zeros(1,N);
971 -   for i=1:N
972 -       W(i)=X(i);
973 -       WN(i)=X(i+N+NFC);
974 -       VN(i)=X(i+2*N+NFC);
975 -       MN(i)=X(i+3*N+2*NFC);
976 -   end
977 -   WC=zeros(1,NFC);
978 -   TW=zeros(1,NFC);
979 -   for i=1:NFC
980 -       WC(i)=X(i+N);
981 -       TW(i)=X(i+3*N+NFC);
982 -   end

```

Determina el Laplaciano $\{LW\}$ y su derivada $\{LWN\}$.

```

992 -   %=====
993 -   %   SUBROUTINE LWLWN(N,XL,YL,JN,KN,XM,YM,WB,WN,FLOAD2D(10)
994 -   %   1           ,NELS,UCL,LUCL,NPS,UCP,LUCP,SL,SP,LW,LWN)
995 -   % This subroutine computes the Laplacian of the deflection w and
996 -   % its normal derivative at the boundary
997 -   %V=zeros(N,N);
998 -   %LV=zeros(N,N);
999 -   %LVN=zeros(N,N);
1000 -   [V,VN,LV,LVN]=KERNLMATR(XL,YL,XM,YM,JN,KN,N,N,D);
1001 -   for i=1:N
1002 -       for j=1:N
1003 -           V(i,j)=D*V(i,j);
1004 -           VN(i,j)=D*VN(i,j);
1005 -           LV(i,j)=D*LV(i,j);
1006 -           LVN(i,j)=D*LVN(i,j);
1007 -       end
1008 -   end
1009 -   for i=1:N
1010 -       LVN(i,i)=LVN(i,i)-0.5;
1011 -   end
1012 -   F1=zeros(1,N);
1013 -   F2=zeros(1,2*N);

```

```

1014 - for i=1:N
1015 -     for j=1:N
1016 -         F1(i)=F1(i)+LVN(i,j)*W(j)-LV(i,j)*WN(j);
1017 -     end
1018 -     for j=1:NELS
1019 -         F2(i)=F2(i)+UCL(i,j)*SL(j);
1020 -         F2(i+N)=F2(i+N)+LUCL(i,j)*SL(j);
1021 -     end
1022 -     for j=1:NPS
1023 -         F2(i)=F2(i+N)+UCP(i,j)*SP(j);
1024 -         F2(i+N)=F2(i+N)+LUCP(i,j)*SP(j);
1025 -     end
1026 - end
1027 - FLOAD22D=zeros(1,2*N);
1028 - AA=zeros(2*N);
1029 - for i=1:N
1030 -     FLOAD22D(i)=FLOAD22D(i)+F1(i)+F2(i);
1031 -     FLOAD22D(i+N)=FLOAD22D(i+N)+F2(i+N);
1032 -     for j=1:N
1033 -         AA(i,j)=V(i,j);
1034 -         AA(i,N+j)=-VN(i,j);
1035 -         AA(i+N,j)=LV(i,j);
1036 -         AA(i+N,j+N)=-LVN(i,j);
1037 -     end
1038 - end
1039 - %[A,FLOAD2D,LSING]=LEQS(2*N);
1040 - XX=AA\FLOAD22D';
1041 - LWN=zeros(1,N);
1042 - LW=zeros(1,N);
1043 - for i=1:N
1044 -     LWN(i)=XX(i);
1045 -     LW(i)=XX(i+N);
1046 - end
    
```

Determina las deflexiones en los puntos internos del dominio.

```

1048 - %=====
1049 - % SUBROUTINE WINTERPL(N,XL,YL,XM,YM,JN,KN,XIN,YIN,IN,XSL,YSL,JLS (14)
1050 - % 1 ,KLS,NELS,NLS,XPS,YPS,NPS,XLL,YLL,JL,KL,NLL,NLT,FLL,XCL,YCL
1051 - % 1 ,NCL,FCL,WB,WN,LW,LWN,SL,SP,W,WX,WY,WXX,WYY,WXY,LWX,LWY)
1052 - % This subroutine computes the values of w,wx,wy,wxx,wyy,wxy,Lwx,Lwy
1053 - % at the IN internal points
1054 - % Compute matrices for line supports
1055 - [P1,PX,PY,PXX,PYY,PXY,LPX,LPY]=FLOADIN(XL,YL,XM,YM,JN,KN,N,IN,...
1056 - XIN,YIN,xll,yll,JN,KN,NLT,NLL,FLL,XCL,YCL,NCL,FCL);
1057 - if NLS>0%not used
1058 - [UL,ULX,ULY,ULXX,ULYY,ULXY,LULX,LULY]=UINDERLMATR(XIN,YIN,IN,...
1059 - XSL,YSL,JSL,KSL,NLS,NELS);
1060 - for i=1:IN
1061 -     for j=1:NELS
1062 -         P1(i)=P1(i)+UL(i,j)*SL(j);
1063 -         PX(i)=PX(i)+ULX(i,j)*SL(j);
1064 -         PY(i)=PY(i)+ULY(i,j)*SL(j);
1065 -         PXX(i)=PXX(i)+ULXX(i,j)*SL(j);
1066 -         PXY(i)=PXY(i)+ULXY(i,j)*SL(j);
1067 -         PYY(i)=PYY(i)+ULYY(i,j)*SL(j);
1068 -         LPX(i)=LPX(i)+LULX(i,j)*SL(j);
1069 -         LPY(i)=LPY(i)+LULY(i,j)*SL(j);
1070 -     end
    
```



```

1073      § Compute matrices for point supports
1074 -    if NPS>0%not used
1075 -        [UP,UPX,UPY,UPXX,UPYY,UPXY,LUPX,LUPY]=UINDERPMATRIN (XPS, YPS, ...
1076 -        NPS,XIN,YIN,IN) ;
1077 -        for i=1:IN
1078 -            for j=1:NPS
1079 -                P1(i)=P1(i)+UP(i,j)*SP(j) ;
1080 -                PX(i)=PX(i)+UPX(i,j)*SP(j) ;
1081 -                PY(i)=PY(i)+UPY(i,j)*SP(j) ;
1082 -                PXX(i)=PXX(i)+UPXX(i,j)*SP(j) ;
1083 -                PXY(i)=PXY(i)+UPXY(i,j)*SP(j) ;
1084 -                PYY(i)=PYY(i)+UPYY(i,j)*SP(j) ;
1085 -                LPX(i)=LPX(i)+LUPX(i,j)*SP(j) ;
1086 -                LPY(i)=LPY(i)+LUPY(i,j)*SP(j) ;
1087 -            end
1088 -        end
1089 -    end

```

```

1090 -    [V, VN, LV, LVN]=KERNLMATR (XL, YL, XIN, YIN, JN, KN, N, IN, D) ;
1091 -    [VX, VNX, LVX, LVNX, VY, VNY, LVY, LVNY]=KERNLMATR1 (XL, YL, XIN, YIN, JN, KN, N, IN, D) ;
1092 -    [VXX, VNX, LVXX, LVNXX, VYY, VNY, LVYY, LVNYY, VXY, VNX, LVXY, LVNXY]=...
1093 -    KERNLMATR2 (XL, YL, XIN, YIN, JN, KN, N, IN, D) ;
1094 -    W=-V.*LWN+LVN.*WB+VN.*LW-LV.*WN;
1095 -    WX=-VX.*LWN+LVNX.*WB+VNX.*LW-LV.*WN;
1096 -    WY=-VY.*LWN+LVNY.*WB+VNY.*LW-LV.*WN;
1097 -    WXX=-VXX.*LWN+LVNXX.*WB+VNX.*LW-LVXX.*WN;
1098 -    WXY=-VXY.*LWN+LVNXY.*WB+VNX.*LW-LVXY.*WN;
1099 -    WYY=-VYY.*LWN+LVNYY.*WB+VNY.*LW-LVYY.*WN;
1100 -    LWX=-LVX.*LWN+LVNX.*LW;
1101 -    LWY=-LVY.*LWN+LVNY.*LW;
1102
1103 -    for i=1:IN
1104 -        W(i)=P1(i)+D*W(i) ;
1105 -        WX(i)=PX(i)+D*WX(i) ;
1106 -        WY(i)=PY(i)+D*WY(i) ;
1107 -        WXX(i)=PXX(i)+D*WXX(i) ;
1108 -        WXY(i)=PXY(i)+D*WXY(i) ;
1109 -        WYY(i)=PYY(i)+D*WYY(i) ;
1110 -        LWX(i)=LPX(i)+D*LWX(i) ;
1111 -        LWY(i)=LPY(i)+D*LWY(i) ;
1112 -    end

```

Obtención de las fuerzas internas resultantes en el dominio de la losa.

```

1566      §=====
1567      § SUBROUTINE STRESSPL (IN,WXX,WYY,WXY,LWX,LWY,MX,MY,MXY,QX,QY)
1568      § This subroutine computes the stress resultants at the IN internal
1569      § points
1570 -    MX=zeros (1, IN) ;
1571 -    MY=zeros (1, IN) ;
1572 -    MXY=zeros (1, IN) ;
1573 -    QY=zeros (1, IN) ;
1574 -    QX=zeros (1, IN) ;
1575 -    for i=1:IN
1576 -        MX(i)=-D*(WXX(i)+PN*WYY(i)) ;
1577 -        MY(i)=-D*(WYY(i)+PN*WXX(i)) ;
1578 -        MXY(i)=D*(1-PN)*WXY(i) ;
1579 -        QY(i)=-D*LWY(i) ;
1580 -        QX(i)=-D*LWX(i) ;
1581 -    end

```

Fase posprocesamiento

El post proceso es la tercera etapa del programa, esta etapa consiste en la salida de resultados, los cuales pueden ser en archivo txt y gráficos.

```
2537      §*****POST PROCESS*****  
2538 -      [X,Y]=meshgrid(0:1:10,0:1:10);  
2539 -      contour(X,Y,W)  
2540 -      hold on  
2541 -      contour(X,Y,MX)
```

