

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
ESCUELA DE GRADUADOS



*Solución de las Degeneraciones en los Parámetros  
de Oscilación de Neutrinos en el Contexto de  
Fábricas de Neutrinos*

Tesis para Optar el Grado de  
MAGÍSTER EN FÍSICA

Presentada por  
JOEL JONES PÉREZ

Lima - Perú  
Julio, 2005

## Resumen

Una serie de experimentos con neutrinos ha establecido que estos tienen masa, existiendo una mezcla entre sus auto-estados de sabor. La mezcla genera una oscilación entre estos auto-estados durante la propagación de los neutrinos, descrita por una serie de parámetros y por la diferencia cuadrada de las masas.

La propuesta con mayor sensibilidad en la medición de los parámetros de oscilación radica en futuras instalaciones llamadas ‘fábricas de neutrinos’. Estas producirán un alto flujo de neutrinos a partir del decaimiento del muón, siendo capaces de medir una gran variedad de canales de oscilación.

No obstante, la medición de los parámetros se ve afectada por la existencia de degeneraciones en la probabilidad de oscilación, las cuales permiten la aparición de resultados ambiguos en el momento de determinar los parámetros reales.

En este trabajo se analiza el problema de las degeneraciones y se recomienda la realización de mediciones en los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ ,  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  y  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ , junto con sus respectivas antipartículas, con el fin de resolver cualquier ambigüedad. Las fábricas de neutrinos son simuladas incluyendo errores debidos a la divergencia del haz, a la resolución energética y a la eficiencia en la detección.

La medición de los tres canales de oscilación se realiza a 3000 km de la fuente de neutrinos. Aquellos casos con un pequeño número de eventos presentan tres tipos de degeneraciones, estando una de estas presente incluso en casos particulares con un mayor número de eventos. Se estudia, en particular, la dependencia de la resolución de todas las degeneraciones con respecto a la eficiencia y masa del detector del canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ , así como los efectos de combinar estos datos con aquellos para una distancia de 7250 km.

Los resultados se presentan a través del uso de regiones de confiabilidad definidas en el análisis estadístico. A partir de ellas se establecen los límites posibles en la resolución del problema, considerando varios parámetros de oscilación.

# PLAN DE TESIS

## Planteamiento del Problema

El fenómeno de conversión de sabor entre neutrinos es descrito por el mecanismo de oscilación inducida por masa (OIM), y se obtiene al asumir una falta de coincidencia entre auto-estados de sabor de neutrinos ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ) y de auto-estados de masa ( $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ , con masa  $m_1, m_2, m_3$  respectivamente). Como la evolución de los neutrinos está determinada por los auto-estados de masa presentes, la interferencia entre estos puede provocar que el auto-estado de sabor detectado sea diferente al auto-estado de sabor inicial.

El mecanismo OIM depende de una serie de parámetros: tres ángulos de mezcla,  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{23}$  y  $\theta_{13}$ , una fase de violación CP,  $\delta$ , y dos diferencias de masa cuadradas,  $\Delta m_{21}^2$  y  $\Delta m_{31}^2$  ( $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ ). Los cuatro primeros parámetros se encuentran dentro de la matriz de mezcla de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata.

Hasta el momento se conocen los ángulos  $\theta_{12}$  y  $\theta_{23}$ , junto con  $\Delta m_{21}^2$  y el valor absoluto de  $\Delta m_{31}^2$ . El ángulo  $\theta_{13}$  no ha sido determinado aún, pero un límite superior para su valor ha sido establecido. Por otro lado, ningún experimento ha determinado el valor de  $\delta$ .

Una de las metas futuras en el estudio de las oscilaciones de neutrinos es la determinación del ángulo de mezcla  $\theta_{13}$  y la fase de violación CP  $\delta$ , junto con la mejora en las mediciones de los otros parámetros. La determinación de todos estos se realiza a través de observables experimentales (por ejemplo, número de eventos), sin embargo, de estas mediciones se pueden obtener resultados ambiguos (degenerados)

en algunos de los parámetros de oscilación. Las degeneraciones asociadas al mecanismo OIM son :  $(\theta_{13}, \delta)$ , el signo de  $\Delta m_{31}^2$  ( $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ ), y  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ . En el peor de los casos, tomando en cuenta las tres ambigüedades juntas, se tendría una degeneración de octavo orden.

## Justificación General del Tema

Las anomalías observadas desde hace 30 años, realizadas a través de experimentos con neutrinos solares y atmosféricos, han sido confirmadas por experimentos con reactores y aceleradores. Estos últimos nos permiten establecer que las anomalías observadas se deben necesariamente a la conversión de sabor entre neutrinos descrita por el mecanismo OIM. Sin embargo, con el fin de describir este fenómeno con exactitud, es necesario medir de manera precisa los parámetros de oscilación relacionados al mecanismo OIM. No obstante, la existencia de las ambigüedades descritas anteriormente hará que esta tarea sea bastante difícil, a menos que se encuentre un método para resolverlas eficientemente.

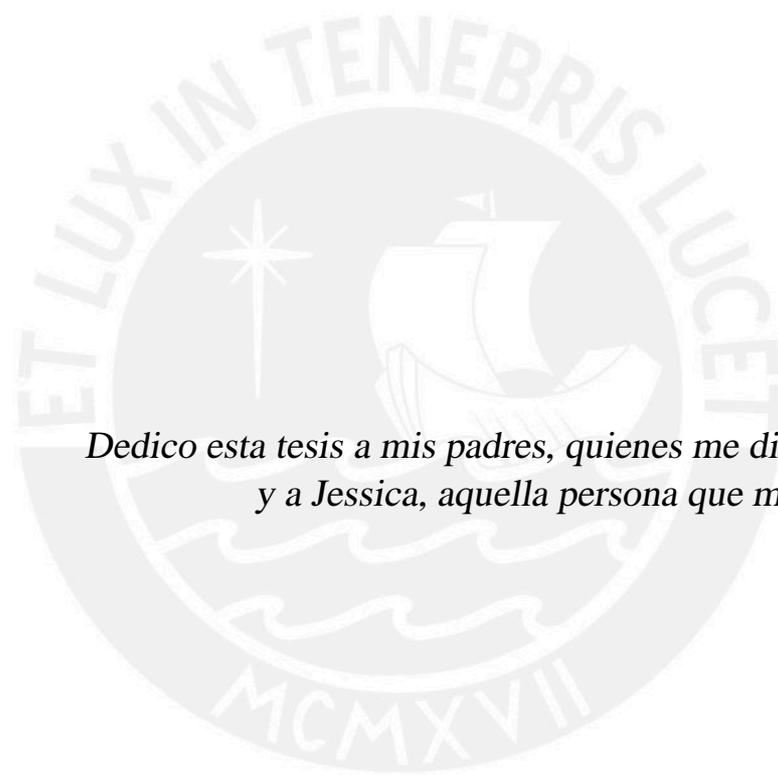
## Objetivos

- Diferenciar los tipos de ambigüedades presentes.
- Observar dependencia de parámetros  $\theta_{13}$ ,  $\theta_{23}$  y  $\delta$  en distintos canales de oscilación, para una probabilidad dada, variando a la vez la configuración experimental a través de diferentes energías y distancias.
- Identificar con precisión el entorno experimental de una fábrica de neutrinos, reproduciendo el flujo y sección de choque de los neutrinos, así como la eficiencia y resolución de los detectores.
- Generar cifras de número de eventos realistas, y ajustarlas mediante distribuciones estadísticas de Gauss y Poisson, para así comprobar la confiabilidad de nuestra solución.

## Metodología

El método de trabajo tendrá dos etapas principales: desarrollo de expresiones analíticas y simulación del entorno experimental. La primera etapa implica un desarrollo de expresiones teóricas que serán usadas con el fin de resolver el problema sin la necesidad de recurrir a una simulación experimental completa. Por otro lado, la segunda etapa consistirá en el desarrollo de programas que simulen los experimentos, y con ello el estudio de nuestras propuestas teóricas, dentro de un contexto realista. Estas dos etapas se realizarán mediante programación en lenguaje FORTRAN.





*Dedico esta tesis a mis padres, quienes me dieron la vida,  
y a Jessica, aquella persona que me la cambió.*

## AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer enormemente a mis padres, Don y Guadalupe, así como a mi hermano, Julian, por haber soportado malos humores y falta de tiempo durante los tres años que duró la elaboración de este trabajo. Debo agradecer adicionalmente a mi padre por el apoyo durante los viajes, y a mi madre, por aceptar el no poder usar la PC durante las corridas interminables de las simulaciones. ¡Espero nomás que algún día les interese saber qué es un neutrino!

Quiero agradecer inmensamente a Jessica por absorber los malos humores y la falta de tiempo, transformándolos en momentos agradables. Le agradezco por escuchar, mirar y sonreír. Sin estos factores habría sido imposible terminar este trabajo.

Este trabajo no habría comenzado sin la ayuda de mi asesor, el Prof. Alberto Gago. Quisiera agradecer la confianza depositada en mí todo este tiempo, así como el apoyo durante la maestría y los viajes. Sus enseñanzas han sido imprescindibles.

Agradezco a los demás miembros del jurado, los Profs. Francisco De Zela y Eduardo Massoni, no sólo por aceptar evaluar este trabajo en poco tiempo, sino también por sus enseñanzas y apoyo incondicional durante mis estudios. Asimismo, quisiera agradecer a la Prof. Maria Elena López por organizar la sustentación en un tiempo más breve de lo normal.

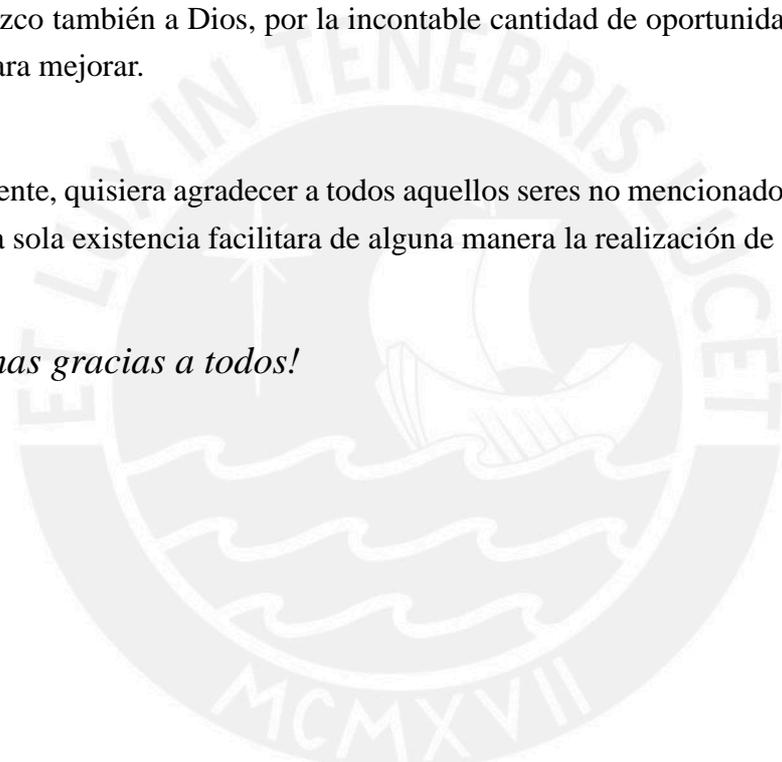
Este trabajo fue realizado gracias al auspicio de la Dirección Académica de Investigación (DAI) de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Por otro lado, la maestría ha sido financiada por el CONCYTEC. Muchas gracias a ambas instituciones.

Imposible olvidar el agradecer a los organizadores del *VI Simposio Nacional de Estudiantes de Física*, del *XIV Simposio Peruano de Física* y del *VII Simposio Nacional de Estudiantes de Física* por permitirme presentar avances de este proyecto a nivel nacional. Quisiera agradecer también a los organizadores del *V Simposio Latinoamericano de Física de Altas Energías*, de la Escuela Giambiagi en Física de Altas Energías (*Latin American Workshop on Fundamental Interactions*) y de *Pheno 05* por permitirme presentar mi trabajo.

Agradezco también a Dios, por la incontable cantidad de oportunidades que me ha dado para mejorar.

Finalmente, quisiera agradecer a todos aquellos seres no mencionados anteriormente, cuya sola existencia facilitara de alguna manera la realización de este trabajo.

*¡Muchas gracias a todos!*



# ÍNDICE GENERAL

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. El Descubrimiento del Neutrino . . . . .	1
1.2. El Fenómeno de Oscilación de Neutrinos . . . . .	4
1.2.1. El Problema de los Neutrinos Solares . . . . .	5
1.2.2. La Anomalía en los Neutrinos Atmosféricos . . . . .	8
1.2.3. Neutrinos de Reactores . . . . .	10
1.2.4. Neutrinos de Aceleradores . . . . .	11
1.2.5. Futuros Experimentos de Oscilación . . . . .	12
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>14</b>
2.1. Mezcla de Neutrinos . . . . .	15
2.1.1. Neutrinos de Dirac . . . . .	16
2.1.2. Neutrinos de Majorana . . . . .	18
2.1.3. Parametrización de la Matriz de Mezcla . . . . .	20
2.2. El Mecanismo de Oscilación de Neutrinos . . . . .	22
2.2.1. La Probabilidad de Transición en el Vacío . . . . .	22

2.2.2.	Efectos de Materia en la Oscilación de Neutrinos . . . . .	25
2.2.3.	Aproximación Analítica de la Probabilidad de Oscilación . . . . .	28
2.3.	Valores Observados para Parámetros de Oscilación . . . . .	29
<b>3.</b>	<b>Degeneraciones en los Parámetros de Oscilación de Neutrinos</b>	<b>31</b>
3.1.	Definición General de Degeneración . . . . .	32
3.2.	Degeneración $(\theta_{13}, \delta)$ . . . . .	33
3.3.	Degeneración $sgn(\Delta m_{31}^2)$ . . . . .	34
3.4.	Degeneración $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ . . . . .	36
3.5.	Propuestas para Resolver las Degeneraciones . . . . .	38
<b>4.</b>	<b>Solución Analítica de las Degeneraciones</b>	<b>40</b>
4.1.	Diagramas de $\tan^2 \theta_{13}$ vs. $\tan^2 \theta_{23}$ . . . . .	40
4.2.	Determinación del Signo de $\Delta m_{31}^2$ . . . . .	44
4.3.	Diagramas de $\tan^2 \theta_{23}$ vs. $\delta$ . . . . .	45
4.3.1.	Análisis con $\theta_{13}$ Constante . . . . .	45
4.3.2.	Análisis con $\theta_{13}$ Variable . . . . .	51
4.3.3.	El <i>Magic Baseline</i> . . . . .	58
4.4.	Resumen del Análisis . . . . .	60
<b>5.</b>	<b>Estudio de Fábricas de Neutrinos</b>	<b>62</b>
5.1.	Producción de Neutrinos . . . . .	65

5.2.	Detección de Neutrinos . . . . .	67
5.2.1.	Detección de $\nu_\mu$ . . . . .	69
5.2.2.	Detección de $\nu_\tau$ . . . . .	72
5.3.	Configuración Experimental . . . . .	75
<b>6.</b>	<b>Análisis de Datos Simulados</b>	<b>76</b>
6.1.	Generación de Eventos . . . . .	77
6.2.	Análisis Estadístico . . . . .	77
6.3.	Resultados de Simulaciones . . . . .	79
6.3.1.	Impacto de la Eficiencia en la Detección de $\nu_\tau$ en la Solu- ción de Degeneraciones . . . . .	85
6.3.2.	Resultados Adicionales con el <i>Magic Baseline</i> . . . . .	92
<b>7.</b>	<b>Conclusiones Finales</b>	<b>98</b>
7.1.	Recomendaciones . . . . .	101
	<b>Bibliografía</b>	<b>102</b>
	<b>Apéndices</b>	<b>109</b>
<b>A.</b>	<b>Características de los Neutrinos</b>	<b>110</b>
A.1.	Neutrino Electrón ( $\nu_e$ ) . . . . .	111
A.2.	Neutrino Muón ( $\nu_\mu$ ) . . . . .	111
A.3.	Neutrino Tau ( $\nu_\tau$ ) . . . . .	112

## ÍNDICE DE CUADROS

5.1. Factores de normalización para la eficiencia en la detección de muones. . . . .	70
5.2. Niveles de <i>background</i> para los canales de oscilación detectados por un calorímetro de hierro magnetizado. Los mismos niveles son considerados para las antipartículas. . . . .	72
5.3. Niveles de <i>background</i> para los canales de oscilación detectados por un detector de emulsiones en plomo. Los mismos niveles son considerados para las antipartículas. . . . .	74
6.1. Valores de $\chi^2$ mínimo asumiendo el signo correcto ( $\chi_{min}^2$ ) e incorrecto ( $(\chi_{min}^2)^w$ ). Los valores para la confiabilidad a $2\sigma$ y $3\sigma$ se definen con respecto al menor $\chi^2$ . . . . .	84
6.2. Valores mínimos de $\sin^2 2\theta_{13}$ libres de degeneraciones a un nivel menor o igual a $2\sigma$ y $3\sigma$ , para los valores extremos de eficiencia usados. . . . .	97

## ÍNDICE DE FIGURAS

- 3.1. Trayectorias en espacio de bi-probabilidad. Los parámetros que generan esta curva son  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  ( $1.25 \times 10^{-3}$ ) para la curva sólida (discontinua), mientras que los demás corresponden a los **verdaderos**. Se toma  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 30$  GeV. En particular, la intersección de las curvas en  $\delta = -148^\circ$  ( $-41^\circ$ ) para la elipse sólida (discontinua) indica una degeneración. . . . . 34
- 3.2. Degeneración en  $sgn(\Delta m_{31}^2)$ . El parámetro que genera la curva sólida es  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ , con signo positivo, mientras que para la discontinua se usa  $\sin^2 2\theta'_{13} = 0.0108$  ( $9.5 \times 10^{-4}$ ) a la izquierda (derecha), con signo opuesto. Se toma  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 30$  GeV. Las curvas se intersecan con  $\delta_0$  para  $\delta' = 24^\circ$  y  $171^\circ$  respectivamente. . . . . 35
- 3.3. Degeneración en  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ . Los parámetro que generan la curva sólida son  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ ,  $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$ , mientras que para la discontinua se usa  $\sin^2 2\theta'_{13} = 5.1 \times 10^{-3}$  ( $1.25 \times 10^{-3}$ ) a la izquierda (derecha), con  $\tan^2 \theta'_{23} = 1.59$ . Se toma  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 30$  GeV. Las curvas se intersecan con  $\delta_0$  para  $\delta' = -135^\circ$  y  $-44^\circ$  respectivamente. . . . . 37
- 3.4. Degeneración en  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$  y  $sgn(\Delta m_{31}^2)$ . Los parámetros que generan la curva sólida son  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ ,  $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$ , mientras que para la discontinua se usa  $\sin^2 2\theta'_{13} = 5.8 \times 10^{-3}$  ( $1 \times 10^{-3}$ ) a la izquierda (derecha), con  $\tan^2 \theta'_{23} = 1.59$  y signo opuesto de  $\Delta m_{31}^2$ . Se toma  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 30$  GeV. Las curvas se intersecan con  $\delta_0$  para  $\delta' = 30^\circ$  y  $164^\circ$  respectivamente. . . 37

4.1. Curva de equiprobabilidad en el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ , mostrando la dependencia de  $\tan^2 \theta_{13}$  con respecto a  $\tan^2 \theta_{23}$  para neutrinos (izquierda) y antineutrinos (derecha). El valor de  $P_1$  es el correspondiente a  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 10$  (arriba) y 30 GeV (abajo), manteniendo los parámetros en sus **valores verdaderos**. . . . . 41

4.2. Cruce de canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  (curva sólida) y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  (curva discontinua), para neutrinos (izquierda) y antineutrinos (derecha). Las probabilidades  $P_1$  y  $P_2$  son las correspondientes a  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 10$  (arriba) y 30 GeV (abajo), para los **valores verdaderos** de todos los parámetros. . . . . 42

4.3. Puntos de cruce de los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ , para neutrinos (izquierda) y antineutrinos (derecha). La variación de  $\delta$  se da en todos sus valores permitidos. Las probabilidades  $P_1$  y  $P_2$  son las correspondientes a  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 10$  (arriba) y 30 GeV (abajo), para los **valores verdaderos** de todos los parámetros. . . . 43

4.4. Puntos de cruce usando probabilidad de oscilación de neutrinos y antineutrinos, para ambos valores de  $\Delta m_{31}^2$ , con  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 10$  (izquierda) y 30 GeV (derecha). Las rectas gruesas corresponden a neutrinos, mientras que las delgadas corresponden a antineutrinos. La recta verde (roja) corresponde a neutrinos (antineutrinos) usando el signo correcto, mientras que la azul (magenta) corresponde a neutrinos (antineutrinos) usando el signo incorrecto. . 44

4.5. Curvas de equiprobabilidad para neutrinos (rojo, izquierda) y antineutrinos (azul, derecha). Se toma  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  (arriba) y 0.01 (abajo). Las probabilidades son las correspondientes para  $L = 3000$  km, donde se toma  $E_\nu = 20, 30, 40$  GeV, y los demás parámetros en sus **valores verdaderos**. . . . . 46

4.6. Curvas de equiprobabilidad para neutrinos (rojo) y antineutrinos (azul), así como las respectivas para los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  (verde) y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  (amarillo). Se toma  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  (arriba) y  $0.01$  (abajo); y  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  (izquierda) y  $0.99$  (derecha), que corresponden a  $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$  y  $0.82$ , respectivamente. Las probabilidades son las correspondientes para  $L = 3000$  km, donde se toma  $E_\nu = 20, 30, 40$  GeV, a excepción de los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ , donde sólo se toma  $E_\nu = 30$  GeV. Se considera  $\delta = 0^\circ$ . . . . . 48

4.7. Tal como la Figura 4.6, pero con  $\delta = 60^\circ$ . . . . . 49

4.8. Tal como la Figura 4.6, pero con  $\delta = 90^\circ$ . . . . . 50

4.9. Degeneraciones generadas al variar el valor de prueba  $\theta'_{13}$ . Las probabilidades han sido generadas con  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ ,  $\delta = 0^\circ$ , y los demás parámetros en sus **valores verdaderos**, para  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 20, 30, 40$  GeV. El valor de  $\sin^2 2\theta'_{13}$  usado para generar cada curva, de izquierda a derecha y de arriba a abajo, es  $0.1$  (valor real),  $0.0668$ ,  $0.015$  y  $0.09$ . . . . . 53

4.10. Tal como la Figura 4.9, pero con probabilidades generadas con  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ ,  $\delta = 0^\circ$ . Los valores de  $\sin^2 2\theta'_{13}$  usados son  $0.01$ ,  $7.45 \times 10^{-3}$ ,  $0.029$  y  $0.017$ . . . . . 53

4.11. Tal como la Figura 4.9, pero con probabilidades generadas con  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ ,  $\delta = 60^\circ$ . Los valores de  $\sin^2 2\theta'_{13}$  usados son  $0.1$ ,  $0.0675$ ,  $0.14$  y  $0.0835$ . . . . . 54

4.12. Tal como la Figura 4.9, pero con probabilidades generadas con  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ ,  $\delta = 60^\circ$ . Los valores de  $\sin^2 2\theta'_{13}$  usados son  $0.01$ ,  $7.35 \times 10^{-3}$ ,  $0.027$  y  $0.0154$ . . . . . 54

4.13. Tal como la Figura 4.9, pero con probabilidades generadas con  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ ,  $\delta = 90^\circ$ . Los valores de  $\sin^2 2\theta'_{13}$  usados son  $0.1$ ,  $0.065$ ,  $0.12$  y  $0.0725$ . . . . . 55

4.14. Tal como la Figura 4.9, pero con probabilidades generadas con  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ ,  $\delta = 90^\circ$ . Los valores de  $\sin^2 2\theta'_{13}$  usados son  $0.01$ ,  $7.5 \times 10^{-3}$ ,  $0.011$  y  $0.02$ . . . . . 55

4.15. Curvas de equiprobabilidad para neutrinos (rojo) y antineutrinos (azul), así como las respectivas para los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  (verde) y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  (amarillo). Se toma  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.05$ , y los demás parámetros en sus **valores verdaderos**. Las probabilidades son las correspondientes para  $L = 3000$  km, donde se toma  $E_\nu = 20, 30, 40$  GeV, a excepción de los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ , donde sólo se toma  $E_\nu = 30$  GeV. . . . . 57

4.16. Curvas de equiprobabilidad para el *magic baseline*, en contraste con aquellas para  $L = 3000$  km (curvas negras). Las curvas del *magic baseline* se muestran para neutrinos (rojo) y antineutrinos (azul), a  $L = 2750$  km, con  $E_\nu = 20, 30, 40$  GeV. Se toma  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  (arriba) y  $0.01$  (abajo); y  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  (izquierda) y  $0.99$  (derecha), que corresponden a  $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$  y  $0.82$ , respectivamente. Se considera  $\delta = 0^\circ$ . . . . . 59

5.1. Flujo anual esperado de neutrinos a una distancia de 3000 km de la fuente, producto del decaimiento de  $10^{20}$  muones por año. Se considera que los muones que decaen tienen una energía de 50 GeV. Las curvas sólidas (discontinuas) corresponden a  $\nu_e$  ( $\bar{\nu}_\mu$ ). . . . . 66

5.2. Sección de choque de neutrinos (curva sólida) y antineutrinos (curva discontinua), para  $\nu_\mu$  (arriba) y  $\nu_\tau$  (abajo), debido a interacción de corriente cargada a través de dispersión inelástica ‘profunda’. . . 68

5.3. Sección de choque de neutrinos (curva sólida) y antineutrinos (curva discontinua), debido a interacción de corriente neutra a través de dispersión inelástica ‘profunda’. El valor de la sección de choque es independiente del sabor. . . . . 68

5.4. Dependencia de  $\epsilon_{\nu\beta}^{CC}$  con respecto a  $E'_\nu$ , para los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  (arriba) y  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  y  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  (abajo). . . . . 71

5.5. Dependencia de  $\epsilon_{\nu\beta}^{CC}$  con respecto a  $E'_{\nu}$ , para los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  y  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ . . . . . 73

6.1. Niveles de confiabilidad en  $2\sigma$  (rojo) y  $3\sigma$  (azul), para  $L = 3000$  km. Se toma  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  (arriba) y  $0.01$  (abajo), que corresponden a  $\tan^2 \theta_{13} = 2.6 \times 10^{-2}$  y  $2.5 \times 10^{-3}$ , respectivamente; y  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  (izquierda) y  $0.99$  (derecha), que corresponden a  $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$  y  $0.82$ , respectivamente. Se considera  $\delta = 0^\circ$ . . . . . 81

6.2. Tal como la Figura 6.1, pero se considera  $\delta = 60^\circ$ . . . . . 82

6.3. Tal como la Figura 6.1, pero se considera  $\delta = 90^\circ$ . . . . . 83

6.4. Niveles de confiabilidad en  $2\sigma$  (rojo) y  $3\sigma$  (azul), para  $L = 3000$  km y  $\langle \epsilon_{\nu\tau}^{CC} \rangle = \epsilon_0$ . Se toma, de izquierda a derecha, de arriba a abajo,  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1, 0.05, 0.025$  y  $0.015$ , que corresponden a  $\tan^2 \theta_{13} = 2.6 \times 10^{-2}, 1.3 \times 10^{-2}, 6.3 \times 10^{-3}$  y  $3.8 \times 10^{-3}$  respectivamente, estando el resto de parámetros en sus **valores verdaderos**. . . . . 87

6.5. Tal como la Figura 6.4, pero con  $\langle \epsilon_{\nu\tau}^{CC} \rangle = 3\epsilon_0$ . . . . . 88

6.6. Tal como la Figura 6.4, pero con  $\langle \epsilon_{\nu\tau}^{CC} \rangle = 5\epsilon_0$ . . . . . 89

6.7. Zonas degeneradas en función de la eficiencia y la masa. La zona roja (azul) es aquella donde la degeneración está presente a un nivel de  $2\sigma$  ( $3\sigma$ ). Se toma  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  (arriba),  $0.975$  (centro), y  $0.99$  (abajo), con  $\delta = 0^\circ$  (izquierda),  $60^\circ$  (centro) y  $90^\circ$  (derecha). . . . . 91

6.8. Tal como la Figura 6.4, pero incluyendo una medición de  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  a  $L = 7250$  km. . . . . 94

6.9. Zonas degeneradas en función de la eficiencia y la masa, combinando mediciones a  $L = 3000$  y  $L = 7250$  km. La zona roja (azul) es aquella donde la degeneración está presente a un nivel de  $2\sigma$  ( $3\sigma$ ). Se toma  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  (arriba),  $0.975$  (centro), y  $0.99$  (abajo), con  $\delta = 0^\circ$  (izquierda),  $60^\circ$  (centro) y  $90^\circ$  (derecha). Es importante notar el cambio de escala para  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$ . . . . . 96

## NOMENCLATURA

CP	Carga-Paridad
MSW	Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein
OIM	Oscilación Inducida por Masa
PMNS	Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata
PREM	Modelo de Estructura Interna de la Tierra
SK	Super-Kamiokande



# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### **1.1. El Descubrimiento del Neutrino<sup>1</sup>**

El neutrino fue propuesto por W. Pauli en 1930 como una “solución desesperada” al problema vinculado al espectro continuo de radiación beta, descubierto por J. Chadwick [3] en 1914.

Antes del año 1930, se consideraba que el núcleo de un átomo estaba constituido enteramente de protones y electrones. Como ejemplo, un núcleo de nitrógeno  $^{14}\text{N}$  estaría compuesto por 14 protones y siete electrones, con una carga positiva neta igual a siete veces la carga del protón. Esta visión del núcleo era bastante problemática, ya que en este caso se predice que un núcleo de  $^{14}\text{N}$  debe comportarse como un fermión, cuando los experimentos indican que es un bosón. Por otro lado, la radiación beta vendría a ser simplemente la emisión de uno de los electrones del núcleo. De ser así, esta emisión, al igual que la emisión de  $^4\text{He}$  en la radiación alfa, debería caracterizarse por ser monoenergética, cosa que tampoco se observa experimentalmente.

A pesar de que el descubrimiento del neutrón en 1932 por Chadwick [4] resolvió el problema del spin de núcleos como el de  $^{14}\text{N}$ , el espectro energético continuo de electrones observado en el decaimiento beta seguía sin tener una explicación. El problema resultó tan serio que llevó a N. Bohr a considerar el abandonar la ley de

---

<sup>1</sup>Esta introducción histórica está basada en [1, 2].

conservación de energía.

La propuesta de Pauli en 1930 planteaba la presencia de una partícula neutra en el decaimiento beta, con una masa menor a una centésima de la masa del protón. Esta partícula, planteada como fermión de spin  $1/2$ , se llevaría consigo la energía faltante del electrón, explicando el espectro energético continuo. La partícula, además, debía contar con un momento magnético anómalo, con el fin de poder permanecer ligada al núcleo. Un último requerimiento exigía que tuviera una capacidad de penetración diez veces mayor a la de la radiación gamma, para así justificar la aparente falta de interacción con otras partículas.

El descubrimiento del neutrón y la postulación del neutrino llevó a E. Fermi, a fines de 1933, a idear una nueva teoría sobre el decaimiento beta [5]. En esta nueva teoría, un neutrón del núcleo se convierte en protón, creando al mismo tiempo un electrón y un neutrino. Un análisis del espectro de electrones observado llevó a Fermi a predecir que la masa del neutrino sería cero, o bastante pequeña en comparación a la masa del electrón.

Un posterior análisis llevado a cabo por H. Bethe y R. Peierls en 1934 determinó que la sección de choque del neutrino, en el intervalo de energía disponible en el decaimiento beta, debía ser menor a  $10^{-44}$  cm<sup>2</sup> [6]. Este resultado presentaba muchas dificultades, ya que con la tecnología disponible en esa época el neutrino sería casi indetectable.

Recién en 1942, cuando Fermi y colaboradores provocaron una reacción nuclear en cadena, la detección del neutrino se volvió viable. Al emitirse alrededor de seis neutrinos durante la fisión del uranio <sup>235</sup>U, un reactor de 2 kW podría producir hasta  $10^{14}$  neutrinos por segundo. A partir de 1951, F. Reines y C. Cowan intentaron hallar evidencia indirecta del neutrino a través de su captura por un protón. Esta reacción provoca la emisión de un positrón y un neutrón, los cuales podrían ser detectados utilizando detectores de centelleo. En 1956, trabajando con el reactor del Río Savannah, el neutrino fue finalmente detectado [7].

La propuesta de T. D. Lee y C. N. Yang en 1957, concerniente a la violación de paridad provocada por la diferente helicidad entre neutrinos y antineutrinos [8], motivó a M. Goldhaber y colaboradores a realizar un experimento con el fin de detectar la helicidad del neutrino. Usando la captura de un electrón por  $^{152}\text{Eu}$ , que llevaría a la formación de  $^{152}\text{Sm}$  y la emisión de un neutrino, se determinó indirectamente que este último siempre es de mano izquierda al medir el spin del samario y considerar la conservación del momento angular [9].

Entre 1955 y 1960, R. Davis realizó un experimento con  $^{37}\text{Cl}$ , con el objetivo de diferenciar neutrinos de antineutrinos [10]. Sus resultados indicaron que las dos partículas son efectivamente diferentes, identificando como antineutrino a la partícula detectada por Reines y Cowan, al igual que a aquella presente en el decaimiento beta.

Posteriores observaciones del decaimiento del pión, propuestas por B. Pontecorvo [11] y M. Schwartz [12] en 1959 y 1960 respectivamente, y llevadas a cabo por G. Danby y colaboradores en 1962 [13], determinaron que la partícula neutra emitida en este proceso no es la misma que el neutrino detectado por Reines y Cowan. Mientras que el antineutrino emitido en el decaimiento beta puede producir luego positrones mediante interacciones cargadas, el neutrino emitido en el decaimiento del pión produce muones. De esta manera se empezó a distinguir entre el neutrino electrón ( $\nu_e$ ) y el neutrino muón ( $\nu_\mu$ ).

La existencia de un tercer neutrino fue considerada cuando M. Kobayashi y T. Maskawa plantearon en 1972 la necesidad de tener una tercera familia de quarks, con el fin de describir la violación CP eficientemente [14]. Al conocerse en ese entonces cuatro leptones y cuatro quarks, el elevar el número de quarks a seis sugería que lo mismo debía hacerse con los leptones. El descubrimiento del leptón tau, realizado entre los años 1974 y 1978 por M. Perl y colaboradores [15], incrementó las sospechas sobre la existencia del neutrino tau ( $\nu_\tau$ ).

La primera evidencia convincente de la existencia del  $\nu_\tau$  se mostró en los colisionadores de electrones y positrones, en 1989. El SLC, de SLAC [16], y el LEP, de

CERN [17], lograron producir el bosón neutro  $Z$ . Este bosón tiene un tiempo de vida dependiente de la cantidad de partículas en las cuales puede decaer. La observación de este tiempo de vida determinó que existen tres neutrinos en los cuales el  $Z$  puede decaer. Estos experimentos impusieron además un límite a la cantidad de neutrinos ligeros existentes.

El experimento DONUT, dirigido por K. Kodama y colaboradores, detectó directamente al  $\nu_\tau$  en el año 2001 [18]. Este último neutrino ligero fue finalmente detectado 72 años luego de que Pauli postulara la existencia de la primera de estas partículas invisibles.

## 1.2. El Fenómeno de Oscilación de Neutrinos<sup>1</sup>

En 1955, M. Gell-Mann y A. Pais postularon la oscilación entre  $K^0$  y  $\bar{K}^0$ , con el fin de explicar el tiempo de vida de los mesones  $K$  [21]. Pontecorvo buscó un proceso análogo en el sector leptónico, donde se violaría el número leptónico en vez de la extrañeza.

Asumiendo una analogía con el sistema  $K^0 - \bar{K}^0$ , Pontecorvo postuló en 1957 que el estado de un neutrino es realmente la superposición de dos estados del tipo Majorana [22]. Esto provocaría un fenómeno de oscilación entre  $\nu_L$  y  $\bar{\nu}_L$ , donde  $\nu_L$  es un neutrino de mano izquierda y  $\bar{\nu}_L$  es un antineutrino de mano izquierda. Estos últimos fueron llamados ‘estériles’ por Pontecorvo, ya que no participarían en interacciones débiles y por ende no podrían ser detectados.

Z. Maki, M. Nakagawa y S. Sakata estudiaron en 1962 la posibilidad de mezcla entre dos sabores de neutrinos poco tiempo después del descubrimiento del  $\nu_\mu$  [23]. En este estudio reconocieron que esta mezcla podría provocar oscilaciones entre  $\nu_e$  y  $\nu_\mu$ , considerando necesario revisar los resultados del experimento de Danby desde este punto de vista.

---

<sup>1</sup>Esta sección está basada adicionalmente en [19, 20].

El trabajo llevado a cabo por Pontecorvo y V. Gribov [24], realizado en 1969, estableció una consistente teoría de mezcla y oscilación de neutrinos. En esta teoría no eran necesarios los neutrinos estériles. Finalmente, en 1971, Pontecorvo discutió el caso de mezcla de  $n$  neutrinos del tipo Majorana [25].

El mecanismo que describe la oscilación entre neutrinos depende de la mezcla entre ellos, descrita en el caso de tres generaciones por la matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (ver Capítulo 2). Esta matriz consta de tres ángulos de mezcla,  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{23}$  y  $\theta_{13}$ , y una fase de violación CP,  $\delta$ . La posterior oscilación entre los sabores de neutrinos depende de estos parámetros, así como las diferencias cuadradas de masa,  $\Delta m_{21}^2$  y  $\Delta m_{32}^2$ , donde  $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ .

### 1.2.1. El Problema de los Neutrinos Solares

En el año 1939, Bethe [26] formuló una descripción del proceso nuclear que fusiona hidrógeno en helio dentro del sol. Este proceso está compuesto por una serie de ciclos que determinan las características visibles del sol, siendo conocido como Modelo Estándar Solar.

A pesar de que la observación directa de la luz proveniente del sol es una gran fuente de información sobre la estructura de este, toda esta información está referida a la superficie del sol. Un fotón producido en el centro del sol toma una gran cantidad de tiempo en lograr salir de él, perdiéndose de esta manera toda la información sobre esta región. Para observar los procesos que se llevan a cabo en el interior del sol es necesario utilizar partículas penetrantes como los neutrinos, que al interactuar poco con la materia son perfectas para este objetivo.

Basándose en las predicciones de J. N. Bahcall y colaboradores [27] sobre el flujo de  $\nu_e$  proveniente del interior del sol, Davis lideró un experimento en la mina de Homestake con el fin de medir este flujo. El experimento empezó en 1967, usando nuevamente  $^{37}\text{Cl}$ . El estudio realizado por Bahcall predecía un total de  $7.5 \pm 3$  SNU (*Solar Neutrino Units*, donde un SNU es equivalente a  $10^{-36}$  interacciones detectadas por átomo por segundo), siendo el detector sensible principalmente a los  $\nu_e$

provenientes de reacciones de  ${}^7\text{Be}$  y  ${}^8\text{B}$ . En 1968, Davis y colaboradores reportaron un límite superior en sus observaciones igual a 3 SNU [28]. Posteriores observaciones indicaron aproximadamente una señal de 2.56 SNU, alrededor de un tercio de lo predicho por Bahcall.

El fenómeno de oscilación de neutrinos justifica la falta de neutrinos argumentando que los  $\nu_e$  oscilan a  $\nu_\mu$ . Los neutrinos solares tienen una energía máxima de aproximadamente 15 MeV, siendo insuficiente para que un  $\nu_\mu$  interactúe mediante corriente cargada y produzca un muón. De esta forma, los  $\nu_\mu$  no podrían ser detectados, llevando a una medición de neutrinos reducida.

Esta propuesta fue tomada en cuenta seriamente luego de 1985, cuando Mikheyev y Smirnov descubrieron un mecanismo mediante el cual, a través de un proceso de resonancia en la materia, los  $\nu_e$  oscilarían a  $\nu_\mu$  sin la necesidad de tener ángulos de mezcla muy grandes (efecto MSW) [29]. En este caso, los parámetros de oscilación que gobernarían la oscilación vendrían a ser  $\theta_{12}$  y  $\Delta m_{21}^2$ .

No obstante, la explicación más razonable de este fenómeno radicaba en algún posible error en el Model Estádar Solar. Cálculos posteriores revelaron que una disminución del 5 % de la temperatura del centro del sol sería suficiente para reducir la señal y concordar con aquella obtenida por Davis.

El detector de Kamiokande, construído inicialmente para detectar el decaimiento del protón, fue utilizado en 1989 para detectar la emisión de radiación Čerenkov producida por la interacción entre  $\nu_e$  de alta energía y electrones del agua [30]. Estos neutrinos serían producidos por el decaimiento del  ${}^8\text{B}$  en el sol. El experimento detectó alrededor de la mitad de la señal predicha por el Modelo Estándar Solar, confirmando el resultado de Davis.

Los resultados de Kamiokande mostraron que los procesos de baja energía detectados en Homestake están más suprimidos que los procesos de alta energía detectados en Kamiokande. Esta observación es contraria a cualquier modelo alternativo al Modelo Estándar Solar. Una disminución en la temperatura del centro del sol implicaría

una mayor disminución en el flujo de los neutrinos producidos por  ${}^8\text{B}$  que la observada en Kamiokande. Esta fue la primera evidencia de que el problema observado en el flujo de neutrinos solares se podría deber a una propiedad desconocida de los neutrinos, y no a un error en los cálculos de Bahcall.

Los experimentos en GALLEX [31] y SAGE [32] midieron en 1992 el flujo de neutrinos solares usando  ${}^{71}\text{Ga}$ , que es más susceptible a neutrinos provenientes de procesos de menores energías, como los de  ${}^7\text{Be}$  y de reacciones  $pp$ . Los resultados, con un promedio de 74.1 y 70.8 SNU respectivamente, contrastados con los 132 SNU predichos por el Modelo Estándar Solar, fueron consistentes con la teoría de oscilación de neutrinos, combinada con el efecto MSW, para los mismos parámetros de oscilación que describen a los resultados de Homestake y Kamiokande.

En el año 2002, el grupo SNO midió la radiación Čerenkov debida a la interacción de  $\nu_e$  provenientes del sol con átomos de deuterio. El uso del deuterio mezclado con sal permitió separar las interacciones de corriente cargada y las interacciones de corriente neutra. Al ser estas últimas independientes del sabor del neutrino, fue posible determinar el flujo proveniente del sol. El valor medido para el flujo de neutrinos fue de aproximadamente  $5.09 \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ , comparado con el valor predicho de  $5.05 \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  [33].

Este resultado confirma el Modelo Estándar Solar y proporciona una fuerte evidencia a favor de que, efectivamente, el flujo de  $\nu_e$  originado en el sol oscile a otros sabores que impidan su posterior detección. A partir de la información obtenida en los todos experimentos realizados, se determinó la existencia de varios posibles conjuntos de parámetros que describían las observaciones experimentales, favoreciéndose las soluciones llamadas LMA (*Large Mixing Angle*), SMA (*Small Mixing Angle*), LOW (*Low Mass*) y VAC (*Vacuum Oscillations*). El experimento con reactores KamLAND (Sección 1.2.3), en el 2003, finalmente favoreció la solución LMA.

### 1.2.2. La Anomalía en los Neutrinos Atmosféricos

Los rayos cósmicos están constituidos en su mayoría por protones de alta energía, que al interactuar con la atmósfera producen muones y mesones como los piones. Los neutrinos atmosféricos provienen del decaimiento de estas partículas producidas en la atmósfera, teniendo una energía promedio de aproximadamente 1 GeV.

A pesar de que el decaimiento de muones y piones está bien descrito teóricamente, el mecanismo de producción de estas partículas es bastante difícil de describir. Al depender del flujo de rayos cósmicos, del viento solar, del campo magnético terrestre, y de la sección de choque de mesones y nucleones, el flujo de neutrinos atmosféricos resulta ser bastante incierto. Existen muchos modelos que intentan describir la producción de los neutrinos atmosféricos, pero sus predicciones varían sustancialmente, llegando a ser esta variación hasta del 30 %.

Las primeras detecciones de neutrinos atmosféricos se realizaron en 1965, en experimentos subterráneos. Los experimentos realizados se llevaron a cabo en minas en India [34], a una profundidad equivalente a 7000 metros de agua, y en Johannesburg, Sudáfrica [35], a un equivalente a 8800 metros de agua. El flujo de  $\nu_\mu$  medido en estos experimentos resultó menor al predicho por los modelos, pero al ser estos modelos imprecisos y al ser la estadística de los experimentos pobre, no se consideró un problema grave.

A fines de los años 70 se construyeron los experimentos IMB y Kamiokande, con el objetivo de utilizar radiación Čerenkov para detectar el decaimiento del protón, pronosticado por el modelo SU(5). Al ser los neutrinos atmosféricos una fuente de ruido importante en ambos detectores, se buscó medir el flujo de  $\nu_e$  y  $\nu_\mu$  con el fin de caracterizar el ruido correctamente. En 1986, IMB reportó una falta de  $\nu_\mu$  con respecto a lo predicho teóricamente [36]. Kamiokande, en 1988, confirmó esta carencia de neutrinos [37].

Por otro lado, los experimentos Nusex, Frejus y Baksan, realizados en 1989, 1990 y 1991 respectivamente, no mostraron anomalía alguna. No obstante, sus resultados

presentaron errores estadísticos grandes.

Los siguientes años fueron importantes para Kamiokande, ya que se buscó reducir cualquier error sistemático presente. Sin embargo, en 1994 se dio un gran paso a favor del fenómeno de oscilación. Al estudiar la dependencia angular del flujo de neutrinos con respecto al detector, se descubrió que esta es muy fuerte, en concordancia con lo predicho por el mecanismo de oscilación de neutrinos. Esto motivó a la colaboración de Kamiokande a proponer que el resultado medido se debía a este mecanismo, considerados los parámetros  $\theta_{23}$  y  $\Delta m_{32}^2$  como aquellos que determinan la amplitud y fase de la oscilación, respectivamente.

El experimento SOUDAN 2 [38] confirmó la anomalía detectada por IMB y Kamiokande en 1997. Este detector utilizó un calorímetro de hierro para detectar neutrinos, descartando errores vinculados al agua.

En 1998, el nuevo detector Super-Kamiokande (SK), al estudiar la dependencia angular del flujo de neutrinos, determinó que el flujo de  $\nu_\mu$  llegaba a ser reducido considerablemente con respecto a la predicción teórica, mientras que el flujo de  $\nu_e$  no mostraba anomalía alguna [39]. Asimismo, se determinó que los  $\nu_\mu$  provenientes del lado opuesto de la Tierra eran suprimidos mucho más que aquellos que incidían directamente sobre el detector. Sin embargo, el flujo medido coincidió bastante bien con el flujo teórico esperado al considerar el mecanismo de oscilación de neutrinos.

A partir de las observaciones de SK, se empezó a plantear la posibilidad de oscilaciones de  $\nu_\mu$  a algún sabor diferente a  $\nu_e$ , ya sea a  $\nu_\tau$  o a algún nuevo neutrino estéril,  $\nu_s$ . Estudios llevados a cabo por S. Fukuda y colaboradores [40] en SK en el 2000 tomaron en cuenta la señal debido a interacciones neutras, así como la influencia de efectos de materia, para poder discriminar a la partícula en la cual los  $\nu_\mu$  oscilan. Los resultados descartaron al  $\nu_s$ , mientras que concordaban bastante bien con oscilaciones en  $\nu_\tau$ .

### 1.2.3. Neutrinos de Reactores

Los neutrinos provenientes de reactores fueron propuestos inicialmente para estudiar los parámetros de oscilación correspondientes a neutrinos atmosféricos. A pesar de no poder producir neutrinos con energías tan altas como las de los neutrinos provenientes de la atmósfera, es posible disminuir la distancia entre la fuente y el detector de los neutrinos, de forma que el cociente entre la distancia y la energía se mantenga igual al de los neutrinos atmosféricos. Al ser este cociente determinante en el mecanismo de oscilación, se esperaba observar el mismo fenómeno en neutrinos de ambas fuentes. De la misma forma, para mayores longitudes, es posible estudiar los parámetros de oscilación correspondientes a neutrinos solares.

La ventaja de usar reactores radica en el conocimiento preciso del flujo de neutrinos emitidos. Las reacciones de fisión emiten solamente  $\bar{\nu}_e$ , a diferencia del caso de neutrinos atmosféricos, donde se presentan también  $\nu_\mu$ . Adicionalmente, al contar con bajas energías, el único fenómeno observable viene a ser la desaparición de  $\bar{\nu}_e$ , que estaría gobernada por el ángulo de mezcla  $\theta_{13}$ , para esas distancias y energías.

El primer intento de medición de oscilación de neutrinos fue llevado a cabo en 1977, usando un reactor del *Institut Laue-Langevin* [41]. El reactor emitió un flujo de  $\bar{\nu}_e$  que fue detectado a 8.7 m. No obstante, la elección de energía y distancia no permitió la observación de oscilaciones.

Posteriores experimentos con reactores de neutrinos fueron realizados con los reactores de Gösgen [42] en 1986 (a distancias de 37.9, 45.9 y 64.7m) y Bugey [43] en 1995 (a distancias de 15, 40 y 95m). Ningún experimento observó oscilación de neutrinos.

Los resultados de Kamiokande en 1994 influenciaron el diseño de los siguientes experimentos de reactores. En 1998 el experimento de Chooz [44], y luego en 1999 el experimento de Palo Verde [45], intentaron detectar oscilaciones de  $\bar{\nu}_e$  a distancias cercanas a 1 km. Nuevamente, ningún experimento logró detectar oscilación de neutrinos, estableciendo que el ángulo de mezcla  $\theta_{13}$  es cercano a cero.

Por otro lado, el experimento de KamLAND presentó sus primeros resultados en el 2003 [46]. Este experimento cuenta con 16 reactores a una distancia promedio igual a 180 km. Esta distancia implica un cociente entre distancia y energía correspondiente al de neutrinos solares, siendo entonces posible medir el ángulo de mezcla  $\theta_{12}$  asociado. Los resultados fueron positivos, observándose desaparición de  $\bar{\nu}_e$ , y mejorando la medición de  $\Delta m_{21}^2$  y  $\theta_{12}$ .

La medición realizada en KamLAND determinó que la solución LMA es aquella que describe correctamente las oscilaciones de neutrino solares. Asimismo, al detectar la subsecuente reaparición de neutrinos, el fenómeno oscilatorio fue confirmado.

#### 1.2.4. Neutrinos de Aceleradores

A diferencia de los neutrinos de reactores, los neutrinos provenientes de aceleradores son en su mayoría  $\nu_\mu$ . Este flujo está producido por el decaimiento de piones y kaones producidos en los mismos aceleradores.

Un objetivo actual de los experimentos con neutrinos de aceleradores es confirmar los resultados con neutrinos atmosféricos, de la misma forma que KamLAND confirmó los resultados con neutrinos solares. No obstante, experimentos con aceleradores se realizaron anteriormente con el fin de detectar la oscilación de  $\nu_\mu$ , antes de que SK confirmara su oscilación a  $\nu_\tau$ .

El experimento LSND buscó oscilaciones de  $\bar{\nu}_\mu$  a  $\bar{\nu}_e$  [47], presentando resultados en 1996. El experimento detectó un  $\Delta m^2$  del orden de un  $\text{eV}^2$ , observación bastante controversial al considerarse la existencia de otros dos valores de  $\Delta m^2$ . Esta medición implicaría un cuarto neutrino, siendo necesariamente un  $\nu_s$  debido a los resultados del LEP. Actualmente se ha considerado confirmar este resultado a través del experimento MiniBooNE, propuesto en 1997.

El resultado de SK con respecto a la oscilación de  $\nu_\mu$  en  $\nu_\tau$  fue confirmado en el 2001 por el experimento K2K, basado en el reactor KEK y el detector SK [48].

### 1.2.5. Futuros Experimentos de Oscilación

A pesar de que KamLAND ha confirmado la solución LMA, una observación precisa del espectro de neutrinos provenientes de reacciones de  ${}^7\text{Be}$  en el sol es necesaria para descartar la solución SMA completamente. El experimento de Borexino (propuesto en 1996) pretende observar este espectro directamente a través de un detector de 300 toneladas de centellador líquido. Asimismo, las colaboraciones de Homestake y GALLEX buscan actualmente mejorar sus observaciones. La colaboración de Homestake pretende complementar las observaciones realizadas con  ${}^{37}\text{Cl}$  a través del uso de  ${}^{127}\text{I}$ , mientras que la colaboración de GALLEX ha implementado el GNO (*Gallium Neutrino Observatory*), con el fin de aumentar el tamaño y eficiencia del detector.

Las propuestas HERON y HELLAZ utilizarían detectores de helio en estado superfluido y gaseoso, respectivamente, con el fin de detectar neutrinos provenientes de reacciones  $pp$  en el sol. La realización de estos experimentos sólo se justifican si alguno de los experimentos anteriores observa alguna anomalía adicional.

Por el lado de los neutrinos atmosféricos, en 1985 se propuso el experimento de ICARUS, el cual tiene como objetivo la medición precisa de los parámetros de oscilación de estos neutrinos utilizando argón líquido.

El experimento de MINOS, propuesto en 1995, pretende medir oscilaciones de  $\nu_\mu$  a otros sabores, incluyendo la posibilidad de medir  $\nu_s$ . El detector se encuentra a 735 km de la fuente de neutrinos, en Fermilab. Esto permitiría la medición de  $\theta_{13}$  de no ser muy pequeño, así como una mejora en la medición de  $\Delta m_{32}^2$  y  $\theta_{23}$ . Este experimento se encuentra actualmente en funcionamiento.

Por otro lado, el experimento de OPERA fue propuesto en 1997, con el fin de detectar oscilaciones de  $\nu_\mu$  a  $\nu_\tau$  a través de la observación directa de los  $\tau$  producidos mediante corriente cargada. El detector utiliza una nueva técnica de emulsiones, y se encuentra a 732 km de la fuente del haz, ubicada en CERN.

Actualmente se están realizando estudios con el fin de construir un colisionador de muones. El decaimiento de estos muones podría producir un intenso haz de neutrinos, que a la vez daría la oportunidad de observar una gran cantidad de canales de oscilación. Estas ‘fábricas de neutrinos’ son actualmente la mejor propuesta en lo que respecta a experimentos de oscilación, siempre y cuando los problemas técnicos para construirlas sean resueltos.

El estudio de las fábricas de neutrinos es uno de los objetivos de este trabajo, y las características de estas instalaciones serán detalladas en el Capítulo 5.



## CAPÍTULO 2

### MARCO TEÓRICO

El fenómeno de conversión de sabor entre neutrinos es descrito por el mecanismo de oscilación inducida por masa (OIM), y se obtiene al asumir una falta de coincidencia entre los auto-estados de sabor,  $\nu_\alpha$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ), y de masa,  $\nu_i$  ( $i = 1, 2, 3$ , con masa  $m_1, m_2, m_3$  respectivamente) de neutrinos. Como la evolución de los neutrinos está determinada por los  $\nu_i$  presentes, la interferencia entre estos puede provocar que el  $\nu_\alpha$  detectado sea diferente al  $\nu_\alpha$  inicial.

La mezcla entre  $\nu_\alpha$  y  $\nu_i$  será inducida por el término de masa en el lagrangiano extendido del modelo estándar, y dependerá del tipo de extensión usado. En particular se tomarán en cuenta dos casos:

- La extensión considera la existencia de neutrinos con quiralidad de mano derecha,  $\nu_R$ . Estos neutrinos no experimentan interacciones débiles, por lo cual son llamados ‘neutrinos estériles’. En este caso, se dice que el neutrino es una partícula tipo Dirac.
- La extensión considera que no existen  $\nu_R$ , construyendo el término de masa asumiendo que el neutrino de mano izquierda,  $\nu_L$ , y el antineutrino de mano derecha,  $(\nu_L)^c$ , son diferentes estados de quiralidad para una misma partícula. En este caso, se dice que el neutrino es una partícula tipo Majorana [49].

Sin embargo, a pesar de que ambos tipos de mezcla son diferentes, la probabilidad

de oscilación generada por esta mezcla será la misma, de forma que es imposible distinguir entre ambos casos en un experimento de oscilación.

La teoría que describe la mezcla y oscilación de neutrinos ha sido expuesta en muchos trabajos. En este trabajo nos concentraremos en lo presentado en [1, 2, 19, 20].

## 2.1. Mezcla de Neutrinos

Con el propósito de escribir el término de masa en el lagrangiano extendido de forma compacta, se considera:

$$\nu_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad \nu_R = \begin{pmatrix} \nu_{eR} \\ \nu_{\mu R} \\ \nu_{\tau R} \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

donde:

$$\nu_{\alpha L} = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\nu_\alpha, \quad \nu_{\alpha R} = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\nu_\alpha. \quad (2.2)$$

La interacción cargada electrodébil está especificada por el término:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} W_\mu^+ (\bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L + \bar{\nu}_{\mu L} \gamma^\mu \mu_L + \bar{\nu}_{\tau L} \gamma^\mu \tau_L) + \text{h.c.} \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} W_\mu^+ (\bar{\nu}_L \gamma^\mu L) + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde se puede apreciar que los  $\nu_R$  no participan en la interacción, y:

$$L = \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Adicionalmente a  $\nu_L$  y  $\nu_R$  se considerará a sus respectivas antipartículas:

$$(\nu_L)^c \equiv C \bar{\nu}_L^T, \quad (\nu_R)^c \equiv C \bar{\nu}_R^T, \quad (2.5)$$

con  $C$  igual al operador de conjugación de carga. Usando la representación de Dirac de los  $\gamma_\mu$ :

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

donde los  $\sigma_i$  son las matrices de Pauli, entonces  $C$  tiene la forma:

$$C = i\gamma_2\gamma_0. \quad (2.7)$$

Adicionalmente,  $C$  cumple con las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} C\gamma_\alpha^T C^{-1} &= -\gamma_\alpha \\ C^\dagger C &= 1 \\ C^T &= -C, \end{aligned} \quad (2.8)$$

con lo cual se llega a:

$$\overline{(\nu_L)^c} = -\nu_L^T C^{-1}, \quad \overline{(\nu_R)^c} = -\nu_R^T C^{-1}, \quad (2.9)$$

que será útil en cálculos posteriores.

Es posible demostrar que los  $(\nu_L)^c$  son efectivamente campos de mano derecha, mientras que los  $(\nu_R)^c$  son de mano izquierda. De esta forma, la aplicación de  $C$  permite cambiar la carga y la paridad de los campos.

### 2.1.1. Neutrinos de Dirac

De considerar la existencia de  $\nu_R$ , un término de masa en el lagrangiano de tipo Dirac tiene la forma:

$$\mathcal{L}_D = -\bar{\nu}_R M_D \nu_L + \text{h.c.}, \quad (2.10)$$

donde  $M_D$  es una matriz compleja  $3 \times 3$ . De ser los neutrinos partículas tipo Dirac, el valor pequeño de su masa es atribuido directamente a un pequeño acoplamiento de Yukawa. Esto provoca que la gran diferencia entre los valores de las masas de los neutrinos y las demás partículas no sea explicada en absoluto.

La matriz  $M_D$  no es necesariamente diagonal, por lo cual será imprescindible diagonalizarla con el fin de calcular la posterior evolución de los neutrinos. Para esto es necesario realizar una transformación biunitaria:

$$M_D = V m_D U^\dagger, \quad (2.11)$$

donde  $V$  y  $U$  son matrices unitarias y  $m_D$  es una matriz diagonal. Al reemplazar (2.11) en (2.10) se llega a:

$$\mathcal{L}_D = -\bar{\nu}'_R m_D \nu'_L + \text{h.c.}, \quad (2.12)$$

donde:

$$\nu'_L = U^\dagger \nu_L, \quad \nu'_R = V^\dagger \nu_R. \quad (2.13)$$

Así como existen tres auto-estados de sabor, existirán tres auto-estados de masa<sup>1</sup>, denotados según:

$$\nu' = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

A partir de esta transformación, se puede escribir (2.12) de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_D = -\sum_i (m_D)_i \bar{\nu}_i \nu_i, \quad (2.15)$$

con lo cual se puede afirmar que los  $\nu_i$  son auto-estados de masa definida  $(m_D)_i$ .

Como  $U$  es una matriz unitaria, se cumple:

$$\nu_L = U \nu'_L, \quad (2.16)$$

o más bien:

$$\nu_{\alpha L} = \sum_i U_{\alpha i} \nu_{iL}, \quad (2.17)$$

donde se aprecia que los  $\nu_{\alpha L}$  presentes en la interacción débil son una combinación lineal de estados con masa definida,  $\nu_{iL}$ .

<sup>1</sup>En general, el número de auto-estados de masa no debe ser necesariamente igual al número de auto-estados de sabor.

Cabe resaltar que los estados  $\nu_R$  son mezclados por la matriz  $V$ , aunque no son de interés al no ser observables y al no participar en la mezcla de los  $\nu_L$ .

### 2.1.2. Neutrinos de Majorana

Un término de masa de tipo Majorana se define de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{2}\overline{(\nu_L)^c}M_M\nu_L + \text{h.c.}, \quad (2.18)$$

teniendo como consecuencia que no se conserve el número leptónico total, definido por:

$$L = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} L_\alpha, \quad (2.19)$$

donde  $L_\alpha = \pm 1$  por cada partícula (antipartícula) presente. Este término de masa tiene la ventaja de no introducir partículas no observadas, no obstante, de introducir  $\mathcal{L}_M$  como extensión del modelo estándar, se obtiene un término no renormalizable. Esto motiva la búsqueda de mecanismos que generen términos similares a (2.18) a partir de una interacción efectiva, producto de una serie de interacciones fundamentales a una mayor escala energética. Un ejemplo de estos mecanismos es el Mecanismo *See-Saw* [50].

Para diagonalizar la matriz  $M_M$ , se toma en cuenta las propiedades (2.8) y (2.9) para poder escribir:

$$\begin{aligned} \overline{(\nu_L)^c}M_M\nu_L &= -\nu_L^T C^{-1}M_M\nu_L \\ &= -(\nu_L^T C^{-1}M_M\nu_L)^T \\ &= -\nu_L^T (M_M)^T (C^{-1})^T \nu_L \\ &= -\nu_L^T C^{-1} (M_M)^T \nu_L \\ &= \overline{(\nu_L)^c} (M_M)^T \nu_L, \end{aligned} \quad (2.20)$$

que exige que se cumpla,

$$M_M = (M_M)^T. \quad (2.21)$$

Por esta razón,  $M_M$  se considera una matriz simétrica.

Para diagonalizar una matriz simétrica, la transformación biunitaria se simplifica en:

$$\begin{aligned} M_M &= (U^\dagger)^T m_M U^\dagger \\ &= U^* m_M U^\dagger, \end{aligned} \quad (2.22)$$

donde  $U^\dagger$  es una matriz unitaria, y  $m_M$  es una matriz diagonal. Introduciendo (2.22) en (2.18), se tiene:

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{2} \overline{(\chi_L)^c} m_M \chi_L - \frac{1}{2} \bar{\chi}_L m_M (\chi_L)^c, \quad (2.23)$$

donde:

$$\chi_L = U^\dagger \nu_L \quad (\chi_L)^c = C \bar{\chi}_L^T. \quad (2.24)$$

Al definir:

$$\chi = \chi_L + (\chi_L)^c = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \chi_3 \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

es posible escribir el término de masa de forma similar a (2.15)<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_M &= -\frac{1}{2} \bar{\chi} m_M \chi \\ &= \sum_i (m_M)_i \bar{\chi}_i \chi_i. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Esto demuestra que los  $\chi_i$  son auto-estado de masa definida  $(m_M)_i$ . Los  $\nu_\alpha$  se relacionan con los  $\chi_i$  a través de la combinación lineal:

$$\begin{aligned} \nu_L &= U \chi_L \\ \nu_{\alpha L} &= \sum_i U_{\alpha i} \chi_{iL}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

obteniendo de esta forma una mezcla sin la necesidad de introducir los  $\nu_R$  no observados.

<sup>1</sup>Se toma en cuenta que aquellos términos de masa con la misma quiralidad se anulan

Es evidente que los  $\chi_i$  cumplen con la condición de Majorana:

$$\chi_i = C\overline{\chi_i}^T = (\chi_i)^c. \quad (2.28)$$

Las partículas que cumplen con (2.28) son llamadas ‘partículas de Majorana’.

### 2.1.3. Parametrización de la Matriz de Mezcla

Una descripción precisa de la matriz de mezcla de neutrinos  $U$  es imprescindible para realizar predicciones experimentales. Esta descripción se realiza a través de la especificación de cada uno de los términos de la matriz, considerando todas las restricciones implicadas por la unitariedad. Este trabajo utilizará la parametrización estándar [51], análoga a la parametrización de la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), que mezcla quarks [52].

Una matriz  $N \times N$  tiene  $N^2$  términos complejos, o equivalentemente,  $2N^2$  elementos reales, de los cuales  $N^2$  elementos aparecen en la forma de fases. Las restricciones de unitariedad determinan que combinaciones de  $N^2$  parámetros describen los  $2N^2$  elementos de la matriz. En el caso particular de matrices  $3 \times 3$ , una parametrización general está dada por:

$$U = \text{diag}(e^{i\delta_e}, e^{i\delta_\mu}, e^{i\delta_\tau}) U' \text{diag}(1, e^{i\varphi_1}, e^{i\varphi_2}) \quad (2.29)$$

donde se denota ‘ $\text{diag}(a, b, c)$ ’ a una matriz diagonal  $3 \times 3$  con elementos  $a, b$  y  $c$ , y donde  $U'$  tiene la forma:

$$U' = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

En este caso,  $s_{ij}$  ( $c_{ij}$ ) se refiere al seno (coseno) de un ángulo de mezcla  $\theta_{ij}$ , con  $\{ij\} = \{12, 23, 13\}$ . En  $U$  existen seis fases en total,  $\delta, \varphi_1, \varphi_2, \delta_e, \delta_\mu$  y  $\delta_\tau$ . A la matriz  $U'$  se le conoce como matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) [23].

Considerando neutrinos de Dirac, de introducir la matriz  $U$  en el término de co-

riente cargada (2.3), se obtiene:

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \left( \bar{\nu}'_L \text{diag} (1, e^{-i\varphi_1}, e^{-i\varphi_2}) (U')^\dagger \text{diag} (e^{-i\delta_e}, e^{-i\delta_\mu}, e^{-i\delta_\tau}) \gamma^\mu L \right) + \text{h.c.} \quad (2.31)$$

Es evidente que una transformación:

$$e_L \rightarrow e^{i\delta_e} e_L, \quad (2.32a)$$

$$\mu_L \rightarrow e^{i\delta_\mu} \mu_L, \quad (2.32b)$$

$$\tau_L \rightarrow e^{i\delta_\tau} \tau_L, \quad (2.32c)$$

puede simplificar (2.31):

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \left( \bar{\nu}'_L \text{diag} (1, e^{-i\varphi_1}, e^{-i\varphi_2}) (U')^\dagger \gamma^\mu L \right) + \text{h.c.} \quad (2.33)$$

Una transformación análoga a 2.32 puede realizarse con respecto a los autoestados  $\nu'$ :

$$\nu_{1L} \rightarrow \nu_{1L}, \quad (2.34a)$$

$$\nu_{2L} \rightarrow e^{-i\varphi_1} \nu_{2L}, \quad (2.34b)$$

$$\nu_{3L} \rightarrow e^{-i\varphi_2} \nu_{3L}, \quad (2.34c)$$

teniendo, finalmente:

$$\mathcal{L}_{int}^{\text{Dirac}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \left( \bar{\nu}'_L (U')^\dagger \gamma^\mu L \right) + \text{h.c.} \quad (2.35)$$

La mezcla de neutrinos queda entonces descrita enteramente por la matriz  $U'$ , necesitando, en general,  $(N - 1)^2$  parámetros de oscilación.

En el caso de neutrinos de Majorana, basta cambiar  $\nu'_L \rightarrow \chi_L$ . Sin embargo, la transformación (2.34) no es posible, ya que violaría la condición de Majorana (2.28). El término de corriente cargada queda:

$$\mathcal{L}_{int}^{\text{Majorana}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \left( \bar{\chi}_L \text{diag} (1, e^{-i\varphi_1}, e^{-i\varphi_2}) (U')^\dagger \gamma^\mu L \right) + \text{h.c.} \quad (2.36)$$

con un total de  $N(N - 1)$  parámetros de oscilación en el caso general.

## 2.2. El Mecanismo de Oscilación de Neutrinos

El fenómeno mediante el cual un  $\nu_\alpha$  evoluciona en un  $\nu_\beta$ , donde  $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$  y  $\alpha \neq \beta$ , se debe a la mezcla descrita en la Sección 2.1. Sean los neutrinos partículas tipo Dirac o Majorana, la mezcla se realiza mediante matrices unitarias  $U$ . Esto hará que el fenómeno de oscilación sea igual para ambos tipos de partícula.

### 2.2.1. La Probabilidad de Transición en el Vacío

Se aprecia en (2.3) que, para todo tipo de neutrinos, los componentes que participan en la interacción electrodébil son de mano izquierda, ya sea en la producción del neutrino o en su detección. Para el caso de partículas ultra-relativistas, la conservación de quiralidad cumple para términos de orden  $(m/E_\nu)$ . Por ello, para neutrinos con energía  $E_\nu \gg m$ , se puede considerar que sólo los términos de mano izquierda son relevantes. Esto permite ignorar la estructura spinorial del neutrino y trabajar directamente con la ecuación de Klein-Gordon. La propagación de un auto-estado de masa de neutrino vendría a estar gobernada por:

$$\frac{d^2}{dt^2} \nu'_L = \left( \frac{d^2}{dx^2} - m^2 \right) \nu'_L, \quad (2.37)$$

donde  $\nu'_L$  es el componente de mano izquierda de (2.14) en el caso de ser partícula de Dirac, o el de (2.25) en caso de ser partícula de Majorana. La matriz  $3 \times 3$ ,  $m$ , corresponde a la matriz diagonal definida ya sea en (2.11) o en (2.22), respectivamente. Por simplicidad, se tomará una solución de onda plana, denotando  $\nu' = \nu'_L$ :

$$\begin{aligned} \nu'(t) &= \sum_{i=1,2,3} e^{-i(E_{\nu_i}t - p_i x)} \nu_i \\ &= \sum_{i=1,2,3} e^{-i(E_{\nu_i} - p_i)x} \nu_i, \end{aligned} \quad (2.38)$$

donde  $\nu'(t)$  es el estado del neutrino en el tiempo  $t$ , pudiendo ser una superposición de auto-estados de masa  $\nu_i$ . Al considerar que el neutrino es una partícula ultra-relativista, se puede aproximar  $t \cong x$ .

Existen dos casos por considerar: aquel donde los neutrinos son producidos con energía definida, y aquel en el cual son producidos con momentum definido. Si los neutrinos son producidos con energía definida, se tiene:

$$p_i = \sqrt{E_\nu^2 - m_i^2} \approx E_\nu - \frac{m_i^2}{2E_\nu}, \quad (2.39)$$

con lo cual la función de onda es:

$$\nu'(t) = \sum_{i=1,2,3} e^{-i(m_i^2/2E_\nu)x} \nu_i. \quad (2.40)$$

En el caso en que sean producidos con momentum definido, resulta:

$$E_{\nu i} = \sqrt{p^2 + m_i^2} \approx p + \frac{m_i^2}{2p}, \quad (2.41)$$

y la función de onda se escribe:

$$\nu'(t) = \sum_{i=1,2,3} e^{-i(m_i^2/2p)x} \nu_i. \quad (2.42)$$

Al considerar que los neutrinos son partículas ultra-relativistas, es posible tomar  $E_\nu = p$ , de forma que las funciones de onda de neutrinos con energía definida (2.40) y de neutrinos con momentum definido (2.42) son iguales. Por este motivo se usará solamente la función (2.40) en los próximos cálculos.

Es posible, a través de (2.17) o (2.27), relacionar los auto-estados de masa con los auto-estados de sabor:

$$\begin{aligned} \nu_\alpha(t) &= \sum_i U_{\alpha i} \nu_i(t) \\ &= \sum_i U_{\alpha i} e^{-i(m_i^2/2E_\nu)x} \nu_i \\ &= \sum_\beta \sum_i U_{\alpha i} e^{-i(m_i^2/2E_\nu)x} (U^\dagger)_{i\beta} \nu_\beta, \end{aligned} \quad (2.43)$$

haciendo  $\alpha$  referencia al sabor inicial con el cual el neutrino fue producido.

Para calcular la probabilidad de medir un neutrino con sabor  $\beta$  dado un neutrino

producido con sabor  $\alpha$  se usa (2.43), resultando:

$$\begin{aligned}
 P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= \left| \sum_i U_{\alpha i} e^{-i(m_i^2/2E_\nu)x} (U^\dagger)_{i\beta} \right|^2 \\
 &= \sum_{i,j} U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} \exp \left[ i \frac{m_i^2 - m_j^2}{2E_\nu} x \right] \\
 &= \delta_{\alpha\beta} - \sum_{i,j} |U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}| e^{i\phi_{\alpha\beta ij}} (1 - e^{i\Delta_{ij}x}), \quad (2.44)
 \end{aligned}$$

con:

$$\phi_{\alpha\beta ij} = \arg (U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}) \quad (2.45)$$

$$\Delta_{ij} = \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E_\nu} = \frac{m_i^2 - m_j^2}{2E_\nu}. \quad (2.46)$$

En (2.44) se han añadido términos adicionales, tomando en cuenta que:

$$\sum_i U_{\alpha i} U_{\beta i}^* = \delta_{\alpha\beta}. \quad (2.47)$$

Al tener  $\phi_{\alpha\beta ij} = -\phi_{\alpha\beta ji}^* = -\phi_{\alpha\beta ji}$ , y si se consideran solamente los términos reales de la probabilidad, esta puede simplificarse:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \delta_{\alpha\beta} + 2 \sum_{j>i} |U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}| [\cos(\Delta_{ij}x + \phi_{\alpha\beta ij}) - \cos \phi_{\alpha\beta ij}] \quad (2.48)$$

donde el carácter oscilatorio del fenómeno es evidente.

Un razonamiento análogo puede llevarse a cabo en el caso de antineutrinos, en donde la probabilidad de transición resulta:

$$P_{\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta} = \delta_{\alpha\beta} + 2 \sum_{j>i} |U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*| [\cos(\Delta_{ij}x - \phi_{\alpha\beta ij}) - \cos \phi_{\alpha\beta ij}] \quad (2.49)$$

Una consecuencia de la primera línea de (2.44) radica en la indistinguibilidad entre neutrinos de Dirac y neutrinos de Majorana en experimentos de oscilación. En efecto, si reemplazamos la matriz de mezcla correspondiente a (2.36) en (2.44), la probabilidad se mantiene invariante. Para demostrar esto, se escribe la matriz de

mezcla de neutrinos de Majorana:

$$\begin{aligned}
 U_{\alpha i} &= [U' \text{diag} (1, e^{i\varphi_1}, e^{i\varphi_2})]_{\alpha i} \\
 &= \sum_k U'_{\alpha k} [\text{diag} (1, e^{i\varphi_1}, e^{i\varphi_2})]_{ki} \\
 &= \sum_k U'_{\alpha k} \delta_{ki} e^{i\phi_i} \\
 &= U'_{\alpha i} e^{i\phi_i}
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

donde  $\delta_{ki}$  es el delta de Kronecker, y donde hemos considerado  $\phi_1 = 1$ ,  $\phi_2 = \varphi_1$  y  $\phi_3 = \varphi_2$ . Introduciendo (2.50) en (2.44), se llega a:

$$\begin{aligned}
 P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= \left| \sum_i U_{\alpha i} e^{-i(m_i^2/2E_\nu)x} (U^\dagger)_{i\beta} \right|^2 \\
 &= \left| \sum_i U'_{\alpha i} e^{i\phi_i} e^{-i(m_i^2/2E_\nu)x} e^{-i\phi_i} (U'^\dagger)_{i\beta} \right|^2 \\
 &= \left| \sum_i U'_{\alpha i} e^{-i(m_i^2/2E_\nu)x} (U'^\dagger)_{i\beta} \right|^2
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

Se concluye que, en un experimento de oscilación, los parámetros relevantes serán aquellos que se encuentran en la matriz PMNS (2.30), mientras que las fases adicionales serán canceladas al evaluar la amplitud de probabilidad.

### 2.2.2. Efectos de Materia en la Oscilación de Neutrinos

La ecuación (2.43) para oscilaciones en el vacío describe la evolución de un neutrino producido en el auto-estado de sabor  $\alpha$ . Los términos de la matriz de mezcla y la

exponencial pueden ser escritos nuevamente:

$$\begin{aligned}
 R_{\alpha\beta} &= \left[ U \begin{pmatrix} e^{-i(m_1^2/2E_\nu)x} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i(m_2^2/2E_\nu)x} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i(m_3^2/2E_\nu)x} \end{pmatrix} U^\dagger \right]_{\alpha\beta} \\
 &= \left[ U \begin{pmatrix} 1 - \frac{im_1^2}{2E_\nu}x + \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{im_2^2}{2E_\nu}x + \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{im_3^2}{2E_\nu}x + \dots \end{pmatrix} U^\dagger \right]_{\alpha\beta} \\
 &= \left\{ I - \frac{ix}{2E_\nu} \left[ U \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^\dagger \right] + \dots \right\}_{\alpha\beta} \\
 &= \left[ e^{-i(M'/2E_\nu)x} \right]_{\alpha\beta} \tag{2.52}
 \end{aligned}$$

donde  $I$  es la matriz identidad y:

$$M' = U \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^\dagger. \tag{2.53}$$

Se observa que se puede reescribir la función de onda:

$$\begin{aligned}
 \nu_\alpha(t) &= \sum_\beta R_{\alpha\beta} \nu_\beta \\
 &= \sum_\beta \left[ e^{-i(M'/2E_\nu)x} \right]_{\alpha\beta} \nu_\beta, \tag{2.54}
 \end{aligned}$$

donde la función obtenida es solución a una ecuación tipo Schrödinger, en la cual se aproxima  $t \cong x$ . En este caso se puede escribir:

$$i \frac{d\nu_\alpha(t)}{dx} = \sum_\beta \left[ \frac{M'}{2E_\nu} \right]_{\alpha\beta} \nu_\beta \tag{2.55}$$

con un hamiltoniano efectivo:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2E_\nu} \left[ U \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^\dagger \right]. \tag{2.56}$$

A pesar que esta ecuación representa una aproximación bastante restringida, se ha demostrado en [53] que las correcciones a este tratamiento son de orden  $(\Delta m^2/2E_\nu)^2$ , que en el límite ultra-relativista son despreciables. Asimismo, las correcciones correspondientes al usar paquetes de onda en vez de ondas planas son del mismo orden. Esto le dará validez al uso del hamiltoniano efectivo, y permitirá usarlo para afrontar el caso de oscilaciones en materia, tal como se ha demostrado en [54].

Un neutrino puede interactuar con otras partículas a través de interacciones de corriente cargada (2.3) y corriente neutra. Las interacciones de corriente neutra influyen todo sabor de neutrino de la misma manera, a diferencia de la corriente cargada, en la cual importa el sabor del neutrino. Debido a que en la materia normal se encuentran electrones, mas no muones ni taus, un  $\nu_e$  será sujeto a un potencial adicional, que actuará como un índice de refracción. Este potencial modificará la amplitud de probabilidad en el caso de  $\nu_e$ , añadiendo un término dentro del hamiltoniano efectivo:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}', \quad (2.57)$$

donde  $\mathcal{H}_0$  es aquel presentado en (2.56), y  $\mathcal{H}'$  es el término adicional debido al potencial de materia. La forma de  $\mathcal{H}'$  es calculada en [29]. El término efectivo resulta ser:

$$\mathcal{H}' = \sqrt{2}G_F N_e, \quad (2.58)$$

siendo  $N_e$  la densidad electrónica del medio. Cabe añadir que este término representa una dispersión coherente frontal. Los términos incoherentes, en donde la dispersión no es elástica, presentan una atenuación despreciable del flujo de neutrinos. La ecuación de evolución efectiva para el caso de neutrinos atravesando la materia es:

$$i \frac{d\nu_\alpha(t)}{dx} = \sum_\beta \frac{1}{2E_\nu} \left[ U \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^\dagger + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\alpha\beta} \nu_\beta, \quad (2.59)$$

donde  $A = 2\sqrt{2}G_F N_e E_\nu$ . La solución de esta ecuación va a depender de la dependencia de  $N_e$  en la materia, siendo en la mayoría de casos imposible de resolver analíticamente. No obstante, es posible recurrir a métodos numéricos para poder obtener valores de probabilidad.

### 2.2.3. Aproximación Analítica de la Probabilidad de Oscilación

A partir del hamiltoniano efectivo presente en la ecuación de evolución para oscilaciones en la materia (2.59), es posible obtener una expresión aproximada que describa analíticamente esta oscilación. En [55] se asume que la densidad de materia es constante, y que el ángulo de mezcla  $\theta_{13}$ , así como la razón:

$$\alpha = \frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{31}^2}, \quad (2.60)$$

son pequeños, lo cual ha sido confirmado por los experimentos mencionados en la Sección 1.2. Usando la notación de [56], se puede escribir:

$$\Delta \equiv \frac{1.27 \Delta m_{31}^2 L}{E_\nu} \quad (2.61)$$

$$\hat{A} \equiv \frac{A}{\Delta m_{31}^2} \quad (2.62)$$

donde  $\Delta m_{31}^2$  está expresado en  $\text{eV}^2$ ,  $L$  en km y  $E_\nu$  en GeV. Se definen funciones dependientes de los ángulos de mezcla y del parámetro  $\hat{A}$  según:

$$x \equiv s_{23} \sin 2\theta_{13} \quad (2.63a)$$

$$y \equiv \alpha c_{23} \sin 2\theta_{12} \quad (2.63b)$$

$$f \equiv \frac{\sin((1 - \hat{A})\Delta)}{1 - \hat{A}} \quad (2.63c)$$

$$g \equiv \frac{\sin(\hat{A}\Delta)}{\hat{A}} \quad (2.63d)$$

para así escribir las probabilidades de transición:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = (xf)^2 + (yg)^2 + 2xyfg (\cos \delta \cos \Delta + \sin \delta \sin \Delta) \quad (2.64a)$$

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau} = \cot^2 \theta_{23} (xf)^2 + \tan^2 \theta_{23} (yg)^2 - 2xyfg (\cos \delta \cos \Delta + \sin \delta \sin \Delta) \quad (2.64b)$$

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau} = \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \Delta + \alpha \sin 2\theta_{23} \sin 2\Delta \times \left( \frac{\hat{A}}{1 - \hat{A}} s_{13} \sin 2\theta_{12} \cos 2\theta_{23} \sin \Delta - \Delta c_{12}^2 \sin 2\theta_{23} \right). \quad (2.64c)$$

Las fórmulas en el caso de antineutrinos son equivalentes a (2.64) realizando el cambio  $\delta \rightarrow -\delta$  y  $\hat{A} \rightarrow -\hat{A}$ . Las fórmulas respectivas para canales invertidos en el tiempo también son equivalentes a (2.64) haciendo  $\delta \rightarrow -\delta$ . De esta manera, a partir de estas ecuaciones, y considerando:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha} + P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} + P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\gamma} = 1, \quad (2.65)$$

donde  $\alpha, \beta, \gamma = \{e, \mu, \tau\}$ , es posible obtener una expresión analítica para todos los canales de oscilación.

Las fórmulas analíticas derivadas en [55] son válidas para energías mayores a 1 GeV y:

$$\left| \frac{A}{\Delta m_{31}^2} \right| \geq |\alpha|. \quad (2.66)$$

Adicionalmente, en [56] se encuentra que la aproximación con materia constante es válida sólo para  $L \leq 4000$  km. Es importante recalcar que, a pesar que el valor de  $A$  no es constante en experimentos de largas distancias, es posible obtener una expresión constante aproximada al promediar el valor  $N_e$  en la materia. Valores promediados de  $N_e$ , obtenidos a través del Modelo de la Estructura Interna de la Tierra (PREM) [57], son listados en [56].

### 2.3. Valores Observados para Parámetros de Oscilación

Un análisis global [58], considerando la información de todos los experimentos realizados, ha determinado límites para los parámetros de oscilación de neutrinos. Con respecto a los ángulos de mezcla, el conjunto de parámetros favorecidos es:

$$\begin{aligned} 0.29 &\leq \tan^2 \theta_{12} \leq 0.64 \\ 0.49 &\leq \tan^2 \theta_{23} \leq 2.2 \\ \sin^2 \theta_{13} &\leq 0.054, \end{aligned} \quad (2.67)$$

a un nivel de confianza de  $3\sigma$ . Cabe resaltar que ningún experimento ha sido sensible a la fase de violación CP,  $\delta$ , por lo cual no se tiene información sobre ella.

Por el lado de las diferencias cuadradas de masa, los parámetros que describen las oscilaciones observadas son, al mismo nivel de confianza:

$$\begin{aligned} 5.2 \times 10^{-5} &\leq \frac{\Delta m_{21}^2}{\text{eV}^2} \leq 9.8 \times 10^{-5} \\ 1.4 \times 10^{-3} &\leq \frac{|\Delta m_{32}^2|}{\text{eV}^2} \leq 3.4 \times 10^{-3} \end{aligned} \quad (2.68)$$

donde el signo de  $\Delta m_{21}^2$  ha sido determinado al comparar el flujo de neutrinos considerando efectos de materia (efecto MSW). Cabe resaltar que este análisis no considera como válido el resultado de LSND.

En este trabajo, a menos que sea especificado lo contrario, usaremos los siguientes valores para los parámetros de oscilación:

$$\begin{aligned} \sin^2 2\theta_{12} &= 0.8 \\ \sin^2 2\theta_{23} &= 0.95 \\ \sin^2 2\theta_{13} &= 0.01 \\ \Delta m_{21}^2 &= 8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2 \\ \Delta m_{31}^2 &= 2.2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \\ \delta &= 0^\circ. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Asimismo, los valores correspondientes para las tangentes de los ángulos son:

$$\begin{aligned} \tan^2 \theta_{12} &= 0.38 \\ \tan^2 \theta_{23} &= 0.63 \\ \tan^2 \theta_{13} &= 2.5 \times 10^{-3}, \end{aligned} \quad (2.70)$$

los cuales han sido listados debido a su uso en posteriores resultados. Estos valores, a lo largo de este trabajo, serán llamados **valores verdaderos**.

# CAPÍTULO 3

## DEGENERACIONES EN LOS

### PARÁMETROS DE OSCILACIÓN DE

### NEUTRINOS

Una de las metas futuras en el estudio de las oscilaciones de neutrinos es la determinación del ángulo de mezcla  $\theta_{13}$  y la fase de violación CP  $\delta$ , junto con la mejora en las mediciones de los otros parámetros. La determinación de todos estos parámetros se realiza a través de observables experimentales (i.e. número de eventos). Sin embargo, de estas mediciones se pueden obtener resultados ambiguos (degenerados) en algunos de los parámetros de oscilación.

Al tener una degeneración en ciertos parámetros de oscilación, se entiende que existen diferentes conjuntos de valores para estos parámetros que podrían reproducir de la misma forma el resultado observado. En este caso, la medición de un observable experimental haría imposible discernir entre el conjunto real de parámetros y el conjunto degenerado.

Analizando las fórmulas de probabilidad (2.64), es evidente que los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  son los más sensibles al parámetro  $\theta_{13}$ . Al depender estos canales de  $\sin^2 2\theta_{13}$  en el primer término de la aproximación, se hace claro que una variación de este parámetro puede producir cambios apreciables en el valor de la probabilidad.

En [59] se reconoce que el mejor canal para medir el ángulo de mezcla  $\theta_{13}$  y la fase  $\delta$  es el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ , el cual sería observable en el contexto de futuras fábricas de neutrinos (Capítulo 5). En el caso de tener  $\sin^2 2\theta_{13} \leq 10^{-3}$ , la observación de  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  sólo sería posible en las fábricas de neutrinos.

Sin embargo, la medición de este canal en una fábrica de neutrinos no está exenta de degeneraciones. En [56] se describen los tres tipos de degeneraciones para las oscilaciones, las cuales, en el peor de los casos, pueden combinarse en una degeneración de octavo grado. La discusión a continuación fue presentada en [60].

### 3.1. Definición General de Degeneración

Se supondrá una función que describe la probabilidad de oscilación en el canal  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ , denotada según:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = F_{\alpha\beta}(\theta_{ij}, \Delta m_{kl}^2, \delta; L, E_\nu), \quad (3.1)$$

con  $ij = \{12, 23, 13\}$ ,  $kl = \{21, 31\}$ , donde  $L$  es la distancia entre la fuente y el detector y  $E_\nu$  es la energía de los neutrinos. Un caso degenerado es aquel en el cual:

$$F_{\alpha\beta}(\dots, \eta, \zeta, \dots; L, E_\nu) = F_{\alpha\beta}(\dots, \eta', \zeta', \dots; L, E_\nu), \quad (3.2)$$

donde  $(\eta, \zeta)$  y  $(\eta', \zeta')$  son valores diferentes para un mismo conjunto de parámetros de oscilación. Esto implica que existen varios conjuntos diferentes de parámetros que satisfacen un mismo valor de probabilidad de transición. En este caso, al ‘medir’ cierto valor de probabilidad, sería imposible distinguir entre el conjunto verdadero y el degenerado.

Es importante notar que, dada la relación (3.2), una degeneración en cierto canal de oscilación está definida para valores fijos  $E_\nu$  y  $L$ . Esto motivará a denominar *configuración experimental* a un conjunto particular  $(E_\nu, L)$ , donde al referirse a  $E_\nu$  se considera la energía promedio del experimento. Al definirse además dentro de un canal de oscilación particular, se espera que la única manera de quebrar una degeneración sea a través de la inclusión de canales de oscilación adicionales, o a través de

la combinación de varias configuraciones experimentales. No obstante, es posible reducir la severidad de la degeneración seleccionando configuraciones experimentales específicas, de forma que ciertos términos de (2.64) sean anulados [56, 61].

Las degeneraciones presentes en el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  son denotadas por  $(\theta_{13}, \delta)$ ,  $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$  y  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ . Con el fin de entender cada degeneración se utilizarán diagramas en el espacio de bi-probabilidad [62], los cuales consisten en trayectorias en el espacio  $(P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu}$  vs.  $P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}$ ), fijando todos los parámetros y variando  $\delta$  dentro de todo el rango de valores permitidos.<sup>1</sup> La variación de  $\delta$  trazará una elipse en el espacio de bi-probabilidad, cuya ubicación y forma dependerá de los demás parámetros de oscilación y de la configuración experimental.

### 3.2. Degeneración $(\theta_{13}, \delta)$

La degeneración  $(\theta_{13}, \delta)$ , también llamada *degeneración intrínseca*, implica tener distintos conjuntos de  $\theta_{13}$  y  $\delta$  que llevan a la misma probabilidad de oscilación. En particular, es posible que una solución que conserve CP ( $\sin \delta = 0$ ) tenga una solución degenerada que no conserve CP ( $\sin \delta \neq 0$ ). El tener un valor bajo de  $\theta_{13}$  hace que esta degeneración sea difícil de resolver. Se puede apreciar en la matriz PMNS (2.30) que los términos  $\sin \theta_{13}$  y  $\delta$  siempre van juntos, por lo cual un  $\theta_{13}$  pequeño hará que la medición de  $\delta$  sea a la vez más difícil. Esta dificultad provocará que no se pueda separar fácilmente la medición de ambos parámetros.

En la Figura 3.1 se muestran dos trayectorias en el espacio de bi-probabilidad, cada una obtenida fijando todos los parámetros en los **verdaderos** (Sección 2.3) a excepción de  $\delta$ , que varía libremente, y de  $\theta_{13}$ , el cual sirve para identificar cada elipse. En el ejemplo tenemos  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  ( $1.25 \times 10^{-3}$ ) para la curva sólida (discontinua). La configuración experimental considera  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 30$  GeV.

Se observa que las curvas se intersecan. El tener un punto de intersección indica claramente que, dado un par de valores de  $P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu}$  y  $P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}$ , podrán existir dos

<sup>1</sup>Los diagramas en [62] originalmente estudiaban la oscilación  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ , pero son igualmente válidos en este contexto.

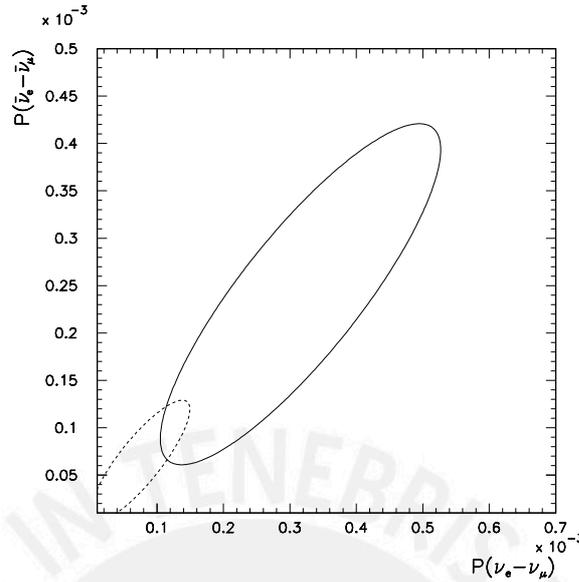


Figura 3.1: Trayectorias en espacio de bi-probabilidad. Los parámetros que generan esta curva son  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  ( $1.25 \times 10^{-3}$ ) para la curva sólida (discontinua), mientras que los demás corresponden a los **verdaderos**. Se toma  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 30$  GeV. En particular, la intersección de las curvas en  $\delta = -148^\circ$  ( $-41^\circ$ ) para la elipse sólida (discontinua) indica una degeneración.

juegos de  $(\theta_{13}, \delta)$  que cumplan con ambos valores de probabilidad. La degeneración justamente radica en no poder distinguir cuál de los juegos de  $\theta_{13}$  y  $\delta$  es el verdadero. En particular, para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  y  $\sin^2 2\theta'_{13} = 1.25 \times 10^{-3}$ , se obtienen las mismas probabilidades si  $\delta = -148^\circ$  y  $\delta' = -41^\circ$ , respectivamente.

En la descripción de las demás degeneraciones se tomará la elipse identificada con  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  como verdadera, analizando las intersecciones con el punto definido por  $\delta_0 = -148^\circ$ .

### 3.3. Degeneración $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$

Los valores actuales permitidos para los parámetros de oscilación, definidos en la Sección (2.3), consideran la posibilidad de que las masas de los neutrinos sigan una jerarquía normal ( $m_1 < m_2 < m_3$ ) o invertida ( $m_3 < m_1 < m_2$ ). En otras palabras, existe una ignorancia en el signo de  $\Delta m_{31}^2$ .

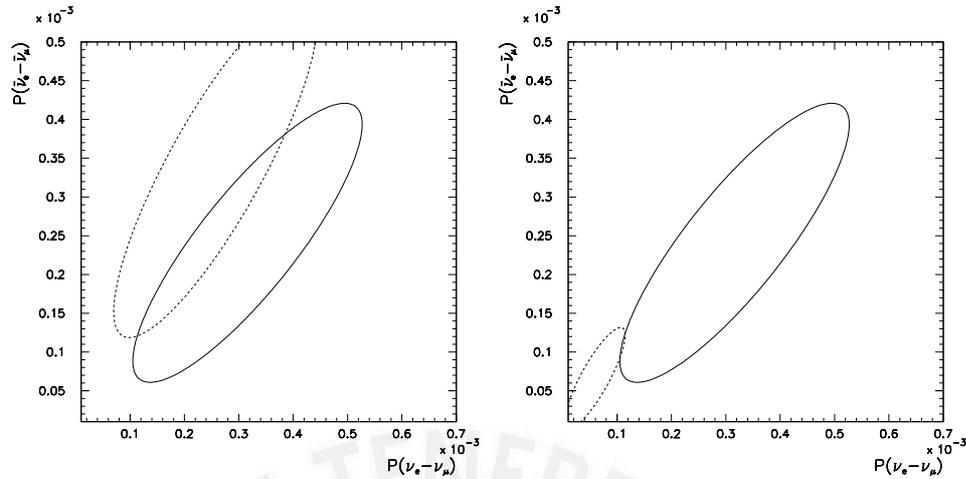


Figura 3.2: Degeneración en  $sgn(\Delta m_{31}^2)$ . El parámetro que genera la curva sólida es  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ , con signo positivo, mientras que para la discontinua se usa  $\sin^2 2\theta'_{13} = 0.0108$  ( $9.5 \times 10^{-4}$ ) a la izquierda (derecha), con signo opuesto. Se toma  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 30$  GeV. Las curvas se intersectan con  $\delta_0$  para  $\delta' = 24^\circ$  y  $171^\circ$  respectivamente.

El no saber el signo de  $\Delta m_{31}^2$  provoca la existencia de dos conjuntos de valores  $\theta_{13}$  y  $\delta$ , uno para cada signo, que satisfacen una misma probabilidad de oscilación. Asimismo, para cada uno de los dos valores de  $\theta_{13}$  y  $\delta$  existentes debido a  $sgn(\Delta m_{31}^2)$ , se tendrá un conjunto adicional debido a la degeneración  $(\theta_{13}, \delta)$ . Esto provocará una degeneración de cuarto grado, es decir, existirán cuatro conjuntos de  $\theta_{13}$  y  $\delta$  que satisfacerán una misma probabilidad de oscilación.

En la Figura 3.2 se muestra la degeneración en  $sgn(\Delta m_{31}^2)$ , considerando verdadera a la elipse definida por  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  (curva sólida), para la misma configuración experimental. Las dos elipses discontinuas han sido generadas usando el signo opuesto de  $\Delta m_{31}^2$ , con  $\sin^2 2\theta'_{13} = 0.0108$  ( $9.5 \times 10^{-4}$ ) para la elipse de la izquierda (derecha). La intersección de las elipses en el punto definido por  $\delta_0$  ocurre cuando  $\delta' = 24^\circ$  (izquierda) y  $171^\circ$  (derecha), caso en el cual se tiene la misma probabilidad de oscilación.

En este caso, la existencia de dos elipses degeneradas se debe a la combinación de  $sgn(\Delta m_{31}^2)$  y  $(\theta_{13}, \delta)$ , implicando tres valores distintos de  $\theta_{13}$  y  $\delta$  que satisfacen los mismos valores de  $P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu}$  y  $P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}$ . Recordando que la degeneración  $(\theta_{13}, \delta)$

define por si misma un conjunto adicional, se tienen cuatro valores distintos de  $\theta_{13}$  y  $\delta$  satisfaciendo las mismas probabilidades.

### 3.4. Degeneración ( $\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23}$ )

El valor actual de  $\theta_{23}$ , medido en experimentos con neutrinos atmosféricos y en K2K, tiene una buena definición. El valor que mejor ajusta los datos experimentales es  $\theta_{23} = 45^\circ$ . No obstante, desviaciones con respecto a este valor son permitidas y, en particular, no se conoce el octante al cual este parámetro pertenece.

La degeneración ( $\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23}$ ) está definida en los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  y  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ . La medición de estos canales puede definir  $\theta_{23}$  con bastante precisión, pero con una ambigüedad simétrica con respecto a  $45^\circ$ . El canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  presenta una indeterminación en  $\theta_{13}$ ,  $\theta_{23}$  y  $\delta$ . Sin embargo, experimentos con los canales anteriores serán realizados antes que las fábricas de neutrinos sean construídas [63, 64], restringiendo la indeterminación en torno de los valores ( $\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23}$ ). Como el valor real de  $\theta_{23}$  es bastante cercano a  $45^\circ$ , se espera que mientras más cercano esté  $\theta_{23}$  de este valor, más difícil de resolver será la degeneración. De esta manera, ( $\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23}$ ) tiene el potencial de ser la degeneración más problemática de las tres.

En la Figura 3.3 se muestra la degeneración en ( $\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23}$ ). Las elipses discontinúas han sido generadas usando  $\sin^2 2\theta'_{13} = 5.1 \times 10^{-3}$  ( $1.25 \times 10^{-3}$ ) para la elipse de la izquierda (derecha), y  $\tan^2 \theta'_{23} = 1.59$ . La elipse continúa, por el contrario, ha sido generada con  $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$ . Es importante notar que ambos valores corresponden a  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$ . Así como se da en la degeneración  $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ , en este caso existen dos elipses degeneradas, implicando dos conjuntos de  $\theta_{13}$  y  $\delta$  por valor permitido de  $\theta_{23}$ . En particular, se pueden observar intersecciones con  $\delta_0$  para  $\delta' = -135^\circ$  (izquierda) y  $-44^\circ$  (derecha). Al considerar las elipses mostradas anteriormente, la degeneración en este caso alcanza un grado igual a seis.

En la Figura 3.4 se muestran dos elipses adicionales generadas tomando  $\tan^2 \theta'_{23} = 1.59$  y el signo opuesto de  $\Delta m_{31}^2$ . Las elipses mostradas han sido generadas con  $\sin^2 2\theta'_{13} = 5.8 \times 10^{-3}$  ( $1 \times 10^{-3}$ ), para la elipse de la izquierda (derecha). El cruce

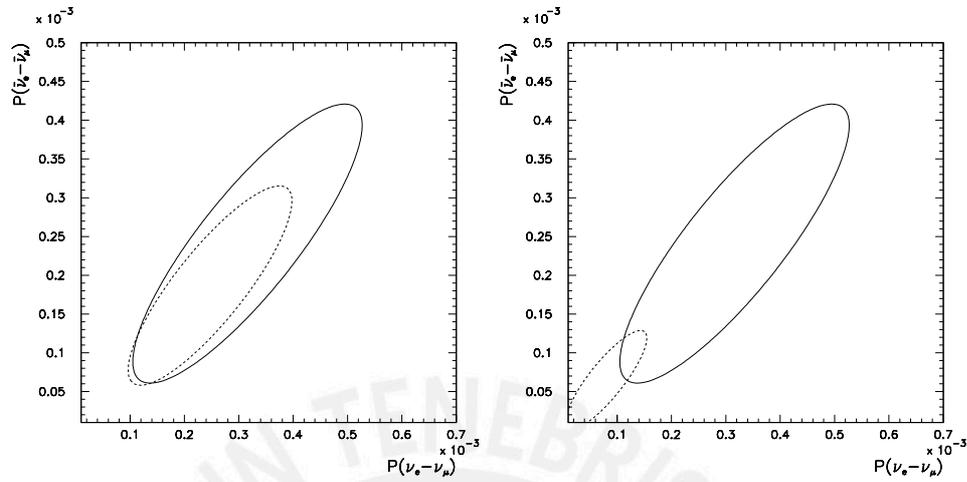


Figura 3.3: Degeneración en  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ . Los parámetros que generan la curva sólida son  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ ,  $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$ , mientras que para la discontinua se usa  $\sin^2 2\theta'_{13} = 5.1 \times 10^{-3}$  ( $1.25 \times 10^{-3}$ ) a la izquierda (derecha), con  $\tan^2 \theta'_{23} = 1.59$ . Se toma  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 30$  GeV. Las curvas se intersecan con  $\delta_0$  para  $\delta' = -135^\circ$  y  $-44^\circ$  respectivamente.

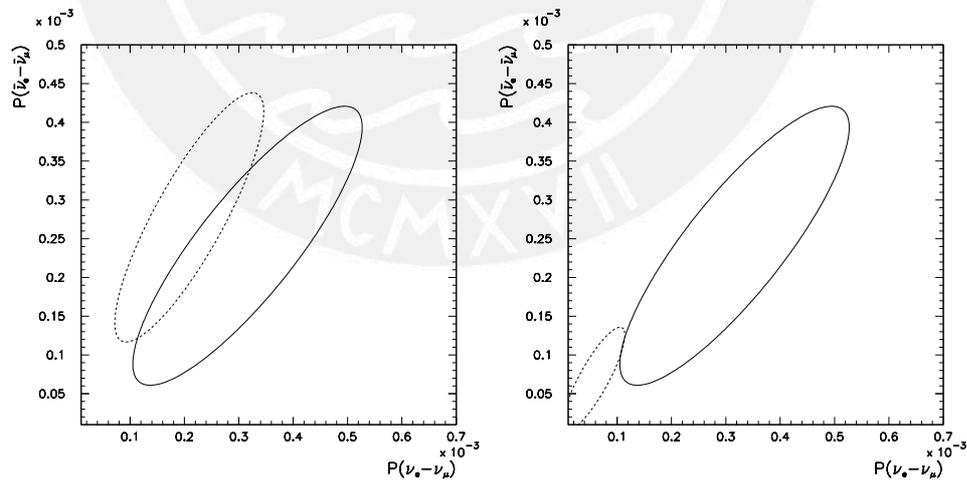


Figura 3.4: Degeneración en  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$  y  $\text{sgn}(\Delta m^2_{31})$ . Los parámetros que generan la curva sólida son  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ ,  $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$ , mientras que para la discontinua se usa  $\sin^2 2\theta'_{13} = 5.8 \times 10^{-3}$  ( $1 \times 10^{-3}$ ) a la izquierda (derecha), con  $\tan^2 \theta'_{23} = 1.59$  y signo opuesto de  $\Delta m^2_{31}$ . Se toma  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 30$  GeV. Las curvas se intersecan con  $\delta_0$  para  $\delta' = 30^\circ$  y  $164^\circ$  respectivamente.

con  $\delta_0$  aparece para  $\delta' = 30^\circ$  (derecha) y  $164^\circ$  (izquierda).

Es evidente que, así como  $(\theta_{13}, \delta)$  produce una degeneración al combinarse con  $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$  o con  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ , existe también una degeneración adicional combinando  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$  con  $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ . Este caso está sujeto, adicionalmente, a la degeneración  $(\theta_{13}, \delta)$ . Al tener dos elipses degeneradas adicionales a las primeras seis, la degeneración alcanza un grado igual a ocho, lo cual se comprueba por los ocho conjuntos  $(\theta_{13}, \delta, \Delta m_{31}^2, \theta_{23})$  mostrado.

### 3.5. Propuestas para Resolver las Degeneraciones

Actualmente existen varias propuestas que buscan resolver ya sea una o todas las degeneraciones. Estas propuestas tienen en común la variación de canales de oscilación o de configuraciones experimentales, estando estas no necesariamente en el contexto de fábricas de neutrinos.

El uso de efectos de materia [65, 66] busca resolver  $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ . Los efectos de materia en la oscilación de neutrinos y antineutrinos dependen de la jerarquía de masas, por lo cual la realización de un experimento en el cual los neutrinos atraviesen cantidades apreciables de materia es deseable. El  $L$  mínimo para resolver  $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$  depende del valor  $E_\nu$  usado, necesitando mayores distancias para mayores energías. Este límite también depende de la sensibilidad experimental con respecto a  $\theta_{13}$  [67].

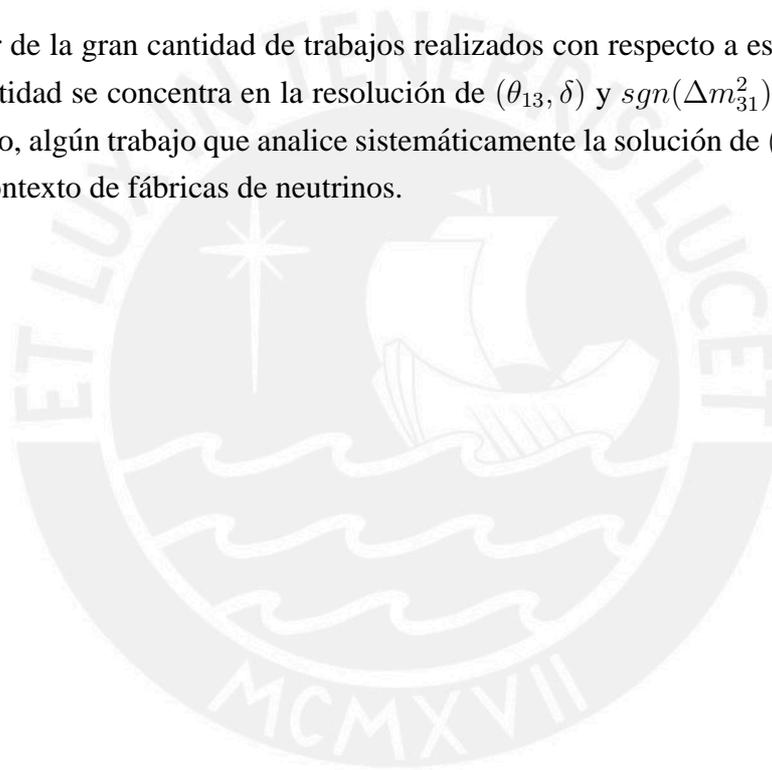
Canales alternativos a  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  ha sido considerado en varios trabajos. En particular, los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  [68] y  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  [69] han demostrado un alto potencial en la resolución de degeneraciones. En particular, el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ , ha demostrado una alta capacidad de determinar  $\theta_{13}$  en el contexto de fábricas de neutrinos. Por otro lado, en [69] se ha demostrado que incluyendo la información de  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  es posible resolver todas las degeneraciones, para un valor de  $\theta_{23}$  alejado de  $45^\circ$ .

Existen trabajos donde el uso de más de un valor de  $L$  es tomado en cuenta [70, 71], así como propuestas para medir varios valores de  $\langle E_\nu \rangle$  en un mismo experimento.

to [72]. Otras soluciones alternativas implican el uso de neutrinos atmosféricos [73], la inclusión de *Beta-Beams* [74] y una cuidadosa selección de  $E_\nu/L$  [56].

Por otro lado, en [75] se busca describir analíticamente el ‘flujo’ de puntos degenerados que aparecen al variar  $\theta_{13}$ . Esto permite definir cuáles son los mejores canales que pueden resolver las degeneraciones. La conclusión general apunta hacia la medición simultánea de los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  en fábricas de neutrinos.

A pesar de la gran cantidad de trabajos realizados con respecto a este tema, la mayor cantidad se concentra en la resolución de  $(\theta_{13}, \delta)$  y  $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ . No existe, sin embargo, algún trabajo que analice sistemáticamente la solución de  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$  en el contexto de fábricas de neutrinos.



## CAPÍTULO 4

# SOLUCIÓN ANALÍTICA DE LAS DEGENERACIONES

A pesar que los diagramas de bi-probabilidad mostrados en el Capítulo 3 son de gran utilidad para ilustrar las degeneraciones en los parámetros de oscilación de neutrinos, será necesario incluir un tipo adicional de gráfico que permita identificar teóricamente aquellos casos en los cuales las degeneraciones son resueltas. Al ser de interés la definición de  $\theta_{13}$ ,  $\theta_{23}$  y  $\delta$ , el camino más lógico es definirlos como ejes de estas nuevas gráficas. De esta manera, la probabilidad se convierte en una variable más, de modo que las superficies más sencillas en el espacio definido por  $\theta_{13}$ ,  $\theta_{23}$  y  $\delta$  son superficies de equiprobabilidad, es decir, superficies donde el valor de la probabilidad es constante.

Los resultados gráficos se expresarán en términos de  $\tan^2 \theta_{23}$ , alrededor de 1, y de  $\tan^2 \theta_{13}$ , en una escala apropiada.

### **4.1. Diagramas de $\tan^2 \theta_{13}$ vs. $\tan^2 \theta_{23}$**

Es posible simplificar la resolución de las degeneraciones manteniendo constante uno de los tres parámetros por evaluar. En este caso, la superficie de equiprobabilidad es proyectada a una curva de equiprobabilidad.

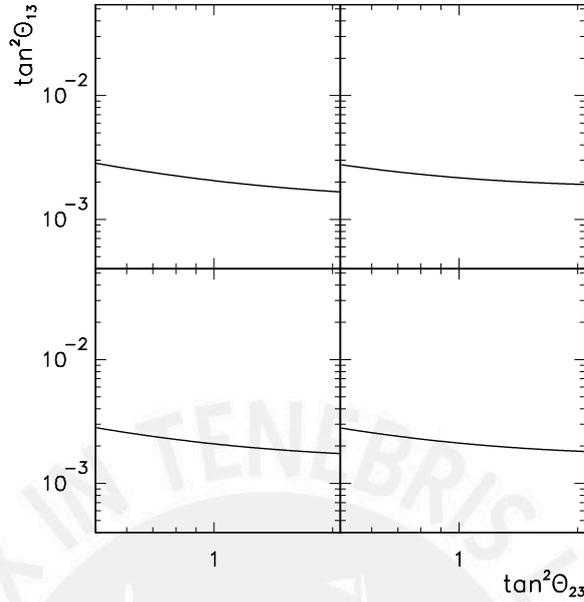


Figura 4.1: Curva de equiprobabilidad en el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ , mostrando la dependencia de  $\tan^2 \theta_{13}$  con respecto a  $\tan^2 \theta_{23}$  para neutrinos (izquierda) y antineutrinos (derecha). El valor de  $P_1$  es el correspondiente a  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 10$  (arriba) y 30 GeV (abajo), manteniendo los parámetros en sus **valores verdaderos**.

Dada la probabilidad  $P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}$ , determinada analíticamente por (2.64a), es posible aproximar  $\sin \theta_{13} \approx \theta_{13}$  y  $\cos \theta_{13} \approx 1$ , de forma que se pueda resolver (2.64a) para  $\theta_{13}$ . Se obtiene entonces el valor de  $\theta_{13}$  como función de  $\theta_{23}$ ,  $\delta$ ,  $P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}$  y los demás parámetros de oscilación, donde estos últimos se mantienen fijos dentro de sus **valores verdaderos** (Sección 2.3). Denotando el valor de  $P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = P_1$ , se tiene la expresión:

$$\theta_{13} = \frac{1}{2f \tan \theta_{23}} \left( \sqrt{\frac{P_1}{\cos^2 \theta_{23}} - (y'g)^2 \sin^2(\delta - \Delta) - y'g \cos(\delta - \Delta)} \right), \quad (4.1)$$

donde se ha hecho  $y = y' \cos \theta_{23}$  con el fin de mostrar explícitamente la dependencia con respecto a  $\theta_{23}$ . Fijando el valor de  $\delta$  arbitrariamente, la función (4.1) define una curva de equiprobabilidad dependiente de  $\theta_{23}$ .

En la Figura 4.1 se muestran curvas de equiprobabilidad generadas por (4.1) al variar  $\theta_{23}$  mientras los demás parámetros se mantienen en sus **valores verdaderos**. El valor  $P_1$  es aquel obtenido al fijar todos los parámetros en su **valor verdadero**,

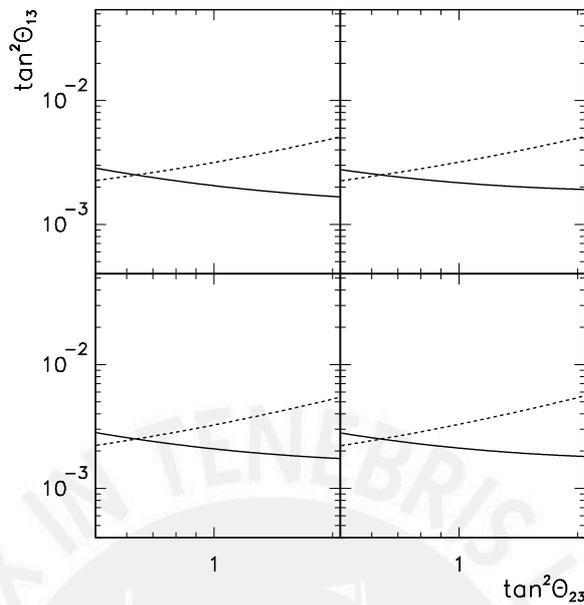


Figura 4.2: Cruce de canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  (curva sólida) y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  (curva discontinua), para neutrinos (izquierda) y antineutrinos (derecha). Las probabilidades  $P_1$  y  $P_2$  son las correspondientes a  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 10$  (arriba) y 30 GeV (abajo), para los **valores verdaderos** de todos los parámetros.

tomando además  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 10$  y 30 GeV. Las curvas de equiprobabilidad son continuas en  $\tan^2 \theta_{13}$  y  $\tan^2 \theta_{23}$ , lo que significa que, para un valor  $\delta$  determinado, existirá una degeneración continua en estos parámetros. Se observa que en el rango de variación de  $E_\nu$ , las curvas de equiprobabilidad son casi idénticas, lo cual se repite al considerar casos con antineutrinos. Esto nos indica que esta degeneración es irresoluble de no incluir otro canal de oscilación.

Es posible realizar el mismo procedimiento para el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ , cuya probabilidad de oscilación está determinada analíticamente por (2.64b). Denotando el valor de  $P_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau} = P_2$ , es posible resolver (2.64b) para  $\theta_{13}$  y obtener:

$$\theta_{13} = \frac{1}{2f \cot \theta_{23}} \left( \sqrt{\frac{P_2}{\sin^2 \theta_{23}} - (y'g)^2 \sin^2(\delta - \Delta) + y'g \cos(\delta - \Delta)} \right). \quad (4.2)$$

En la Figura 4.2 se muestra el cruce de ambos canales para los mismos valores de  $E_\nu$  y  $L$ , generando probabilidades  $P_1$  y  $P_2$  correspondientes a los parámetros **verdaderos**. Es evidente que las curvas se cruzan en un punto único. Como el valor

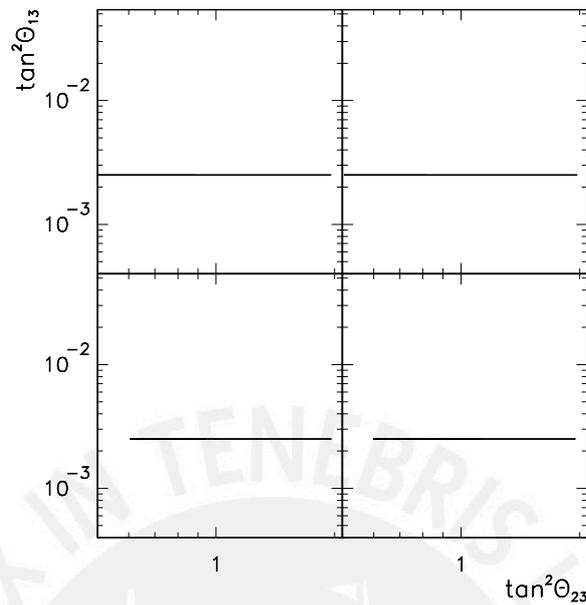


Figura 4.3: Puntos de cruce de los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ , para neutrinos (izquierda) y antineutrinos (derecha). La variación de  $\delta$  se da en todos sus valores permitidos. Las probabilidades  $P_1$  y  $P_2$  son las correspondientes a  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 10$  (arriba) y  $30$  GeV (abajo), para los **valores verdaderos** de todos los parámetros.

de cada parámetro de oscilación es independiente del canal usado, el punto de cruce indica el valor exacto de  $\tan^2 \theta_{13}$  y  $\tan^2 \theta_{23}$ , resolviendo la degeneración.

Sin embargo, la resolución de  $\tan^2 \theta_{13}$  y  $\tan^2 \theta_{23}$  se realiza asumiendo un valor fijo para  $\delta$ . Un análisis correcto debe incluir necesariamente la variación de esta fase, lo cual podría provocar que la degeneración no esté necesariamente resuelta. La variación de  $\delta$  se muestra en la Figura 4.3, donde aparecen graficados los puntos en donde las curvas correspondientes a  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  se cruzan. Cabe añadir que sólo son mostrados los cruces en los cuales los valores de  $\tan^2 \theta_{23}$  concuerdan con los límites experimentales (Sección 2.3).

Los resultados de la variación de  $\delta$  muestran rectas horizontales, lo que indica que  $\tan^2 \theta_{13}$  es constante, independiente de  $\tan^2 \theta_{23}$  y  $\delta$ . Se predice entonces que el cruzar los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  determinará el valor de  $\tan^2 \theta_{13}$  con gran exactitud, manteniendo una degeneración continua en  $\tan^2 \theta_{23}$  y  $\delta$ . Esto significa

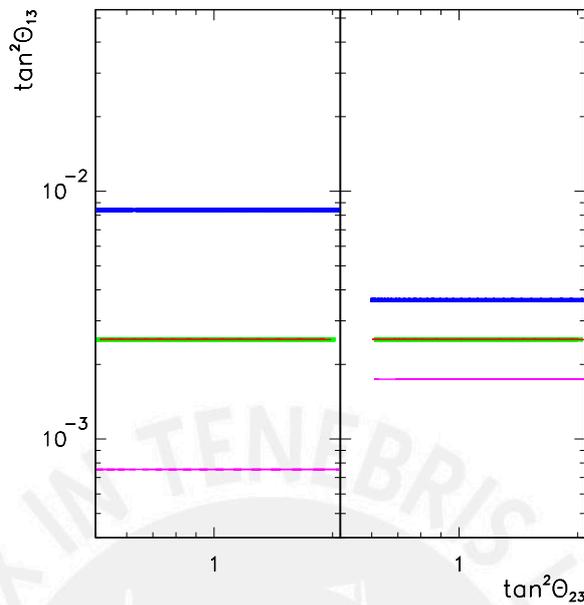


Figura 4.4: Puntos de cruce usando probabilidad de oscilación de neutrinos y anti-neutrinos, para ambos valores de  $\Delta m_{31}^2$ , con  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 10$  (izquierda) y 30 GeV (derecha). Las rectas gruesas corresponden a neutrinos, mientras que las delgadas corresponden a antineutrinos. La recta verde (roja) corresponde a neutrinos (antineutrinos) usando el signo correcto, mientras que la azul (magenta) corresponde a neutrinos (antineutrinos) usando el signo incorrecto.

que es posible determinar  $\tan^2 \theta_{13}$  incluso cuando  $\tan^2 \theta_{23}$  y  $\delta$  están indeterminados, resolviendo parcialmente la degeneración  $(\theta_{13}, \delta)$ .

## 4.2. Determinación del Signo de $\Delta m_{31}^2$

El razonamiento seguido en la sección anterior plantea que los parámetros deben mantenerse invariantes al cambiar el canal de oscilación. A partir de esto fue posible tomar el punto de cruce de los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  como el punto verdadero. Un razonamiento similar puede ser tomado con respecto al uso de neutrinos y antineutrinos, lo cual permitirá discernir el valor del signo de  $\Delta m_{31}^2$ . De la misma forma que los parámetros deben permanecer invariantes al cambiar el canal de oscilación, estos deben mantenerse invariantes sin importar el uso de partículas o antipartículas.

En la Figura 4.4 se muestra las rectas obtenidas usando el procedimiento de la sección anterior, para los casos donde se asume el signo correcto y el incorrecto de  $\Delta m_{31}^2$ . Dadas  $P_1$  y  $P_2$ , generadas a partir del **valor verdadero** de  $\Delta m_{31}^2$  (signo positivo), se han producido las rectas respectivas tomando ambos valores del signo. En la Figura, la recta verde y gruesa (roja y delgada) corresponde a neutrinos (antineutrinos) usando el signo correcto, mientras que la azul y gruesa (magenta y delgada) corresponde a neutrinos (antineutrinos) usando el signo incorrecto.

Se puede observar que las rectas correspondientes al signo correcto de  $\Delta m_{31}^2$  se superponen una sobre la otra, siendo difícil percibir la superposición, mientras que la posición de las rectas correspondientes al signo incorrecto depende del uso de neutrinos y antineutrinos. De esta forma se puede distinguir entre los valores del signo, siendo el signo correcto aquel en el cual las predicciones de  $\tan^2 \theta_{13}$  son las mismas al usar neutrinos y antineutrinos.

A partir de estos resultados es posible observar que los casos con menores energías favorecerán la resolución de esta degeneración, lo cual es de esperarse por efectos de materia en la probabilidad de oscilación. La Figura 4.4 muestra que las rectas incorrectas tienen una separación mucho mayor para valores bajos de energía que en el caso de energías altas. Esto indica que experimentalmente será más fácil resolver esta degeneración a bajas energías. Esto se muestra también en [67], donde es posible resolver  $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$  independientemente de las demás degeneraciones, siempre y cuando  $\theta_{13}$  no sea muy pequeño, usando experimentos con energías menores a las que caracterizan a fábricas de neutrinos.

### 4.3. Diagramas de $\tan^2 \theta_{23}$ vs. $\delta$

#### 4.3.1. Análisis con $\theta_{13}$ Constante

La generación de rectas horizontales resulta ideal para predecir el valor de  $\theta_{13}$  y para resolver  $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ , pero mantiene una indeterminación irresoluble en  $\theta_{23}$  y  $\delta$ . Será de interés observar el comportamiento de estos parámetros proyectando la superficie de equiprobabilidad en otro plano. Como el procedimiento anterior permite

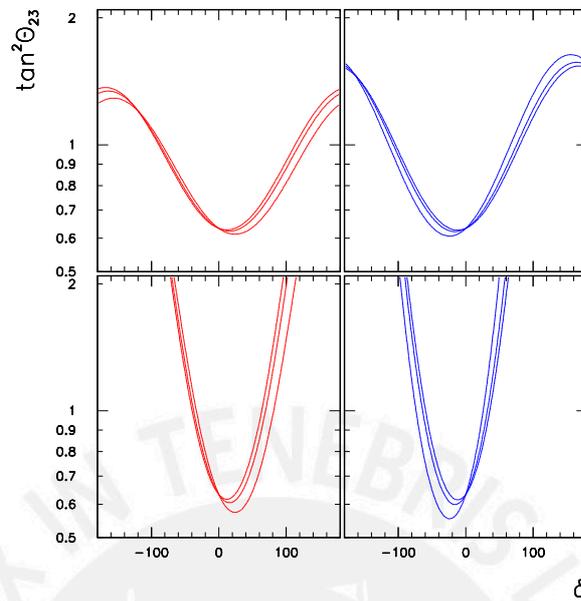


Figura 4.5: Curvas de equiprobabilidad para neutrinos (rojo, izquierda) y antineutrinos (azul, derecha). Se toma  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  (arriba) y  $0.01$  (abajo). Las probabilidades son las correspondientes para  $L = 3000$  km, donde se toma  $E_\nu = 20, 30, 40$  GeV, y los demás parámetros en sus **valores verdaderos**.

determinar el valor real de  $\tan^2 \theta_{13}$ , es posible mantener este parámetro fijo y observar el comportamiento de la curva de equiprobabilidad en el plano determinado por  $\tan^2 \theta_{23}$  y  $\delta$ . La resolución de (2.64a) y (2.64b) en  $\theta_{23}$  o  $\delta$  es bastante complicada, y será más sencillo tomar directamente los valores que cumplen con los cruces de  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  con  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ . La combinación de ambos canales definirá entonces una sola curva, la cual será referida por  $\nu_\mu \otimes \nu_\tau$ .

En la Figura 4.5 se muestran las curvas de equiprobabilidad en el plano  $\tan^2 \theta_{23}$  vs.  $\delta$ , para neutrinos (rojas) y antineutrinos (azules), tomando  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  y  $0.01$  como valores reales, y los demás parámetros iguales a los **valores verdaderos**. A diferencia de los resultados mostrados anteriormente, en estas gráficas se realiza un análisis para distintos valores de energía, lo cual corresponde experimentalmente a un análisis espectral. A través de esto es posible observar que todas las curvas se cruzan en el **valor verdadero**, como se da en los casos anteriores. No obstante, cuando  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ , las curvas se cruzan adicionalmente en un punto diferente al verdadero, que vendrá a constituir una degeneración en  $(\theta_{23}, \delta)$ , no necesaria-

mente igual a la degeneración  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ . En general, para todos los valores de  $\sin^2 2\theta_{13}$  existirán dos cruces, pero el segundo no estará necesariamente dentro del intervalo definido en la Sección 2.3.

Es evidente que una degeneración similar puede ser obtenida combinando neutrinos y antineutrinos, utilizando sólo un valor de energía (una curva roja y una curva azul se intersecan en dos puntos). Sin embargo, la degeneración producida al combinar neutrinos y antineutrinos no es necesariamente la misma que se da al incluir diferentes valores de energía. Es fácil intuir que la mejor forma de resolver la degeneración en  $\theta_{23}$  es combinando todas estas curvas en un mismo análisis.

La superposición de las curvas de  $\nu_\mu \otimes \nu_\tau$ , para neutrinos y antineutrinos y distintos valores de  $\sin^2 2\theta_{13}$ ,  $\sin^2 2\theta_{23}$  y  $\delta$ , se muestran en las Figuras 4.6 a 4.8. En las Figuras se observa la superposición de las curvas de equiprobabilidad para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  y  $0.01$ , y para  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  y  $0.99$ , que corresponden a  $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$  y  $0.82$  respectivamente. Los valores de  $\delta$  son  $0^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$  para la Figura 4.6, 4.7 y 4.8, respectivamente. Adicionalmente a las curvas de  $\nu_\mu \otimes \nu_\tau$ , se presentan las curvas de equiprobabilidad para los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ .

En todos los casos es posible apreciar que todas las curvas tienen solamente un único punto de cruce en común. Este punto define los valores reales de los parámetros, dado que todas las curvas correspondientes a los distintos canales y energías coinciden en un único valor de  $\tan^2 \theta_{23}$  y  $\delta$ , resolviendo así teóricamente todas las degeneraciones restantes.

Es importante señalar que en muchos de los casos mostrados, las curvas de equiprobabilidad se encuentran muy próximas una de la otra. En un contexto experimental, en el cual se incluyen errores en la medición, esta proximidad puede presentar problemas en el momento de resolver los parámetros de oscilación.

En las Figuras 4.6 a 4.8 se muestran adicionalmente las curvas de equiprobabilidad correspondientes a los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ , para  $E_\nu = 30$  GeV. Como se verá en el Capítulo 6, este canal restringe el rango experimental de  $\theta_{23}$  alrededor de

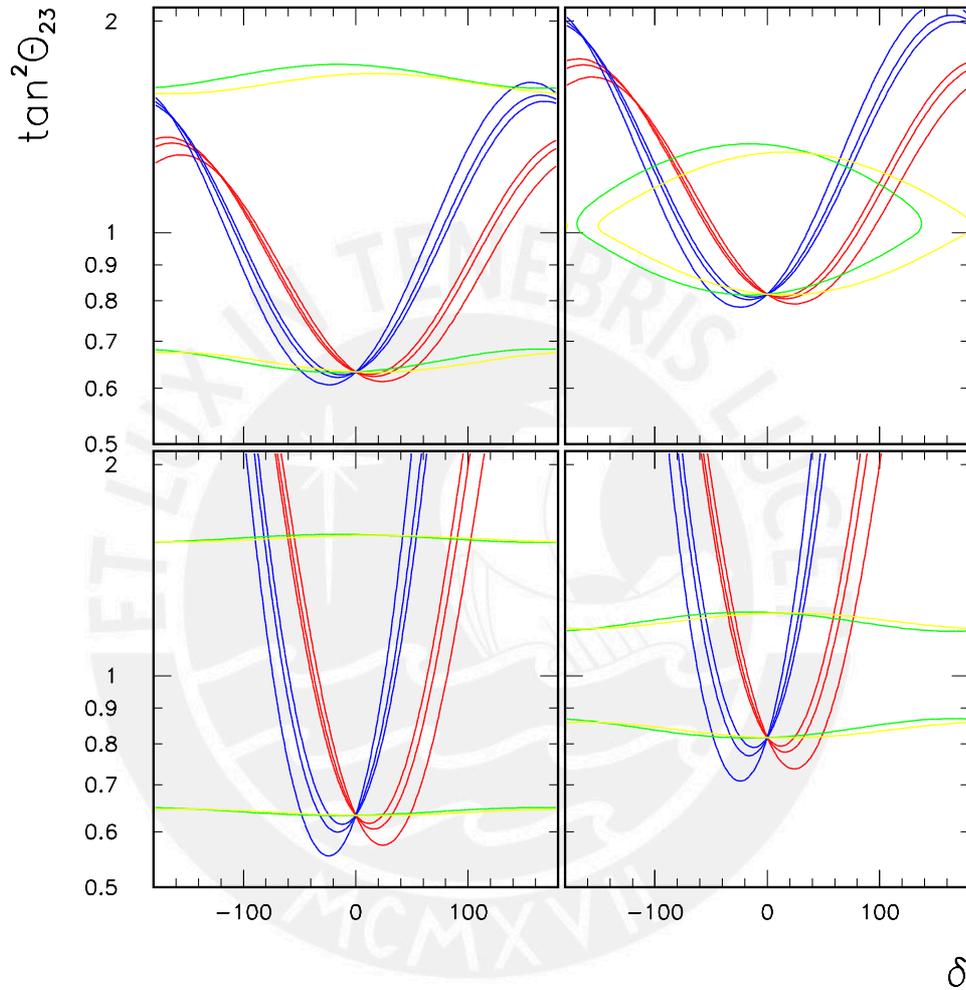


Figura 4.6: Curvas de equiprobabilidad para neutrinos (rojo) y antineutrinos (azul), así como las respectivas para los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  (verde) y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  (amarillo). Se toma  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  (arriba) y  $0.01$  (abajo); y  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  (izquierda) y  $0.99$  (derecha), que corresponden a  $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$  y  $0.82$ , respectivamente. Las probabilidades son las correspondientes para  $L = 3000$  km, donde se toma  $E_\nu = 20, 30, 40$  GeV, a excepción de los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ , donde sólo se toma  $E_\nu = 30$  GeV. Se considera  $\delta = 0^\circ$ .

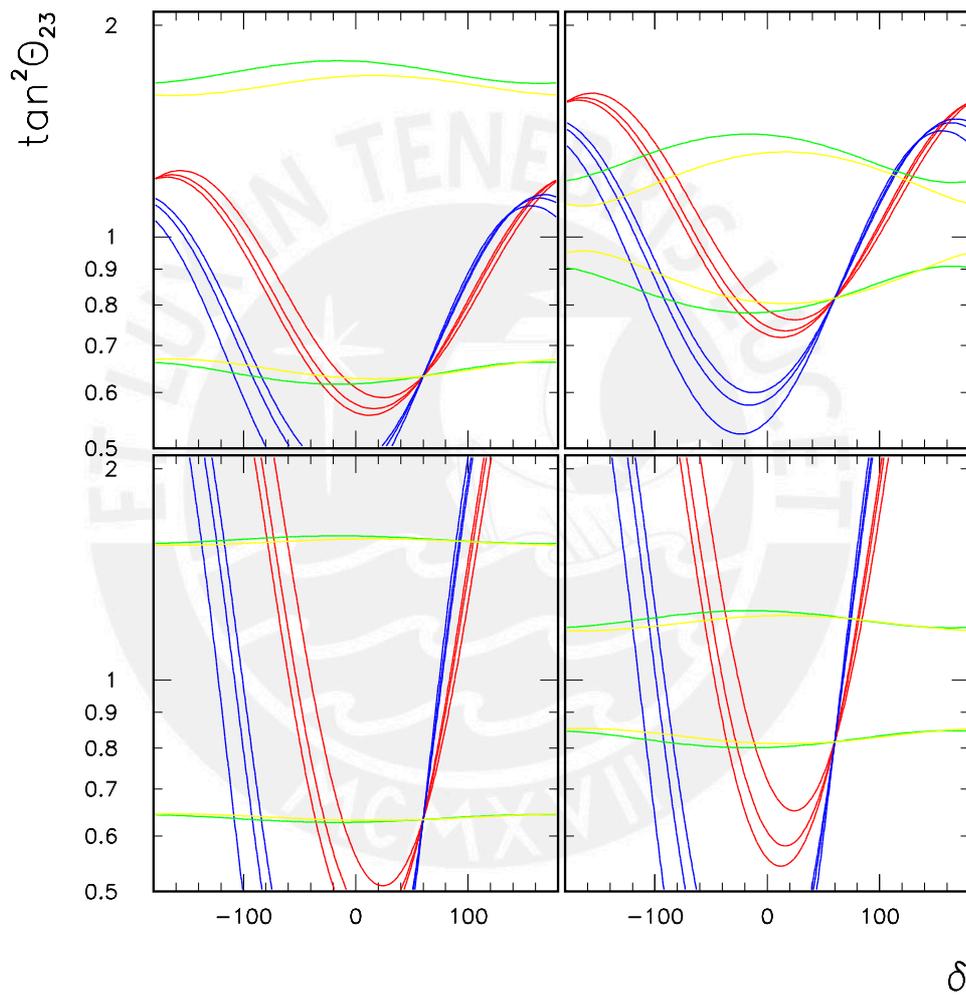


Figura 4.7: Tal como la Figura 4.6, pero con  $\delta = 60^\circ$ .

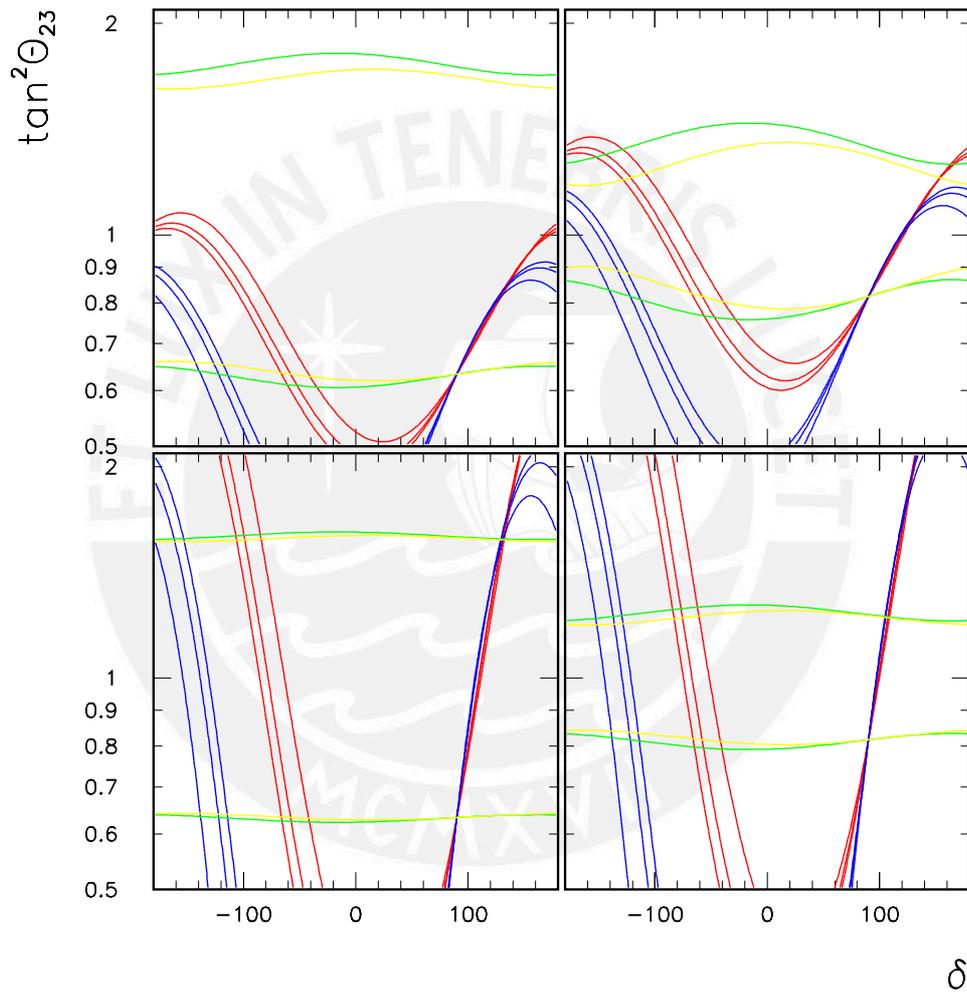


Figura 4.8: Tal como la Figura 4.6, pero con  $\delta = 90^\circ$ .

los valores  $\theta_{23}$  y  $\pi/2 - \theta_{23}$ , favoreciendo así la precisión en su medida dentro de este contexto, pero estableciendo la degeneración en  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ . En este caso no se realiza una variación energética, ya que solamente se busca ilustrar la restricción.

De mucha importancia son aquellos casos en los cuales las intersecciones degeneradas en  $(\theta_{23}, \delta)$  de  $\nu_\mu \otimes \nu_\tau$  para neutrinos y antineutrinos se encuentran cercanas una de la otra, estando a la vez cercanas a las curvas de los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ . Se puede esperar que, en un análisis experimental, estos casos sean muy difíciles de resolver. Para el caso de valores pequeños de  $\sin^2 2\theta_{13}$ , las degeneraciones en  $(\theta_{23}, \delta)$  desaparecen, al encontrarse fuera del rango permitido para  $\tan^2 \theta_{23}$ .

El valor de  $\delta$  determina la proximidad de las curvas alrededor de las intersecciones degeneradas en  $(\theta_{23}, \delta)$  de  $\nu_\mu \otimes \nu_\tau$ . En particular, el espaciamiento para  $\delta = 90^\circ$  alrededor del punto degenerado es muy pequeño.

Por otro lado, conforme los valores de  $\theta_{23}$  se acercan a  $45^\circ$ , las curvas de equiprobabilidad de los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  quedan más próximas una de la otra. Esto evidentemente indica que la degeneración  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$  será más difícil de resolver para valores de  $\theta_{23}$  cercanos a  $45^\circ$ , ya que se necesitará una muy buena resolución estadística para separar una curva de la otra.

#### 4.3.2. Análisis con $\theta_{13}$ Variable

Una fuente adicional de incertidumbre se encuentra al relajar la suposición inicial con respecto a  $\theta_{13}$ , la cual es tomada antes de proyectar la superficie de equiprobabilidad en el plano determinado por  $\tan^2 \theta_{23}$  y  $\delta$ . El análisis realizado considera que el cruce de  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  define unívocamente el valor de  $\theta_{13}$ , lo cual en un contexto experimental no es cierto.

Para una correcta interpretación de los resultados, es necesario explorar las curvas  $\nu_\mu \otimes \nu_\tau$  generadas al considerar varios valores de  $\theta_{13}$ . Esto es realizable al tomar en cuenta que estas curvas son equivalentes a curvas de equiprobabilidad para los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ , fijando  $\theta_{13}$  en cierto valor.

Es importante señalar que, de no restringir el valor de  $\theta_{13}$ , es de esperarse que las curvas de equiprobabilidad reflejen una degeneración en cuarto grado, donde existen dos pares  $(\theta_{13}, \delta)$  para  $\theta_{23}$  y dos pares  $(\theta_{13}, \delta)$  para  $\pi/2 - \theta_{23}$ , tal que los cuatro juegos de parámetros nos dan la misma probabilidad. En este caso no se considerará la degeneración  $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$ , que convertiría esta degeneración de cuarto grado en una de octavo grado.

La degeneración de cuarto grado se muestra en las Figuras 4.9 a 4.14 a través de curvas de equiprobabilidad. Con el fin de comprender estos resultados, se explicará la generación de la Figura 4.9, siendo las demás Figuras generadas de una forma análoga.

Dada la probabilidad correspondiente a  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  y  $\delta = 0^\circ$ , con los demás parámetros en sus **valores verdaderos**, se ha variado el valor de prueba  $\theta'_{13}$  con el cual las curvas de equiprobabilidad son generadas. Al no restringir el valor de  $\theta_{13}$ , aparecen cuatro puntos donde todas las curvas se cruzan, que representan la degeneración de cuarto grado mencionada anteriormente.

La parte superior izquierda de la Figura 4.9 muestra curvas usando el valor real de  $\sin^2 2\theta_{13}$ . Los cruces tienen como punto en común los valores reales de  $\theta_{23}$  y  $\delta$ .

En la parte superior derecha se muestra la degeneración  $(\theta_{13}, \delta)$  para  $\pi/2 - \theta_{23}$ , donde  $\sin^2 2\theta'_{13} = 0.0668$ , diferente a 0.1. En este caso, el cruce común para todas las curvas se ha trasladado al punto degenerado  $\pi/2 - \theta_{23}$ , observando que el valor de  $\delta$  no cambia mucho con respecto al real. La resolución experimental de este cruce en principio sería muy problemática, ya que todas las curvas de equiprobabilidad se intersecan en un mismo punto, análogo al caso con el verdadero valor de  $\theta_{13}$ . Para solucionar este problema en un contexto experimental, es necesario que el valor del  $\sin^2 2\theta_{13}$  degenerado sea muy diferente al verdadero, siendo en este caso diferente en aproximadamente un 33 %. A este tipo de degeneraciones se les llamará **‘degeneración mixta tipo I’**.

En la parte inferior de la Figura 4.9 se muestran las otras degeneraciones. En este

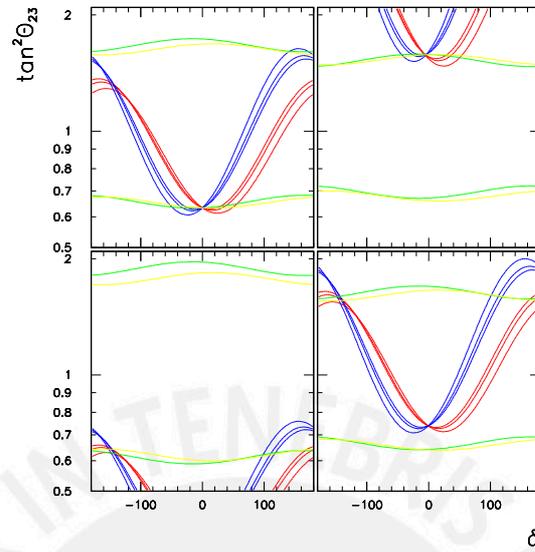


Figura 4.9: Degeneraciones generadas al variar el valor de prueba  $\theta'_{13}$ . Las probabilidades han sido generadas con  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ ,  $\delta = 0^\circ$ , y los demás parámetros en sus **valores verdaderos**, para  $L = 3000$  km y  $E_\nu = 20, 30, 40$  GeV. El valor de  $\sin^2 2\theta'_{13}$  usado para generar cada curva, de izquierda a derecha y de arriba a abajo, es 0.1 (valor real), 0.0668, 0.015 y 0.09.

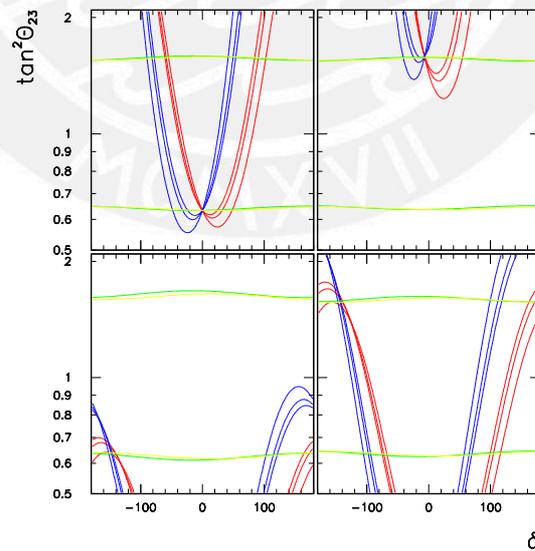


Figura 4.10: Tal como la Figura 4.9, pero con probabilidades generadas con  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ ,  $\delta = 0^\circ$ . Los valores de  $\sin^2 2\theta'_{13}$  usados son 0.01,  $7.45 \times 10^{-3}$ , 0.029 y 0.017.

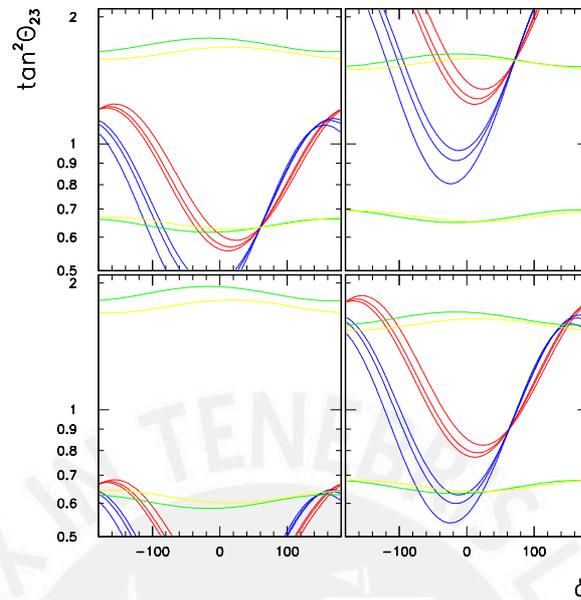


Figura 4.11: Tal como la Figura 4.9, pero con probabilidades generadas con  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ ,  $\delta = 60^\circ$ . Los valores de  $\sin^2 2\theta'_{13}$  usados son 0.1, 0.0675, 0.14 y 0.0835.

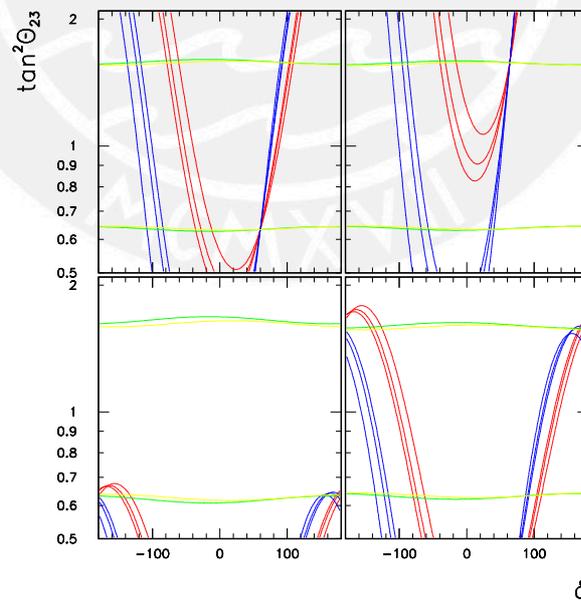


Figura 4.12: Tal como la Figura 4.9, pero con probabilidades generadas con  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ ,  $\delta = 60^\circ$ . Los valores de  $\sin^2 2\theta'_{13}$  usados son 0.01,  $7.35 \times 10^{-3}$ , 0.027 y 0.0154.

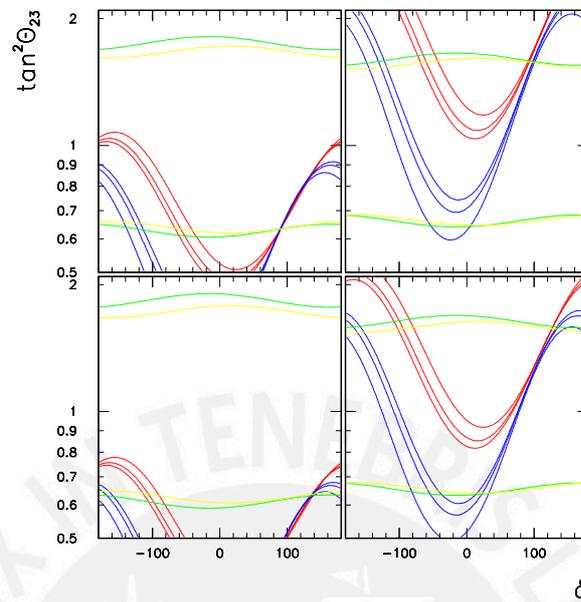


Figura 4.13: Tal como la Figura 4.9, pero con probabilidades generadas con  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ ,  $\delta = 90^\circ$ . Los valores de  $\sin^2 2\theta'_{13}$  usados son 0.1, 0.065, 0.12 y 0.0725.

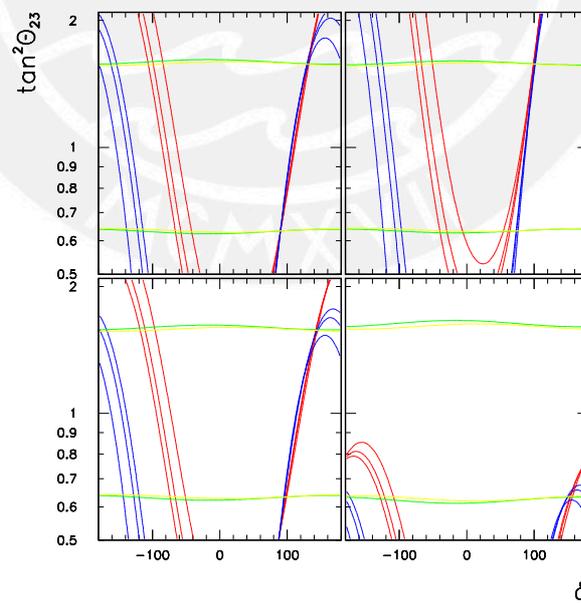


Figura 4.14: Tal como la Figura 4.9, pero con probabilidades generadas con  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ ,  $\delta = 90^\circ$ . Los valores de  $\sin^2 2\theta'_{13}$  usados son 0.01,  $7.5 \times 10^{-3}$ , 0.011 y 0.02.

caso, la variación de  $\sin^2 2\theta_{13}$  desplaza las degeneraciones  $(\theta_{23}, \delta)$  en  $\nu_\mu \otimes \nu_\tau$ , para neutrinos y antineutrinos, siendo posible que se encuentren muy cerca de alguna curva de equiprobabilidad de los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ . De ser así, a pesar de no existir un punto en común para todas las curvas de equiprobabilidad, la cercanía de los cruces puede presentar problemas al realizar un análisis estadístico.

La parte inferior izquierda de la Figura 4.9 es equivalente a la degeneración  $(\theta_{13}, \delta)$ , con  $\theta_{23}$  en su valor real, siendo generada con  $\sin^2 2\theta'_{13} = 0.15$ . A diferencia del caso anterior, el valor de  $\delta$  cambia significativamente, mezclando la solución que conserva CP con un caso degenerado que viola CP. La variación de  $\sin^2 2\theta_{13}$  es la mayor de todas, incrementándose en un 50 %. Estos casos son llamados **‘degeneraciones puras’**.

Finalmente, la parte inferior derecha corresponde a una segunda degeneración  $(\theta_{13}, \delta)$  para el valor  $\pi/2 - \theta_{23}$ . Las curvas han sido generadas tomando  $\sin^2 2\theta'_{13} = 0.09$ , con un incremento del 10 %. El valor de  $\theta_{23}$  es el degenerado, y  $\delta$  cambia de forma que aparezca un escenario de violación CP, cuando el verdadero la conserva. Esto motiva a llamar este tipo de casos **‘degeneraciones mixtas tipo II’**.

Las Figuras 4.10 a 4.14 son análogas a la Figura 4.9. En todas las Figuras presentadas se pueden encontrar las cuatro degeneraciones descritas para la Figura 4.9, no obstante, la variación de  $\theta_{13}$  dependerá enteramente de la distribución de las curvas y la posición de los cruces degenerados  $(\theta_{23}, \delta)$  de  $\nu_\mu \otimes \nu_\tau$ . Un caso particularmente interesante es aquel donde  $\delta = 90^\circ$ , en el cual las curvas de equiprobabilidad alrededor de los cruces  $(\theta_{23}, \delta)$  tienen una separación mínima para un rango grande de  $\tan^2 \theta_{23}$ . En este caso se puede esperar una fuerte indeterminación al intentar resolver las degeneraciones experimentalmente.

Evidentemente, aquellos casos en los cuales la variación de  $\sin^2 2\theta_{13}$  es pequeña serán los mas difíciles de resolver. Una buena definición de  $\sin^2 2\theta_{13}$  es imprescindible para eliminar todas esas degeneraciones. No obstante, se ha mencionado anteriormente que una **degeneración mixta tipo II** puede aparecer incluso para el valor real de  $\sin^2 2\theta_{13}$ , convirtiéndose de esta manera en la degeneración más peli-

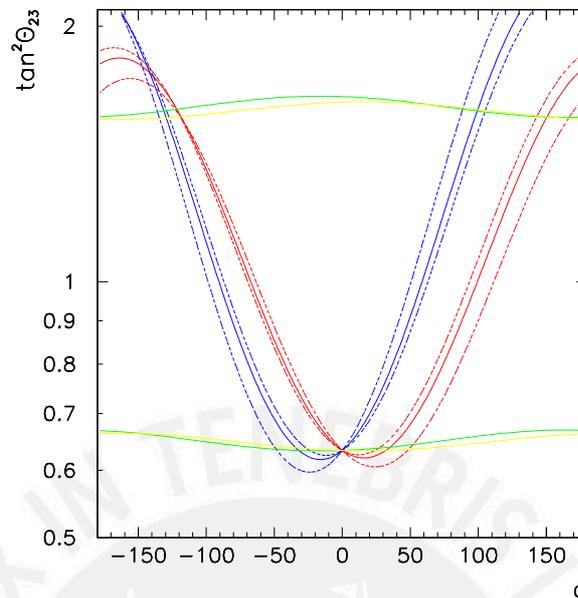


Figura 4.15: Curvas de equiprobabilidad para neutrinos (rojo) y antineutrinos (azul), así como las respectivas para los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  (verde) y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  (amarillo). Se toma  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.05$ , y los demás parámetros en sus **valores verdaderos**. Las probabilidades son las correspondientes para  $L = 3000$  km, donde se toma  $E_\nu = 20, 30, 40$  GeV, a excepción de los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ , donde sólo se toma  $E_\nu = 30$  GeV.

grosa de todas.

En la Figura 4.15 se puede observar un caso semejante al descrito en el párrafo anterior, donde existen cruces degenerados  $(\theta_{23}, \delta)$  en  $\nu_\mu \otimes \nu_\tau$  muy cerca de las curvas para los canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ , para el valor verdadero  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.05$ . En particular, el cruce degenerado correspondiente a neutrinos de  $\nu_\mu \otimes \nu_\tau$  yace justamente sobre la curva de equiprobabilidad de  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ , estando muy cercano a  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ . Considerando que el cruce con antineutrinos de  $\nu_\mu \otimes \nu_\tau$  se encuentra bastante cerca también, es posible predecir que este caso será más difícil de resolver que los anteriores. A casos como este se les llamará ‘**degeneraciones persistentes**’, quedando claro que esta patología sólo se presenta para **degeneraciones mixtas tipo II**.

### 4.3.3. El Magic Baseline

Una inspección rápida de las fórmulas aproximadas presentadas en (2.64) hace evidente que toda sensibilidad con respecto a  $\delta$  se pierde si el término  $g$ , definido en (2.63), es igual a cero [56]. Esto se logra siempre y cuando:

$$\hat{A}\Delta = n\pi, \quad (4.3)$$

donde  $n$  es un entero. De darse esta condición, las funciones de probabilidad para los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  quedan descritas por:

$$\begin{aligned} P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} &= (xf)^2 \\ &= \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} \frac{\sin^2 \Delta}{(1 - \hat{A})^2} \end{aligned} \quad (4.4a)$$

$$\begin{aligned} P_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau} &= \cot^2 \theta_{23} (xf)^2 \\ &= \cos^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} \frac{\sin^2 \Delta}{(1 - \hat{A})^2}. \end{aligned} \quad (4.4b)$$

Las probabilidades quedan definidas independientemente de los valores de  $\delta$ ,  $\theta_{12}$  y  $\Delta m_{21}^2$ . Entonces, de mantener fijo  $\theta_{13}$ , el valor de  $\theta_{23}$  queda unívocamente determinado.

En [56] se indica que, considerando el perfil de densidad electrónica en la Tierra, la distancia que cumple con (4.3), para  $n = 1$  es  $L \approx 7600$  km. Por otro lado, las funciones definidas en (2.64) son válidas para  $L < 4000$  km, por lo cual los efectos predichos a esta distancia no son necesariamente correctos. Estudios realizados sin usar las probabilidades aproximadas [61] indican que la distancia que reproduce mejor este efecto es  $L \approx 7250$  km. A partir de estos estudios, esta distancia ha recibido el nombre de *magic baseline*.

Dado que un experimento en el *magic baseline* no es capaz de dar información sobre  $\delta$ , se hace necesario combinar una medición a  $L = 7250$  km con otra a una distancia distinta. En [61] se demuestra que la distancia ideal para complementar un experimento en el *magic baseline* es  $L = 3000$  km.

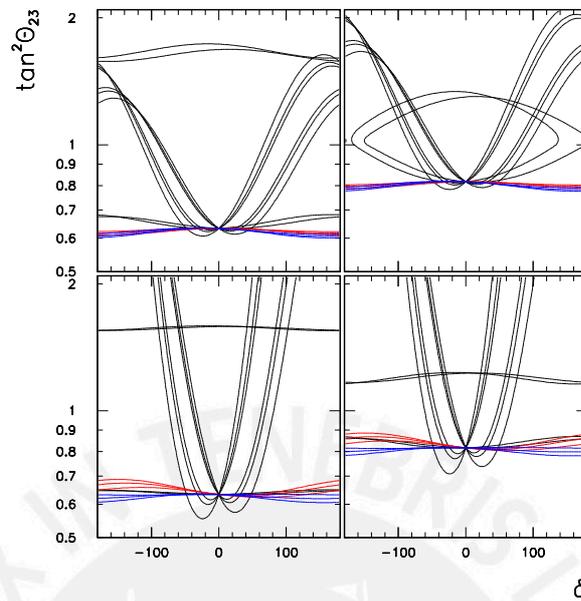


Figura 4.16: Curvas de equiprobabilidad para el *magic baseline*, en contraste con aquellas para  $L = 3000$  km (curvas negras). Las curvas del *magic baseline* se muestran para neutrinos (rojo) y antineutrinos (azul), a  $L = 2750$  km, con  $E_\nu = 20, 30, 40$  GeV. Se toma  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  (arriba) y  $0.01$  (abajo); y  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  (izquierda) y  $0.99$  (derecha), que corresponden a  $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$  y  $0.82$ , respectivamente. Se considera  $\delta = 0^\circ$ .

El efecto que la inclusión del *magic baseline* puede provocar sobre una medición puede predecirse de la Figura 4.16.<sup>1</sup> En ella se grafican curvas de equiprobabilidad, asumiendo  $\theta_{13}$  fijo en su valor real, correspondientes a los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  a  $L = 7250$  km. Las curvas para  $L = 7250$  km se muestran en los colores usuales, contrastándose con las curvas graficadas anteriormente para  $L = 3000$  km, las cuales se presentan en color negro. Se presentan resultados para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  y  $0.01$ , y  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  y  $0.99$ , con los demás parámetros en sus **valores verdaderos**. Las curvas muestran claramente una indeterminación en  $\delta$ , pero a diferencia del canal  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ , que también presenta esta indeterminación, las curvas del *magic baseline* no presentarán una indeterminación con respecto a  $\theta_{23}$ .

La inclusión del *magic baseline* representa la mejor forma de eliminar la degeneración  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ . De esta manera, usar el *magic baseline* se vuelve fundamental

<sup>1</sup>Como las fórmulas analíticas no son válidas, las curvas han sido generadas resolviendo la ecuación de evolución (2.59) numéricamente.

para resolver la **degeneración persistente** que puede aparecer incluso cuando  $\theta_{13}$  está bien determinado (Figura 4.15).

## 4.4. Resumen del Análisis

El análisis teórico sirve para entender mejor las posibles dificultades en la resolución de las degeneraciones dentro de un marco realista. Este paso determina los canales de oscilación de interés, así como las configuraciones experimentales ideales, con el fin de resolver las degeneraciones completamente.

Se ha comprobado que la intersección de los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  es imprescindible para la determinación de  $\theta_{13}$  (Sección 4.1). A partir del análisis de gráficas de  $\tan^2 \theta_{13}$  vs.  $\tan^2 \theta_{23}$  se comprueba que al cruzar los canales se puede obtener el valor de  $\theta_{13}$ , dentro de un punto de vista teórico, sin importar que  $\theta_{23}$  y  $\delta$  estén indeterminados.

La comparación de canales con neutrinos y antineutrinos puede determinar el signo de  $\Delta m_{31}^2$  (Sección 4.2), ya que los resultados obtenidos al asumir el signo incorrecto varían dependiendo del uso de neutrinos o antineutrinos. Al usar el signo correcto, los resultados resultan consistentes.

La determinación precisa de  $\theta_{13}$  es necesaria, ya que a partir de ella será posible generar curvas de equiprobabilidad en el plano  $\tan^2 \theta_{23}$  vs.  $\delta$  (Sección 4.3). Las curvas presentarán un número de cruces degenerados que podrán ser resueltos al combinar datos de neutrinos y antineutrinos, junto con la realización de un análisis espectral. Asimismo, para restringir el rango experimental de  $\theta_{23}$ , se recomienda incluir el canal  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ .

No obstante, estas recomendaciones no son suficientes si no existe una buena determinación de  $\theta_{13}$ , habiéndose comprobado la presencia de degeneraciones al permitir la variación de este parámetro (Sección 4.3.2).

Un caso importante a resaltar es aquel cuando, a pesar que  $\theta_{13}$  esté bien determinado, algunas **degeneraciones mixtas tipo II** pueden mantenerse. De darse esta situación, será imposible resolver la degeneración sin adicionar canales de oscilación o configuraciones experimentales adicionales. La inclusión del *magic baseline* (Sección 4.3.3) resulta necesaria para resolver estos casos.

Del análisis se puede concluir que para resolver las degeneraciones adecuadamente, se necesita realizar lo siguiente:

- Medición de canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ , a una distancia  $L = 3000$  km, realizando un análisis espectral.
- Medición de canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  y  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ , a una distancia  $L = 3000$  km, realizando un análisis espectral.
- Medición de canales  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ , a una distancia  $L = 3000$  km. Un análisis espectral no es imprescindible.
- Medición de canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ , a una distancia  $L = 7250$  km. Un análisis espectral no es imprescindible.

Versiones preliminares de estos resultados fueron presentadas en [76, 77].

## CAPÍTULO 5

# ESTUDIO DE FÁBRICAS DE NEUTRINOS

El problema de las degeneraciones en los parámetros de oscilación de neutrinos es resoluble analíticamente al observar los cruces de curvas de equiprobabilidad. En el Capítulo 4 se considera el análisis de estas curvas, realizando predicciones con respecto al caso experimental. No obstante, este análisis, a pesar de ser bastante útil, es ideal y poco realista, ya que no toma en cuenta la información experimental.

La determinación de los parámetros de oscilación se realiza a través de la medición del número de eventos. Este observable representa a la probabilidad de transición convoluída con los factores experimentales presentes. La necesidad de predecir adecuadamente estas observaciones experimentales motivan la simulación de experimentos que puedan medir los números de eventos de los canales considerados en el análisis teórico. La simulación experimental de este trabajo será dentro del contexto de las fábricas de neutrinos [78].

Los haces producidos en una fábrica de neutrinos son producidos a partir del decaimiento de un haz de muones, mediante el proceso:



por lo cual estos experimentos van a tener el potencial de observar los siguientes

canales de oscilación:

$$\begin{aligned}
 \nu_e &\rightarrow \{\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau\} \\
 \nu_\mu &\rightarrow \{\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau\} \\
 \bar{\nu}_e &\rightarrow \{\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau\} \\
 \bar{\nu}_\mu &\rightarrow \{\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau\}.
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

Los haces de neutrinos generados a través del decaimiento del muón tienen muchas ventajas en contraste con haces producidos de otras fuentes. Una ventaja inicial radica en que este decaimiento es leptónico, por lo cual puede ser descrito exactamente mediante diagramas de Feynman. Esto permite que el flujo de neutrinos sea simulado con gran precisión. Como comparación, los experimentos actuales utilizan el decaimiento del mesón  $\pi^+$  como fuente de neutrinos, necesitando ser descrito utilizando una función de distribución de quarks. De esta manera, en la descripción del flujo entra una distribución estadística cuya forma exacta es imposible describir.

Una ventaja bastante particular radica en que el decaimiento del muón es un decaimiento puro, es decir, es el único proceso mediante el cual el muón puede decaer. Como comparación, si se considera el decaimiento del  $\pi^+$ , esta partícula decae en  $\mu^+$  y en  $\nu_\mu$  el 99.99% de las veces. No obstante, existe una probabilidad del 0.01% con la cual el  $\pi^+$  puede decaer en  $e^+$  y  $\nu_e$ . A pesar de que la proporción de  $\nu_e$  es bastante pequeña, la aleatoriedad de su producción es suficiente para contaminar el haz producido y generar una fuente de error adicional. En experimentos actuales, la contaminación llega a ser de orden 1%.

Finalmente, el decaimiento del muón destaca por producir neutrinos y antineutrinos en cantidades iguales a partir de un mismo flujo. Esta ventaja es importante, ya que la comparación entre flujos de neutrinos y antineutrinos ayuda a determinar la fase de violación CP,  $\delta$ .

Estudios sobre fábricas de neutrinos han sido realizados en una gran cantidad de trabajos, en los cuales se han considerado detectores distintos [59, 79], distancias distintas [61, 70, 71], así como combinaciones con experimentos anteriores [69].

Un análisis detallado sobre la simulación de número de eventos puede encontrarse en [80], el cual se concentra en la medición del canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ , así como oscilaciones de  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ . En [68, 79] se describe la medición del canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  en el mismo contexto, usando un detector distinto. Finalmente, la descripción de una medición realizada en el *magic baseline* se lleva a cabo en [61].

La expresión para el cálculo de número de eventos, presentada en [80], considera el error debido a la resolución energética del experimento. Esta expresión representa un método global para la detección de neutrinos en cualquier canal de oscilación, y será la base de la simulación. La fórmula para simular la tasa de eventos diferencial correspondiente al canal  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ , detectado mediante la interacción  $\varsigma$ , es:

$$\frac{dn_{\nu_\beta}^\varsigma}{dE'_\nu} = N \int \left[ \underbrace{dE_\nu \phi_{\nu_\alpha}(E_\nu)}_{\text{Producción}} \underbrace{P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(E_\nu)}_{\text{Propagación}} \underbrace{\sigma_{\nu_\beta}^\varsigma(E_\nu) R_{\nu_\beta}(E_\nu, E'_\nu) \epsilon_{\nu_\beta}^\varsigma(E'_\nu)}_{\text{Detección}} \right] \quad (5.3)$$

En esta expresión denotamos por  $n_{\nu_\beta}^\varsigma$  al número de eventos donde se detecta un  $\nu_\beta$  a partir de la interacción  $\varsigma$ ,  $E_\nu$  a la energía del neutrino y  $E'_\nu$  a la energía reconstruida del neutrino luego de la detección. Asimismo,  $\phi_{\nu_\alpha}$  es el flujo de neutrinos en el auto-estado de sabor  $\nu_\alpha$ ,  $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}$  es la probabilidad de oscilación entre  $\nu_\alpha$  y  $\nu_\beta$ , y  $\sigma_{\nu_\beta}^\varsigma$  es la sección de choque entre un  $\nu_\beta$  y una partícula del detector a través de la interacción  $\varsigma$ , pudiendo ser esta una interacción de corriente cargada (CC) o corriente neutra (NC). La simulación del detector incluye la resolución energética  $R_{\nu_\beta}$  y la eficiencia  $\epsilon_{\nu_\beta}^\varsigma$ . Finalmente,  $N$  es una constante de normalización.

Los canales de interés, luego del análisis del Capítulo 4, son  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ ,  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ , asumiendo el decaimiento de  $\mu^+$  (los canales conjugados se tomarán en cuenta implícitamente). El número de eventos correspondiente a los tres canales será obtenido usando (5.3), tomando la información presentada en [80] para los dos primeros canales, y en [79] para el último. La fórmula (5.3) será utilizada también para calcular el ruido de fondo (*background*), generado por la incorrecta medición de otros canales de oscilación, representando  $\epsilon$  en este caso a la incapacidad de discriminar los eventos de *background* de los eventos de interés.

En este Capítulo se describirán todos los términos que participan en la generación

del número de eventos, usando principalmente la información en [59, 80, 79]. Detalles concernientes a la simulación de fábricas de neutrinos fueron presentados en [77, 81, 82].

## 5.1. Producción de Neutrinos

Para discutir la producción de neutrinos es necesario estudiar el decaimiento del muón, el cual es tratado en varios libros elementales de física de partículas [83, 84, 85]. Como fue mencionado anteriormente, la ventaja del flujo de las fábricas de neutrinos radica en que es posible usar estas expresiones sencillas directamente en las simulaciones.

El espectro energético de los neutrinos emitidos debido a este decaimiento se calcula con respecto al centro de masa del sistema en [85]. El flujo  $\phi_{\nu_\alpha} = dN_{\nu_\alpha}/dE_\nu$ , donde  $N_{\nu_\alpha}$  es el número de neutrinos emitidos, se obtiene de:

$$\frac{d^2 N_{\nu_e}}{dx d\Omega} = \frac{n_\mu}{(4\pi L)^2} [12x^2(1-x)] \quad (5.4a)$$

$$\frac{d^2 N_{\bar{\nu}_\mu}}{dx d\Omega} = \frac{n_\mu}{(4\pi L)^2} [2x^2(3-2x)] \quad (5.4b)$$

donde  $x = 2E_\nu/m_\mu$ ,  $m_\mu$  es la masa del muón,  $n_\mu$  es el número total de muones que decaen y  $L$  es la distancia entre la fuente y el detector. Cabe resaltar que en este caso se ha considerado un haz de neutrinos no polarizado.

En [86] se demuestra que un *boost* puede llevar esta expresión en el sistema centro de masa al sistema laboratorio, obteniendo expresiones en función de los parámetros  $\beta$ ,  $\gamma$  del *boost*, así como del ángulo  $\varphi$ , que es el ángulo entre la dirección del detector y la dirección del mismo *boost*. Para flujos no polarizados,  $\beta \approx 1$  y  $\varphi$  pequeño, se pierde la dependencia angular en la expresión final del flujo.

Para considerar los efectos de la divergencia del haz de muones sobre el haz de neutrinos, en [59] se realiza este *boost* tomando  $\varphi$  pequeño, pero permitiendo mayores desviaciones alrededor de  $\varphi = 0^\circ$ . Las fórmulas en el sistema laboratorio vienen a

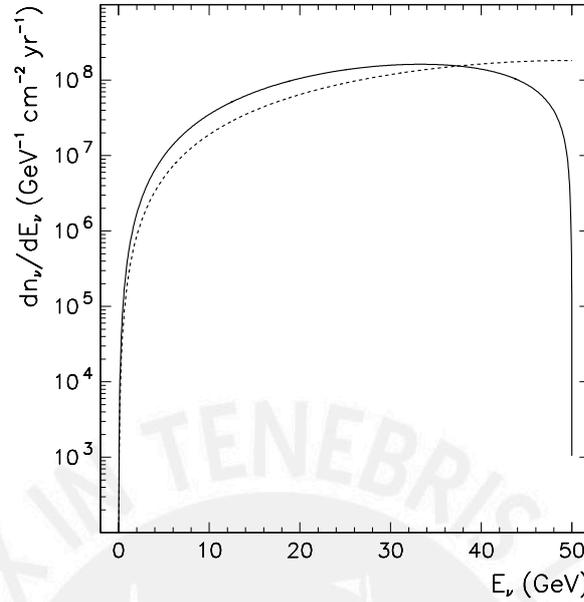


Figura 5.1: Flujo anual esperado de neutrinos a una distancia de 3000 km de la fuente, producto del decaimiento de  $10^{20}$  muones por año. Se considera que los muones que decaen tienen una energía de 50 GeV. Las curvas sólidas (discontínuas) corresponden a  $\nu_e$  ( $\bar{\nu}_\mu$ ).

ser:

$$\frac{d^2 N_{\nu_e}}{dy d\Omega} = \frac{24 n_\mu}{\pi L^2 m_\mu^6} E_\mu^4 y^2 (1 - \beta \cos \varphi) [m_\mu^2 - 2 E_\mu^2 y (1 - \beta \cos \varphi)] \quad (5.5a)$$

$$\frac{d^2 N_{\bar{\nu}_\mu}}{dy d\Omega} = \frac{4 n_\mu}{\pi L^2 m_\mu^6} E_\mu^4 y^2 (1 - \beta \cos \varphi) [3 m_\mu^2 - 4 E_\mu^2 y (1 - \beta \cos \varphi)] \quad (5.5b)$$

donde  $\beta = \sqrt{1 - m_\mu^2/E_\mu^2}$ ,  $y = E_\nu/E_\mu$  y  $E_\mu$  es la energía del muón que decae en el sistema laboratorio. Si en esta expresión se toma  $\beta \approx 1$  y  $\varphi$  pequeño, se obtiene la forma descrita en [86].

Con el fin de limitar la dispersión del haz de neutrinos debida a la divergencia del haz de muones, estas fórmulas serán integradas bajo una distribución gaussiana, centrada en  $\varphi = 0^\circ$  y con una divergencia constante. En [87] se muestra que esta divergencia debe ser menor a  $1/5\gamma$  para mantener las pérdidas menores al 10%. Para un haz de muones de 50 GeV, considerando que  $\gamma = E_\mu/m_\mu$ , esto equivale aproximadamente a 0.4 mr. En este trabajo se toma una divergencia igual a 0.1 mr.

El flujo de neutrinos en el sistema laboratorio es mostrado en la Figura 5.1, donde se toman  $10^{20}$  muones de 50 GeV decayendo anualmente de una fuente a 3000 km del detector. El flujo correspondiente para antineutrinos es idéntico.

Luego de la producción de los neutrinos, la probabilidad de transición se obtiene al resolver la ecuación (2.59) numéricamente para la configuración experimental correspondiente, tomando los parámetros de oscilación evaluados. El potencial de materia es tomado directamente del PREM [57].

## 5.2. Detección de Neutrinos

La detección de los neutrinos está conformada por tres partes. La primera parte de la detección está compuesta por una serie de ‘blancos’ con los cuales el neutrino podrá interactuar. Luego de esta interacción se producirá una partícula secundaria, que podrá ser medida con instrumentos externos.

La interacción del neutrino con los blancos es descrita por la sección de choque,  $\sigma_{\nu\beta}^c$ . En este caso, debido a la alta energía del neutrino, las interacciones de corriente cargada consideradas se deben a la dispersión inelástica ‘profunda’ neutrino-nucleón:

$$\nu_{\mu} + N \rightarrow \mu^{-} + X \quad (5.6)$$

donde  $N$  y  $X$  son núcleos diferentes.

La sección de choque para los sabores de neutrino de interés se muestran en la Figura 5.2. Es importante notar el límite inferior para  $\nu_{\tau}$  en 4 GeV, bajo el cual el neutrino no puede interactuar por corriente cargada al no tener suficiente energía para producir un tau. En la Figura 5.3 se muestra la sección de choque correspondiente a interacciones de corriente neutra. Este tipo de interacción es independiente del sabor del neutrino, y será de interés en el momento de estudiar el *background*. Las secciones de choque mostradas en las Figuras 5.2 y 5.3 son simuladas a partir de interpolaciones de los datos del experimento NOE [88].

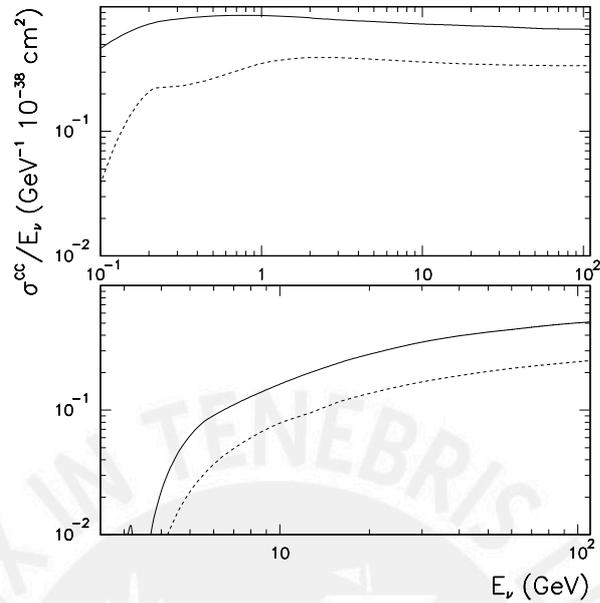


Figura 5.2: Sección de choque de neutrinos (curva sólida) y antineutrinos (curva discontinua), para  $\nu_\mu$  (arriba) y  $\nu_\tau$  (abajo), debido a interacción de corriente cargada a través de dispersión inelástica ‘profunda’.

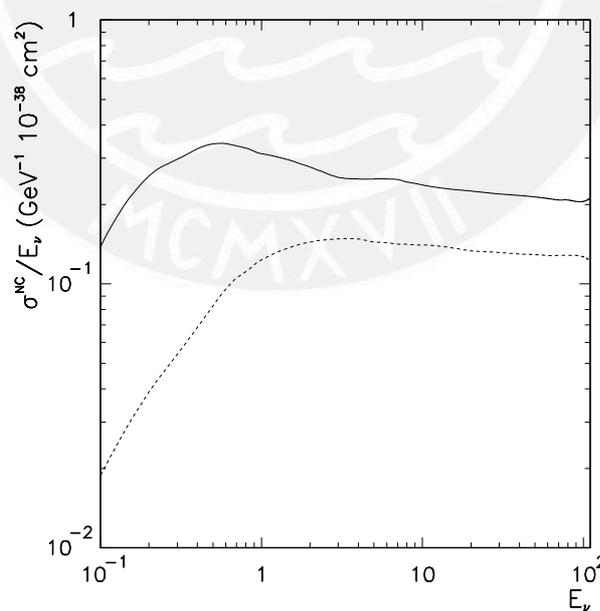


Figura 5.3: Sección de choque de neutrinos (curva sólida) y antineutrinos (curva discontinua), debido a interacción de corriente neutra a través de dispersión inelástica ‘profunda’. El valor de la sección de choque es independiente del sabor.

Luego de la interacción neutrino-nucleón y la producción de partículas secundarias, se procede a detectar dichas partículas, y a partir de esta detección se reconstruye la energía inicial del neutrino. La capacidad de reproducir correctamente la energía del neutrino es descrita por la resolución energética,  $R_{\nu\beta}$ , la cual depende de la energía real  $E_\nu$  y la energía reconstruida  $E'_\nu$ . Se modela esta resolución como una distribución gaussiana, con una desviación dependiente del canal por medir. Por ello, dada una energía  $E_\nu$ , la probabilidad de asignarle una energía  $E'_\nu$  viene dada por:

$$R_{\nu\beta}(E_\nu, E'_\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda_{\nu\beta}^2}} \exp\left[\frac{-(E_\nu - E'_\nu)^2}{2\lambda_{\nu\beta}^2}\right] \quad (5.7)$$

donde  $\lambda_{\nu\beta}$  es la resolución energética efectiva, dependiente del detector usado.

Finalmente, la eficiencia  $\epsilon_{\nu\beta}^s$  nos indica la proporción de neutrinos interactuantes que son tomados en cuenta en el análisis. El valor de la eficiencia no refleja ninguna incapacidad en realizar la medición de un evento, sino más bien es el resultado de una serie de cortes que buscan eliminar el *background*. Ya que para realizar estos cortes es necesario haber reconstruido la energía del neutrino, la eficiencia dependerá de  $E'_\nu$ .

La especificación de  $\lambda_{\nu\beta}$  y  $\epsilon_{\nu\beta}^s$  identifica al detector usado. Los neutrinos provenientes de los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  producen muones al interactuar con los nucleones, por lo cual se usará el mismo detector para ambos canales. Por otro lado, el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  utiliza un método diferente para detectar los taus producidos por la interacción con los nucleones, por lo cual el detector de este canal será tomado independientemente.

### 5.2.1. Detección de $\nu_\mu$

La simulación del detector de muones se basa en [80], que es a la vez resultado de un análisis del detector del experimento MINOS [63]. El detector modelado es un calorímetro de hierro magnetizado, cuya descripción se puede hallar en [59]. Las partículas secundarias en este caso son los muones producidos luego de interacciones de corriente cargada.

Channel	$\kappa_{\nu\beta}^{CC}$
$\nu_e \rightarrow \nu_\mu$	0.35
$\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	0.45
$\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$	0.45
$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	0.35

Cuadro 5.1: Factores de normalización para la eficiencia en la detección de muones.

El valor de la resolución energética efectiva es tomado de [80]:

$$\lambda_{\nu_\mu} = 0.15 \times E_\nu, \quad (5.8)$$

que representa un ajuste lineal de los datos de resolución de MINOS al detectar hadrones y muones. En el momento de realizar el análisis de los datos,  $\lambda_{\nu_\mu}$  tendrá un valor mínimo determinado por el tamaño de los *bins* de energía.

Por otro lado, el valor de la eficiencia presentado en [80] representa una serie de cortes que buscan minimizar el *background* sin descartar demasiados eventos. Al considerar más importante el tener un número de eventos alto que eliminar completamente el *background*, el resultado es una reducción no drástica de este último, con la compensación de un mayor valor de eficiencia. El resultado es una eficiencia dependiente de la energía reconstruida, con un corte inferior en 4 GeV, bajo el cual el *background* sería apreciable. El valor de  $\epsilon_{\nu\beta}^{CC}$ , en función de  $E'_\nu$ , viene descrito por:

$$\epsilon_{\nu\beta}^{CC} = \begin{cases} \frac{\kappa_{\nu\beta}^{CC}}{4} \left( \frac{E'_\nu}{4} - 1 \right) & E'_\nu \leq 20 \text{ GeV} \\ \kappa_{\nu\beta}^{CC} & E'_\nu > 20 \text{ GeV} \end{cases}, \quad (5.9)$$

donde  $\kappa_{\nu\beta}^{CC}$  es un factor de normalización que depende del canal analizado, y se muestra en el Cuadro 5.1 para los casos de interés. La dependencia con respecto a  $E'_\nu$  se muestra en la Figura 5.4. Es importante añadir que las funciones descritas en (5.9) cumplen con el corte exigido en 4 GeV, y se aproximan a la eficiencia escalonada mostrada en [59].

El *background* correspondiente a estos canales es descrito en [59, 80]. Al interactuar un neutrino con un nucleón se produce una serie de *jets* hadrónicos, que pueden decaer en pares  $\mu, \bar{\nu}_\mu$ . Los muones producidos en los *jets* son la causa de las

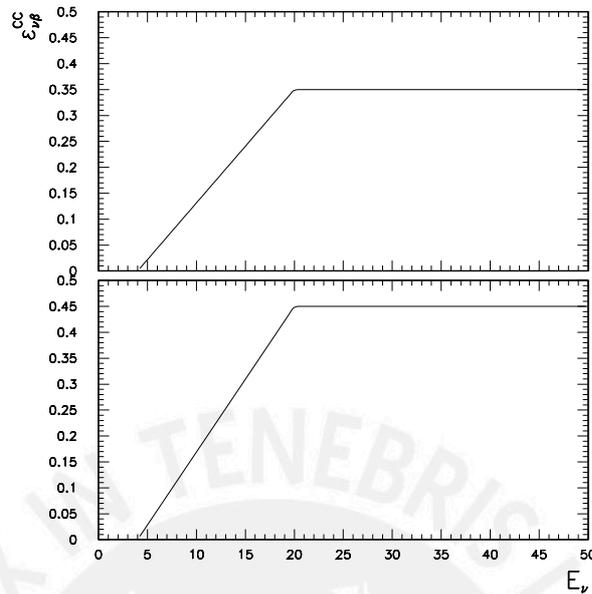


Figura 5.4: Dependencia de  $\epsilon_{\nu\beta}^{CC}$  con respecto a  $E'_\nu$ , para los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  (arriba) y  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  y  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  (abajo).

mediciones incorrectas.

En el caso del canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ , las fuentes de error provienen del canal  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ . Cierta contribución al *background* se debe a la interacción de este canal por corriente cargada, en la cual el  $\mu^+$  producido no se separa del *jet* lo suficiente como para ser distinguido, mientras un  $\mu^-$  proveniente de este sí lo hace, siendo detectado como verdadera partícula secundaria. Por otro lado, las interacciones de corriente neutra del canal  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x$  también pueden producir un *background* similar, a través de la emisión de un  $\mu^-$  por el *jet*.

El *background* respectivo del canal  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  es compuesto sólo por interacciones de corriente neutra  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x$ . Sería posible considerar al canal de corriente cargada  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ , pero la cantidad de eventos en este canal no será lo suficientemente grande como para representar una fuente significativa de *background*.

El cálculo del *background* se realiza mediante la fórmula maestra (5.3), reempla-

Señal	Fuente de <i>Background</i>	$\zeta$	Descripción	Nivel
$\nu_e \rightarrow \nu_\mu$	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x$	NC	$\mu^-$ falsos del decaimiento de $\pi^-, K^-$	$5 \times 10^{-6}$
	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	CC	$\mu^-$ falsos del decaimiento hadrónico y $\mu^+$ no detectado	$5 \times 10^{-6}$
$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x$	NC	$\mu^+$ falsos del decaimiento de $\pi^+, K^+$	$1 \times 10^{-5}$

Cuadro 5.2: Niveles de *background* para los canales de oscilación detectados por un calorímetro de hierro magnetizado. Los mismos niveles son considerados para las antipartículas.

zando  $\epsilon_{\nu_\beta}^\zeta$  por un nivel que refleja la severidad del mismo *background*. El valor de estos niveles es tomado de [80]. En el Cuadro 5.2 se muestra un resumen de todas las fuentes de *background*, con los niveles respectivos.

### 5.2.2. Detección de $\nu_\tau$

Al interactuar un  $\nu_\tau$  a través de corriente cargada, la partícula secundaria resultante es un tau. La detección de esta partícula se realiza actualmente a través de la observación de su decaimiento, en particular, en el decaimiento en pares  $\mu^-, \bar{\nu}_\mu$ . En el caso del calorímetro de hierro magnetizado, es imposible distinguir los eventos debido al decaimiento de  $\nu_\tau$  de aquellos correspondientes a su principal fuente de *background*, el decaimiento de mesones con el quark charm. En [68] se recomienda usar un detector diferente, sugiriendo un detector de emulsiones en plomo, tal como se usará en el experimento OPERA [64]. En [79] es posible encontrar una descripción de dicho detector.

En esta Sección se considera la detección de  $\nu_\tau$  a través de la detección de los muones generados por el decaimiento del tau, producido a la vez por interacciones de corriente cargada entre el  $\nu_\tau$  y los nucleones del detector. Las otras posibles formas de decaimiento no serán analizadas, pero pueden encontrarse en [64].

La resolución energética efectiva es tomada de [79], siendo igual a:

$$\lambda_{\nu_\mu} = 0.20 \times E_\nu, \quad (5.10)$$

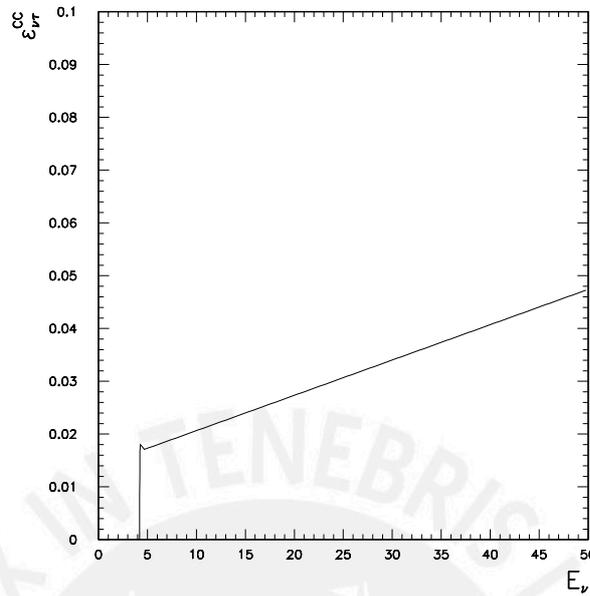


Figura 5.5: Dependencia de  $\epsilon_{\nu\beta}^{CC}$  con respecto a  $E'_\nu$ , para los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  y  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ .

conforme a los datos de OPERA.

A pesar de que en [79] no se muestra una función de la eficiencia con respecto a la energía reconstruida, en este trabajo se usa el número de eventos obtenidos en sus simulaciones para reproducir una eficiencia lineal. La expresión obtenida es normalizada para que represente una eficiencia global menor al 5% reportado en [64]:

$$\epsilon_{\nu_\tau}^{CC} = 6.69 \times 10^{-4} (E'_\nu + 20.86) \quad (5.11)$$

donde se considera que la eficiencia en la detección de  $\nu_\tau$  es igual que para la detección de  $\bar{\nu}_\tau$ . La dependencia de  $\epsilon_{\nu_\tau}^{CC}$  con respecto a  $E'_\nu$  se muestra en la Figura 5.5.

Los *backgrounds* correspondientes a este canal son tomados directamente de [79]. A pesar de existir una gran cantidad de fuentes de *background*, se considerarán las tres fuentes más significativas.

De la misma forma que el calorímetro de hierro magnetizado, el detector de emul-

Señal	Fuente de <i>Background</i>	$\zeta$	Descripción	Nivel
$\nu_e \rightarrow \nu_\tau$	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	CC	Producción inducida de charm	$3.7 \times 10^{-6}$
	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\tau$	CC	Identificación incorrecta de carga	$1.8 \times 10^{-4}$
	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x$	NC	Identificación hadrónica incorrecta	$1 \times 10^{-6}$

Cuadro 5.3: Niveles de *background* para los canales de oscilación detectados por un detector de emulsiones en plomo. Los mismos niveles son considerados para las antipartículas.

siones en plomo registra *jets* hadrónicos producidos por la interacción de neutrinos con nucleones. Una fuente importante de *background* ocurre a partir del decaimiento de mesones con el quark charm, justamente aquel decaimiento que impide el uso del calorímetro. Afortunadamente, la eliminación de estos mesones es controlada adecuadamente en este detector. A pesar de que la aparición de los mesones se da para todo canal de oscilación, la contribución más importante ocurre para el canal  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ .

La mayor fuente de error proviene del canal  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ . La medición de la carga eléctrica del muón final es más proclive a ser errónea que en el caso del calorímetro.

Los hadrones provenientes de interacciones de corriente neutra pueden producir muones, tal como fue descrito en el caso del calorímetro. En este caso, un muón proveniente del decaimiento de un hadrón puede ser confundido como uno proveniente del decaimiento de un tau, siempre y cuando sea suficientemente energético. Esta será la última fuente de *background* considerada para este canal.

El valor de los niveles de *background* es tomado de [79]. En el Cuadro 5.3 se muestra un resumen de todas las fuentes de *background* para este canal, con los niveles respectivos.

### 5.3. Configuración Experimental

A diferencia de lo establecido en el Capítulo 3, donde la configuración experimental era definida por los valores  $L$  y  $E_\nu$  con los cuales se obtenía la probabilidad, en un experimento real la configuración experimental va a depender de más de dos factores.

La energía del muón  $E_\mu$  es importante en la definición del flujo inicial. A partir de ella se obtiene la energía máxima del neutrino  $E_\nu$ , y, al observar los flujos (5.5), se puede apreciar que estos son mayores mientras mayor sea  $E_\mu$ . Por ello se tomará  $E_\mu = 50$  GeV, que es el máximo valor de energía que los estudios actuales indican que se podría producir [89].

De acuerdo con los estudios en [61], una buena sensibilidad en la medición de parámetros de oscilación es obtenida al combinar dos distancias, una a  $L = 3000$  km y otra a  $L = 7250$  km. En la simulación experimental se presentarán resultados para  $L = 3000$  km, para luego compararlos con los resultados al combinar ambas distancias.

La cantidad de muones que decaen es importante en la determinación del flujo. En los trabajos actuales se considera que es factible producir entre  $1 \times 10^{20}$  y  $5 \times 10^{20}$  muones útiles por año [80]. En este trabajo se asume  $2.5 \times 10^{20}$  neutrinos útiles por año, teniendo el experimento una duración de diez años, cinco años utilizando el decaimiento de  $\mu^+$  y cinco años utilizando el decaimiento de  $\mu^-$ .

La masa de los detectores da una medida de la cantidad de nucleones con los cuales los neutrinos podrán interactuar. La masa considerada usualmente para el calorímetro magnetizado de hierro es de 50 kT [59], mientras que la masa del detector de emulsiones en plomo es de 5 kT [79]. Estos factores se ingresan dentro de la constante de normalización:

$$N = M_d \times 10^9 \times N_A \quad (5.12)$$

donde  $M_d$  es la masa del detector en kilotones y  $N_A$  es el número de Avogadro, teniendo entonces la cantidad total de nucleones presentes en el detector.

## CAPÍTULO 6

### ANÁLISIS DE DATOS SIMULADOS

A diferencia del análisis de curvas de equiprobabilidad presentado en el Capítulo 4, el análisis del número de eventos generados permite incluir errores estadísticos y sistemáticos dentro del problema. La inclusión de estos errores permite que degeneraciones resueltas analíticamente no sean necesariamente resueltas en un contexto experimental, tal como fue mencionado anteriormente.

El análisis estadístico considera el estudio realizado en el Capítulo 4, en el cual se recomienda incluir adicionalmente el espectro energético en la medición de eventos. En un contexto experimental, esto se lleva a cabo a través de la agrupación de eventos en intervalos de energía (*bins*). Siguiendo las recomendaciones dadas en [80], los eventos correspondientes a los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  son agrupados en 20 *bins*, con un ancho de 2.3 GeV cada uno. Por otro lado, en [79] se establece que, para el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ , la cantidad de *bins* con mayor sensibilidad para resolver  $(\theta_{13}, \delta)$  es igual a cuatro, de ancho variable. Los *bins* que se tomarán en el análisis estadístico corresponden a los presentados en [79]:  $\{4, 18\}$ ,  $\{19, 29\}$ ,  $\{30, 42\}$  y  $\{43, 50\}$  GeV.

Antes de poder generar resultados con respecto a la simulación de número de eventos, es necesario incluir errores aleatorios, así como describir el método utilizado por el análisis estadístico para obtener regiones de confiabilidad en el espacio de parámetros.

## 6.1. Generación de Eventos

Con el fin de asignarle cierta fluctuación aleatoria a la generación de número de eventos, se introduce una función llamada *smear*. Se denota al número de eventos obtenidos con esta función en el canal  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ , correspondiente al *bin*  $i$ -ésimo, como  $(n_{\alpha\beta}^i)^{obs}$ . Este se obtiene a partir de sumar el número de eventos,  $n_{\alpha\beta}^i$ , para el mismo canal y *bin*, junto con el *background* respectivo,  $b_{\alpha\beta}^i$ , obtenidos a partir de la fórmula (5.3), al cual se le aplica una distribución aleatoria que define al *smear*:

$$(n_{\alpha\beta}^i)^{obs} = \text{Smear} \left( \underbrace{n_{\alpha\beta}^i + b_{\alpha\beta}^i}_{N_{\alpha\beta}^i} \right), \quad (6.1)$$

donde la distribución depende del número de eventos generado por *bin*. Si  $N_{\alpha\beta}^i$  es mayor que cuatro,  $(n_{\alpha\beta}^i)^{obs}$  se genera a través de:

$$(n_{\alpha\beta}^i)^{obs} = N_{\alpha\beta}^i + \zeta \sqrt{N_{\alpha\beta}^i}, \quad (6.2)$$

donde  $\zeta$  es un número aleatorio que se obtiene de acuerdo a una distribución normal con media igual a cero.

Si  $N_{\alpha\beta}^i$  es menor que cuatro, la generación del número aleatorio se realizará siguiendo una distribución poissoniana, con media igual a  $N_{\alpha\beta}^i$ . En este caso se toma  $(n_{\alpha\beta}^i)^{obs}$  igual al número aleatorio generado.

## 6.2. Análisis Estadístico

La realización del análisis estadístico implica asumir que los datos para cierto canal en un *bin* específico siguen una distribución determinada [90]. Se asumirá que los datos de un *bin* siguen una distribución gaussiana de tener más de cinco eventos, o poissoniana de tener menos.

Dado un número de eventos medido en el  $i$ -ésimo *bin* del canal  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ ,  $(n_{\alpha\beta}^i)^{obs}$ , se buscará el conjunto de parámetros que genere un número de eventos  $(n_{\alpha\beta}^i)^{th}$  que

minimize el  $\chi^2$  dado por:

$$\chi_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{(n_{\alpha\beta}^i)^{obs} - (n_{\alpha\beta}^i)^{th}}{\sigma^i} \right)^2 \quad (6.3)$$

donde:

$$\sigma^i = \sqrt{(n_{\alpha\beta}^i)^{obs}}, \quad (6.4)$$

siendo esta definición de  $\chi^2$  válida para el caso gaussiano.

Si el número de eventos es menor que cinco, esto se realiza a través de una distribución poissoniana:

$$\chi_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^2 = \sum_{i=1}^N 2 \left[ (n_{\alpha\beta}^i)^{th} - (n_{\alpha\beta}^i)^{obs} + (n_{\alpha\beta}^i)^{obs} \log \frac{(n_{\alpha\beta}^i)^{obs}}{(n_{\alpha\beta}^i)^{th}} \right] \quad (6.5)$$

Además de obtener un  $\chi^2$  minimizado, es necesario definir regiones de confiabilidad, dentro de las cuales se puede afirmar que se encuentra el valor verdadero de los parámetros con cierto nivel de certeza [51]. Una región de confiabilidad está comprendida por todo conjunto de parámetros de oscilación que genere un  $(n_{\alpha\beta}^i)^{th}$ , tal que el  $\chi^2$  correspondiente sea menor a cierto nivel de confianza. Dichos niveles de confianza se definen a partir de la suma del  $\chi^2$  mínimo,  $\chi_{min}^2$ , y un valor constante dependiente de la certeza por mostrar. Por ejemplo, el límite de un nivel de confianza de  $2\sigma$ , equivalente a un 95.45 % de certeza, es igual a la suma  $\chi_{min}^2 + 8.03$ . El límite de un nivel de confianza de  $3\sigma$ , equivalente a un 99.73 % de certeza, es igual a la suma  $\chi_{min}^2 + 14.16$ .

Dado un conjunto de parámetros, el  $\chi^2$  total será:

$$\chi_T^2 = \chi_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}^2 + \chi_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau}^2 + \chi_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu}^2 + (\nu \leftrightarrow \bar{\nu}) \quad (6.6)$$

para  $L = 3000$  km.

### 6.3. Resultados de Simulaciones

Para construir las regiones de confiabilidad, es necesario realizar un muestreo de los eventos generados  $(n_{\alpha\beta}^i)^{th}$  por todas las combinaciones posibles de  $\tan^2 \theta_{13}$ ,  $\tan^2 \theta_{23}$  y  $\delta$ . A partir de esto se puede asociar un  $\chi^2$  a cada conjunto de los tres parámetros.

Los niveles de confianza determinan superficies en el espacio definido por  $\tan^2 \theta_{13}$ ,  $\tan^2 \theta_{23}$  y  $\delta$ . Con el propósito de observar las regiones de confiabilidad, se proyectará cada superficie en tres planos:  $\tan^2 \theta_{13}$  vs.  $\delta$ ,  $\tan^2 \theta_{13}$  vs.  $\tan^2 \theta_{23}$ , y  $\tan^2 \theta_{23}$  vs.  $\delta$ . Para determinar el valor de  $\chi^2$  asociado a un par de parámetros, se asigna el  $\chi^2$  mínimo al variar el tercer parámetro, manteniendo los otros dos fijos. Es importante notar que los resultados mostrados en el último plano proyectado serán equivalentes a las curvas de equiprobabilidad de las Figuras 4.6 a 4.8.

En cada una de las Figuras 6.1 a 6.3 se muestran resultados para cuatro casos:  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  y  $0.01$ , y  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  y  $0.99$ . Se toma  $\delta = 0^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$  en la Figura 6.1, 6.2 y 6.3, respectivamente. Cada resultado consta de tres paneles, correspondientes a los planos descritos anteriormente. En ellos se presentan los límites de las regiones de confiabilidad para niveles a  $2\sigma$  (rojo) y  $3\sigma$  (azul), las cuales se obtienen a partir del análisis estadístico realizado. Dentro de cada región se encontrará el conjunto verdadero de parámetros con un 95.45 % y 99.73 % de certeza, respectivamente. Una inspección rápida de las Figuras muestra que, en la mayoría de casos tomados, una medición realizada para una sola distancia no es suficiente para resolver todas las degeneraciones.

Aquellos casos donde  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  son evidentemente más difíciles de resolver. Al disminuir este parámetro se muestran las degeneraciones mencionadas en la Sección 4.3.2, las cuales no están necesariamente presentes para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ . La razón por la cual estas degeneraciones no aparecen para valores altos de  $\sin^2 2\theta_{13}$  se debe a la mayor cantidad de eventos en el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ . Como se vió en la Sección 4.1, la inclusión de este canal determina el valor de  $\theta_{13}$  con gran precisión. El tener un valor alto de  $\sin^2 2\theta_{13}$  implica un mayor número de eventos de  $\nu_\tau$ , lo que a la vez permite restringir los valores permitidos de este parámetro. En contraste,

un valor pequeño de  $\sin^2 2\theta_{13}$  produce un bajo número de eventos, lo cual hace más difícil tener una determinación precisa de  $\theta_{13}$ .

Como es lógico asumir, las primeras degeneraciones en aparecer al relajar las restricciones en  $\theta_{13}$  serán aquellas cuyo valor degenerado de  $\theta_{13}$  no difiera mucho del valor real. Es posible comparar el resultado inferior izquierdo de la Figura 6.1, correspondiente a  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$ ,  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  y  $\delta = 0^\circ$ , con la Figura 4.10. En esta, la diferencia de  $\sin^2 2\theta_{13}$  para las **degeneraciones pura, mixta tipo I y mixta tipo II** son del 190 %, 26 % y 70 % respectivamente. Esto explica la razón por la cual no se observa la **degeneración pura** en este caso, ya que la variación en  $\sin^2 2\theta_{13}$  es muy grande.

Por otro lado, en todos los casos donde  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  ( $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$ ), las degeneraciones se resuelven mejor que aquellos donde  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.99$  ( $\tan^2 \theta_{23} = 0.82$ ). Las zonas de confiabilidad para el primer valor son más pequeñas en todos los casos, llegando incluso a resolver las degeneraciones para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  y  $\delta = 60^\circ, 90^\circ$ . A pesar que cuando  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$  pueden existir hasta tres degeneraciones si  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$ , se considera que este resultado es mejor que  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.99$  ya que este último no presenta una diferenciación entre ellas. Tal como es de esperarse, es más sencillo resolver las degeneraciones en los casos donde  $\theta_{23}$  se aleja de  $45^\circ$ .

El efecto de la variación de  $\delta$  depende enteramente de los demás parámetros. Se aprecia que cuando  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  ( $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$ ), el tener un  $\delta$  cercano a  $90^\circ$  resuelve las degeneraciones mejor que cuando  $\delta = 0^\circ$ . Por otro lado, cuando  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.99$  ( $\tan^2 \theta_{23} = 0.82$ ), el tener  $\delta = 0^\circ$  es más favorable que  $\delta = 90^\circ$ . Este comportamiento es explicado en el Capítulo 4, donde el efecto de tener  $\delta \neq 0^\circ$  es el de juntar las curvas de equiprobabilidad alrededor de los cruces degenerados. Esto puede mejorar o empeorar la determinación de los parámetros, pero depende del caso particular tomado.

El método para resolver la degeneración  $sgn(\Delta m_{31}^2)$  implica un muestreo de número de eventos para los mismos parámetros evaluados, asumiendo el signo incorrecto.

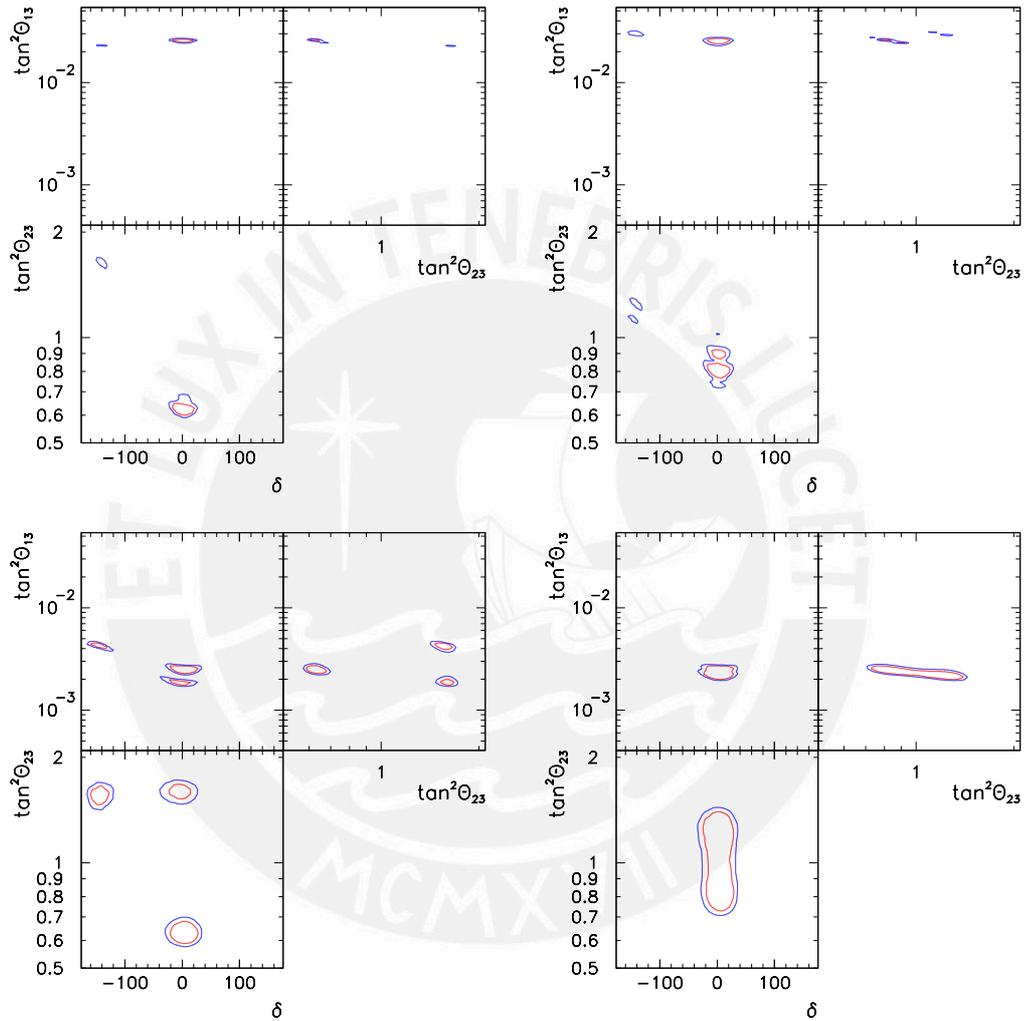


Figura 6.1: Niveles de confiabilidad en  $2\sigma$  (rojo) y  $3\sigma$  (azul), para  $L = 3000$  km. Se toma  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  (arriba) y  $0.01$  (abajo), que corresponden a  $\tan^2 \theta_{13} = 2.6 \times 10^{-2}$  y  $2.5 \times 10^{-3}$ , respectivamente; y  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  (izquierda) y  $0.99$  (derecha), que corresponden a  $\tan^2 \theta_{23} = 0.63$  y  $0.82$ , respectivamente. Se considera  $\delta = 0^\circ$ .

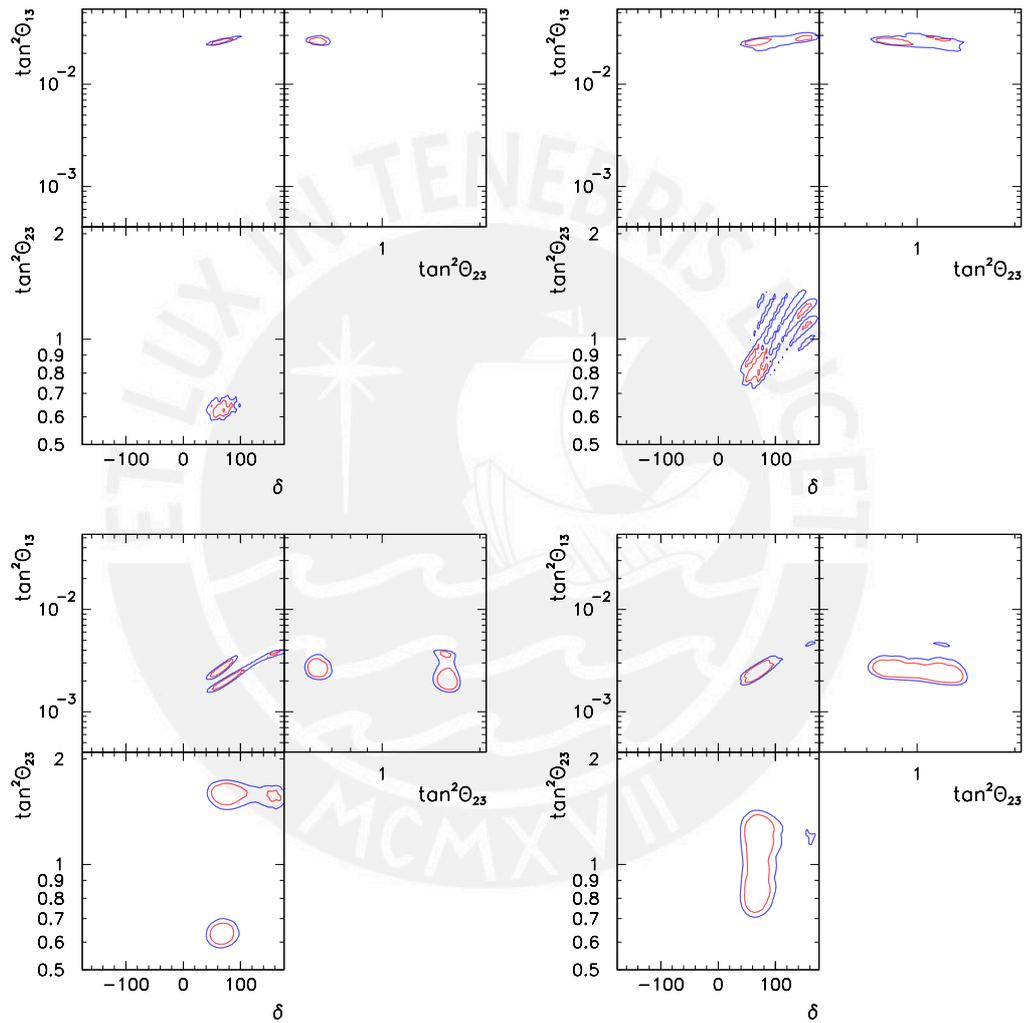


Figura 6.2: Tal como la Figura 6.1, pero se considera  $\delta = 60^\circ$ .

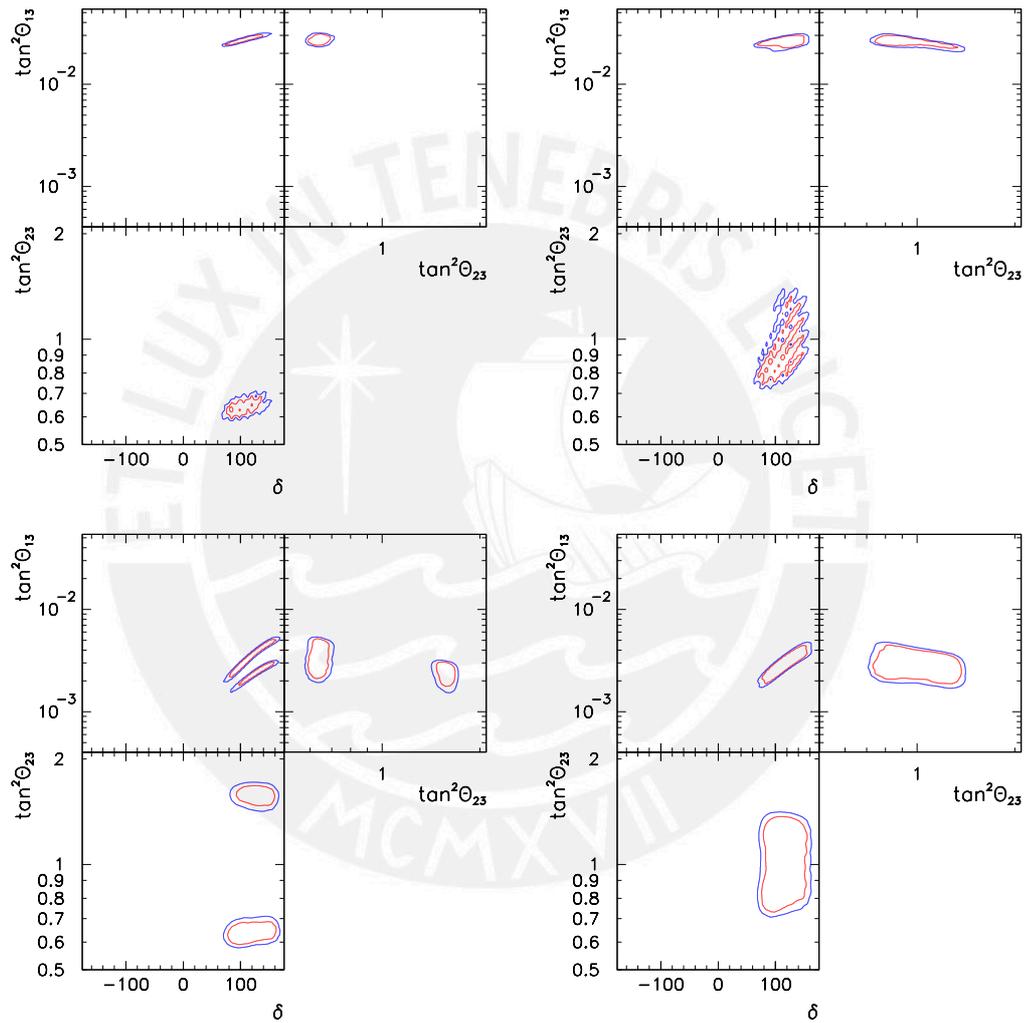


Figura 6.3: Tal como la Figura 6.1, pero se considera  $\delta = 90^\circ$ .

$\sin^2 2\theta_{23}$	$\sin^2 2\theta_{13}$	$\delta$	$\chi_{min}^2$	$2\sigma$	$3\sigma$	$(\chi_{min}^2)^w$
0.95	0.1	0°	95.15	103.18	109.31	2200.73
		90°	92.29	100.32	106.45	2900.53
	0.01	0°	96.17	104.20	110.33	226.83
		90°	95.01	103.04	109.17	370.68
0.99	0.1	0°	92.91	104.20	110.33	2553.92
		90°	93.16	101.19	107.32	3231.13
	0.01	0°	94.63	102.66	108.79	224.31
		90°	97.84	105.87	112.00	389.24

Cuadro 6.1: Valores de  $\chi^2$  mínimo asumiendo el signo correcto ( $\chi_{min}^2$ ) e incorrecto ( $(\chi_{min}^2)^w$ ). Los valores para la confiabilidad a  $2\sigma$  y  $3\sigma$  se definen con respecto al menor  $\chi^2$ .

A partir de los eventos con signo incorrecto,  $(n_{\alpha\beta}^i)^w$ , se procede a calcular los valores de  $\chi^2$  con respecto al número de eventos medido  $(n_{\alpha\beta}^i)^{obs}$ , generado con el signo correcto.

En el Cuadro 6.1 se muestran los valores de  $\chi^2$  mínimo al asumir los dos signos. La diferencia entre los valores depende principalmente de  $\sin^2 2\theta_{13}$ . A partir del Cuadro 6.1 se aprecia que el valor de  $(\chi_{min}^2)^w$  no es suficientemente bajo para ser incluido dentro de ninguna región de confiabilidad, ya que ambos valores mínimos están bastante alejados. Asimismo, las regiones de confianza definidas con  $(\chi_{min}^2)^w$  son totalmente incompatibles con las definidas con el  $\chi_{min}^2$  correcto. En estos casos, se muestran solamente los valores  $\chi^2$  mínimos, en los cuales se observa directamente la resolución de esta degeneración.

No obstante, la diferencia entre los  $\chi^2$  mínimos es considerablemente menor para un valor pequeño de  $\sin^2 2\theta_{13}$ . Esto se debe nuevamente al menor número de eventos del canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ , el cual permite aceptar soluciones ambiguas con un  $\sin^2 2\theta_{13}$  degenerado diferente al real. Se puede esperar que la degeneración  $sgn(\Delta m_{31}^2)$  sea más significativa para valores más bajos de  $\sin^2 2\theta_{13}$ .

Las degeneraciones han sido resueltas en una cantidad bastante limitada de casos, dando un resultado global que no es satisfactorio. Asimismo, aunque la degeneración  $sgn(\Delta m_{31}^2)$  ha sido resuelta para los valores tomados de  $\sin^2 2\theta_{13}$ , es bastante

plausible considerar que tendrá mayor importancia para valores menores de este parámetro. Será necesario evaluar condiciones adicionales que puedan resolver eficazmente las degeneraciones restantes.

### 6.3.1. Impacto de la Eficiencia en la Detección de $\nu_\tau$ en la Solución de Degeneraciones

Dada la incapacidad de resolver las degeneraciones para una gran cantidad de parámetros de oscilación, se analizará el aumento de la eficiencia en la detección del canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  en la resolución de las degeneraciones. La medición de este canal es crucial en la solución de las degeneraciones, por lo cual un incremento en la eficiencia, que implica un mayor número de eventos, podrá resolver mejor el problema.

La eficiencia en el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ , presentada en el Capítulo 5, tiene una dependencia con respecto a la energía reconstruida, pero al promediar sus valores con el número de eventos esperado, la eficiencia global resulta ser menor al 5%. Este valor de eficiencia global será denotado  $\epsilon_0$ .

Para simular el incremento en la eficiencia se multiplicará la fórmula (5.11) por un factor constante, sin variar su forma funcional. Este incremento en la eficiencia resulta razonable e incluso realista, considerando que en [64] se muestra que un incremento de la eficiencia hasta el 10% puede lograrse al incluir canales adicionales de decaimiento sin variar el *background* significativamente.

Es importante resaltar que el mismo incremento en el número de eventos puede obtenerse manteniendo la eficiencia constante y aumentando la masa del detector, el tiempo de exposición o la cantidad de muones útiles por año. No obstante, un incremento en el tiempo de exposición o en la cantidad de muones útiles también mejora la cantidad de eventos en los demás canales, no permitiendo observar directamente los efectos al mejorar solamente la medición de  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ . Debido a ello, sólo se considerarán variaciones en la eficiencia y la masa para estudiar cuantitativamente el incremento en el número de eventos.

En la Figura 6.4 se muestran las regiones de confiabilidad para una variación de  $\sin^2 2\theta_{13}$ , manteniendo los demás parámetros en sus **valores verdaderos**, considerando un valor de  $\langle \epsilon_{\nu\tau}^{CC} \rangle$  igual a  $\epsilon_0$ . Como es de esperarse, al disminuir  $\sin^2 2\theta_{13}$  la resolución de las degeneraciones es peor.

Para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$  existe una **degeneración mixta tipo II** a un nivel de  $3\sigma$ , que luego llega a un nivel de  $2\sigma$  al tomar  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.05$ . La segunda degeneración en aparecer es **mixta tipo I**, a un nivel de  $3\sigma$  para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.025$ , la cual, de la misma forma que la degeneración anterior, llega a ser de un nivel de  $2\sigma$  cuando  $\theta_{13}$  es suficientemente bajo, siendo en este caso  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.015$ .

Los resultados para un  $\epsilon_{\nu\tau}^{CC}$  global igual a  $3\epsilon_0$  se muestran en la Figura 6.5. En este caso, el mayor número de eventos de  $\nu_\tau$  restringe los valores permitidos de  $\theta_{13}$ , provocando que la zona correspondiente a la **degeneración mixta tipo II** desaparezca para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ . Para el caso de  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.05$ , esta se mantiene en un nivel de  $2\sigma$ . Por otro lado, la restricción en  $\theta_{13}$  se hace evidente para  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.025$  y  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.015$ , donde desaparece la **degeneración mixta tipo I** y la **mixta tipo II**, respectivamente. Adicionalmente, las degeneraciones que sobreviven son reducidas a un nivel de  $3\sigma$ .

Para el caso particular de  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.05$ , se ha demostrado en la Sección 4.3.2 que una **degeneración persistente** se establece incluso cuando  $\sin^2 2\theta_{13}$  está bien determinado (Figura 4.15). Esto implica que esta zona degenerada será bastante difícil de resolver, incluso para valores grandes de eficiencia, ya que su definición no se basa en una cantidad baja de número de eventos, sino en la coincidencia de cruces de curvas de equiprobabilidad.

Al tomar una eficiencia global igual a  $5\epsilon_0$ , la única degeneración que se mantiene en las muestras tomadas es la **persistente**. Evidentemente, la presencia de degeneraciones adicionales puede ser eliminada al incrementar la eficiencia (o la masa) del detector. No obstante, existirá un problema irresoluble si el valor real de  $\sin^2 2\theta_{13}$  provoca una **degeneración persistente**, caso en el cual el incremento de eficiencia no será capaz de eliminar la ambigüedad.

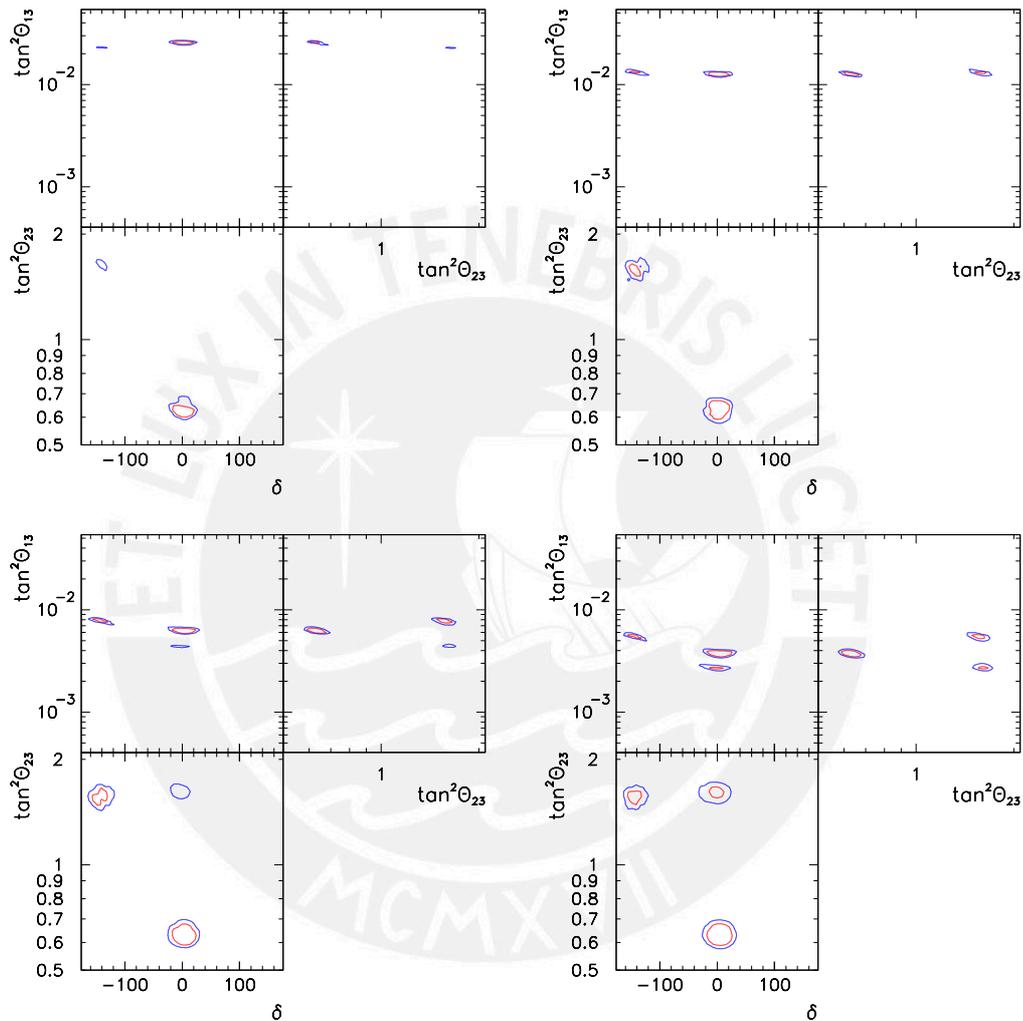


Figura 6.4: Niveles de confiabilidad en  $2\sigma$  (rojo) y  $3\sigma$  (azul), para  $L = 3000$  km y  $\langle \epsilon_{\nu\tau}^{CC} \rangle = \epsilon_0$ . Se toma, de izquierda a derecha, de arriba a abajo,  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1, 0.05, 0.025$  y  $0.015$ , que corresponden a  $\tan^2 \theta_{13} = 2.6 \times 10^{-2}, 1.3 \times 10^{-2}, 6.3 \times 10^{-3}$  y  $3.8 \times 10^{-3}$  respectivamente, estando el resto de parámetros en sus valores verdaderos.

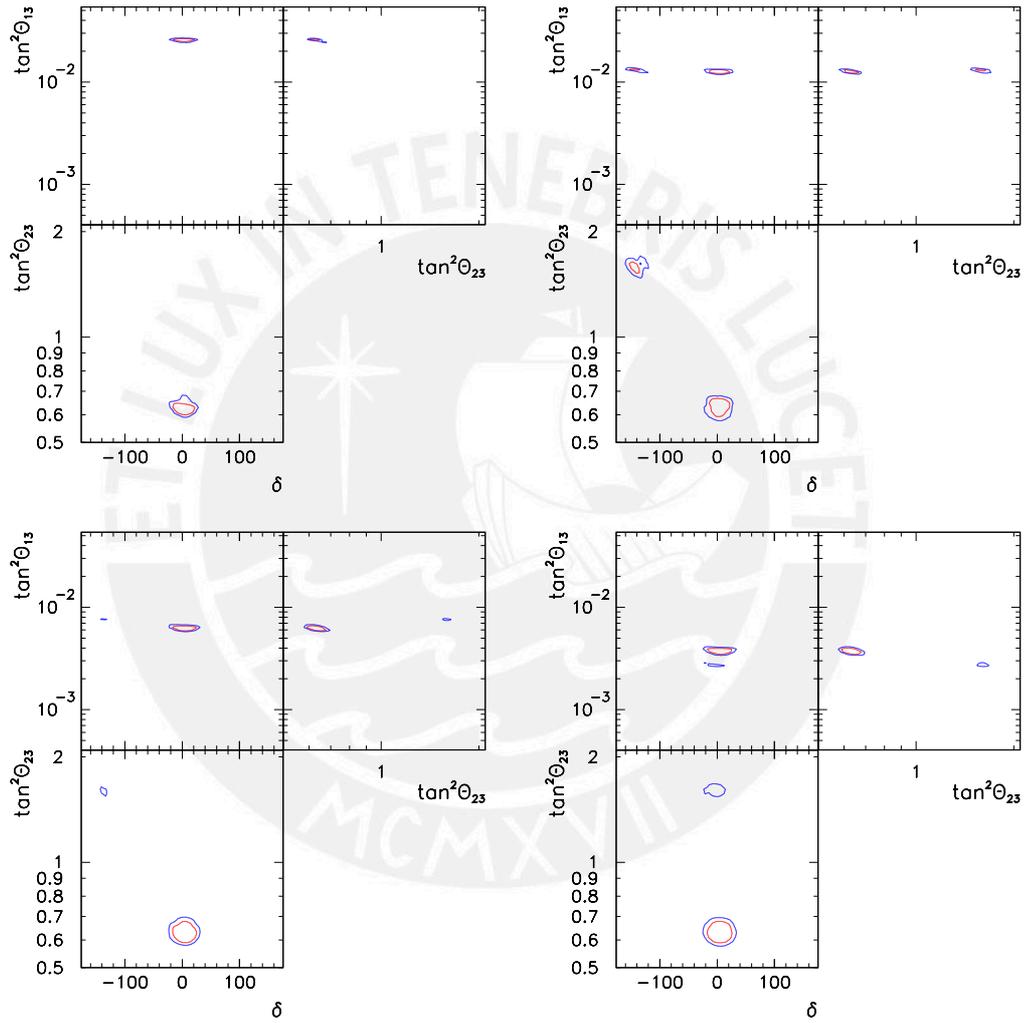


Figura 6.5: Tal como la Figura 6.4, pero con  $\langle \epsilon_{\nu_\tau}^{CC} \rangle = 3\epsilon_0$ .

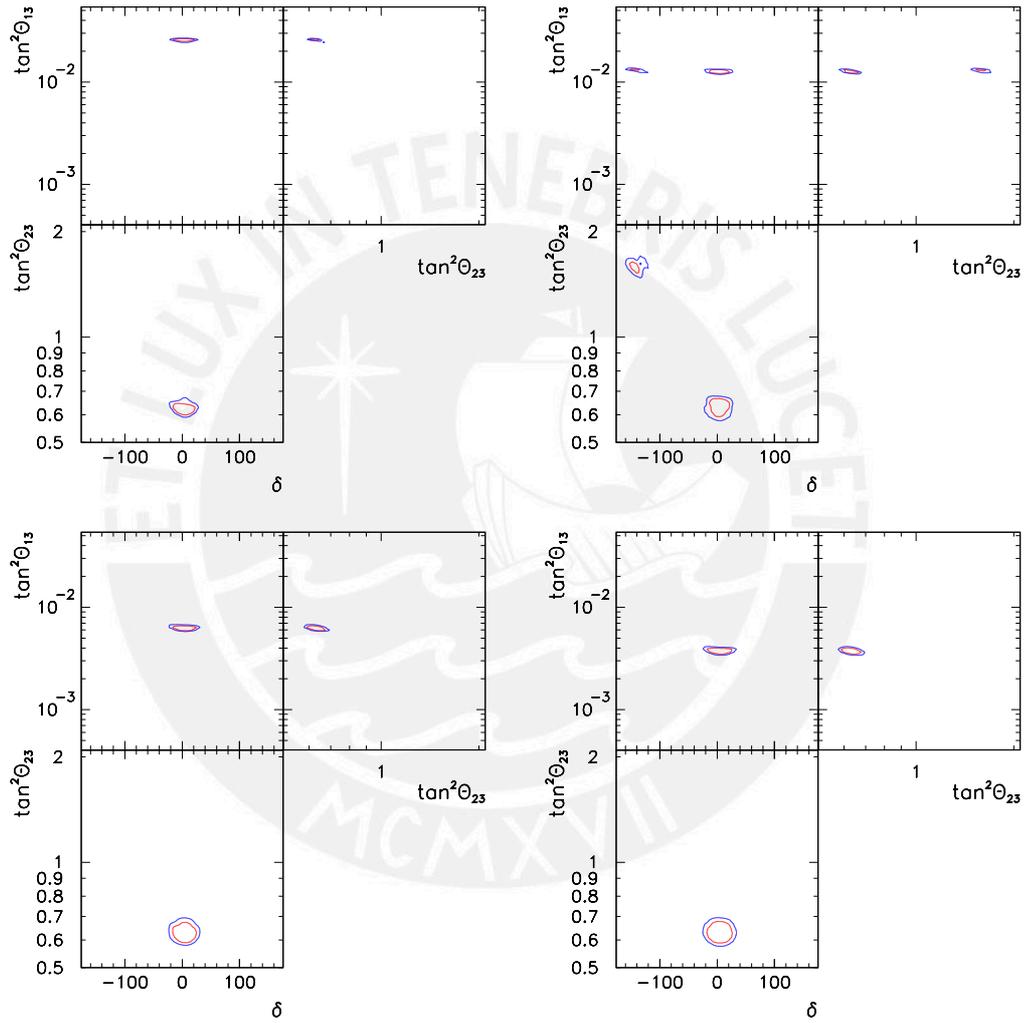


Figura 6.6: Tal como la Figura 6.4, pero con  $\langle \epsilon_{\nu_\tau}^{CC} \rangle = 5\epsilon_0$ .

La sensibilidad para resolver las degeneraciones se presenta en la Figura 6.7. Esta se muestra en función de  $\sin^2 2\theta_{13}$ , la eficiencia  $\langle \epsilon_{\nu_\tau}^{CC} \rangle$  normalizada con respecto a  $\epsilon_0$ , y la masa del detector  $M_\tau$ , normalizada con respecto a la masa considerada en la configuración experimental inicial,  $M_{\tau_0} = 5$  kton. Las zonas en las cuales las degeneraciones se mantienen a un nivel de  $2\sigma$  ( $3\sigma$ ) se indican con el color rojo (azul), mientras que en aquellas de color blanco no se encuentra ninguna degeneración para un nivel menor o igual a  $3\sigma$ . La sensibilidad se muestra para distintos pares de  $\sin^2 2\theta_{23}$  y  $\delta$ , tomando  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95, 0.975$  y  $0.99$  en la fila superior, central e inferior respectivamente, mientras que  $\delta = 0^\circ, 60^\circ$  y  $90^\circ$  para la columna izquierda, central y derecha, respectivamente.

Cabe resaltar que, para clasificar un caso como no degenerado en  $\theta_{23}$ , se exige que este parámetro se encuentre enteramente confinado dentro de un octante, sin importar la existencia de varias zonas dentro de este. Asimismo, se ha clasificado como degenerado a todo caso que presente zonas en ambos octantes, sin importar que las zonas estén unidas.

En las gráficas para  $\delta = 0^\circ$  se aprecia claramente la existencia de regiones intermedias libres de degeneración. En la Figura 6.6, con  $\langle \epsilon_{\nu_\tau}^{CC} \rangle = 5\epsilon_0$ , los casos  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.025, 0.015$  se encuentran en esta región, razón por la cual las degeneraciones desaparecen a altas eficiencias.

Bajo estas regiones intermedias se establece una zona degenerada, cuyo valor superior de  $\sin^2 2\theta_{13}$  disminuye al aumentar la eficiencia. Esta zona degenerada se debe al valor pequeño de eventos de  $\nu_\tau$ , encontrándose degeneraciones como aquellas mostradas en la Sección 4.3.2.

No obstante, las zonas más interesantes son aquellas degeneradas por encima de la región intermedia. En la Figura 6.6, el caso donde  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.05$  se encuentra en esta región. En la Sección 4.3.2 se demuestra que este caso en particular presenta una **degeneración persistente**. En general, para todo conjunto de parámetros de oscilación, podrán existir valores de  $\sin^2 2\theta_{13}$  que presenten esta patología. En la Figura 6.7 se ve claramente cómo las zonas degeneradas alrededor de este punto se

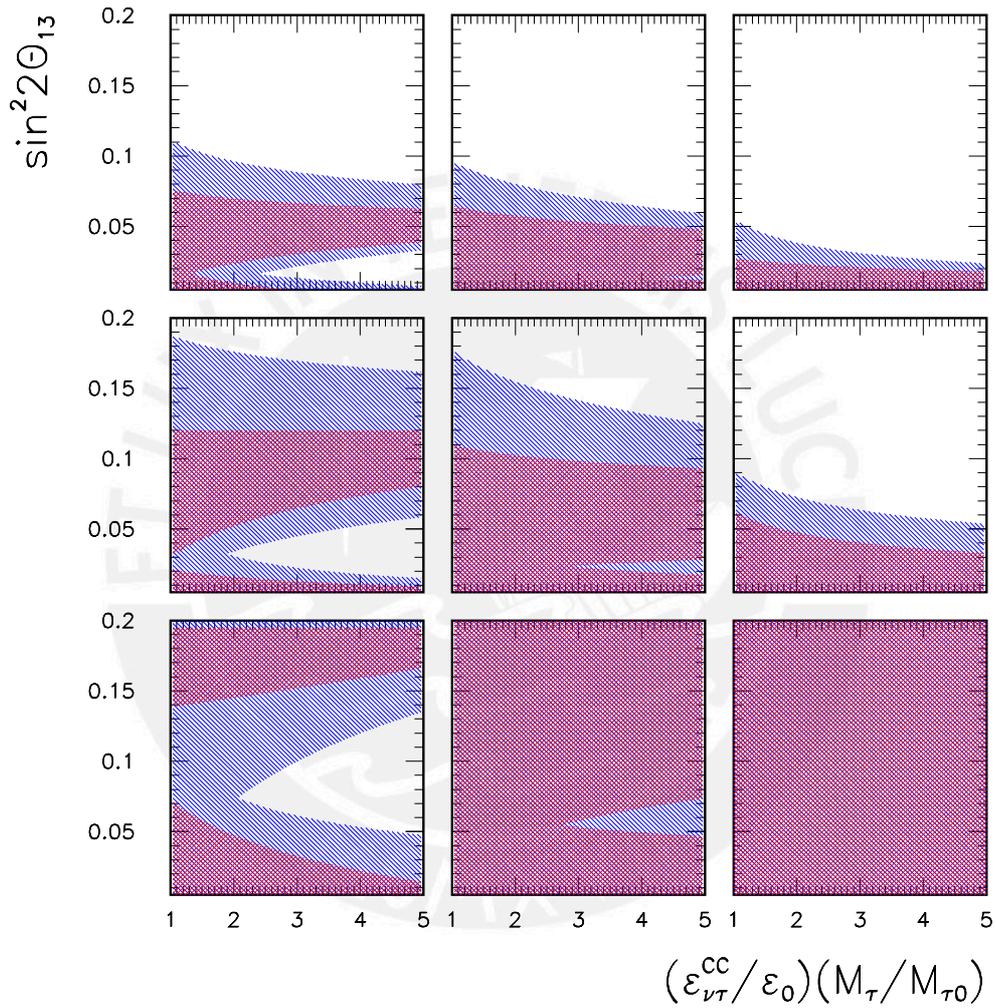


Figura 6.7: Zonas degeneradas en función de la eficiencia y la masa. La zona roja (azul) es aquella donde la degeneración está presente a un nivel de  $2\sigma$  ( $3\sigma$ ). Se toma  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  (arriba),  $0.975$  (centro), y  $0.99$  (abajo), con  $\delta = 0^\circ$  (izquierda),  $60^\circ$  (centro) y  $90^\circ$  (derecha).

reducen al aumentar la eficiencia, pero no llegan a resolverse incluso para valores altos de eficiencia.

Para  $\delta = 60^\circ$ , las regiones intermedias libres de degeneración desaparecen, generándose en su lugar regiones intermedias degeneradas sólo a un nivel de  $3\sigma$ . Es posible, aunque difícil, distinguir aquellas zonas donde la degeneración se debe al menor número de eventos de  $\nu_\tau$ , y aquellas donde la degeneración es una **persistente**. Para  $\delta = 90^\circ$  las regiones intermedias desaparecen, y no es posible distinguir aquellos casos degenerados debido al número de eventos de aquellos problemáticos. Se observa que este caso es favorable para ciertos parámetros, y desfavorable para otros, en particular, para  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$ , la zona no degenerada es bastante extensa, mientras que para  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.99$  esta no existe.

Es evidente que aquellos casos donde  $\sin^2 2\theta_{23}$  se aleja de la unidad se resuelven mejor que aquellos donde su valor es próximo a 1. En los primeros, la ubicación de la zona degenerada problemática se da para un menor valor de  $\sin^2 2\theta_{13}$ , permitiendo la existencia de una zona superior libre de degeneraciones. Si  $\sin^2 2\theta_{23} \approx 1$ , las regiones intermedias, de existir, presentan un mayor tamaño, pero suprimen las zonas superiores libres de degeneración. Para  $\delta \neq 0^\circ$ , al tender las regiones intermedias a desaparecer, los casos favorables serán aquellos donde  $\sin^2 2\theta_{23}$  no es próximo a la unidad, ya que presentarán una mayor zona superior libre de degeneraciones. En el caso particular de  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.99$  y  $\delta = 90^\circ$ , no es posible resolver las degeneraciones para ningún valor de eficiencia.

Las degeneraciones en la zona inferior son resolubles al aumentar la eficiencia. No obstante, será necesario hallar un método para resolver las ambigüedades presentes para valores altos de  $\sin^2 2\theta_{13}$  debidas a las **degeneraciones persistentes**. Cabe mencionar que los resultados de este análisis fueron presentados en [91].

### 6.3.2. Resultados Adicionales con el Magic Baseline

En el Capítulo 4 se identifica una dificultad debido a las **degeneraciones persistentes**, y se recomienda utilizar una combinación de la distancia usada anteriormente

( $L = 3000$  km) y el *magic baseline* ( $L = 7250$  km). En particular, se mostró en el Capítulo 4 que la inclusión del *magic baseline* es capaz de restringir el valor de  $\theta_{23}$  dentro del octante correcto.

Los datos generados anteriormente serán combinados con la medición del canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  a  $L = 7250$  km. Sin embargo, como el flujo a esta distancia es considerablemente menor, en esta medición sólo se tomará el número total de eventos para el análisis estadístico. De esta manera, el  $\chi^2$  total se redefine según:

$$\begin{aligned} \chi_T^2 = & (\chi_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}^2)_{L=3000 \text{ km}} + (\chi_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau}^2)_{L=3000 \text{ km}} + (\chi_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu}^2)_{L=3000 \text{ km}} \\ & + (\chi_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}^2)_{L=7250 \text{ km}} + (\nu \leftrightarrow \bar{\nu}) \end{aligned} \quad (6.7)$$

En la Figura 6.8 se muestran resultados análogos a la Figura 6.4, para  $\langle \epsilon_{\nu_\tau}^{CC} \rangle = \epsilon_0$ , incluyendo el *magic baseline*. Se aprecia que la ganancia es significativa, resolviéndose toda degeneración, a excepción del caso donde  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.015$ , en donde empiezan a aparecer las degeneraciones debido al pequeño número de eventos de  $\nu_\tau$ . Cabe añadir que la inclusión del *magic baseline* en el problema no sólo resuelve la **degeneración persistente**, sino que mejora la medición de  $\sin^2 2\theta_{13}$ . Esto se aprecia para el caso donde  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.025$ , que con una sola distancia mostraba una **degeneración mixta tipo I** junto con una **mixta tipo II**, mientras que con dos no muestra ninguna.

Finalmente, en la Figura 6.9, se presenta un muestreo análogo al de la Figura 6.7, incluyendo al *magic baseline*. En ella se nota la desaparición absoluta de la región problemática en todos los casos. El comportamiento mostrado en la Figura 6.9 es el mismo para todos los parámetros considerados, teniendo un límite que nace de la eliminación de las **degeneraciones persistentes**. Bajo este límite las degeneraciones usuales aparecen, notando que este disminuye suavemente con el incremento de la eficiencia. La diferencia es notable, en particular, para  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.99$  y  $\delta = 90^\circ$ , donde el escenario irresoluble desaparece.

Es importante notar que la variación de  $\delta$  no afecta el límite de forma significativa, aunque tiende a incrementar el límite superior mientras  $\delta$  se acerca a  $90^\circ$ . Por otro lado, es evidente que la variación de  $\sin^2 2\theta_{23}$  sí afecta el límite, siendo disminuído

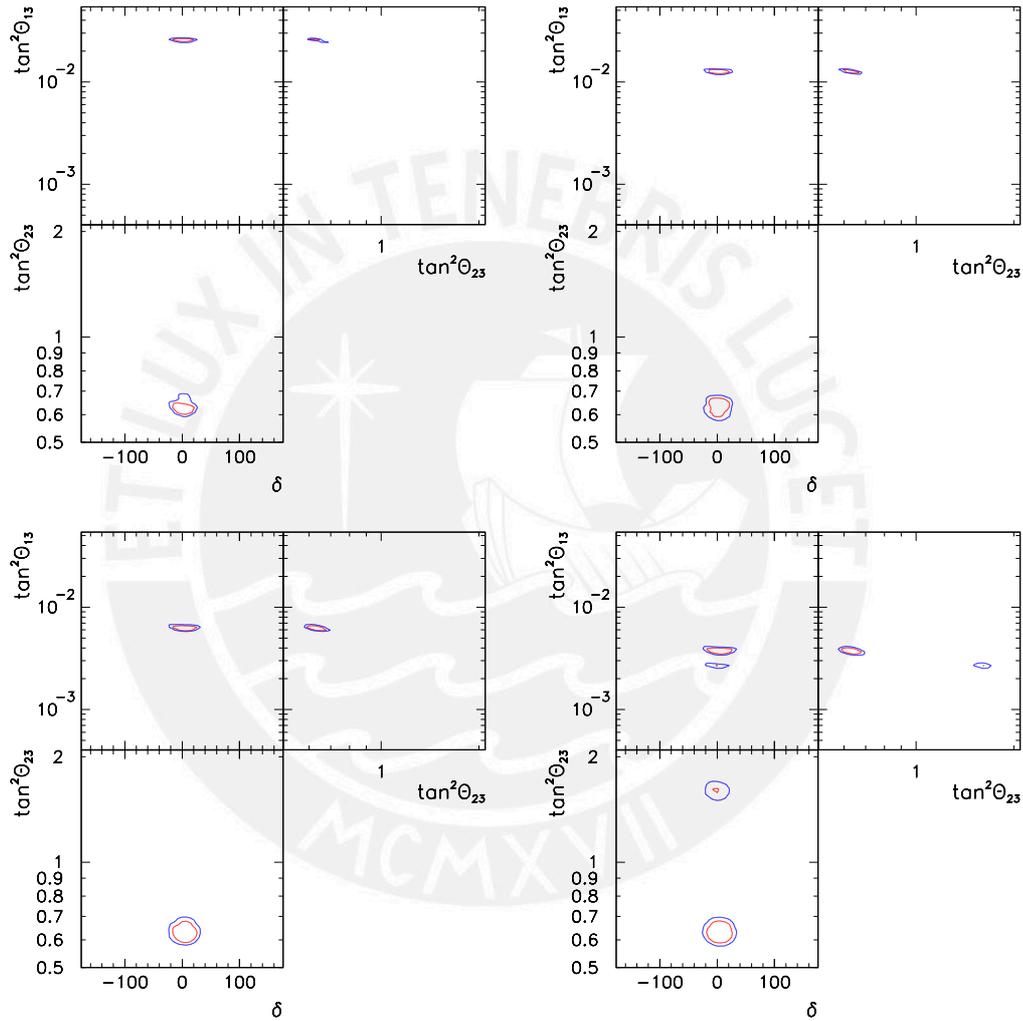


Figura 6.8: Tal como la Figura 6.4, pero incluyendo una medición de  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  a  $L = 7250$  km.

cuando  $\sin^2 2\theta_{23}$  se aleja de la unidad. En el caso particular donde  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  es incluso necesario cambiar la escala para mostrar las zonas degeneradas.

Los límites extremos en la resolución de las degeneraciones se muestran en el Cuadro 6.2, obtenido a partir de la Figura 6.9. En este Cuadro, se muestran los valores de  $\sin^2 2\theta_{13}$  bajo los cuales aparecen degeneraciones a un nivel de  $2\sigma$  y  $3\sigma$ , tomando las eficiencias mínima ( $\epsilon_0$ ) y máxima ( $5\epsilon_0$ ) consideradas en este trabajo.

Considerando la eficiencia mínima, en el mejor de los casos evaluados el menor valor de  $\sin^2 2\theta_{13}$  hallado sin degeneraciones a un nivel de  $2\sigma$  es 0.01, con  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  y  $\delta = 60^\circ$ , mientras que en el peor de los casos el valor es 0.06, con  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.99$  y  $\delta = 0^\circ, 90^\circ$ . El mejor valor correspondiente a un nivel de  $3\sigma$  es igual a 0.023, con  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  y  $\delta = 0^\circ$ , mientras que el peor es igual a 0.105, con  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.99$  y  $\delta = 90^\circ$ .

Por otro lado, considerando la eficiencia máxima, en el mejor de los casos evaluados el menor valor de  $\sin^2 2\theta_{13}$  hallado sin degeneraciones a un nivel de  $2\sigma$  es 0.005, con  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  y  $\delta = 0^\circ$ , mientras que en el peor de los casos el valor es 0.04, con  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.99$  y  $\delta = 90^\circ$ . El mejor valor correspondiente a un nivel de  $3\sigma$  es igual a 0.008, con  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  y  $\delta = 0^\circ$ , mientras que el peor es igual a 0.07, con  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.99$  y  $\delta = 60^\circ, 90^\circ$ .

En general, será más fácil resolver las degeneraciones cuando  $\theta_{23}$  se aleja de  $45^\circ$  y  $\delta$  tiende a cero. Las eventuales desviaciones de esta tendencia se deben al error aleatorio debido al *smear*.

Es posible concluir que la inclusión del *magic baseline* es imprescindible para resolver las **degeneraciones persistentes**, que se dan para valores altos de  $\sin^2 2\theta_{13}$ . Por otro lado, el caso de aparición de degeneraciones debido al bajo número de eventos de  $\nu_\tau$ , una alta eficiencia es recomendada.

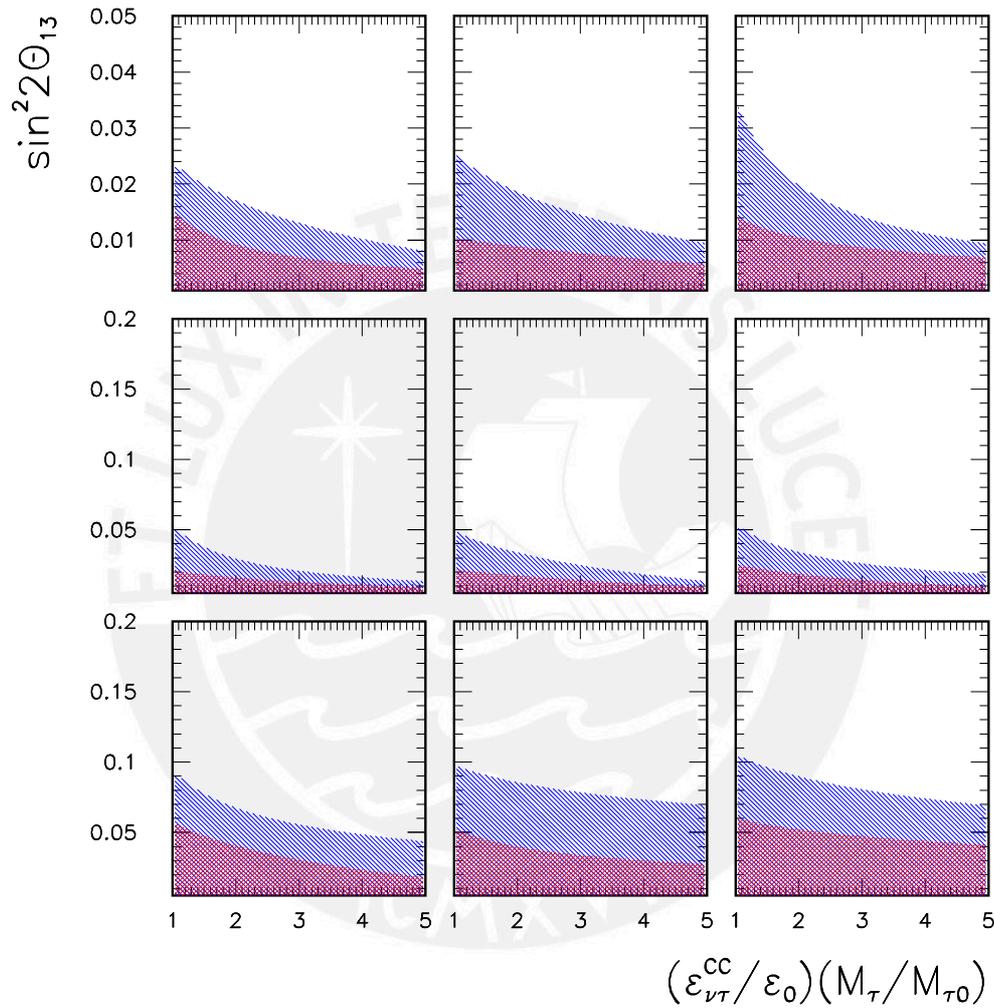


Figura 6.9: Zonas degeneradas en función de la eficiencia y la masa, combinando mediciones a  $L = 3000$  y  $L = 7250$  km. La zona roja (azul) es aquella donde la degeneración está presente a un nivel de  $2\sigma$  ( $3\sigma$ ). Se toma  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$  (arriba),  $0.975$  (centro), y  $0.99$  (abajo), con  $\delta = 0^\circ$  (izquierda),  $60^\circ$  (centro) y  $90^\circ$  (derecha). Es importante notar el cambio de escala para  $\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$ .

$\sin^2 2\theta_{23}$	$\delta$	$\sin^2 2\theta_{13}$			
		$\langle \epsilon_{\nu_\tau}^{CC} \rangle = \epsilon_0$		$\langle \epsilon_{\nu_\tau}^{CC} \rangle = 5\epsilon_0$	
		$2\sigma$	$3\sigma$	$2\sigma$	$3\sigma$
0.95	0°	0.015	0.023	0.005	0.008
	60°	0.01	0.025	0.006	0.01
	90°	0.014	0.033	0.007	0.01
0.975	0°	0.02	0.05	0.01	0.015
	60°	0.02	0.05	0.01	0.015
	90°	0.025	0.05	0.01	0.02
0.99	0°	0.06	0.09	0.02	0.045
	60°	0.055	0.095	0.025	0.07
	90°	0.06	0.105	0.04	0.07

Cuadro 6.2: Valores mínimos de  $\sin^2 2\theta_{13}$  libres de degeneraciones a un nivel menor o igual a  $2\sigma$  y  $3\sigma$ , para los valores extremos de eficiencia usados.

## CAPÍTULO 7

### CONCLUSIONES FINALES

El éxito del mecanismo de oscilación de neutrinos para describir los fenómenos observados desde 1967 es notable. Siguiendo conceptos sencillos, este mecanismo es capaz de reproducir observaciones realizadas en experimentos con diversas fuentes de neutrinos. No obstante, la medición de todos los parámetros de oscilación es imprescindible para completar el modelo actual. Al no estar el mecanismo de oscilación implícito en el Modelo Estándar, la determinación de cada parámetro puede servir de guía hacia algún modelo posterior.

La mejor forma de determinar los parámetros de oscilación se da en futuras fábricas de neutrinos, basadas en el decaimiento del muón. Sin embargo, a pesar del potencial de una medición del canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  para determinar los parámetros de oscilación, el problema de degeneraciones en la medición de estos puede disminuir su utilidad. Las degeneraciones presentes en el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ , denotadas por  $(\theta_{13}, \delta)$ ,  $\text{sgn}(\Delta m_{31}^2)$  y  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ , pueden provocar la existencia de ocho conjuntos posibles de parámetros que cumplan con la misma observación.

Sin restar mérito a la utilidad de diagramas de bi-probabilidad para mostrar las degeneraciones, es realmente a través de curvas de equiprobabilidad que se puede establecer una estrategia para resolverlas. En estos diagramas se busca encontrar curvas que se intersequen en el punto correspondiente a los valores verdaderos, y que se mantengan alejadas para todos los demás puntos.

Un estudio inicial de curvas de equiprobabilidad muestra la utilidad del canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  para determinar el valor de  $\theta_{13}$ . La medición de este canal sirve como base para resolver todas las degeneraciones, disminuyendo la indeterminación de tres a dos variables. Lamentablemente, la baja eficiencia actual en la detección de este canal hace que una buena determinación de  $\theta_{13}$  no sea del todo realista.

Un posterior análisis demuestra que el cruce de  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  permite determinar el signo de  $\Delta m_{31}^2$  al incluir los canales de antipartículas respectivos. Esta determinación nuevamente está limitada con respecto a la obtención de un valor preciso para  $\theta_{13}$ .

La determinación de los parámetros faltantes,  $\theta_{23}$  y  $\delta$ , se muestra posible analíticamente al combinar las mediciones de neutrinos y antineutrinos, realizando a la vez un análisis espectral. No obstante, al considerar la inclusión de errores en un contexto experimental, las degeneraciones no desaparecen.

La degeneración en  $\theta_{23}$  se puede reducir al incluir el canal  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  y el correspondiente para antipartículas. Este canal restringe el rango experimental de  $\theta_{23}$ , pero introduce la degeneración  $(\theta_{23}, \pi/2 - \theta_{23})$ .

Por otro lado, ha sido posible demostrar que las degeneraciones aparecen al relajar la restricción en  $\theta_{13}$ , siendo plausible considerar que el problema no esté del todo solucionado en el contexto experimental.

La necesidad de obtener predicciones precisas lleva a la necesidad de simular el experimento en el cual aparecen las degeneraciones. El estudio de todos los términos que generan el número de eventos observados, de la inclusión de errores sistemáticos y de la realización de un análisis estadístico apropiado llevó eventualmente a la producción de resultados interesantes.

El panorama de la situación a  $L = 3000$  km no es alentador. Debido a la baja eficiencia en la detección de eventos del canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ , la presencia de degeneraciones

no es eliminada. Al contrario, la poca cantidad de eventos implicada por la baja eficiencia no permite fijar el valor de  $\theta_{13}$  apropiadamente, permitiendo la aparición de degeneraciones. Asimismo, la existencia de una degeneración independiente de la cantidad de eventos de  $\nu_\tau$ , para altos valores de  $\theta_{13}$ , complica la situación en una mayor medida. Al deberse esta degeneración al cruce de curvas de equiprobabilidad en un punto degenerado, incluso teniendo  $\theta_{13}$  bien determinado, es necesario añadir canales adicionales o combinar distancias para resolver este caso.

El asumir la eventual mejora en la detección del canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  lleva a mejorar la resolución de degeneraciones para valores altos de eficiencia. El tener un mayor número de eventos de  $\nu_\tau$  restringe  $\theta_{13}$  y no permite la reaparición de degeneraciones. Es posible asumir que valores de eficiencia mayores a los evaluados son capaces de resolver las degeneraciones aún mejor, siendo importante notar que el mismo análisis es aplicable al aumentar la masa del detector.

En particular, los casos con  $\sin^2 2\theta_{13}$  grande muestran una mejor determinación de las degeneraciones. Asimismo, el tener  $\sin^2 2\theta_{23}$  alejado de la unidad favorece la resolución, mientras que el valor de  $\delta$  óptimo depende del caso particular considerado. No obstante, para cualquier conjunto de valores de  $\sin^2 2\theta_{23}$  y  $\delta$  existirá un valor de  $\sin^2 2\theta_{13}$  en el cual se definirá una **degeneración persistente**, causada por el cruce próximo de curvas de equiprobabilidad y por ende no resolubles con un incremento en la eficiencia.

El elemento que determina la resolución de la **degeneración persistente** resulta ser la combinación con el *magic baseline*. Esta configuración experimental restringe el valor de  $\theta_{23}$  en el octante correcto, siempre y cuando  $\theta_{13}$  esté bien determinado. De esta forma es posible asignar límites a la capacidad de resolver las degeneraciones. Esto permitirá que, dada una medición degenerada, se pueda establecer la eficiencia necesaria para poder resolverla adecuadamente. En el análisis realizado, el incremento en la eficiencia logra resolver las degeneraciones hasta un valor de  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.005$  (0.008) a un nivel de  $2\sigma$  ( $3\sigma$ ), siendo el peor caso a máxima eficiencia igual a  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.04$  (0.07) a un nivel de  $2\sigma$  ( $3\sigma$ ).

En los casos incluyendo el *magic baseline*, la dependencia de la resolución con respecto a  $\sin^2 2\theta_{13}$  y  $\sin^2 2\theta_{23}$  será análoga al caso sin *magic baseline*. El valor de  $\delta$ , en este caso, favorecerá la resolución de las degeneraciones cuando este tienda a cero.

## 7.1. Recomendaciones

Para resolver el problema de las degeneraciones en los parámetros de oscilación de neutrinos en el contexto de fábricas de neutrinos, se recomienda contar con una instalación capaz de emitir neutrinos a partir de muones con las características mencionadas en este trabajo, dirigidos hacia unidades de detección encontradas a dos distancias diferentes.

La primera unidad debe contar con detectores para los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ ,  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$  y  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ , con sus respectivas antipartículas, a  $L = 3000$  km. Asimismo, los detectores en la primera unidad deben ser capaces de realizar un análisis espectral del número de eventos, agrupándolos en *bins* de energía. La segunda unidad debe ser capaz de detectar los canales  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ , a  $L = 7250$  km, considerando solamente el número total de eventos.

El análisis actual permite establecer las prioridades dentro de la construcción de una fábrica de neutrinos. A pesar que los resultados han sido obtenidos tomando características esperadas en el futuro desarrollo de fábricas de neutrinos, no es posible esperar mediciones correctas de no diseñar métodos más eficientes para detectar el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ . De la misma manera, es importante priorizar el diseño de mecanismos que permitan la emisión de neutrinos a ángulos suficientes como para que estas partículas emerjan luego de atravesar una distancia de 7250 km, con el fin de poder realizar mediciones en el *magic baseline*.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] M. FUKUGITA, T. YANAGIDA, 2003. *Physics of Neutrinos and Applications to Astrophysics*. Springer-Verlag, Berlin, 593 págs.
- [2] D. O. CALDWELL (Editor), 2001. *Current Aspects of Neutrino Physics*. Springer-Verlag, Berlin, 335 págs.
- [3] J. CHADWICK, 1914. “Intensitätsverteilung im magnetischen spektrum der  $\beta$ -strahlen von radium B+C”. *Verh. d. deutschen. phys. Ges.* 16:383.
- [4] J. CHADWICK, 1932. “The existence of a neutron”. *Proc. R. Soc. London (A)* 136:692.
- [5] E. FERMI, 1934. “An attempt of a theory of beta radiation”. *Z. Phys.* 88:161.
- [6] H. A. BETHE, R. E. PEIERLS, 1934. “The ‘neutrino’”. *Nature* 133:532.
- [7] F. REINES, C. L. COWAN, JR., 1956. “The neutrino”. *Nature* 178:446.
- [8] T. D. LEE, C. N. YANG, 1957. “Parity nonconservation and a two component theory of the neutrino”. *Phys. Rev.* 105:1671.
- [9] M. GOLDHABER, ET AL., 1958. “Helicity of neutrinos”. *Phys. Rev.* 109:1015.
- [10] R. DAVIS, JR., 1959. “An attempt to observe the  $^{37}\text{Cl}(e^-)^{37}\text{Ar}$  reaction induced by reactor antineutrinos”. *Bull. Am. Phys. Soc. II.* 4:217.
- [11] B. PONTECORVO, 1959. “Electron and muon neutrinos”. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 37:1751.
- [12] M. SCHWARTZ, 1960. “Feasibility of using high-energy neutrinos to study the weak interactions”. *Phys. Rev. Lett.* 4:306.

- [13] G. DANBY, ET AL., 1962. “Observation of high-energy neutrino reactions and the existence of two kinds of neutrinos”. *Phys. Rev. Lett.* 9:36.
- [14] M. KOBAYASHI, T. MASKAWA, 1972. “CP violation in the renormalizable theory of weak interaction”. *Prog. Theor. Phys.* 49:652.
- [15] M. L. PERL, ET AL., 1975. “Evidence for anomalous lepton production in  $e^+e^-$  annihilation”. *Phys. Rev. Lett.* 35:1489.
- [16] G. S. ABRAMS, ET AL., 1989. “Measurement of Z boson resonance parameters in  $e^+e^-$  annihilation”. *Phys. Rev. Lett.* 63:2173.
- [17] D. DECAMP, ET AL. (ALEPH), 1989. “Determination of the number of light neutrino species”. *Phys. Lett.* 231:519.
- [18] K. KODAMA, ET AL. (DONUT), 2001. “Observation of tau neutrino interactions”. *Phys. Lett. B* 504:218. hep-ex/0012035.
- [19] S. M. BILENKY, S. T. PETCOV, 1987. “Massive neutrinos and neutrino oscillations”. *Rev. Mod. Phys.* 59:671. (Erratum-ibid. 61:169, 1989).
- [20] T. K. KUO, J. PANTALEONE, 1989. “Neutrino oscillations in matter”. *Rev. Mod. Phys.* 61:937.
- [21] M. GELL-MANN, A. PAIS, 1955. “Behavior of neutral particles under charge conjugation”. *Phys. Rev.* 97:1387.
- [22] B. PONTECORVO, 1957. “Mesonium and anti-mesonium”. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 33:549.
- [23] Z. MAKI, ET AL., 1962. “Remarks on the unified model of elementary particles”. *Prog. Theor. Phys.* 28:870.
- [24] V. GRIBOV, B. PONTECORVO, 1969. “Neutrino astronomy and lepton charge”. *Phys. Lett.* 28B:493.
- [25] B. PONTECORVO, 1971. “Heavy lepton and neutrino astronomy”. *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 13:281.
- [26] H. A. BETHE, 1939. “Energy production in stars”. *Phys. Rev.* 55:434.
- [27] J. BAHCALL, ET AL., 1968. “Present status of the theoretical predictions for the  $^{36}\text{Cl}$  solar neutrino experiment”. *Phys. Rev. Lett.* 20:1209.

- [28] R. DAVIS, JR., ET AL., 1968. “Search for neutrinos from the sun”. *Phys. Rev. Lett.* 20:1205.
- [29] S. P. MIKHEYEV, A. Y. SMIRNOV, 1985. “Resonance amplification of oscillations in matter and spectroscopy of solar neutrinos”. *Yad. Fiz.* 42:1441.
- [30] K. S. HIRATA, ET AL. (Kamiokande-II), 1989. “Observation of  $^8\text{B}$  solar neutrinos in the Kamiokande-II detector”. *Phys. Rev. Lett.* 63:16.
- [31] P. ANSELMANN, ET AL. (GALLEX), 1992. “Solar neutrinos observed by GALLEX at Gran Sasso”. *Phys. Lett. B* 285:376.
- [32] D. N. ABDURASHITOV, ET AL., 1994. “Results from SAGE”. *Phys. Lett. B* 328:234.
- [33] Q. R. AHMAD, ET AL. (SNO), 2002. “Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory”. *Phys. Rev. Lett.* 89:011301.
- [34] C. V. ACHAR, ET AL., 1965. “Detection of muons produced by cosmic rays neutrinos deep underground”. *Phys. Lett.* 18:196.
- [35] F. REINES, ET AL., 1965. “Evidence for high-energy cosmic ray neutrino interactions”. *Phys. Rev. Lett.* 15:429.
- [36] T. J. HAINES, ET AL., 1986. “Calculation of atmospheric neutrino induced backgrounds in a nucleon decay search”. *Phys. Rev. Lett.* 57:1986.
- [37] K. S. HIRATA, ET AL. (Kamiokande-II), 1988. “Experimental study of the atmospheric neutrino flux”. *Phys. Lett. B* 205:416.
- [38] W. W. M. ALLISON, ET AL., 1997. “Measurement of the atmospheric neutrino flavor composition in SOUDAN-2”. *Phys. Lett. B* 391:491. hep-ex/9611007.
- [39] Y. FUKUDA, ET AL. (Super-Kamiokande), 1998. “Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos”. *Phys. Rev. Lett.* 81:1562. hep-ex/9807003.
- [40] S. FUKUDA, ET AL. (Super-Kamiokande), 2000. “Tau neutrinos favored over sterile neutrinos in atmospheric muon neutrino oscillations”. *Phys. Rev. Lett.* 85:3999. hep-ex/0009001.

- [41] H. KWON, ET AL., 1981. “Search for neutrino oscillations at a fission reactor”. *Phys. Rev. D.* 24:1097.
- [42] G. ZACEK, ET AL. (CALTECH-SIN-TUM), 1986. “Neutrino oscillation experiments at the Gosgen nuclear power reactor”. *Phys. Rev. D.* 34:2621.
- [43] Y. DECLAIS, ET AL., 1995. “Search for neutrino oscillations at 15-meters, 40-meters, and 95-meters from a nuclear power reactor at Bugey”. *Nucl. Phys. B.* 432:503.
- [44] M. APOLLONIO, ET AL. (CHOOZ), 1998. “Initial results from the CHOOZ long baseline reactor neutrino oscillation experiment”. *Phys. Lett. B* 420:397. hep-ex/9711002.
- [45] F. BOEHM, ET AL., 2000. “Search for neutrino oscillations at the Palo Verde nuclear reactors”. *Phys. Rev. Lett.* 84:3764. hep-ex/9912050.
- [46] K. EGUCHI, ET AL. (KamLAND), 2003. “First results from KamLAND: Evidence for reactor anti-neutrino disappearance”. *Phys. Rev. Lett.* 90:021802. hep-ex/0212021.
- [47] C. ATHANASSOPOULOS, ET AL. (LSND), 1995. “Candidate events in a search for  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  oscillations”. *Phys. Rev. Lett.* 75:2650. nucl-ex/9504002.
- [48] S. H. AHN, ET AL. (K2K), 2001. “Detection of accelerator produced neutrinos at a distance of 250-km”. *Phys. Lett. B* 511:178. hep-ex/0103001.
- [49] E. MAJORANA, 1937. “Theory of the symmetry of electrons and positrons”. *Nuovo Cim.* 14:171.
- [50] R. N. MOHAPATRA, G. SENJANOVIC, 1980. “Neutrino mass and spontaneous parity violation”. *Phys. Rev. Lett.* 44:912.
- [51] S. EIDELMAN, ET AL., 2004. “Review of particle physics. Particle Data Group”. *Phys. Lett. B* 592:1.
- [52] A. RASIN, 1997. “Diagonalization of quark mass matrices and the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa matrix” hep-ph/9708216.
- [53] A. BERNARDINI, S. D. LEO, 2004. “Dirac spinors and flavor oscillations”. *Eur. Phys. J. C* 37:471. hep-ph/0411153.

- [54] M. C. GONZALEZ-GARCIA, Y. NIR, 2003. “Neutrino masses and mixing: Evidence and implications”. *Rev. Mod. Phys.* 75:345. hep-ph/0202058.
- [55] M. FREUND, 2001. “Analytic approximations for three neutrino oscillation parameters and probabilities in matter”. *Phys. Rev. D.* 64:053003. hep-ph/0103300.
- [56] V. BARGER, ET AL., 2002. “Breaking eight-fold degeneracies in neutrino CP violation, mixing and mass hierarchy”. *Phys. Rev. D.* 65:073023. hep-ph/0112119.
- [57] A. DZIEWONSKY, D. ANDERSON, 1981. “Preliminary Reference Earth Model”. *Phys. Earth Planet. Inter.* 25:297.
- [58] M. C. GONZALEZ-GARCIA, C. PENA-GARAY, 2004. “Status of global analysis of neutrino oscillation data”. 5th Workshop on ‘Neutrino Oscillations and their Origin’, Tokio, Japón. hep-ph/0406056.
- [59] A. CERVERA, ET AL., 2000. “Golden measurements at a neutrino factory”. *Nucl. Phys. B.* 579:17. (Erratum-ibid. B593:731, 2001), hep-ph/0002108.
- [60] A. M. GAGO, J. JONES PÉREZ, 2002. “Discusión sobre las degeneraciones vinculadas a los parámetros de oscilación de neutrinos”. VI Simposio Nacional de Estudiantes de Física, Callao, Perú.
- [61] P. HUBER, W. WINTER, 2003. “Neutrino factories and the ‘magic’ baseline”. *Phys. Rev. D.* 68:037301. hep-ph/0301257.
- [62] H. MINAKATA, H. NUNOKAWA, 2001. “Exploring neutrino mixing with low energy superbeams”. *JHEP* 0110:001. hep-ph/0108085.
- [63] E. ABLES, ET AL. (MINOS), 1995. “P-875: A long baseline neutrino oscillation experiment at Fermilab” FERMILAB-PROPOSAL-0875.
- [64] M. GULER, ET AL. (OPERA), 2000. “OPERA: An appearance experiment to search for  $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$  oscillations in the CNGS beam. Experimental proposal.” CERN-SPSC-2000-028, CERN-SPSC-P-318, LNGS-P25-00.
- [65] V. BARGER, ET AL., 2000. “Determination of the pattern of neutrino masses at a neutrino factory”. *Phys. Lett. B* 485:379. hep-ph/0004208.

- [66] P. LIPARI, 2000. “Matter effects in long baseline experiments, the flavor content of the heaviest (or lightest) neutrino and the sign of  $\delta m^2$ ”. *Phys. Rev. D.* *61*:113004. hep-ph/9903481.
- [67] M. NARAYAN, S. U. SANKAR, 2001. “Determining the sign of  $\Delta_{31}$  at long baseline neutrino experiments”. *Mod. Phys. Lett. A.* *16*:1881. hep-ph/0011297.
- [68] A. DONINI, ET AL., 2002. “The silver channel at the neutrino factory”. *Nucl. Phys. B.* *646*:321. hep-ph/0206034.
- [69] J. BURGUET-CASTELL, ET AL., 2002. “Superbeams plus neutrino factory: The golden path to leptonic CP violation”. *Nucl. Phys. B.* *646*:301. hep-ph/0207080.
- [70] J. BURGUET-CASTELL, ET AL., 2001. “On the measurement of leptonic CP violation”. *Nucl. Phys. B.* *608*:301. hep-ph/0103258.
- [71] M. ISHITSUKA, ET AL., 2005. “Resolving neutrino mass hierarchy and CP degeneracy by two identical detectors with different baselines” hep-ph/0504026.
- [72] V. BARGER, ET AL., 2002. “Off-axis beams and detector clusters: Resolving neutrino parameter degeneracies”. *Phys. Rev. D.* *66*:053007. hep-ph/0206038.
- [73] P. HUBER, ET AL., 2005. “Resolving parameter degeneracies in long-baseline experiments by atmospheric neutrino data”. *Phys. Rev. D.* *71*:053006. hep-ph/0501037.
- [74] P. ZUCHELLI, 2002. “A novel concept for a  $\bar{\nu}_e/\nu_e$  neutrino factory: The Beta-Beam”. *Phys. Lett. B* *532*:166.
- [75] A. DONINI, ET AL., 2004. “Clone flow analysis for a theory inspired neutrino experiment planning”. *JHEP* *0406*:011. hep-ph/0312072.
- [76] A. M. GAGO, J. JONES PÉREZ, 2003. “Resolviendo las degeneraciones de los parámetros de oscilación de neutrinos en futuros aceleradores”. XIV Simposio Peruano de Física, Trujillo, Perú.

- [77] A. M. GAGO, J. JONES PÉREZ, 2003. “Resolviendo las degeneraciones de los parámetros de oscilación de neutrinos: Un análisis realista en el contexto de fábricas de neutrinos”. VII Simposio Nacional de Estudiantes de Física, Lima, Perú.
- [78] S. GEER, 1998. “Neutrino beams from muon storage rings: Characteristics and physics potential”. *Phys. Rev. D.* 57:6989. (Erratum-ibid. D59:039903, 1999), hep-ph/9712290.
- [79] D. AUTIERO, ET AL., 2004. “The synergy of the golden and silver channels at the neutrino factory”. *Eur. Phys. J. C*33:243. hep-ph/0305185.
- [80] P. HUBER, ET AL., 2002. “Superbeams versus neutrino factories”. *Nucl. Phys. B.* 45:3. hep-ph/0204352.
- [81] A. M. GAGO, J. JONES PÉREZ, 2004. “Degeneracies in the measurement of neutrino oscillation parameters: Problem and solution in neutrino factories”. V Simposio Latinoamericano de Física de Altas Energías, Lima, Perú.
- [82] A. M. GAGO, J. JONES PÉREZ, 2004. “Neutrino factories and the degeneracies in the measurement of neutrino oscillation parameters”. Latin American Workshop on Fundamental Interactions, Buenos Aires, Argentina.
- [83] D. GRIFFITHS, 1987. *Introduction to Elementary Particles*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 392 págs.
- [84] F. HALZEN, A. D. MARTIN, 1984. *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 396 págs.
- [85] T. K. GAISSER, 1990. *Cosmic Rays and Particle Physics*. Cambridge University Press, Cambridge, 279 págs.
- [86] A. M. GAGO, ET AL., 2001. “On the quest for the dynamics of  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$  conversion”. *Phys. Rev. D.* 63:113013. hep-ph/0010092.
- [87] I. M. PAPADOPOULOS, 2000. “Limit on the muon beam divergence at a  $\nu$  factory”. *Nucl. Instrum. Meth. A.* 451:138.
- [88] G. C. BARBARINO, ET AL., 1996. “NOE: Atmospheric and long baseline neutrino oscillation experiment”. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 48:204.

- [89] M. APPOLONIO, ET AL., 2002. “Oscillation physics with a neutrino factory” CERN-TH-2002-208, hep-ph/0210192.
- [90] P. R. BEVINGTON, D. K. ROBINSON, 1992. Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences. McGraw-Hill, New York, segunda edición, 328 págs.
- [91] A. M. GAGO, J. JONES PÉREZ, 2005. “Limits for solving the  $\theta_{23}$  degeneracy at neutrino factories”. Phenomenology 2005 Symposium (Pheno 05), Wisconsin, Estados Unidos.



# APÉNDICE A

## CARACTERÍSTICAS DE LOS

## NEUTRINOS

El hablar sobre la masa de un autoestado de sabor de neutrino no es una cuestión trivial, ya que los autoestados de sabor,  $\nu_\alpha$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ), son superposiciones de autoestados de masa,  $\nu_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), con un valor de masa definido. No obstante, la medición de las características de los neutrinos se realiza mediante interacciones en la base de sabor, por lo cual es necesario determinar la relación entre las masas definidas por los  $\nu_i$  y las masas efectivas de los  $\nu_\alpha$ .

El asignar un valor fijo para las masas efectivas de los  $\nu_\alpha$  dependerá de los respectivos ángulos de mezcla. Los valores reportados a continuación corresponden a una masa efectiva,  $m_{\nu_\alpha}^2$ , definida según [51]:

$$m_{\nu_\alpha}^2 = \sum_i |U_{\alpha i}|^2 m_{\nu_i}^2, \quad (\text{A.1})$$

donde  $U_{\alpha i}$  corresponde a un elemento de la matriz de mezcla  $U$ , y  $m_{\nu_i}$  es la masa de  $\nu_i$ . La determinación de los valores de las masas se debe a una serie de análisis cinemáticos realizados en el decaimiento de partículas.

## A.1. Neutrino Electrón ( $\nu_e$ )

**Masa:** La masa de  $\nu_e$  ha sido medida a través del análisis del decaimiento  $\beta$  de tritio. Actualmente, con un nivel de certeza de 95 %, se tiene el límite  $m_{\nu_e} < 3$  eV.

**Carga:** Existen estudios astrofísicos que intentan medir una posible carga del  $\nu_e$ . Los estudios mas recientes, involucrando la luminosidad de gigantes rojas, indican una carga menor a  $2 \times 10^{-14}e$ , donde  $e$  es la carga del electrón.

**Tiempo de Vida Media por Unidad de Masa:** El valor medido mediante experimentos con neutrinos solares es mayor a  $7 \times 10^9$  s eV<sup>-1</sup>. Por otro lado, experimentos con neutrinos de reactores indican un valor mayor a 300 s eV<sup>-1</sup>, con un nivel de certeza de 90 %.

**Momento Magnético:** El modelo estándar, extendido para incluir neutrinos masivos, predice, asumiendo una masa menor a 3 eV, un momento magnético menor a  $1 \times 10^{-18} \mu_B$ , donde  $\mu_B$  es el magnetón de Bohr. Los experimentos actuales no son capaces de medir esta cantidad. Estudios realizados con  $\bar{\nu}_e$  de reactores indican que su momento magnético es menor a  $1 \times 10^{-10} \mu_B$ , con un nivel de certeza de 90 %.

## A.2. Neutrino Muón ( $\nu_\mu$ )

**Masa:** Experimentos analizando la masa de  $\pi^\pm$  junto con el momentum del  $\mu$  emitido durante el decaimiento de  $\pi^+$  indican el siguiente límite:  $m_{\nu_\mu} < 0.19$  MeV, con un nivel de certeza de 90 %.

**Carga:** El estudio de la carga del  $\nu_\mu$  se ha realizado en el mismo contexto que en el caso del  $\nu_e$ , dando el mismo resultado, es decir, una carga menor a  $2 \times 10^{-14}e$ .

**Tiempo de Vida Media por Unidad de Masa:** El acelerador de LAMPF ha realizado estudios de la vida media por unidad de masa de  $\nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu$ . El valor medido es mayor a 15.4 s eV<sup>-1</sup>, con un nivel de certeza de 90 %. Se ha asumido en este resultado que el neutrino es una partícula tipo Dirac.

**Momento Magnético:** El modelo estándar extendido indica que el valor del momento magnético del  $\nu_\mu$  debe ser menor a  $6 \times 10^{-14} \mu_B$ . El valor actual, medido en LSND con un nivel de certeza de 90 %, es  $6.8 \times 10^{-10} \mu_B$ .

### A.3. Neutrino Tau ( $\nu_\tau$ )

**Masa:** Estudios basados en la cinemática del decaimiento del  $\tau$  indican que  $m_{\nu_\tau} < 18.2$  MeV, con un nivel de certeza de 95 %.

**Carga:** De la misma forma que con  $\nu_e$  y  $\nu_\mu$ , se tiene un valor menor a  $2 \times 10^{-14} e$ .

**Tiempo de Vida Media por Unidad de Masa:** Estudios realizados en 1995, basados en observaciones de la supernova SN 1987A, indican un valor mayor a  $1 \times 10^{14}$  s eV<sup>-1</sup>.

**Momento Magnético:** El modelo estándar extendido indica que el valor del momento magnético del  $\nu_\tau$  debe ser menor a  $6 \times 10^{-12} \mu_B$ . El valor actual, medido en DONUT con un nivel de certeza de 90 %, es  $3.9 \times 10^{-7} \mu_B$ .