

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



PONTIFICIA
**UNIVERSIDAD
CATÓLICA**
DEL PERÚ

**Diseño e Implementación de un Módulo Educativo para el
control del Sistema Bola y Varilla.**

Tesis para la optar el título de Ingeniero Electrónico, que presentan los
bachilleres:

Pavel Meneses Morales
Henry Daniel Zafra Siancas

ASESOR: M.Sc. Ing. Julio Cesar Tafur Sotelo

Lima, Julio de 2013

RESUMEN

En la presente tesis se realizó el diseño e implementación de un módulo educativo para el control del sistema bola-varilla, el cual podrá ser utilizado como material de enseñanza por las especialidades que cuenten en su plan de estudios con cursos de control. Así mismo, será útil para la enseñanza de la parte experimental en cursos de pre-grado a través de este sistema no lineal e inestable.

El sistema bola-varilla consta de: dos sensores infrarrojos de proximidad; el primero, mide la distancia del desplazamiento de la bola sobre la varilla; el segundo, mide el ángulo y la posición de giro de la varilla. El actuador es un motor DC. La implementación del algoritmo de control se realiza mediante la tarjeta de procesamiento de señal DSPACE1102, la cual permite una ejecución del algoritmo mediante el uso de SIMULINK Real-Time Workshop. El algoritmo del sistema cuenta con un doble lazo: interno y externo; el primero se encarga de controlar el torque que brindará el motor para poder mover la varilla; el segundo, controla el sentido de giro del motor. La parte mecánica del sistema fue diseñada en el software de diseño CAD en 3D – SolidWork e implementada con aluminio y acrílico.

El diseño del controlador y la evaluación de parámetros se desarrollaron en el programa de simulación SIMULINK desde MATLAB. Por otro lado, se utilizó la plataforma del programa SIMULINK Real-Time Workshop para las pruebas en tiempo real del sistema bola-varilla, donde se logró sintonizar los parámetros de los controladores de acuerdo a las características reales del sistema; ello permitió cumplir el principal objetivo de la tesis: el control del sistema bola-varilla en tiempo real.

Finalmente, luego de realizar el diseño, simulación e implementación de los controladores (compensadores) se logró una respuesta adecuada con un $OS\% < 5\%$ y un $T_s < 3$ segundos, ambas requisitos son los planteados para el control del sistema bola-varilla.

INDICE

INTRODUCCIÓN	-1-
CAPÍTULO 1: Problemática y motivo de investigación	-2-
1.1 Problemática a resolver	-2-
1.1.1 Planteamiento del marco problemático	-2-
1.1.2 Declaración del marco problemático	-3-
1.2 Justificación	-4-
1.3 Estado de arte	-5-
1.3.1 Presentación y desarrollo del tema	-8-
1.3.2 Conceptos generales	-9-
1.3.3 Modelo Teórico	-13-
1.3.4 Definiciones Operativas	-14-
1.4 Objetivos	-15-
1.4.1 Objetivo General	-15-
1.4.2 Objetivos Específicos	-16-
CAPÍTULO 2: Marco teórico	-17-
2.1 Variedad de controladores utilizados para el sistema	-17-
2.1.1 Control difuso	-17-
2.1.2 Control PID	-19-
2.1.3 Diseño mediante ubicación de polos	-22-
2.1.4 Compensación del sistema	-26-
2.2 Equipos de instrumentación	-31-
2.2.1 Motor DC en sistemas de control	-31-
2.2.2 Sensor infrarrojo GP2D12	-33-
2.2.3 Encoder incremental	-36-
2.2.4 Tarjeta de procesamiento de señal DSPACE1102	-37-
2.3 Ventajas del tipo de controlador elegido	-40-
CAPITULO 3: Diseño e implementación del sistema	-41-
3.1 Desarrollo del modelo: Sistema bola-varilla	-41-
3.2 Parámetros de motor DC con imán permanente	-46-
3.2.1 Determinar Resistencia e Inductancia - R_a y L_a	-47-
3.2.2 Determinar Constante Electromotriz - K_b	-48-
3.2.3 Constante de Torque - K_t	-49-

3.2.4	Determinar Coeficiente de fricción – B	-50-
3.2.5	Determinar momento de inercia - J_m	-51-
3.3	Sensor Infrarrojo	-53-
3.4	Diseño y simulación del algoritmo de control	-57-
3.4.1	Requerimientos del sistema Bola-Varilla	-57-
3.4.2	Diseño de los controladores	-58-
3.5	Diseño mecánico del módulo	-68-
3.6	Electrónica de control	-71-
CAPITULO 4: Pruebas y resultados		-74-
4.1	Pruebas experimentales y simulaciones del sistema	-74-
4.2	Resultados y alcances del sistema	-87-
4.3	Presupuesto para implementación de sistema bola	-90-
CONCLUSIONES		-92-
RECOMENDACIONES		-93-
BIBLIOGRAFÍA		-94-
ANEXOS		-96-

INTRODUCCIÓN

El sistema en equilibrio de bola y varilla, ejemplo clásico de los sistemas de control realimentados, consiste en mantener la bola en el centro de la varilla luego de que sea colocada en cualquier posición sobre dicha varilla, lo que produce inestabilidad en el sistema. La bola debe retomar su estado de equilibrio; es decir, regresar a la posición central de la varilla, después de que el sistema sea alterado por el desplazamiento de la bola. El encargado de realizar el giro de la varilla es el motor DC, comandado por el controlador del sistema de acuerdo a las características del sistema y los equipos de adquisición de datos en tiempo real.

El trabajo de tesis consiste en diseñar e implementar un módulo completamente controlado del sistema mencionado, partiendo de los conocimientos de la teoría de control clásico y de diseño mecánico, eléctrico, electrónico (mecatrónico). Por otro lado, para el desarrollo del diseño y la simulación del sistema de control se utilizó el entorno MATLAB y SIMULINK. Así mismo, la implementación se realizó sobre el entorno SIMULINK Real-Time Workshop, haciendo uso del hardware de la tarjeta de procesamiento de señal DSPACE1102, y de la parte mecánica y electrónica del sistema. Adicionalmente, se pretende que el módulo implementado sea de bajo costo en comparación a los módulos existentes en el mercado.

El sistema ha sido implementado con el soporte del CETAM y será utilizado por los alumnos de las diversas especialidades de la PUCP para la enseñanza de control de sistemas inestables. Con este modelo los alumnos podrán aprender a controlar de forma práctica un sistema de control inestable y no lineal, logrando que sean capaces de corroborar todo el marco teórico estudiado en los cursos de control de las especialidades de Ingeniería Electrónica, Ingeniería Mecatrónica e Ingeniería Mecánica.

CAPÍTULO 1: PROBLEMÁTICA Y MOTIVO DE INVESTIGACIÓN

1.1 Problemática a resolver

El sistema de control de equilibrio de la bola y varilla es un módulo educativo y de experimentación que permite un ensayo práctico sobre el control de un sistema no lineal e inestable en tiempo real.

Este estudio nos revela que existen múltiples formas de controlar este sistema, cada una de ellas con una característica particular. En la actualidad este módulo ya ha sido implementado por empresas dedicadas al ámbito educativo, quienes los venden a universidades e institutos para poder utilizarlos como experiencias en los laboratorios de control y así poder aplicar la teoría de control a estos sistemas no lineales e inestables.

Uno de nuestros objetivos es implementar el sistema de tal manera que resulte económico en comparación con los existentes en el mercado. Por otro lado, el desarrollo de la ingeniería de control para el sistema podrá ser consultado a través del presente estudio, el cual cuenta con una explicación dinámica y entendible sobre el tema. Además se cuenta con un anexo sobre el manual de funcionamiento de la tarjeta y el software de procesamiento de señal DSPACE1102, cuya difusión incentivará la investigación de nuevos sistemas de control desarrollados bajo esta plataforma.

1.1.1 Planteamiento de Marco Problemático

Hechos	Descripción o causa
Elección de la mejor forma de controlar el sistema	Es el punto de partida del análisis; ya que, se deberá seleccionar el controlador adecuado que se ajuste a los requerimientos del sistema.
Operación del sistema limitado debido a linealización del modelo	El sistema será modelado matemáticamente para encontrar las variables a controlar; se asume criterios matemáticos como condiciones iniciales y aproximaciones, lo cual establece límites para el sistema.
Limitaciones del Hardware	Con la finalidad de implementar un módulo económico, se utilizará componentes de nuestro

	<p>medio local; por lo tanto, se tendrá algunas limitaciones con respecto al hardware de otros módulos ya existentes en el mercado, que en algunos casos, cuentan con menor tasa de error, mayor resolución por parte de sus sensores, mayor robustez con respecto a la alimentación (voltaje), entre otras características.</p>
Limitaciones de Software	<p>Durante la simulación del sistema en Simulink desde Matlab, no asegura que en el momento de implementar el sistema sobre el entorno Simulink Real-Time Workshop, este funcione sin ningún inconveniente. Por lo cual se necesitará hacer ajustes de sintonización en los controladores, esto debido a que el software no está expuesto a las perturbaciones del ambiente real sea el caso del ruido, temperatura, humedad, etc.</p>

1.1.2 Declaración del marco problemático

En la actualidad, la presencia de sistemas de control inestable tiene una gran variedad de aplicaciones en los procesos industriales y tecnológicos; por lo que, es necesario el desarrollo de herramientas de control que modelen esta situación.

Estas herramientas, en la actualidad no están muy difundidas en nuestro medio, ya sea por sus elevados costos y/o simplemente por desconocimiento de su existencia. Así mismo, se suma la existencia de una gran cantidad de grupos de investigación y desarrollo, así como entidades dedicadas a la enseñanza de control y automatización en el Perú. Ambos, tienen el problema de carecer de módulos de experimentación adecuados en sus laboratorios de control; puesto que, estos módulos utilizan partes mecánicas y elementos electrónicos de última generación lo cual contribuye a sus elevados costos.

Ante ello, surge la necesidad de diseñar e implementar módulos que sean económicos y cumplan con características de funcionalidad similares para poder lograr un entrenamiento en estos procesos.

1.2 Justificación

Teórico Académica:

Diseñar un sistema de control, que en un futuro pueda mejorar para desarrollar un prototipo que, luego de consecutivas pruebas experimentales, llegue a ser un prototipo comercial. La tesis pretende sentar bases y dar un aporte en el desarrollo de los equipos didácticos del laboratorio para la enseñanza de control.

Por otro lado, la implementación del tema de la tesis fomentará la investigación de temas relacionados a sistemas de control, tomando como base la documentación sobre el hardware y el software desarrollados durante la elaboración de la tesis.

Realidad:

En nuestro país; estos módulos educativos son escasos tanto en la mayoría de instituciones que imparten la enseñanza de teoría de control y automatización como en cursos de pre-grado y maestrías. Por ello, existe la necesidad de implementarlos de manera que se encuentren al alcance de los estudiantes de ingeniería de nuestro medio. De tal forma, dicho estudiantes no sean ajenos de contar con esta herramienta, la cual los ayudará a tener una mejor comprensión de todo lo aprendido en lo que respecta a la teoría de control.

Personal:

Se considera que este módulo a diseñar e implementar, será de gran ayuda para el desarrollo de los conocimientos de la teoría de control de sistemas lineales, no lineales e inestables. En el caso de los sistemas inestables, debido a que estos son peligrosos y no pueden ser llevados al laboratorio. Así mismo, es importante contar con una plataforma capaz de familiarizar a los estudiantes de ingeniería de control con estos procesos, sin ningún riesgo.

1.3 Estado del arte

El sistema de bola y varilla se ha construido previamente por muchas organizaciones educativas como universidades e institutos tecnológicos, y por empresas dedicadas al ámbito de la educación. A continuación, una breve revisión de los trabajos ya realizados.

- A. Quanser (2006) – “Estación de trabajo bola y varilla”¹:** Proveedor de sistemas robóticos y mecatrónicos, que cuenta entre sus productos, un módulo perteneciente al grupo de desafío giratorio, el cual es comercializado a través de su página web como se muestra en la Fig. 1.3.1. El módulo de bola y varilla consiste de un sensor de posición, para la bola, hecho por cables resistivos que tiene por salida un voltaje proporcional a la distancia recorrida por la bola a lo largo de la varilla y un servomotor de corriente continua con caja reductora y engranajes. El sistema podría ser controlado por un controlador PD en tiempo real.

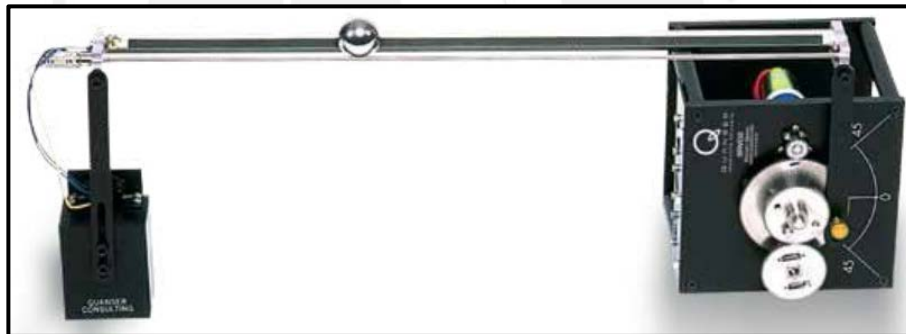


Fig. 1.3.1: Modelo comercial “Estación de trabajo bola y varilla”

- B. Lieberman (2004) - “A Robotic Ball Balancing Beam”^[1]:** Construyó el sistema que se muestra en la Fig.1.3.2. El sistema bola y varilla utiliza un sensor de posición de alambre resistivo el cual mide la distancia de la bola sobre la varilla y el segundo sensor que mide el ángulo de giro de la varilla, el actuador es un motor con caja reductora. El controlado utilizado es por un compensador en atraso.

¹ Ball and Beam Module
Quanser Academy. Consulta: 10 febrero 2013
<http://www.quanser.com/english/html/products/fs_product_challenge.asp?lang_code=english&pcat_code=exp-rot&prod_code=R2-ballbeam>

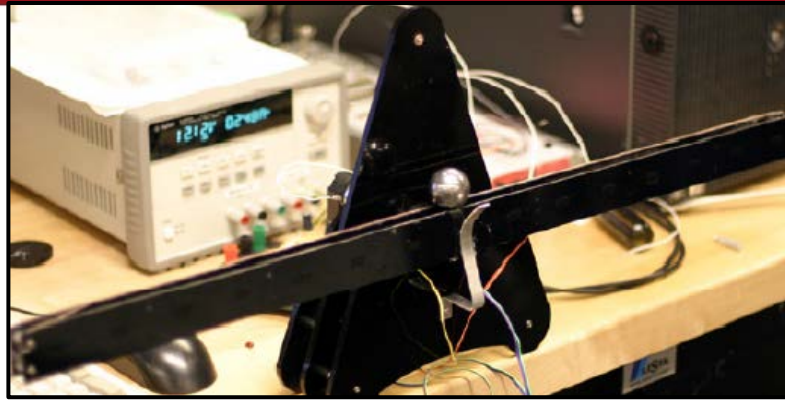


Fig. 1.3.2: “A robotic ball balancing beam” – Lieberman

C. Situm y Petric – “A pneumatically actuated ball and beam system”^[2]:

Diseñaron un módulo bola y varilla el cual se distingue por emplear un actuador neumático en lugar de utilizar un motor eléctrico. Utiliza controladores PD, más un regulador cuadrático lineal para los dos lazos de control que posee el sistema. La Fig. 1.3.3 muestra el diagrama esquemático del sistema.

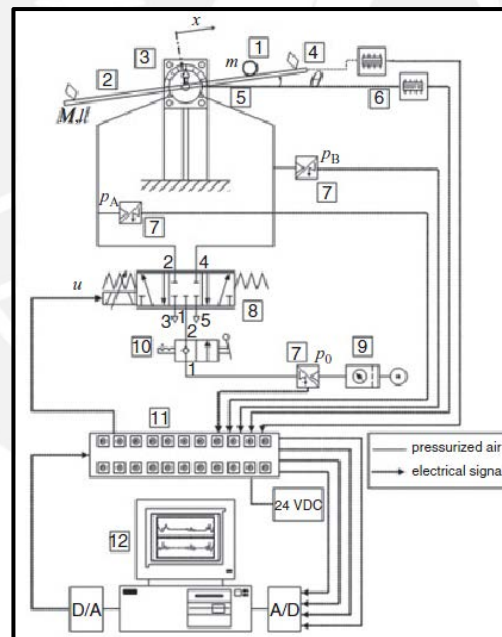


Fig. 1.3.3: Diseño mecánico de Universidad de Zagreb

D. Wen – “Nonlinear PD regulation for ball and beam system”^[3]:

Diseña el sistema bola y varilla con la variante en el módulo, pues este utiliza al actuador (motor dc) en un extremo de la barra y además el eje de rotación de la barra se encuentra al otro extremo de la barra. Se utiliza dos controladores PD para el control del sistema, estos son aplicados de dos maneras en los lazos de control tanto en serie como en paralelo. A continuación se muestra la implementación realizada en la Fig. 1.3.4.

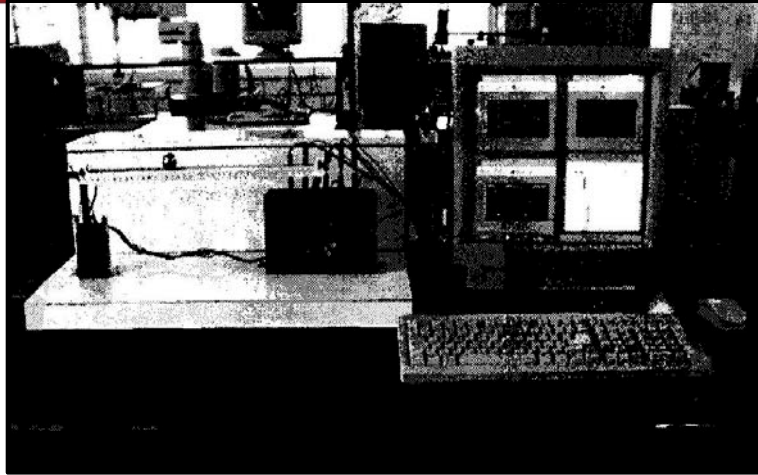


Fig. 1.3.4: Diseño del sistema bola-varilla de Wen Yu

- E. **Rosales – “A ball and beam Project kit”^[4]**: Desarrolló un módulo del sistema bola y varilla como parte de la clase de sistemas realimentados en el MIT, con la finalidad de que los alumnos puedan realizar el control y las mejoras necesarias en la planta. Posee dos lazos uno interno, para controlar al motor DC; y otro externo, para controlar a la bola. Utilizo dos controladores en adelanto, uno en cada lazo. Se muestra la Fig. 1.3.5 donde se muestra el sistema implementado.

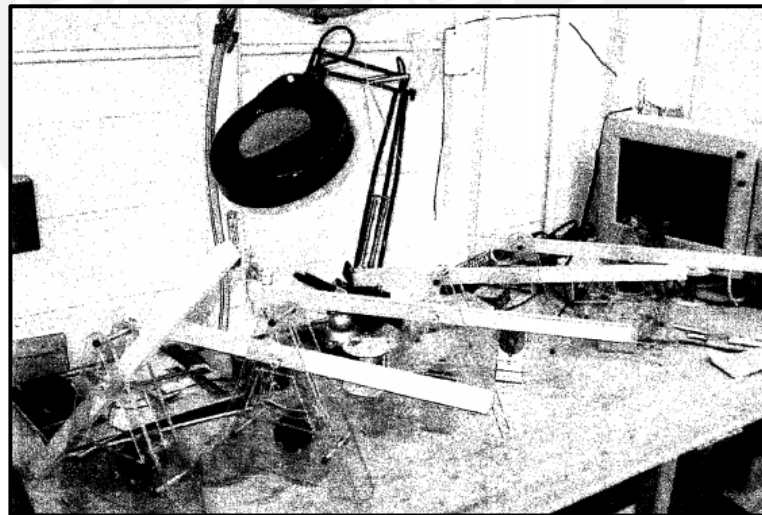


Fig. 1.3.5: Diseño del sistema bola-varilla de Rosales

1.3.1 Presentación y desarrollo del tema:

De acuerdo al estado de investigación y propuestas tecnológicas que se han desarrollado en relación a los controladores usados en la implementación de sistemas no lineales e inestables, se ha podido observar que la mayoría de los controladores industriales que se usan hoy en día utilizan esquemas de control PID o PID modificado; por lo tanto, es conveniente desarrollar prácticas que involucren su uso y aplicación de manera real.

En nuestro caso, el sistema bola varilla involucrará el uso del compensador en adelanto para el lazo interno y externo, este nos permitirá tener un control con mayor precisión, exactitud y rapidez, características que nuestro sistema tiene como requerimientos.

En cuanto a la implementación, se utilizó la tarjeta de procesamiento de señal DSPACE1102, cuyo entorno de desarrollo está basado en el SIMULINK de MATLAB, pero con librerías nuevas que permita el ingreso de información en tiempo real. Este equipo se encuentra instalado en el laboratorio del CETAM.

Por tanto, la presente tesis diseñará e implementará el sistema de control bola y varilla, que tiene una finalidad principalmente educativa y servirá de base para la investigación de nuevos sistemas de control.

1.3.2 Conceptos generales ^[1]

MÓDULO EDUCATIVO	Definición: Pieza o conjunto unitario de piezas que se repiten en una construcción de cualquier tipo, para hacerla más fácil, regular y económica; la cual educa o sirve para educar (RAE).	
	Definición: Combinación de componentes que actúan juntos y realizan un objetivo determinado, no necesariamente limitado a los sistemas físicos. El concepto de sistema se puede aplicar también a fenómenos abstractos y dinámicos. (Ogata: 2003)	
	Actuador	Definición: Elementos que pueden provocar un efecto sobre un proceso automatizado. Son dispositivos que generan una fuerza a partir de un tipo de energía. El actuador recibe la orden de un regulador o controlador y da una salida necesaria para activar a un elemento final de control. Existen tres tipos de actuadores: Hidráulicos, neumáticos y eléctricos. (Ogata: 2003)
	Controlador	Definición: Mecanismo que compara el valor real de la salida de una planta con la entrada de referencia (valor deseado), determina la desviación y produce una señal de control que reduce la desviación a cero o a un valor aproximado. (Ogata: 2003)
	Sensor	Definición: Dispositivo que convierte la variable de salida en otra variable manejable - como un desplazamiento, una presión o un voltaje - que puede usarse para comparar la salida con la señal de entrada de referencia. (Ogata: 2003)
	Planta	Definición: Parte de un equipo, tal vez un conjunto de los elementos de una máquina que funcionan juntos, cuyo objetivo es efectuar una operación particular o, también, cualquier objeto físico que se va a controlar. (Ogata: 2003)

CONTROL	Definición: Regulación, manual o automática, sobre un sistema. (RAE)	
	Diagrama de bloques	Definición: Representación gráfica de los funciones que lleva a cabo cada componente y el flujo de señales. Muestran las relaciones existentes entre los diversos componentes. A diferencia de una representación matemática puramente abstracta, un diagrama de bloques tiene la ventaja de indicar de forma más realista el flujo de las señales del sistema real. (Ogata: 2003)
	Función de transferencia	Definición: La función de transferencia de un sistema descrito mediante una ecuación diferencial lineal e invariante en el tiempo, se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida y la transformada de Laplace de la entrada, bajo la suposición de que todas las condiciones iniciales son cero. (Ogata: 2003)
	Linealización	Definición: Si un sistema opera alrededor de un punto de equilibrio y si las señales involucradas son pequeñas, es posible aproximar el sistema no lineal, considerado dentro de un rango de operación limitado. (Ogata: 2003)
	Variable controlada	Definición: Cantidad o condición que se mide y controla. (Ogata: 2003)
	Variable manipulada	Definición: Cantidad o condición que el controlador modifica para afectar el valor de la variable controlada. (Ogata: 2003)
	Sistema de control lazo cerrado	Definición: Se denominan también sistemas de control realimentados. En este sistema se alimenta al controlador con la señal de error de actuación, que es la diferencia entre la señal de entrada y la señal de realimentación, con el fin de reducir el error y llevar la salida del sistema a un valor deseado. (Ogata: 2003)

PID	<p>Definición: Controlador que involucra seis modos de operación distinta. El tipo de controlador que se use debe decidirse basándose en la naturaleza de la planta y las condiciones de operación, incluyendo además consideraciones como seguridad, costo, disponibilidad, fiabilidad, precisión, peso y tamaño. (Ogata: 2003)</p>	
	<p>Tiempo de asentamiento</p>	<p>Definición: Tiempo que se requiere para que la curva de respuesta alcance un rango alrededor del valor final del tamaño especificado por el porcentaje absoluto del valor final (2% a 5%). Se relaciona con la mayor constante de tiempo del sistema de control. (Ogata: 2003)</p>
	<p>Sobre-impulso máximo</p>	<p>Definición: Máximo valor del pico de la curva de respuesta medido a partir de la unidad. Si el valor final en estado estacionario es diferente de la unidad, es frecuente utilizar el porcentaje de sobre-impulso máximo. (Ogata: 2003)</p>
	<p>Tiempo de subida</p>	<p>Definición: Tiempo requerido para que la respuesta pase del 10% al 90%, del 5% al 95% o del 0% al 100% de su valor final. (Ogata: 2003)</p>
	<p>Criterio de estabilidad de Routh</p>	<p>Definición: Nos dice si existen o no raíces inestables en una ecuación polinomial sin tener que obtenerlas en realidad. Este criterio solo se aplica a polinomios con una cantidad finita de términos. (Ogata: 2003)</p>
	<p>Sintonía de controladores PID</p>	<p>Definición: Proceso para seleccionar los parámetros del controlador que cumplan con las especificaciones de comportamiento dadas (tiempo de asentamiento, de subida, sobre-impulso, etc.). (Ogata: 2003)</p>

COMPENSACIÓN	Definición: Es el nuevo diseño o adición de un dispositivo apropiado cuyo objetivo es alterar el comportamiento del sistema para satisfacer las especificaciones deseadas. (Ogata: 2003)	
	Compensación en adelante	Definición: Produce un mejoramiento razonable en la respuesta transitoria y un cambio pequeño en la precisión en estado estable. Puede acentuar los efectos del ruido de alta frecuencia. (Ogata: 2003)
	Compensación en atraso	Definición: Produce un mejoramiento notable en la precisión en estado estable a costa de aumentar el tiempo de respuesta transitoria. Además suprime los efectos de las señales de ruido a altas frecuencias. (Ogata: 2003)
	Compensación en atraso - adelante	Definición: Combina las características de la compensación de adelante con las de la compensación de atraso. (Ogata: 2003)
	Método del lugar geométrico de las raíces	Definición: Debe su nombre al LGR de la ecuación característica del sistema en lazo cerrado conforme la ganancia varía de cero a infinito. Muestra como contribuye cada polo o cero en lazo abierto a las posiciones de los polos en lazo cerrado. (Ogata: 2003)
	Diagramas de Bode	Definición: Formada por dos gráficas: una es el logaritmo de la magnitud de una función de transferencia senoidal y la otra es el ángulo de fase. Ambos se grafican contra la frecuencia en escala logarítmica. (Ogata: 2003)

1.3.3 Modelo Teórico

Si bien es cierto que en el mercado existen equipos que desarrollan este sistema en equilibrio, la presente tesis tiene como objetivo desarrollar el sistema en un ambiente académico universitario (pre-grado) a un precio económico, haciendo uso tanto de componentes que estén a nuestro alcance como de conocimientos adquiridos en los cursos de pre-grado.

Para el desarrollo de la tesis, se consideró cinco etapas muy importantes como se puede apreciar en la Fig. 1.3.6 y que se detalla a continuación:

La **primera etapa**, corresponde a la selección de los equipos adecuados para el sistema - sensores, actuadores y elementos de control - de acuerdo a los requerimientos técnicos, además del estudio y análisis de las características y/o parámetros de los equipos. La **segunda etapa**, corresponde al diseño mecánico, para el diseño de la varilla y el acople se utilizó el software de CAD-3D SolidWork. La **tercera etapa**, es el diseño electrónico, que incluye el diseño e implementación de la tarjeta de control teniendo en cuenta los parámetros eléctricos del motor y de la tarjeta de procesamiento de señal DSPACE1102.

La **cuarta etapa**, es el diseño del sistema de control; para ello, se tiene que plantear la dinámica del movimiento de la bola a través de un diagrama de cuerpo libre de las fuerzas sobre la varilla. Luego de obtener las ecuaciones del movimiento, se obtiene la función de transferencia o espacio de estados del sistema, variables controladas y manipuladas.

En este sistema, la variable de entrada o controlada es la posición de la bola en la varilla, que es medida a través de un sensor infrarrojo y es colocado al extremo de la varilla. La salida del sensor es un voltaje proporcional a la longitud medida; este voltaje llega a la interfaz que analiza la posición exacta de la bola sobre la varilla, generando una señal que se realimenta a la entrada del lazo de control para ser analizada y así poder estabilizar tanto la varilla como la bola. La variable de salida o manipulable está determinado por el ángulo de la varilla, el cual hace que el motor DC gire de tal manera que se logre estabilizar de nuevo la varilla. Luego, se esquematiza realizando un diagrama de bloques del proceso, el cual ayudará a observar mucho mejor la relación de las variables de entrada y salida con los procesos del sistema. Una vez realizado los cálculos

matemáticos se continúa con la simulación del proceso con ayuda del software SIMULINK en MATLAB. Se analiza el rango de funcionamiento – parámetros – y se observa la variación de la salida para distintas entradas del sistema.

Finalmente, en la **quinta etapa**, se implementa el modulo físico con todas las partes del sistema para poder realizar las simulaciones en tiempo real.

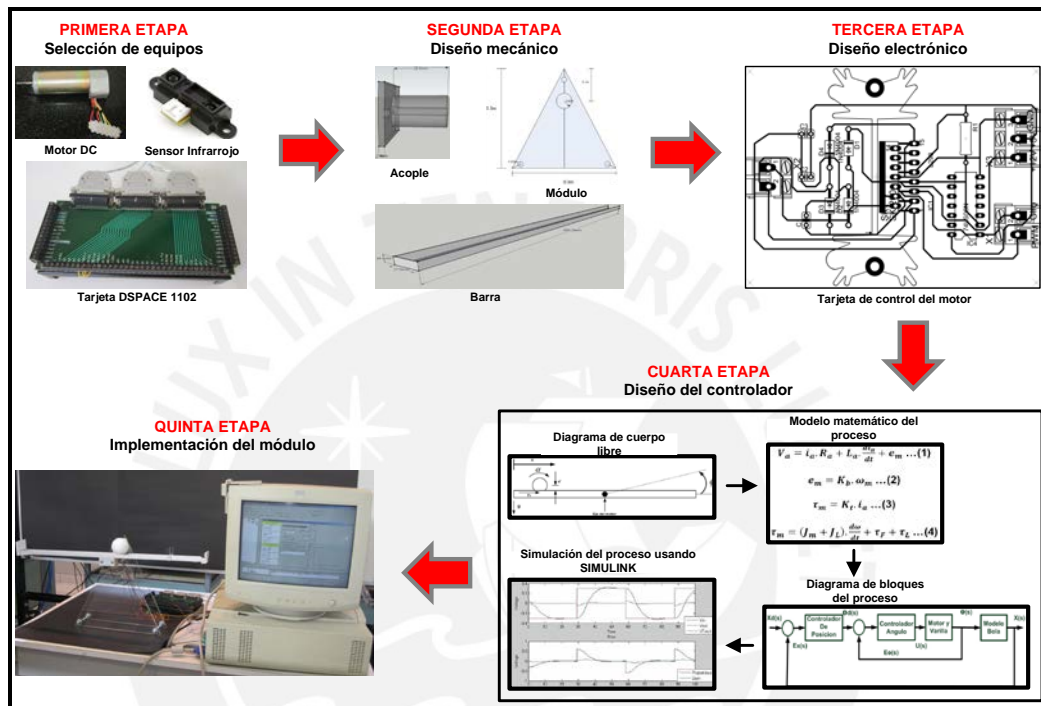


Fig. 1.3.6: Representación gráfica del modelo teórico

1.3.4 Definiciones Operativas

El buen funcionamiento del sistema en equilibrio tiene como principal gestor a los dos sensores de proximidad infrarrojo SHARP; ambos nos brindarán - mediante un modelo matemático - la ubicación de la bola sobre la varilla y el ángulo de inclinación de la varilla. Estos sensores dependen de su sensibilidad, exactitud, linealidad y resolución. El controlador al igual que los sensores poseen un porcentaje de error, el cual debe estar entre los límites admisibles propuestos como parámetros base para el diseño, de tal manera que los resultados obtenidos no se vean afectados en gran medida pues es inevitable no contar con un error.

- **Sensitividad:** Es la medida del cambio en la salida de un sensor para un cambio en la entrada (ARSHAK et al. 2004). Este parámetro afecta las

etapas de procesamiento subsecuentes y contribuye a la relación señal a ruido (SNR) total (FOWLER y SCHMALZEL: 2004).

- **Linealidad:** Expresa el grado de coincidencia entre la curva de calibración y una línea recta determinada; esta puede ser independiente, ajustada al cero, terminal, a través de los extremos o teórica (PALLÁS: 1998).
- **Exactitud:** Es la cualidad que caracteriza la capacidad de un instrumento de medida de dar indicaciones que se aproximen al verdadero valor de la magnitud medida. El valor “exacto” es el que se obtendría si la magnitud se midiera con un método “ejemplar”. La exactitud de un sensor se determina mediante la denominada calibración estática (PALLÁS: 1998).
- **Resolución:** Distinción o separación mayor o menor que puede apreciarse entre dos sucesos u objetos próximos en el espacio o en el tiempo. (RAE)
- **Porcentaje de Error:** Corresponde a la cantidad de errores que genera el sistema respecto a la cantidad de salidas que genera en un periodo de operación. Es un indicador de la calidad del sistema, razón por la cual debe ser el menor posible.
- **Tiempo de respuesta del sistema:** Indica el tiempo que se demora el sistema en cumplir con la labor asignada y otorgar un valor válido a la salida. Se debe procurar que sea el mínimo posible. También su posible valor dependerá de la aplicación del sistema.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general:

Diseñar e implementar un módulo educativo del sistema en equilibrio bola y varilla utilizando el controlador apropiado de acuerdo a los requerimientos del sistema: Sobre-impulso (OS%) menor a 5% y tiempo de establecimiento (T_s) menor a 3 segundos.

1.4.2 Objetivos específicos:

1) Seleccionar componentes adecuados para el diseño del sistema bola-varilla: Las medidas y dimensiones de la bola, varilla y acople permiten calcular el torque necesario del sistema total para la elección del motor adecuado. El motor debe contar con dos características importantes: el torque (que deberá contar con la capacidad de poder hacer girar la varilla y la bola); y la velocidad en RPM.

Por otro lado, seleccionar los sensores de proximidad es una tarea de suma importancia para poder realizar la medición de las dos variables dentro del sistema: la primera, es la distancia de la bola con respecto al eje de la varilla; y la segunda, el ángulo de giro del motor DC.

2) Realizar el modelo matemático del sistema bola-varilla: El modelo matemático del sistema completo se realizará en dos etapas: lazo interno, el cual depende de los parámetros eléctricos del motor; y el lazo externo, donde se considera las características físicas de la bola y la varilla.

3) Realizar el diseño analítico y por simulación del controlador del sistema: Buscar la máxima precisión posible durante el diseño teórico y la simulación de los controladores en MATLAB; de tal manera que, cuando se realice la implementación y la simulación en tiempo real, poder acercarse a las especificaciones del controlador diseñado y realizar la sintonización de parámetros cercanos a dichos valores.

4) Implementar el algoritmo de control sobre la tarjeta de procesamiento de señal DSPACE1102: Implementar el diseño completo del sistema bola-varilla (desarrollado en MATLAB) sobre la tarjeta DSPACE1102. La simulación en tiempo real requiere de la sintonización de los parámetros diseñados, ya que existen nuevos factores de perturbación que afectan al sistema implementado.

5) Implementar la interfaz gráfica para usuarios – GUI: Permitir una interacción directa entre el usuario y las variables del controlador para realizar una sintonización de los parámetros y obtener resultados adecuados para el sistema en equilibrio.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

En la actualidad este módulo de aprendizaje ha sido desarrollado por otras universidades, instituciones en el extranjero y por empresas dedicadas a la fabricación de módulos educativos para estudiantes de ingeniería; estas entidades utilizan diversos tipos de control. Dentro de los más utilizados tenemos al control difuso, control PID, control por ubicación de polos y la compensación del sistema.

2.1 Variedad de controladores utilizados para el sistema

2.1.1 Control Difuso: ^[5]

El control difuso involucra la lógica difusa, es decir, una metodología que proporciona una manera simple y elegante de obtener una conclusión a partir de información de entrada, ambigua, imprecisa, o incompleta. En general, la lógica difusa modela como una persona toma decisiones basada en información con las características mencionadas; esta es la principal diferencia con la lógica convencional, que trabaja con información bien definida y precisa.

En las teorías tradicionales se obliga a que las representaciones del mundo real que se realizan encajen dentro de modelos muy precisos, tomando la imprecisión como un factor de distorsión. En contraste, la lógica difusa trabaja con conjuntos difusos, los cuales están definidos por sus funciones de pertenencia que expresa la distribución de verdad en una variable.

Un conjunto difuso se puede definir matemáticamente al asignar a cada posible individuo que existe en el universo de discurso un valor que representa su grado de pertenencia o membresía en el conjunto difuso. Este grado de membresía indica cuando el elemento es similar o compatible con el concepto representado por el conjunto difuso. La función de pertenencia se establece de una manera arbitraria, teniendo en cuenta la experiencia del usuario y contexto del problema, además, pueden tomar formas distintas: triangular, forma de campana, mono tónica y trapezoidal.

Dentro de los conjuntos difusos, a las variables se les puede aplicar tres operaciones:

- Operación unión: En lógica binaria equivale a una operación OR; el resultado se obtiene tomando el máximo valor entre las variables de entrada: $\max (X_1, X_2, \dots, X_n)$
- Operación intersección: En lógica binaria equivale a una operación AND; el valor resultante de la operación corresponde al mínimo valor de alguna de las entradas: $\min (X_1, X_2, \dots, X_n)$
- Operación complemento: En lógica binaria equivale a una operación NOT; se toma el valor que completamente a 1. De esta forma: $X' = 1 - X$.

El principal beneficio de la lógica difusa es describir el comportamiento de un sistema mediante simples relaciones “If-Then”. Estas permiten explicar el conjunto de reglas que utilizaría un ser humano para controlar un proceso con toda la imprecisión que poseen los lenguajes naturales y solo a partir de estas reglas generan las acciones que realizan el control; por esta razón también se les denomina controladores lingüísticos.

Un sistema de inferencia difusa consta de cinco etapas, las cuales se pueden apreciar en la Fig. 2.1 y que se detallan a continuación: ^[6]

- Interfaz de fuzzificación: transforma los valores numéricos (concretos) en grados de pertenencia con valores lingüísticos.
- Base de datos: define las funciones de pertenencia de los conjuntos difusos que se utilizan en las reglas difusas.
- Base de reglas: contiene un número determinado de reglas difusas if-then, que tienen un antecedente y un consecuente.
- Unidad de toma de decisiones: realiza las operaciones de inferencia sobre las reglas.
- Interfaz de defuzzificación: transforma los resultados difusos en un valor numérico (concreto).

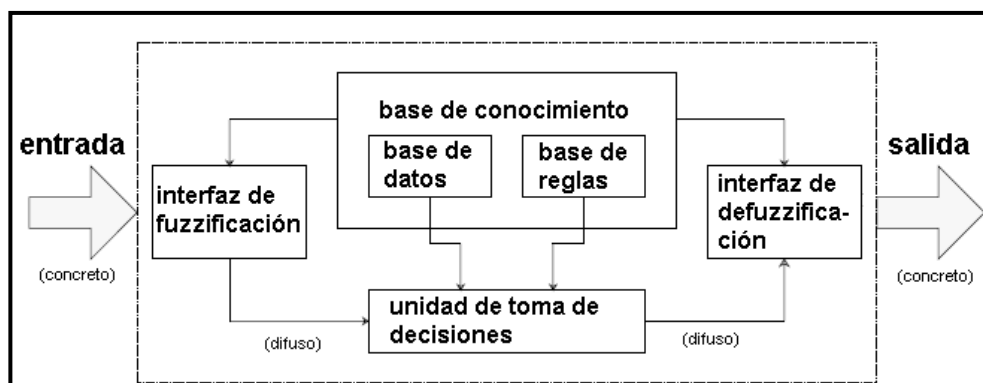


Fig. 2.1: Sistema de Inferencia Difusa

2.1.2 Control PID: [7]

El control PID es una estructura de control por realimentación, cuyo propósito es calcular el error entre la entrada de referencia y la salida del sistema con el fin de brindar una acción correctora al sistema.

La Fig. 2.2 muestra un lazo de control PID de una entrada y una salida (SISO) de un grado de libertad:

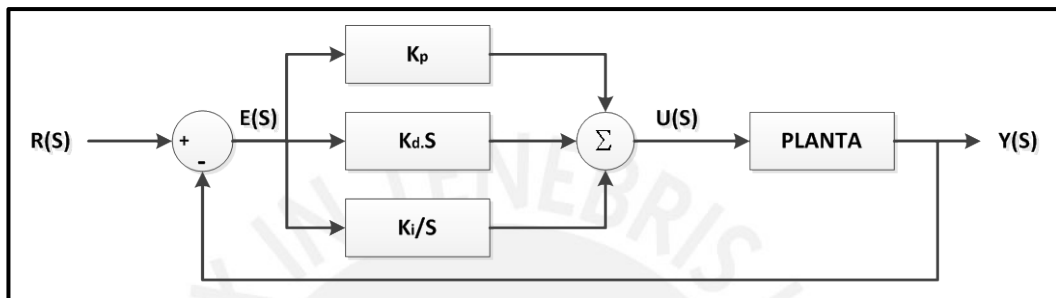


Fig. 2.2: Diagrama de bloques de un control PID

Dónde:

- $R(s)$: Entrada del sistema.
- $E(s)$: Error del sistema.
- $U(s)$: Salida del controlador.
- $Y(s)$: Salida del sistema.

Los miembros de la familia de controladores PID, incluyen tres acciones: proporcional (P), integral (I) y derivativa (D). Estos controladores son los denominados P, I, PI, PD y PID.

- **Acción de control proporcional (P):** la salida del controlador es proporcional al error, como se muestra en la ecuación:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) \tag{2.1}$$

Dónde:

- $u(t)$: Salida del controlador
- $e(t)$: Error del sistema
- K_p : Ganancia proporcional ajustable

Asimismo la función de transferencia del controlador proporcional es:

$$C_p(s) = K_p \tag{2.2}$$

Un controlador proporcional puede controlar cualquier planta estable; sin embargo, posee desempeño limitado y error en régimen permanente (offset).

- **Acción de control integral (I):** la salida del controlador es proporcional al error acumulado como se observa en la siguiente fórmula:

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt \quad (2.3)$$

Dónde:

K_i : Ganancia integral.

Asimismo la función de transferencia del controlador integral es:

$$C_i(s) = \frac{K_i}{s} \quad (2.4)$$

La señal de control $u(t)$ tiene un valor diferente de cero cuando la señal de error $e(t)$ es cero. Por lo tanto, dada una referencia constante o perturbaciones, el error en régimen permanente será cero; siempre y cuando, dependa del tipo de sistema.

- **Acción de control proporcional-integral (PI):** se define mediante:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d(\tau) \quad (2.5)$$

Dónde:

T_i : Constante de tiempo integral.

Este parámetro permite ajustar la acción integral. La función de transferencia de un controlador PI resulta:

$$C_{PI}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (2.6)$$

Con un control proporcional, es necesario que exista error para tener una acción de control distinta de cero. Con acción integral, un error pequeño positivo siempre nos dará una acción de control creciente y si fuera negativo, la señal de control será decreciente.

Este razonamiento sencillo nos muestra que el error en régimen permanente será siempre cero. Muchos controladores industriales tienen solo acción PI. Se puede demostrar que un control PI es adecuado para todos los procesos donde la dinámica es esencialmente de primer orden; por ejemplo, mediante un ensayo al escalón.

- **Acción de control proporcional-derivativa (PD):** se define mediante:

$$u(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.7)$$

Dónde:

T_d : Constante de tiempo derivativo.

Este parámetro permite que la acción de control sea más rápida, aunque tiene la desventaja importante que amplifica las señales de ruido y puede provocar saturación en el actuador.

La acción de control derivativa nunca se utiliza por sí sola, debido a que solo es eficaz durante períodos transitorios. La función transferencia de un controlador PD resulta:

$$C_{PD}(s) = K_p (1 + sT_d) \quad (2.8)$$

Cuando una acción de control derivativa se agrega a un controlador proporcional, permite obtener un controlador de alta sensibilidad; es decir, que responde a la velocidad del cambio del error y produce una corrección significativa antes de que la magnitud del error se vuelva demasiado grande. Aunque el control derivativo no afecta en forma directa al error en estado estacionario, añade amortiguamiento al sistema y; por tanto, permite un valor más grande que la ganancia K_p , lo cual provoca una mejora en la precisión de estado estable.

- **Acción de control proporcional-integral-derivativa (PID):** esta acción combinada reúne las ventajas de cada una de las tres acciones de control individuales. La ecuación de un controlador con esta acción combinada se obtiene mediante:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d(\tau) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.9)$$

La función transferencia del controlador PID resulta:

$$C_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d \cdot s \right) \quad (2.10)$$

2.1.3 Diseño mediante ubicación de polos: ^[8]

Este método de diseño asume que todas las variables de estado son medibles y que están disponibles para su realimentación. Si el sistema es considerado de estado completamente controlable, los polos del sistema en lazo cerrado se pueden colocar en cualquier posición deseada mediante una realimentación del estado a través de una adecuada matriz de ganancias.

El método empieza con la determinación de los polos en lazo cerrado deseados a partir de la respuesta transitoria y/o las especificaciones de la respuesta en frecuencia, tales como velocidad, razón de amortiguamiento, o ancho de banda, al igual que los requisitos en estado estacionario.

Supóngase que se decide que los polos en lazo cerrado deseados estén en

$$s = \mu_1; \quad s = \mu_2; \dots; \quad s = \mu_n.$$

Seleccionando una matriz de ganancias apropiada para realimentación del estado, es posible hacer que el sistema tenga los polos en lazo cerrado en las posiciones deseadas, siempre y cuando el sistema original sea de estado completamente controlable. En el enfoque convencional del diseño de un sistema de control con una sola entrada y una sola salida, se diseña un controlador (compensador) tal que los polos dominantes en lazo cerrado tengan una razón de amortiguamiento (ζ) y una frecuencia natural no amortiguada (ω_n) deseada. En este método, el orden del sistema aumenta en 1 o 2, a menos que ocurra una cancelación de polos o ceros. Obsérvese que este método supone que los efectos sobre las respuestas de los polos en lazo cerrado no dominantes son despreciables.

En lugar de especificar solo los polos dominantes en lazo cerrado (enfoque del diseño convencional), el enfoque actual de asignación de polos especifica todos los polos en lazo cerrado. Sin embargo, hay un costo asociado con colocar todos los polos en lazo cerrado, porque hacerlo requiere tener buenas medidas

de todas las variables de estado, o bien incluir un observador de estado en el sistema. También se requiere por parte del sistema que los polos en lazo cerrado se puedan situar en posiciones elegidas de forma arbitraria. La exigencia es que el sistema sea de estado completamente controlable. Sea un sistema de control:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \tag{2.11}$$

Dónde:

- x : Vector de estado (vector de dimensión n)
- y : Señal de salida (escalar)
- u : Señal de control (escalar)
- A : Matriz de coeficientes constantes $n \times n$
- B : Matriz de coeficientes constantes $n \times 1$
- C : Matriz de coeficientes constantes $1 \times n$
- D : Constantes (escalar)

Se selecciona la señal de control como:

$$u = -Kx \tag{2.12}$$

Esto significa que la señal de control se determina mediante un estado instantáneo. Tal esquema se denomina realimentación de estado; donde, se asume que todas las variables de estado están disponibles para su realimentación, como se muestra el diagrama de bloques de la Fig. 2.3:

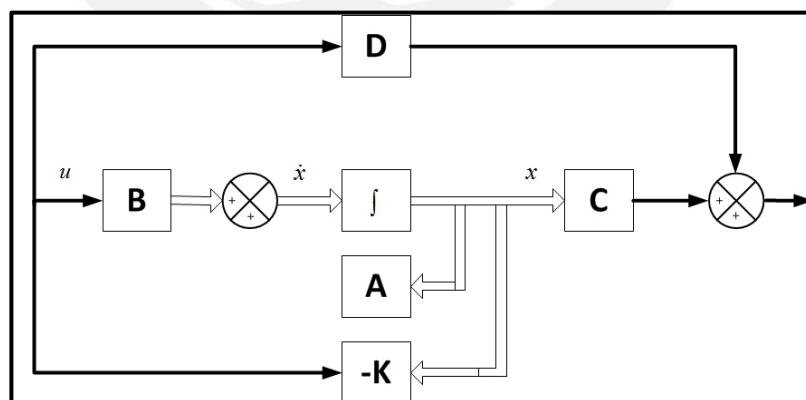


Fig. 2.3: Sistema de control en lazo cerrado con $u = -Kx$

Este sistema en lazo cerrado no tiene entradas. Su objetivo es mantener la salida a cero; a pesar que puedan existir perturbaciones en el sistema. Esta salida retornara a la entrada de referencia cero debido al esquema de realimentación.

Un sistema de esta naturaleza en que la entrada de referencia es siempre cero se conoce como sistema regulador. Al sustituir la ecuación (2.12) en la ecuación (2.11) se obtiene:

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t)$$

La solución de esta ecuación está dada por:

$$\dot{x}(t) = e^{(A-BK)t} x(0)$$

Dónde:

$x(0)$: Estado inicial provocado por perturbaciones externas.

La estabilidad y las características de respuesta transitoria se determinan mediante los valores característicos de la matriz $A - BK$. Si se elige la matriz K de forma adecuada, la matriz $A - BK$ se convierte en una matriz asintóticamente estable y para todos los $x(0) \neq 0$ es posible hacer que $x(t)$ tienda a 0 conforme t tiende al infinito. Los valores propios de la matriz $A - BK$ se denominan polos del regulador. Si estos se colocan en el semiplano izquierdo del plano s , entonces $x(t)$ tiende a 0 cuando t tiende al infinito. El problema de situar los polos en lazo cerrado en las posiciones deseadas se denomina problema de asignación de polos.

Observadores de estado:

Los observadores de estado con control realimentado, son otro tipo de controlador que estima las variables de estado, basándose en las mediciones de las variables de salida y de control; estos se pueden diseñar si y solo si satisface la condición de observabilidad. En el análisis siguiente se utilizará la notación \tilde{x} para designar el vector de estado observado. En muchos casos el vector de estado observado \tilde{x} se usa en la realimentación de estado para generar el vector de control deseado. Sea el sistema definido mediante:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{2.13}$$

El observador es un subsistema para reconstruir el vector de estado de la planta. El modelo matemático del observador es básicamente el mismo que el de la planta, sólo que se incluye un término adicional que contiene el error de estimación para compensar las imprecisiones en las matrices A , B y la falta de error inicial.

El error de estimación es la diferencia entre la salida medida y la salida estimada. El error inicial es la diferencia entre el estado inicial y el estado estimado. De esta forma, se define el modelo matemático del observador como:

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + Bu + K_e(y - C\tilde{x}) \tag{2.14}$$

Dónde:

- \tilde{x} : Estado estimado
- $C\tilde{x}$: Salida estimada
- u : Entrada de control
- K_e : Matriz de ponderación

Las entradas al observador son la salida medida y con la entrada de control u . La matriz K_e , es una matriz de ponderación al termino de corrección que involucra la diferencia entre la salida medida y con la salida estimada $C\tilde{x}$. Este término corrige de forma continua la salida del modelo y mejora el comportamiento del observador.

En la Fig. 2.4, se observa el diagrama de bloques del observador de estado diseñado para el control de un sistema.

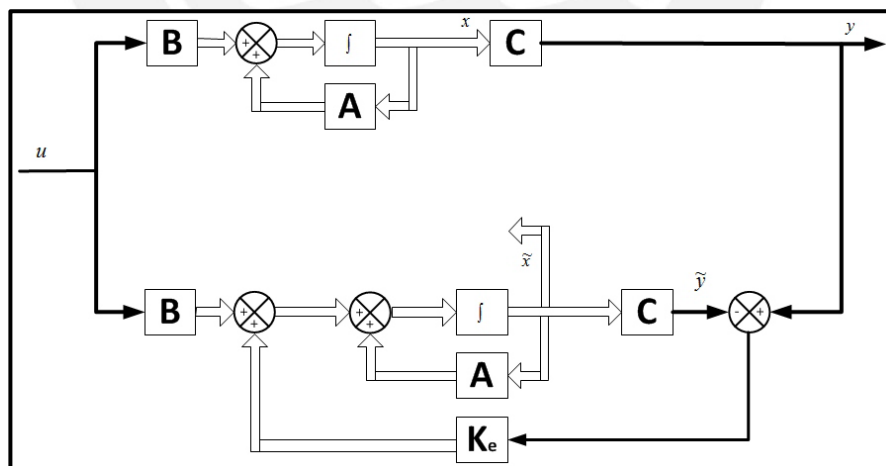


Fig. 2.4: Observador de estado de orden completo

2.1.4 Compensación del sistema: [8]

Un tipo de controlador utilizado es la compensación del sistema, donde establecer la ganancia es el primer paso encaminado a ajustar el sistema para un desempeño satisfactorio o deseado. Sin embargo, el ajuste de la ganancia no siempre proporciona una alteración adecuada del comportamiento del sistema para cumplir las especificaciones dadas.

Como ocurre con frecuencia, al incrementar el valor de la ganancia se mejora el comportamiento en estado estable pero se produce una inestabilidad en el sistema. En este caso, es necesario volver a diseñar el sistema a fin de alterar el comportamiento, logrando que el sistema se comporte como se requiere; este proceso se denomina compensación. Un elemento insertado en el sistema para satisfacer las especificaciones se denomina compensador, este modifica el desempeño con déficit del sistema original.

En la Fig. 2.5, se observa las dos formas de compensación en un sistema: compensación en serie o en paralelo.

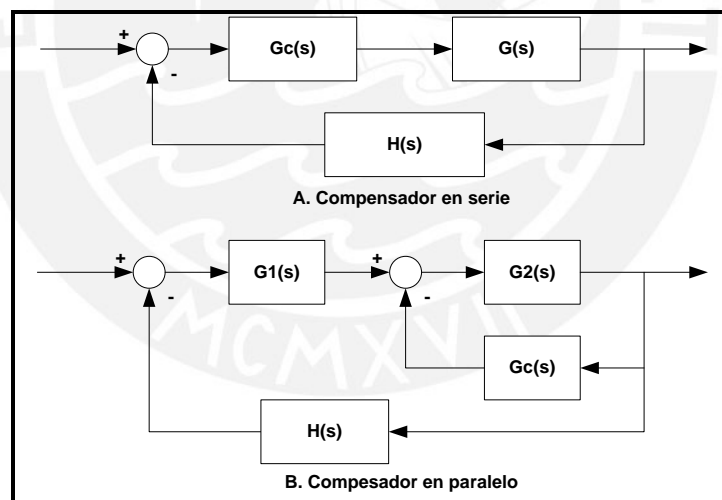


Fig. 2.5: Formas de compensadores

Existen tres tipos de compensadores que son los más utilizados:

Compensación en adelanto:

Produce una mejora razonable en la respuesta transitoria y un cambio pequeño en la precisión del estado estable. Puede acentuar los efectos del ruido de alta frecuencia.

El compensador en adelanto posee la función de transferencia siguiente:

$$K_c \alpha \frac{T s + 1}{\alpha T s + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}; (0 < \alpha < 1) \tag{2.15}$$

Tiene un cero en $s = -1/T$ y un polo en $s = -1/(\alpha T)$. Dado que: $0 < \alpha < 1$, vemos que el cero siempre se ubica a la derecha del polo en el plano complejo. Observar que, para un valor pequeño de α , el polo se localiza lejos hacia la izquierda. El valor mínimo de α está limitado por la construcción física del compensador de adelanto. Por lo general, el valor mínimo de α se ubica cerca de 0.05. (Esto significa que el adelanto de fase máximo que produce el compensador es de alrededor de 65°).

La Fig. 2.6 muestra la traza polar de:

$$K_c \alpha \frac{j\omega T + 1}{j\omega \alpha T + 1} (0 < \alpha < 1) \tag{2.16}$$

Con $K_c = 1$. Para un valor determinado de α , el ángulo entre el eje real positivo y la línea tangente al semicírculo dibujada desde el origen proporciona el ángulo de adelanto de fase máximo ϕ_m .

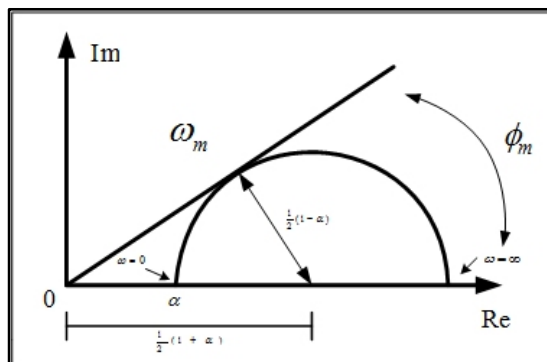


Fig. 2.6: Traza polar del compensador en adelanto

Dónde:

ω_m : Frecuencia en el punto tangente.

ϕ_m : Ángulo de fase en $\omega = \omega_m$

A partir de esto, La ecuación 2.17 relaciona el ángulo de adelanto de fase máximo con el valor de α :

$$\text{sen} \phi_m = \frac{\frac{1-\alpha}{2}}{\frac{1+\alpha}{2}} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad (2.17)$$

En la Fig. 2.7 se puede observar las trazas de Bode de un compensador de adelanto cuando $K_C = 1$ y $\alpha = 0.1$. Las frecuencias de esquina para el compensador de adelanto son $\omega = 1/T$ y $\omega' = 1/(\alpha.T) = 10/T$. Además, se puede apreciar que ω_m es la media geométrica de las dos frecuencias de esquina:

$$\log \omega_m = \frac{1}{2} \left(\log \frac{1}{T} + \log \frac{1}{\alpha.T} \right) \quad (2.18)$$

Por tanto:

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}} \quad (2.19)$$

El compensador de adelanto es básicamente un filtro paso-alto:

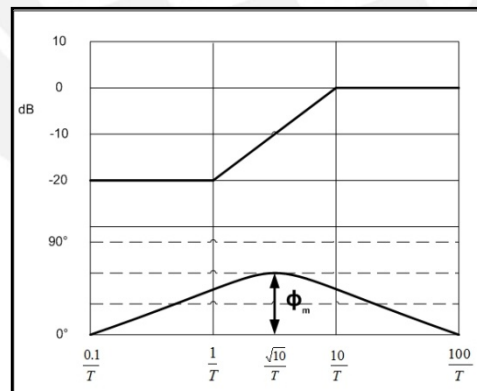


Fig. 2.7: Diagrama de bode del compensador en adelanto

La función principal del compensador de adelanto es volver a dar forma a la curva de respuesta en frecuencia, a fin de ofrecer un ángulo de adelanto de fase suficiente para compensar el atraso de fase excesivo asociado con los componentes del sistema fijo.

Compensación en atraso:

Produce una mejora notable en la precisión en estado estable a costa de aumentar el tiempo de respuesta transitoria. Además suprime los efectos de las señales de ruido a altas frecuencias. El compensador en atraso posee la función de transferencia siguiente:

$$K_c \beta \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}; (\beta > 1) \tag{2.20}$$

En la Fig. 2.8 se aprecia una traza polar del compensador de atraso en el plano complejo, donde se tiene un cero en $s = -1/T$ y un polo en $s = -1/(\beta T)$. Se puede observar que el polo está a la derecha del cero.

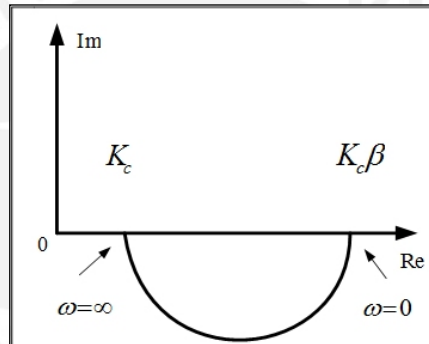


Fig. 2.8: Traza polar del compensador en atraso

La Fig. 2.9 contiene las trazas de Bode del compensador de atraso. Donde $K_c = 1$ y $\beta = 10$. Las frecuencias de esquina del compensador de atraso están en $\omega = 1/T$ y $\omega' = 1/(\beta T) = 0.1/T$. Los valores de K_c y β se hacen igual a 1 y 10, respectivamente; la magnitud del compensador de atraso se vuelve 10 (o 20 dB) en frecuencias bajas, y 1 (o 0dB) en frecuencias altas; por tanto, el compensador de atraso es esencialmente un filtro de paso-bajas.

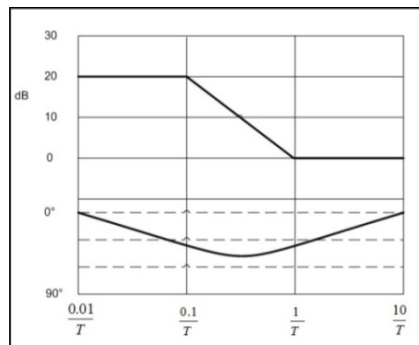


Fig. 2.9: Diagrama de bode del compensador en atraso

Compensación de atraso-adelanto:

Combina las características de la compensación de adelanto con las de la compensación de atraso. El uso de un compensador de atraso o de adelanto aumenta el orden del sistema en 1; mientras que, el uso de un compensador de atraso-adelanto eleva el orden del sistema en 2, lo cual significa que el sistema se vuelve más complejo y dificulta el control del comportamiento de la respuesta transitoria. En ambos casos se puede evitar el incremento del orden del sistema mientras exista una cancelación entre el cero del compensador y un polo de la función de transferencia en lazo abierto no compensada

Considerar el compensador de atraso-adelanto obtenido mediante:

$$G_C(s) = K_C \left(\frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\gamma}{T_1}} \right) \left(\frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}} \right) \quad (2.21)$$

A partir de la ecuación 2.21, y considerando: $\gamma > 1$ y $\beta > 1$. En el primer término se produce un efecto de red de adelanto:

$$\frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\gamma}{T_1}} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{T_1 s + 1}{\frac{T_1}{\gamma} s + 1} \right) \dots [\gamma > 1] \quad (2.22)$$

En el segundo término se produce el efecto de una red de atraso:

$$\frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}} = \beta \left(\frac{T_2 s + 1}{\beta T_2 s + 1} \right) \dots [\beta > 1] \quad (2.23)$$

2.2 Equipos de instrumentación:

2.2.1 Motores DC en sistemas de control: [7]

Para sistemas de control de posición es preferible utilizar un motor DC, ya que cuenta con características lineales y cuyos parámetros permiten un análisis cuantitativo mediante pruebas experimentales. La variedad de motores DC permiten su uso en diferentes sistemas de control.

El principio básico de funcionamiento de un motor DC es a través de un transductor de torque, que convierte la energía eléctrica en energía mecánica. El torque que desarrolla el eje del motor es directamente proporcional al flujo en el campo y a la corriente en la armadura. Como se muestra en la Fig 2.2.1, un conductor que lleva corriente está colocado en un campo magnético con flujo, a una distancia del centro de rotación:

$$\tau_m = K_m \cdot \phi \cdot I_a \quad (2.2.1)$$

Dónde:

- τ_m : Torque interno generado
- K_m : Constante de proporcionalidad
- ϕ : Flujo magnético
- I_a : Corriente de armadura

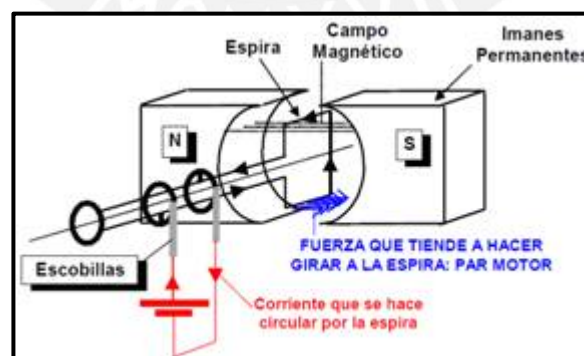


Fig. 2.2.1: Principio de funcionamiento de motor DC

Además del torque generado a través de la Fig. 2.2.1, cuando el conductor se mueve en el campo magnético, se genera un voltaje entre sus terminales. Este

voltaje se denomina fuerza contra-electromotriz, el cual es proporcional a la velocidad del eje, tiende a oponerse al flujo de corriente.

La relación entre la fuerza contra-electromotriz y la velocidad del eje es:

$$e_m = K_m \cdot \phi \cdot \omega \quad (3.2.3)$$

Dónde:

e_m : Fuerza contra-electromotriz

ω : Velocidad angular del eje

Debido a que en la presente tesis se utilizará un motor DC de imán permanente; se realizará el estudio de su clasificación de acuerdo al esquema de conmutación y diseño de armadura:

Motor DC de imán permanente de núcleo de hierro:

El material del imán permanente es un compuesto de “tierras raras” como bario-ferrita. El flujo magnético producido por el rotor pasa a través de las ranuras de la estructura del rotor laminado, donde se ubican los conductores de la armadura. Las principales características son: inercia del rotor relativamente alta (ya que la parte giratoria está formada por las bobinas de las armaduras), inductancia alta, bajo costo y alta confiabilidad,

Motor DC de devanado superficial:

Los conductores de la armadura están pegados a la estructura cilíndrica del rotor, lo cual está hecha de discos laminados sujetos al eje del motor; ya que en el diseño no se presenta ranuras sobre el rotor, se evita el efecto de “rueda dentada” en la armadura; debido que los conductores se encuentran el entre-hierro entre el aire del rotor y el campo de imán permanente. Este tipo de motor cuenta con menor inductancia que el de núcleo de hierro.

Motor DC de bobina móvil:

Las características más importantes de este tipo de motor es de tener el momento de inercia e inductancia de armadura muy bajos; esto se logra cuando los conductores se ubican en el entre-hierro entre la trayectoria del flujo estacionario y la estructura de imán permanente. Debido a que se eliminan

todos los elementos no necesarios de la armadura del motor, lo cual produce una inercia muy baja. Como los conductores no están en contacto directo con el hierro del motor produce una inductancia bastante baja con valores menores de 100uH. Ambas características permiten que sean la mejor elección para sistemas de control de alto desempeño.

Motor DC sin escobilla:

Este tipo de motor difiere de los anteriores debido a que cuenta con un conmutación eléctrica (en lugar de la mecánica) de la corriente de armadura. Cuenta con un rotor de imanes y un soporte de hierro, en el que las bobinas conmutadas están localizadas en la parte externa de las partes giratorias. Los motores DC sin escobilla se utilizan cuando se el momento de inercia sea bajo para el manejo de unidades de disco de alto desempeño empleados en computadoras.

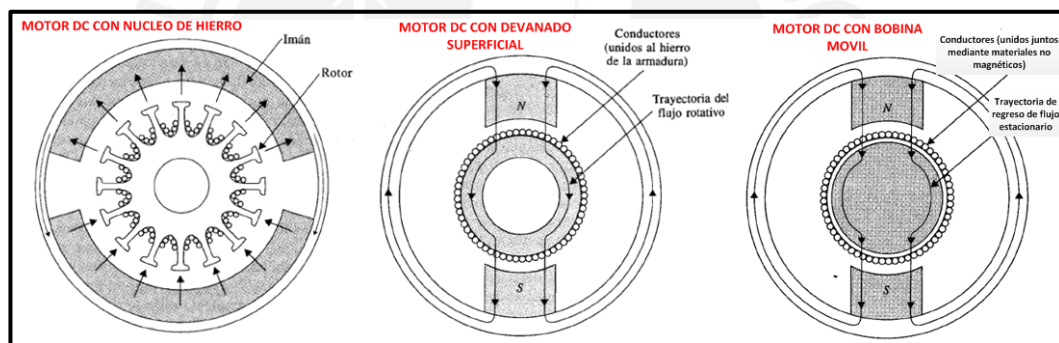


Fig. 2.2.2: Clasificación de motor DC con imán permanente

2.2.2 Sensor infrarrojo: SHARP GP2D12: [9]

El Sharp GP2D12 es un sensor medidor de distancias por infrarrojos que indica mediante una salida analógica la distancia medida.

Características del sensor:

- Menor influencia del color de los objetos reflexivos.
- La salida es un voltaje proporcional a la distancia medida y del tipo analógica (tensión analógica).
- El rango de medida es entre 10 y 80 cm.
- El tiempo de muestreo es cada 32 ms.
- Bajo costo.

La salida del sensor no es lineal y normalmente se puede conectar a la entrada de un convertidor analógico digital (el cual convierte la distancia en un número que puede ser usado por el microprocesador) o puede usada directamente en un circuito analógico.

La Fig.2.2.3 muestra los 3 pines de conexión del sensor: alimentación, tierra y transmisión/recepción de data (comunicación con el procesador principal); además del diagrama de bloques del sensor.

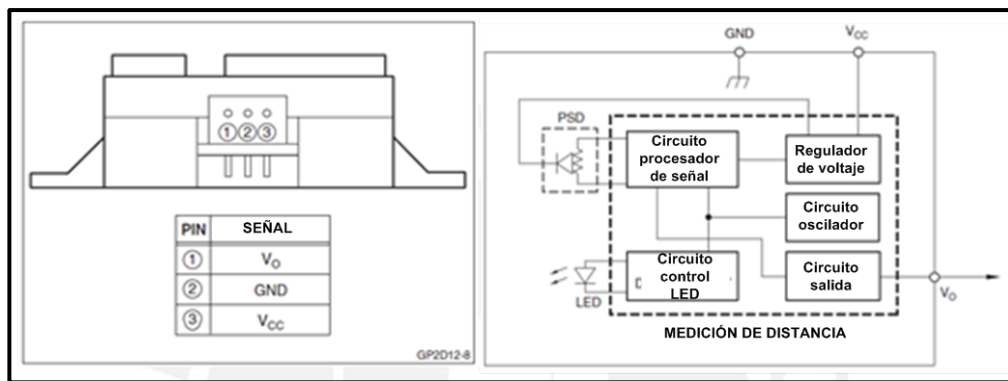


Fig. 2.2.3: Diagrama de bloques del sensor SHARP GP2D12

El principio de funcionamiento:

El sensor emite una luz infrarroja por medio de un LED emisor, el cual se proyecta en línea recta y cuando encuentra un obstáculo reflectante rebota y retorna con cierto ángulo de inclinación dependiendo de la distancia. La luz que retorna incide en un único punto del sensor de la parte receptora del dispositivo; tal como lo muestra en la Fig. 2.2.4:

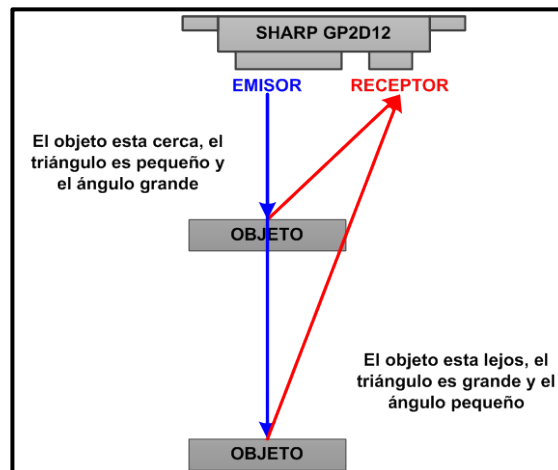


Fig. 2.2.4: Principio de funcionamiento del sensor

En la Fig.2.2.5 se observa la triangulación en el sensor, el cual se genera de la siguiente manera:

- El LED infrarrojo emite el haz de luz a través de una pequeña lente convergente que hace que el haz emisor llegue de forma paralela al objeto. Cuando la luz choca con un obstáculo, una cierta cantidad de luz se refleja, debido a que casi todas las sustancias presentan rugosidad en la superficie que produce una dispersión hemisférica de la luz (reflexión no teórica). Alguno de estos haces de ésta luz rebota hacia el sensor que es recibida por la lente.
- La lente receptora también es una lente convexa, pero ahora sirve para un propósito diferente, actúa para convertir el ángulo de posición. Si un objeto se pone en el plano focal de una lente convexa y los otros rayos de luz paralelos en otro lado, el rayo que pasa por el centro de la lente atraviesa inalterado o marca el lugar focal. Los rayos restantes también enfocan a este punto.
- En el plano focal hay un Sensor Detector de Posición (PSD). Éste dispositivo semiconductor entrega una salida cuya intensidad es proporcional a la posición respecto al centro (eficaz) de la luz que incide en él. El rendimiento del PSD en la salida es proporcional a la posición del punto focal. Esta señal analógica tratada es la que se obtiene a la salida del sensor.

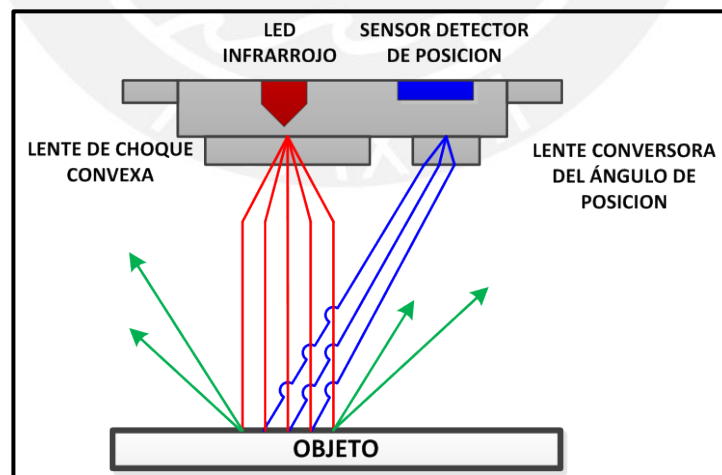


Fig. 2.2.5: Triangulación de onda para sensor SHARP

2.2.3 Encoder incremental:²

El encoder incremental es un transductor rotativo que transforma movimiento angular en un conjunto de impulsos digitales y se utiliza para poder medir los ángulos de giro del eje. Como se observa en la Fig. 2.2.6, el encoder presenta dos canales desfasados 90°; el primer canal es para medir el ángulo de giro y la velocidad de desplazamiento del eje; el segundo canal definirá el sentido de giro.

Un codificador incremental cuenta con cuatro partes básicas: fuente de luz, disco giratorio, máscara estacionaria y un detector. El disco contiene sectores opacos y transparentes distribuidos de manera alterna, un par de estos sectores representan un periodo incremental. La máscara se utiliza para dejar pasar o bloquear la luz entre la fuente y el foto detector localizado detrás de la máscara, tal como se muestra en la Fig. 2.2.6

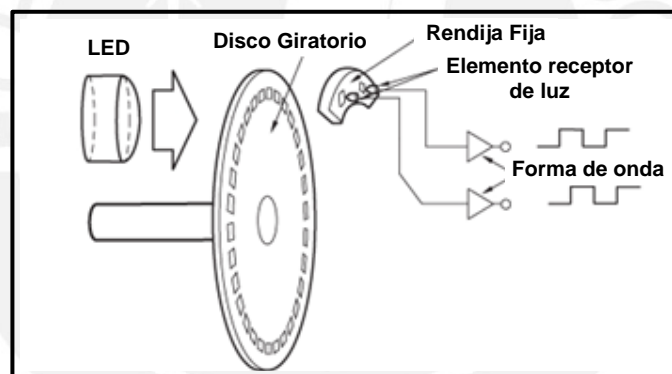


Fig. 2.2.6: Partes de encoder incremental

El motor DC que se utilizó para el desarrollo de la presente tesis, cuenta con un encoder de 100 cuentas acoplado de 4 cables, a través del código del motor se obtuvo los siguientes datos técnicos del encoder:

ENCODER INCREMENTAL	
Color de cable	Representación
Rojo	5V
Verde	GND
Amarillo	Canal A
Blanco	Canal B

Tabla 2.2.1. Representación de pines del encoder

2. ORIENTALMOTOR
Incremental Encoder. Consulta: 18 junio 2013
<<http://www.orientalmotor.com/technology/articles/servo-motor-glossary.html>>

2.2.4 Tarjeta de procesamiento de señal DSPACE1102^[10]

La tarjeta de procesamiento de señal DSPACE1102 tiene como soporte al software de experimentación ControlDesk, el cual brinda todas las funciones para el control, monitoreo y automatización de experimentos dentro de un laboratorio, haciendo que el desarrollo de los controladores sea más eficiente y con un entorno de usuario amigable. La tarjeta de control DSPACE1102 cuenta con los siguientes pines de control:

PIN	SEÑAL	PIN	SEÑAL	PIN	SEÑAL
1	ADC 1	22	Analog GND	43	DAC 1
2	ADC 2	23	Analog GND	44	DAC 2
3	ADC 3	24	Analog GND	45	DAC 3
3	ADC 4	25	Analog GND	46	DAC 4
5	XF0	26	Digital GND	47	Digital GND
6	INTEXT	27	XF1	48	TXD
7	IOP1	28	IOP0	49	RCD
8	IOP3	29	IOP2	50	CAP0
9	IOP5	30	IOP4	51	CAP1
10	IOP7	31	IOP6	52	CAP2
11	IOP9	32	IOP8	53	CAP3
12	IOP11	33	IOP10	54	CMP0
13	IOP13	34	IOP12	55	CMP1
14	IOP15	35	IOP14	56	CMP2
15	Digital GND	36	/WDTINT	57	CMP3
16	Phi90 2	37	/Phi90 2	58	TCLK1
17	Phi0 2	38	/Phi0 2	59	TCLK2
18	Index 2	39	/Index 2	60	Digital GND
19	Phi90 1	40	/Phi90 1	61	Vsupply
20	Phi0 1	41	/Phi0 1	62	Vsupply
21	Index 1	42	/Index 1		

Tabla 2.2.2: Pines I/O de tarjeta DSPACE1102³

La Fig. 2.2.7 es un conector SUB-D que es el enlace entre el conector de entradas/salidas y la tarjeta de control DS1102 (ubicada dentro de la PC); la disposición de los pines son de acuerdo a la numeración de la Tabla 2.2.2:

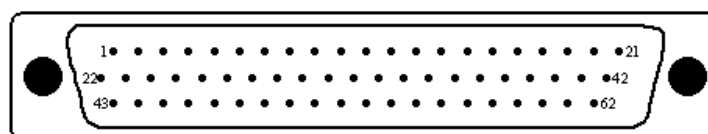


Fig. 2.2.7: Ubicación de pines en conector SUB-D

³ ControlDesk DS1102
dSPACE DS1102 Floating-Point Controller Board Pinouts. Consulta: 25 Setiembre 2012
< <http://www.mech.gla.ac.uk/~donald/dSPACE/pinouts.html> >

De acuerdo a la tabla 2.2.2, la tarjeta de procesamiento de señal DSPACE1102 cuenta con las siguientes características:

- **ADC 1-4:** Entradas analógicas del sub-sistema AD.
- **DAC 1-4:** Salidas analógicas del sub-sistema AD.
- **CAP 0-3:** Entradas del sub-sistema DSP-esclavo de captura.
- **CMP 0-3:** Salidas del sub-sistema DSP-esclavo de comparación.
- **IOP 1-15:** Pines I/O de bit seleccionable del DSP-esclavo.
- **Analog GND:** Línea de retorno analógico, internamente conectado con el sistema a tierra.
- **Digital GND:** Línea de retorno digital, internamente conectado con el sistema a tierra.
- **INTEXT:** Entrada de interrupción externa: TMS320C31 INT0.
- **XF0, XF1:** Pines I/O de propósito general: TMS320C31
- **RCD:** Recepción de data. RS232 compatible con la entrada de data serial del DSP esclavo.
- **TXD:** Transmisión de data. RS232 compatible con la salida de data serial del DSP esclavo.
- **WDTINT:** Salida del timer WatchDog del DSP-esclavo.
- **TCLK 1,2:** Entradas de reloj del timer 1 y 2.
- **Phi0/Phi0':** RS422 compatible a la entrada diferencial de la fase en adelanto del sensor incremental.
- **Phi90/Phi90':** RS422 compatible a la entrada diferencial de la fase en atraso del sensor incremental.
- **Index/Index':** RS422 compatible a la entrada diferencial para la referencia de pulso INDEX del sensor incremental.
- **Vsupply:** 5V/200mA para la alimentación eléctrica del sensor. La salida cuenta con protección contra el cortocircuito por multiuso.

Para el sistema Bola-Varilla se utilizaron los siguientes puertos:

- **ADC1:** Entrada de voltaje del sensor infrarrojo 1 que permite la medición de la distancia de la bola sobre la varilla.
- **ADC2:** Entrada de voltaje del sensor infrarrojo 2 que permite la medición del ángulo de inclinación de la varilla.
- **Phi90:** Entrada del canal A del encoder incremental.
- **Phi0:** Entrada del canal B del encoder incremental.

- **Phi90', Phi0', Index'**: Deberán conectarse a 1.5VDC para un correcto funcionamiento del encoder incremental.
- **IOP0**: Entrada del pin de cambio de giro de la tarjeta de control del motor.
- **CAP3**: Salida PWM de la tarjeta de control DS1102.
- **GND**: Conexión a tierra del encoder, sensores infrarrojos y tarjeta de control del motor.
- **VCC**: Conexión a +5VDC del encoder, sensores infrarrojos y tarjeta de control del motor

La Fig. 2.2.8 muestra la tarjeta de conectores entre los equipos del sistema bola-varilla y la tarjeta de procesamiento de señal DSPACE1102.

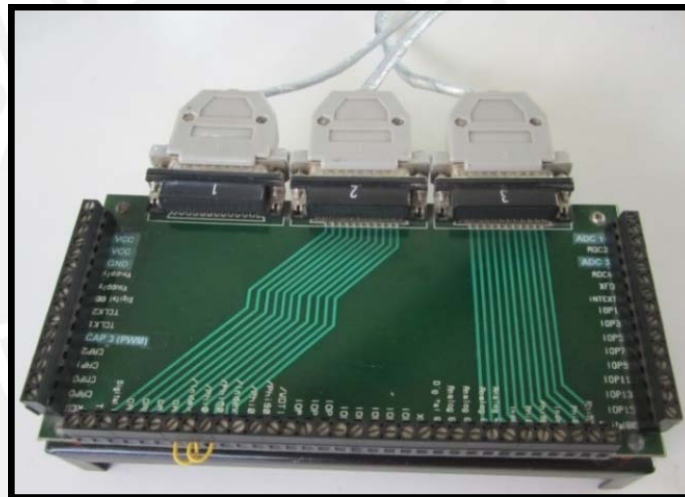


Fig. 2.2.8: Conectores I/O para la tarjeta DS1102

2.3 Ventajas del tipo de control elegido

Un controlador difuso tiene un mejor desempeño ya que brinda resultados con mayor precisión para aplicaciones en tiempo real; sin embargo, involucra un costo mayor al requerir herramientas de hardware y software de precisión, además de un conocimiento teórico adicional; lo cual escapa al objetivo de la presente tesis; ya que, lo que se busca es implementar un módulo educativo para el uso de los alumnos de pregrado, donde se hace el análisis de controladores como el PID, compensadores y observadores.

Por otro lado el PID y el compensador son muy buenas opciones, pues brindan una precisión bastante aceptable cuando se logra realizar una buena sintonización y ajuste de los parámetros involucrados en sus funciones de transferencia respectivas. Además, ofrecen un comportamiento aceptable en aplicaciones no tan críticas con respecto a los tiempos de respuesta y cantidad de variables en sistemas no lineales e inestables como lo es el sistema bola-varilla.

Finalmente de los controladores desarrollados en el capítulo 2 de la presente tesis, se utilizarán los compensadores en adelante debido al tipo de ajuste que necesita nuestro sistema bola-varilla. Los compensadores utilizan los diagramas de bode para verificar, de manera gráfica, el funcionamiento del sistema en la respuesta transitoria (margen de fase, margen de ganancia, frecuencia de cruce de ganancia), además de contar con pasos establecidos para el desarrollo de su diseño.

Durante la simulación y ajuste de parámetros de los compensadores el diagrama de bode se modifica fácilmente al agregar una ganancia o compensador para mejorar la respuesta en lazo cerrado y en función del tiempo del sistema analizado, permitiendo una mejor vista de las modificaciones realizadas; en comparación al PID que se utiliza con mayor frecuencia para plantas cuyo modelo no se conoce y se recurre a procedimientos experimentales para la sintonía de los controladores.

CAPÍTULO 3: DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA

3.1 Desarrollo del modelo: Sistema bola-varilla ^[4]

El modelamiento del sistema bola-varilla se realiza a través del control de voltaje del motor DC (PWM). El modelo del motor se puede dividir en dos subsistemas, uno eléctrico y otro mecánico.

El **subsistema eléctrico** se basa en las leyes de voltaje de Kirchhoff, cuyas ecuaciones derivan a partir de la Fig. 3.2.1, que muestra la representación esquemática del motor DC:

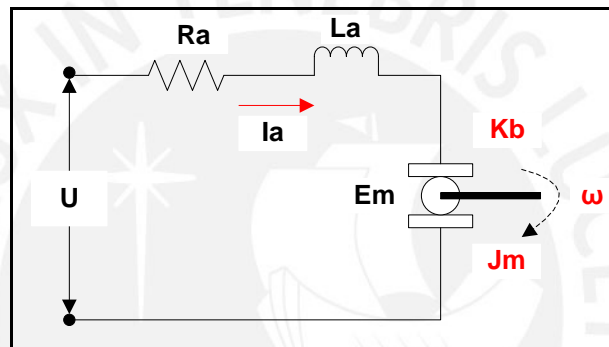


Fig. 3.1.1: Esquema de un motor DC

$$U = L_a \cdot \dot{I}_a + R_a \cdot I_a + K_b \cdot \dot{\theta} \tag{3.1.1}$$

Dónde:

- U : Voltaje de entrada
- L_a : Inductancia de armadura
- I_a : Corriente de armadura
- R_a : Resistencia de armadura
- $\dot{\theta}$: Velocidad angular
- K_b : Constante FEM

Si comparamos los términos $L_a \cdot \dot{I}_a$ y $K_b \cdot \dot{\theta}$, notamos que el primer término se puede despreciar debido al valor pequeño de L_a , ya que la constante eléctrica

K_E es mucho menor que la constante mecánica K_M , como se observa en la siguiente ecuación:

$$K_E = \frac{L_a}{R_a} \quad K_M = \frac{J_m}{B_m} \quad (3.1.2)$$

Cuyos valores son $K_E=8.2076 \times 10^{-5}$ y $K_M=6.5855 \times 10^{-1}$

Para el **subsistema mecánico** el momento y balanceo de fuerzas se determina para el motor y la varilla. El torque resultante está dado por:

$$\tau_m = \frac{1}{K_g} \left(J_{mv} \ddot{\theta} + B_m \dot{\theta} \right) \quad (3.1.3)$$

Dónde:

- τ_m : Torque producido en el eje del motor
- J_{mv} : Momento de inercia del motor y la varilla
- B_m : Constante de fricción viscosa
- K_g : Relación de engranaje (caja reductora)

Para el momento de inercia del motor y la varilla tenemos la siguiente ecuación:

$$J_{mv} = J_m + J_v \quad (3.1.4)$$

Dónde:

- J_m : Momento de inercia del motor
- J_v : Momento de inercia de la varilla

El **momento de inercia de la varilla**, viene expresado por la siguiente ecuación:

$$J_v = \frac{1}{12} M_v \cdot L_v^2 \quad (3.1.5)$$

Dónde:

- M_v : Masa de la varilla (0.354 Kg.)
- L_v : Longitud de la varilla (0.3 m.)

En ambos casos, el subsistema mecánico y eléctrico, se encuentran relacionados a través de la ecuación:

$$\tau_m = K_t \cdot I_a \tag{3.1.6}$$

Dónde:

K_t : Constante de torque del motor

I_a : Corriente de armadura

El trabajo realizado por el eje de la carga es el mismo que realiza el eje del motor. Por lo que, el torque de la estructura (motor y varilla) es igual al torque suministrado. Finalmente, se iguala la ecuación 3.1.3 y 3.1.6 y se reemplaza en la ecuación 3.1.1; de esta manera se obtiene:

$$U = \frac{R_a J_{mv}}{K_t K_g} \ddot{\theta} + \left(K_b + \frac{R_a B_m}{K_t K_g} \right) \dot{\theta} \tag{3.1.7}$$

La Fig. 3.1.2 es un diagrama de cuerpo libre desde donde se puede derivar del análisis de balanceo de fuerzas basada en las leyes de Newton:

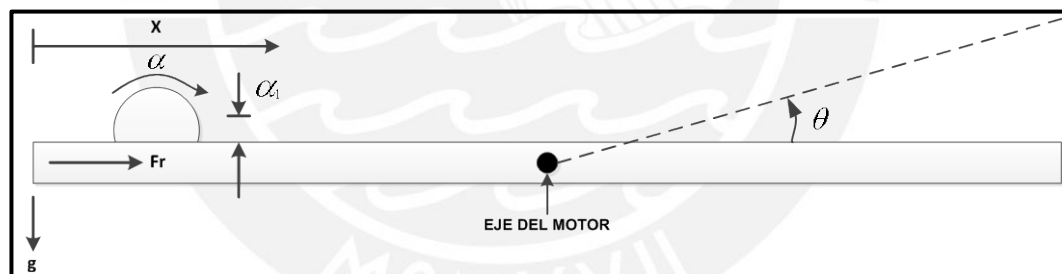


Fig. 3.1.2: Diagrama de cuerpo libre del sistema

$$\sum F_b = M_b g \text{sen} \theta - F_r \tag{3.1.8}$$

Dónde:

M_b : Masa de la bola

g : Aceleración de la gravedad.

x : Distancia vertical entre el centro de bola y el centro del eje.

b : Constante de fricción mientras la bola rueda en la varilla.

θ : Angulo de inclinación de la varilla respecto del horizontal.

F_r : Fuerza externa aplicada.

Reemplazando la ecuación 3.1.8 con las variables de distancia se obtiene la siguiente relación:

$$\sum F_b = M_b \ddot{x} + b \dot{x} \quad (3.1.9)$$

La posición de la bola está determinada por:

$$x = \alpha \times a_1 \quad (3.1.10)$$

Dónde:

- a_1 : Radio de rotación, distancia entre el centro de la bola y el punto de contacto de la bola y la varilla.
 α : Angulo de rotación de la bola cuando gira a través de la varilla.

La suma de torques en la bola queda expresado como:

$$\sum \tau_b = F_r \times a_1 = J_b \times \ddot{\alpha} \quad (3.1.11)$$

Dónde:

- J_b : Momento de inercia de la bola.
 $\ddot{\alpha}$: Aceleración angular de la bola.

El **momento de inercia de bola** está representado por la siguiente ecuación:

$$J_b = \frac{2}{5} M_b R_b^2 \quad (3.1.12)$$

Dónde:

- M_b : Masa de la bola (5 g.)
 R_b : Radio de la bola (3 cm.)

Igualando las ecuaciones 3.1.9 y 3.1.11; además de reemplazar las ecuaciones 3.1.10 y 3.1.12 se obtiene la siguiente relación:

$$\left(1 + \left(\frac{2}{5} \times \left(\frac{R_b}{a_1} \right)^2 \right) \right) \ddot{x} + \frac{b}{M_B} \dot{x} = g \sin \theta \quad (3.1.13)$$

Para obtener un modelo matemático más simplificado del sistema se asume:

- El ángulo de inclinación de la varilla es pequeño: $\text{sen}\theta \approx \theta$
- Toda fricción en el sistema y el cambio de energía potencial de la bola durante la operación de sistema son despreciables.

$$\left(1 + \left(\frac{2}{5} \times \left(\frac{R_b}{a_1}\right)^2\right)\right) \ddot{x} = g\theta \quad (3.1.14)$$

Se indican las ecuaciones expresadas en funciones de transferencia de **LAZO EXTERNO** (abierto) que relaciona el desplazamiento de la bola sobre la varilla $x(s)$ con el ángulo de inclinación de la varilla $\theta(s)$:

$$FT_{LE}(s) = \frac{x(s)}{\theta(s)} = \frac{g}{\left(1 + \frac{2}{5} \left(\frac{R_b}{a_1}\right)^2\right) s^2} \quad (3.1.15)$$

Para un correcto desplazamiento de la bola sobre la varilla se debe establecer una relación de: $\frac{R_b}{a_1} = \frac{4}{3}$ y reemplazar sobre la ecuación 3.1.15.

A partir de estas últimas consideraciones se obtiene la FT del **LAZO EXTERNO**:

$$FT_{LE}(s) = \frac{x(s)}{\theta(s)} = \frac{5.72}{s^2} \quad (3.1.16)$$

A partir de la ecuación 3.1.7 se deriva la función de transferencia del **LAZO INTERNO** del sistema, la cual relaciona el ángulo de inclinación de la varilla $\theta(s)$ con el voltaje de entrada para el motor $U(s)$:

$$FT_{LI}(s) = \frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{1}{\left(\frac{R_a J_m}{K_t K_g}\right) s^2 + \left(K_b + \frac{R_a B_m}{K_t K_g}\right) s} \quad (3.1.17)$$

Al no usar una caja reductora el valor de la constante K_g es igual a la unidad; de esta manera, se simplifica la FT del LAZO INTERNO y se obtiene:

$$FT_{LI}(s) = \frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{K_t}{(R_a J_m) s^2 + (K_b K_t + R_a B_m) s} \quad (3.1.18)$$

Para poder reemplazar los valores de la ecuación 3.1.18, se necesita obtener los parámetros del motor DC, los cuales serán desarrollados en la siguiente parte.

3.2 Parámetros de motor DC con imán permanente ^[12]

Para implementar el sistema bola-varilla se utilizó un motor DC con imán permanente, éste presenta el circuito de armadura y es conectado en paralelo con la fuente de alimentación. La tabla 3.2.1 muestran los datos técnicos del motor:

MOTOR DC	
Modelo	DMM-F019A0-F01
Marca	KITASHIBA
Potencia	96 W
Volaje	24 V
Corriente de armadura	4 A
Velocidad de rotor	3200 RPM
Torque de motor	0.1475 Nm

Tabla 3.2.1. Valores nominales del motor DC⁴

A partir del esquema de la Fig. 3.1.1 y siguiendo las leyes eléctricas para motores DC, se derivan las siguientes ecuaciones:

$$U = I_a \cdot R_a + L_a \cdot \frac{dI_a}{dt} + e_m \quad (3.2.1)$$

$$e_m = K_b \cdot \omega_m \quad (3.2.2)$$

$$\tau_m = K_t \cdot I_a \quad (3.2.3)$$

$$\tau_m = (J_m + J_L) \frac{d\omega}{dt} + \tau_F + \tau_L \quad (3.2.4)$$

Dónde:

R_a : Resistencia del devanado del motor [Ω]

L_a : Inductancia del devanado de armadura [H]

U : Voltaje aplicado a la armadura [V]

I_a : Corriente del devanado de armadura [A]

e_m : Fuerza contra-electromotriz [V]

K_b : Constante electromotriz [V/(rad/s)]

⁴Electro Tech Online
Motor KITASHIBA. Consulta: 20 de Julio del 2012
<<http://www.electro-tech-online.com/datasheets-manuals-parts/40820-encoder-terminals-identification-help-please.html>>

- ω : Velocidad angular [rad/s]
- τ_m : Torque interno generado [N.m]
- K_t : Constante de torque [N.m/A]
- J_m : Inercia del rotor del motor [N.m/(rad/s²)]
- J_L : Inercia de la carga [N.m.s²]
- τ_F : Torque de fricción [N.m]
- τ_L : Torque de la carga [N.m]

3.2.1 Determinar Resistencia e Inductancia (R_a y L_a)

Para determinar el valor de R_a , se procede a realizar la medición del ohmiaje entre los bornes de salida del motor:

PARAMETRO R_a						
	TOMA 1	TOMA 2	TOMA 3	TOMA 4	UNIDADES	
R_a	5	4.95	4.8	4.9	Ω	4.9125

Tabla 3.2.2: Valores de parámetro R_a

En el caso de L_a , se añade una resistencia externa ($R_{ext} = 0.5\Omega$) de 5W en serie con el circuito de la armadura como se muestra en la Fig. 3.2.1:

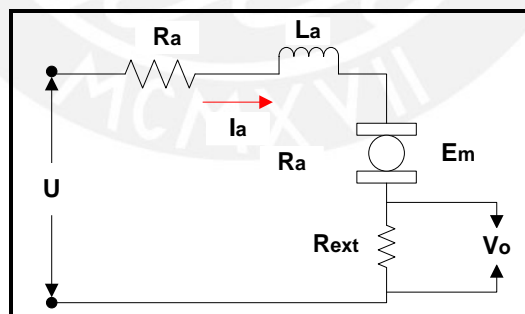


Fig. 3.2.1: Motor con resistencia externa

Se aplica una onda cuadrada en la fuente de alimentación del circuito (U), entre 800-1000 Hz y de 2-4 Vpp. Los valores de amplitud permitirán vencer la fuerza de rozamiento debido a las escobillas del motor y los valores de frecuencia permitirán que el rotor no gire, de esta manera la fuerza electromotriz generada por el motor se vuelve cero ($e_m = 0$), lo cual genera un circuito RL y que genere la gráfica que se muestra en la Fig. 3.2.2:

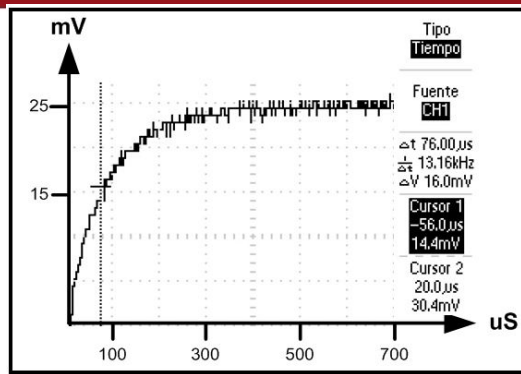


Fig. 3.2.2: Voltaje VS tiempo en la R_{ext}

A través de la Fig. 3.2.2 se puede obtener la constante de tiempo t (63.2% de la amplitud total) y relacionarla con los elementos del circuito como se muestra en la ecuación:

$$t = \frac{L_a}{R_{ext} + R_a} \tag{3.2.5}$$

A partir de la ecuación 3.2.5, y con los valores medidos por las pruebas realizadas se podrá obtener el valor de L_a :

$$L_a = (R_{ext} + R_a) \cdot t$$

A continuación se muestran los valores de las pruebas realizadas para hallar L_a :

PARAMETRO L_a					
	TOMA 1	TOMA 2	TOMA 3	TOMA 4	UNIDADES
U	3.88	3.92	2.05	2.02	V
f	509.1	806.5	806.5	501.5	Hz
V_o	36	34.6	18.4	19.6	mV
t (63.2%)	80	64	84	70	uS
L_a	0.4330	0.3464	0.4547	0.3789	mH

Tabla 3.2.3: Valores de parámetro L_a

3.2.2 Determinar Constante Electromotriz (K_b)

Para determinar este parámetro del motor se deberá realizar las pruebas con el motor original (sin la resistencia externa), aplicándole un voltaje DC a la armadura del motor. De la ecuación del motor en estado estable tenemos:

$$e_m = U - R_a \cdot I_a \tag{3.2.6}$$

$$e_m = K_b \cdot \omega \tag{3.2.7}$$

Así, al igualar ambas ecuaciones, se obtiene:

$$K_b = \frac{U - R_a \cdot I_a}{\omega}$$

Se varía el rango de operación de U y se toman los datos de U , I_a y ω . El valor de R_a es conocido ($R_a = 4.91\Omega$). Se deberá armar una tabla de valores y calcular K_b como el promedio de todas las mediciones realizadas:

PARAMETRO K_b						
	TOMA 1	TOMA 2	TOMA 3	TOMA 4	TOMA 5	UNIDADES
U	2.03	5	8.01	11.01	15.01	V
I_a	85.6	88.6	91.8	97.1	104.2	mA
ω	21.95	84.8	144.5	204.3	285.8	rad/s
K_b	0.07333	0.05383	0.05231	0.05156	0.05073	V/(rad/s) 0.0564

Tabla 3.2.4: Valores de parámetro K_b

3.2.3 Constante de Torque (K_t)

Para hallar la constante de inercia del motor se procede a realizar el siguiente ensayo mecánico:

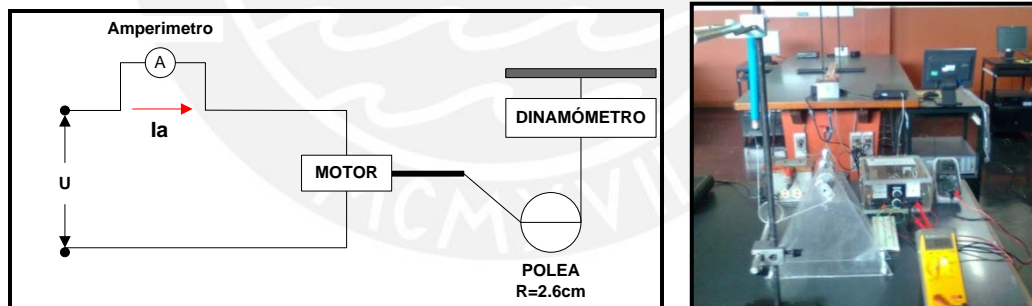


Fig. 3.2.3: Esquema para obtener parámetro K_t

Según el esquema de la Fig. 3.2.3, y considerando que el sistema se encuentra en equilibrio, derivan las siguientes ecuaciones:

$$\tau = K_t \cdot I_a \tag{3.2.8}$$

$$\tau = F \cdot r_p \tag{3.2.9}$$

Dónde:

r_p : Radio de la polea y equivale a 2.6 cm.

Remplazando la ecuación 3.2.8 en 3.2.9 se obtiene:
$$K_t = \frac{F \cdot r_p}{I_a}$$

Se realizaron las siguientes pruebas para obtener el parámetro K_t :

PARAMETRO K_t							
	TOMA 1	TOMA 2	TOMA 3	TOMA 4	TOMA 5	UNIDADES	
U	1.2	2	3	4	5	V	
I_a	0.24	0.42	0.64	0.97	1.12	A	
F	0.8	1.3	1.6	2	2.4	N	
K_t	4.33E-02	5.57E-02	4.88E-02	4.29E-02	4.64E-02	Nm/A	
							4.74E-02

Tabla 3.2.5: Valores del parámetro K_t

3.2.4 Determinar Coeficiente de fricción (B_m)

El coeficiente de fricción (B_m) se puede determinar a partir de tres ecuaciones:

$$\tau_m = K_t \cdot I_a \tag{3.2.3}$$

$$\tau_m = (J_m + J_L) \frac{d\omega}{dt} + \tau_F + \tau_L \tag{3.2.4}$$

$$\tau_F = B_m \cdot \omega \tag{3.2.10}$$

Asimismo, se tiene que considerar que en estado estable tanto ($\frac{d\omega}{dt} = 0$); como,

$\tau_L = 0$ y $\tau_F = 0$ se consideran valores despreciables debido a que representa la fricción estática que existe entre el rotor y las escobillas del motor. De esta manera al igualar las tres ecuaciones 3.2.3, 3.2.4 y 3.2.10 obtenemos:

$$B_m = \frac{K_t \cdot I_a}{\omega}$$

Se varía el rango de operación de U y se toman los datos de I_a y ω , mientras que el valor de K_t es conocido ($K_t = 4.74 \times 10^{-2} \text{Nm/A}$). Se deberá armar una tabla de valores y calcular K_t como el promedio de todas las mediciones realizadas:

PARAMETRO Bm						
	TOMA 1	TOMA 2	TOMA 3	TOMA 4	TOMA 5	UNIDADES
U	3.02	6.01	9.01	12.03	15.01	V
Ia	87	88.8	93.2	99.2	104.2	mA
ω	40.84	103.6	163.5	226.1	285.8	rad/s
Bm	1.01E-04	4.06E-05	2.70E-05	2.08E-05	1.73E-05	N.m/(rad/s)
						4.14E-05

Tabla 3.2.6: Valores del parámetro B

3.2.5 Determinar momento de inercia (J_m)

Para hallar este parámetro se debe encender el motor sin ningún circuito externo ni driver y dejar que funcione de manera estable. Una vez que el motor funcione de manera estable se procede a desconectar la fuente de alimentación y se obtiene la siguiente gráfica:

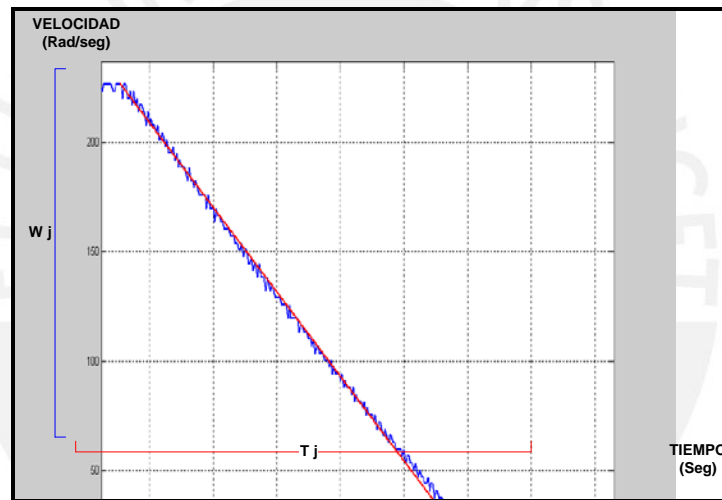


Fig. 3.2.4: Gráfica de velocidad VS tiempo al desconectar el motor

En el punto de desconexión el momento de frenado se puede definir como:

$$-M_B = J \cdot \frac{d\omega}{dt} \tag{3.2.11}$$

Se observa que el momento del frenado es independiente de ω . La línea recta muestra el comportamiento ideal, y se puede asumir lo siguiente:

- El momento de frenado se calcula en base a las pérdidas por fricción.
- En cada toma de data, el diferencial $\frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_j}{T_j}$, será sustituido por la

pendiente de la gráfica que resulta al desconectar la fuente de alimentación del motor, según la Fig. 3.2.4.

Las pérdidas por fricción (P_f) se pueden hallar en base a la ley de la conservación de potencia como se muestra a continuación:

$$P_f = U \cdot I_a - R_a \cdot I_a^2 - \Delta U_B \cdot I_a \quad (3.2.12)$$

Dónde:

ΔU_B : Caída de tensión en las escobillas del motor.

R_e : Resistencia de las escobillas

La Fig. 3.2.5 muestra un esquema gráfico donde se observa los componentes que participan de las pruebas experimentales para determinar el momento de inercia del motor.

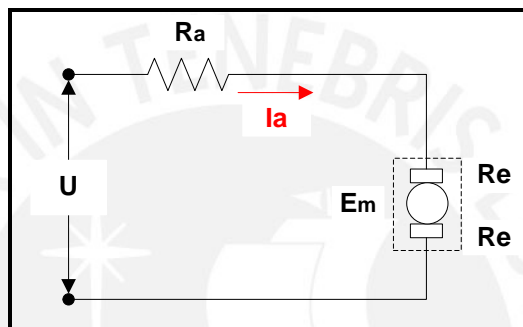


Fig. 3.2.5: Esquema eléctrico del motor y las pérdidas en las escobillas

A partir de este esquema obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$U = R_a \cdot I_a + 2R_e \cdot I_a + e_m \quad (3.2.13)$$

$$\Delta U_B = 2R_e \cdot I_a \quad (3.2.14)$$

$$e_m = K_b \cdot \omega \quad (3.2.7)$$

Remplazando la ecuación 3.2.14 y 3.2.7 en 3.2.13 se obtiene:

$$\Delta U_B = U - (R_a \cdot I_a + K_b \cdot \omega)$$

Teniendo los valores de $R_a=4.9125\Omega$ y $K_b=0.0564v/(rad/s)$, se procede a realizar las pruebas respectivas en la siguiente tabla:

ΔU_b						
	TOMA 1	TOMA 2	TOMA 3	TOMA 4	TOMA 5	UNIDADES
U	3.02	6.01	9.01	12.03	15.01	V
Ia	87	88.8	93.2	99.2	104.2	mA
ω	40.84	94.1	146.9	199.95	252.6	rad/s
ΔU_b	0.29127	0.27121	0.27430	0.27545	0.26404	V

Tabla 3.2.7: Valores de la caída de tensión - ΔU_b

Para poder calcular las pérdidas por fricción (P_f), se toman los valores de U e I_a antes de la desconexión. Se determina P_f y se continúan los cálculos con la siguiente relación.

$$P_f = M_B \cdot \omega_j \tag{3.2.15}$$

Se reemplazan las ecuaciones 3.2.11 y 3.2.15 en la ecuación general 3.2.12 para así obtener la siguiente relación:

$$J_m = P_f \cdot \frac{T_j}{\omega_j^2}$$

Teniendo los valores de $R_a=4.9125\Omega$ y $\Delta U_b=0.2753V$, se procede a realizar las pruebas respectivas para tomar los datos necesarios en la siguiente tabla:

PARAMETRO J_m						
	TOMA 1	TOMA 2	TOMA 3	TOMA 4	TOMA 5	UNIDADES
U	5.02	6.00	7.00	8.03	12.02	V
I_a	88.5	90.1	91.4	92.7	99.1	mA
ω_j	84.8	106.8	122.5	144.51	223.1	rad/s
T_j	0.6	0.6	0.69	0.8	1.2	s
P_f	0.3811	0.4755	0.5736	0.6767	1.1157	W
J_m	3.18E-05	2.50E-05	2.64E-05	2.59E-05	2.69E-05	N.m/(rad/s²)

Tabla 3.2.8: Valores del parámetro J_m

En resumen, se obtuvieron los siguientes parámetros del motor:

PARAMETRO	VALOR	UNIDAD
R_a	4.9125	Ω
L_a	0.4032	mH
K_b	0.0564	V/(rad/s)
K_t	0.0474	Nm/A
B	4.14E-05	N.m/(rad/s)
J	2.72E-05	N.m/(rad/s²)

Tabla 3.2.9: Parámetros finales del motor DC

3.3 Sensor Infrarrojo:

Debido a que la tensión de salida no es lineal, se procede a realizar la linealización mediante un modelo matemático utilizando la gráfica de la Fig. 3.3.1 que corresponde a la hoja de datos del sensor infrarrojo SHARP:

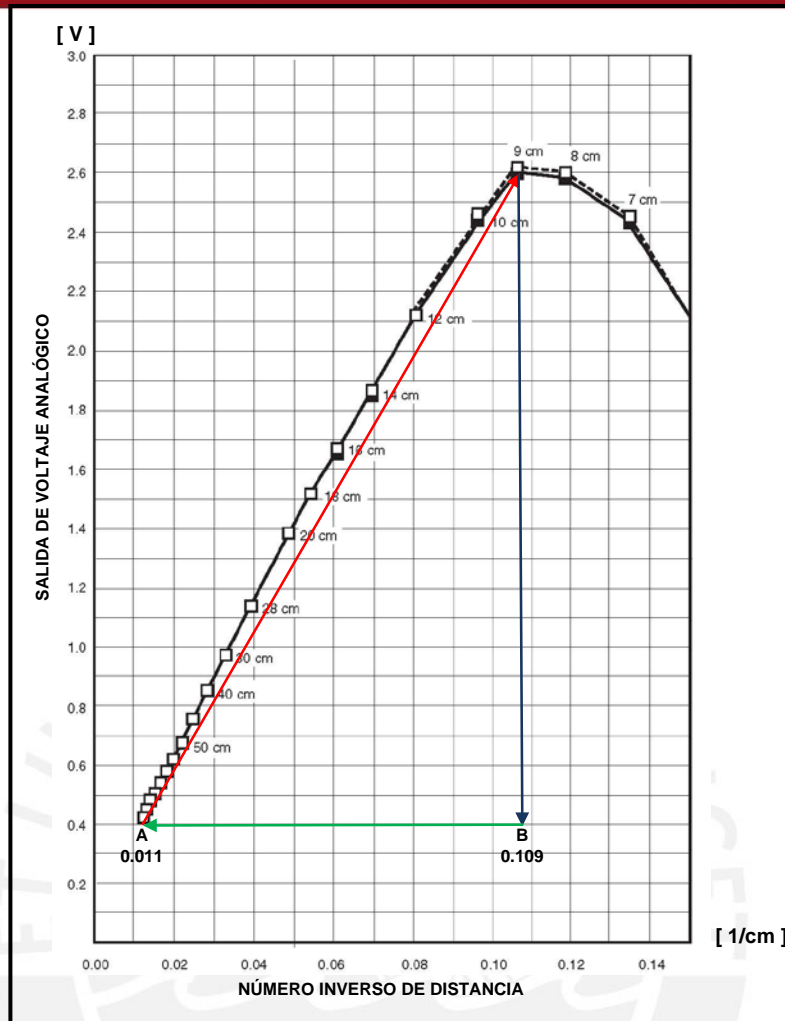


Fig. 3.3.1: Voltaje VS Inversa de distancia en un sensor SHARP⁵

A partir de este gráfico, se procede a la linealización matemática de la salida del voltaje analógico a través de la ecuación:

$$\frac{Y - 0.4}{X - 0.011} = \frac{2.6 - 0.4}{0.109 - 0.011} \tag{3.3.1}$$

Dónde:

- X : Inversa de distancia
- Y : Voltaje de salida del sensor

A partir de la ecuación 3.3.1 se obtiene:

$$X = 0.0445.Y + 0.0068$$

Por otro lado, en la hoja de datos del sensor se cuenta con una relación de la inversa de distancia como se muestra en la siguiente ecuación:

⁵ SHARP
GP2D12 Optoelectronic Device. Consulta: 30 julio 2012
<http://www.sharpsma.com/webfm_send/1203>

$$Y = \frac{1}{L + 0.42} \tag{3.3.2}$$

Dónde:

L : Distancia donde se ubica la bola (cm)

Reemplazando la ecuación 3.3.2 en la ecuación general 3.3.1 se obtiene la relación directa entre la distancia y el voltaje de salida del sensor:

$$L_x = \frac{22.449}{V_{out} - 0.1531} - 0.42 \tag{3.3.3}$$

Dónde:

L_x : Medida equivalente del sensor infrarrojo (cm)

V_{out} : Voltaje de salida del sensor (V)

La Fig. 3.3.2 muestra la disposición de los dos sensores infrarrojos sobre la varilla:

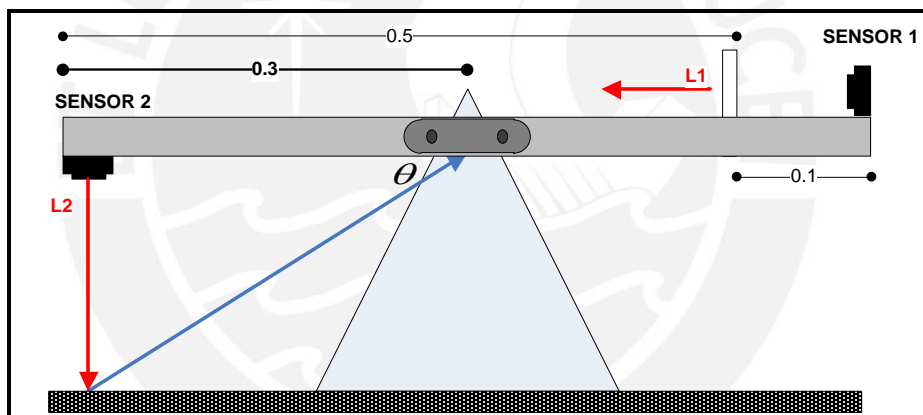


Fig. 3.3.2: Ubicación de los sensores sobre la varilla

El **primer sensor** se utiliza para medir la distancia de la bola sobre la varilla; en este caso la relación es directa entre la distancia y voltaje de salida del motor sin necesidad de un arreglo adicional. Así se tiene:

$$L_1 = \frac{22.449}{V_{out} - 0.1531} - 0.42 \tag{3.3.4}$$

Asimismo, se debe colocar un tope a una distancia de 10cm. Debido a que el rango de acción del sensor es entre 10 y 80cm.

El **segundo sensor** se utiliza para reemplazar el encoder, debido a que la resolución es de 3.6°. Para ello, se debe realizar un arreglo matemático

adicional. Como se observa en la Fig. 3.3.3, se establece una relación de distancias que permitirá hallar un ángulo θ :

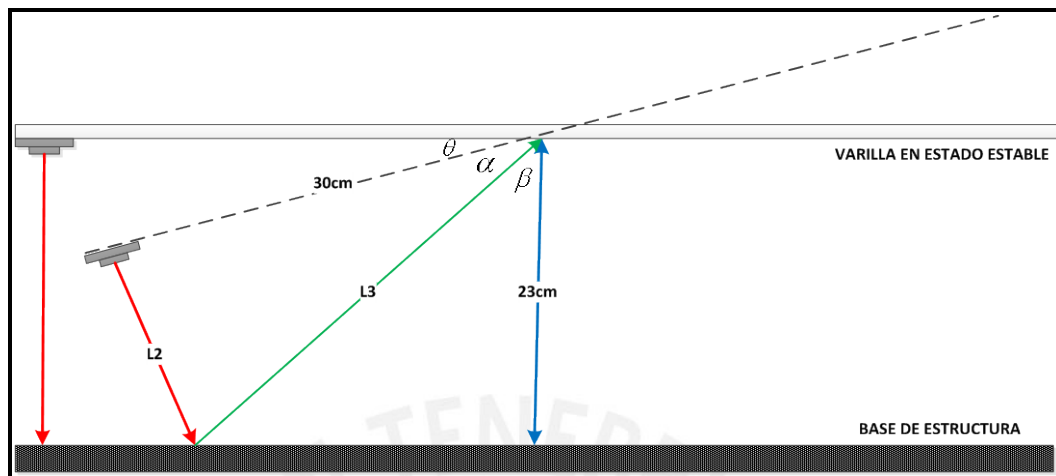


Fig. 3.3.3: Relación para desplazamiento de ángulo θ

Dónde:

- θ : Ángulo de giro de la varilla
- L_2 : Distancia entre el sensor y la base del sistema implementado
- L_3 : Distancia entre el eje y punto de reflexión del segundo sensor

A partir de las relaciones de ángulos notables tenemos:

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{L_2}{30}\right) \quad (3.3.5)$$

$$L_3 = \sqrt{L_2^2 + 30^2} \quad (3.3.6)$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{23}{L_3}\right) \quad (3.3.7)$$

Reemplazando la ecuación (3.3.6) en (3.3.7) obtenemos:

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{23}{\sqrt{L_2^2 + 30^2}}\right) \quad (3.3.8)$$

A partir de la Fig. 3.3.3, se observa que existe una relación de ángulo recto entre los tres ángulos mencionados, siendo:

$$\theta = \pi / 2 - (\alpha + \beta) \quad (3.3.9)$$

Reemplazando la ecuación (3.3.5) y (3.3.8) en (3.3.9) se obtiene:

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \left[\tan^{-1}\left(\frac{L_2}{30}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{23}{\sqrt{L_2^2 + 30^2}}\right) \right] \quad (3.3.10)$$

La relación de la ecuación (3.3.10) y la resolución del sensor infrarrojo en $\pm 0.1\text{mm}$; mejora la resolución del ángulo de giro a 0.2° . Lo cual permite una respuesta mucho más rápida para el control de giro de la varilla.

3.4 Diseño y simulación del algoritmo de control

3.4.1 Requerimientos del sistema Bola-Varilla:

Se partirá de los requerimientos de sobre impulso (OS%) y tiempo de establecimiento (T_s), para obtener los parámetros de factor de amortiguamiento (ξ) y frecuencia natural (ω_n) a utilizar en el diseño de los controladores de cada uno de los lazos de control (lazo interno y externo):

$$OS\% = e^{-\left(\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)\pi} \leq 5\% \Rightarrow \xi \approx 0.7 \quad (3.4.1)$$

$$T_s \leq 3\text{seg} \Rightarrow T_s = \frac{4}{\xi\omega_n} \leq 3\text{seg} \Rightarrow \omega_n \geq 1.905 \quad (3.4.2)$$

Para obtener una respuesta transitoria conveniente - para un sistema de segundo orden - el factor de amortiguamiento (ξ) debe estar dentro del rango [0.4 ,0.8]; Por ello, el análisis cuenta con un punto de partida: se asumirá un factor de amortiguamiento de 0.7 en un inicio, luego se verificará si el sistema cumple con las especificaciones seleccionadas. Además, se deberá tomar en cuenta el criterio de tolerancia del 2% para el tiempo de asentamiento (T_s), de donde se despejara el valor de la frecuencia natural para un valor del factor de amortiguamiento.

Para el diseño del controlador, se utilizará la respuesta en frecuencia, basada en los diagramas de bode que ayudarán a verificar la estabilidad del sistema de una manera más rápida y sencilla. Para esto, se partirá de la relación que existe entre el margen de fase y factor de amortiguamiento (γ) expresada en la ecuación 3.4.3,

$$\xi = \frac{\gamma}{100} \quad (3.4.3)$$

Para un sistema estándar de segundo orden se relacionan, aproximadamente, mediante una línea recta para valores $0.4 \leq \xi \leq 0.6$. Lo cual puede considerarse como regla empírica de diseño para los sistemas de orden superior. Asimismo, en el análisis en frecuencia - para obtener un rendimiento satisfactorio - el margen de fase debe estar entre 30° y 60° y el margen de ganancia debe ser mayor que 6dB. Con estos valores un sistema tiene una estabilidad garantizada, aun cuando la ganancia en lazo abierto y las constantes de tiempo varíen en cierto grado.

3.4.2 Diseño de los controladores

La Fig. 3.4.1 muestra un diagrama de bloques del sistema bola varilla donde se puede observar el esquema de control a través del lazo interno y externo. Se utilizará el entorno MATLAB y SIMULINK para diseñar un compensador en adelanto tanto para el lazo interno como para el lazo externo.

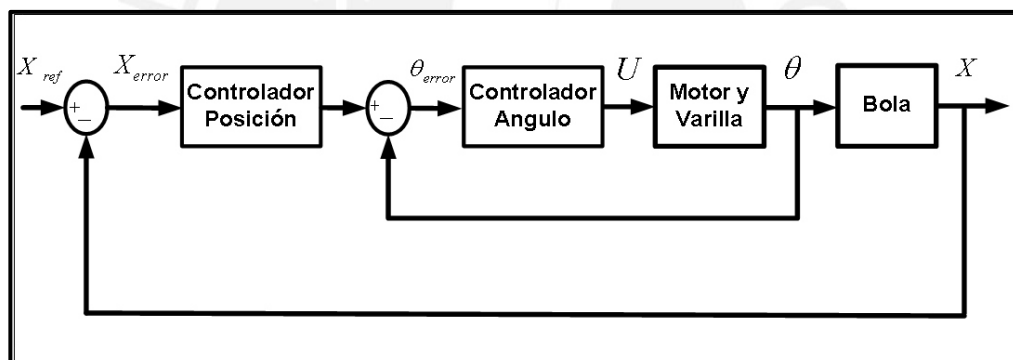


Fig.3.4.1 Diagrama de bloques del sistema completo

Luego de realizar el diseño de ambos controladores, se procede a simular sobre la plataforma del programa SIMULINK Real-Time Workshop - utilizando la tarjeta de procesamiento de señal DSPACE1102 - para verificar la funcionalidad de ambos controladores en un sistema en tiempo real y realizar la sintonización en el caso sea necesario.

Pasos a seguir para el diseño del **COMPENSADOR EN ADELANTO**: ^[8]

- i. Determinar la ganancia K necesaria para poder satisfacer el requerimiento sobre la constante estática.
- ii. Realizar el diagrama de bode con la ganancia K del sistema sin compensar y se verifica la fase positiva que se necesita agregar a la planta.

- iii. Determinar la frecuencia donde la fase debe ser agregada (frecuencia central).
- iv. Halla la constante “a” obtenida por la ecuación:

$$a = \frac{1 - \text{sen}\phi}{1 + \text{sen}\phi} \tag{3.4.4}$$

Dónde: ϕ = Margen de fase deseado

- v. Finalmente, hallar “T” y “aT”, que se obtiene de las siguientes ecuaciones:

$$T = \frac{1}{\omega\sqrt{a}} \tag{3.4.5}$$

$$aT = \frac{\sqrt{a}}{\omega} \tag{3.4.6}$$

- vi. Reemplazar los valores hallados en la función de transferencia del compensador:

$$K \left(\frac{1 + Ts}{1 + aTs} \right) \tag{3.4.7}$$

De acuerdo a la función de transferencia del **LAZO INTERNO** del sistema, que relaciona el ángulo de inclinación de la varilla $\theta(s)$ con el voltaje de entrada para el motor $U(s)$:

$$FT_{Li}(s) = \frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{K_t}{(R_a J_m)S^2 + (K_b K_t + R_a B_m)S} \tag{3.1.18}$$

Reemplazando los valores de los parámetros del motor, que se obtuvieron como resumen en la tabla 3.2.9 en la ecuación 3.1.18 se obtiene:

$$FT_{Li}(s) = \frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{0.092161}{S^2 + 0.004842.S} \tag{3.4.8}$$

Al utilizar el método de diagramas de bode se analiza la respuesta del sistema en lazo abierto con el fin de estimar su comportamiento en lazo cerrado. Se inicia con la función de transferencia del lazo interno (FT_{Li}) del sistema en lazo abierto sin compensación, ni ganancia proporcional.

Del diagrama de bode de la Fig. 3.4.2 se observa que:

- **Margen de ganancia:** Infinito.
- **Margen de fase:** 0.914° en 0.304 rad/sec.

Se muestran las gráficas del lazo interno como punto de partida y poder hallar el compensador que cumpla con los parámetros establecidos anteriormente:

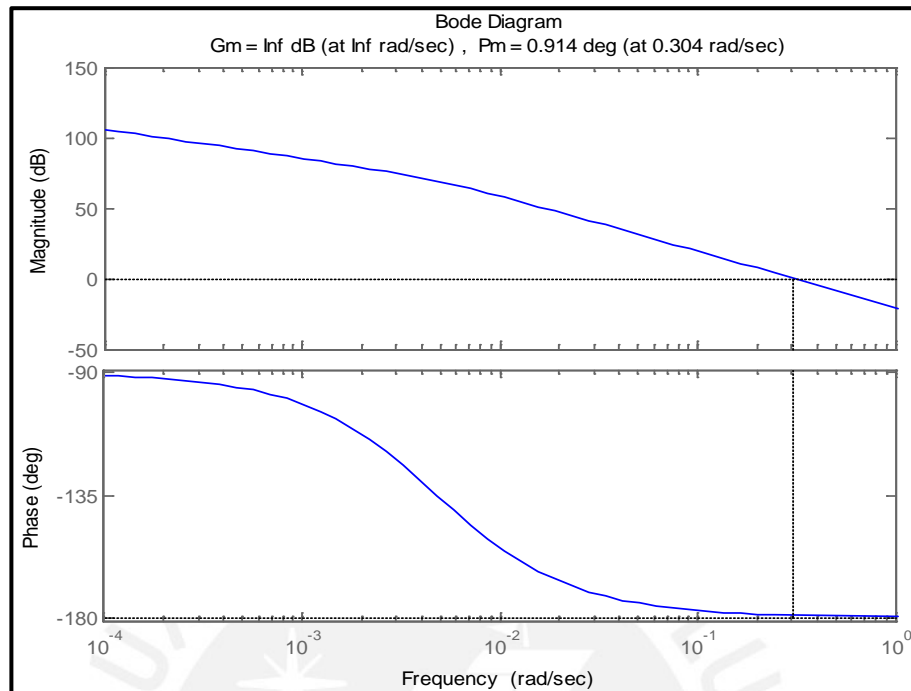


Fig. 3.4.2: Diagrama de bode del sistema FT_{Li} en lazo abierto

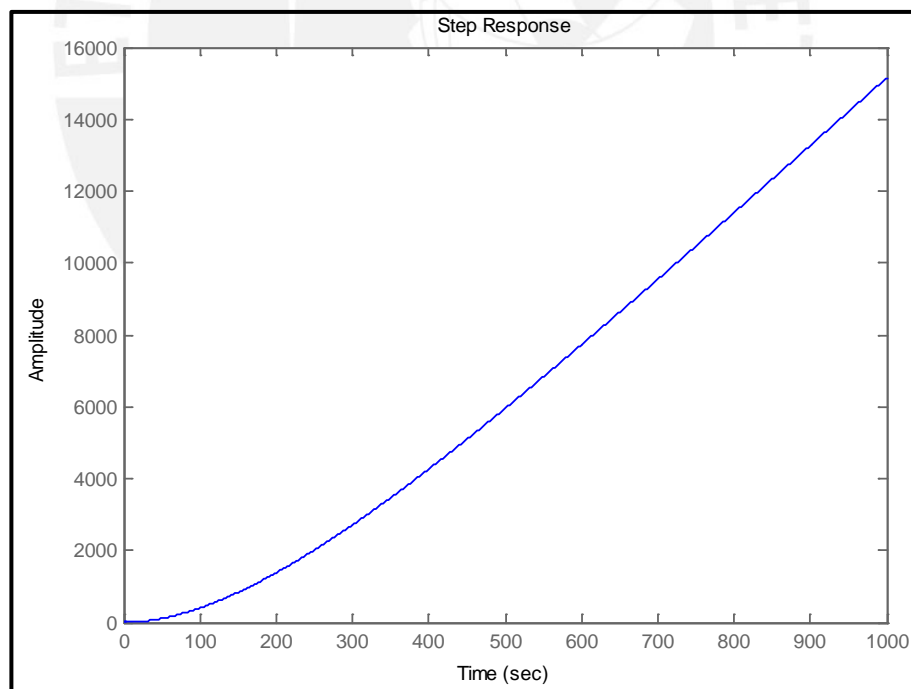


Fig. 3.4.3: Respuesta del sistema FT_{Li} , en lazo cerrado, a un escalón unitario

Como se puede observar en la Fig. 3.4.2 se necesita mejorar el margen de fase y el ancho de banda para que la respuesta transitoria sea la deseada. Además se necesita una frecuencia central mayor a **2 rad/s** para cumplir con el tiempo de establecimiento requerido.

Para lograr los requerimientos deseados, se multiplica la función de transferencia de lazo interno (FT_{LI}) por una ganancia (G_{LI}) adecuada para incrementar el ancho de banda del sistema a, por lo menos, más de **10 rad/s**. Luego se vuelve a realizar el diagrama de bode del sistema con la ganancia dada a fin de verificar si cumple con los demás parámetros deseados:

$$G_{LI}=2000$$

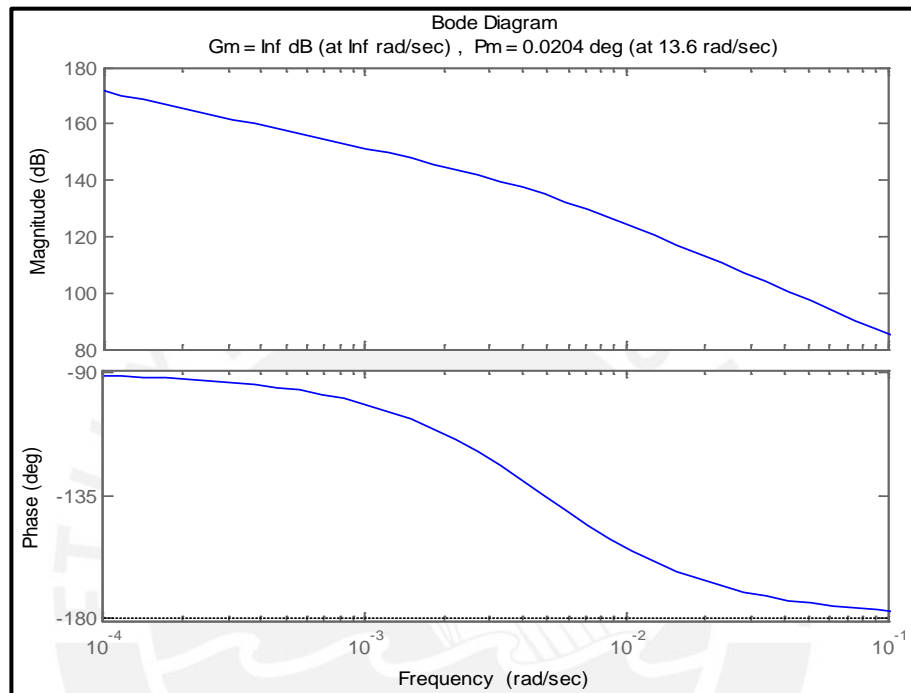


Fig. 3.4.4: Diagrama de Bode del sistema con ganancia en lazo abierto

En la Fig. 3.4.4 se observa que, a pesar de agregar la ganancia, aun no hay una mejora con respecto al margen de fase, por lo que esto se traduce una respuesta transitoria muy lejana de los parámetros deseados.

Con finalidad de mejorar el margen de fase y conservar el ancho de banda obtenido con la ganancia proporcional se agregará un compensador en adelante. Por lo tanto, se centra el controlador a una frecuencia de **20 rad/s** y se multiplica por el sistema.

La Fig. 3.4.5 muestra el diagrama de bode del sistema con compensación en adelante de fase.

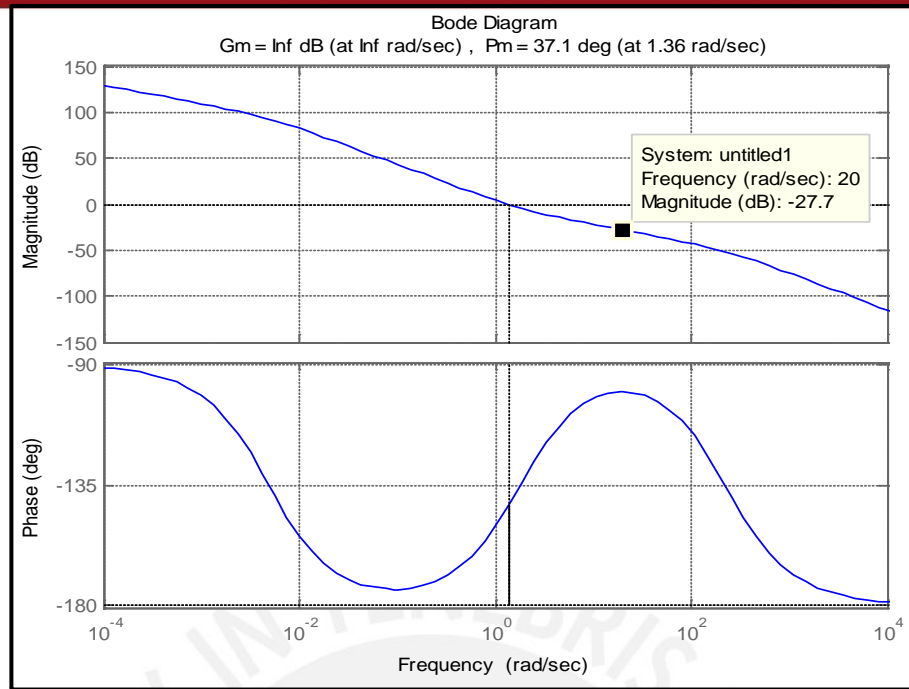


Fig. 3.4.5: Diagrama de bode de sistema con compensación en adelanto de fase

En la Fig. 3.4.5 se observa una mejora notable del margen de fase; sin embargo, este puede ser aún mejor si se mueve la magnitud del sistema aproximadamente **28dB** para lograr el máximo margen de fase dado por el compensador. Por lo que se multiplica al sistema por una ganancia de **25** y se obtiene el diagrama de bode del sistema en la Fig. 3.4.6:

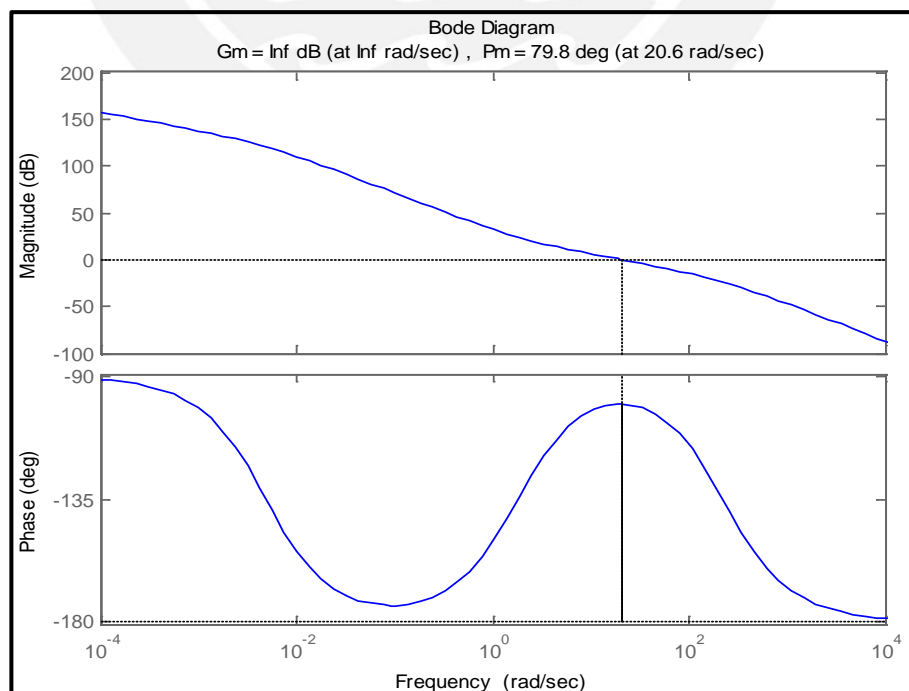


Fig. 3.4.6: Diagrama de bode de sistema con compensación en adelanto de fase

En la Fig. 3.4.6 observa un margen de fase de aproximadamente 80° y un ancho de banda aceptable para obtener un tiempo de subida menor.

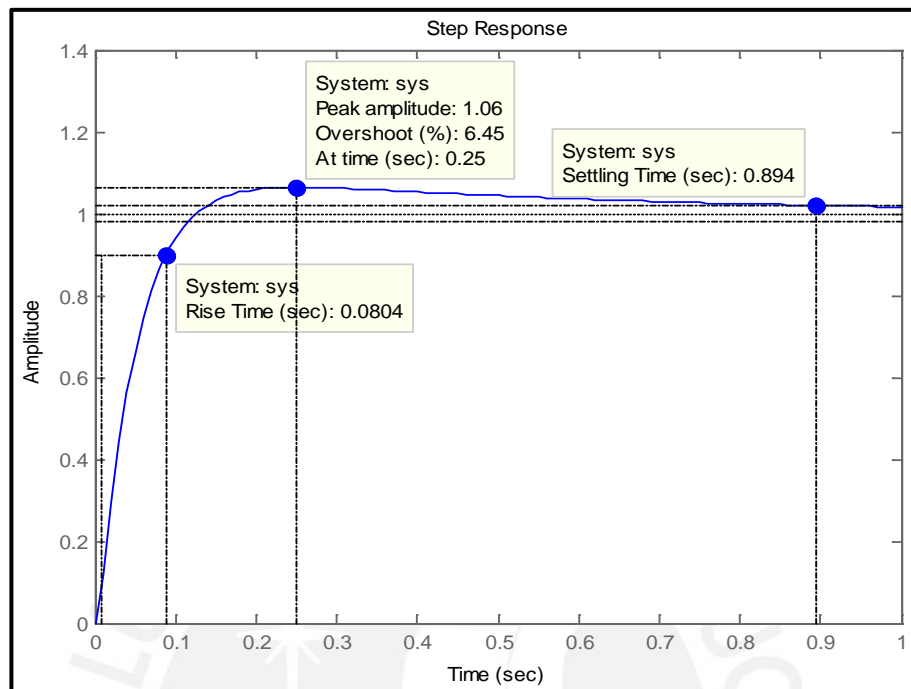


Fig. 3.4.7: Respuesta a una entrada escalón del sistema compensado

En la Fig. 3.4.7 se observa que los parámetros T_s y T_r se encuentran dentro del rango establecido; excepto el OS%, el cual está en 6.45%. Para disminuirlo se reemplaza la ganancia por $G_L=125$, obteniéndose la siguiente figura:

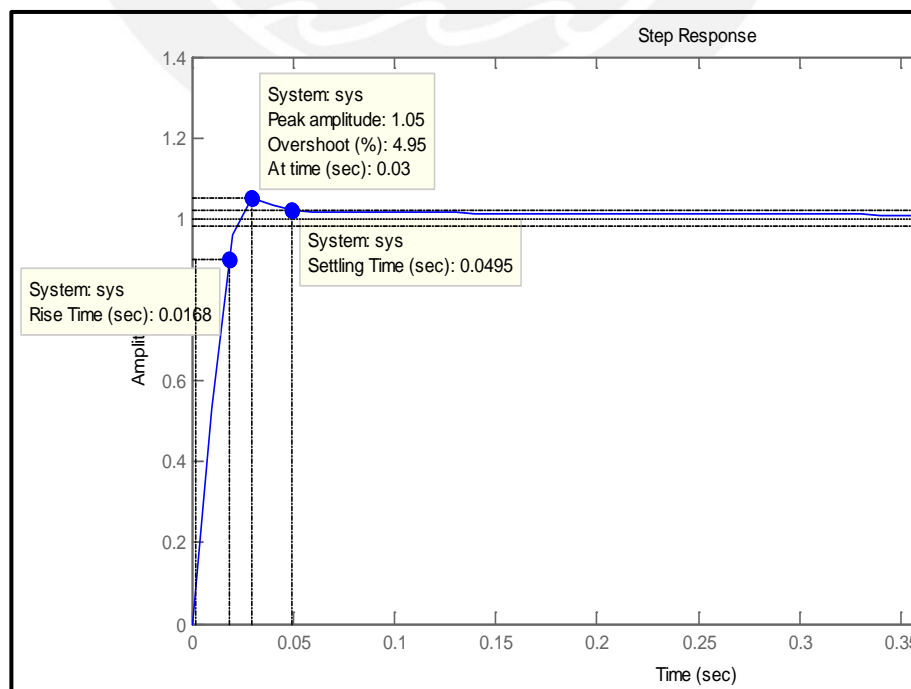


Fig. 3.4.8: Respuesta a una entrada escalón del sistema compensado con $G_L=125$

En la Fig. 3.4.8 se observa el lazo interno compensado con respuesta a una entrada escalón donde finalmente se logra obtener los parámetros deseados de:

- **Sobre-impulso:** OS% = 4.95%
- **Tiempo de establecimiento:** $T_s = 0.0495$ seg.
- **Tiempo de subida:** $T_r = 0.0168$ seg.

Como se cumplió con lograr los parámetros requeridos, a continuación tenemos la ecuación para el compensador en adelante en el lazo interno

$$C_{LI}(s) = \frac{s + 1.79}{s + 224} \tag{3.4.9}$$

Además de contar con una ganancia de lazo interno: $G_{LI}=250000$

De acuerdo a la función de transferencia del **LAZO EXTERNO**, que relaciona el desplazamiento de la bola sobre la varilla $x(s)$ con el ángulo de inclinación de la varilla $\theta(s)$, se tiene la siguiente ecuación:

$$FT_{LE}(s) = \frac{x(s)}{\phi(s)} = \frac{5.72}{s^2} \tag{3.1.16}$$

Para el diagrama de bode de la Fig. 3.4.9 se agrega la función de transferencia del lazo externo más el sistema de lazo interno compensado (FT Lazo interno + compensador en adelante + ganancia):

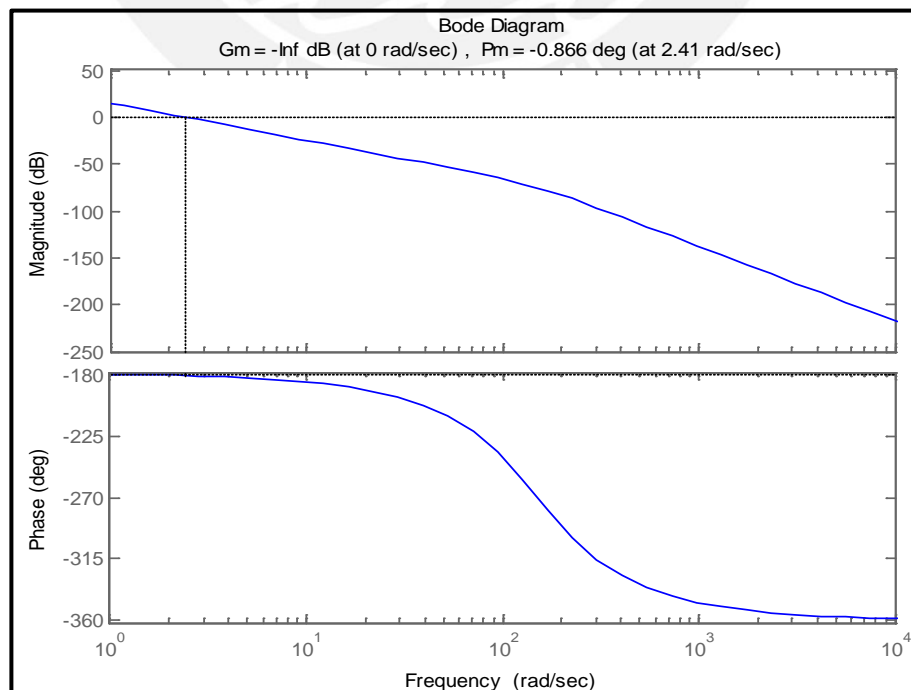


Fig. 3.4.9: Diagrama de Bode del sistema lazo externo + lazo interno

En la Fig. 3.4.9 se verifica que el margen de fase es negativo y el margen de ganancia también es negativo e infinito; todo esto indica inestabilidad en el sistema en lazo cerrado. Para obtener una óptima respuesta transitoria se tiene que aumentar la ganancia del sistema y agregar un compensador en adelanto de fase para aumentar el margen de fase. Se toma como frecuencia central **10 rad/s**, (el ancho de banda del lazo interno $BW_{LI}=160$ rad/seg, debe ser mayor que el lazo externo para que el motor tenga un control efectivo sobre la bola) y se obtiene el diagrama de bode de la Fig. 3.4.10:

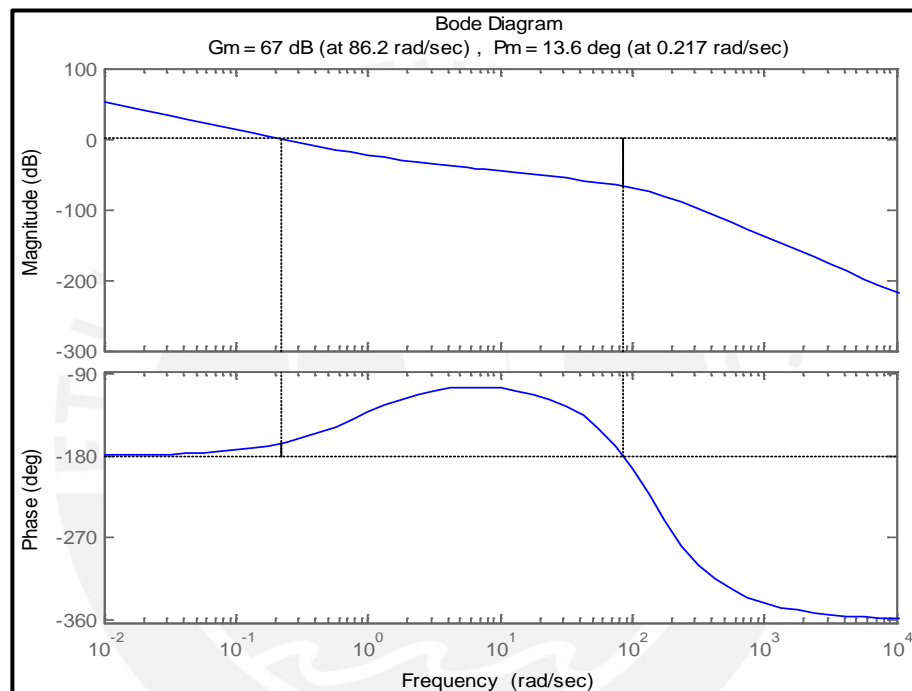


Fig. 3.4.10: Diagrama de bode del sistema con compensación en adelanto de fase

En la Fig. 3.4.10 se observa una mejora en el margen de ganancia y de fase, pero el margen de fase aun no es del todo bueno; por ello se tiene que agregar una ganancia al sistema.

La frecuencia de cruce de ganancia debe estar aproximadamente en **10 rad/s** para lo cual se necesita aumentar 46dB, es decir, multiplicamos al sistema por una ganancia $G_{LE}=200$. Luego de realizar estos ajustes se obtiene el diagrama de bode la Fig. 3.4.11:

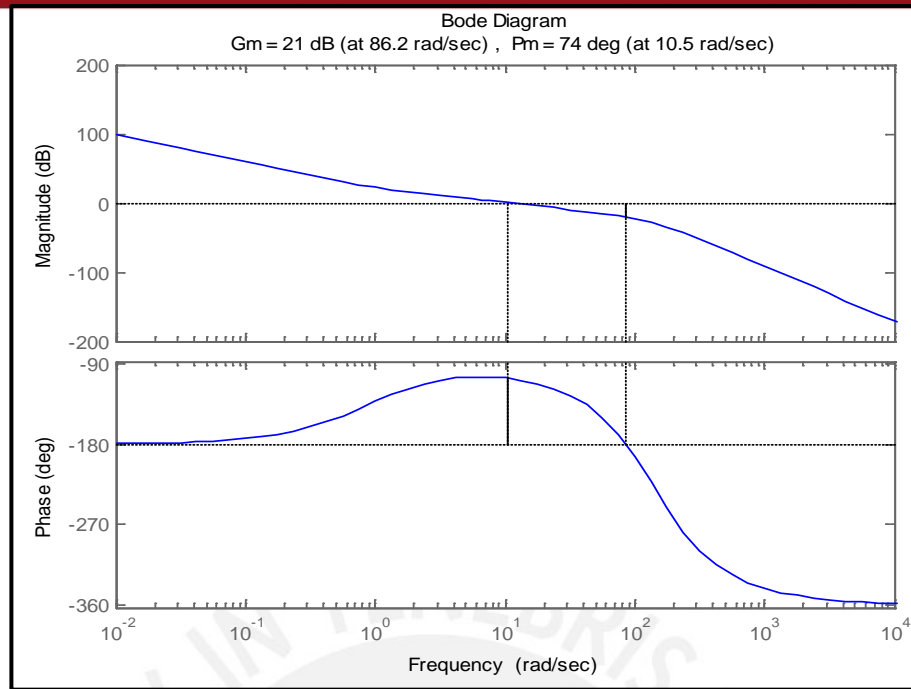


Fig. 3.4.11: Diagrama de bode del sistema compensado y con ganancia de 46dB.

Luego de verificar en la Fig.3.4.11 que se obtiene un margen de fase y de ganancia aceptables, se halla la respuesta del sistema a una entrada escalón:

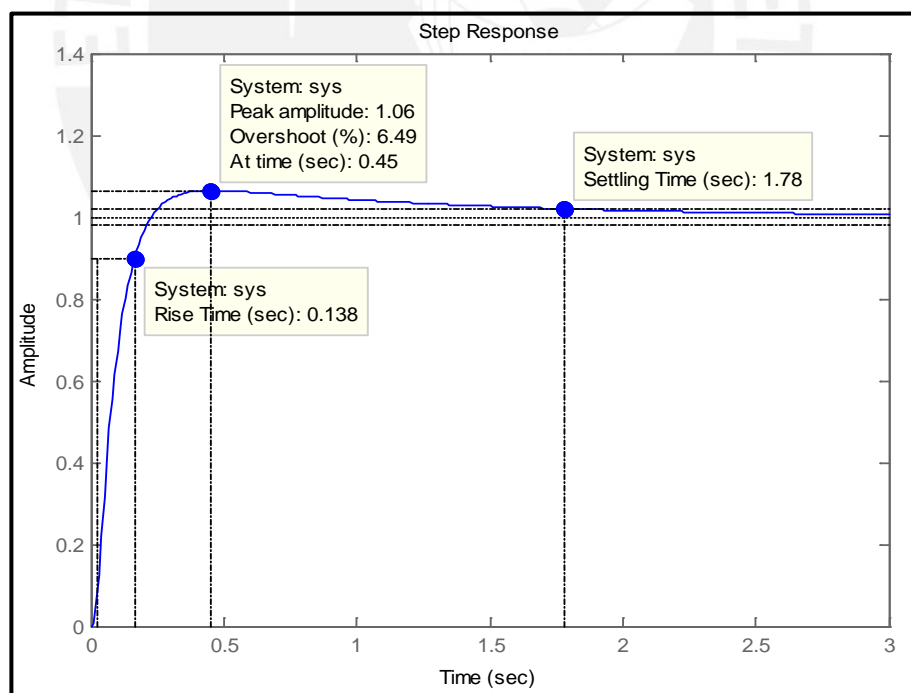


Fig. 3.4.12: Respuesta a una entrada escalón del sistema completo.

En la Fig. 3.4.12 se observa que los parámetros de T_s y T_r cumplen con lo deseado, pero el OS% es el que aún no es óptimo. Por lo que replanteamos la ganancia del sistema ahora a $G_{LE}=300$ y obtenemos la Fig. 3.4.13:

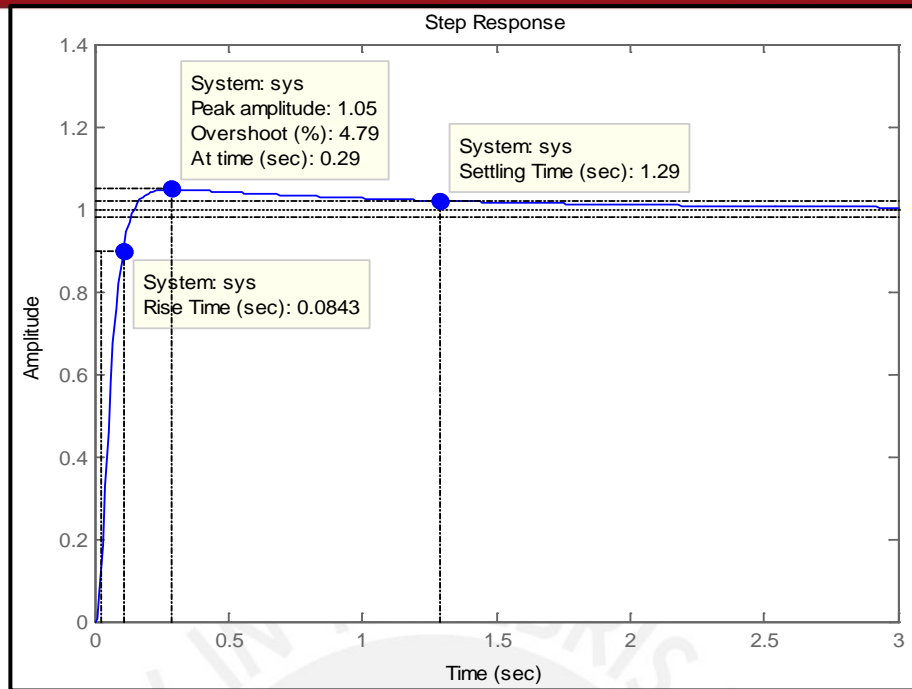


Fig. 3.4.13: Respuesta a una entrada escalón del sistema total compensado con ajuste de ganancia.

En la Fig. 3.4.13 observamos el sistema bola-varilla completo con respuesta a una entrada escalón donde finalmente se logra obtener los parámetros deseados de:

- **Sobre-impulso:** OS% = 4.79%
- **Tiempo de establecimiento:** $T_s = 1.29$ seg.
- **Tiempo de subida:** $T_r = 0.0843$ seg.

Además el ancho de banda del lazo externo es menor que el del lazo interno BW_{LI} (160 rad/seg) > BW_{LE} (24 rad/seg) lo que asegura que el motor tenga un control efectivo sobre la bola. Como se cumplió con lograr los parámetros requeridos, a continuación tenemos la ecuación para el compensador en adelanto en el lazo externo:

$$C_{LE}(s) = \frac{s + 0.89}{s + 111} \quad (3.5.9)$$

Además de contar con una ganancia de lazo externo: $G_{LE}=300$

Finalmente, realizando el diseño y simulación de los controladores del sistema bola-varilla utilizando SIMULINK desde MATLAB, se elaboró el diagrama de bloques del sistema completo como se muestra en la Fig. 3.4.14:

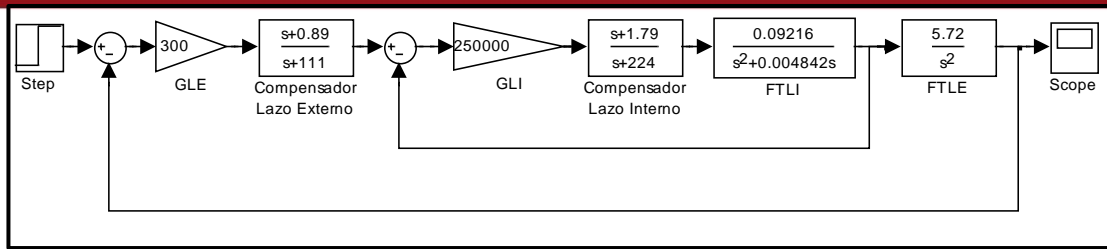


Fig. 3.4.14: Diagrama de bloques en simulink del sistema completo

3.5 Diseño mecánico del módulo:

Para realizar el sistema bola-varilla, se debe diseñar una estructura adecuada - estable y simétrica - para el motor. Así mismo, tienen que ser de fácil implementación, económica y con un diseño agradable. El diseño del módulo se realizó en el programa de CAD en 3D – SolidWork, teniendo en cuenta las dimensiones reales para la implementación.

Para realizar el dimensionamiento de la varilla y le soporte se realizaron simulaciones de desplazamiento de la bola sobre la varilla, teniendo en cuenta las características físicas de los equipos (peso de bola, características eléctricas del motor, peso de la varilla). La Fig. 3.5.1 y 3.5.2 muestran las simulaciones del sistema en el entorno SolidWork.

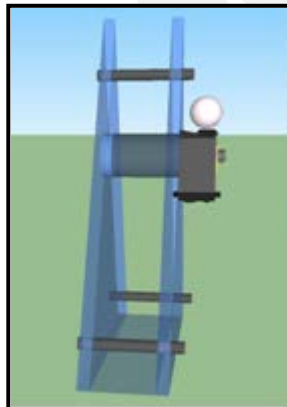


Fig. 3.5.1. Vista de perfil del sistema

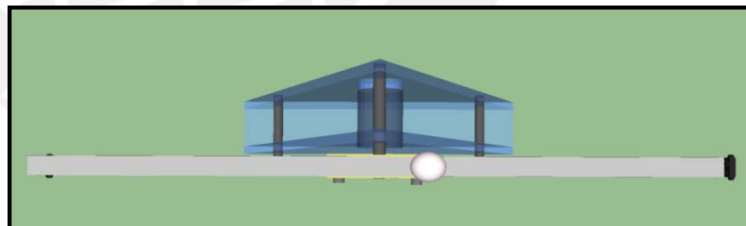


Fig. 3.5.2. Vista de planta del sistema

A partir de las simulaciones, se estiman las dimensiones de los equipos. La Fig. 3.5.3 muestra el diseño de la varilla con su respectivo dimensionamiento: el largo depende del torque que pueda generar el motor y el ancho será la tercera parte del diámetro de la bola para evitar que esta salga disparada durante el movimiento del sistema. Así mismo, en la Fig. 3.5.4 se observa la varilla implementada de acuerdo a las dimensiones del diseño, el material utilizado es aluminio para generar menos torque en el motor:

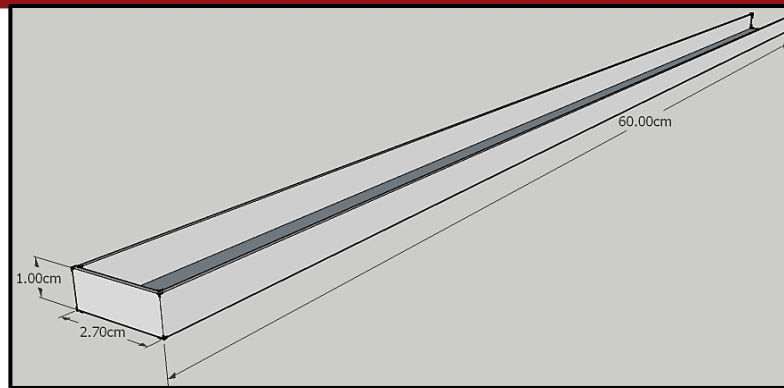


Fig. 3.5.3: Diseño de la varilla

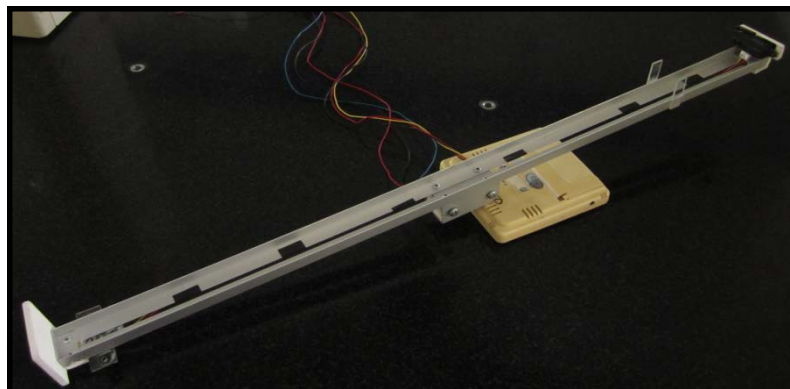


Fig. 3.5.4: Implementación de la varilla

Para realizar la conexión mecánica entre el eje del motor y la varilla se utiliza un acople mecánico cuyo diseño se muestra en la Fig. 3.5.5, donde se tuvo en consideración las características físicas del sistema. En la Fig. 3.5.6 se muestra el acople implementado de acuerdo al diseño y el material utilizado es aluminio.

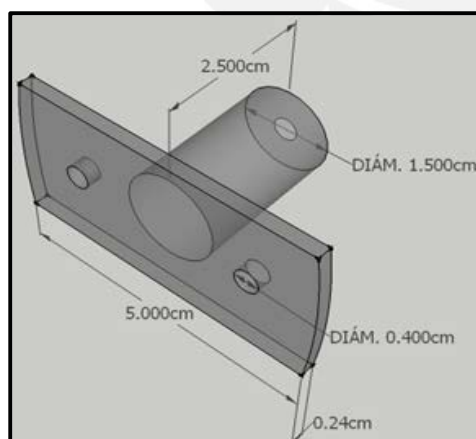


Fig. 3.5.5: Diseño del acople



Fig. 3.5.6: Implementación del acople

El soporte fue diseñado de acuerdo a los requerimientos del sistema para mantener el sistema linealizado y estable; es decir, evitar que el sistema salga del rango donde el controlador pierda la estabilidad del sistema total. La Fig. 3.5.7 muestra el diseño del soporte con su dimensionamiento respectivo; mientras que la Fig. 3.5.8 muestra el soporte ya implementado con material de acrílico.

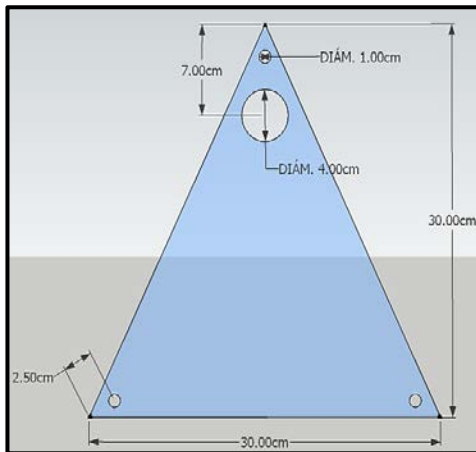


Fig. 3.5.7: Diseño del módulo

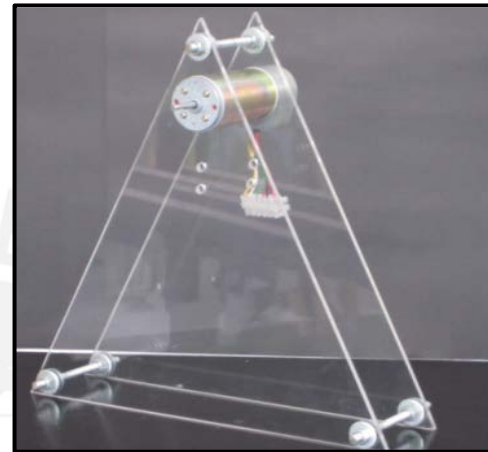


Fig. 3.5.8: Implementación del módulo

Finalmente, se realiza la conexión de cada una de las partes implementadas para tener todo el sistema completo como se puede mostrar en el diseño de la Fig. 3.5.9. Los materiales y dimensiones de las estructuras implementadas se observan la tabla 3.5.1:

CANTIDAD	DESCRIPCIÓN	FUNCIÓN	DIMENSIONES	MATERIAL
1	Varilla	Estructura de varilla	Fig. 3.5.3	Aluminio (espesor 1mm)
1	Acople	Acople motor-varilla	Fig. 3.5.5	Aluminio
2	Superficies triangulares (frontal y trasera)	Soporte de estructura	Fig. 3.5.7	Acrílico (espesor 1")
3	Tornillos sinfín	Unir superficies de soporte	7 cm	Acero

Tabla 3.5.1. Dimensiones del modulo

La Fig. 3.5.10 muestra el sistema bola-varilla implementado de acuerdo al diseño de cada una de las partes y teniendo en consideración los aspectos físicos y limitaciones del sistema de control.

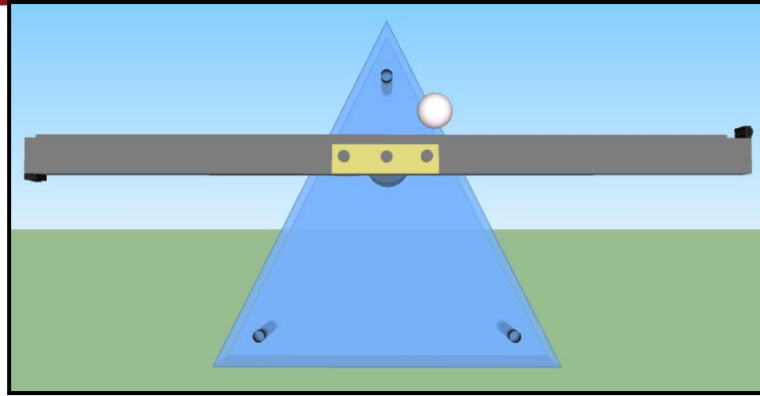


Fig. 3.7.9: Vista frontal del módulo diseñado.

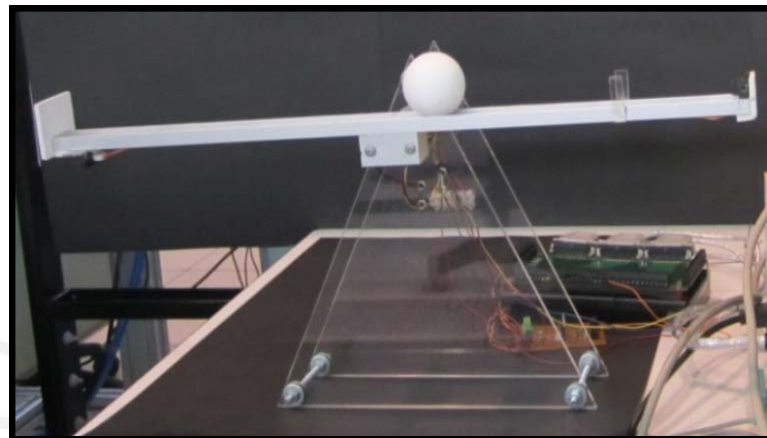


Fig. 3.7.10: Vista frontal de módulo implementado

3.6 Electrónica de control:

Para el control por voltaje se utiliza un driver que será el nexo entre el motor y la tarjeta de procesamiento de señal DSPACE1102.

En la Fig. 3.6.2 se observa el diagrama esquemático de la tarjeta de control que contiene un circuito integrado LM298 (puente H) que funciona como un amplificador y además permite controlar el sentido de corriente que pasa hacia el motor logrando el cambio de giro o dirección del motor (horario o anti horario). Por otro lado, cuenta con diodos de protección los cuales evitan que alguna corriente parásita pueda inhabilitar el LM298 cuando se produce la conmutación. Además, cuenta también con un negador 74LS06, que permitirá activar el sentido de giro deseado al enviar una combinación de “01” y “10” tomando como entrada la salida del bit de control de la tarjeta de procesamiento de señal DSPACE1102 a través del pin IOP0, la salida del negador se conectará al LM298 para realizar el giro horario o anti horario según sea la combinación. La Fig. 3.6.1 muestra la distribución de pines del LM298.

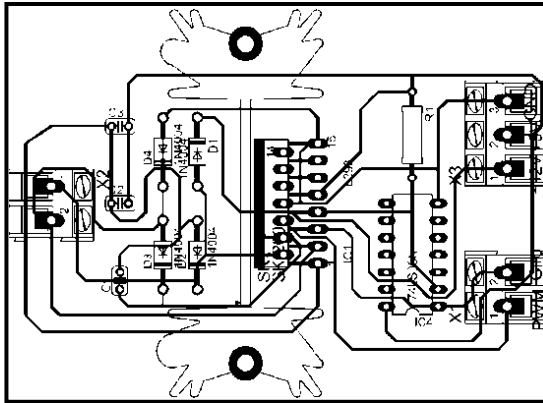


Fig. 3.6.3: PCB de tarjeta de control del motor

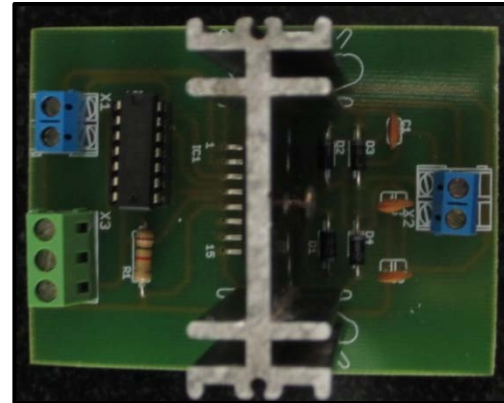


Fig. 3.6.4: Tarjeta de control del motor implementada

Para el diseño de la tarjeta de control del motor se utilizaron los siguientes componentes:

COMPONENTE	CÓDIGO	VALOR	CANTIDAD
Diodos	1N4004	-	4
Puente H	LM298	-	1
Compuerta lógica negador	74LS06	-	1
Borneras de 2 entradas	-	-	2
Borneras de 3 entradas	-	-	1
Capacitores cerámicos	-	100 nf	3
Resistencia	-	1 K Ω	1
Disipador	-	-	1

Tabla 3.6.1: Componentes de tarjeta de control

CAPITULO 4: PRUEBAS Y RESULTADOS

4.1 Pruebas experimentales y simulaciones del sistema:

A continuación se muestran las pruebas elaboradas por etapas antes de realizar la prueba total del sistema:

Sensor Infrarrojo:

Las pruebas experimentales de los sensores involucra el sensor de posición y el sensor de ángulo cuyas ubicaciones se muestran en la Fig. 4.1.1:

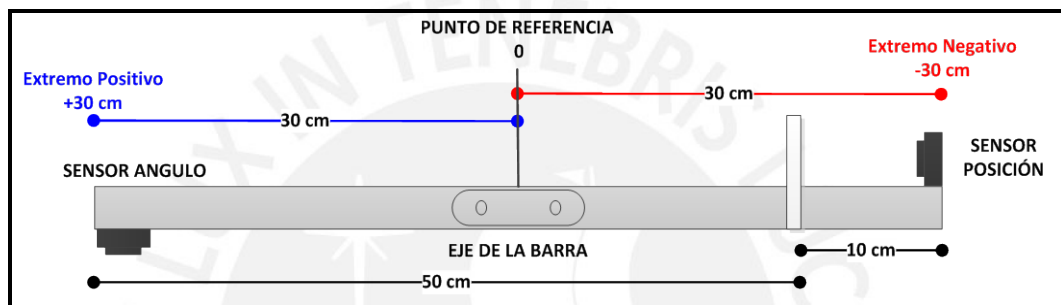


Fig. 4.1.1. Distribución de sensores en la varilla

Las fórmulas que relacionan el voltaje con la posición de la bola sobre la varilla (primer sensor – Fórmula 3.3.3) y la relación entre el voltaje y el ángulo de giro de la varilla (segundo sensor – Fórmula 3.3.10) son implementadas dentro del SIMULINK Real-Time Workshop como se muestra en la Fig. 4.1.2:

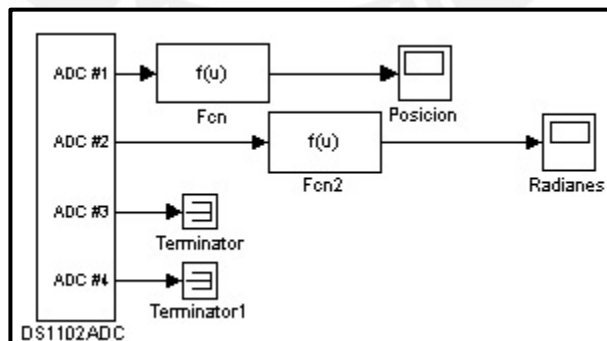


Fig. 4.1.2: Prueba de sensores en SIMULINK Real-Time Workshop

Dónde:

$$\text{Fcn: } L_x = \frac{22.449}{V_{out} - 0.1531} - 0.42 \tag{3.3.3}$$

$$\text{Fcn2: } \theta = \frac{\pi}{2} - \left[\tan^{-1}\left(\frac{L2}{30}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{23}{\sqrt{L2^2 + 30^2}}\right) \right] \tag{3.3.10}$$

Como se observa en la Fig. 4.1.1, existe el extremo positivo (lado izquierdo), el extremo negativo (lado derecho), se tiene como referencia el centro de la varilla (es decir a 30 cm de la ubicación del sensor de posición) y las unidades que se necesitan de salida son metros, entonces procedemos a realizar los siguientes ajustes en la fórmula 3.3.3; para obtener la fórmula final que irá en la función matemática del Simulink para la medición de la ubicación de la bola sobre la varilla:

$$L_x = \left(\frac{22.449}{V_{out} - 0.1531} - 30.42 \right) / 100 \quad (4.1)$$

La fórmula 3.3.10 ya cuenta con las unidades que el sistema necesita para el ángulo de giro (radianes) y los signos (positivo y negativo) para identificar el sentido de giro; por lo cual no requerirá de ajustes adicionales.

Los valores de voltaje que son enviados por los dos sensores son monitoreados a través de la interfaz gráfica de usuario-GUI, como se muestra en la Fig. 4.1.3, donde se observa las variaciones del voltaje medido por los sensores al realizar movimientos manuales de la bola, lo cual origina movimiento de la varilla. Las fórmulas de relación permiten la conversión en centímetros.

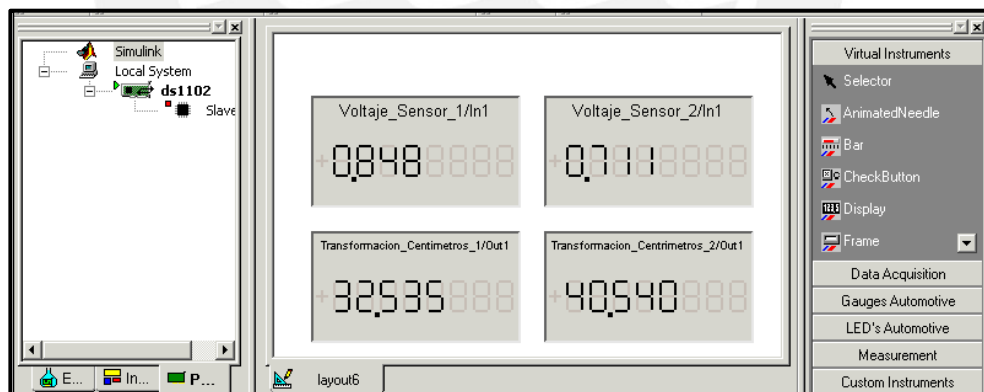


Fig. 4.1.3: GUI para monitorear valores medidos por los sensores

Para el primer sensor que mide el desplazamiento de la bola sobre la varilla se realiza la siguiente prueba experimental: Comparar la lectura del sensor (a través de una GUI de la tarjeta DS1102) y la medición del desplazamiento de la bola sobre la varilla (teniendo como referencia una regla cuya unidad mínima es 1 mm), tal como lo muestra la Fig. 4.1.4:

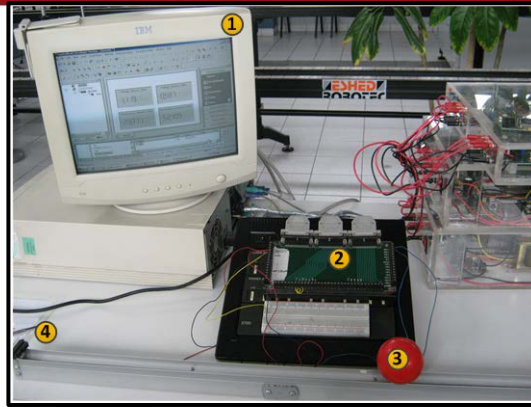


Fig. 4.1.4: Prueba experimental para sensor de distancia

En la prueba experimenta de la Fig. 4.1.4 se observan los siguientes elementos:

- N°1: GUI para el monitoreo de los valores obtenidos del sensor.
- N°2: Tarjeta de conexiones de los puertos de entrada y salida de la tarjeta de control DSPACE 1102.
- N°3: Bola a utilizar en las pruebas.
- N°4: Sensor sobre la barra para la medición de las distancias.

A partir de la prueba de la Fig. 4.1.4 se obtiene los siguientes datos:

PUNTO DE MEDICIÓN (cm)	Vout SENSOR (V)	FCN SENSOR (cm)	ERROR (cm)
10.0	2.40	9.56	-0.44
12.5	2.00	11.73	-0.77
15.0	1.69	14.23	-0.77
17.5	1.45	16.88	-0.62
20.0	1.30	19.22	-0.78
22.5	1.15	22.03	-0.47
25.0	1.06	24.42	-0.58
27.5	0.98	26.89	-0.61
30.0	0.91	29.32	-0.68
32.5	0.85	32.03	-0.47
35.0	0.80	34.39	-0.61
37.5	0.76	36.88	-0.62
40.0	0.72	39.32	-0.68
42.5	0.69	41.63	-0.87
45.0	0.66	44.22	-0.78
47.5	0.63	46.65	-0.85
50.0	0.61	49.15	-0.85
52.5	0.58	51.80	-0.70
55.0	0.56	54.21	-0.79
57.5	0.55	56.72	-0.78
60.0	0.53	59.30	-0.70
EXACTITUD			-0.69

Tabla 4.1.1: Datos de la experimental para sensor de distancia

Los ajustes al modelo matemático linealizado permite una precisión dentro del rango de $\pm 1\text{mm}$ y una exactitud aproximada de -6.9mm , lo cual es aceptable para la respuesta rápida e inestable del sistema bola varilla. La Fig. 4.1.5, muestra la relación directamente proporcional entre el voltaje de salida del sensor y la distancia de desplazamiento de la bola sobre la varilla, sobreponiendo la gráfica teórica de acuerdo a la fórmula 3.3.3 y la gráfica que resulta de la medición real en el sistema:

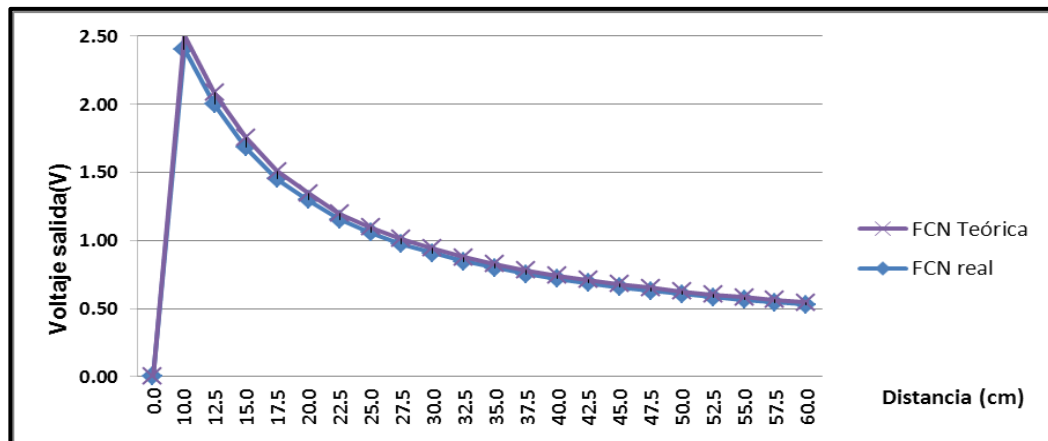


Fig. 4.1.5: Relación entre voltaje y la distancia del sensor SHARP

Motor DC – Encoder Incremental:

Para el motor se realizaron las pruebas de medición de ángulo en radianes con ayuda de una GUI y utilizando el encoder del motor. Los resultados obtenidos a través de la GUI se corroboraron con la data obtenida por un tacómetro digital. Se implementa la Fig. 4.1.6 con un diagrama de bloques para leer la posición (radianes) y la velocidad (radianes por segundo) del encoder.

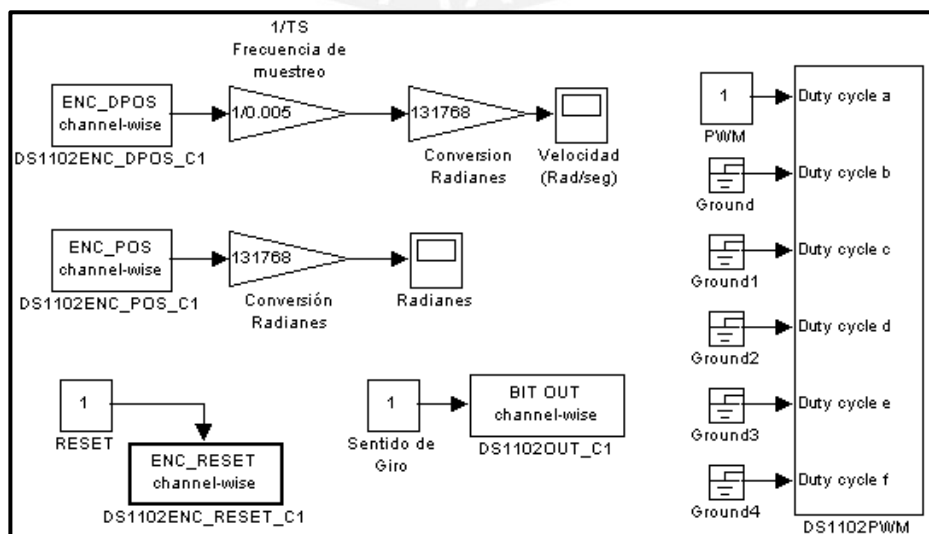


Fig. 4.1.6: GUI para pruebas experimentales del motor DC

En la Fig. 4.1.6 se observa un factor de conversión de los datos arrojados por los bloques de ENC_POS y ENC_DPOS en radianes y rad/seg respectivamente, según el número de cuentas que posee nuestro encoder. Este factor de conversión se obtiene de la siguiente ecuación:

$$\phi = 2^{23} \cdot \frac{2\pi}{4(\text{Cuentas_Encoder})} \cdot (\text{Salida_escalada}) \quad (4.1.1)$$

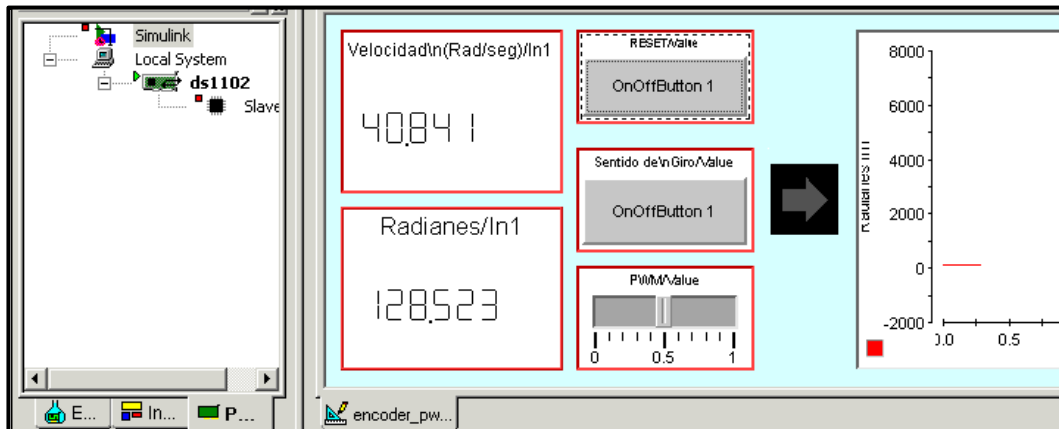


Fig. 4.1.7 GUI para monitorear la velocidad y sentido de giro del motor DC

La Fig. 4.1.7 muestra la GUI respectiva con los valores de ángulo (radianes) y velocidad (radianes por segundo) obtenidas por el encoder en el motor, para cada uno de los sentidos de giro del motor (horario y anti horario) el cual se controlaba con el botón de sentido de giro mostrado en la GUI.

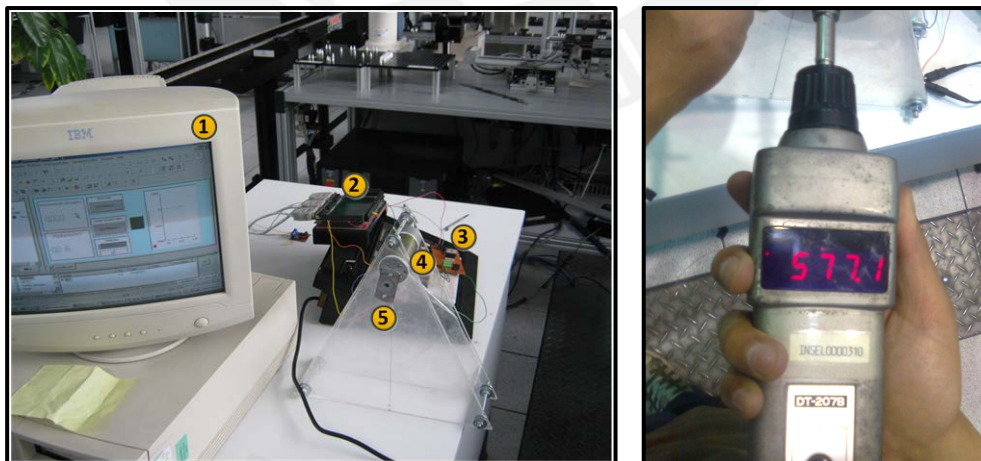


Fig. 4.1.8: Prueba experimental para motor DC – Encoder incremental

La Fig. 4.1.8 muestra la prueba experimental donde se involucra el lazo interno del sistema (motor) y se valida la información recibida por la tarjeta DS1102 a través de un tacómetro digital; así como también:

- N°1: GUI desarrollado para el monitoreo del motor.
- N°2: Tarjeta de conexiones de los puertos de entrada y salida de la DSPACE 1102 hacia el motor y tarjeta de control del motor.
- N°3: Tarjeta de control del motor (Puente H).
- N°4: Motor y encoder del motor (parte posterior).
- N°5: Modulo implementado para el sistema bola y varilla.

Por otro lado, esta prueba experimental permitió verificar la correcta lectura de valores del motor a través de la tarjeta DS1102. Además, el número de cuentas hallado determina el incremento mínimo de ángulo detectable por el encoder (precisión) equivalente a 100 cuentas:

$$\text{Ángulo mínimo} = \frac{360^\circ}{N^\circ \text{ cuentas}} = 3.6^\circ \quad (4.1.2)$$

Debido a que la resolución del ángulo de giro no es el adecuado para nuestro sistema bola-varilla se optó por acondicionar un sensor infrarrojo para mejorar dicha medición.

Sistema completo: bola-varilla:

Para realizar las pruebas en tiempo real del sistema bola-varilla se deberá desarrollar, grabar y ejecutar el modelo completo (Fig. 4.1.9), diseñado en el entorno Simulink de Matlab descrito en el capítulo 2, sobre la plataforma de la tarjeta de procesamiento de señal DS1102.

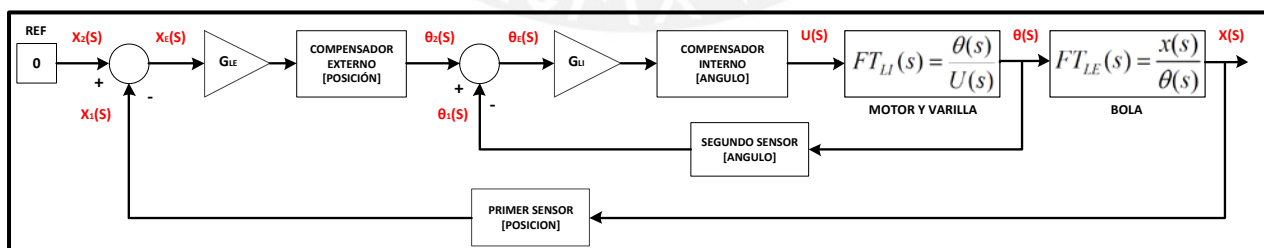


Fig. 4.1.9: Modelo completo del sistema bola-varilla

En la Fig. 4.1.10 se muestra la implementación del sistema con los bloques provistos en Simulink, además se puede identificar el lazo interno y externo:

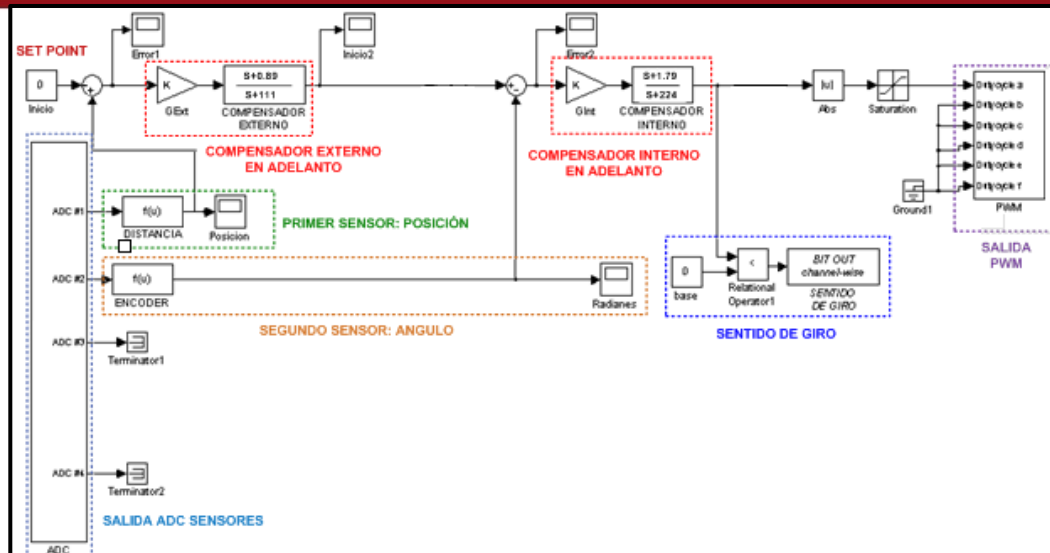


Fig. 4.1.10: Diagrama de bloques del sistema completo en Simulink

Lazo Interno: Posee como entrada la señal de control del lazo externo - ángulo de inclinación de la varilla obtenido según la posición de la bola [$\theta_2(s)$, unidad: radianes]. El lazo de realimentación es el valor del ángulo de la varilla tras la acción del motor [$\theta_1(s)$, unidad: radianes], éste es calculado mediante el segundo sensor Sharp GP2D12 con la ecuación 4.1. Luego, en la etapa de cambio de giro se utiliza el bloque de BIT OUT [Anexo 1] para enviar el sentido de giro al driver de control del motor (Puente H).

Se envía la señal de PWM al motor para lograr el control por voltaje, el cual es proporcional al valor válido admitido por el bloque de PWM, es decir, pertenece al intervalo de $[0; 1]$. Luego se toma solo el valor absoluto (bloque absoluto) de la señal para después pasar por un bloque que limite el mínimo y máximo valor permitido por el bloque de PWM (bloque saturación). El controlador que se utiliza para este lazo es un compensador en adelanto de fase.

Lazo Externo: Tiene como entrada la ubicación deseada de la bola en la varilla [$X_2(s)$, unidad: metros]. El lazo de realimentación es la posición de la bola sobre la varilla [$X_1(s)$, unidad: metros], que se obtiene a través del primer sensor SHARP GP2D12 en la ecuación 3.3.3 y que toma como referencia el centro de la varilla (eje). Este eje divide a la varilla en dos tramos, uno identifica la posición negativa $[-0.3m; 0m]$ y el otro la posición positiva $[0m; 0.3m]$. Además se define el sentido del ángulo de giro de la varilla con respecto al eje, siendo un ángulo negativo para el sentido horario y ángulo positivo para el sentido anti horario

como se muestra en la Fig. 4.1.11. En esta etapa el controlador utilizado es un compensador en adelanto de fase. Finalmente la señal de control ingresa al lazo interno para poder situar la bola en la posición deseada en la varilla.

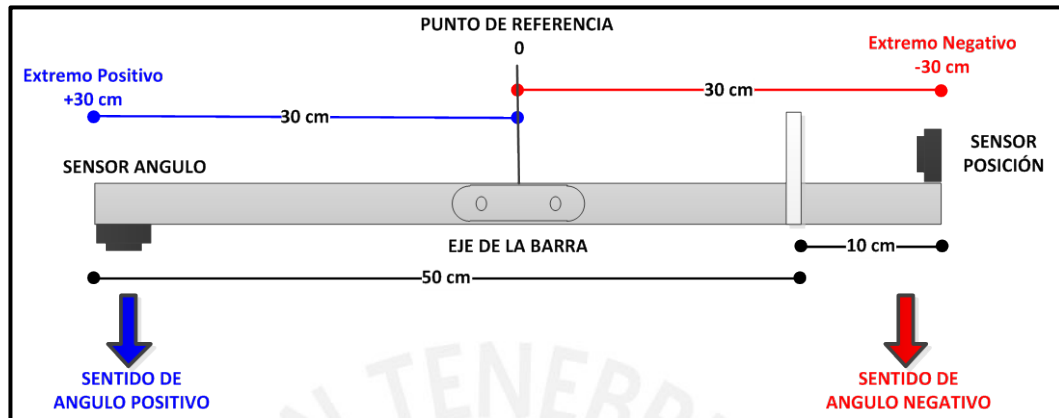


Fig. 4.1.11: Signo para sentido de giro de varilla

Las características y funciones de cada uno de los bloques que se utilizaron en el sistema bola-varilla, pertenecientes a la librería de la tarjeta DSpace1102, se encuentran en el **Anexo 1** donde se explica a detalle las consideraciones necesarias para su uso. Cabe resaltar que cada uno de los bloques usados para el diagrama en Simulink debe tener la frecuencia de muestreo de 0.005 seg para hacer efectiva la simulación en la DSpace 1102, basados en el criterio de que ese tiempo debe estar alrededor de la décima parte de la menor constante de tiempo en el sistema y en las pruebas con diferentes tiempos de muestreo.

Para poder realizar las comparaciones es necesario tener en cuenta los requerimientos a partir del cual se ha iniciado el diseño de los controladores para el sistema bola-varilla:

- **Ecuación 3.4.1:** $OS\% \leq 5\%$
- **Ecuación 3.4.2:** $T_s \leq 3 \text{ seg.}$

Para realizar la captura del comportamiento en tiempo real, almacenar la data y cambiar el valor de set-point (referencia) del sistema, es necesario diseñar una Interfaz Gráfica de Usuario (GUI). Esta nos permitirá interactuar, visualizar, así como también analizar las variables y parámetros de control deseados. En la Fig. 4.1.12 se muestra la GUI final que se utilizó para el sistema:

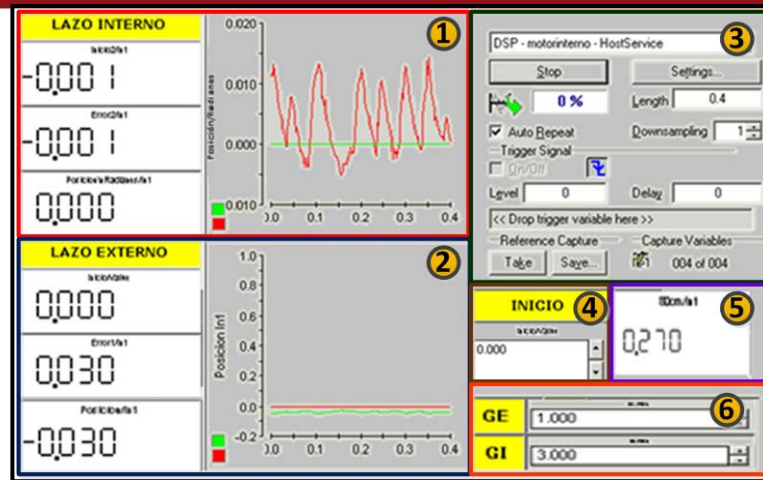


Fig. 4.1.12: Interfaz final gráfica de usuario - GUI

Para elaborar la interfaz gráfica del usuario (GUI), en primer lugar se deberá desarrollar el sistema bola-varilla como se muestra en la Fig. 4.1.10; luego de esto, se deberá compilar el sistema completo para que el Control Desk genere el código en C++ y éste se convierta en el archivo ejecutable *.obj* en la tarjeta de procesamiento de señal DS1102. Una vez compilado y grabado en la tarjeta DS1102, se empieza a construir la interfaz gráfica de usuario en este caso se van a observar las variables detalladas como se muestra en la Fig. 4.1.12:

1. Lazo externo:

- Inicio lazo externo: Muestra la entrada de referencia del sistema, en nuestro caso 0.3m que representa el centro de la varilla.
- Error lazo externo: Muestra el error producido entre la entrada de referencia y la realimentación del sistema (posición de la bola en la varilla).
- Posición lazo externo: Muestra el valor de la posición de la bola en la varilla que se mide a través del primer sensor SHARP, ubicado sobre el extremo de la varilla, cuya unidad esta expresada en metros (m).
- Gráfica: Muestra la gráfica de la Referencia vs. Tiempo y la Posición de la bola en la varilla vs. Tiempo.

2. Lazo interno:

- Inicio lazo interno: Muestra la entrada de referencia del lazo interno; es decir, ángulo medido en radianes.
- Error lazo interno: Muestra el error producido entre la entrada del lazo interno y la realimentación del sistema, ambos ángulos en radianes.

- Posición/Radianes lazo interno: Muestra el valor del ángulo de la varilla que se mide a través del segundo sensor SHARP, ubicado sobre el extremo inferior de la varilla, cuya unidad esta expresada en radianes.
- Gráfica: Muestra la gráfica de la entrada en radianes al lazo interno vs. Tiempo y el Ángulo de la varilla vs. Tiempo.

3. Panel de ejecución: En este panel se da inicio, se detiene o se guarda la simulación en tiempo real que resulta de la prueba experimental.

4. Bloque inicio: Con este recuadro se puede cambiar en tiempo real el valor de referencia ingresado al sistema.

5. Posición de bola sobre varilla: Muestra el valor real obtenido, con el primer sensor infrarrojo Sharp.

6. Bloque de ganancia externa y ganancia interna: En estos bloques se puede cambiar el valor de las ganancias de ambos lazos, externo e interno, en tiempo real.

En la Fig. 4.1.13 se observa la respuesta del **LAZO INTERNO** a una entrada escalón sin compensación con la finalidad de mostrar el estado inicial del lazo interno:

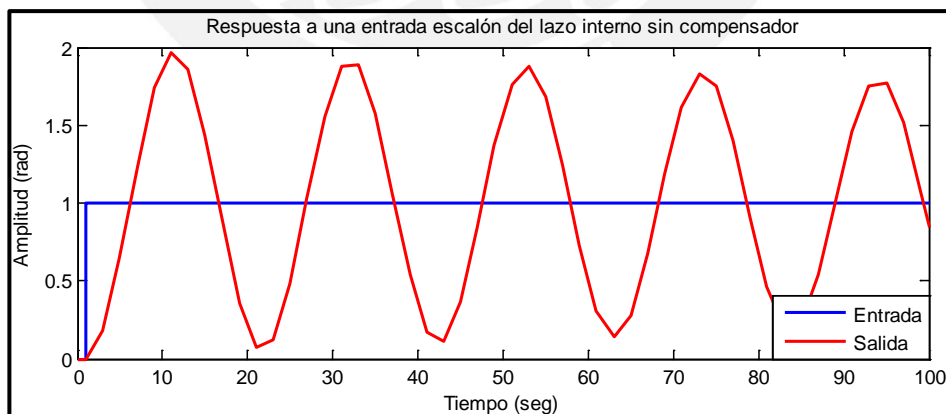


Fig. 4.1.13: Respuesta del lazo interno sin compensación

La Fig. 4.1.13 muestra que el lazo interno es inestable, no cumple con los requerimientos de sobre-impulso ($OS\% < 5\%$), tiempo de establecimiento ($T_S < 3\text{seg.}$) y existe un tiempo de respuesta muy lento.

Para obtener los requerimientos establecidos, primero se debe agregar una ganancia proporcional que permita un mayor ancho de banda, lo que significa un tiempo de respuesta más rápido; luego, agregar el controlador en adelante para el lazo interno (fórmula 3.4.9) y se verifica la respuesta del sistema a través de Fig. 4.1.14:

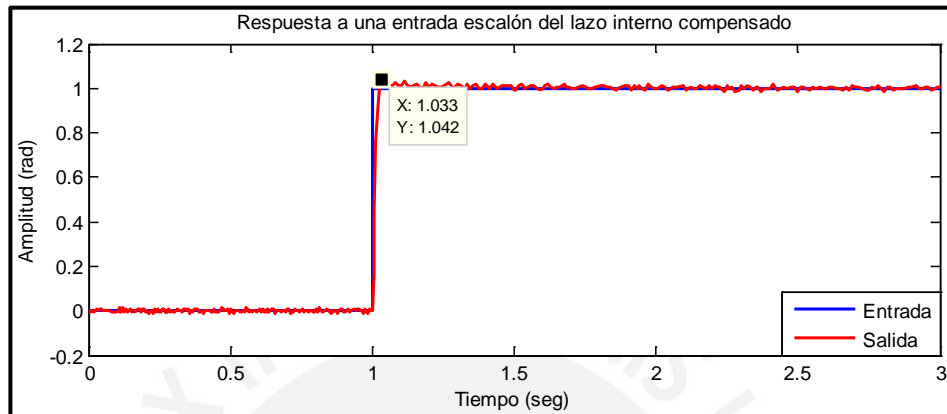


Fig. 4.1.14: Respuesta a una entrada escalón del lazo interno con compensación

De acuerdo a la Fig. 4.1.14 se verifica de manera satisfactoria la respuesta del sistema (lazo interno) a una entrada escalón: se cumplen con los requerimientos de sobre-impulso ($OS\%=4.2\%$), tiempo de respuesta rápido y tiempo de establecimiento ($T_S < 3\text{seg.}$) De acuerdo a los resultados experimentales y sintonización se obtiene el compensador en adelante para el lazo interno, como se muestra en la ecuación 4.2:

$$C_{LI}(s) = \frac{s + 1.79}{s + 224} \quad (4.2)$$

Además de contar con una ganancia de lazo interno: $G_{LI} = 220000$

Para el análisis del **LAZO EXTERNO** se verifica en primer lugar el sistema completo del lazo interno: la función de transferencia interna (ángulo de giro sobre voltaje del motor), el compensador en adelante y la función de transferencia externa (desplazamiento sobre ángulo de giro). Además se debe tener en cuenta la respuesta del sistema al punto de referencia deseado.

De acuerdo a las pruebas experimentales, el comportamiento del sistema completo y los resultados en tiempo real se selecciona un compensador en adelante, tal como se estableció en la fórmula 3.5.9, con la finalidad de

aumentar el margen de fase del sistema para lograr una respuesta transitoria acorde con los requerimientos deseados.

En consecuencia, se obtienen los datos de respuesta de la planta completa según el diagrama de la Fig. 4.1.10. Se implementa el sistema completo con los bloques de Simulink sobre la tarjeta de procesamiento de señal DSpace1102 y se ejecuta las pruebas en tiempo real. Para las pruebas experimentales se inicia con el sistema en equilibrio, es decir, la bola se coloca en la parte central de la varilla. De acuerdo a la Fig. 4.1.11, se cambia la posición de la bola en uno de los extremos negativo (lado derecho) de la varilla con el fin de verificar que la acción de los compensadores del sistema completo logren su posterior equilibrio en el punto de referencia. Finalmente, se realizaron pruebas colocando la bola en distintas posiciones de la varilla con resultados favorables, de esta manera se obtiene la Fig. 4.1.15 del comportamiento del sistema completo bola-varilla con el cambio de posición de la bola en la varilla hasta su estabilización en el punto de referencia.

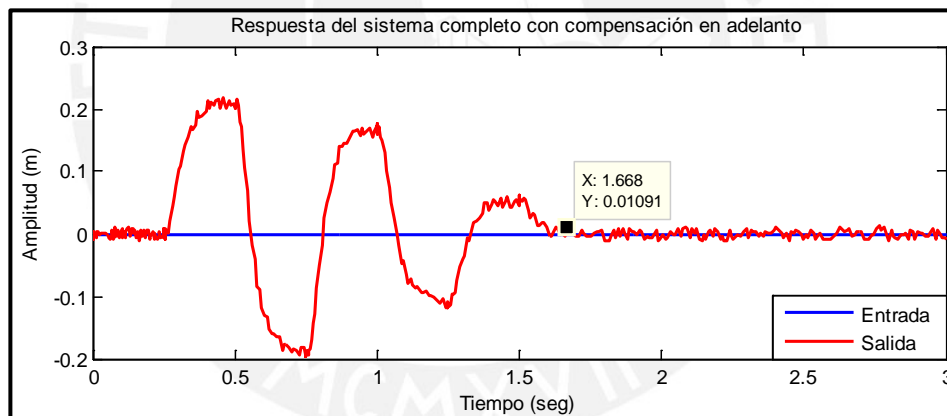


Fig. 4.1.15: Respuesta del sistema completo a +0.2m

La Fig. 4.1.15 se ubica la bola en la posición de 0.2 metros y luego comienza a moverla en ambos extremos hasta lograr establecerla en la posición deseada (posición de referencia = 0 m.). Esto toma aproximadamente un $T_s \approx 1.7$ segundos y un $OS\% = 1.1\%$. A partir de los resultados experimentales y sintonización del controlador externo se obtiene el compensador en adelanto de la ecuación 4.3:

$$C_{LE}(s) = \frac{s + 0.89}{s + 111} \quad (4.3)$$

Además de contar con una ganancia de lazo externo: $G_{LE}=225$

Una vez que se hizo la sintonización de los compensadores en adelante para el lazo externo e interno se procede a realizar pruebas de la bola sobre la varilla en distintas posiciones de la varilla (extremo positivo y negativo)

En la prueba experimental de la Fig. 4.1.16 se ubicó la bola a -0.1m . (extremo negativo, lado derecho de acuerdo a la Fig. 4.1.11):

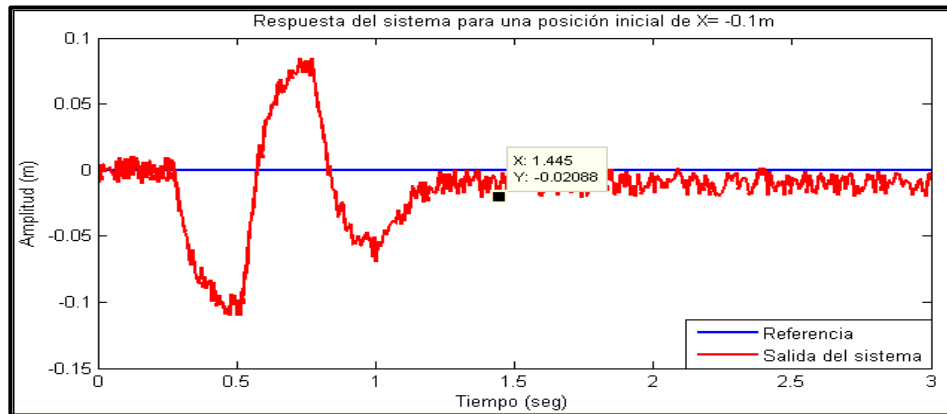


Fig. 4.1.16: Respuesta del sistema completo a -0.1m

De acuerdo a la Fig. 4.1.16, se observa que se logra la estabilización de la bola en el punto de referencia ($X=0\text{m}$.) en menos de 2 segundos ($T_s = 1.5$ segundos) y con un sobreimpulso menor al 5% ($OS\% = 2.1\%$); cumpliéndose los requerimientos establecidos en la ítem 3.5.1 del capítulo 3.

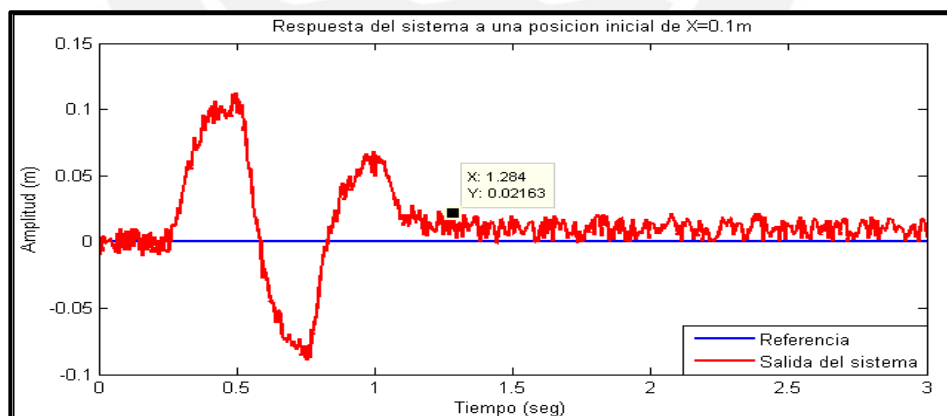


Fig. 4.1.17: Respuesta del sistema completo a $+0.1\text{m}$

En la Fig. 4.1.17 se observa la estabilización de la bola en el punto de referencia en menos de 2 segundos ($T_s = 1.2$ segundos) y con un sobreimpulso menor al 5% ($OS\% = 2.1\%$). Cumplicándose con los parámetros de diseño establecidas.

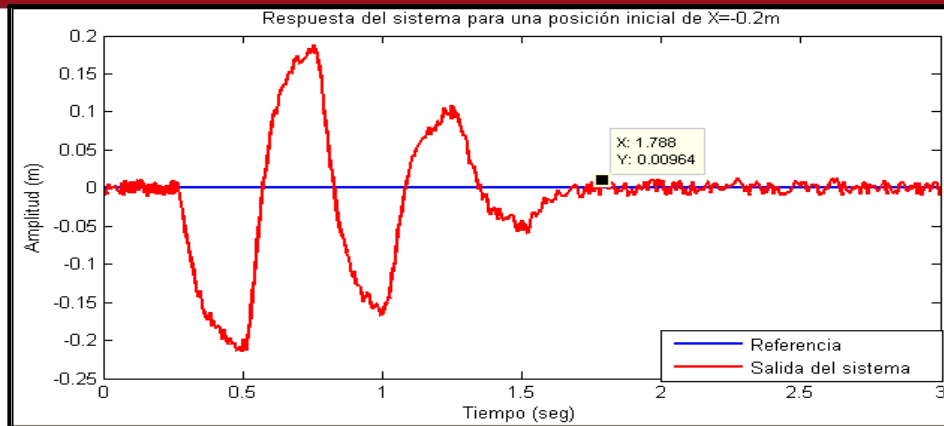


Fig. 4.1.17: Respuesta del sistema completo a -0.2m

La Fig. 4.1.17 se muestra la estabilización de la bola en el punto de referencia en menos de 2 segundos ($T_s = 1.7$ segundos) y con un sobreimpulso menor al 5% ($OS\% = 1\%$). Con ello se verifica que cumple con las condiciones y parámetros de diseño establecidas.

4.2 Resultados y alcances del sistema:

Para obtener la Fig. 4.2.1, en primer lugar, se desarrolla el sistema completo en SIMULINK Real-Time Workshop sobre la plataforma de la tarjeta de procesamiento de señal DS1102 como se muestra en la Fig. 4.1.10, luego se procede a ejecutar el sistema en tiempo real.

Finalmente, con ayuda de la GUI (Fig. 4.1.12), se podrá realizar tres acciones importantes: Primero, observar las respuestas en cada una de las etapas del sistema (gráficas del lazo interno y externo); segundo, realizar el monitoreo de las variables involucradas en el sistema (ángulo de giro del motor, desplazamiento de la bola, señal de cambio giro, PWM del motor) y tercero, nos permite el ajuste de la ganancia de los compensadores en tiempo real pudiendo comprobar estas modificaciones en el sistema.

Durante las pruebas experimentales, que se evidencian en el ítem 4.1 del capítulo 4, se observará gráfica de amplitud (unidad: metros) Vs tiempo (unidad: segundos) del sistema completo bola-varilla:

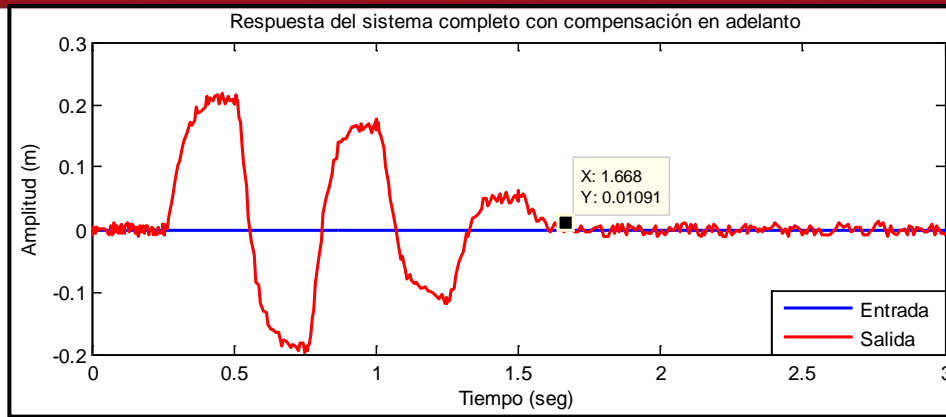


Fig. 4.2.1: Imagen final del sistema estabilizado

La tabla 4.2.1 que muestra el resumen de los datos obtenidos que cuenta con un tiempo de establecimiento (T_s) de aproximadamente 1.53 segundos, lo que es menor a 3 segundos. El tiempo de establecimiento es el tiempo que lleva estabilizar la bola en la posición central de la varilla (referencia $X=0m$). El sobre-impulso (OS%), una vez establecido en el sistema, es de aproximadamente 1.58%, es decir, menor a lo requerido de 5%.

FIGURA	UBICACIÓN BOLA	T_s (Seg)	OS%	Error
Fig. 4.1.15	$X=+0.2m$	1.70	1.10	-1.091
Fig. 4.1.16	$X=-0.1m$	1.50	2.10	-2.088
Fig. 4.1.17	$X=+0.1m$	1.20	2.10	-2.163
Fig. 4.1.18	$X=-0.2m$	1.70	1.00	-0.964
		1.53	1.58	-1.58

Tabla 4.2.1: Resumen de parámetros del sistema bola-varilla

En consecuencia, se realizaron un conjunto de pruebas experimentales con el sistema completo de bola-varilla para lograr una sintonización adecuada de los parámetros involucrados en los compensadores con la finalidad de eliminar la leve oscilación que existe al establecer la bola en el centro de la varilla y mejorar el posicionamiento de la bola en el punto de referencia, debido a que ésta permanece a aproximadamente 1.58 cm del punto de referencia.

Estos inconvenientes durante las simulaciones en tiempo real del sistema bola varilla se debe a tres motivos relevantes:

- Existe diferencia entre el modelo real del motor y el modelo obtenido a través de pruebas experimentales, lo cual se ve reflejado al simular el sistema bola-varilla completo sobre la plataforma de la tarjeta de procesamiento de señal DS1102; por tal motivo, se procedió a realizar la sintonización de los valores para los compensadores de acuerdo a las pruebas experimentales.
- El motor no cuenta con una caja reductora; por tanto, el giro de la varilla ocasionaba - por inercia - que siga en la dirección inicial hasta que el motor le brinde el giro contrario, ello agregaba un retardo sobre el tiempo de establecimiento; sin embargo, para lograr disminuir el retardo se agregó un sistema de control de giro al controlador interno.
- La perturbación de las señales emitidas por los dos sensores SHARP GP2D12, tanto el que realizaba la función de encoder como el que se encuentra en la varilla para medir la distancia. La perturbación de la señal se genera principalmente por que el sistema bola-varilla es un sistema inestable (en continuo movimiento), el reflejo de la señal del sensor es sobre una superficie esférica (bola) y el tiempo de toma de datos es cada 32ms. Con la finalidad de contar con una mejor señal en los sensores infrarrojos y no añadir un nivel de perturbación en el sistema, se agregó un condensador de 22 μ F en la señal de entrada de cada uno de los sensores, esto por recomendación tomada de la hoja de datos del sensor infrarrojo DP2D12 y comprobado de forma experimental.

4.3 Presupuesto para implementación del sistema bola-varilla:

El costo estimado para la implementación de la tesis se detalla en las siguientes tablas:

CANTIDAD	DESCRIPCIÓN	COSTO UNITARIO (S/.)	COSTO TOTAL
1	Motor DC + Encoder	25.00	25.00
1	Varilla de aluminio	15.00	15.00
2	Sensor Infrarrojo	85.00	170.00
3	Bolas	2.00	6.00
2	Soporte de sistema (acrilico + tornillos)	75.00	150.00
1	Acople del motor	30.00	30.00
1	Tarjeta de control por voltaje	18.00	18.00
1	Amplificador de corriente	6.00	6.00
1	Regulador de voltaje 220VAC/12VDC	30.00	30.00
TOTAL			S/. 450.00

Tabla 3.7.1: Costo de implementación sistema bola-varilla

CANTIDAD	DESCRIPCIÓN	COSTO UNITARIO (S/.)	COSTO TOTAL
1	Tarjeta de control DSPACE1102	5,000.00	5,000.00
1	Tarjeta para conexión de señales del DSPACE1102	200.00	200.00
1	Fuente de alimentación de 24V	120.00	120.00
TOTAL			S/. 5,320.00

Tabla 3.7.2: Costo de implementación tarjeta de control DSPACE1102

CANTIDAD	DESCRIPCIÓN	COSTO (S/.)	VIDA UTIL (Meses)	TIEMPO DE USO (Meses)	COSTO EFECTIVO
1	Windows 2000	410.00	36	12	136.67
1	Matlab 6.0 (R12) / Simulink	1,900.00	36	12	633.33
1	Control Toolbox	380.00	36	8	84.44
1	System identification toolbox	380.00	36	8	84.44
1	Real Time Workshop	950.00	36	8	211.11
1	Microsoft Office	410.00	36	12	136.67
1	Solid Work 2009 SP3.0	750.00	36	3	62.50
1	Eagle 4.03	270.00	36	3	22.50
TOTAL					S/. 1,371.67

Tabla 3.7.3: Costo por tiempo de uso de programas utilizados

CANTIDAD	DESCRIPCIÓN	COSTO (S/.)	VIDA UTIL (Meses)	TIEMPO DE USO (Meses)	COSTO EFECTIVO
1	Osciloscopio	3,000.00	60	3	150.00
1	Multímetro	600.00	60	8	80.00
1	PC pentium II	1,400.00	36	12	466.67
1	Tacómetro digital	6,000.00	60	1	100.00
TOTAL					S/. 796.67

Tabla 3.7.4: Costo de instrumentos utilizados

CANTIDAD HORAS	DESCRIPCIÓN	COSTO UNITARIO (S/.)	COSTO TOTAL
700	Horas tesista Pavel Meneses	40.00	28,000.00
700	Horas tesista Henry Zafra	40.00	28,000.00
TOTAL			S/. 56,000.00

Tabla 3.7.4: Costo de desarrollo e investigación

A partir de las tablas que detallan el costo aproximado de implementación se puede consolidar los gastos totales para la tesis bola-varilla:

ITEM	DESCRIPCIÓN	RELACIÓN	COSTO
1	Costo de implementación sistema bola-varilla	Tabla 3.7.1	S/. 450.00
2	Costo de implementación tarjeta de control DSPACE1102	Tabla 3.7.2	S/. 5,320.00
3	Costo de software utilizado	Tabla 3.7.3	S/. 1,371.67
4	Costo de depreciación de instrumentos	Tabla 3.7.4	S/. 796.67
5	Costo de desarrollo e investigación	Tabla 3.7.5	S/. 56,000.00
TOTAL			S/. 63,938.33

Tabla 3.7.5: Costo total del sistema bola-varilla

Como se observa en la tabla 3.7.5, el 85% del costo del proyecto es para la investigación y desarrollo de la tesis; por otro lado, para la implementación del sistema bola-varilla se utilizaron los equipos y software pertenecientes el laboratorio de CETAM que habían sido desarrollados para la ejecución de tesis anteriores.

En la presente tesis se desarrolló la metodología basada en el control de un sistema inestable en tiempo real; lo cual permitirá en un futuro la realización de controles de sistemas inestables y aplicaciones industriales de manera experimental y práctica.

CONCLUSIONES

1. Se logró el objetivo general del diseño e implementación del sistema bola-varilla, cumpliendo el control de un sistema no lineal e inestable con los parámetros de diseño establecidos: sobre-impulso menor al 5% ($OS\%=1.58\%$) y el tiempo de establecimiento menor a 3 segundos ($T_s=1.53$ segundos).
2. La selección de los componentes mecánicos considerados para el diseño del sistema bola-varilla se realizó teniendo en cuenta las especificaciones técnicas: la longitud de la varilla (0.6m) dependió del torque máximo del motor DC (0.1475 Nm), además del peso de la bola. Los sensores de proximidad SHARP GP2D12 cuentan con un tiempo de muestreo de 32ms, precisión de ± 1 mm. y exactitud de -6.9mm.
3. El modelo matemático del sistema bola-varilla fue desarrollado tanto en el lazo externo como en el interno: el primero de acuerdo a las características físicas del diseño (longitud y masa de la varilla, radio y masa de la bola); y el segundo de acuerdo a los parámetros eléctricos y mecánicos del motor DC.
4. La parte de simulación del sistema bola-varilla se desarrolló en el programa SIMULINK desde MATLAB, donde se diseñó los controladores (compensador en adelante) a partir de los modelos matemáticos para el lazo interno y externo del sistema, asimismo se logró obtener parámetros de $OS\%=4.79\%$ y $T_s=1.29$ segundos.
5. Se implementó el algoritmo del sistema sobre la tarjeta de procesamiento de señal DS1102, teniendo en cuenta los controladores diseñados en SIMULINK desde MATLAB; sin embargo, estos compensadores fueron sintonizados de manera práctica, para ajustar los resultados en tiempo real de acuerdo a los requerimientos del sistema bola-varilla.
6. Para lograr la sintonización de los compensadores se utilizó la Interfaz Gráfica para Usuarios (GUI), ya que permitía la visualización del comportamiento real de las variables de entrada, salida e intermedias durante la sintonización de los parámetros, lo cual facilitaba dicho proceso.

RECOMENDACIONES

1. En la presente tesis se ha realizado el diseño de dos compensadores para las dos etapas del sistema bola-varilla: en ambos lazos un compensador en adelante; los cuales permitieron que se cumpla con los requerimientos del sistema. El módulo diseñado es del tipo educativo, por lo que se sugiere afinar los compensadores o diseñar otro tipo de compensación para realizar pruebas experimentales y mejorar la respuesta del sistema. Para ello, se deberá reemplazar el bloque de los compensadores por el nuevo diseño y proceder con la afinación de los nuevos parámetros a través de la Interfaz Gráfica del Usuario (GUI).
2. Se ha desarrollado el modelo matemático para el sistema bola-varilla de acuerdo a las variables y parámetros que se mencionaron en la presente tesis. Para una versión posterior del módulo educativo se recomienda reemplazar el motor DC por uno nuevo que cuente con hoja de datos y caja reductora de ser necesario. La hoja de datos brindará los parámetros del motor, los cuales podrán ser reemplazados en las funciones de transferencia para tener mayor precisión sobre el modelo matemático del motor y mejorar el margen de error del sistema. Por otro lado, la caja reductora permitirá un mejor control de giro de la varilla, reducirá el retardo, incrementará el torque aplicado y un mejor control del desplazamiento de la bola sobre la varilla.
3. La tarjeta de procesamiento de señal DS1102 cuenta con limitaciones de hardware en la PC instalada. Se sugiere renovar la pc que aloja la tarjeta, pues actualmente cuenta con inconvenientes funcionales que no permiten un desarrollo eficiente del software, lo cual genera retrasos, provoca errores de compilación y durante las simulaciones en tiempo real, debido a la falta de memoria y procesamiento del CPU. La selección de la PC será de acuerdo a las especificaciones de las características que necesita el software de la tarjeta de procesamiento de señal adquirida.
4. Finalmente, tener en cuenta las observaciones que se realiza en el Anexo 1, sobre los bloques del RTI de la tarjeta de procesamiento de señal DS1102, pues contiene una explicación detallada de los bloques y las conexiones necesarias para un correcto funcionamiento.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] LIEBERMAN, Jeff
2004 *A robotic ball balancing beam*. MIT Media Lab Publication
- [2] SITUM, Zeljko y PETRIC, Josko
2006 *A pneumatically actuated ball and beam system*. Croacia: International Journal of Mechanical Engineering Education.
- [3] WEN, Yu
2009 *Nonlinear PD regulation for ball and beam system*. México: International Journal of Electrical Engineering Education, 2009
- [4] ROSALES, Evencio
2004 *A ball on beam project Kit*. Estados Unidos: Massachusetts Institute of Technology, 2004
- [5] CORONEL, Martha y HÉRNANDEZ, José
2004 *Simulación del sistema difuso para control de velocidad de un motor*. C.D. México: UAEM, 2004
- [6] J. S. R. Jang
1993 "ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference Systems",
IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Pag.665–685
- [7] KUO, Benjamin
1996 *Sistemas de control automático*. México: Prentice-Hall Hispanoamérica, 1996
- [8] OGATA, Katsuhico
2003 *Ingeniería de Control Moderna*. México: Pearson Educación, 2003
- [9] MOMPÓ, Salvador y BADAL, Enrique
2010 *Sensores de proximidad de infrarrojo: Familia SHARP GP2Dxx*
- [10] DS1102 DSP Controller Board
2003 *RTLib Reference*. Alemania: dSPACE, 2003
- [11] DS1102 DSP Controller Board
2003 *Installation and Configuration*. Alemania: dSPACE, 2003

- [12] COTERO, Bernardo.
2008 *Medición de parámetros de un motor de C.D. controlado por armadura.* México: Departamento de electrónica, sistemas e informática.- ITESO
- [13] CURAY, Julio.
2006 *Implementación de una plataforma de desarrollo para aplicaciones de control de movimiento.* Perú: Facultad de ciencias e ingeniería - PUCP
- [14] MONASTERIO, Félix y GUTIERREZ, Álvaro
2012 *Modelo lineal de un motor de corriente continua*
- [15] DS1102 CD-ExpGuide
2003 *Control Desk – Experiment Guide.* Alemania: dSPACE, 2003
- [16] DS1102 HW_Ref
2003 *User's Guide dSPACE.* Alemania: dSPACE, 2003
- [17] DS1102 CDInstrumentRef
2003 *Instrument Reference dSPACE.* Alemania: dSPACE, 2003
- [18] RUBIO, Alicia y RAFFO, Guilherme
2009 *Manual avanzado de simulink para la asignatura de teoría de sistemas.* Universidad de Sevilla.
- [19] LIBANO, Rosa
2009 *Breves apuntes de MATLAB.* Universidad de Sevilla.
- [20] QUIJANO, Nicanor y PASSINO, Kevin
2002 *A tutorial introduction to control systems development and implementation with dSPACE.* The Ohio State University, Dept. of Electrical Engineering.
- [21] CHAVES, Miguel
2005 *Identificación de procesos y sintonización de controladores PID en matlab 7.0.* Universidad de Costa Rica.
- [22] RODRIGUEZ, Floriberto; WEN, Yu; LAGUNES, Roberto y MESA, José
2004 *Stable PD control for ball and beam system.* CINVESTAV-IPN.
- [23] WANJOHI, William
2005 *Ball and Beam control theory demonstrator.* Swarthmore College.

ANEXOS:

ANEXO 1: Descripción de bloques RTI de la tarjeta de procesamiento de señal DSPACE 1102.

ANEXO 2: Controldesk e interfaz gráfica de usuario.

ANEXO 3: Código del sistema en MATLAB.

