



PONTIFICIA **UNIVERSIDAD CATÓLICA** DEL PERÚ

Esta obra ha sido publicada bajo la licencia Creative Commons
Reconocimiento-No comercial-Compartir bajo la misma licencia 2.5 Perú.

Para ver una copia de dicha licencia, visite
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/pe/>



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

**ADAPTACIÓN DEL MODELO BLACK-SCHOLES EN LA
SIMULACIÓN DE UN PORTAFOLIO DE ACCIONES**

Tesis para optar el Título de Ingeniero Industrial, que presenta la bachiller:

Sandra Isabel Núñez Vargas

ASESOR: Ing. Walter Silva Sotillo

Lima, mayo del 2009

Resumen

El modelo de Black-Scholes fue publicado en 1973. Para este modelo, el movimiento browniano geométrico está asociado a la dinámica de los precios de las acciones, la cual está descrita por una ecuación diferencial estocástica. Este modelo tiene debilidades que están relacionadas a la inexactitud de sus presunciones con respecto a lo que sucede en el mercado de valores y a los factores externos que son incontrolables. Por ello, se ha realizado un estudio de mejora del mismo, para lo cual se ha escogido cuatro empresas que son representativas del mercado de valores del país.

Se ha planteado cuatro propuestas en las que se modifica el valor de la volatilidad y mediante el software SciLab se simulan los valores de las acciones para cada una de las empresas y luego se comparan los resultados y se escoge la que estima mejor el precio de las acciones y con la que se obtiene un error menor.





*A mis padres por todo su cariño y apoyo,
a mis queridos hermanos Rafo y Andrea
y a mi asesor Walter Silva por su acertada orientación.*

Índice General

Índice de Cuadros.....	iv
Índice de Gráficos	iv
Índice de Anexos	iv
Introducción	1
Capítulo 1: Marco Teórico	3
1.1 Preámbulo.....	3
1.2 Movimiento Browniano.....	3
1.2.1 Breve reseña	3
1.2.2 Movimiento Browniano Simple	5
1.2.3 Movimiento Browniano Geométrico.....	7
1.3 Proceso Estocástico	9
1.3.1 Variables aleatorias	9
1.3.2 Proceso estocástico.....	12
1.3.3 Contraste entre los modelos estocásticos y determinísticos	13
1.3.4 Proceso de Wiener	13
1.3.5 Cálculo Estocástico	14
1.4 El Campo Financiero	14
1.4.1 Mercado de Capitales.....	14
1.4.2 Mercado de Valores.....	15
1.4.3 Mercado Bursátil.....	15
1.4.4 Valores, Acciones, Bonos y Dividendos	16
1.4.5 Opciones financieras	16
1.4.6 Portafolios.....	18
1.4.7 Bolsa de Valores de Lima.....	20
1.4.8 Índices de Bolsa	21
1.5 La Medida Martingala	21
1.6 El Modelo Black-Scholes	23
1.6.1 Orígenes del modelo	23
1.6.2 El modelo Black-Scholes	24
1.6.3 Aplicaciones.....	29

Capítulo 2: Análisis de datos y construcción del modelo.....	31
2.1 Objetivo.....	31
2.2 Construcción de un simulador usando Scilab.....	31
2.2.1 Elección de las empresas a evaluar.....	31
2.2.2 Funcionamiento del simulador Scilab.....	32
2.2.3 Análisis y predicción de los precios de las acciones.....	33
2.2.4 Contraste con los valores reales de los 30 días siguientes.....	37
Capítulo 3: Propuesta de mejora en el modelo Black-Scholes.....	40
3.1 Debilidades del modelo.....	40
3.1.1 Presunciones.....	40
3.1.2 Factores externos.....	41
3.2 Relajamiento de los supuestos del modelo Black-Scholes.....	44
3.3 Propuestas de mejora.....	47
3.4 Validación de resultados.....	49
Capítulo 4: Conclusiones y Recomendaciones.....	54
4.1 Conclusiones.....	54
4.2 Recomendaciones.....	54
Referencias Bibliográficas.....	56

Índice de Cuadros

1.1	Leyes de Probabilidad Continua	11
2.1	Empresas a evaluar	32
2.2	Parámetros.....	34
2.3	Contraste de los Valores Simulados y Reales	37
3.1	Comparación de la suma de los cuadrados del error	50
3.2	Comparación de la suma de los cuadrados del error	50
3.3	Comparación de la suma de los cuadrados del error	51
3.4	Comparación de la suma de los cuadrados del error	51

Índice de Gráficos

1.1	Función de pago de una opción <i>call</i>	18
1.2	Función de pago de una opción <i>put</i>	18
2.1	Modelación de Precios para Banco Continental	35
2.2	Modelación de Precios para Maple Energy	35
2.3	Modelación de Precios para Cementos Pacasmayo	36
2.4	Modelación de Precios para Minera Milpo	36
2.5	Variación de los Valores Simulados y Reales en soles	39
2.6	Variación de los Valores Simulados y Reales en %	39
3.1	Variación del IGBVL enero-diciembre 2008.....	41
3.2	Variación del índice Dow Jones mayo 2008- marzo 2009	44
3.3	La sonrisa de la volatilidad.....	44
3.4	Comparación de resultados para Banco Continental.....	52
3.5	Comparación de resultados para Maple Energy.....	52
3.6	Comparación de resultados para Cementos Pacasmayo.....	53
3.7	Comparación de resultados para Minera Milpo	53

Índice de Anexos

Anexo 1: Cartera del IGBVL	CD
Anexo 2: Valores de acciones de enero a diciembre 2008	CD
Anexo 3: Código Scilab para la predicción de lo valores de las acciones de los 30 días siguientes.....	CD
Anexo 4: Código Scilab de las propuestas de modelo para la predicción de lo valores de las acciones de los 30 días siguientes	CD



Introducción

El modelo Black- Scholes fue publicado en 1973 y desde entonces ha sido usado como herramienta fundamental para la toma de decisiones en empresas y en sistemas financieros a nivel mundial. El modelo estima el valor de las acciones para su compra y venta en una fecha futura resolviendo una igualdad que sigue un movimiento browniano geométrico.

Por otro lado, en nuestro país la Bolsa de Valores de Lima S.A. (BVL) es una sociedad dedicada a facilitar las negociaciones de valores inscritos, proporcionando las herramientas necesarias para su intermediación justa. La BVL ofrece abiertamente información detallada de los cambios del valor nominal de las acciones lo cual da una idea de cómo evoluciona el mercado de valores. Además la Comisión Nacional Supervisora de Empresas y Valores (CONASEV), es una institución pública que promueve el mercado de valores y proporciona la información de los valores cotizados en bolsa.

A partir de esto, el desarrollo de este trabajo buscará predecir el valor de las acciones de cuatro empresas representativas del mercado de valores del país.

En el primer capítulo se detalla el marco teórico de esta tesis. Se comienza definiendo el movimiento browniano, seguido por la descripción de los procesos estocásticos y el cálculo de los mismos. Seguido de esto, se incluyen algunos alcances financieros básicos para finalmente describir de forma teórica el modelo Black-Scholes.

En el segundo capítulo se muestra el planteamiento para la simulación de las acciones, se definen los objetivos, los parámetros a usar y se detalla el uso del simulador Scilab. Se usará los valores de acciones de cuatro empresas representativas del mercado de valores del país que se negociaron durante el 2008 para luego predecir mediante el modelo el valor de los primeros treinta días del año 2009.

En el tercer capítulo se plantearán propuestas de mejora al modelo por lo que primero se realizará un análisis de las debilidades del mismo y de los factores externos incontrolables que no considera el modelo. Se definirá la propuesta que

estime mejor el precio de las acciones para luego hacer un análisis comparativo de resultados

Por último, en el capítulo cuatro se presentarán las principales conclusiones y se harán recomendaciones.



Capítulo 1: Marco Teórico

1.1 Preámbulo

Existen herramientas efectivas para resolver los problemas de ciencias o ingeniería, algunas de las cuales son métodos numéricos que utilizan ecuaciones diferenciales determinísticas y usan algoritmos como el método de Euler, Heun, y los esquemas de Runge-Kutta. Por otro lado, están las ecuaciones diferenciales estocásticas que están orientadas a resolver problemas en el campo financiero. El modelo de Black-Scholes está expresado mediante el movimiento browniano y las ecuaciones diferenciales estocásticas. Este modelo propone valores de los derivados financieros mediante el cálculo estocástico (Mejía y Raffo, 2006).

1.2 Movimiento Browniano

1.2.1 Breve reseña

El movimiento browniano recibe su nombre en honor a Robert Brown quien lo describe en 1827 al observar partículas de polen moverse dentro de un fluido, a partir de esto, se hicieron muchos estudios (Comets y Meyre, 2006). Posteriormente, lo siguió de forma independiente Louis Bachelier en 1900 en su tesis doctoral “La teoría de la especulación”, en la que proponía un modelo browniano como modelo asociado a precios de acciones (Franco, 2003); además realiza un análisis estocástico de acción y opción de mercados.

Sin embargo, Comets y Meyre (2006) destacan que en 1905 Albert Einstein puso por primera vez en evidencia el movimiento observado por Brown con su estudio de la dinámica molecular así como las relaciones con las ecuaciones de calor y difusión. Formuló un modelo para explicar estos fenómenos y lo denominó “movimiento browniano” en honor a su descubridor (Franco, 2003). Además, en el artículo que publicó en el año 1905 sobre el movimiento requerido por la teoría cinética molecular del calor de pequeñas partículas suspendidas en un líquido estacionario, mostró de forma indirecta la confirmación de existencia de átomos y moléculas.

Einstein y Smoluchowski se dieron cuenta que los movimientos de las partículas brownianas eran causadas por colisiones con las moléculas del solvente. Estas moléculas se mueven erráticamente en muestra de su energía térmica cuya temperatura tiene una medida determinada. Las moléculas del solvente son muy pequeñas como para ser observadas directamente, pero las partículas en suspensión sí. Ambos aseguraron que el movimiento de las partículas en suspensión proveía la prueba de la existencia de moléculas en el solvente, y aún más, examinando dichas partículas brownianas uno podía obtener mayor aproximación de las propiedades de las moléculas del solvente. Einstein and Smoluchowski dieron la herramienta matemática para evaluar el Movimiento Browniano. (Góra, 2006)

En 1909, el estudio sistemático de Jean Perrin observó el carácter poco usual de las trayectorias que seguían las partículas al entrar en contacto con el agua. (Comets, F. y Meyre, T., 2006). También realizó experimentos para verificar los modelos matemáticos y con su aporte le puso fin a dos mil años de disputas sobre la realidad de las moléculas y átomos.

Los aportes de Einstein y Perrin han merecido incluso el reconocimiento del premio Nobel, cada uno independientemente, por haber demostrado la naturaleza atómica de la materia. (Comets, F. y Meyre, T., 2006)

Además, Paul Langevin propuso una ecuación fenomenológica y susceptible a ser resuelta por la dinámica de una molécula sumergida en un gas de partículas más pequeñas y desordenadas. (Comets y Meyre, 2006) Hoy en día, esta ecuación lleva su nombre (ecuación de Langevin) y es una ecuación diferencial estocástica que describe el movimiento browniano en un potencial.

Fue a partir de 1925, que Norbert Wiener introdujo los fundamentos matemáticos del movimiento browniano, luego Paul Lévy estudió sus propiedades analíticas y finalmente en el año 1950 se consagran estos estudios con el desarrollo del cálculo estocástico realizado por Kiyoshi Itô. (Comets y Meyre, 2006)

Según Franco (2003) el movimiento browniano geométrico para el modelo Black-Scholes, es el modelo asociado a los movimientos de los precios y con la teoría

matemática avanzada del cálculo estocástico o cálculo de Itô, que considera aspectos similares a los del cálculo clásico de Newton y Leibnitz pero en condiciones aleatorias.

1.2.2 Movimiento Browniano Simple

Según Comets y Meyre (2006) se llama movimiento browniano a toda función aleatoria continua $B=(B(t);t\geq 0)$ para crecimientos independientes de procesos de Gauss

$$B(t) - B(s) \sim N(0, t - s), 0 \leq s \leq t,$$

para $B(0) = 0$.

Sea una subdivisión $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n = t$ de $[0, t]$. Por definición, el vector $(B(t_i) - B(t_{i-1}))_{i=1}^n$ tiene una densidad dada en el punto $y = (y_i)_{i=1}^n$ por la fórmula 1.2.1 (Comets y Meyre, 2006).

$$\prod_{i=1}^n g_{t_i - t_{i-1}}(y_i) = \prod_{i=1}^n (2\pi(t_i - t_{i-1}))^{-1/2} \times \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{y_i^2}{t_i - t_{i-1}}\right\} \quad (1.2.1)$$

Por cambio de variables lineales $y \rightarrow (y_1, y_1+y_2, y_1+y_2+y_3, \dots)$ de determinante jacobiana igual a uno deducimos de eso que el vector mismo $(B(t_i))_{(n,i=1)}$ tiene una densidad, dada en $x = (x_i)_{i=1}^n$ con $x_0 = 0$ por la fórmula 1.2.2 (Comets y Meyre, 2006).

$$\prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi(t_i - t_{i-1})}} * \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_{i-1})^2}{t_i - t_{i-1}}\right\} \quad (1.2.2)$$

Comets y Meyre (2006) describen que una extrapolación audaz $n \rightarrow \infty$ con la fórmula 1.2.2 conduce a ver la ley P_B del movimiento browniano como la probabilidad sobre el espacio $C([0, t], \mathbb{R})$ de las funciones $x = (x(s))_s$ efectivas continuas sobre $[0, t]$, dada por la fórmula 1.2.3 que se muestra en líneas siguientes.

$$dP_B(x) = C * \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_0^t x s^2 ds \right\} d\mu(x) \quad (1.2.3)$$

Comets y Meyre (2006) muestra en la fórmula 1.2.3 que μ es una medida uniforme con C $([0,t],\mathbb{R})$, x es la derivada y C la constante de normalización para que P_B sea de masa 1.

Estos tres factores pierden sentido porque,

- (i) No existe medida sobre los boreleanos¹ de C $([0,t],\mathbb{R})$ que sean invariables por las traslaciones;
- (ii) Se observa que en casi toda la trayectoria x del browniano, $\int_0^t x(s)^2 ds = \infty$ de modo que la exponencial es nula;
- (iii) La constante C es infinita.

Si embargo, los factores existen en tanto la distribución de la función aleatoria B siga la fórmula 1.2.2 (Comets y Meyre, 2006).

En la definición de movimiento browniano se podría reemplazar la hipótesis de los crecimientos gaussianos por una hipótesis, aparentemente más débil, de crecimientos estacionarios centrados por la varianza $t-s$. En efecto, si los crecimientos $B(t) - B(s)$ son independientes, estacionarios centrados en la varianza $t-s$, el teorema del límites central de Lindeberg y la continuidad hacen que los crecimientos sigan necesariamente una distribución de Gauss (Comets y Meyre, 2006).

El carácter gaussiano se hace automático para un proceso continuo con crecimientos independientes estacionarios. En la fórmula 1.2.4 se muestran los crecimientos de $B(t) - B(s)$ (Comets y Meyre, 2006).

$$B(t) - B(s) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n B \left(s + \frac{(t-s)i}{n} \right) - B \left(s + \frac{(t-s)(i-1)}{n} \right) \quad (1.2.4)$$

Además Comets y Meyre (2006) mencionan que muchos fenómenos se modelan con la ayuda de una derivada del movimiento browniano que es una función

¹ Ver la definición de conjuntos de Borel en la sección 1.3.1 Variables aleatorias

aleatoria efectiva descrita en la ecuación 1.2.5. Es el análogo perfecto para los conjuntos de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidos.

$$N(t) = N(t, w), t \in \mathbb{R}_+$$
(1.2.5)

Su aplicación a las finanzas se puede ver mediante un ejemplo del mismo. Si se tiene un capital invertido a través de un activo sin riesgo a un valor $X(t)$ en el instante t ; este evolucionará según la ecuación diferencial 1.2.6. En ella α representa la tasa de interés y es mayor a cero (Comets y Meyre, 2006).

$$\frac{dX(t)}{dt} = \alpha X(t)$$
(1.2.6)

Si existiera riesgo en la inversión y la tasa de interés fuera variable, la ecuación se deberá corregir mediante un término aleatorio que describe los factores externos de riesgo en las fluctuaciones. En la ecuación 1.2.7 se muestra esta variación (Comets y Meyre, 2006).

$$\frac{dX(t)}{dt} = \alpha X(t) + X(t)N(t)$$
(1.2.7)

1.2.3 Movimiento Browniano Geométrico

La ecuación diferencial estocástica que expresa la trayectoria de un movimiento browniano geométrico se define en la ecuación 1.2.8. Según Chávez (2004) esta ecuación describe la dinámica del precio de una acción, para lo cual $S(0)$ representaría el precio inicial de la acción.

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t)$$

$$S(0) > 0$$
(1.2.8)

En la ecuación 1.2.8, $t \in T$, tal que $T=[0, T]$ es el intervalo de tiempo en el cual se desarrolla el fenómeno económico descrito. Los coeficientes μ , $\sigma > 0$ son constantes y $S(0)$ es una variable aleatoria cuadrado integrable² e independiente del proceso de Wiener W^3 . Si dividimos la ecuación 1.2.8 entre $S(t)$, se obtiene una expresión que puede entenderse como la tasa de rentabilidad instantánea de una inversión en acciones y la cual nos indica que μ es el valor esperado de esta tasa de rentabilidad instantánea y σ su variabilidad. Esta expresión se muestra en la ecuación 1.2.9.

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sigma dW(t) \quad (1.2.9)$$

La solución a (1.2.8) es el llamado proceso geométrico de Wiener que se muestra en (1.2.10) y que fue incorporado en el artículo de Black-Scholes⁴ de 1973.

$$S(t) = S(0) \exp \left[\left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t + \sigma W(t) \right], t \in T \quad (1.2.10)$$

Una propiedad del movimiento browniano geométrico es que el 0 es una barrera absorbente, lo que significa que si $S(t)=0$, entonces para todo $t' > t$, $S(t')=0$. Esto concuerda con el comportamiento del curso que siguen las acciones. Una acción con valor nulo significa que la empresa ha quebrado y el valor de sus acciones ya no podrá aumentar en el futuro. Para el movimiento browniano aritmético el 0 no es una barrera absorbente, en la ecuación 1.2.11 se muestra la ecuación diferencial de un movimiento browniano aritmético. En esta ecuación $B(t)$ representa un movimiento browniano.

$$dS(t) = a dt + c dB(t) \quad (1.2.11)$$

Por esta razón, el movimiento browniano aritmético no contempla la evolución del curso que sigue una acción.

² Ver en la sección 1.3.1 Variables aleatorias

³ Ver 1.3.4 Proceso de Wiener

⁴ Ver 1.6 El Modelo Black-Scholes

1.3 Proceso Estocástico

1.3.1 Variables aleatorias

Según Mejia y Raffo (2006) una variable aleatoria es una función que asocia un número con cada punto en el espacio muestral del experimento.

En las aplicaciones de las probabilidades existe un mayor interés en las funciones de los resultados que en los resultados en sí.

El número $X(w)$, brinda información acerca del experimento en el espacio de probabilidad (Ω, A, P) ; ello corresponde a los valores que toma una función $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, la que se denomina variable aleatoria (Mejia et al, 2006).

Parzen (1972) considera necesario definir tres conceptos clave: espacio muestral, suceso (o evento) y función de probabilidad.

El espacio muestral de representación S de un fenómeno aleatorio es el espacio de todos los resultados posibles del fenómeno. Para definir este concepto Mejia y Raffo (2006) usan como ejemplo el lanzamiento de un dado. Cuando se lanza un dado, se observa como resultado una de sus seis caras y sus resultados están denotados por $w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6$. Estos resultados generan además, un conjunto al que se le denomina espacio muestral simbolizado por Ω .

Un suceso o evento es un conjunto de representaciones muestrales. Se dice que ocurre un evento E si y sólo si el resultado observado del fenómeno aleatorio tiene una representación muestral en S (Parzen, E., 1972).

Parzen (1972) afirma que por razones técnicas, no se permite que todos los subconjuntos de S sean sucesos. En vez de ello y como familia \mathcal{F} de sucesos, se adopta una familia \mathcal{F} de subconjuntos de S con las propiedades siguientes:

- I) S pertenezca a \mathcal{F}
- II) Pertenezca a \mathcal{F} el complemento E^c de un conjunto cualquiera E que pertenezca a \mathcal{F}
- III) Pertenezca a \mathcal{F} la unión $\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n$ de una sucesión cualquiera de conjuntos E_1, E_2, \dots que pertenezcan a \mathcal{F}

En el caso en que el espacio muestral representativo S sea el eje real, se adopta como familia de sucesos la familia \mathcal{B} de conjuntos de Borel.

\mathcal{B} se define como la familia más pequeña de conjuntos de números reales que cumple las propiedades I y III

En caso exista interés en un conjunto de resultados en el espacio muestral este se conoce como evento, en este caso evento E . La probabilidad del evento E se denota como $P(E)$. De forma particular, se dice que el espacio muestral es un evento (Mejia y Raffo, 2006).

Parzen (1972) define la ley de probabilidad de una variable aleatoria X como una función de probabilidad $P[\cdot]$ que concuerda con la función de probabilidad $P_x[\cdot]$ de la variable aleatoria X . Hay diversas manifestaciones que se pueden hacer de una variable aleatoria cuando se conoce su ley de probabilidad. Siempre se podrá especificar una ley de probabilidad de una variable aleatoria estableciendo la función de distribución $F_x(\cdot)$ de la variable aleatoria X , definida para cualquier número real x mediante la ecuación 1.3.1.

$$F_x(x) = P[X \leq x] \quad (1.3.1)$$

Se llama discreta a una variable aleatoria X si existe una función llamada función de masa de la probabilidad de X representada por $p_x(\cdot)$, en función de la que se puede expresar la función de probabilidad $P_x[\cdot]$ como una suma para cualquier conjunto de Borel B tal y como se muestra en la ecuación 1.3.2.

$$P_x[B] = P[X \text{ esté en } B] = \sum_{\substack{\text{para todo } x \text{ en } B \text{ tal} \\ \text{que } p_x(x) > 0}} p_x(x) \quad (1.3.2)$$

Entonces se deduce que para cualquier número real $p_x(x) = P[X=x]$.

Se llama continua a una variable aleatoria X siempre que exista una función de densidad de la probabilidad de X y representada por $f_x(\cdot)$, en función de la cual se

puede representar $P_x[\cdot]$ como una integral; para cualquier conjunto de Borel B como se muestra en la ecuación 1.3.3.

$$P_x[B] = P[X \text{ esté en } B] = \int_B f_x(x)dx \tag{1.3.3}$$

La esperanza o media $E[x]$, de una variable aleatoria X se define según la ecuación 1.3.4. Se dice que $E[x]$ existe si y sólo si $E[|x|] < \infty$

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x dF_x(x) \tag{1.3.4}$$

La varianza de X se define como se muestra en la ecuación 1.3.5.

$$Var[X] = E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - E^2[X] \tag{1.3.5}$$

Una variable aleatoria puede obedecer a alguna de las leyes de probabilidad. En cuadro 1.1 se muestran algunas leyes de probabilidad continuas.

Cuadro 1.1: Leyes de Probabilidad Continua.

Ley de probabilidad y parámetros	Función de densidad de probabilidad $f_x(x)$	Media $E(X)$	Varianza $V(X)$
Normal $N(\mu, \sigma^2)$ $-\infty < \mu < \infty$ $\sigma > 0$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$	μ	σ^2
Exponencial $\lambda > 0$	$\lambda e^{-\lambda x}$, para $x > 0$ 0, en caso contrario	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$

Fuente: Parzen, E. (1972)

1.3.2 Proceso estocástico

Parzen (1972) define un proceso estocástico como una familia de variables aleatorias $\{X(t), t \in T\}$ con un parámetro t que varía en un conjunto índice T . Además dice que se puede representar, para propósitos prácticos, mediante un cierto número finito de ordenadas. Por lo tanto una manera de representar un proceso estocástico $\{X(t), t \in T\}$ consiste en definir la ley de probabilidad conjunta de las n variables aleatorias $X(t_1), \dots, X(t_n)$ para todos los enteros n y n puntos t_1, t_2, \dots, t_n en T . Para poder especificar la ley de probabilidad conjunta de las n variables aleatorias $X(t_1), \dots, X(t_n)$, se debe especificar la función de distribución conjunta o la función característica conjunta. La ecuación 1.3.6 muestra la función de distribución conjunta para los números reales x_1, \dots, x_n y la ecuación 1.3.7 muestra la función característica conjunta para todo número real u_1, \dots, u_n . Ambas ecuaciones representan la ley de probabilidad conjunta de n variables aleatorias.

$$F_{x(t_1), \dots, x(t_n)}(x_1, \dots, x_n) = P[X(t_1) \leq x_1, X(t_2) \leq x_2, \dots, X(t_n) \leq x_n] \quad (1.3.6)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{x(t_1), \dots, x(t_n)}(u_1, \dots, u_n) &= E[\exp i(u_1 X(t_1) + \dots + u_n X(t_n))] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \exp i(u_1 x_1 + \dots + u_n x_n) dF_{x(t_1), \dots, x(t_n)}(x_1, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (1.3.7)$$

Un proceso estocástico de parámetro continuo $\{X(t), 0 < t < \infty\}$ tiene incrementos independientes si $X(0) = 0$ y, para todo $t_0 < t_1 < \dots < t_n$, las n variables aleatorias $X(t_1) - X(t_0), \dots, X(t_n) - X(t_{n-1})$ son independientes. (Parzen, E. 1972).

Se dice que el proceso tiene incrementos independientes estacionarios, si, además $X(t_2 + h) - X(t_1 + h)$ tiene la misma distribución que $X(t_2) - X(t_1)$ para toda elección de índices t_1 y t_2 , y todo $h > 0$.

Para todo proceso estocástico con incrementos independientes se comprueba lo expresado en la ecuación 1.3.8

$$\varphi_{x(t_1), \dots, x(t_n)}(u_1, \dots, u_n) = \varphi_{x(t_1)}(u_1, \dots, u_n) \prod_{k=2}^n \varphi_{x(t_k) - x(t_{k-1})}(u_k, \dots, u_n) \quad (1.3.8)$$

Por lo tanto, a partir de un conocimiento de las leyes de probabilidad individuales de $X(t)$ y $X(t) - X(s)$, para todo s y t no negativos, se puede deducir también la ley de probabilidad conjunta de n variables aleatorias $X(t_1), \dots, X(t_n)$ (Parzen, E. 1972).

De forma práctica se puede decir que un ejemplo de proceso estocástico es un índice de bolsa pues es una variable sometida a influencias aleatorias.

1.3.3 Contraste entre los modelos estocásticos y determinísticos

Rardin (2000) afirma que la forma más adecuada de conocer algo respecto a eventos futuros es conociendo las probabilidades de los posibles resultados.

Lo que diferencia a los modelos determinísticos de los estocásticos es que los primeros son todos aquellos donde todos los valores de los parámetros se asumen conocidos con certeza, por otro lado, en los modelos estocásticos o probabilísticos las cantidades involucradas son conocidas solamente como probabilidad. Los modelos estocásticos de simulación proveen un análisis descriptivo, así como la posibilidad de poder estimar resultados estadísticos a partir de una muestra de las realizaciones del sistema (Rardin, R. 2000).

1.3.4 Proceso de Wiener

Este proceso desempeña un papel fundamental en la teoría de los procesos estocásticos y sus aplicaciones. El proceso de Wiener proporciona un modelo para el movimiento browniano observado por Rober Brown en las partículas en suspensión. Si se representa el desplazamiento de la partícula con $X(t)$ después de un tiempo t , por definición $X(0)=0$. Una partícula browniana está en movimiento perpetuo a causa de los impactos continuos que recibe debido al campo de fuerzas del medio que la rodea. En un tiempo (s,t) grande, el desplazamiento comparado con el tiempo que transcurre entre dos impactos sucesivos, se puede considerar como la suma de un gran número de desplazamientos pequeños. Por lo tanto, según el teorema central del límite se puede suponer que $X(t) - X(s)$ sigue una distribución normal. Además, la distribución de desplazamiento de $X(t) - X(s)$ será

el mismo que el de $X(t+h) - X(s+h)$, para todo $h>0$, ya que se supone que el medio estará en equilibrio y la ley de probabilidad del desplazamiento de la partícula a lo largo de un intervalo, solo dependerá de la longitud de $t-s$ del intervalo, y no del instante en que comienza la observación. (Parzen, E., 1972)

1.3.5 Cálculo Estocástico

Según Mejia *et al* (2006), un proceso estocástico es denominado Wiener, con coeficientes μ y σ , siempre que poseen la siguiente conducta dinámica:

$$\begin{aligned} dX &= \mu dt + \sigma dW \\ X(0) &= x_0 \end{aligned}$$

Los valores de x_0 , μ y σ son constantes. Además se dice que desde el intervalo $[0,t]$, la expresión $dX = \mu dt + \sigma dW$ tiene por solución:

$$X(t) = x_0 + \mu t + \sigma W$$

También se menciona que la distribución de X está dada por $N(x_0 + \mu t, \sigma(t)^{1/2})$.

1.4 El Campo Financiero

1.4.1 Mercado de Capitales

El mercado de capitales es el conjunto de instrumentos e instituciones financieras que proporcionan el mecanismo para transferir o distribuir capitales de la masa de ahorradores hacia los demandantes de tales capitales. Es un canalizador del ahorro para ofrecer un rendimiento al inversionista, para las empresas es una fuente de fondos para su actividad económica.

1.4.2 Mercado de Valores

Los mercados de valores son aquellos donde se negocian valores y derivados emitidos por empresas u organismos con algún riesgo y que con frecuencia, pagan dividendos e intereses. A este segmento del mercado de capitales concurren ofertantes y demandantes de valores mobiliarios en donde se transan valores negociables desde su emisión, primera colocación y transferencia hasta la extinción del título. En este mercado intervienen unidades deficitarias y superavitarias y actúan como intermediarios los bancos, las instituciones financieras y la bolsa de valores a través de sus agentes de intermediación. Está formado por el mercado primario y secundario (BVL, 2008).

Además, este tipo de mercado existe en dos formas: extrabursátil y las bolsas de valores organizadas. En los mercados de bolsas de valores organizadas las partes interesadas están presentes durante la transacción, en cambio, en los mercados extrabursátiles las transacciones se realizan vía telefónica, vía Internet u otro medio electrónico. En ambas, la transacción se da entre instituciones financieras o una institución financiera y su cliente corporativo. Para el caso de los mercados extrabursátiles, los términos del contrato establecido no suelen estar tan especificados como los de los mercados de bolsas de valores organizadas y muchas veces se hacen acuerdos especiales para cada caso, esto trae consigo, además, algo de riesgo en cuanto al crédito en juego (Hull, 2003).

1.4.3 Mercado Bursátil

El mercado bursátil es la suma del mercado primario y secundario de compraventa y emisión de valores de renta fija y renta variable. El mercado primario es el proceso de venta inicial de una emisión de títulos valores, donde se colocan y negocian por primera vez los títulos que se emiten. El mercado secundario es aquello donde los instrumentos financieros o títulos que se han colocado en el mercado primario son objeto de negociación, por lo general, estas negociaciones se realizan en las Bolsas de Valores (BVL, 2008).

1.4.4 Valores, Acciones, Bonos y Dividendos

Se conoce como valores a los títulos, certificados o documentos emitidos por una empresa que otorgan derechos a sus poseedores, y que son libremente transferibles. Pueden ser acciones, bonos, letras hipotecarias, instrumentos de corto plazo, etc. (BVL, 2008).

Se conoce como acción a los valores emitidos por empresas constituidas como sociedades anónimas que otorgan algunos derechos a sus propietarios como participar en el capital y utilidades de la empresa, votar en las juntas generales de accionistas y fiscalizar la gestión de los negocios de la empresa, entre otros (BVL, 2008).

Los bonos son valores que representan una deuda contraída por una empresa o dependencia gubernamental y que pagan una renta fija, es decir, reditúan intereses a una tasa definida que puede ser fija, variable o reajutable y que ha sido establecida desde el momento en que se produce la emisión de estos valores (BVL, 2008).

Las acciones y los bonos son activos subyacentes considerados en el modelo Black Scholes⁵ y en base a los cuales se generan las transacciones financieras del mercado, así como también en base a los cuales se determina el precio de los distintos derivados financieros, tales como las opciones (Chávez, 2004).

Un dividendo es una fracción de los beneficios del ejercicio que, luego de sustraer las cantidades necesarias para satisfacer las participaciones correspondientes de terceras personas, así como las que se doten a las reservas sociales de cualquier naturaleza, finalidad u origen, se reconocen a los socios como retribución periódica del capital invertido en la sociedad (BVL, 2008).

1.4.5 Opciones financieras

Según Hull (2003), las opciones son negociadas tanto en los mercados directos como indirectos. Hay dos tipos básicos de opciones: *call* y *put*. Una opción *call* le da

⁵ Ver la sección 1.6 El Modelo Black-Scholes

a su comprador el derecho de comprar el activo subyacente para una fecha determinada a un precio determinado. Una opción *put* le da a su comprador el derecho de vender el activo subyacente para una fecha determinada a un precio determinado. El precio en el contrato es conocido como el precio de ejercicio (K) y la fecha del contrato se conoce como la fecha de vencimiento o madurez (T). El derecho sobre las opciones americanas puede ser ejercido en cualquier momento hasta la fecha de vencimiento, por otro lado, las opciones europeas sólo en el día de vencimiento. Hull (2003) enfatiza que una opción le concede al dueño el derecho, más no el deber de hacer algo. Esto es lo que distingue a las opciones de los forwards y los futuros en los cuales el dueño está obligado a comprar o vender el activo subyacente. Además existe la diferencia que para la compra de una opción existe un costo de adquisición, en cambio para los otros dos contratos no.

Lo que hace el modelo Black-Scholes⁶ es dar valores teóricos para las opciones *call* y *put* europeas sobre acciones que no pagan dividendos. Se asume que el precio de la acción sigue un proceso aleatorio y usando métodos estocásticos de cálculo, el precio de la opción puede ser calculado.

Si el precio de la acción es mayor que el precio del contrato *call* ($S(T) > K$) la opción será ejercida, pues el titular obtendrá una ganancia equivalente a $Y = S(T) - K$. En el instante T el titular de la opción adquirirá una acción al precio de ejercicio K y la podrá vender inmediatamente al precio del mercado $S(T)$, con lo que obtendría una ganancia de $S(T) - K$. No se ejercerá la opción cuando $S(T) < K$ porque no se producirá ningún beneficio al titular, es decir, $Y = 0$. Se puede observar la función de pago de un contrato *call* en la expresión 1.4.1 y en el gráfico 1.1 (Chávez, J., 2004).

$$Y = (S(T) - K)^+ = \max\{(S(T) - K), 0\} \quad (1.4.1)$$

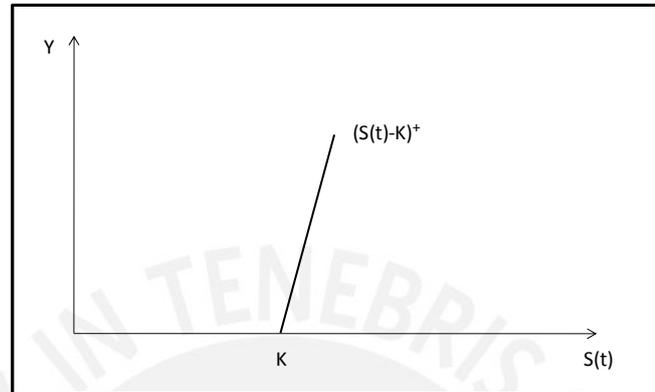
Por otro lado, la función de pago de un contrato *put* es análoga a la del *call*. En el instante T el titular de la opción venderá una acción al precio de ejercicio K y la podrá comprar inmediatamente al precio del mercado $S(T)$, con lo que obtendría una ganancia de $K - S(t)$. No se ejercerá la opción cuando $K < S(t)$ porque no se producirá ningún beneficio al titular, es decir, $Y = 0$. Se puede observar la función de pago de un contrato *put* en la expresión 1.4.2 y en el gráfico 1.2. (Chávez, J., 2004)

⁶ Ver la sección 1.6 El Modelo Black-Scholes

$$Y = (K - S(T))^+ = \max\{(K - S(T)), 0\}$$

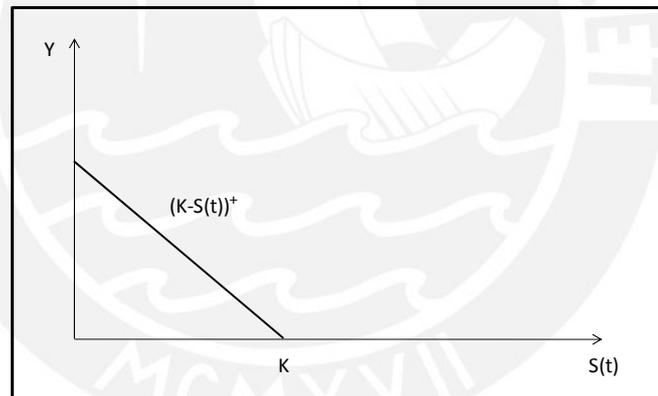
(1.4.2)

Gráfico 1.1 Función de pago de una opción call



Fuente: Chávez, J. (2004)

Gráfico 1.2 Función de pago de una opción put



Fuente: Chávez, J. (2004)

1.4.6 Portafolios

Según Chávez (2004), un portafolio de inversiones $\bar{\theta}$ es un par (α, β) de procesos estocásticos adaptados (a la filtración F) y medibles tales que se cumpla lo planteado en la expresión 1.4.3.

$$P\left(\int_0^t |\alpha(u)| du < +\infty\right) \wedge E\left(\int_0^t |\beta(u)|^2 du\right) < +\infty$$

(1.4.3)

Para cada par (ω, t) en $\Omega \times T$, $\bar{\theta}(\omega, t) = (\alpha(\omega, t), \beta(\omega, t))$ representa la posición del inversionista en el estado ω y en el instante t . La cantidad de unidades de bono que el inversionista posee en dicha posición está representada con $\alpha(\omega, t)$ y la cantidad de unidades de stock con $\beta(\omega, t)$. Las condiciones descritas en la expresión 1.4.3 se imponen para que tengan sentido las integrales involucradas con los procesos α y β . (Chávez, 2004).

El valor del portafolio $\bar{\theta}$, se define en todo instante t como el producto interno de $\bar{\theta}(t)$ por el sistema de precios $\bar{S} = (B(t), S(t))$. Donde $B(t)$ y $S(t)$ representan el precio de un bono y una acción respectivamente, en el instante t . Se representa el valor del portafolio con $V_{\bar{\theta}}$, en la ecuación 1.4.4.

$$V_{\bar{\theta}}(t) = \bar{\theta}(t) \cdot \bar{S}(t) = \alpha(t)B(t) + \beta(t)S(t) \quad (1.4.4)$$

Además, se dice que el portafolio es autofinanciado si para cada $t \in T$ se cumple la ecuación integral 1.4.5.

$$V(t) = V(0) + \int_0^t \alpha(u)dB(u) + \int_0^t \beta(u)dS(u) \quad (1.4.5)$$

La forma diferencial de (1.4.5) se representa en la ecuación 1.4.6.

$$\begin{aligned} dV(t) &= \alpha(t)dB(t) + \beta(t)dS(t) \\ dV(t) &= (\alpha(t), \beta(t)) \cdot (dB(t), dS(t)) \\ dV(t) &= \bar{\theta}(t)d\bar{S}(t) \end{aligned} \quad (1.4.6)$$

La condición de autofinanciamiento está representado por $dV(t) = \bar{\theta}(t)d\bar{S}(t)$ y expresa que el valor instantáneo de un portafolio autofinanciado solo puede modificarse como consecuencia de la variación instantánea en el sistema de precios \bar{S} . Entonces, no está permitido el ingreso ni la salida neta de capital de portafolio después de la inversión inicial, $V(0)$, para la puesta en marcha de la estrategia $\bar{\theta}$. La estrategia misma será la que genere su propia riqueza y es por esto que se dice que es autofinanciada. (Chávez, J., 2004).

Cuando $\bar{\theta}$ es un portafolio autofinanciado se puede decir además que es de arbitraje, o que es una oportunidad de arbitraje, si satisface las siguientes condiciones:

1. $V(0) = 0$
2. $V(T) \geq 0$ y $P(V(T) > 0) > 0$

Un portafolio de arbitraje es una estrategia de negocio que permite generar dinero a partir de inversión inicial nula, es por ello que este tipo de portafolio debe ser evitado por el modelo teórico, pues la práctica real del mercado no lo soporta. Por este motivo, se debe distinguir una categoría especial de portafolios que no generen oportunidades de arbitraje. Estos portafolios se llaman admisibles, éstos se dan en un portafolio $\bar{\theta}$ autofinanciado cuando su proceso de valor descontado $V^* = e^{-rt}V(t)$, es un proceso martingala, respecto a cierta medida de probabilidad Q^7 . En el modelo Black-Scholes⁸ el mercado está libre de arbitraje, es decir, todo portafolio $\bar{\theta}$ desarrollado para este modelo es admisible (Chávez, J., 2004).

1.4.7 Bolsa de Valores de Lima

La Bolsa de Valores de Lima S.A. es una sociedad que tiene por como objetivo principal facilitar la negociación de valores inscritos, brindando los servicios y sistemas adecuados para la intermediación de forma justa, competitiva, ordenada y transparente de valores de oferta pública, derivados e instrumentos que no sean objeto de emisión masiva que se negocien en mecanismos centralizados de negociación distintos a la rueda de bolsa. Operando bajo la conducción de la Sociedad, conforme a lo que establece la Ley del Mercado de Valores y sus normas complementarias y/ o reglamentarias (BVL, 2008).

La Bolsa de Valores de Lima busca contribuir a la ampliación de la estructura del mercado financiero del país, por lo que ha venido creando empresas que dirijan hacia esa mejora. Sus esfuerzos originan un grupo económico sólido que pretende dar oportunidad a la participación de nuevos y diferentes inversionistas en el mercado peruano (BVL, 2008).

⁷ Ver la sección 1.5 La Medida Martingala

⁸ Ver la sección 1.6 El Modelo Black-Scholes

Se ha creado, además, la Bolsa de Productos del Perú que es un facilitador para la negociación de productos, servicios y títulos representativos de los mismos brindando un marco de transparencia, seguridad y legalidad (BVL, 2008)

1.4.8 Índices de Bolsa

Los índices de bolsa son indicadores que miden el comportamiento del mercado bursátil, algunos de ellos son:

Índice General de la Bolsa de Valores de Lima (IGBVL) es un indicador que sirve para establecer comparación respecto a los rendimientos alcanzados por los diversos sectores (industrial, bancario, agrario, minero, de servicios públicos, etc.) participantes en Bolsa, en un determinado tiempo. Se determina a partir de una cartera⁹ formada por las acciones más significativas de la negociación bursátil, seleccionados con base en su frecuencia de negociación, monto negociado y número de operaciones. Su cálculo considera las variaciones de precios y los dividendos o acciones liberadas repartidas, así como la suscripción de acciones. Tiene como fecha base el 30 de diciembre de 1991 = 100.

Con la finalidad de mantener actualizada la cartera del IGBVL, se realiza una revisión semestral, habiéndose definido el 02 de enero y el 1° de julio como las fechas para la entrada en vigencia de la cartera actualizada, sin embargo, las carteras podrán permanecer invariables si las circunstancias del mercado así lo determinan (BVL, 2009).

El Dow Jones es el indicador estadounidense conformado por un grupo de las acciones de las 30 empresas más representativas de la Bolsa de Valores de Nueva York (BVL, 2009).

1.5 La Medida Martingala

Según Chávez (2004), bajo la medida de probabilidad Q , que tiene por densidad dQ/dP , el proceso $\tilde{W}(t)$ es un proceso de Wiener con respecto a la filtración F y la

⁹ Ver en el anexo 1, el listado de empresas consideradas en el IGBVL

nueva medida de probabilidad Q . La medida de probabilidad Q torna al precio descontado de la acción en un proceso martingala, por lo que la medida Q se conoce como medida martingala. La densidad de la medida de probabilidad Q se muestra en la ecuación 1.5.1 y el proceso $\tilde{W}(t)$ se muestra en la ecuación 1.5.2.

$$\frac{dQ}{dP} = \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(r - \mu)^2}{\sigma^2} T + \frac{r - \mu}{\sigma} W(T) \right] \quad (1.5.1)$$

$$\tilde{W}(t) = W(t) - \frac{r - \mu}{\sigma} t, \quad t \in T \quad (1.5.2)$$

Si $S^*(t) = e^{-rt}S(t)$ es el precio de la acción, descontada a la tasa de interés r , entonces $S^*(t)$ es un proceso martingala (respecto a F y Q). Esto se puede comprobar pues se tiene $dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t)$ (Ver ecuación 1.2.8), entonces se obtiene la ecuación 1.5.3 de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} dS^*(t) &= d(e^{-rt}S(t)) \\ &= -re^{-rt}S(t)dt + e^{-rt}dS(t) \\ &= -re^{-rt}S(t)dt + e^{-rt}(\mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t)) \\ &= S^*(t)[(\mu - r)dt + \sigma dW(t)] \end{aligned} \quad (1.5.3)$$

Y si se reemplaza dW por $d\tilde{W} + \frac{r-\mu}{\sigma}dt$ se obtendría la ecuación 1.5.4.

$$\begin{aligned} dS^* &= S^*(t)[(\mu - r)dt + \sigma d\tilde{W}(t) + (r - \mu)dt] \\ &= S^*(t)\sigma d\tilde{W}(t) \end{aligned} \quad (1.5.4)$$

Por ser \tilde{W} un proceso de Wiener, entonces S^* es un proceso martingala.

1.6 El Modelo Black-Scholes

1.6.1 Orígenes del modelo

El modelo matemático planteado por Einstein para el movimiento browniano es el origen primario del modelo Black-Scholes. Las hipótesis de este modelo plantean que el desplazamiento de una partícula entre dos instantes es independiente de las posiciones que haya tenido anteriormente, y que la ley de probabilidad que rige el movimiento sólo depende de la distancia temporal.

A partir de estas hipótesis Einstein demostró que la función de distribución f de la posición de la partícula tiene que verificar la ecuación 1.6.1 en derivadas parciales.

$$\frac{\delta f}{\delta t} = \frac{D \delta^2 f}{\delta^2 x^2} \quad (1.6.1)$$

La ecuación 1.6.1 es conocida como ecuación de difusión en la que x representa la variable espacial, t la variable temporal y D es una constante adecuada. La ecuación de difusión luego de algunos cambios de variable, constituye una de las vías para encontrar soluciones a la ecuación del modelo Black-Scholes (Franco, 2003).

En la tesis “La teoría de la especulación” de Louis Bachelier (1900), se asoció un modelo de movimiento browniano a los precios de las acciones. Este modelo tenía como objetivo determinar el valor de las opciones accionarias, pero la fórmula que dedujo estaba basada en supuestos no realistas, pues asumía la inexistencia de tasas de interés y utilizaba un proceso estocástico que permitía valores negativos para el precio de las acciones. (Franco, 2003) Esta inconsistencia fue probablemente la razón por la que el modelo fue olvidado por muchos años.

Bachelier realizó un avance sustancial en la comprensión del movimiento del precio de los activos. En su tesis sentó las bases de lo que luego se desarrollaría en la teoría de probabilidad, anticipó investigaciones de Einstein sobre el movimiento

aleatorio de las partículas, desarrolló el concepto de proceso estocástico y llevó adelante los primeros intentos de valorar opciones y futuros.

Años después, Paul Samuelson y James Boness resolvieron algunos de los inconvenientes del modelo de Bachelier. Esta vez, asumieron la existencia de tasas de interés y una distribución de probabilidad más realista para los precios de las acciones, además de tener en cuenta que el riesgo puede ser asumido siempre y cuando se dé algún beneficio a cambio (Franco, 2003).

En 1960, Samuelson por su lado propuso el movimiento browniano geométrico como modelo para los precios que están sujetos a incertidumbre (Franco, 2003)

En 1964, Boness propuso una fórmula más cercana a la del modelo Black-Scholes, pero con una tasa de interés desconocida que Boness consideraba como compensación por el riesgo asociado al valor de la acción (Franco, 2003).

El modelo de Black-Scholes fue publicado en 1973. Para este modelo, el movimiento browniano geométrico está asociado a los movimientos de los precios, pero además se tuvo en cuenta que está asociado a la teoría matemática avanzada del cálculo estocástico o cálculo de Ito, que desarrolló el matemático japonés Kiyoshi Ito desde 1940, en el que se consideran condiciones aleatorias (Franco, 2003).

El descubrimiento Black-Scholes fue rápidamente una influencia considerable para todos los mercados financieros quienes lo comenzaron a usar desde ese momento. En 1997 Merton y Scholes obtuvieron el premio Nobel de Economía por su trabajo (Business PME, 2008).

1.6.2 El modelo Black-Scholes

La fórmula del modelo Black Scholes puede ser demostrada rigurosamente solo si existen ciertas condiciones establecidas. Los mercados financieros corresponden

bien al modelo pero no a la hipótesis central que dice que el tiempo es continuo. Hay ciertas discrepancias para los mercados modernos que pueden surgir cuando éstos están afectados por discontinuidades. (Business PME, 2008).

Las condiciones del modelo según Business PME (2008) son las siguientes:

1. El precio del activo subyacente se distribuye lognormal y la dinámica del precio es descrita por un movimiento browniano geométrico.
2. La volatilidad es conocida de antemano y es constante.
3. La acción no paga dividendos.
4. El tipo de interés es conocido de antemano y es constante.
5. La opción se puede ejercer solo en la fecha de vencimiento, no después.
6. El mercado no tiene fricciones: Las transacciones no están sujetas a ninguna tasa impositiva, no generan costos de transacción y pueden realizarse sin ninguna limitación.

Black y Scholes demostraron que, bajo estas condiciones, se puede replicar el precio de una opción europea *call* en T , comprando un portafolio de acciones y bonos libres de riesgo en t , y transando este portafolio hasta T (Fernández, 1999).

Se toma como suposición que el valor de una acción, tomado como activo subyacente, es S y satisface la ecuación estocástica 1.2.8.

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t) \quad (1.2.8)$$

La igualdad que se plantea y como ya se mencionó antes es lo que se conoce como movimiento browniano geométrico. La tasa promedio de rendimiento es μ el tiempo es t , la volatilidad es σ y W es un proceso de Wiener, que sigue una distribución normal $N(0, \sqrt{dt})$ (Franco, 2003).

Para encontrar el precio de la opción *call* se debe primero plantear la fórmula de valuación martingala para lo que se debe tener en cuenta que el valor del contrato Y debe ser justo tanto para el lanzador como para el comprador. Si se ve desde la perspectiva del lanzador, se debe considerar que en el instante T de maduración, la obligación Y debe ser satisfecha, entonces el portafolio θ deberá alcanzar un valor de Y en el instante T . Se construirá un portafolio θ replicante tal que $P(V(T)=Y)=1$. Por lo que el precio que fijará el lanzador será lo mínimo necesario para echar a

andar la estrategia replicante, por otro lado, el comprador de Y no pagará más que el valor del portafolio replicante. Si $\bar{\theta}$ es un portafolio replicante del contrato Y y V es su valor, entonces el precio del contrato Y estará dado por $p(t) = V(t)$, $t \in T$ (Chávez, 2004).

Además, como V^* es un proceso martingala (respecto a F y Q), entonces se obtiene la ecuación 1.5.2 que es la fórmula de valuación martingala para la cual será necesario que la variable aleatoria Y sea Q integrable (Chávez, 2004).

$$\begin{aligned}
 e^{-rt}V(t) &= V^*(t) = E^*(V(T)|\mathcal{F}_t) \\
 V(t) &= E^*(e^{rt} V^*(T) | \mathcal{F}_t) \\
 p(t) = V(t) &= E^*(e^{-r(T-t)}Y|\mathcal{F}_t)
 \end{aligned}
 \tag{1.6.2}$$

En caso hubiera dos portafolios $\bar{\theta}_1$ y $\bar{\theta}_2$ autofinanciados que replican en el mismo contrato Y , éstos tendrán el mismo proceso de valor.

Según Chávez (2004) la formula de valuación martingala (1.6.2) y la fórmula del precio de una acción (1.2.8) se usa para hallar el valor del precio del contrato *Call*. Se tiene entonces:

$$\ln S(T) = \ln S(0) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma W(T)$$

Cuando $t < T$ se tiene:

$$\begin{aligned}
 \ln S(t) &= \ln S(0) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W(t) \\
 \ln S(T) - \ln S(t) &= \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T - t) + \sigma(W(T) - W(t))
 \end{aligned}$$

Con lo que se obtiene la ecuación 1.6.3

$$S(T) = S(t) \exp \left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T - t) + \sigma(W(T) - W(t)) \right]
 \tag{1.6.3}$$

De la sección anterior se tiene la ecuación 1.5.2 que se reemplaza en (1.6.3) y se consigue la expresión 1.6.4.

$$S(T) = S(t) \exp \left[\left(r - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) (T - t) + \sigma (\tilde{W}(T) - \tilde{W}(t)) \right] \quad (1.6.4)$$

Haciendo $\tilde{r} = \left(r - \frac{1}{2} \sigma^2 \right)$, $\hat{t} = T - t$ y $Z = \frac{\tilde{W}(T) - \tilde{W}(t)}{\sqrt{\hat{t}}}$, la ecuación 1.6.4 queda,

$$S(T) = S(t) \exp (\hat{r} \hat{t} + \sigma \sqrt{\hat{t}} Z)$$

donde, dada la información actualmente disponible \mathcal{F}_t y bajo la medida de probabilidad Q, Z es una variable normal estándar: $Z \sim N(0,1)$. Por lo que, el precio del contrato *call*, según la fórmula de valuación martingala 1.6.2, es lo representado en la ecuación 1.6.5 (Chávez, 2004).

$$p(t) = e^{-r\hat{t}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[S(t) \exp (\hat{r} \hat{t} + \sigma \sqrt{\hat{t}} z) - K \right]^+ \varphi(z) dz \quad (1.6.5)$$

donde φ es la densidad de la variable aleatoria Z, es decir,

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

Chávez (2004) realiza luego de esto el cálculo de p(t). En la ecuación 1.6.5, el integrando desaparece cuando

$$S(t) \exp (\hat{r} \hat{t} + \sigma \sqrt{\hat{t}} Z) < K$$

o de forma equivalente cuando

$$\ln S(t) + \hat{r} \hat{t} + \sigma \sqrt{\hat{t}} Z < \ln K$$

lo cual se da sólo si,

$$z < \frac{\ln \left(\frac{K}{S(t)} \right) - \hat{r} \hat{t}}{\sigma \sqrt{\hat{t}}} = z_0$$

por lo que la ecuación 1.6.5 puede ser escrita también

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-\infty}^{z_0} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)^2} dz \\
 &= \int_{-\infty}^{z_0} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)^2} dz
 \end{aligned}
 \tag{1.6.6}$$

donde $\Phi(z_0)$ representa la distribución acumulada de Z hasta z_0 y el integrando $\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)^2}$ es la densidad de la variable aleatoria Z . Normalizando Z' mediante $z = \frac{z' - \mu}{\sigma}$ y utilizando la simetría de la distribución normal, la ecuación 1.6.5 se puede expresar de la forma que se indica en la ecuación 1.6.7 (Chávez, 2004).

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-\infty}^{z_0} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)^2} dz \\
 &= \int_{-\infty}^{z_0} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)^2} dz
 \end{aligned}
 \tag{1.6.7}$$

Luego se hallan d_1 y d_2

$$\begin{aligned}
 d_1 &= \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma \sqrt{T}} \\
 d_2 &= d_1 - \sigma \sqrt{T}
 \end{aligned}$$

Con lo que después de reemplazar en la ecuación 1.6.7 se obtiene la ecuación 1.6.8 que es el precio del contrato *call* descrito por Black-Scholes (Chávez, 2004).

$$\tag{1.6.8}$$

El valor de la opción de *Call* C se entiende por la diferencia entre el precio esperado de la acción y el costo esperado si la opción es ejercida. Será mayor cuanto más alto sea el precio presente de la acción S ; cuanto más alta sea la volatilidad del precio de la acción; cuanto más alta sea la tasa de interés libre de riesgo r ; cuanto más largo sea el tiempo hasta la madurez T , y cuanto más bajo sea el precio de ejercicio K , ya que de esta forma, aumenta la probabilidad de que la opción sea ejercida. Esta probabilidad es, bajo la hipótesis de neutralidad del riesgo, evaluada por la función de distribución normal estandarizada N , en el segundo término del segundo miembro (Franco, 2003).

Todos los parámetros de la ecuación son observables, excepto la volatilidad, la cual debe estimarse a partir de datos históricos del mercado, en caso se sepa el precio de la opción *call*, puede utilizarse para calcular la volatilidad estimada por el mercado, también llamada "volatilidad implícita". (Franco, 2003).

Por último, se debe aclarar la diferencia entre el modelo y la fórmula Black Scholes. El modelo es la ecuación diferencial en derivadas parciales; y la fórmula sólo es una solución particular, válida para condiciones iniciales o de frontera muy específica (Franco, 2003).

1.6.3 Aplicaciones

La principal contribución del modelo Black-Scholes está vinculada a la importancia de su método de análisis presente en diversos problemas económicos. El método facilitó el manejo de riesgo entre los agentes económicos, además a partir del modelo se ha hecho una administración científica del mismo, lo que ha generado rápido crecimiento en los mercados derivados (Franco, 2003). Una de sus principales ventajas es que puede calcular gran número de precios de opciones en corto tiempo (Oppapers, 2006)

El modelo ha ayudado a diseñar estrategias de negociación para especular en los mercados modernos. Los bancos e instituciones financieras usan el modelo para

desarrollar y a la vez determinar el valor de nuevos productos, o vender soluciones financieras a la medida a sus clientes (Franco, L., 2003).



Capítulo 2: Análisis de datos y construcción del modelo.

2.1 Objetivo

Se busca simular los valores nominales de las acciones de cuatro empresas representativas del país, para lo que se recopilará la información requerida de los meses de Enero 2008 a Marzo 2009 para predecir los valores de estas acciones en el mes de Abril del año 2009.

2.2 Construcción de un simulador usando Scilab

En primer lugar se deberá definir las empresas cuyas acciones se usarán para la construcción del simulador, luego se explicará el funcionamiento del mismo y finalmente, se probará el simulador para analizar los valores correspondientes en contraste con los reales.

2.2.1 Elección de las empresas a evaluar

Para escoger las empresas se ha tomado en cuenta los siguientes factores:

1. Disponibilidad de los datos: se ha considerado a empresas que cotizan en bolsa de forma regular y/o diaria.
2. Participación de los diferentes sectores: se ha considerado empresas de distintos sectores para poder tener una visión más amplia de lo que sucede en el mercado bursátil y una visión global de lo que sucede en el país.
3. Presencia en la cartera del IGBVL: puesto que se hará un análisis de este indicador, se ha buscado empresas que formen parte de esta cartera.

Se decidió por ello escoger a las empresas que se listan en el cuadro 2.1

Cuadro 2.1: Empresas a evaluar

Empresa	Nemónico
Banco Continental	CONTINC1
Maple Energy PLC	MPLE
Cementos Pacasmayo SAA	CPACASC1
Compañía Minera Milpo SAA	MILPOC1

Elaboración propia

2.2.2 Funcionamiento del simulador Scilab

El simulador Scilab es un software libre que incluye todo tipo de funciones matemáticas y tiene estructuras de datos sofisticados, intérpretes y un lenguaje de programación de alto nivel. (Scilab 2008)

Para describir el funcionamiento del simulador se tomará como ejemplo el código desarrollado para el Banco Continental. Se tendrán los datos de las acciones en términos anuales.

El código de SciLab debe comenzar definiendo los parámetros, en este caso T (horizonte de inversión) es 0.11 pues la cantidad de días que se simularán (30) está expresado en años¹⁰, $SA(1)$ (precio inicial de la acción del Banco Continental que será el valor del último día del mes de marzo 2009), μ_A (promedio de la variación diaria), σ_A (la volatilidad), $WA(1)$ (riqueza representada por el browniano y que en este caso cuando $t=1$ será cero) y el valor de $t(1)$ (este valor estará dado en días y será cero en este caso).

Se tendrían hasta el momento los siguientes parámetros:

$$T=0.11, SA(1)=5.15, \mu_A=-0.02, \sigma_A=0.27, WA(1)=0, t(1)=0$$

Para calcular σ_A se tendrá que calcular el promedio de las variaciones diarias del precio de la acción.

Para calcular μ_A se tendrá que obtener la varianza de los precios de las acciones para luego dividir este valor por el promedio de estos precios.

¹⁰ Se considera que hay 261 días en un año por lo que 30 días en términos anuales es $30/261$ que da como resultado 0.11.

Para calcular ambos casos (la media y volatilidad) se asumirá que si un día no se cotizó en bolsa el valor que se le asignará a ese día será igual al del día anterior. En el caso no exista un dato para el día lunes, se asumirá igual al del día viernes.

Luego de definir los parámetros se tendrá que determinar el *loop* principal para intervalos de tiempo de T. En este caso, se realizarán 1000 repeticiones para 30 días lo cual se escribe de la siguiente forma:

```
for m=1:1000
for i=1:30
```

A continuación, se tendrá que plantear la ecuación que describe $WA(i+1)$ y la ecuación del precio de las acciones, $SA(i+1)$ que es la solución de la ecuación estocástica que representa el movimiento geométrico para los parámetros descritos anteriormente. Luego de esto se escribirá dos veces *end* para finalizar ambos *loops*.

Finalmente, se tendrá que sacar la media de las 1000 repeticiones para cada periodo para lo cual se tendrá que escribir como sigue:

```
M(1)=0
medA(1)=SA(1)
for x=1:30
M(x+1)=x
medA(x+1)=mean(SA(x+1,:))
end
```

Este procedimiento se deberá repetir para cada una de las cuatro empresas seleccionadas. El Scilab nos mostrará además gráficamente los datos simulados.

2.2.3 Análisis y predicción de los precios de las acciones

Para este análisis se ha decidido incluir valores de acciones de cuatro empresas representativas. La acción que denominaremos A representará el valor de una

acción del Banco Continental; la acción B representará una acción de la empresa Maple Energy; la acción C representa una acción de la empresa Cementos Pacasmayo; y la acción D a la empresa minera Milpo. Los valores de las acciones se detallan en el anexo 2, donde se incluyen valores desde el 1 de enero 2008 hasta el 31 de diciembre 2008.

Para poder predecir el valor de los precios de las acciones de los siguientes treinta días se usa el simulador SciLab mencionado anteriormente. El primer valor que se necesita para realizar la simulación es el del último día del intervalo del 1 de enero al 31 de diciembre 2008; éste será el valor inicial del precio de la acción al que se denominará ST_i para $i=A, B, C$ y D . Se hallará además la media y volatilidad de los datos para cada empresa. La cuadro 2.2 muestra estos valores.

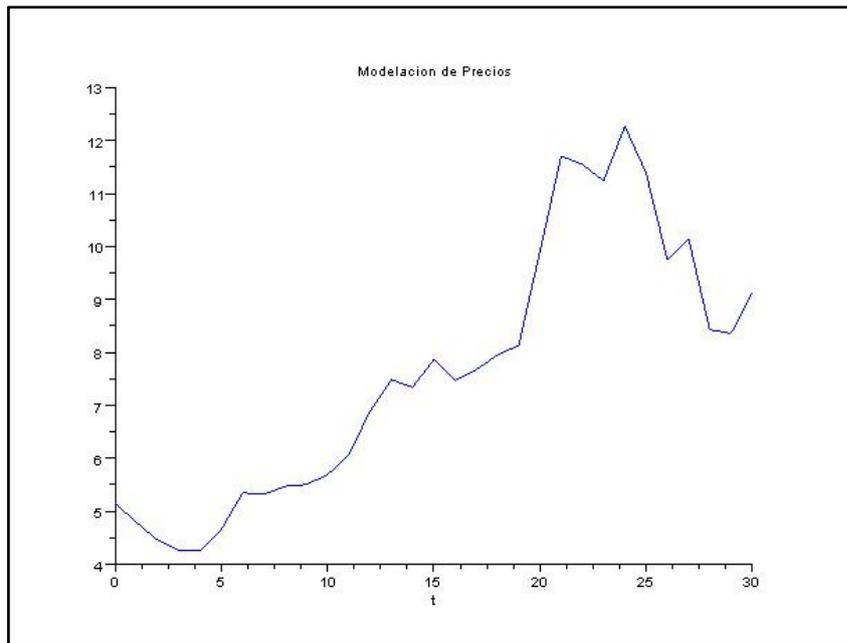
Cuadro 2.2: Parámetros.

	Banco Continental	Maple Energy	Cementos Pacasmayo	Milpo
$S(t)$	5.15	1.20	1.78	6.74
μ	-0.02	0.00	-0.01	0.00
Σ	0.27	0.39	0.35	0.25

Fuente: CONASEV / Elaboración propia

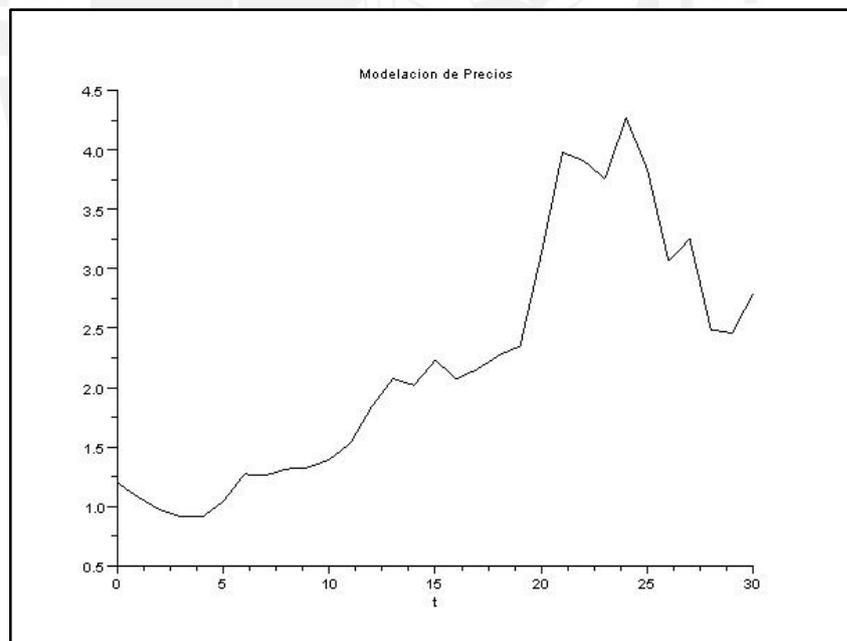
Se realiza la simulación en Scilab de lo que se obtiene los precios de las acciones para 30 días los cuales se muestran en la cuadro 2.3. La evolución de estos precios para cada empresa se aprecia en los gráficos 2.1, 2.2, 2.3, 2.4. El lenguaje usado en Scilab se detalla en el anexo 3 para cada empresa.

Gráfico 2.1: Modelación de Precios para Banco Continental



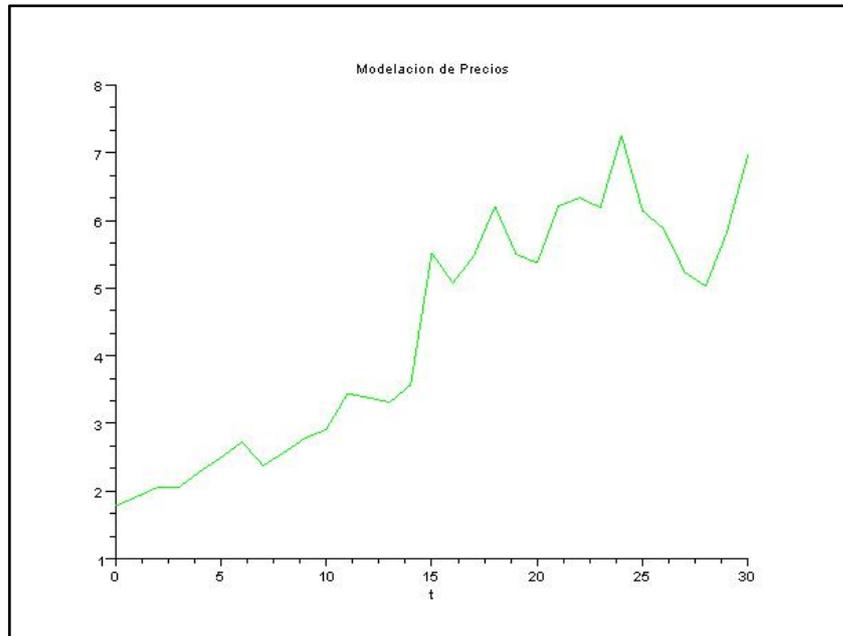
Fuente: Scilab; Elaboración propia

Gráfico 2.2: Modelación de Precios para Maple Energy



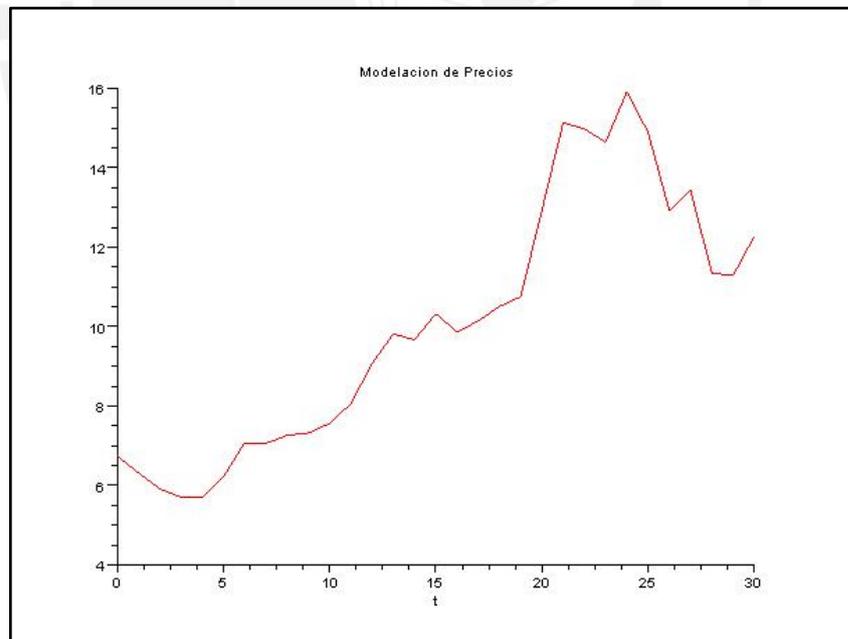
Fuente: Scilab; Elaboración propia

Gráfico 2.3: Modelación de Precios para Cementos Pacasmayo



Fuente: Scilab; Elaboración propia

Gráfico 2.4: Modelación de Precios para Minera Milpo



Fuente: Scilab; Elaboración propia

2.2.4 Contraste con los valores reales de los 30 días siguientes

Cuadro 2.3: Contraste de los Valores Simulados y Reales

	Banco Continental		Maple Energy		Cementos Pacasmayo		Milpo	
	Real	Simulado	Real	Simulado	Real	Simulado	Real	Simulado
		5.15		1.20		1.78		6.74
02/01/2009	5.15*	4.79	1.20*	1.08	1.78*	1.92	6.74*	6.32
05/01/2009	5.15	4.46	1.35	0.97	1.78*	2.06	6.75	5.92
06/01/2009	5.20	4.27	1.48	0.92	1.80	2.06	6.70	5.70
07/01/2009	5.20	4.25	1.34	0.91	1.80	2.29	6.69	5.70
08/01/2009	5.20	4.66	1.30	1.04	1.80	2.49	6.69	6.22
09/01/2009	5.20	5.35	1.34	1.27	1.85	2.72	6.69	7.08
12/01/2009	5.20*	5.32	1.25	1.26	1.85	2.38	6.65	7.06
13/01/2009	5.20*	5.47	1.36	1.32	1.81	2.57	6.50	7.26
14/01/2009	5.10	5.51	1.42	1.33	1.88	2.78	6.00	7.32
15/01/2009	5.10*	5.69	1.47	1.39	1.88	2.91	5.80	7.57
16/01/2009	5.00	6.08	1.55	1.54	1.88	3.44	5.90	8.06
19/01/2009	5.00*	6.89	1.58	1.84	1.88*	3.38	5.95	9.07
20/01/2009	5.10	7.48	1.50	2.08	1.88*	3.31	6.00	9.82
21/01/2009	5.10	7.35	1.51	2.02	1.90	3.57	5.97	9.67
22/01/2009	5.00	7.86	1.53	2.23	1.90	5.52	5.89	10.32
23/01/2009	5.00*	7.47	1.59	2.07	1.90	5.07	5.88	9.87
26/01/2009	5.00	7.67	1.58	2.16	1.90	5.48	5.90	10.14
27/01/2009	5.03	7.96	1.56	2.27	1.90*	6.21	5.89	10.51
28/01/2009	5.00	8.13	1.57	2.35	1.90	5.50	5.85	10.75
29/01/2009	5.00*	9.91	1.60	3.12	1.95	5.37	5.87	12.94
30/01/2009	5.00	11.71	1.52	3.98	1.95*	6.21	5.79	15.14
02/02/2009	5.00	11.55	1.54	3.91	2.00	6.34	5.80	14.99
03/02/2009	5.00	11.24	1.46	3.76	2.15	6.19	5.80*	14.65
04/02/2009	5.00	12.28	1.59	4.27	2.20	7.26	5.79	15.92
05/02/2009	5.00*	11.39	1.55	3.84	2.20*	6.14	5.76	14.89
06/02/2009	4.99	9.75	1.59	3.06	2.19	5.88	5.70	12.92
09/02/2009	5.00	10.15	1.70	3.25	2.19	5.24	5.69	13.45
10/02/2009	5.00	8.43	1.70	2.49	2.19	5.03	5.68	11.35
11/02/2009	5.00*	8.36	1.69	2.46	2.18	5.83	5.53	11.29
12/02/2009	4.96	9.13	1.64	2.79	2.18	6.98	5.50	12.28

Fuente: CONASEV (valores reales); Elaboración propia

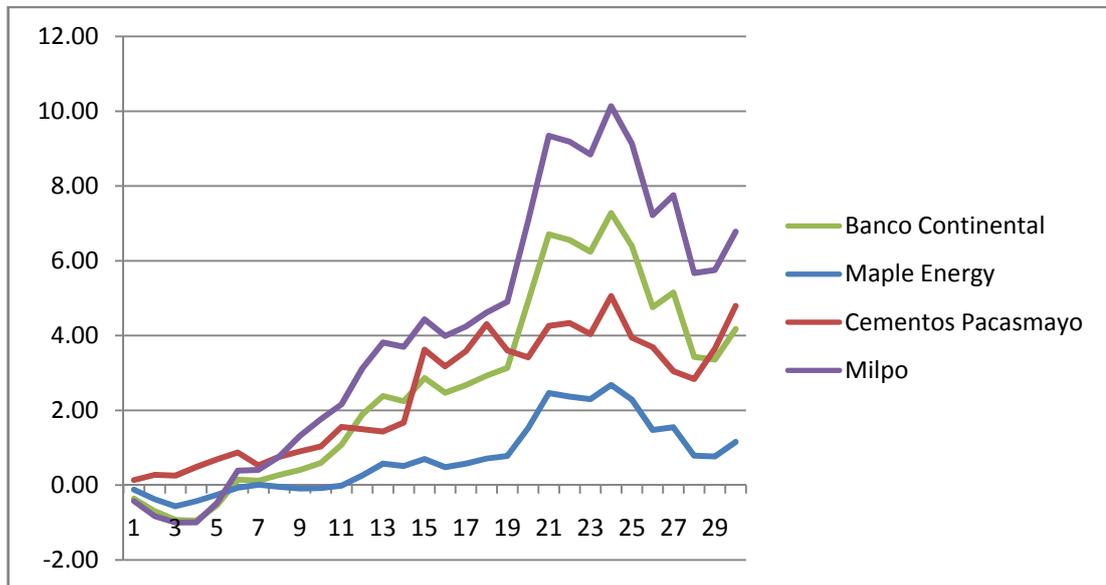
* Estos valores se han asumido iguales al inmediato anterior por no contar con esta información

En el cuadro 2.3 se comparan los valores reales y los simulados de cada una de las empresas, existen ciertas diferencias y esto se debe a las presunciones que tiene el modelo y que nos se ajustan a la realidad. Existen además factores externos incontrolables que también influyen y se detallarán en el Capítulo 3.

La mayor disimilitud se presenta en la Compañía Minera Milpo ya que la variación de sus valores reales es mayor. En el gráfico 2.5 se muestran las variaciones de valores reales y simulados en soles y en el gráfico 2.6 en porcentaje.

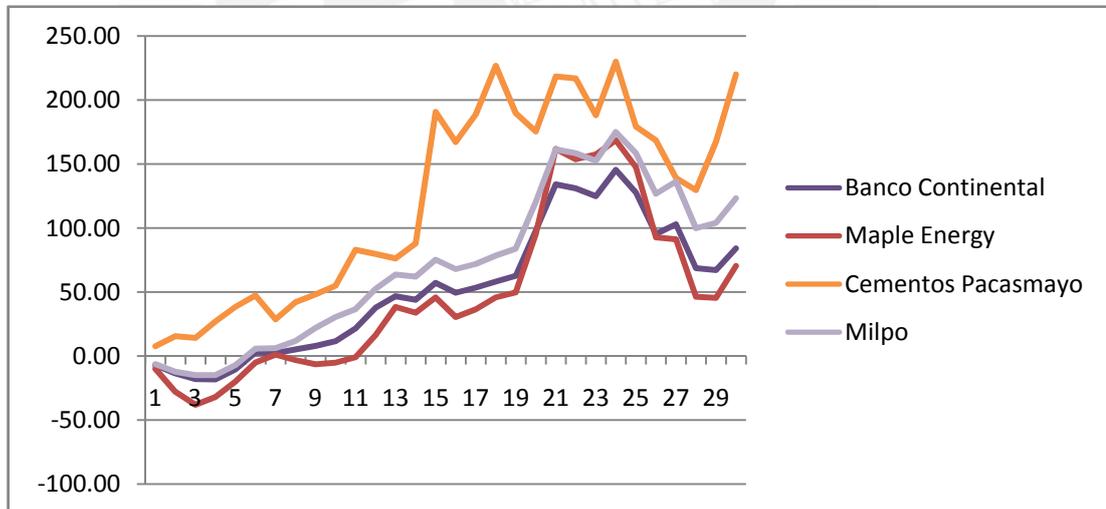


Gráfico 2.5 Variación de los Valores Simulados y Reales en soles.



Fuente: CONASEV (valores reales) / Elaboración propia

Gráfico 2.6 Variación de los Valores Simulados y Reales en %



Fuente: CONASEV (valores reales) / Elaboración propia

Capítulo 3: Propuesta de mejora en el modelo Black-Scholes

3.1 Debilidades del modelo

Existen dos tipos de debilidades respecto al modelo, las que están relacionadas con las presunciones del mismo y los factores externos que afectan al mercado de valores y son incontrolables.

3.1.1 Presunciones

Muchas de las presunciones del modelo Black-Scholes no se ajustan a la realidad. Algunas de las debilidades del modelo son estas mismas presunciones que en el mercado de valores no se dan como se plantea.

Un ejemplo de ello es el hecho de asumir que el mercado es completo pues en la realidad el número de activos que puede transar un agente es limitado por lo que no necesariamente podrá predecir las contingencias futuras. El mercado de valores no cuenta con información suficiente como para poder determinar cuan riesgoso es un agente o no por lo que éstos tendrán que proporcionar información que en caso no se presente no se podrá realizar una transacción en la que implique un riesgo.

Por otro lado, no se consideran los costos de transacción que son reales y existen por invertir en la Bolsa de Valores de Lima. Por cada transacción que se realiza (compra y venta) el inversionista debe pagar comisiones por diversos conceptos tales como:

- Sociedad Agente de Bolsa (SAB)
- Bolsa de Valores de Lima (BVL)
- Institución de Compensación y Liquidaciones de Valores (CAVALI)
- Comisión Nacional de Supervisión de Empresas y Valores (CONASEV)
- Aportes al fondo de garantía y el fondo de liquidez

Además, el Impuesto General a las Ventas (19%) se aplica sobre el total de las comisiones no sobre el valor total negociado.

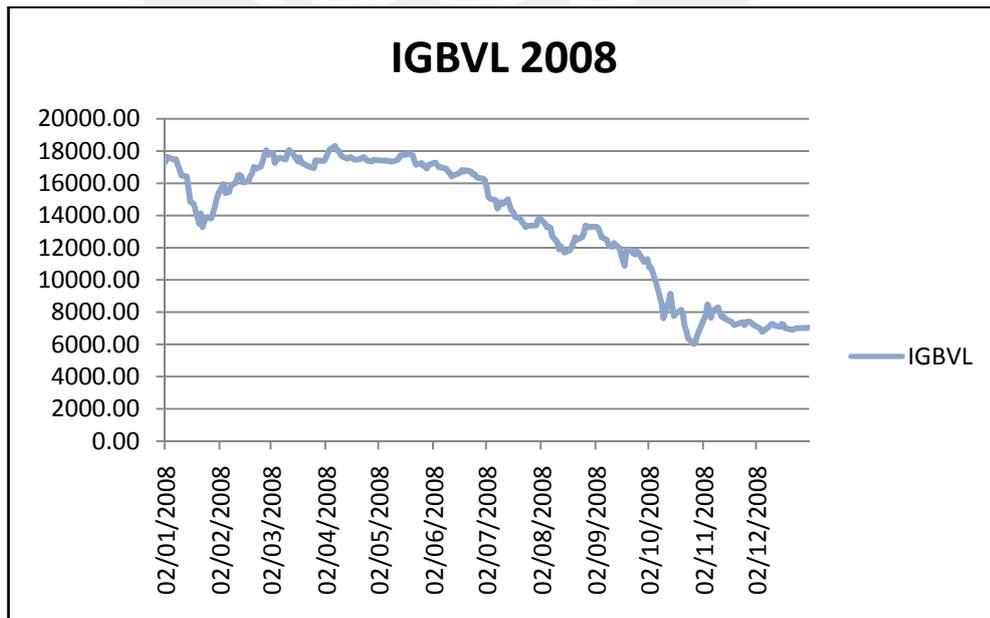
Se asume también que las acciones no pagan dividendos cuando en realidad existen las que pagan y las que no.

También se asume la volatilidad constante y que la distribución del precio de la acción es lognormal lo cual no se ajusta a la realidad y para lo cual se ha desarrollado estudios al respecto que se mencionarán en la sección 3.2.

3.1.2 Factores externos

La evolución de la economía del país se refleja en el mercado de valores. El 2008 comenzó de manera sostenida y evolucionó favorablemente, lo que se reflejó en la baja inflación y el alto crecimiento económico, entre otros factores, fue así, además, que la clasificadora de riesgo internacional Fitch Ratings elevó la clasificación de la deuda soberana de largo plazo en moneda extranjera de “BB+” a “BBB-“. Hasta abril, el mercado de valores continuó mostrando señales de crecimiento en cada uno de sus indicadores, y se mantuvo estable a pesar de la alta volatilidad que experimentaron los mercados globales por la crisis de hipotecas de alto riesgo en Estados Unidos. Es a fines de Mayo y a partir de junio que se experimentaron caídas en la bolsa, esto se puede observar en la evolución del IGBVL en el gráfico 3.1.

Gráfico 3.1: Variación del IGBVL enero-diciembre 2008



Fuente: Bolsa de Valores de Lima; Elaboración propia.

El presidente de la BVL, Roberto Hoyle sostuvo que los factores que incidirían en la recuperación serían los precios de los metales pues en el Perú las acciones mineras son las que tienen mayor peso en la bolsa. El precio de los metales como el zinc tiene gran influencia, por ejemplo en julio se observó un incremento del 2% en el IGBVL tras el anuncio del grado de inversión otorgado al Perú por la calificadora de riesgo Standard and Poor's (S&P), pero luego por la caída del zinc, este índice cayó 2.64%. Además la evolución del precio del petróleo ha sido también un factor determinante para las alzas y caídas de la bolsa. Por último, existen también, aspectos coyunturales de las bolsas mundiales y economías influyentes como la de Estados Unidos y a la cual le viene afectando desde el 2007 una crisis hipotecaria y financiera que ha repercutido en la economía de este país y ha ocasionado conmoción a nivel mundial. La incertidumbre de la tendencia del mercado ha generado subidas y bajadas de la bolsa a lo largo del año 2008.

Entre los metales más importantes se encuentra el zinc que es esencial para nuestra sociedad. Se usa como revestimiento contra la corrosión en el acero, para fabricar componentes de precisión, como material de construcción para producir bronce y caucho (el 45% del zinc es destinado para la construcción) (IZA, 2003). También es usado en la elaboración de farmacéuticos y cosméticos, en fertilizantes y suplementos alimenticios. Es por ello que son muchas las industrias que dependen de sus propiedades únicas y por lo que además tiene una importancia económica innegable. Según la Asociación Latinoamericana de Zinc, este metal aporta 40,000 millones de dólares americanos a la economía mundial. Latinoamérica representa el 23% de la producción mundial y el Perú ocupa el tercer lugar entre los productores mundiales de concentrados de zinc. En cuanto al mercado de valores, el zinc ha influenciado directamente las subidas y bajadas de los indicadores de la bolsa local, podemos comparar la evolución del precio del zinc y el IGBVL que experimentan la misma tendencia. En el último año, se ha dado la disminución del precio internacional del zinc por temor a una contracción de la demanda mundial de este metal y según la evolución de los precios en el 2009 se espera que estos valores tiendan al alza.

Uno de los principales factores que influyen en la variación del precio de las acciones es el precio del petróleo. En los últimos años, este precio ha aumentado y ha generado coyuntura en las bolsas de valores internacionales y en la local. Los altos precios del petróleo generan la subida de las acciones en la bolsa local, pero

un alza desmedida causa temores del daño que estos pudieran ocasionar en la economía, provocando el descenso de las acciones. Las caídas más fuertes del precio del petróleo se dieron a partir de la segunda mitad del año 2008 que coincide con la crisis estadounidense y con la baja en el mercado de valores. Por otro lado, según el secretario general de la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP), los precios demasiado bajos frenan las inversiones y ponen en peligro la oferta del crudo. Además, un representante del Fondo Monetario Internacional (FMI), John Lipsky opinó que mientras más caigan los precios del petróleo, mayor será el impacto negativo en la oferta futura. Es por esto, que se estaría tratando de regular el precio en conjunto con la Organización de Países Exportadores de Petróleo para mantener un nivel adecuado para garantizar el desarrollo de los proyectos de este sector.

La evolución de la bolsa estadounidense es, en definitiva, uno de los factores más influyentes en el mercado nacional. Las controversias generadas, se ven reflejadas claramente con las subidas y bajadas de los valores negociados. Esto lo podemos observar comparando la tendencia que siguió el índice Dow Jones Industrial Average durante el 2008. En el gráfico 3.2 se aprecia las variaciones del índice Dow Jones entre mayo 2008 y marzo 2009. Más aún ahora, que se viene experimentando la crisis hipotecaria desde el 2007, han surgido efectos incontrolables en la economía de este país. Por ejemplo, en marzo del 2008 JP Morgan y la Reserva Federal estadounidense tuvieron que comprar el banco de inversiones Bear Stearns para evitar que éste quiebre. Hubo entidades financieras que no se pudieron rescatar, como fue el caso del banco IndyMac. En setiembre del 2008 las acciones de las dos hipotecarias más grandes del país, que tenían la mitad de las hipotecas, cayeron alarmantemente y el Tesoro estadounidense las puso bajo su tutela, luego de esto ha continuado el derrumbe de otras entidades. (Strategia, 2009)

Existen otros factores que no son cuantificables, pero que son importantes en la medida que estos influyen negativa y positivamente en las variaciones de los precios de acciones de la bolsa nacional. En nuestro país influye, por ejemplo, las expectativas negativas con respecto a la marcha de la economía mundial y el efecto positivo del grado de inversión otorgado al Perú por S&P, lo cual genera un ambiente de decisión tenso. El factor emocional de los inversionistas influye también en la BVL, la incertidumbre del mercado genera decisiones dispersas.

Gráfico 3.2: Variación del índice Dow Jones mayo 2008-marzo 2009



Fuente: Market Data Center del Wall Street Journal.

3.2 Relajamiento de los supuestos del modelo Black-Scholes

Existen algunos estudios realizados que tratan de diversas modificaciones al modelo. Merton en 1973 relaja el supuesto de que la tasa de interés es constante y determinística. Él define $P(t,T)$ como el precio en t de un bono de descuento que paga \$1 en T y asume que la dinámica del precio del bono puede ser descrita como se muestra en la ecuación 3.2.1

$$\frac{dP(t,T)}{P(t,T)} = \mu_p dt + \sigma_p dW_p \tag{3.2.1}$$

En esta ecuación μ_p es la tasa estocástica de crecimiento del precio del bono; σ_p es la volatilidad de $P(t,T)$ que se asume como una función conocida de t y T ; y dW_p representa el incremento de un proceso de Wiener estándar (Fernández, 1999).

Merton demuestra que el precio de una *call* europea está dado por la ecuación que se muestra en 3.2.2.

$$C(S, K, t, r, \sigma, T) = S\Phi(d_1) - KP(t, T)\Phi(d_2) \quad (3.2.2)$$

Donde,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) - \ln P(t, T) + \hat{\sigma}^2(T-t)/2}{\hat{\sigma}\sqrt{T-t}}; \quad d_2 = d_1 - \hat{\sigma}\sqrt{T-t}$$

y,

$$\hat{\sigma}^2(T-t) = \int_t^T (\sigma^2 + \sigma_p^2 - 2\rho\sigma\sigma_p) dt$$

El parámetro σ es la volatilidad instantánea del precio de la acción y ρ representa la correlación instantánea entre el precio de la acción y del bono. Existen dos diferencias entre este modelo y el de Black-Scholes. Primero que la tasa de interés instantánea, r , es reemplazada por $r(t, T) = \ln[-P(t, T)]/[T-t]$. Además, la volatilidad del precio de la acción es reemplazada por $\hat{\sigma}$. Según Merton, es más apropiado utilizar $r(t, T)$ en la fórmula de Black-Scholes (Fernández, 1999).

Otro de los supuestos que se discute es considerar que la distribución de probabilidad que sigue el precio del activo subyacente que para este caso se asume lognormal. Hull (1997) discute el sesgo potencial que puede tener sobre el precio de una opción europea el utilizar en la fórmula de Black-Scholes una distribución que al momento de la expiración difiere de la asumida.

Es por ello, que para combatir dicho sesgo, se ha desarrollado especificaciones alternativas que introducen Hull y White en un modelo en que la volatilidad del precio de la acción es estocástica. En la ecuación 3.2.3 se describe la dinámica del precio de la acción y en la 3.2.4 se describe la dinámica de la varianza, v del precio de la acción por unidad de tiempo y la cual indica que v se revierte al nivel ϕ a una tasa δ (Fernández, 1999).

$$\frac{dS}{S} = r dt + \sqrt{v} dW_s \quad (3.2.3)$$

$$dv = \delta(\phi - v) dt + \xi v^n S dW_v \quad (3.2.4)$$

S es el precio de la acción, r es la tasa de interés libre de riesgo, v es la varianza instantánea del precio de la acción, δ , Φ , η y ξ son parámetros, y dW_s y dW_v son incrementos de procesos de Wiener estándar.

Otra extensión del modelo Black-Scholes es la que plantea Herzel (1998) pues asume que la volatilidad del precio de la acción puede saltar de un valor σ_a a un σ_b en un instante de tiempo aleatorio. Herzel encuentra que los precios generados por su modelo producen una curva de volatilidad implícita que sigue la curva que se conoce como la sonrisa de la volatilidad. En esta curva se ve la forma en que varía la volatilidad implícita con respecto al precio de ejercicio de la acción. La curva se puede observar en el gráfico 3.3 (Fernández, 1999).



Esta curva es un fenómeno que ha sido observado por diversos autores y agentes que transan activamente en el mercado de opciones. Al graficar la volatilidad implícita de una opción en función de su precio de ejercicio, se observa que las opciones cuyo precio del activo subyacente es inferior o superior al precio de ejercicio, tienden a tener una volatilidad implícita más alta que aquellas opciones para las cuales el precio del activo subyacente es aproximadamente igual al precio de ejercicio. Tal comportamiento se traduce en una especie de "sonrisa" la cual ha hecho cuestionable el supuesto de volatilidad constante del modelo de Black-Scholes.

Algunos modelos ya conocidos de volatilidad no constante han desarrollado ciertos planteamientos. Este es el caso del modelo de Cox y Ross, que en 1976 planteó el modelo de volatilidad que se describe con la ecuación 3.2.5 y para el cual α varía entre 0 y 2.

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)^{\alpha/2} dW(t) \quad (3.2.5)$$

Los estudios de Cox y Ross muestran la inclusión de un factor asociado a la volatilidad que la hace no constante. La idea principal del modelo de Cox y Ross es que considera únicamente al riesgo del mercado como principal razón de los cambios en los intereses cobrados.

De la misma manera, la mejora al modelo que se desarrollará estará ligada a la búsqueda de un factor dependiente del término de volatilidad de la fórmula del modelo para corregir la continuidad asumida en el mismo. A través de este factor se podrán obtener resultados que se ajusten mejor a la realidad del mercado de valores y a los cambios que suceden en la economía del país.

3.3 Propuestas de mejora

Para la propuesta de mejora se desarrollará un modelo basado en el de Black-Scholes. El análisis se basará en la mejora de la estimación modificando σ que en este caso ya no será constante sino que dependerá de t . Se parte de la ecuación general 3.3.1 del precio de la acción.

Para el caso del modelo de Black-Scholes en el que la volatilidad es σ se obtiene la ecuación 1.2.10.

$$S(t) = S(0) \exp \left[\int_0^t \left(\mu(s) - \frac{1}{2} \sigma^2(s) \right) ds + \int_0^t \sigma(s) dW_s \right] \quad (3.3.1)$$

La primera propuesta planteada es variar σ por $\sigma_1 = \sigma\sqrt{t}$ para este caso se obtiene integrando 3.3.1 la ecuación 3.3.2.

$$S(t) = S(0)\exp\left[\int_0^t\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 t\right)ds + \int_0^t\sigma\sqrt{t}dW_s\right]$$

$$S(t) = S(0)\exp\left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 t\right)t + \sigma\sqrt{t}dW(t)\right]$$

(3.3.2)

En la segunda propuesta variaremos σ por $\sigma_2 = \sigma\left(1 + \frac{1}{t^2}\right)$ se sigue el mismo procedimiento y se obtiene la ecuación 3.3.3.

$$S(t) = S(0)\exp\left[\int_0^t\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\left(1 + \frac{2}{t^2} + \frac{1}{t^4}\right)\right)ds + \int_0^t\sigma\left(1 + \frac{1}{t^2}\right)dW_s\right]$$

$$S(t) = S(0)\exp\left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\left(1 + \frac{2}{t^2} + \frac{1}{t^4}\right)\right)t + \sigma\left(1 + \frac{1}{t^2}\right)dW(t)\right]$$

(3.3.3)

Planteamos para la tercera propuesta la variación de σ por $\sigma_3 = \sigma\sqrt{\frac{2}{t}}$ con lo que se obtiene la ecuación 3.3.4.

$$S(t) = S(0)\exp\left[\int_0^t\left(\mu - \frac{\sigma^2}{t}\right)ds + \int_0^t\sigma\sqrt{\frac{2}{t}}dW_s\right]$$

$$S(t) = S(0)\exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{t}\right)t + \sigma\sqrt{\frac{2}{t}}dW(t)\right]$$

(3.3.4)

Por último, en la cuarta propuesta definiremos $\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para valores de α entre 0 y 2, en este caso se escogieron los valores $\alpha=(0.4; 0.8; 1.2; 1.6; 1.99)$. Se obtiene de la misma forma la ecuación 3.3.5.

$$S(t) = S(0)\exp\left[\int_0^t\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}t^\alpha\right)ds + \int_0^t\sigma t^{\alpha/2}dW_s\right]$$

$$S(t) = S(0)\exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}t^\alpha\right)t + \sigma t^{\alpha/2}dW(t)\right]$$

(3.3.5)

3.4 Validación de resultados

Para realizar una comparación entre los resultados de las propuestas se volvió a correr el modelo y se calculó las variaciones entre los valores reales y simulados, luego de lo cual se determinó la sumatoria del cuadrado de los errores.

Los resultados obtenidos para cada propuesta se observan en los cuadros 3.1, 3.2, 3.3, 3.4.

Es así, que se determinó que la propuesta que hace más efectivo el cálculo del precio de la acción es la propuesta 3 en la que la volatilidad es la siguiente:

$$\sigma_3 = \sigma \sqrt{\frac{2}{t}}.$$

En los gráficos 3.4, 3.5, 3.6, 3.7 se compara los valores reales, los valores obtenidos por el modelo de Black-Scholes y los de la propuesta 3. No se ha graficado las demás propuestas porque los valores difieren a los reales en mayor medida y dificulta la visualización de las demás curvas.

Cuadro 3.1: Comparación de la suma de los cuadrados del error

	Banco Continental	$\sum (error)^2$
Modelo B-S	$\sigma = \sigma$	393.04
1°	$\sigma_1 = \sigma\sqrt{t}$	26.43
2°	$\sigma_2 = \sigma \left(1 + \frac{1}{t^2}\right)$	395.82
3°	$\sigma_3 = \sigma \sqrt{\frac{2}{t}}$	14.81
4°	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=0.4$	1,956.03
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=0.8$	56,242.77
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=1.2$	8,466.29
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=1.6$	570.89
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=1.99$	636.59

Elaboración propia

Cuadro 3.2: Comparación de la suma de los cuadrados del error.

	Maple Energy	$\sum (error)^2$
Modelo B-S	$\sigma = \sigma$	42.36
1°	$\sigma_1 = \sigma\sqrt{t}$	115.79
2°	$\sigma_2 = \sigma \left(1 + \frac{1}{t^2}\right)$	156.56
3°	$\sigma_3 = \sigma \sqrt{\frac{2}{t}}$	0.79
4°	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=0.4$	283.98
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=0.8$	10,677.03
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=1.2$	58.34
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=1.6$	273.95
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=1.99$	55.69

Elaboración propia

Cuadro 3.3: Comparación de la suma de los cuadrados del error.

	Cementos Pacasmayo	$\sum (error)^2$
Modelo B-S	$\sigma = \sigma$	254.86
1°	$\sigma_1 = \sigma\sqrt{t}$	36.33
2°	$\sigma_2 = \sigma\left(1 + \frac{1}{t^2}\right)$	75.66
3°	$\sigma_3 = \sigma\sqrt{\frac{2}{t}}$	1.93
4°	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=0.4$	41.78
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=0.8$	73.43
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=1.2$	354.82
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=1.6$	2,024.17
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=1.99$	93.19

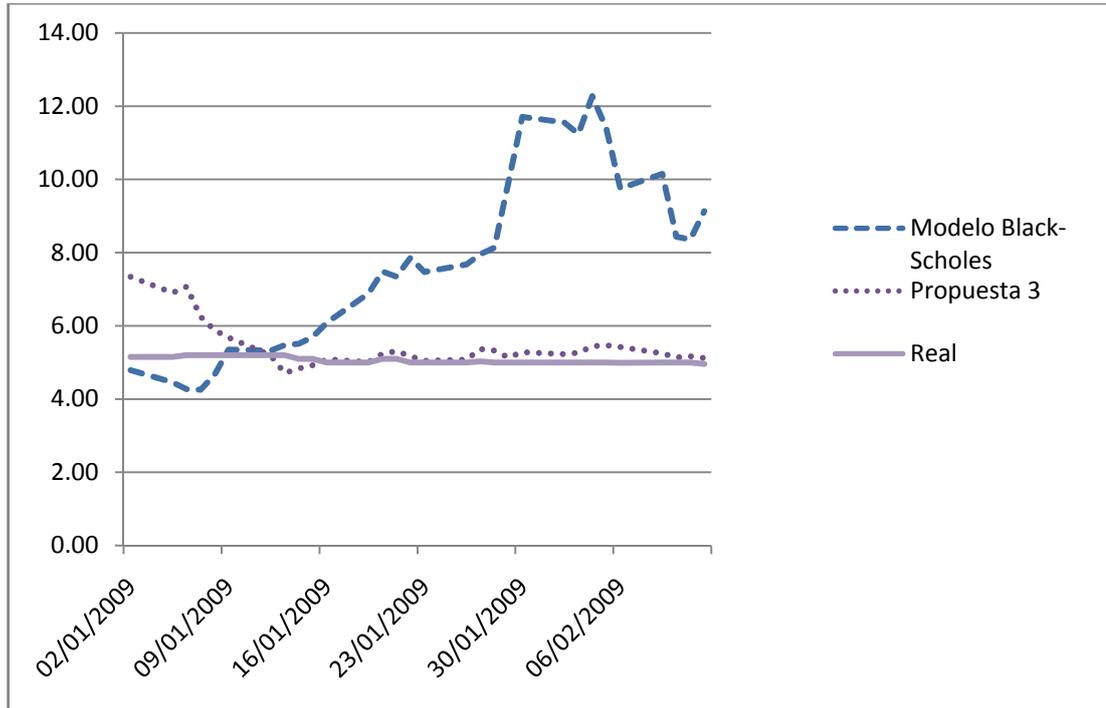
Elaboración propia

Cuadro 3.4: Comparación de la suma de los cuadrados del error.

	Minera Milpo	$\sum (error)^2$
Modelo B-S	$\sigma = \sigma$	860.14
1°	$\sigma_1 = \sigma\sqrt{t}$	331.95
2°	$\sigma_2 = \sigma\left(1 + \frac{1}{t^2}\right)$	2,082.55
3°	$\sigma_3 = \sigma\sqrt{\frac{2}{t}}$	25.65
4°	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=0.4$	109.11
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=0.8$	429.15
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=1.2$	341.06
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=1.6$	650.13
	$\sigma_4 = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$ para $\alpha=1.99$	872.03

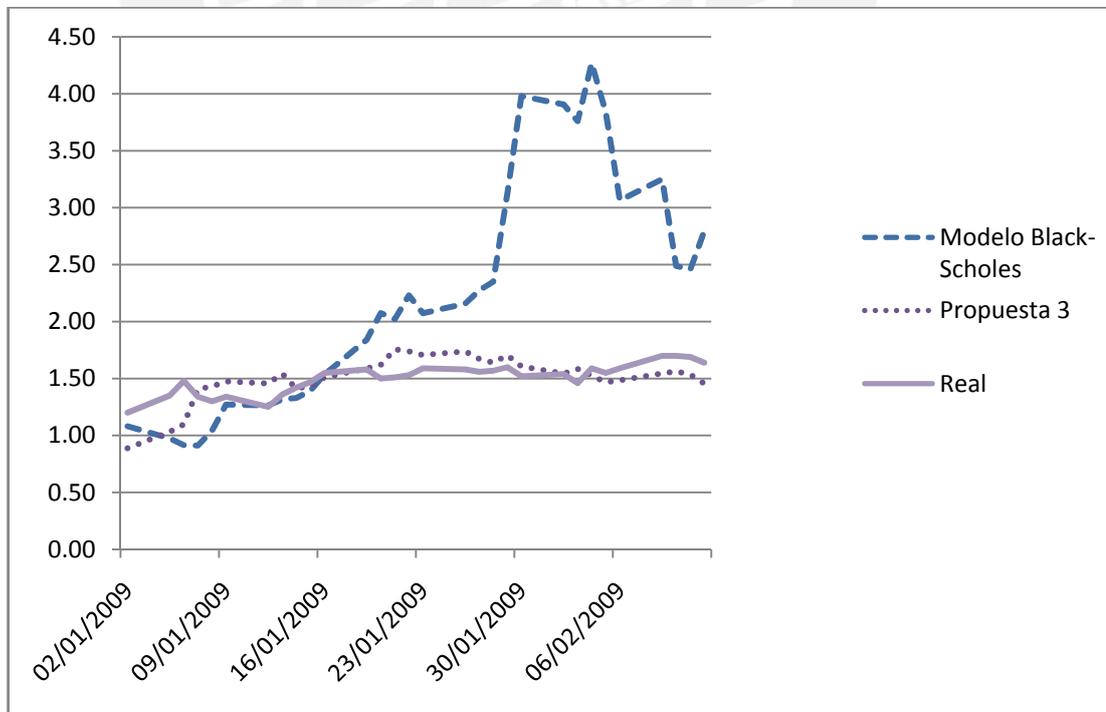
Elaboración propia

Gráfico 3.4: Comparación de resultados para Banco Continental



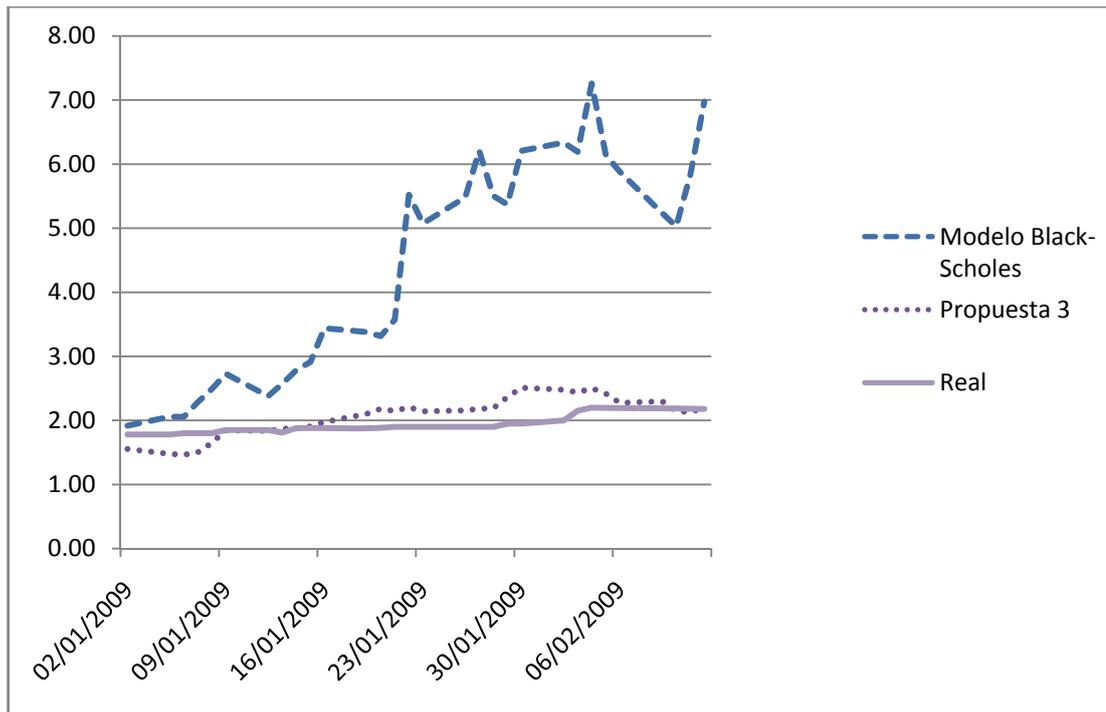
Elaboración Propia

Gráfico 3.5: Comparación de resultados para Maple Energy



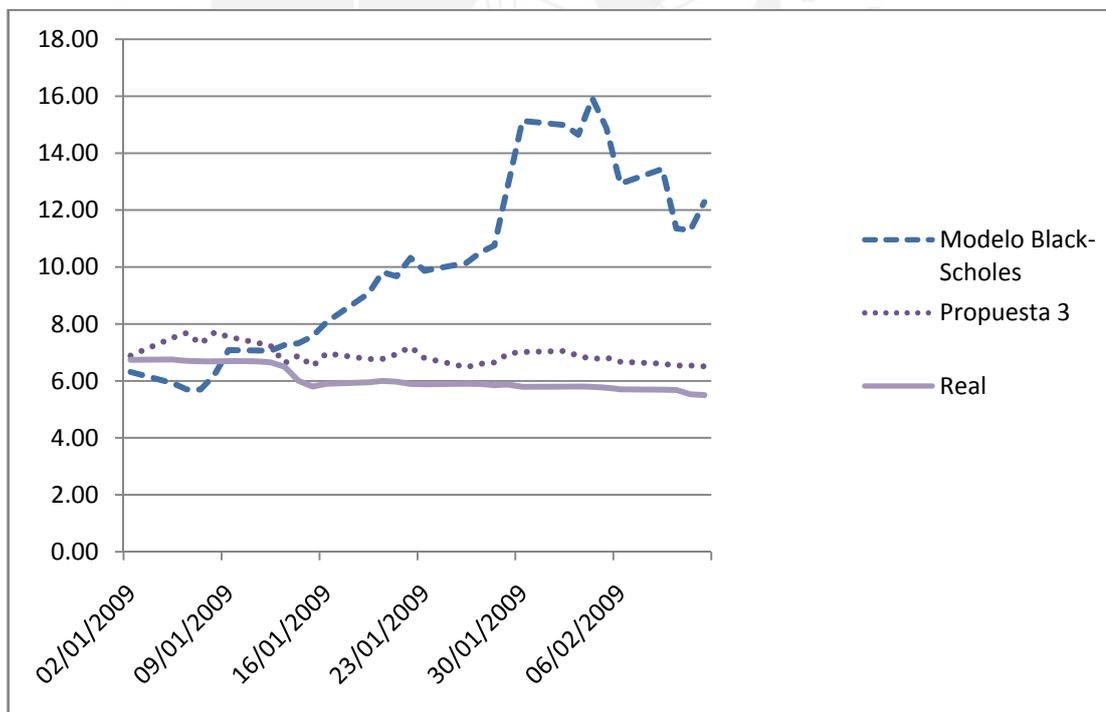
Elaboración propia

Gráfico 3.6: Comparación de resultados para Cementos Pacasmayo



Elaboración Propia

Gráfico 3.7: Comparación de resultados para Minera Milpo



Elaboración propia

Capítulo 4: Conclusiones y Recomendaciones

4.1 Conclusiones

Se tomaron 261 datos del precio de las acciones de cuatro empresas, lo que representa un año de cotización en la Bolsa de Valores de Lima durante el 2008; los días no cotizables se asumieron iguales al precio de cierre del último día cotizable.

Se planteó un modelo de simulación para predecir los primeros treinta días del año 2009 para cada empresa mediante el modelo Black-Scholes y se estableció cuatro propuestas de mejora del modelo para luego determinar una medida de comparación igual al cuadrado de la suma de los errores con la que se obtuvo que la propuesta 3 es la que estima mejor el precio de las acciones. Además, para 3 de las empresas la propuesta 1 también estima mejor que el modelo Black-Scholes para este periodo de tiempo.

Las propuestas de mejora del presente estudio toman como base los cambios hechos por Cox y Ross en el modelo de Black-Scholes tomando como base la volatilidad no constante.

Los resultados del presente estudio a nivel de acciones individuales permite tener un portafolio de acciones más eficiente.

4.2 Recomendaciones

Se propone realizar un modelo en el que se incluya un factor que represente el PBI del país para poder estimar el precio de las acciones teniendo en cuenta los cambios en la economía y para que este valor esté relacionado a la situación del mercado de valores en un tiempo determinado.

Además, se podría plantear un modelo en el que se incluya un factor que represente el costo relacionado a las transacciones en el mercado de valores pues éste afecta directamente al precio de la acción.

En el presente estudio se utiliza un proceso de Wiener unidimensional por el cual se evalúa valores de una sola empresa a la vez, se podría usar también un proceso de Wiener multidimensional con el que se evaluaría un portafolio de acciones de forma simultánea.



Referencias Bibliográficas

- BOLSA DE VALORES DE LIMA
2008 *Bolsa de Valores de Lima*
Disponible en <http://www.bvl.com.pe/publi_boletindiario.html>
Acceso: 2 de junio 2008
- BOLSA DE VALORES DE LIMA
2009 *La BVL y su Empresa*
Disponible en <http://www.bvl.com.pe/descarga/financ_emp.pdf>
Acceso: 25 de abril 2009
- BOLSA DE VALORES DE LIMA
2009 *Preguntas Frecuentes*
Disponible en <http://www.bvl.com.pe/preg_frecuentes.html>
Acceso: 25 de abril 2009
- BUSINESS PME
2008 *Le Modèle Black-Scholes.*
Disponible en <<http://www.businesspme.com/articles/finance/137/le-modele-black-scholes.html>>.
Acceso: 27 abril 2008
- CENTRUM CATÓLICA
2009 "La Conquista de la Crisis". *Strategia*. Lima, 2009, Vol 4, N°11, pág. 6-19
- CHÁVEZ, Jorge
2004 Pro Mathematica Vol. XVIII, N° 35-36, Lima Pág.110-125 "*El Modelo de Black-Scholes*"
- COMETS, Francis y MEYRE, Thierry
2006 *Calcul Stochastic et Modèles de Diffusions*, Dunod, Paris.
- CONASEV *Cotización de valores*
2009 Disponible en:
<http://www.conasev.gob.pe/emisoras/emi_cotizacion.asp>
Acceso:27 de abril 2009
- FINANCE MAPSOFWORLD.COM
2008 *Cox Ingersoll Ross Model*
Disponible en<<http://finance.mapsofworld.com/finance-theory/cox-ingersoll-ross-model.html>>
Acceso:7 de noviembre 2008.
- DIARIO EL COMERCIO
2009 Disponible en <<http://www.elcomercio.com.pe>>
Acceso: 11 de marzo 2009

- Dow Jones Indexes
2009 Disponible en
<<http://www.djaverages.com/?view=question&page=overview>>
Acceso en 27 de abril 2009
- FERNÁNDEZ, Viviana
1999 Revista de Análisis Económico, Vol. 14, N°2, pág. 87-116, Santiago.
"Teoría de Opciones : Una Síntesis".
- FRANCO, Luis
2003 Revista Ingenierías Universidad de Medellín Julio-diciembre 2003
N°3 Editorial universidad de Medellín Colombia Pag 39-46 "El modelo
de Black-Scholes- Merton"
- GORA, P.
2006 *The Theory of Brownian Motion: A Hundred Years' Anniversary*
Disponible en <[http://www.if.uj.edu.pl/Foton/92-
special%20issue/pdf/11%20ruchy%20brown.pdf](http://www.if.uj.edu.pl/Foton/92-special%20issue/pdf/11%20ruchy%20brown.pdf)>
Acceso: 7 de noviembre 2008.
- HULL, J
2003 *Options, Futures and other Derivatives*, Prentice Hall, New Jersey.
- LATIZA
2009 Asociación Latinoamericana de Zinc
Disponible en: <<http://www.latiza.com> >
Acceso: 11 de marzo 2009
- OPPAPERS
2006 *Advantages and Limitations of Black-Scholes Model*
Disponible en < [http://www.oppapers.com/essays/Option-Pricing-
Theory/90716](http://www.oppapers.com/essays/Option-Pricing-Theory/90716) > Acceso: 2 de junio 2008.
- PARZEN, E.
1972 *Procesos Estocásticos*, Paraninfo, Madrid.
- RAFFO, E. y MEJIA, M.
2006 *Aplicaciones computacionales de las ecuaciones diferenciales
estocásticas.*
Disponible en: <<http://www.scielo.org.pe/pdf/id/v9n1/a09v9n1.pdf>>
Acceso: 2 de junio 2008.
- RARDIN, R
2000 *Optimization in Operations Research*, Prentice Hall, New Jersey.
- SCILAB
2008 *Scilab Overview*
Disponible en < <http://www.scilab.org/platform/>>
Acceso: 10 de junio.
- SHREVE, Steven
2004 *Stochastic Calculus for Finance*, Springer, New York.

Anexos

Anexo 1: Cartera del IGBVL

CARTERA DEL INDICE GENERAL BVL

(vigente a partir del 5 de enero de 2009)

Nº	Nombre de valor	Nemónico	Peso (%)
1	Volcan "B"	VOLCABC1	8.5470%
2	Cerro Verde	CVERDEC1	5.8461%
3	Maple Energy	MPLE	5.7085%
4	Milpo	MILPOC1	5.2827%
5	Southern	PCU	4.5196%
6	ADR Buenaventura	BVN	4.4572%
7	Credicorp	BAP	4.0521%
8	SIDERPERU	SIDERC1	3.8871%
9	Atacocha "B"	ATACOBC1	3.8820%
10	Minsur Inv.	MINSURI1	3.6424%
11	La Cima Inv.	LACIMAI1	3.4197%
12	Corp Aceros Areq Inv.	CORAREI1	2.9743%
13	Austral Group	AUSTRAC1	2.9433%
14	El Brocal	BROCALC1	2.7164%
15	Minera IRL	MIRL	2.6681%
16	EDEGEL	EDEGELC1	2.3291%
17	Casagrande	CASAGRC1	2.1526%
18	Intergr Financ Services	IFS	2.1343%
19	Agro Ind Pomalca	POMALCC1	2.0848%
20	Bco. Continental	CONTINC1	2.0691%
21	Ferreyros	FERREYC1	1.8157%
22	Morococha Inv.	MOROCOI1	1.7874%
23	Relapasa	RELAPAC1	1.7329%
24	Tumán	TUMANC1	1.7116%
25	Scotiabank	SCOTIAC1	1.7058%
26	Panoro	PML	1.6006%
27	Candente	DNT	1.5107%
28	Cementos Pacasmayo	CPACASC1	1.4578%
29	Alicorp	ALICORC1	1.4042%
30	Graña y Montero	GRAMONC1	1.4018%
31	Cemento Andino "B"	ANDINBC1	1.3876%
32	La Cima	LACIMAC1	1.2968%
33	Cementos Lima Inv.	CEMLIMI1	1.2828%
34	Telefónica "B"	TELEFBC1	1.2251%
35	Vena Resources	VEM	1.1329%
36	Cementos Lima	CEMLIMC1	1.1180%
37	Corp. JR Lindley Inv.	CORJRLI1	1.1119%

Fuente: Bolsa de Valores de Lima

Anexo 2: Valores de acciones de enero a diciembre 2008¹

	Banco Continental	Maple Energy	Cementos Pacasmayo	Milpo
	S(t)	S(t)	S(t)	S(t)
02/01/2008	9.40	2.20	5.15*	7.00
03/01/2008	9.40	2.20	5.20	7.05
04/01/2008	9.40	2.30	5.14	6.98
07/01/2008	9.40	2.22	5.12	6.80
08/01/2008	9.40	2.20	5.12	6.80*
09/01/2008	9.30	2.15	5.12	6.70
10/01/2008	9.30	2.05	5.25	6.35
11/01/2008	9.25	2.00	5.10	5.90
14/01/2008	9.26	2.00	5.05	5.80
15/01/2008	9.40	2.00	5.00	5.25
16/01/2008	9.20	2.05	4.94	4.90
17/01/2008	9.18	2.05	4.94	4.90
18/01/2008	8.90	2.05	4.98	4.80
21/01/2008	8.25	2.05	4.75	4.35
22/01/2008	8.31	2.00	4.78	4.49
23/01/2008	8.00	1.95	4.75	4.16
24/01/2008	8.10	2.00	4.77	4.26
25/01/2008	8.15	2.00	4.81	4.41
28/01/2008	8.07	2.00*	4.81	4.60
29/01/2008	8.30	1.98	4.81	4.85
30/01/2008	8.31	2.00	4.88	5.15
31/01/2008	8.40	2.05	4.95	5.45
01/02/2008	8.40	2.05*	5.10	5.70
04/02/2008	8.45	2.00	5.10	5.95
05/02/2008	8.38	2.00	5.10	5.72
06/02/2008	8.39	2.00*	5.10	5.65
07/02/2008	8.55	2.00*	5.05	5.60
08/02/2008	8.75	1.95	5.10	5.72
11/02/2008	8.81	1.95*	5.13	5.78
12/02/2008	9.01	1.95*	5.20	6.10
13/02/2008	9.15	1.97	5.25	6.10
14/02/2008	9.09	1.97*	5.10	6.15
15/02/2008	9.10	1.97*	4.96	6.00
18/02/2008	9.10	2.00	4.95	6.00
19/02/2008	9.35	1.94	4.95	6.00
20/02/2008	9.35	1.94	4.95	6.10
21/02/2008	9.60	1.90	4.95	6.25

¹ Los valores con asterisco han sido asumidos en base a la cotización del día anterior.

22/02/2008	9.50	1.90	4.97	6.14
25/02/2008	9.50	1.90	4.97	6.15
26/02/2008	9.55	1.90	4.97	6.30
27/02/2008	9.60	1.87	5.02	6.48
28/02/2008	9.60	1.87	5.09	6.70
29/02/2008	9.60	1.85	5.09	6.50
03/03/2008	9.60	1.85*	5.10	6.60
04/03/2008	9.60	1.81	5.09	6.20
05/03/2008	9.60	1.88	5.09	6.40
06/03/2008	9.60	1.88	5.05	6.30
07/03/2008	9.61	1.91	5.07	6.38
10/03/2008	9.61	1.91	5.06	6.43
11/03/2008	9.80	1.91	5.09	6.61
12/03/2008	9.90	1.88	5.08	6.83
13/03/2008	9.99	1.88	5.08	6.80
14/03/2008	9.99*	1.91	5.02	6.90
17/03/2008	9.90	1.88	4.99	6.70
18/03/2008	9.90	1.88	4.99	6.95
19/03/2008	9.90	1.92	4.99	6.84
20/03/2008	9.90*	1.92*	4.99*	6.84*
21/03/2008	9.90*	1.92*	4.99*	6.84*
24/03/2008	9.90	1.97	4.98	6.60
25/03/2008	10.30	1.97	4.95	6.90
26/03/2008	10.84	1.97	5.00	7.00
27/03/2008	10.95	1.97	5.10	8.05
28/03/2008	10.99	1.97	5.10	8.45
31/03/2008	10.99	1.97	5.18	8.80
01/04/2008	11.00	1.97	5.20	8.80
02/04/2008	10.80	1.97	5.21	9.30
03/04/2008	11.15	1.97	5.26	9.70
04/04/2008	11.15	1.97	5.28	9.81
07/04/2008	11.20	1.99	5.45	9.83
08/04/2008	11.09	2.00	5.45	9.40
09/04/2008	11.00	2.39	5.45	9.35
10/04/2008	10.90	2.63	5.40	9.10
11/04/2008	10.90	2.50	5.00	9.11
14/04/2008	10.24	2.25	4.93	9.18
15/04/2008	10.24	2.72	4.94	9.48
16/04/2008	10.10	2.92	4.96	9.61
17/04/2008	10.00	2.98	5.00	9.65
18/04/2008	10.05	3.32	5.05	9.44
21/04/2008	10.00	3.38	5.06	9.11
22/04/2008	10.10	3.30	5.05	9.50
23/04/2008	10.10	3.30	5.04	9.21
24/04/2008	10.20	3.20	5.04*	9.30

25/04/2008	10.19	3.20	5.05	9.40
28/04/2008	10.23	3.04	5.04	9.65
29/04/2008	10.15	3.04	5.04	9.91
30/04/2008	10.15	3.14	5.00	10.30
01/05/2008	10.15*	3.14*	5.00*	10.30*
02/05/2008	10.10	3.13	4.90	10.51
05/05/2008	10.15	3.20	4.85	10.65
06/05/2008	10.20	3.26	4.85	10.79
07/05/2008	10.20	3.32	4.85	10.95
08/05/2008	10.20	3.10	4.85	11.05
09/05/2008	10.18	3.10	4.85	10.80
12/05/2008	10.18	2.95	4.84	10.85
13/05/2008	10.18*	3.20	4.86	10.90
14/05/2008	10.20	3.45	5.05	11.00
15/05/2008	10.20*	3.45*	5.05*	11.00*
16/05/2008	10.20*	3.45*	5.05*	11.00*
19/05/2008	10.30	4.00	5.00	10.84
20/05/2008	10.35	3.90	5.01	10.80
21/05/2008	10.40	3.95	5.04	10.70
22/05/2008	10.35	4.27	5.05	10.46
23/05/2008	10.30	4.40	5.10	10.30
26/05/2008	10.20	4.37	5.11	10.40
27/05/2008	10.21	4.29	5.10	10.30
28/05/2008	10.30	4.39	5.10	10.15
29/05/2008	10.30	4.38	5.05	10.00
30/05/2008	10.34	4.29	5.00	10.32
02/06/2008	10.40	4.48	5.06	10.39
03/06/2008	10.60	4.64	5.15	10.36
04/06/2008	10.85	5.30	5.15	10.31
05/06/2008	10.90	5.85	5.20	10.15
06/06/2008	10.87	5.10	5.30	10.00
09/06/2008	10.86	5.35	5.40	10.00
10/06/2008	10.85	5.10	5.50	10.12
11/06/2008	10.75	5.12	5.50	10.00
12/06/2008	10.70	4.50	5.45	9.95
13/06/2008	10.90	4.40	5.50	9.90
16/06/2008	10.80	4.20	5.50	9.80
17/06/2008	10.83	4.48	5.43	9.75
18/06/2008	10.81	4.90	5.35	9.75
19/06/2008	10.81	4.70	5.35*	9.70
20/06/2008	10.86	5.10	5.34	9.70
23/06/2008	11.00	5.20	5.34	9.82
24/06/2008	10.78	5.25	5.34	9.90
25/06/2008	10.79	5.46	5.30	7.36
26/06/2008	10.78	5.40	5.25	7.40

27/06/2008	10.70	5.30	5.20	7.30
30/06/2008	10.50	5.32	5.08	7.29
01/07/2008	10.50	5.15	5.00	7.22
02/07/2008	10.20	4.99	4.90	7.07
03/07/2008	10.00	4.74	4.80	6.42
04/07/2008	10.00	4.68	4.75	6.33
07/07/2008	9.95	4.71	4.70	6.35
08/07/2008	9.60	4.59	4.55	6.05
09/07/2008	9.70	4.68	4.55	6.21
10/07/2008	9.75	4.81	4.55	6.50
11/07/2008	9.74	4.67	4.50	6.50
14/07/2008	9.90	4.60	4.70	6.88
15/07/2008	9.70	4.50	4.60	6.71
16/07/2008	9.61	4.50	4.50	6.50
17/07/2008	9.65	4.46	4.50	6.40
18/07/2008	9.75	4.29	4.50	6.19
21/07/2008	9.69	4.22	4.50	6.40
22/07/2008	9.50	4.22	4.50	6.20
23/07/2008	9.40	4.30	4.48	6.00
24/07/2008	9.20	4.14	4.44	5.90
25/07/2008	9.20	4.25	4.43	5.79
28/07/2008	9.20*	4.25*	4.43*	5.79*
29/07/2008	9.20*	4.25*	4.43*	5.79*
30/07/2008	9.20*	4.10	4.43*	6.05
31/07/2008	9.00	4.20	4.35	6.50
01/08/2008	9.00	4.25	4.30	7.00
04/08/2008	8.80	4.10	4.30*	7.01
05/08/2008	8.81	4.02	4.28	7.07
06/08/2008	8.85	4.15	4.24	7.39
07/08/2008	8.85*	4.17	4.08	7.09
08/08/2008	8.85	4.12	3.90	6.80
11/08/2008	8.85	4.02	3.80	6.80
12/08/2008	8.85	3.90	3.60	6.43
13/08/2008	8.85	4.01	3.50	6.48
14/08/2008	8.85	4.01	3.45	6.47
15/08/2008	8.84	4.02	3.34	6.70
18/08/2008	8.85	4.15	3.25	7.71
19/08/2008	8.80	3.97	3.35	7.90
20/08/2008	6.85	3.98	3.39	7.40
21/08/2008	7.00	4.15	3.42	7.45
22/08/2008	6.85	4.15	3.48	7.40
25/08/2008	6.85*	4.35	3.47	7.50
26/08/2008	6.85	4.60	3.47	7.64
27/08/2008	7.00	4.79	3.48	7.70
28/08/2008	6.80	4.56	3.48	7.60

29/08/2008	6.85	4.70	3.47	7.80
01/09/2008	6.84	4.75	3.47	7.80
02/09/2008	6.85	4.55	3.47	7.80
03/09/2008	6.85	4.57	3.47	7.75
04/09/2008	6.80	4.43	3.47*	7.50
05/09/2008	6.80	4.25	3.47*	7.50
08/09/2008	6.80*	4.20	3.47*	7.50
09/09/2008	6.80	4.10	3.40	7.45
10/09/2008	6.80*	4.09	3.36	7.70
11/09/2008	6.75	4.08	3.36	7.73
12/09/2008	6.70	4.23	3.40	7.80
15/09/2008	6.50	4.01	3.35	7.64
16/09/2008	6.35	4.03	3.33	7.40
17/09/2008	6.35*	4.00	3.19	7.40
18/09/2008	5.70	4.20	3.00	7.40*
19/09/2008	5.99	4.38	2.98	7.37
22/09/2008	5.95	4.35	2.95	7.37*
23/09/2008	5.95	4.24	2.90	7.38
24/09/2008	5.94	4.12	2.83	7.40
25/09/2008	5.94	4.16	2.78	7.35
26/09/2008	5.70	4.16	2.78	7.35
29/09/2008	5.65	3.85	2.78*	7.10
30/09/2008	5.65	4.06	2.75	7.20
01/10/2008	5.60	4.10	2.70	7.20
02/10/2008	5.40	3.95	2.60	7.20*
03/10/2008	5.40	3.90	2.55	7.20
06/10/2008	5.40*	3.60	2.55*	6.85
07/10/2008	5.31	3.30	2.40	6.65
08/10/2008	5.31*	3.30*	2.40*	6.65*
09/10/2008	4.60	3.00	2.36	6.40
10/10/2008	4.00	2.52	2.18	5.60
13/10/2008	4.40	3.28	2.23	5.80
14/10/2008	4.80	3.40	2.25	6.10
15/10/2008	4.80	3.00	2.18	5.80
16/10/2008	4.70	2.93	2.18*	5.40
17/10/2008	4.75	2.90	2.10	5.40
20/10/2008	4.95	3.00	2.10	5.45
21/10/2008	4.95	2.98	2.11	5.45
22/10/2008	4.85	2.85	2.04	4.70
23/10/2008	4.80	2.70	2.00	4.52
24/10/2008	4.80*	2.38	2.00*	4.24
27/10/2008	4.80	2.05	1.60	4.23
28/10/2008	4.78	2.23	1.36	4.23
29/10/2008	4.87	2.35	1.52	4.70
30/10/2008	5.00	2.38	1.56	4.50

31/10/2008	5.10	2.37	1.60	4.35
03/11/2008	5.08	2.65	1.75	4.70
04/11/2008	5.30	2.80	1.82	5.12
05/11/2008	5.30	2.60	1.85	5.10
06/11/2008	5.20	2.40	1.80	5.00
07/11/2008	5.35	2.44	1.70	5.49
10/11/2008	5.35	2.45	1.71	6.20
11/11/2008	5.35	2.40	1.66	6.00
12/11/2008	5.40	2.16	1.65	5.30
13/11/2008	5.35	2.20	1.65	5.30
14/11/2008	5.20	2.11	1.65*	5.35
17/11/2008	5.20*	2.05	1.60	5.25
18/11/2008	5.00	2.05*	1.60*	5.25*
19/11/2008	5.00*	2.05*	1.60*	5.25*
20/11/2008	5.00*	2.05*	1.60*	5.25*
21/11/2008	5.00*	2.05*	1.60*	5.25*
24/11/2008	5.25	2.05*	1.60*	5.25*
25/11/2008	5.25*	2.05*	1.60*	5.25*
26/11/2008	5.24	2.05*	1.60*	5.25*
27/11/2008	5.25	2.05*	1.60*	5.25*
28/11/2008	5.25	1.85	1.60	5.90
01/12/2008	5.25	1.70	1.60	5.90
02/12/2008	5.25	1.70	1.65	5.87
03/12/2008	5.25	1.70	1.65	5.85
04/12/2008	5.20	1.64	1.65	5.80
05/12/2008	5.20	1.40	1.60	5.60
08/12/2008	5.20*	1.40*	1.60*	5.60*
09/12/2008	5.26	1.40	1.74	5.70
10/12/2008	5.26	1.40	1.74*	5.98
11/12/2008	5.15	1.45	1.74	6.10
12/12/2008	5.15*	1.40	1.74*	6.10
15/12/2008	5.10	1.37	1.60	6.15
16/12/2008	5.20	1.42	1.72	6.25
17/12/2008	5.20	1.44	1.72	6.24
18/12/2008	5.15	1.32	1.72*	6.24
19/12/2008	5.15	1.20	1.72*	6.23
22/12/2008	5.15	1.16	1.70	6.30
23/12/2008	5.15*	1.14	1.75	6.60
24/12/2008	5.15*	1.11	1.75*	6.80
25/12/2008	5.15*	1.11*	1.75*	6.80*
26/12/2008	5.15*	1.11*	1.75*	6.80*
29/12/2008	5.15*	1.13	1.79	6.85
30/12/2008	5.15*	1.13	1.79*	6.84
31/12/2008	5.15*	1.20	1.78	6.74

Fuente: CONASEV

Anexo 3: Código Scilab para la predicción de los valores de las acciones de los 30 días siguientes.

Para el Banco Continental

```
//Se especifica los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STA(1)=5.15;
//promedio de la variación diaria
muA=-0.02;
//Volatilidad
sigA=0.27;

WA(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WA(i+1)=WA(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STA(i+1)=STA(1)*exp((muA-(sigA^2)/2)*(t(i+1)*T)+sigA*WA(i+1));

end
end

M(1)=0;
medA(1)=STA(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medA(x+1)=mean(STA(x+1,:));

end

plot2d(M,medA,style=2)
title('Modelacion de Precios')
xlabel('t')
```

Para la empresa Maple Energy:

```

//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STB(1)=1.2;
//promedio de la variación diaria
muB=0;
//Volatilidad
sigB=0.39;

WB(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WB(i+1)=WB(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STB(i+1)=STB(1)*exp((muB-(sigB^2)/2)*(t(i+1)*T)+sigB*WB(i+1));

end
end

M(1)=0;
medB(1)=STB(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medB(x+1)=mean(STB(x+1,:));

end

plot2d(M,medB,style=1)
title('Modelacion de Precios')
xlabel('t')

```

Para la empresa Cementos Pacasmayo:

//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales

clear;

clf;

T=0.11;

//Precio inicial de las acciones

STC(1)=1.78;

//promedio de la variación diaria

muC=-0.01;

//Volatilidad

sigC=0.35;

WC(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000

for i=1:30

t(i+1)=i;

WC(i+1)=WC(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STC(i+1)=STC(1)*exp((muC-(sigC^2)/2)*(t(i+1)*T)+sigC*WC(i+1));

end

end

M(1)=0;

medC(1)=STC(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;

medC(x+1)=mean(STC(x+1,:));

end

plot2d(M,medC,style=3)

title('Modelacion de Precios')

xlabel('t')

Para la Compañía Minera Milpo:

//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales

clear;

clf;

T=0.11;

//Precio inicial de las acciones

STD(1)=6.74;

//promedio de la variación diaria

muD=0;

//Volatilidad

sigD=0.25;

WD(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000

for i=1:30

t(i+1)=i;

WD(i+1)=WD(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STD(i+1)=STD(1)*exp((muD-(sigD^2)/2)*(t(i+1)*T)+sigD*WD(i+1));

end

end

M(1)=0;

medD(1)=STD(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;

medD(x+1)=mean(STD(x+1,:));

end

plot2d(M,medD,style=5)

title('Modelacion de Precios')

xlabel('t')

Anexo 4: Código Scilab de las propuestas de modelo para la predicción de los valores de las acciones de los 30 días siguientes.

Propuesta 1

Para el Banco Continental cuando $\sigma_1 = \sigma\sqrt{t}$

```
//Se especifica los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STA(1)=5.15;
//promedio de la variación diaria
muA=-0.02;
//Volatilidad
sigA=0.27;

WA(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WA(i+1)=WA(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STA(i+1)=STA(1)*exp((muA-(sigA^2)/2)*t(i+1))*t(i+1)*T+sigA*sqrt(t(i+1)*WA(i+1));

end
end

M(1)=0;
medA(1)=STA(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medA(x+1)=mean(STA(x+1,:));

end

plot2d(M,medA,style=2)
title('Modelacion de Precios Banco Continental sigma 1')
xlabel('t')
```

Para la empresa Maple Energy cuando: $\sigma_1 = \sigma\sqrt{t}$

```

//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STB(1)=1.2;
//promedio de la variación diaria
muB=0;
//Volatilidad
sigB=0.39;

WB(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WB(i+1)=WB(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STB(i+1)=STB(1)*exp((muB-(sigB^2)/2)*t(i+1))*t(i+1)*T+sigB*sqrt(t(i+1)*WB(i+1));

end
end

M(1)=0;
medB(1)=STB(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medB(x+1)=mean(STB(x+1,:));

end

plot2d(M,medB,style=1)
title('Modelacion de Precios')
xlabel('t')

```

Para la empresa Cementos Pacasmayo cuando: $\sigma_1 = \sigma\sqrt{t}$

//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales

clear;

clf;

T=0.11;

//Precio inicial de las acciones

STC(1)=1.78;

//promedio de la variación diaria

muC=-0.01;

//Volatilidad

sigC=0.35;

WC(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000

for i=1:30

t(i+1)=i;

WC(i+1)=WC(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STC(i+1)=STC(1)*exp((muC-(sigC^2)/2)*t(i+1))*t(i+1)^T+sigC*sqrt(t(i+1)*WC(i+1));

end

end

M(1)=0;

medC(1)=STC(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;

medC(x+1)=mean(STC(x+1,:));

end

plot2d(M,medC,style=3)

title('Modelacion de Precios')

xlabel('t')

Para la Compañía Minera Milpo cuando: $\sigma_1 = \sigma\sqrt{t}$:

```
//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STD(1)=6.74;
//promedio de la variación diaria
muD=0;
//Volatilidad
sigD=0.25;

WD(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WD(i+1)=WD(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STD(i+1)=STD(1)*exp((muD-(sigD^2)/2)*t(i+1))*t(i+1)*T+sigD*sqrt(t(i+1)*WD(i+1));

end
end

M(1)=0;
medD(1)=STD(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medD(x+1)=mean(STD(x+1,:));

end

plot2d(M,medD,style=5)
title('Modelacion de Precios')
xlabel('t')
```

Propuesta 2

Para el Banco Continental cuando: $\sigma = \sigma \left(1 + \frac{1}{t^2}\right)$

```
//Se especifica los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STA(1)=5.15;
//promedio de la variación diaria
muA=-0.02;
//Volatilidad
sigA=0.27;

WA(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T
for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WA(i+1)=WA(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STA(i+1)=STA(1)*exp((muA-
(sigA^2)/2)*(1+2/(t(i+1))^2+1/(t(i+1))^4)*t(i+1)*T+sigA*(1+1/(t(i+1))^2)*WA(i+1));

end
end

M(1)=0;
medA(1)=STA(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medA(x+1)=mean(STA(x+1,:));

end

plot2d(M,medA,style=2)
title('Modelacion de Precios Banco Continental sigma 2')
xlabel('t')
```

Para la empresa Maple Energy cuando: $\sigma = \sigma \left(1 + \frac{1}{t^2}\right)$

```
//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STB(1)=1.2;
//promedio de la variación diaria
muB=0;
//Volatilidad
sigB=0.39;

WB(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WB(i+1)=WB(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STB(i+1)=STB(1)*exp((muB-
(sigB^2)/2)*(1+2/(t(i+1))^2+1/(t(i+1))^4)*t(i+1)+sigB*(1+1/(t(i+1))^2)*WB(i+1));

end
end

M(1)=0;
medB(1)=STB(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medB(x+1)=mean(STB(x+1,:));

end

plot2d(M,medB,style=1)
title('Modelacion de Precios')
xlabel('t')
```

Para la empresa Cementos Pacasmayo cuando: $\sigma = \sigma \left(1 + \frac{1}{t^2}\right)$

```

//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STC(1)=1.78;
//promedio de la variación diaria
muC=-0.01;
//Volatilidad
sigC=0.35;

WC(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WC(i+1)=WC(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STC(i+1)=STC(1)*exp((muC-
(sigC^2)/2)*(1+2/(t(i+1))^2+1/(t(i+1))^4)*t(i+1)*T+sigC*(1+1/(t(i+1))^2)*WC(i+1));

end
end

M(1)=0;
medC(1)=STC(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medC(x+1)=mean(STC(x+1,:));

end

plot2d(M,medC,style=3)
title('Modelacion de Precios')
xlabel('t')

```

Para la Compañía Minera Milpo cuando: $\sigma = \sigma \left(1 + \frac{1}{t^2}\right)$

//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales
clear;

clf;

T=0.11;

//Precio inicial de las acciones

STD(1)=6.74;

//promedio de la variación diaria

muD=0;

//Volatilidad

sigD=0.25;

WD(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000

for i=1:30

t(i+1)=i;

WD(i+1)=WD(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STD(i+1)=STD(1)*exp((muD-
(sigD^2)/2)*(1+2/(t(i+1))^2+1/(t(i+1))^4)*t(i+1)*T+sigD*(1+1/(t(i+1))^2)*WD(i+1));

end

end

M(1)=0;

medD(1)=STD(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;

medD(x+1)=mean(STD(x+1,:));

end

plot2d(M,medD,style=5)

title('Modelacion de Precios')

xlabel('t')

Propuesta 3

Para el Banco Continental cuando: $\sigma = \sigma \sqrt{\frac{2}{t}}$

```
//Se especifica los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STA(1)=5.15;
//promedio de la variación diaria
muA=-0.02;
//Volatilidad
sigA=0.27;

WA(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T
for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WA(i+1)=WA(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STA(i+1)=STA(1)*exp((muA-(sigA^2)/t(i+1))*(t(i+1)*T)+sigA*sqrt(2/t(i+1))*WA(i+1));

end
end

M(1)=0;
medA(1)=STA(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medA(x+1)=mean(STA(x+1,:));

end

plot2d(M,medA,style=2)
title('Modelacion de Precios Banco Continental sigma 3')
xlabel('t')
```

Para la empresa Maple Energy cuando: $\sigma = \sigma \sqrt{\frac{2}{t}}$

```
//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STB(1)=1.2;
//promedio de la variación diaria
muB=0;
//Volatilidad
sigB=0.39;

WB(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WB(i+1)=WB(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STB(i+1)=STB(1)*exp((muB-(sigB^2)/t(i+1))*(t(i+1)*T)+sigB*sqrt(2/t(i+1))*WB(i+1));

end
end

M(1)=0;
medB(1)=STB(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medB(x+1)=mean(STB(x+1,:));

end

plot2d(M,medB,style=1)
title('Modelacion de Precios')
xlabel('t')
```

Para la empresa Cementos Pacasmayo cuando: $\sigma = \sigma \sqrt{\frac{2}{t}}$

```

//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STC(1)=1.78;
//promedio de la variación diaria
muC=-0.01;
//Volatilidad
sigC=0.35;

WC(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WC(i+1)=WC(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STC(i+1)=STC(1)*exp((muC-(sigC^2)/t(i+1))*(t(i+1)*T)+sigC*sqrt(2/t(i+1))*WC(i+1));

end
end

M(1)=0;
medC(1)=STC(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medC(x+1)=mean(STC(x+1,:));

end

plot2d(M,medC,style=3)
title('Modelacion de Precios')
xlabel('t')

```

Para la Compañía Minera Milpo cuando: $\sigma = \sigma \sqrt{\frac{2}{t}}$

```
//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STD(1)=6.74;
//promedio de la variación diaria
muD=0;
//Volatilidad
sigD=0.25;

WD(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WD(i+1)=WD(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STD(i+1)=STD(1)*exp((muD-(sigD^2)/t(i+1))*(t(i+1)*T)+sigD*sqrt(2/t(i+1))*WD(i+1));

end
end

M(1)=0;
medD(1)=STD(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medD(x+1)=mean(STD(x+1,:));

end

plot2d(M,medD,style=5)
title('Modelacion de Precios')
xlabel('t')
```

Propuesta 4

Para el Banco Continental cuando: $\sigma = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$

```
//Se especifica los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
//Se correrá el modelo con alfa=0.4; 0.8; 1.2; 1.6; 1.99
alfa=input("ingrese valor de alfa entre 0 y 2: ")
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STA(1)=5.15;
//promedio de la variación diaria
muA=-0.02;
//Volatilidad
sigA=0.27;

WA(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WA(i+1)=WA(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STA(i+1)=STA(1)*exp((muA-
((sigA^2)/2)*(t(i+1))^alfa)*(t(i+1)*T)+(sigA*(t(i+1))^(alfa/2))*WA(i+1));

end
end

M(1)=0;
medA(1)=STA(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medA(x+1)=mean(STA(x+1,:));

end

plot2d(M,medA,style=2)
title('Modelacion de Precios Banco Continental sigma 4')
xlabel('t')
```

Para la empresa Maple Energy cuando: $\sigma = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$

```

//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
//Se correrá el modelo con alfa=0.4; 0.8; 1.2; 1.6; 1.99
alfa=input("ingrese valor de alfa entre 0 y 2: ")
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STB(1)=1.2;
//promedio de la variación diaria
muB=0;
//Volatilidad
sigB=0.39;

WB(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WB(i+1)=WB(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STB(i+1)=STB(1)*exp((muB-
((sigB^2)/2)*(t(i+1))^alfa)*(t(i+1)*T)+(sigB*(t(i+1))^(alfa/2))*WB(i+1)));

end
end

M(1)=0;
medB(1)=STB(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medB(x+1)=mean(STB(x+1,:));

end

plot2d(M,medB,style=1)
title('Modelacion de Precios')
xlabel('t')
  
```

Para la empresa Cementos Pacasmayo cuando: $\sigma = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$

```

//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
//Se correrá el modelo con alfa=0.4; 0.8; 1.2; 1.6; 1.99
alfa=input('ingrese valor de alfa entre 0 y 2: ')
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STC(1)=1.78;
//promedio de la variación diaria
muC=-0.01;
//Volatilidad
sigC=0.35;

WC(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WC(i+1)=WC(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STC(i+1)=STC(1)*exp((muC-
((sigC^2)/2)*(t(i+1))^alfa)*(t(i+1)*T)+(sigC*(t(i+1))^(alfa/2))*WC(i+1));

end
end

M(1)=0;
medC(1)=STC(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medC(x+1)=mean(STC(x+1,:));

end

plot2d(M,medC,style=3)
title('Modelacion de Precios')
xlabel('t')

```

Para la Compañía Minera Milpo cuando: $\sigma = \sigma t^{\frac{\alpha}{2}}$

```

//Se especifican los datos de las acciones en términos anuales
clear;
clf;
//Se correrá el modelo con alfa=0.4; 0.8; 1.2; 1.6; 1.99
alfa=input('ingrese valor de alfa entre 0 y 2: ')
T=0.11;
//Precio inicial de las acciones
STD(1)=6.74;
//promedio de la variación diaria
muD=0;
//Volatilidad
sigD=0.25;

WD(1)=0;

t(1)=0;

//Se comienza el loop principal para intervalos de tiempo de T años

for m=1:1000
for i=1:30

t(i+1)=i;

WD(i+1)=WD(i)+sqrt(T)*grand(1,1,'nor',0,1);

STD(i+1)=STD(1)*exp((muD-
((sigD^2)/2)*(t(i+1))^alfa*(t(i+1)*T)+(sigD*(t(i+1))^(alfa/2))*WD(i+1)));

end
end

M(1)=0;
medD(1)=STD(1);

for x=1:30

M(x+1)=x;
medD(x+1)=mean(STD(x+1,:));

end

plot2d(M,medD,style=5)
title('Modelacion de Precios')
xlabel('t')
  
```