

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**

**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



**METODOLOGÍA EXPERIMENTAL PARA IDENTIFICAR  
OPORTUNIDADES DE MEJORA DE LA EFICIENCIA ENERGÉTICA EN  
EL PROCESO DE MOLIENDA DEL MINERAL DE COBRE  
UTILIZANDO UN MOLINO DE BOLAS DE 0,5 HP.**

**Tesis para obtener el título profesional de Ingeniero Mecánico**

**AUTOR:**

**JUAN JOSE LEYTON ARCE**

**ASESOR:**

**DR. JULIO CÉSAR CUISANO EGÚSQUIZA**

**Lima, Junio,2022**



## **DEDICATORIA**

A mis padres, César y Alina, por el apoyo y esfuerzo dedicado para mi desarrollo como profesional y como persona.

A mis hermanos por ser mis ejemplos por seguir y siempre motivarme a cumplir mis metas.

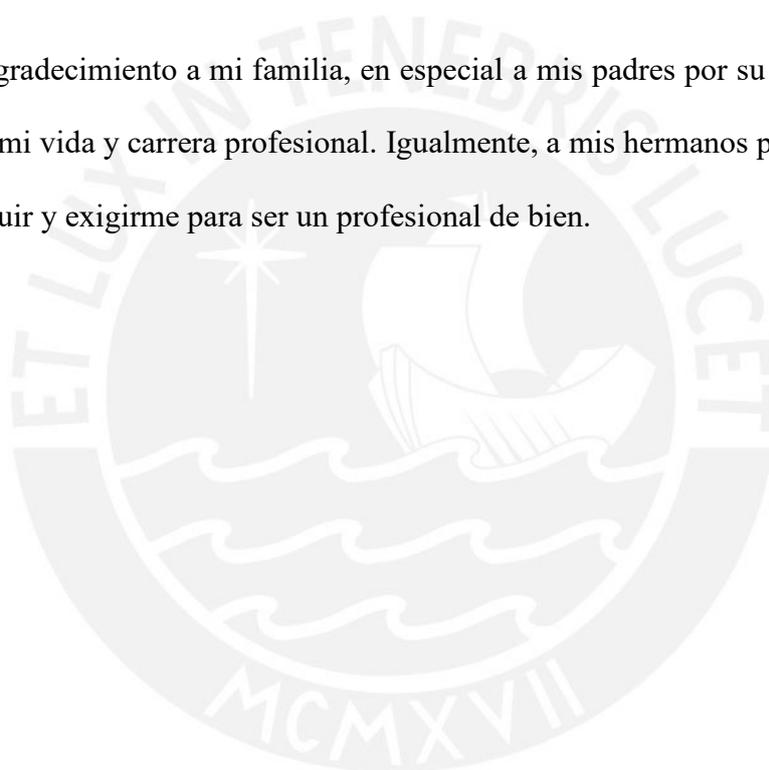
A mi hermano César David, a quien siempre llevo en mi corazón y me guía desde el cielo.

A María José, por ser mi apoyo y alegría en mi día a día.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado por CONCYTEC-FONDECYT (PROCIENCIA) en el marco de la convocatoria E041-01, Contrato No. 155-2018-FONDECYT-BM-IADT-AV. A las personas involucradas en el proyecto: profesores Cesar Celis, Julio Cuisano, Luis Chirinos, Adolfo Pillihuaman, Manuel Shishido, Antonios Antoniu y Ronald Mas por la orientación y acompañamiento en los ensayos experimentales; así como, Alexander y Arturo por su soporte y trabajo en equipo.

Asimismo, un agradecimiento a mi familia, en especial a mis padres por su apoyo continuo a lo largo de toda mi vida y carrera profesional. Igualmente, a mis hermanos por siempre ser mi ejemplo que seguir y exigirme para ser un profesional de bien.



## Nomenclaturas importantes

<b>Palabra o Símbolo</b>	<b>Significado</b>
<i>Batch</i>	Proceso por lotes o tandas
DOE	Siglas en inglés de diseño de experimentos.
CO <sub>2</sub>	Dióxido de Carbono
COES	Siglas del Comité de Operación Económica del Sistema
Moltradores	Elementos que cumplen la acción y efecto de moler
Mineralógica	Referida a las propiedades físicas y de procesamiento del mineral.
HP	Siglas en inglés de caballo de potencia (unidad de potencia)
Réplicas	Repeticiones
Crucero	Fractura mediante la partícula es colisionada y como resultado se obtienen unas cuantas partículas de un menor tamaño
PID	Por sus siglas en inglés Control proporcional, integral y derivativo
<i>Encoder</i>	Instrumento electrónico que mide la velocidad de giro
RPM	Por sus siglas, revoluciones por minuto (unidad de velocidad angular)
W	Por su sigla en inglés Watts o Vatios (unidad de potencia)
ANOVA	Por sus siglas en inglés Análisis de la varianza
Pasante de la malla 200	Material cuyo tamaño es menor de la malla 200 y pasa a través de la misma.

## Resumen

El presente trabajo de tesis propone una metodología experimental para mejorar la eficiencia energética en el proceso de molienda en *batch* de mineral de cobre en un molino de 0,5 HP. Para esta propuesta se realizaron ensayos en el molino de bolas del laboratorio de mineralurgia ubicado en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú, en el cual se tuvieron que realizar mejoras con el objetivo de cumplir con el alcance del presente trabajo de tesis.

En primer lugar, se obtuvo de las fuentes bibliográficas que algunos de los factores que influyen en el proceso de molienda son: la velocidad de giro del molino y el porcentaje de sólidos en la pulpa mineral. De acuerdo con esto, se optó por variar estos dos factores operacionales para poder cuantificar la influencia de los mismos en dos respuestas: (i) porcentaje pasante de la malla 200 y (ii) energía eléctrica consumida a lo largo de todo el ensayo. Cada factor fue evaluado en 3 niveles de acuerdo con la recomendación de la bibliografía. Por un lado, para la velocidad de giro se analizaron los tres niveles de velocidad de giro (56, 70 y 84 RPM). Por otro lado, los niveles del porcentaje de sólidos en la pulpa fueron 56%, 66% y 76%. En segundo lugar, para el análisis de los resultados se llevó al cabo una división de los análisis, gráfico y estadístico mediante el DOE factorial. Esta división fue considerada la más apropiada por la naturaleza de las variables monitoreadas.

Finalmente, se verificó que los rangos de operación recomendados por las fuentes bibliográficas y las utilizadas en los ensayos se corresponden. Permitiendo de esta manera recomendar un punto óptimo de funcionamiento para este molino de 0,5 HP cuando el molino gira a una velocidad de 56 RPM y con una concentración de sólidos en la pulpa del 66%.

## Contenido

Nomenclaturas importantes .....	iii
Resumen.....	iv
Índice de tablas .....	vi
Índice de Figuras.....	vii
Índice de Gráficas .....	viii
Introducción .....	1
Objetivos .....	6
Alcance .....	7
Capítulo 1. Estado del Arte.....	8
Capítulo 2. Fundamentos Teóricos .....	18
2.1 Diseño de experimentos factorial para el planteamiento de un procedimiento o metodología experimental.....	18
2.2 Banco de ensayos .....	21
2.3 Adquisición y procesamiento de la información del ensayo .....	24
2.3.1 Velocidad de giro del molino.....	27
2.3.2 Proporción en masa del mineral de la pulpa .....	28
2.3.3 Tiempo de molienda .....	30
2.3.4 Potencia consumida por el motor.....	30
2.3.5 Distribución de tamaños de partículas .....	34
2.4 Selección de puntos de ensayo.....	35
2.4.1 Selección de velocidades .....	35
2.4.2 Selección de densidades.....	36
2.5 Variación de los parámetros.....	37
2.5.1 Variador de frecuencia .....	37

Capítulo 3. Metodología experimental .....	40
3.1 Matriz experimental de ensayos.....	43
3.2 Resultados a analizar según el DOE .....	45
3.2.1 Distribución de tamaño de partículas.....	46
3.2.2 Energía consumida en el ensayo .....	48
3.3 Procesamiento de datos en software Minitab.....	49
3.4 Análisis gráfico de variables.....	51
3.4.1 Potencia en el ensayo .....	51
3.4.2 Análisis granulométrico .....	53
Capítulo 4. Resultados y análisis .....	54
4.1 Análisis gráfico de resultados .....	54
4.2 Resultados y análisis según el DOE.....	62
4.3 Obtención de punto de operación .....	66
Conclusiones .....	68
Bibliografía .....	70
Anexos .....	72
Anexo A. Gráficas de potencia .....	73
Anexo B. Gráficas de distribución de tamaños partículas luego de molienda.....	76
Anexo C. Tablas y gráfica del consumo energético específico .....	77

## Índice de tablas

Tabla 1: Clasificación de molinos.....	9
Tabla 2: Parámetros para evaluación de influencia de dos factores en DOE (Fuente: Montgomery, 2004).....	19
Tabla 3: Definición de variables de parámetros para la evaluación de factores en DOE (Fuente: Montgomery, 2004).....	20
Tabla 4: Variables y parámetros a medir en cada etapa del ensayo.....	23
Tabla 5: Rango de aplicación del analizador de redes y motor del molino. ....	31
Tabla 6: Distribución de tamaños utilizados para el análisis granulométrico. ....	34
Tabla 7: Velocidades de giro del molino de bolas de los ensayos.....	36
Tabla 8: Porcentaje de mineral en la pulpa para los ensayos.....	36
Tabla 9: Matriz experimental de ensayos del DOE .....	44
Tabla 10: Matriz experimental y de resultados.....	50
Tabla 11: Consumo energético específico .....	60
Tabla 12: Resultados de la energía consumida para los ensayos de matriz experimental.....	63
Tabla 13: Resultados del análisis ANOVA para la respuesta de consumo energético.....	64
Tabla 14: Resultados de la energía consumida para los ensayos de matriz experimental.....	65
Tabla 15: Resultados del análisis ANOVA para la respuesta de consumo energético.....	65
Tabla 16: Ensayos a 56 RPM – Segunda réplica.....	66

## Índice de Figuras

Figura 1: Representación de los mecanismos de fractura de la partícula y las distribuciones resultantes de tamaño del producto (Fuente: Kelly y Spottiswood, 1990) .....	11
Figura 2: Ilustración del movimiento en un molino de bolas a una velocidad normal (fuente: Austin y Concha, 1994) .....	14
Figura 3: Distribución de tamaños de partícula por mecanismos de fractura ( Fuente: Kelly y Spottiswood, 1990) .....	17
Figura 4: Esquema técnico del banco de ensayo .....	22
Figura 5: Molino de bolas del laboratorio de mineralurgia ubicado en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú .....	26
Figura 6: Esquema de Tacómetro Fotoeléctrico (Fuente: Liptak, 2003) .....	27
Figura 7: Balanza de precisión del laboratorio de mineralurgia ubicada en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú .....	29
Figura 8: Conexiones de los accesorios del analizador de redes en el molino. ....	33
Figura 9: Conexiones de los accesorios requeridos del analizador de redes. ....	33
Figura 10: Display del analizador de redes configurado para el ensayo.....	33
Figura 11: Máquina tamizadora Ro Tap del laboratorio de mineralurgia ubicada en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú .....	35
Figura 12: Control PID de lazo cerrado de una planta. (Fuente: Ogata, 2010) .....	39
Figura 13: Chancadora de rodillos ubicada en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú .....	41
Figura 14: Zaranda con malla N°10 ubicada en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú .....	41
Figura 15: Cuarteador de revólver ubicado en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú .....	41

## Índice de Gráficas

Gráfica 1: Efecto de la densidad de pulpa en la velocidad de fractura de mineral de cuarzo (fuente: Austin y Concha, 1994).....	13
Gráfica 2: Variación típica de la potencia neta con la velocidad de rotación, para un molino de laboratorio provisto de barras levantadoras y un molino piloto (fuente: Austin y Concha, 1994).....	15
Gráfica 3: Rapidez de fractura (Fuente: Kelly y Spottiswood, 1990).....	16
Gráfica 4: Potencia consumida por el molino vs Tiempo de prueba preliminar .....	25
Gráfica 5: Distribución de tamaño de partículas de un análisis granulométrico .....	46
Gráfica 6: Comportamiento de la potencia del ensayo a lo largo del tiempo.....	48
Gráfica 7: Potencia vs tiempo para velocidad de giro 84 RPM.....	52
Gráfica 8: Potencia a lo largo del tiempo para los ensayos de 56 RPM .....	55
Gráfica 9: Potencia a lo largo del tiempo - Primera réplica.....	56
Gráfica 10: Porcentaje pasantes de las mallas – Primera réplica.....	58
Gráfica 11: Porcentaje pasante de la malla 200 – Segunda réplica .....	59
Gráfica 12: Consumo energético específico para distintos porcentajes de sólidos - Segunda réplica.....	61
Gráfica 13: Consumo energético específico para distintas velocidades - Segunda réplica .....	61
Gráfica 14: Comparación de incrementos de las respuestas.....	67

## Introducción

Los tres sectores que representaron el mayor consumo energético nacional en el año 2017 fueron: (i) transporte con el 45%; (ii) industria y minería consumiendo cerca del 27%; y (iii) residencial, comercial y público con el 25%. Internamente del sector (ii) industria y minería, la minería tiene un consumo energético de electricidad que representó cerca del 32,2% del total (Ibarra, Heredia, Isla, y Caro, 2017).

Esto también se ve reflejado en el aumento de las emisiones de gases contaminantes. Por ejemplo, el aumento de emisiones de CO<sub>2</sub> por el consumo energético directo de energía primaria o la transformación de esta para la generación de energía secundaria. En efecto, las emisiones de CO<sub>2</sub> del año 2000 al 2017 aumentaron en 16,2 mil millones de kilogramos. Esto es consecuencia de la introducción del gas natural a la generación de energía eléctrica y del aumento del sector transporte (Ibarra et al, 2017).

De esta manera, existen parámetros que son indicadores del consumo energético en la minería metálica. Este es el caso del consumo específico, el cual tiene como función definir el consumo de recursos como agua, electricidad y materia prima para obtener una tonelada métrica de mineral procesado. Además, la Dirección General de Eficiencia Energética (2017) señala que las plantas procesadoras tienen cierto consumo de energía eléctrica de acuerdo con la capacidad de la producción de la planta. Los consumos se muestran a continuación:

- Planta pequeña - Producción de 50 a 100 toneladas – 2,5 a 3,5 *kW/tonelada*;
- Planta mediana - Producción de 600 a 5000 toneladas - 1,5 a 2,5 *kW/tonelada*;
- Planta grande - Producción mayor a 5000 toneladas - 1,2 a 1,8 *kW/tonelada*.

Asimismo, en el detalle de la distribución del consumo energético de los procesos internos de una planta son de 45% en el proceso de molienda, 25% en flotación, 12% en filtrado y espesado, 10% en chancado y un 8% en servicios auxiliares (Dirección general de Eficiencia Energética, 2017).

Por un lado, de acuerdo con la Dirección General de Eficiencia Energética (2017), se define al molino de bolas como una máquina cuyo principio de trabajo es la fragmentación de material por la colisión de este con las superficies internas. Este es catalogado como una de las máquinas que tienen mayor consumo en una planta minera de cualquier capacidad.

Por otro lado, Kelly y Spottiswood (1990) afirmaron que: “El término trituración se aplica a las reducciones subsecuentes de tamaño hasta alrededor de 25 mm, considerándose las reducciones a tamaños más finos como molienda” (p.153). Incluso, se menciona que la molienda se puede dividir por sus etapas (primaria, secundaria, terciaria y cuaternaria), por el tipo de molino utilizado, el tipo de molienda y si esta se realiza en un medio húmedo o seco.

Adicionalmente, se pueden considerar dos mecanismos de degradación del material, desgaste e impacto. La reducción por impacto es directamente proporcional al cubo de la masa de la bola y el desgaste tiene una relación inversamente proporcional con la superficie de la bola. Asimismo, las variables que se ven involucradas en la reducción del material y por consecuente en la eficiencia del proceso son (Austin y Concha, 1994):

- características de la carga (masa, volumen, densidad y distribución de tamaño de la partícula de material a procesar);
- características de molienda (masa, número de bolas y el tamaño de estas.);
- velocidad de rotación del molino;
- densidad de la pulpa y en consecuencia su proporción agua-mineral.

Es necesario resaltar que la contaminación del aire viene siendo responsable de una gran cantidad de muertes prematuras en el mundo. Se sabe que en países industriales se puede responsabilizar del 20% de enfermedades a factores de contaminación ambiental. Asimismo, la contaminación del aire se relaciona al aumento de enfermedades respiratorias como alergias y asma (Vargas, 2005).

Según Romero, Diego y Álvarez (2006), la contaminación ambiental del aire se puede clasificar por su proveniencia y por su forma física entre otras. En esta línea, uno de estos contaminantes son los de tipo gaseoso y provienen de procesos industriales. En el caso de la minería, esta industria genera contaminación por los procesos internos de la extracción y también, de manera directa o indirecta, por el suministro de sus recursos.

Actualmente, la problemática generada por la contaminación y las muertes prematuras que esta ocasiona tienen como consecuencia final un sobrecosto para los gobiernos. Por ejemplo, en el Perú, la generación de energía eléctrica tiene como principal fuente, alrededor de 40,61%, la quema de combustibles fósiles en las termoeléctricas lo cual genera la emisión de gases contaminantes como dióxido de carbono y óxido nitroso (COES, 2017). De la misma manera, uno de los combustibles fósiles más usados en el Perú es el gas natural, este combustible gaseoso genera como producto de su combustión el metano, siendo este un gas de efecto invernadero (Iberdrola, 2013).

Por otra parte, el sector minero tiene que autosatisfacer la demanda de energía eléctrica para el procesamiento y extracción del mineral. Por ejemplo, en Perú, la empresa Minera Yanacocha generó 30,86 MW de una fuente térmica; este valor no toma en cuenta la producción de energía eléctrica de pequeños grupos electrógenos que son utilizados para satisfacer pequeñas demandas o posibles fallas del suministro eléctrico (Ministerio de Energía y Minas, 2014).

Entonces, el uso eficiente de la energía eléctrica dentro de un yacimiento y una planta de procesamiento minero se puede ver reflejado como la disminución de las emisiones de gases contaminantes. Por un lado, la Dirección General de Electricidad (2008) afirma que dentro de todas las operaciones de una empresa minera el 49% del consumo energético se realiza en la planta procesadora y que dentro de esta se tiene un potencial de mejora de hasta el 6% en el consumo energético. Por otro lado, la Dirección General de Eficiencia Energética (2017) menciona que de los procesos por los que se somete el mineral extraído, la molienda es el proceso que tiene mayor consumo energético y representa un 45% del consumo total de la planta procesadora. Adicionalmente, la mejora en la eficiencia energética de este proceso tiene una alta sensibilidad en el consumo total de la planta procesadora y por consiguiente en las emisiones de gases contaminantes.

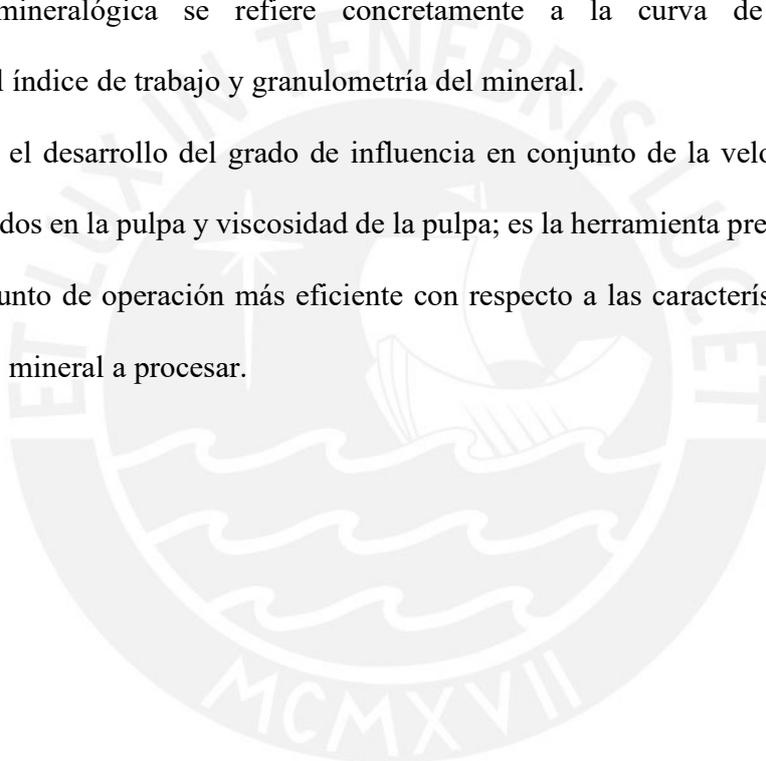
Ante todo, los parámetros que intervienen en el proceso de molienda y que definen el consumo del mismo son: el porcentaje de sólidos en la pulpa, la velocidad de giro del molino, el tiempo de molienda, la viscosidad de la pulpa en función de la concentración de sólidos en la pulpa. Por ejemplo, la eficiencia de la molienda es de alrededor del 85% si la proporción se encuentra entre 65-80 % de sólidos en peso (Weiss, 1985). Asimismo, la velocidad real del molino de bolas está situada alrededor del 75% de la velocidad crítica del molino (Austin y Concha, 1994). De la misma manera, el grado de carga del molino se refiere al conjunto de mineral más los elementos molturadores.

Sin embargo, no existe relación alguna del grado de influencia de todos estos parámetros en la eficiencia energética. Es por eso que deben ser evaluados y ver la relación que mantienen con el consumo energético para definir su grado de influencia en conjunto. El conocer el grado de

influencia de los parámetros permite operar los equipos en condiciones óptimas y evaluar si es influyente cambiarlos en un proceso ya establecido.

A fin de poder inferir los indicadores energéticos y las posibles opciones para alcanzar un mejor uso de la energía se realizan las pruebas de molienda en el molino de bolas del laboratorio de mineralurgia ubicado en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú, de acuerdo con la caracterización mineralógica realizada previamente. Esta caracterización mineralógica se refiere concretamente a la curva de moliendabilidad, determinación del índice de trabajo y granulometría del mineral.

En síntesis, el desarrollo del grado de influencia en conjunto de la velocidad del molino, porcentaje de sólidos en la pulpa y viscosidad de la pulpa; es la herramienta previa que se necesita para obtener el punto de operación más eficiente con respecto a las características del equipo y mineralógicas del mineral a procesar.



## Objetivos

### Objetivo general

- Proponer una metodología experimental para mejorar la eficiencia energética en el proceso de molienda en *batch* de mineral de cobre en un molino de bolas de 0,5 HP.

### Objetivos específicos

- Definir los factores operacionales y sus niveles que influyen en el consumo de energía eléctrica en el proceso de molienda basado en las fuentes bibliográficas.
- Evaluar nivel de influencia de cada factor en el consumo energético mediante el diseño de experimentos factorial.
- Obtener el factor más influyente, así como el punto de operación del molino para el cual la eficiencia del consumo energético sea mayor y corroborarlo con los parámetros de operación proporcionados por la bibliografía.

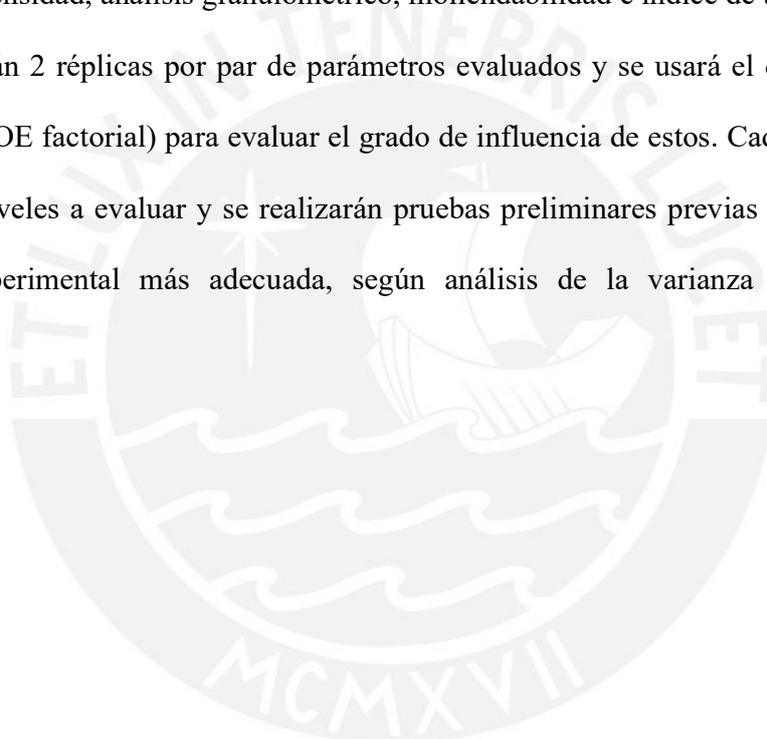
### **Alcance**

El presente proyecto de tesis considera la influencia de la variación de los siguientes parámetros en el consumo energético del proceso de molienda de mineral de cobre:

- Porcentaje de sólidos en la pulpa;
- velocidad de giro del molino.

Este material inicialmente deberá ser caracterizado para obtener sus características mineralógicas: densidad, análisis granulométrico, moliendabilidad e índice de trabajo.

Se realizarán 2 réplicas por par de parámetros evaluados y se usará el diseño factorial de experimentos (DOE factorial) para evaluar el grado de influencia de estos. Cada factor estudiado tendrá hasta 3 niveles a evaluar y se realizarán pruebas preliminares previas para determinar la metodología experimental más adecuada, según análisis de la varianza y otras variables estadísticas.



## Capítulo 1. Estado del Arte

Dentro del procesamiento de mineral existen distintas etapas, una de las más importantes es la molienda. Los sectores industriales que incluyen en sus procesos a la molienda son la industria minera, metalúrgica, de energía y química. A pesar de esto, el desarrollo tecnológico y la investigación relacionada se resumía a publicaciones antiguas. Es por eso que en los últimos años se han comenzado a desarrollar temas afines al diseño de procesos aplicados a molinos y circuitos de molienda. Asimismo, la base teórica de este proceso se ha desarrollado en las últimas décadas, pero aún tiene que ser completada (Austin y Concha, 1994).

El proceso de molienda tiene como finalidad la reducción del tamaño de las partículas de un mineral, siendo la molienda una de las distintas etapas donde esta reducción se realiza. Según, Kelly y Spottiswood (1990), la disminución del tamaño del mineral comienza en la voladura o extracción del mineral donde el explosivo cumple la función de agente reductor. Las siguientes etapas de reducción de tamaño son la trituración y posteriormente la molienda. La primera está limitada a tamaños de partícula no menores a los 25 milímetros, la segunda es utilizada para reducciones de tamaño menor. Ambos procesos de fragmentación de la partícula pueden tener etapas intermedias (primaria, secundaria, terciaria y cuaternaria), sin embargo, la molienda tiene clasificaciones adicionales en función del tipo de molino utilizado, el tipo de los medios de molienda y si la molienda se realiza en un medio húmedo o seco. La adecuada selección del tipo de molino, medio de molienda y si esta se va a realizar en húmedo o en seco depende estrictamente de factores como el mineral a procesar, el entorno en el que se encuentra la planta procesadora, nivel de inversión al momento de la compra de los equipos y los procesos previos y posteriores a la molienda. La tabla 1 muestra la clasificación de los molinos (Kelly y Spottiswood, 1990).

Tabla 1: Clasificación de molinos (Fuente: Kelly y Spottiswood, 1990)

Clasificación de molino	Tipo de molino	Tambor giratorio	
		Vibración	
		Rodillos de anillo	
	Medio	Semiautógenos (SAG)	Barras
			Bolas
		Autógenos (FAG)	Mineral
	Molienda en medio húmedo		
	Molienda en medio seco		

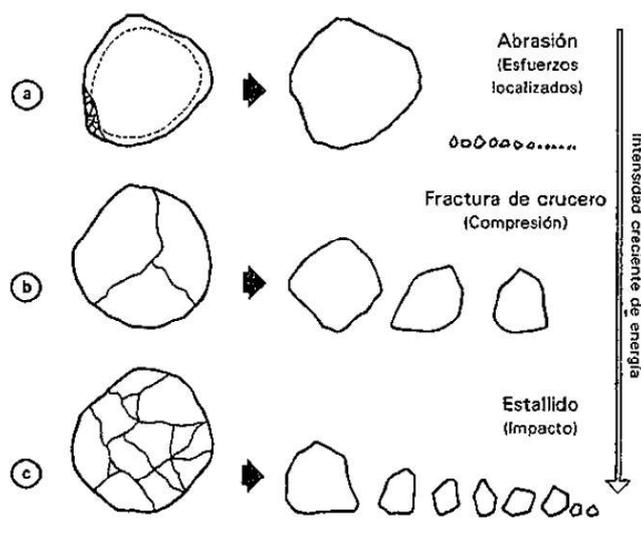
De acuerdo con lo descrito en la tabla 1, la clasificación por el tipo de molino es de acuerdo con su principio de funcionamiento. En primer lugar, el molino tambor giratorio tiene como base de funcionamiento el giro de su tambor y este movimiento es el responsable del proceso de molienda. Es por esto que la mayor parte de la energía invertida en este equipo se ve reflejada en mantener el giro del tambor y esta a su vez ocasionar el movimiento de la carga interna de mineral con o sin medios molturadores. Cuando el movimiento del tambor es transmitido a su contenido este se colisiona con la superficie interna del tambor, con los elementos molturadores o con otras partículas de mineral. En segundo lugar, los molinos vibratorios ocasionan la colisión de los elementos molturadores con el mineral a consecuencia de la vibración. Si bien la energía se invierte en la vibración del mineral y los medios molturadores del molino, solamente los medios son los responsables de las fracturas. En tercer lugar, el molino de rodillos es un caso particular en donde los rodillos giran sobre una mesa y a partir de este contacto es que se generan las fracturas del mineral. Este tipo de molinos está limitado a molienda en seco y es ideal para zonas de altos costos de operación puesto que tiene una alta eficiencia energética. Adicionalmente, por el hecho de estar

limitado a una molienda en seco este molino tiene que incluir un clasificador de partículas en su interior como una parte más del equipo (Kelly y Spottiswood, 1990).

De manera análoga, los medios molturadores obligan a clasificar a los molinos de dos maneras: autógenos y semiautógenos. El primero consiste en que el interior del molino solo existe el mineral que se está procesando y las partículas del mineral al colisionar una con otras generan las fracturas. Además, para que ocurra esto de una manera más rápida y por ende más eficiente se adicionan partículas de mayor tamaño de tal manera que estas fracturen a las más pequeñas y a la vez se reduzcan ellas mismas. El segundo tiene como medios molturadores a las bolas o barras. Estos se encargan de generar superficies de contacto con el mineral adicionales y de esta manera cuando existan colisiones se generarán las fracturas. Sin embargo, las barras generan menos superficies de contacto que las bolas por la geometría de estas, esto es debido a que las barras generan una línea de contacto mientras que las bolas generan puntos que pueden estar distribuidos en toda la superficie de la bola (Kelly y Spottiswood, 1990).

Adicionalmente, tanto como en un molino de barras como en uno de bolas, las partículas se reducen por estallido, desgaste por abrasión y crucero. En la figura 1 se ilustran los tres mecanismos de fractura de las partículas en un proceso de molienda. Es importante la determinación de los mecanismos de fractura que ocurren en la molienda puesto que cada uno se encuentra asociado a una inversión de energía y a un tamaño de producto. En el caso de la abrasión, la energía asociada es la menor de los 3 mecanismos, pero la generación de finos es lenta con respecto a los otros. Es importante recalcar que los tres mecanismos suceden simultáneamente, sin embargo, dependiendo del estado de la pulpa se prefiere que sucedan ciertos mecanismos y otros no. Inicialmente, la reducción de tamaño debe ser del tipo estallido y crucero y, conforme se va incrementando la cantidad de finos se prefiere las fracturas por abrasión puesto que la generación

de finos será mayor por la presencia de un mayor número de partículas (Kelly y Spottiswood, 1990).



*Figura 1: Representación de los mecanismos de fractura de la partícula y las distribuciones resultantes de tamaño del producto (Fuente: Kelly y Spottiswood, 1990)*

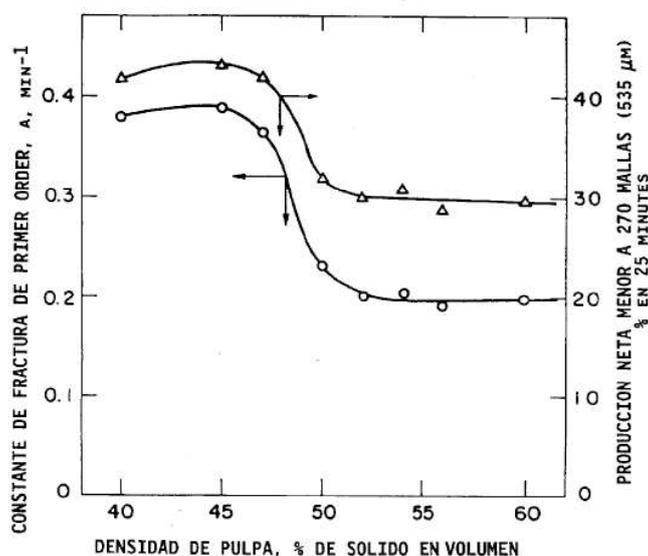
Otro aspecto importante en la clasificación de los molinos es si la molienda se realiza en seco o húmedo. La selección de cualquiera de las opciones es en función de las siguientes condiciones (Kelly y Spottiswood, 1990):

- La disponibilidad de agua en la zona que se ubica la planta;
- si el material a procesar reacciona con el agua, por ejemplo, el cemento;
- si se dispone de equipos de secado previo puesto que la molienda en seco necesita bajos niveles de humedad.

Por un lado, la molienda seca cuenta con ventajas como que se elimina un posterior secado del mineral para los procesos de concentración y que existe menos desgaste porque no se consideran los desgastes por corrosión. Sin embargo, los costos de implementación son mayores

y se debe tener especial cuidado con el tratamiento de los polvos que se generan puesto que son altamente contaminantes y son un desperdicio de material (Kelly y Spottiswood, 1990).

Por otro lado, como aspecto general la molienda en húmedo necesita de menor espacio disponible para la etapa de clasificación de las partículas. En esta molienda el mineral pasa a ser una pulpa debido a que tiene que ser adicionado un porcentaje de agua al mineral. No obstante, esta proporción no tiene un valor definido, pero sí cuenta con ciertas recomendaciones generales. En esta línea, Austin y Concha (1994) afirman que, una densidad de pulpa muy alta ocasiona que esta sea densa y viscosa de tal manera que esta puede absorber el impacto de los medios molturadores y no producirse la ruptura. Por lo contrario, también afirma que una pulpa con muy baja densidad ocasiona que existan colisiones entre los medios molturadores, pero no con el mineral, de tal manera que no solo no se genera la fractura, si no que existirá un desgaste prematuro de los medios molturadores o del mismo molino. Este comportamiento de la pulpa se ve ejemplificado en la gráfica 1, esta se basa en la molienda en húmedo de cuarzo. Como se muestra existe un punto máximo de producción de finos de un tamaño menor a la malla 270 cuando la pulpa tiene una concentración de masa de sólidos del 45%. También, se observa una pequeña disminución del porcentaje de finos generados en caso se disminuye la proporción de sólidos en la pulpa, pero si se aumenta esta proporción a más del 50% la disminución es considerable.



Gráfica 1: Efecto de la densidad de pulpa en la velocidad de fractura de mineral de cuarzo (fuente: Austin y Concha, 1994)

De acuerdo con la clasificación mencionada previamente, uno de los molinos más utilizados actualmente en la industria son los molinos de bolas de tambor giratorio semiautógenos. Esto debido a la gran capacidad de producción que estos poseen y también a que estos aprovechan los medios molturadores para acelerar el proceso de molienda. El diseño de estos molinos es tan complejo como la adecuada puesta en marcha de este. Esto se debe a que, existen una gran cantidad de parámetros asociados como el diseño del molino, la carga interior de pulpa mineral y sus características, los medios molturadores, los parámetros de funcionamiento y la cantidad de tiempo del proceso de molienda.

En primer lugar, la velocidad del giro del tambor es un parámetro influyente en la eficiencia del proceso y a su vez de la eficiencia energética. La velocidad crítica ( $V_{crítica}$ ) de un molino se encuentra definido en la ecuación (1) y esta está relacionada solamente a la geometría del molino y de los medios molturadores. Esta se define como la velocidad a la cual el comportamiento dinámico de las bolas al interior del tambor pasa de ser un modo de cascada a un centrifugado.

Este comportamiento se puede visualizar en la figura 2. Más adelante se describirán algunos factores que deben ser considerados con respecto a la velocidad del molino (Austin y Concha, 1994).

$$V_{crítica} = \frac{42,2}{\sqrt{D-d}} \text{ RPM} \quad (\text{Ec. 1})$$

donde:

- $D$  : Diámetro interior del cilindro del molino en metros;
- $d$ : Diámetro de la bola de mayor tamaño en metros.

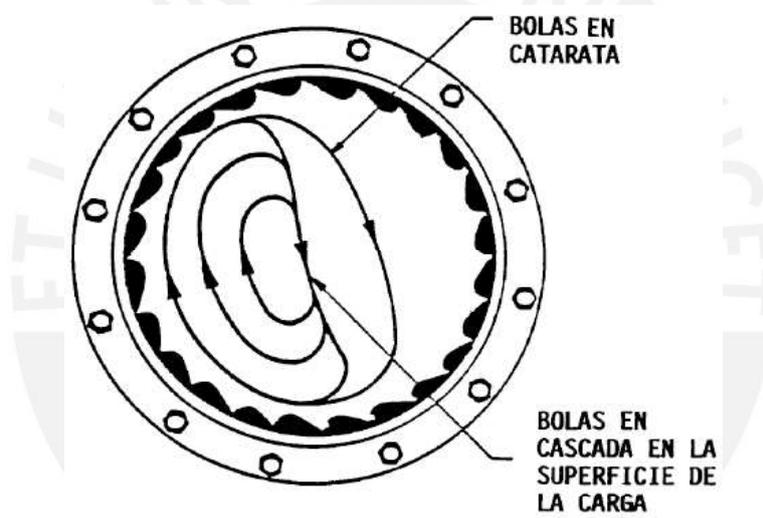
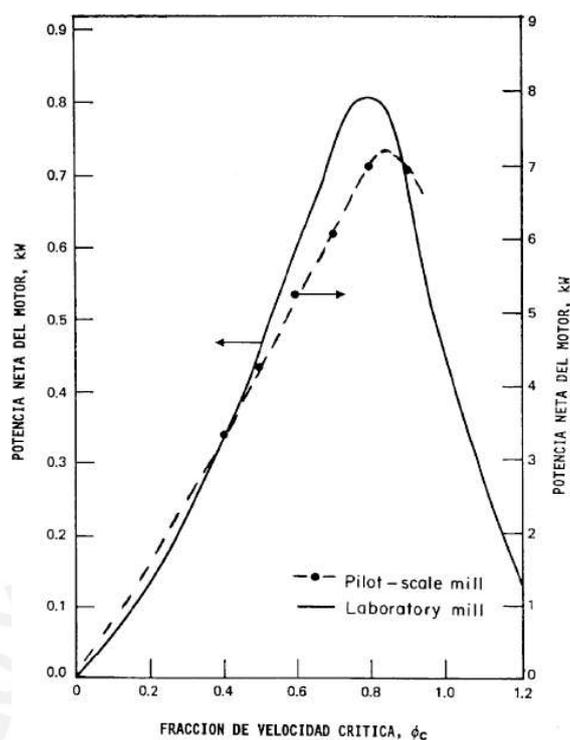


Figura 2: Ilustración del movimiento en un molino de bolas a una velocidad normal  
(fuente: Austin y Concha, 1994)

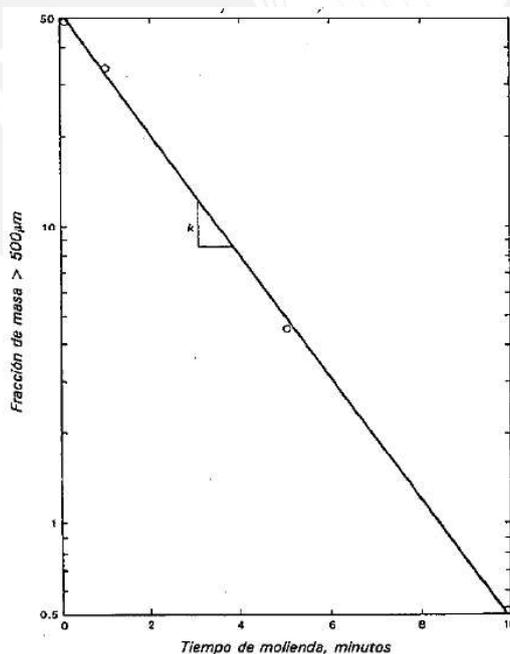
A pesar de que la velocidad crítica define el cambio de la dinámica interna de las bolas al interior del molino no solo se encuentran las bolas. De acuerdo con eso, se debe considerar el grado de llenado del molino puesto que la dinámica del mineral en seco o en pulpa afecta en el movimiento de las bolas. En otras palabras, la velocidad crítica debe tener un factor de aplicación de tal manera que este defina la fracción de la velocidad crítica en la que debe funcionar el molino. Es por eso que esta fracción de velocidad crítica tiene un grado de sensibilidad en la eficiencia de la molienda como se puede observar en la gráfica 2.



Gráfica 2: Variación típica de la potencia neta con la velocidad de rotación, para un molino de laboratorio provisto de barras levantadoras y un molino piloto (fuente: Austin y Concha, 1994)

De la misma manera que la proporción de sólidos en la pulpa afecta en la eficiencia de fractura del mineral, si para el proceso de molienda se considera las características reológicas de la pulpa se puede ver como esta influye en la molienda. Las características reológicas de la pulpa ayudan el proceso al comportamiento de la pulpa dentro del molino. Por ejemplo, la reología inicial de la pulpa realiza un proceso de lavado de las bolas. Sin embargo, conforme se realice la molienda y se generen más partículas finas, la gran acumulación de estas partículas permite que se adhiera el mineral en las superficies de contacto entre las bolas. Esto tiene un efecto de mejora en la eficiencia del proceso.

Otro aspecto importante cuando se realiza el proceso de molienda, en un circuito cerrado o en uno abierto, es el tiempo que se realice la misma. Este se denomina tiempo de residencia en el molino. En el caso de un circuito cerrado o abierto el tiempo de residencia se determina en función de la alimentación y descarga; y para un proceso en *batch* es por el tiempo de funcionamiento del molino. La influencia de este parámetro en el consumo energético se relaciona directamente con la reducción del tamaño de las partículas. Conforme se tenga un tiempo mayor de residencia en el molino, los productos que se obtendrán serán más finos. En la gráfica 3 se muestra la relación que tiene el tamaño de las partículas mayores que  $500\ \mu\text{m}$  y el tiempo de molienda. Conforme se aumenta el tiempo existirá menor porcentaje de partículas de mayor tamaño que  $500\ \mu\text{m}$  (Kelly y Spottiswood, 1990). Esto también se ve representado en la curva de moliendabilidad de un mineral ya que la tendencia para tiempos de molienda muy prolongados es que el 100% sea pasante de la malla más fina.



Gráfica 3: Rapidez de fractura  
(Fuente: Kelly y Spottiswood, 1990)

Como se ha mostrado, los parámetros descritos como la velocidad, densidad de la pulpa en función de la proporción de sólidos, la viscosidad y el tiempo de molienda tienen influencia directa o indirecta en el consumo energético. De la misma manera, estos parámetros se relacionan entre ellos. Es por eso que es muy importante analizar el comportamiento del consumo energético para los distintos niveles de los parámetros. Para ejemplificar, un aspecto necesario para la aplicación de los dispersantes es la distribución de tamaño de partícula y esta distribución está relacionada con los mecanismos de fractura como se aprecia en la figura 3, Kelly y Spottiswood (1990) afirman que los mecanismos de fractura tienen como productos distintas distribuciones de tamaño de partículas. En un proceso de molienda real, como se encuentran presentes los 3 mecanismos de fractura se obtiene la distribución característica del material.

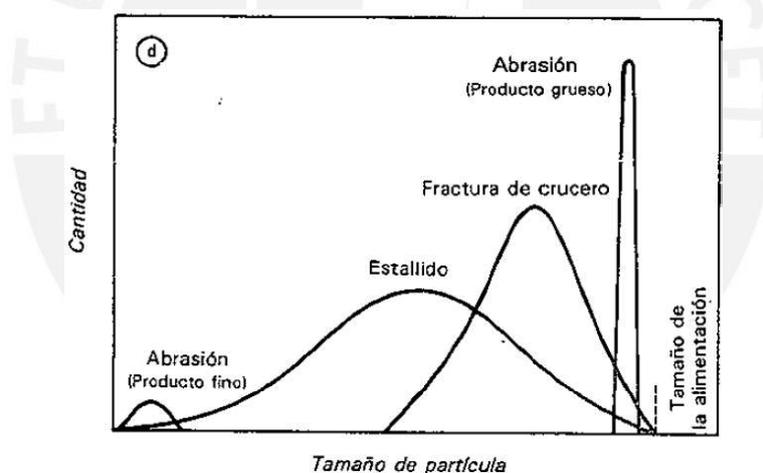


Figura 3: Distribución de tamaños de partícula por mecanismos de fractura  
(Fuente: Kelly y Spottiswood, 1990)

## Capítulo 2. Fundamentos Teóricos

### 2.1 Diseño de experimentos factorial para el planteamiento de un procedimiento o metodología experimental

En ingeniería, la experimentación desempeña un papel importante en el diseño de productos nuevos, el desarrollo de procesos de manufactura y el mejoramiento de procesos (Montgomery, 2004).

El diseño de experimentos, o DOE por sus siglas en inglés, viene siendo la etapa previa que define el error, parámetros (factores) y los niveles que estos puedan tener. Asimismo, brinda herramientas para recomendar o rechazar ciertos parámetros basados en evidencias muestrales. Estos alcances que puede tener el diseño de un experimento permiten, evidentemente, optimizar costos y tiempo de experimentación.

Según Montgomery (2004), en un experimento suelen plantearse objetivos como los siguientes:

- Determinar cuáles son las variables que tienen mayor influencia sobre la respuesta.
- Determinar cuál es el ajuste de las variables de entrada que tiene mayor influencia para que la salida esté casi siempre en el valor nominal deseado.

En este caso en particular, se ha optado por usar el diseño factorial para obtener una metodología experimental. Este nos definirá los alcances que tiene el experimento, evaluar si son los adecuados para los objetivos del proyecto y lo necesario para su implementación.

Por diseño factorial se entiende que, para cada ensayo o réplica completa de experimentos se busca investigar todas las combinaciones posibles de los niveles de los factores. Un factor o variable es aquel parámetro del experimento que tiene un grado de influencia, este varía si es que se varía el nivel en el que se encuentra el factor. Los factores pueden ser de entrada o salida y estos

cuentan con niveles. De preferencia se debe contar con 4 niveles como máximo y estos deben ser definidos de manera cuantitativa o cualitativa. El nivel de influencia de cada factor será definido por las pruebas preliminares del experimento. Estas pruebas preliminares pueden ser definidas de manera aleatoria, para aumentar la confiabilidad del experimento (Montgomery, 2004).

Inicialmente se plantean las hipótesis del experimento y la hipótesis nula, las primeras plantean que cada factor tiene influencia en el experimento, la segunda plantea que no existe influencia significativa de los factores en la respuesta. Luego, estas hipótesis serán confirmadas o desestimadas al confirmar que por lo menos una de las respuestas presentó variación en las medias de sus resultados. Sin embargo, se tiene que profundizar más si se desea saber el o los factores que tengan mayor influencia en la variable de salida.

En la tabla 2 se observa, a modo de ejemplo, los parámetros que deben ser calculados como primer paso para obtener el grado de influencia de cada factor. En el caso de la tabla 2, es un diseño factorial de dos factores (A y B).

Tabla 2: Parámetros para evaluación de influencia de dos factores en DOE  
(Fuente: Montgomery, 2004).

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	$F_0$
Factor A	$SS_A$	$a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{a - 1}$	$F_0 = \frac{MS_A}{MS_E}$
Factor B	$SS_B$	$b - 1$	$MS_B = \frac{SS_B}{b - 1}$	$F_0 = \frac{MS_B}{MS_E}$
Interacción	$SS_{AB}$	$(a - 1)(b - 1)$	$MS_{AB} = \frac{SS_{AB}}{(a - 1) * (b - 1)}$	$F_0 = \frac{MS_{AB}}{MS_E}$
Error	$SS_E$	$(ab)(n - 1)$	$MS_E = \frac{SS_E}{(a * b) * (n - 1)}$	
Total	$SS_T$	$(abn) - 1$		

A continuación, se definirá cada término de la tabla 3:

Tabla 3: Definición de variables de parámetros para la evaluación de factores en DOE  
(Fuente: Montgomery, 2004).

Denominación	Símbolo y fórmula	Denominación	Símbolo y fórmula
Niveles de factores A	$a$	Suma de cuadrados efecto de factor A	$SS_A = \frac{1}{bn} \sum_{i=1}^a y_i^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$
Niveles de factores B	$b$	Suma de cuadrados efecto de factor B	$SS_B = \frac{1}{an} \sum_{j=1}^b y_j^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$
Cantidad de réplicas por cada prueba preliminar	$n$	Suma de cuadrados de efectos de factores A y B	$SS_{AB} = SS_{Subtotales} - SS_B - SS_A$
Suma del valor de cada réplica de cada nivel de factor B	$y_j = \sum_{z=1}^n y_{zj}$	Suma de cuadrados totales	$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{z=1}^n y_{ijz}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$
Suma del valor de cada réplica de cada nivel de factor A	$y_i = \sum_{z=1}^n y_{iz}$	Suma de cuadrados de subtotales	$SS_{Subtotales} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$
Suma del valor de todas las réplicas	$y_{...} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{z=1}^n y_{ijz}$	Suma de cuadrados del error	$SS_E = SS_T - SS_{Subtotales}$

Finalmente, para medir el nivel de influencia de cada factor en las respuestas de los ensayos es necesario obtener el valor de F crítico, siendo este valor el mínimo necesario para demostrar que se descarta la hipótesis nula. Para obtener el valor crítico de F se debe conocer la probabilidad

del diseño, los grados de libertad del factor y los grados de libertad del error; y estos valores deben ser ingresados en una distribución F de Fisher. Finalmente, el grado en el que afecta cada parámetro nos permite definir cuál de ellos pueden ser o no variados a lo largo de una etapa de experimentación.

## **2.2 Banco de ensayos**

Los ensayos serán realizados en un molino de bolas del laboratorio de mineralurgia ubicado en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Este molino cuenta con un acoplamiento asíncrono mediante fajas trapezoidales y poleas que también cumplen la función de reducir la velocidad de giro y aumentar el torque que proporciona el motor que acciona el sistema. Inicialmente, el motor tiene una potencia de 0,5 HP y gira a una velocidad nominal de 1680 RPM. Luego del sistema de transmisión de potencia, el molino mantiene la misma potencia, pero gira a una velocidad de 84 RPM. Esto significa que la relación de transmisión sin considerar pérdidas es de alrededor de 1:20 y permite elevar el torque del sistema de tal manera que se pueda moler la carga del molino. Debido a que esta relación de transmisión es muy elevada la reducción se dará en dos etapas con las poleas de los siguientes diámetros en pulgadas: 3 1/2, 12, 2 y 12, Los tamaños de poleas mencionados están en orden, estando la primera acoplada al motor, la segunda y la tercera giran solidarias; y finalmente la cuarta está acoplada al árbol del molino de bolas.

En la figura 4 se puede observar el esquema técnico de la instalación del banco de ensayo, en este se incluye los dos instrumentos que realizarán las medidas de las variables que se necesitan monitorear para el ensayo, un tacómetro y un analizador de redes.

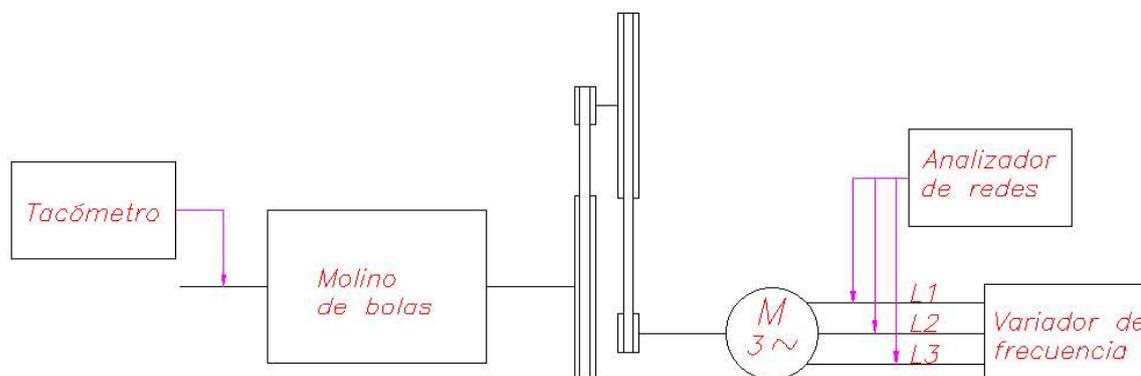


Figura 4: Esquema técnico del banco de ensayo

Para empezar, las características geométricas del molino de bolas son las siguientes: diámetro exterior de 0,22 m, largo de 0,3 m y un espesor de pared de 1,5 cm. El molino tiene una tapa que permite introducir el mineral y el agua en la proporción requerida. Este cuenta con una carga de bolas en su interior y esta no será variada puesto que este estudio no busca ver los efectos en la potencia de la variación de esta. Con las características geométricas del molino y su carga se pueden encontrar parámetros teóricos como la velocidad crítica del molino. Si se reemplaza el valor del diámetro interno del molino (0,19 m) y el mayor diámetro de las bolas de la carga (0,0381 m); en la ecuación 1, obtendremos una velocidad crítica de 108,3 RPM.

Asimismo, en la figura 5 apreciamos el variador de frecuencia instalado en el banco de ensayos. La función de este equipo será explicada a más detalle más adelante, pero nos va a permitir variar uno de los parámetros de análisis, la velocidad. Es importante resaltar el orden de la instalación del analizador de redes con respecto al variador de frecuencia, esto se debe a que el

variador de frecuencia puede interferir en las mediciones de potencia y aumentar el error del ensayo.

Un punto importante de los ensayos a realizar es que se darán en *batch*. Esto quiere decir que, es un sistema masa control donde se mantendrá constante la masa de la pulpa y se le suministrará trabajo mediante el giro del molino. Este trabajo suministrado se transformará en distintas formas al interior del tambor. Por ejemplo, en la reducción del tamaño del mineral, en el ruido generado por la colisión de las bolas y en el calor disipado.

Debido a que el banco de ensayos es una etapa intermedia en el registro de datos de los ensayos, existe una etapa previa que definirá los parámetros de entrada y una etapa posterior que cuantificará algunos resultados adicionales que no pueden ser medidos durante la molienda. En primer lugar, en la etapa previa a la molienda se debe cuantificar la cantidad de mineral y agua que van a ser introducidas en el molino de bolas. Si bien los equipos para realizar esta cuantificación no pertenecen estrictamente al banco de ensayos, estos son parte de los equipos necesarios para el proyecto. En segundo lugar, los equipos para la etapa posterior al ensayo de molienda deben recoger los resultados de los parámetros como distribución de los tamaños de partícula y viscosidad. Para ejemplificar de mejor manera, la tabla 4 muestra las variables a lo largo del ensayo y cuáles serán variadas o cuantificadas en el banco de ensayos.

Tabla 4: Variables y parámetros a medir en cada etapa del ensayo.

	Entrada	Molienda	Salida
Variables	- Porcentaje de sólidos en la pulpa	- Velocidad de giro del molino	
Parámetros por medir	- Tamaño máximo de partículas - Distribución de tamaños de partículas	- Potencia - Tiempo	- Tamaño de salida

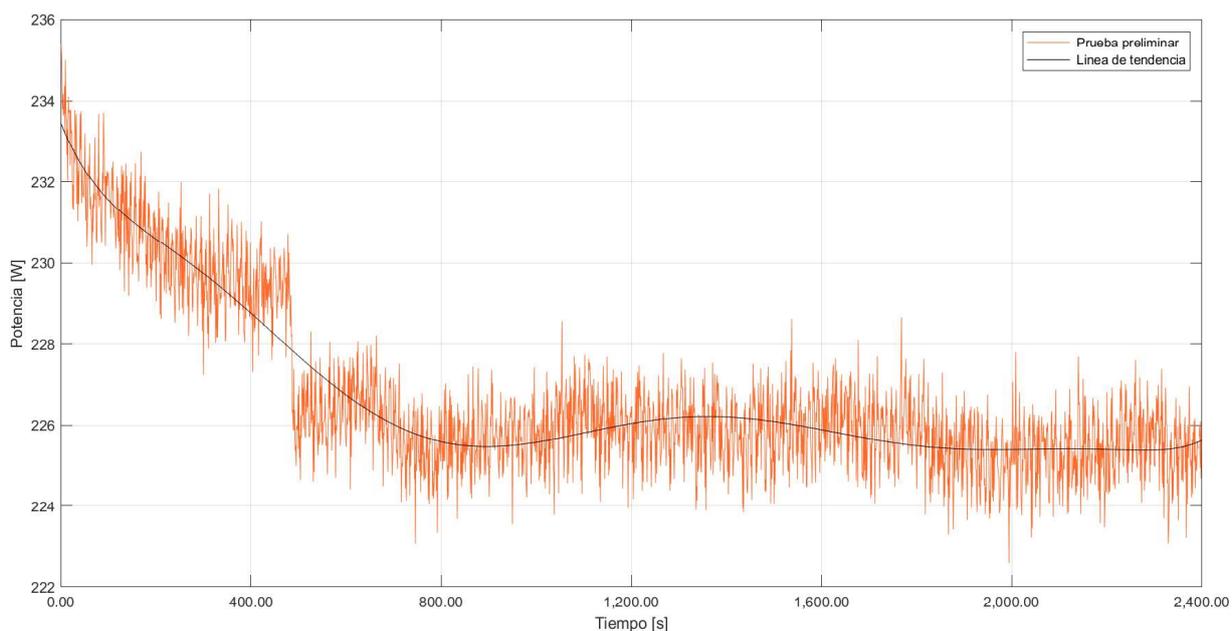
Entonces, de acuerdo con la tabla 4 y como se mencionó previamente, la potencia del molino es medida por el analizador de redes y la variable de velocidad es modificada con el variador de frecuencia.

### **2.3 Adquisición y procesamiento de la información del ensayo**

Como se aprecia en la tabla 4, existen parámetros que deben ser monitoreados durante las tres etapas del ensayo. Cada parámetro estará asociado a uno o más instrumentos de medición. En primer lugar, es importante mencionar que al ser un proceso en *batch*, las mediciones previas y posteriores solo se realizan una vez. Es decir, que medidas como pesos y distribución de tamaños de partículas se deben tomar una vez y esta toma de datos debe ser previa o posterior al experimento. En segundo lugar, la toma de datos durante el ensayo se realiza repetidas veces y de manera intermitente con distintas frecuencias dependiendo de la variable. Por ejemplo, en el caso de la potencia se ha decidido tomar las medidas con una frecuencia de 0,2 Hertz. Esto se debe a que la potencia entregada por el motor es un parámetro variante a lo largo de la molienda y esta puede tener picos que de no ser monitoreados podrían afectar los resultados del ensayo. Sin embargo, para la medición de la velocidad de giro si bastara con tomarla tres veces para verificar que esta se mantenga constante.

A consecuencia de lo mencionado previamente, sobre la manera de registrar los datos, se cuenta con criterios para poder graficar las tendencias de los parámetros monitoreados y no los valores obtenidos; por ejemplo, la potencia consumida por el molino durante el ensayo. Esto se debe a la gran cantidad de información que se obtiene de un solo ensayo y esta gran cantidad de información puede ocultar de cierta manera las verdaderas tendencias del comportamiento de la variable. Para ejemplificar esto, se realizaron pruebas preliminares del proceso de molienda. En la gráfica 4 se muestra el comportamiento de la potencia a lo largo del ensayo y la gran cantidad de

información obtenida. Es por eso que agregar una línea de tendencia de la gráfica ayuda a ver el comportamiento de la potencia a lo largo del tiempo e incluso nos facilita realizar gráficas comparativas de la variación de las variables seleccionadas para el estudio.



*Gráfica 4: Potencia consumida por el molino vs Tiempo de prueba preliminar*

Continuando, el procesamiento de los datos obtenidos será en el software Matlab y el diseño de experimentos será en el software Minitab. El primero tiene como función graficar los resultados para poder observar las variaciones de las tendencias de los parámetros de salida: Energía consumida a través de potencia, distribución de tamaños de partículas en la pulpa y la viscosidad de la pulpa. El segundo nos brindará la información requerida para el diseño de experimentos factorial, entre esta información se encuentra las variables y sus combinaciones que nos den la mayor influencia en los resultados. Adicionalmente, la tabla 9 muestra la matriz experimental.

Asimismo, para la obtención del punto de trabajo óptimo se utilizarán los resultados gráficos y las influencias de cada variable obtenidas en el DOE. Adicionalmente, del diseño de

experimentos podemos descartar las variables que no tienen influencia relevante en la variación de los resultados de tal manera que la determinación de la metodología experimental incluya exclusivamente las variables relevantes.

Finalmente, en la figura 5 se puede observar el molino de bolas utilizado para la realización de los ensayos del presente estudio. Es importante recalcar que este no incluye en su diseño ningún instrumento de medición de sus parámetros de funcionamiento y es por lo que es necesario indicar cómo va a ser medido cada uno de los parámetros tanto en el banco de ensayo como en las etapas previas y posteriores al ensayo.



*Figura 5: Molino de bolas del laboratorio de mineralurgia ubicado en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú*

### 2.3.1 Velocidad de giro del molino

El motor presente en el banco de ensayo nos entrega una potencia nominal de 0,5 HP a una velocidad de 1680 RPM. Este se encuentra acoplado a un sistema de poleas reductoras de dos etapas, para tener como resultado una velocidad en el molino de 84 RPM. Como se mencionó previamente, este estudio busca variar la velocidad de giro del molino de tal manera que esta sea constante durante el ensayo, pero se puedan realizar ensayos a distintas velocidades.

En primer lugar, el diseño del motor no considera la variación de su velocidad y por consiguiente no cuenta con un sistema que nos permita verificar en la velocidad que se encuentra funcionando. Es por eso que la velocidad tendrá que ser medida al inicio del ensayo de tal manera que comience en la velocidad deseada y se tendrá que verificar dos veces que la velocidad se mantenga constante. Por este motivo no se tiene que realizar una instrumentación fija del molino y basta tener un tacómetro manual que nos permita medir las RPM de manera eventual.

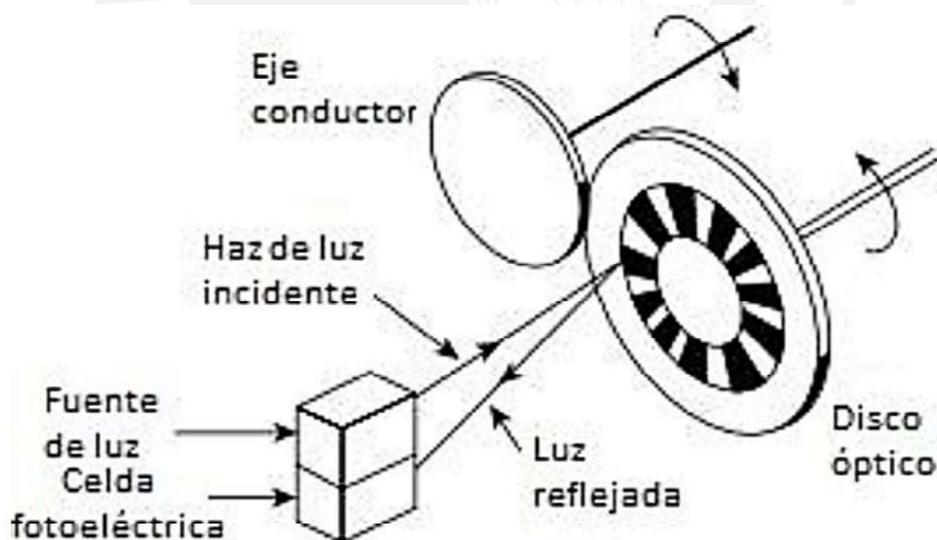


Figura 6: Esquema de Tacómetro Fotoeléctrico  
(Fuente: Liptak, 2003)

En segundo lugar, se analiza la correcta aplicación de los diferentes tipos de tacómetros en función de la construcción del equipo. Dentro de las variaciones de tacómetros se ha optado por medir la velocidad con un tacómetro fotoeléctrico de contacto. Este tacómetro tiene como principio de funcionamiento emitir una luz que se refleja en un disco óptico que gira solidario a un eje conductor; el cual a su vez debe tener un contacto concéntrico con el eje de giro del molino. El esquema de funcionamiento interno de un tacómetro fotoeléctrico se encuentra en la figura 6. De hecho, la geometría del molino nos permite utilizar un tacómetro de contacto debido a que el eje del molino se encuentra libre, como se aprecia en la figura 5. El tacómetro por utilizar es de la marca CEM modelo AT-8. De acuerdo con Liptak (2003), el uso de un tipo en específico de tacómetro se encuentra relacionado netamente a los requerimientos de salida de la señal medida. Como la medida tiene que ser precisa, pero no debe ser continua, se opta por el tacómetro mencionado previamente.

### **2.3.2 Proporción en masa del mineral de la pulpa**

La densidad de la pulpa es otra variable que se ha cuantificado en los ensayos. La relación que tiene el mineral con el agua está definida como una relación de masas. Es decir, por cada kilogramo de mineral debe haber una cierta cantidad de kilogramos de agua. Debido a esto, se ha colocado un kilogramo como cantidad fija del peso de mineral de cada ensayo. Luego, la cantidad de kilogramos que se le adicione a la pulpa está condicionada a la proporción requerida por el ensayo. Es por esto que, para cuantificar el kilogramo de mineral y la cantidad de masa de agua de la pulpa se usa una balanza calibrada y con una precisión de décimas de gramos. Adicionalmente, la balanza cuenta con la función para descontar el peso del recipiente o tara en el que será pesado

de tal manera que se tenga el peso neto del mineral sin la necesidad de realizar algún cálculo adicional.

La balanza utilizada es el modelo SB16001 de la marca Mettler Toledo, cumple con todas las características mencionadas previamente y está diseñada para su uso en laboratorio. Como el uso de esta es solo para toma de medidas de manera discontinua, no se necesita mayor manejo de la información proporcionada por la misma o algún procesamiento de información especial. En la figura 7 se muestra la balanza utilizada en el proceso de pesado de una muestra. Como se comentó tiene una precisión de 0,1 gramos y cuenta con la función tara para descontar el peso del recipiente del mineral.



*Figura 7: Balanza de precisión del laboratorio de mineralurgia ubicada en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú*

Para acotar otra característica que se debe cumplir en el proceso de cuantificación de la densidad de la pulpa es que se debe contar con muestras secas de mineral. Si bien la balanza medirá la masa del mineral que se le suministre, esta medición será errónea si el mineral se encuentra humedecido. Esto es consecuencia de que la medida estaría contabilizando el peso del agua presente en el mineral, obteniendo un peso de la suma del mineral y el del agua contenida en su porcentaje de humedad. En el caso de que no se utilice mineral seco, la proporción en masa de agua mineral en la pulpa también se verá afectada.

### **2.3.3 Tiempo de molienda**

Como se comentó en la descripción del banco de ensayos, este no cuenta con ningún instrumento que controle o cuantifique sus parámetros de funcionamiento. Entonces, para controlar el tiempo que se va a realizar la molienda se debe contar con un cronómetro manual que nos permite finalizar la molienda cuando corresponda. El control de esta variable a pesar de no tener mayor complejidad es verificable con otras tomas de datos de otro parámetro. Adicionalmente, el tiempo de molienda no se debe tratar como una toma de datos, si no como una verificación de funcionamiento como la velocidad de giro del molino.

### **2.3.4 Potencia consumida por el motor**

La potencia que consume el motor durante la molienda es el parámetro más complejo de monitorear. Esto es consecuencia de que este parámetro tiene un comportamiento variante a lo largo del ensayo y llega a un punto en que este consumo se estabiliza. Sin embargo, la potencia que consume el equipo es la manera de encontrar un parámetro directamente proporcional que es la energía consumida por el equipo. La energía consumida es la manera correcta de verificar una posible mejora de la eficiencia. El equipo utilizado para monitorear la potencia y la energía

consumida por el molino es un analizador de redes modelo MI 2892 Power Master de la marca Metrel. Este tiene la capacidad de conectarse en conexiones trifásicas y su rango de uso depende de los accesorios que se encuentren instalados. Por ejemplo, se verificaron que de acuerdo con las características del motor el uso de pinzas de 5 Amperios es suficiente para la medición del ensayo. Asimismo, en la tabla 5 se muestra a más detalle el rango de aplicación de este equipo y se verifica que este cumple con las características de nuestro equipo.

*Tabla 5: Rango de aplicación del analizador de redes y motor del molino.*

*(Fuente: Metrel, 2016)*

	Analizador de redes	Motor de molino
Rango de la Tensión nominal (L – N)	Fase (L-N): 50:1000 VRMS Línea (L-L): 50:1730 VRMS	Fase 230 VRMS Línea: 400 VRMS
Rango de frecuencia de red	42,5 ÷ 69,0 Hz ±10 mHz	60 Hz
Corriente	Por pinza: hasta 5A	Según medida: 1,5 A
Periodo de lectura de datos	1s ... 2h	Ensayos de hasta 40 minutos

La frecuencia de muestreo de la variable potencia es de 0,2 Hertz. Esto nos permitirá tener un análisis certero del comportamiento de la misma. Sin embargo, el manejo de esta gran cantidad de datos conlleva una complicada escritura, almacenamiento y procesamiento de los mismos. Con respecto al tercer aspecto, previamente ya se ha dado mayor detalle del procesamiento que se va a realizar con la data obtenida. El primero y el segundo, están condicionados a la capacidad del equipo de monitoreo. De acuerdo con Metrel (2016), el analizador de redes puede registrar hasta 49 mil muestras por segundo y la capacidad de almacenar datos de ensayos de hasta doce horas si

la frecuencia de lectura de datos se encuentra en 1 Hz y se cuenta con una tarjeta de 2Gb de capacidad.

A continuación, luego de haber verificado que el equipo seleccionado cumple con las especificaciones requeridas para el monitoreo del equipo, se debe especificar las conexiones con las que debe contar el equipo. El equipo cuenta con 8 conectores de los cuales utilizaremos 7. En la figura 8 y 9 se puede observar las conexiones de los accesorios del analizador de redes en el molino de bolas. El detalle de las conexiones se explicará a continuación en el orden que aparecen en la figura 9 (comenzando desde la fila superior y de izquierda a derecha):

- Cables de color negro de la primera son los encargados de realizar las lecturas de corriente de cada una de las líneas (L3, L2 y L1), por esto se tiene 3 cables y las terminaciones son en forma de pinzas ya que van alrededor de cada una de las líneas.;
- cable verde es el encargado de conectarse a tierra, en la figura 9 no se aprecia la conexión a tierra porque esta se ha realizado directamente al conector del suministro eléctrico del molino;
- cables de color blanco, negro y marrón corresponden a las conexiones de tensión del equipo. Cada una corresponde a la tensión de L3, L2 y L1 en el orden de colores mencionados;
- cable celeste corresponde a la conexión de la tensión de la línea neutra, esta se ubica en el motor y por eso no se aprecia en la figura 8.

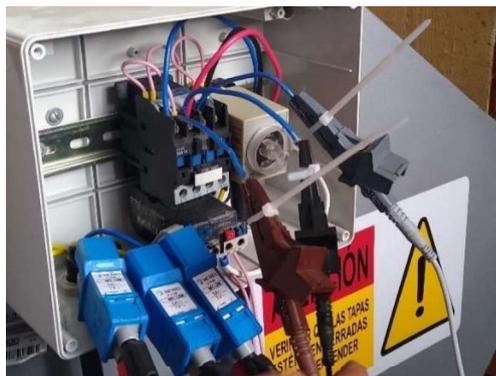


Figura 8: Conexiones de los accesorios del analizador de redes en el molino.



Figura 9: Conexiones de los accesorios requeridos del analizador de redes.

Finalmente, la configuración del equipo para el registro de los datos es la siguiente. Como se aprecia en la figura 10, se debe especificar parámetros como la tensión entre las líneas de conexión, el tipo de conexión presente, el tipo de conexión presente en el motor, la línea de la cual se deba tomar referencia como la fase del ensayo y la frecuencia del sistema. En este caso los valores de las pinzas son detectadas automáticamente por el equipo y la conexión 4W es del tipo trifásico de 4 hilos. Es decir, nos indica que es una conexión del tipo estrella con una línea neutra (Metrel, 2016).

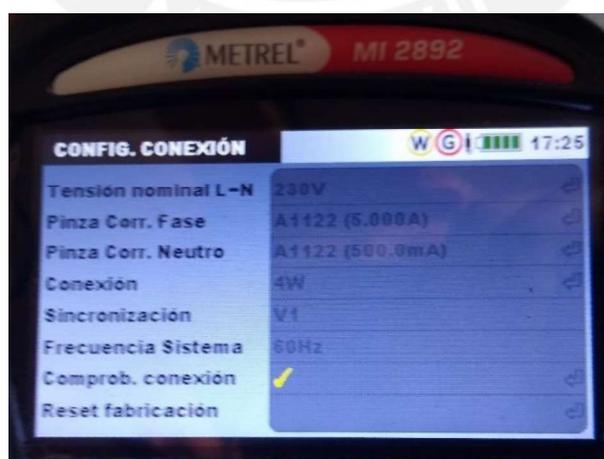


Figura 10: Display del analizador de redes configurado para el ensayo

### 2.3.5 Distribución de tamaños de partículas

Para estimar el porcentaje de partículas según su tamaño se debe realizar el análisis granulométrico de la muestra. El procedimiento de este análisis consiste en tamizar una muestra homogénea de mineral a través de mallas normalizadas de distintos tamaños. Esto permitirá obtener los porcentajes de la muestra de un tamaño superior a cada una de las mallas. Esto, a su vez, permite obtener la distribución de los tamaños de partícula. De acuerdo con la norma ASTM C136-19, se usa la distribución de mallas presentes en la tabla 6 para realizar el análisis granulométrico.

*Tabla 6: Distribución de tamaños utilizados para el análisis granulométrico (ASTM, 2019).*

Malla	16	18	25	35	45	60	70	80	120	170	200
Abertura (µm)	1180	1000	710	500	355	250	212	180	125	90	75

El proceso del tamizado puede ser tanto manual como automatizado. En la figura 11 se observa la máquina Ro-Tap del Laboratorio de Ingeniería de Minas; esta máquina permite realizar tamizado requerido en el análisis granulométrico de manera automática. Luego los porcentajes retenidos en cada maya tendrán que ser pesados para que la información sea almacenada. Como la muestra tiene que ser pesada, esta también tiene que cumplir con el requerimiento de que no presente humedad que pueda afectar en los pesos de la muestra.



*Figura 11: Máquina tamizadora Ro Tap del laboratorio de mineralurgia ubicada en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú*

## **2.4 Selección de puntos de ensayo**

La selección de los puntos de ensayo se realizó bajo consideraciones teóricas y experimentales. Es decir, se obtuvieron puntos de ensayo basado en las recomendaciones de operación proporcionadas por la bibliografía y también de las pruebas preliminares realizadas. A continuación, se explicará el proceso de selección realizado para cada parámetro del ensayo. De acuerdo con el diseño de experimentos, se usaron 3 niveles por cada uno de los siguientes factores: velocidad de giro del molino y densidad de la pulpa en función de la proporción de sólidos de la pulpa. De esta manera, se realizaron 18 ensayos y el detalle de cada uno de ellos se explican a continuación.

### **2.4.1 Selección de velocidades**

De acuerdo con la información proporcionada por la bibliografía, la velocidad de giro del molino de bolas debe estar alrededor del 75% de la velocidad crítica del molino. Como se calculó previamente la velocidad crítica del molino del banco de ensayos es 108,3 RPM. Si se considera

el 75% de la velocidad crítica como velocidad de funcionamiento del molino esta velocidad es 81 RPM. Asimismo, el molino por su mismo diseño tiene una velocidad máxima de 84 RPM y el movimiento del molino inicia a una velocidad de 56 RPM ya que la tensión aplicada es la necesaria para vencer la inercia. De acuerdo con esto, se varían las velocidades con un incremento de 14 RPM de la velocidad de inicio de movimiento del molino y de manera sucesiva hasta llegar a 84 RPM. De manera análoga, se calculó las velocidades de giro del motor considerando la relación de transmisión del sistema de poleas. En la tabla 8 se observa las velocidades de giro del molino y las velocidades de giro del motor.

*Tabla 7: Velocidades de giro del molino de bolas de los ensayos*

Velocidad de giro del molino en RPM		
56	70	84
Velocidad de giro del motor en RPM		
1120	1400	1680

#### 2.4.2 Selección de densidades

De acuerdo con la bibliografía, la proporción de minerales en la pulpa dependen solamente de las características del mineral. Además, se sabe que tanto para densidades altas o bajas se ven comportamientos en la pulpa que afectan a la eficiencia del proceso de molienda. Adicionalmente, la densidad recomendada para la molienda de calcopirita es entre 65% y 80% (Weiss, 1985) y para finalidades de este proyecto se analizaron puntos de operación en un rango de más o menos 10% de minerales en la pulpa, teniendo como referencia central 66,6%. Por ese motivo, las proporciones de mineral en la pulpa se mencionan en la tabla 8.

*Tabla 8: Porcentaje de mineral en la pulpa para los ensayos.*

Porcentajes de mineral en la pulpa		
56,6%	66,6%	76,6%

## **2.5 Variación de los parámetros**

En el alcance de este estudio se especificaron los parámetros que se han variado. Entre ellos tenemos la velocidad de giro del molino y la viscosidad de la pulpa. Hay que resaltar que estos dos parámetros en específico son los que requieren elementos adicionales para ser variados de la manera que busca el estudio, con respecto al banco de ensayos y los equipos mencionados previamente. Es por eso que se va a explicar los principios de funcionamiento de estos elementos y cómo actúan sobre el molino o la pulpa mineral.

En primer lugar, un molino de bolas busca operar a una velocidad constante y para esta se encuentra diseñado. Es por ese motivo que el punto óptimo de operación debe ser obtenido previo a que se le asigne una velocidad al molino. Este estudio no tiene como finalidad que los molinos de una planta concentradora minera tengan la posibilidad de cambiar su velocidad de giro, sino que esta metodología sea aplicada de manera previa y sirva para configurar el uso de los equipos de la manera adecuada y estos sean adaptados para esas condiciones en caso sea necesario.

En segundo lugar, en el estado del arte se muestra el aumento de la eficiencia en el consumo energético que genera el disminuir los efectos de la viscosidad cuando se tenga altas densidades de pulpa.

### **2.5.1 Variador de frecuencia**

El molino cuenta con un motor de corriente alterna de potencia nominal de 0,5 HP de potencia y velocidad nominal de 1680 RPM. Este reduce y transmite el giro a través de un sistema de fajas y poleas. Sin embargo, la reducción mecánica mediante poleas limita a que el molino tenga una

sola velocidad de giro. Es por eso que se busca cambiar la velocidad de giro del motor eléctrico que acciona al molino a través de un equipo electrónico.

Para empezar, las opciones para el cambio de la velocidad de un motor de corriente alterna se limitan a un cambio de velocidad mecánico o a través de un variador de frecuencia. Este tiene que considerar el rango de variación que se requiere y la potencia del mismo. En nuestro caso si se opta por variar la velocidad del motor y este se conecta directamente al molino, existirán dos problemas. El primero, que se debe verificar que el variador de frecuencia nos pueda asegurar un trabajo continuo a velocidad muy baja puesto que se debería disminuir la velocidad de 1680 RPM hasta 84 RPM de manera directa. El segundo, que el motor trabajaría sobre exigido puesto que el sistema de transmisión de las poleas no solo disminuye la velocidad, sino también se encarga de elevar el torque que se transmite del motor. Entonces, por esos motivos se mantiene la reducción de velocidad a través del sistema de poleas. Otro aspecto importante que se aprecia durante la operación del molino conectado al variador de frecuencia es que no se comienza el movimiento del molino ni bien se le aplica la tensión. Esto es consecuencia de la inercia que debe ser vencida para comenzar el movimiento. Esto significa que no se puede asegurar que el molino gire a bajas revoluciones puesto que el variador le suministrará una tensión en cierta frecuencia y esta es insuficiente para vencer la inercia del molino.

El variador de frecuencia seleccionado es el modelo ME-10,5 de la marca PDL electronics. Este variador en específico tiene capacidad de variar la velocidad de motores de corriente alterna de 4 polos con capacidad de hasta 3 HP de potencia en conexiones de 230 V. Asimismo, este equipo cuenta con dos métodos de control. En primer lugar, se puede controlar el torque otorgado por el motor. Sin embargo, para este estudio no se busca controlar el torque entregado si no la

velocidad a la que gira el molino. En segundo lugar, se encuentra el control de la velocidad de giro del motor y en consecuencia la del molino.

Se cuenta con dos opciones para llevar a cabo la variación y control de la velocidad de giro: vectorial mediante un PID de lazo cerrado y un control PID de lazo abierto. A pesar de que ambos se basan en el control PID, el tipo de lazo marca una diferencia en la exactitud del control. Por una parte, Ogata (2010) define un controlador de lazo cerrado como aquel que tiene una retroalimentación del equipo hacia el controlador, permitiendo que el control sea más exacto incluso a bajas revoluciones (ver figura 12). En nuestro caso, la retroalimentación del equipo sería un *encoder* acoplado al molino de bolas si es que se optara por usar un control vectorial de lazo cerrado. Por otra parte, el control de velocidad de lazo abierto no cuenta con una retroalimentación del equipo. Finalmente, como el ensayo no requiere velocidades muy bajas y además a lo largo de este no existen cargas cambiantes en el equipo, se optó por variar la velocidad mediante el control PID de lazo abierto (PDL Electronics, 1999).

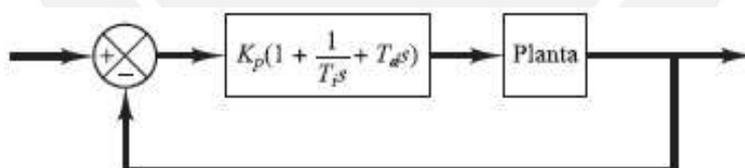


Figura 12: Control PID de lazo cerrado de una planta.  
(Fuente: Ogata, 2010)

### Capítulo 3. Metodología experimental

El procedimiento seguido se divide en cuatro fases fundamentales: muestreo y preparación del mineral; recopilación de información previa; ensayo; y recopilación de resultados. Estas etapas se repitieron para cada ensayo realizado. Es importante mencionar que solo la primera de las cuatro fases no cuenta con ninguna variable a medir. A continuación, se va a mencionar a mayor detalle en qué consiste cada etapa y las consideraciones que se deben tener al momento de registrar las variables a medir.

- Muestreo y preparación de muestras

La preparación del mineral viene dada por todas las acciones a realizar que requiere el mismo para que cumpla con los requisitos exigidos para que puedan ser utilizados los equipos. Es decir, para que la muestra cumpla con las exigencias de representatividad y tamaño máximo requerido esta debe pasar por una reducción mecánica y un cuarteado previo.

En primer lugar, el muestreo del mineral comienza desde la recolección del mineral de los sacos en donde se encuentra almacenado. La recolección del mineral debe realizarse de manera intercalada en puntos marcados en el saco hasta recolectar cien kilogramos de mineral, esto permitió que la muestra sea lo más homogénea posible. Cabe recalcar que luego se realizaron cuarteados adicionales, pero sin la adecuada toma de las muestras no se llegaría a una muestra representativa del mineral.

Luego, se realizó la reducción de tamaño en una chancadora de rodillos hasta que el mineral tenga un tamaño máximo de 2 mm. La verificación de este tamaño se realizó al pasar el mineral a

través de una zaranda que cuenta con una malla número 10. En la figura 13 y 14 se aprecian la chancadora de rodillos y la zaranda respectivamente.



*Figura 14: Chancadora de rodillos ubicada en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú*



*Figura 13: Zaranda con malla N°10 ubicada en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú*

Finalmente, teniendo la muestra con el tamaño adecuado se procedió con el cuarteado de la muestra en un cuarteador de revólver. Este último procedimiento fue repetido las veces necesarias hasta tener muestras de un kilogramo. El almacenamiento de la muestra cuarteada y pesada fue en bolsas selladas herméticamente para que la muestra no absorba mayor humedad. En la figura 15 se muestra el cuarteador de revólver utilizado.



*Figura 15: Cuarteador de revólver ubicado en la sección de Ingeniería de Minas de la Pontificia Universidad Católica del Perú*

- Recopilación de información previa

De acuerdo con lo mencionado en la etapa previa, se tiene conocimiento que el mineral tiene un tamaño máximo de partículas de 2mm, sin embargo, el análisis granulométrico previo al ensayo nos permitió obtener la distribución de tamaños de partículas.

Por un lado, se usó la distribución de mallas mencionadas en la tabla 6 para realizar el análisis granulométrico. El procedimiento que se siguió consistía en tamizar la muestra de un kilo a lo largo de las mallas a fin de que los porcentajes de mineral se queden retenidos nos muestran la distribución de tamaños. Esto quiere decir que cada malla retuvo las partículas cuyo tamaño excedía el tamaño de los orificios de la malla y con los porcentajes retenidos se obtuvo la distribución de tamaños. Por otro lado, se tuvo que pesar la cantidad de agua requerida por la proporción másica del agua y mineral del ensayo.

- Ensayo

Con la finalidad de comenzar el ensayo se introdujo el mineral y el agua al interior del molino. Es en este momento que se configuró el variador de frecuencia para girar el molino a la velocidad requerida por el ensayo y el analizador de redes para comenzar a tomar datos de los valores de la potencia durante el ensayo. Una vez comenzado el ensayo se contabilizó el tiempo de molienda y se verificó con el tacómetro la velocidad de giro del molino.

Una vez concluido el tiempo de molienda se apagó el molino y se extrajo la pulpa de su interior. La extracción de la pulpa se realizó con ayuda de agua para que ningún resto de mineral permanezca en el interior del molino de tal manera que no afecte al siguiente ensayo ni al resultado del ensayo actual.

- Recopilación de resultados

Una vez extraída la pulpa, se debe proceder a realizar un tamizado en húmedo a través de la malla más fina, en nuestro caso la malla N°200 que tiene una separación de 75 micras. Esto nos aseguró que las partículas de mayor tamaño se mantuvieran dentro de la malla, siendo estas las que son necesarias para obtener la distribución de tamaños de las partículas. Previo al análisis granulométrico se debe realizar el secado de la pulpa puesto que este análisis se realiza en base seca.

### **3.1 Matriz experimental de ensayos**

El desarrollo de la metodología experimental se considera un procedimiento que debe variar solo en los niveles de las distintas variables de entrada del ensayo. Estas variables son: velocidad de giro del molino y proporción de minerales en la pulpa. Sin embargo, la matriz experimental está basada en el diseño de experimentos factorial y los requerimientos del mismo.

En primer lugar, cuando se tienen definidos los factores a experimentar, se deben definir los niveles de estos factores de acuerdo con la base teórica. Asimismo, la cantidad de factores y sus niveles definirán la cantidad de ensayos a realizar. Como se quería analizar la influencia de cada factor y la interacción entre ellos, fue necesario realizar todas las combinaciones de los distintos niveles. Es decir, como se contó con 2 factores y cada factor contó con 3 niveles; esto nos dio un total de 18 ensayos. En la tabla 11 se muestra la matriz de experimentación obtenida en el programa Minitab basado en lo planteado en el diseño de experimentos factorial.

Tabla 9: Matriz experimental de ensayos del DOE

Orden de Corrida	Orden de réplica	Velocidad de giro	Sólidos en la pulpa	Orden de Corrida	Orden de réplica	Velocidad de giro	Sólidos en la pulpa
1	2	84	66,66	10	1	70	76,66
2	1	84	66,66	11	2	56	76,66
3	1	56	66,66	12	2	70	76,66
4	2	70	56,66	13	1	56	76,66
5	1	70	56,66	14	1	70	66,66
6	2	84	76,66	15	2	70	66,66
7	1	84	56,66	16	2	84	56,66
8	2	56	56,66	17	1	56	56,66
9	1	84	76,66	18	2	56	66,66

De acuerdo con la matriz de experimentación, las variables velocidad y porcentaje de sólidos en la pulpa tendrán que ser preparados de acuerdo con el número de corrida de la matriz. En el caso de los ensayos con una proporción de sólidos de la pulpa del 56,6% significa que tuvo que ser adicionado 764,7 gramos de agua al kilogramo de mineral de la muestra. Por su parte, en el caso de tener una concentración de 66,6% se adicionó medio kilogramo de agua. Adicionalmente, en el caso de tener una concentración de 76,6% se adicionó 304,3 gramos de agua. Asimismo, el tiempo fue controlado con un cronómetro cuando se comenzó el ensayo y se detuvo el molino cuando se cumplieron los 40 minutos.

Finalmente, el orden de los ensayos en la matriz mencionada es el mencionado en la tabla 9. Es decir, la aleatoriedad de los ensayos asegura que los resultados sean más confiables.

### 3.2 Resultados a analizar según el DOE

El diseño de experimentos admite factores con niveles cuantitativos o cualitativos. Sin embargo, los resultados de los ensayos tienen que ser necesariamente valores cuantitativos para que se pueda analizar estadísticamente la influencia de cada uno de los factores. En consecuencia, los resultados de las variables que ingresan al diseño de experimentos tienen que contar con valores cuantitativos. Es por este motivo que algunos resultados se analizaron de manera gráfica y no con el diseño de experimentos factorial.

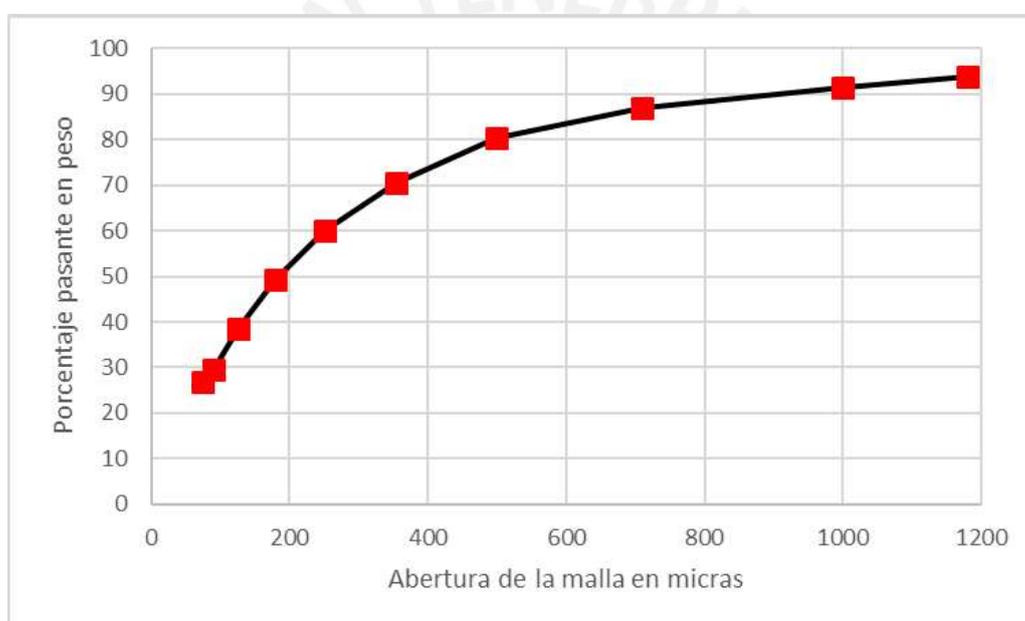
En primer lugar, se pone limitantes a aquellas variables que tengan como resultados comportamientos a lo largo del tiempo o distribuciones. Siendo una posibilidad encontrar parámetros equivalentes o directamente proporcionales que puedan representar cómo afectan las variables de entrada en su comportamiento. En nuestro caso, las variables que tienen que ser revisadas son: distribución de tamaño de partículas y potencia del ensayo. Para estas dos variables es posible encontrar variables dependientes que puedan ser introducidas en el análisis del diseño de experimentos factorial.

En segundo lugar, para el adecuado procesamiento de los resultados es necesario incorporar una repetición de una corrida de los ensayos. Esto debido a que esta corrida nos permitió ver la influencia de la interacción de todos los factores en conjunto. En caso de que no se realice la repetición de cualquiera de las corridas mencionadas en la matriz de experimentación, no se podrá analizar la totalidad de influencias posibles de las variables.

Por último, más adelante se mencionan las variables cuyos resultados han sido considerados de manera indirecta en el diseño de experimentos ya que se consideraron parámetros directamente proporcionales.

### 3.2.1 Distribución de tamaño de partículas

En las variables a monitorear se ha considerado la distribución de tamaños de las partículas antes y luego del ensayo de molienda. Hay que señalar que la distribución de tamaños de partículas es importante puesto que la finalidad del proceso de molienda es disminuir el tamaño del mineral, entonces siempre se busca llegar a tener altas concentraciones de tamaños pequeños sin la necesidad de invertir mayor potencia. En la gráfica 5 se muestra una distribución del tamaño de partículas de una muestra de mineral.



Gráfica 5: Distribución de tamaño de partículas de un análisis granulométrico

Sin embargo, el diseño de experimentos no puede incluir distribuciones en sus valores de resultados puesto que este tipo de análisis es un conjunto de valores y no uno solo. Entonces, se analizó las variables directamente proporcionales a esta distribución, cuyos resultados pueden ser incluidos en el diseño de experimentos.

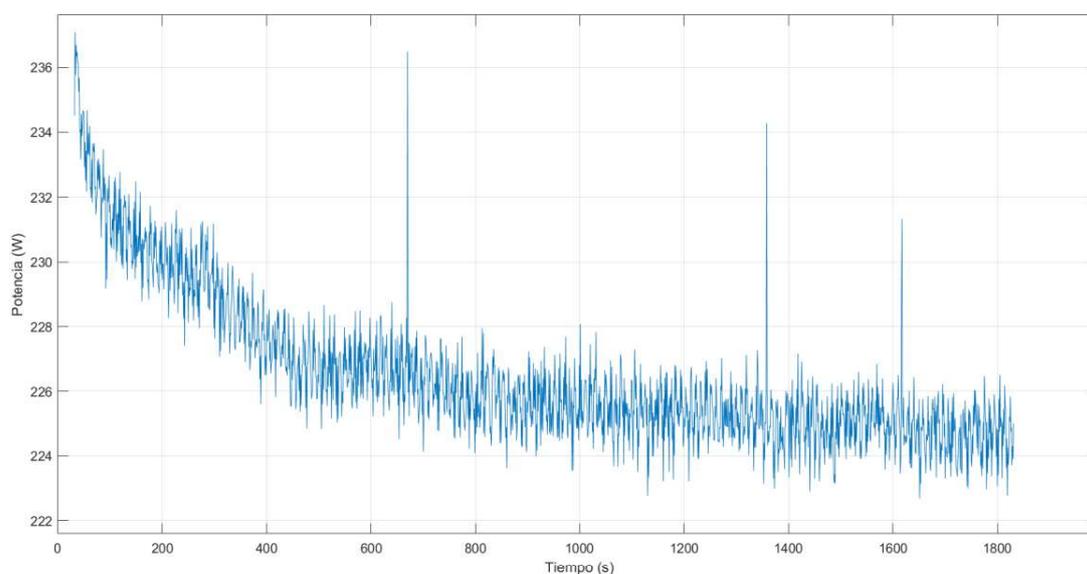
Por un lado, es común utilizar como un valor representativo el tamaño de malla del 80% pasante de la muestra. En otras palabras, es necesario determinar qué tamaño tiene por lo menos el 80% del mineral. La obtención del tamaño exacto es gracias a la función Gaudin Schumann, esta obtiene el resultado del tamaño de malla luego llevar los resultados obtenidos a la escala logarítmica. Sin embargo, el utilizar esta variable para el diseño de experimentos acarrea que se incluya un error en la aproximación de la gráfica de Gaudin Schumann a la distribución real. Cabe resaltar que otro aspecto en contra del uso de esta variable es que, en el caso de que el 80% de pasante tenga un tamaño de partícula menor al que el de la malla 200, el error aumentaría de manera considerable puesto que la función Gaudin Schumann extrapolaría el resultado debido a que no se conoce la distribución de tamaños menores a la malla 200,

Por otro lado, el porcentaje de la muestra que pasa a través de la malla de menor tamaño. Este parámetro siempre nos entrega un resultado real, no está sujeto a ninguna aproximación y este valor se consigue de manera directa del análisis granulométrico. Por ejemplo, en nuestro caso es el porcentaje de la muestra que pase a través de la malla N°200. Sin embargo, un aspecto en contra del uso de esta variable es que en el análisis granulométrico previo a la molienda el valor del porcentaje de pasantes de la malla de menor tamaño es muy bajo.

En síntesis, con la finalidad de no incrementar el error del análisis de resultados y no involucrar cálculos adicionales se optó por usar el porcentaje pasante de la malla de menor tamaño en el diseño de experimentos. Para llevar a cabo el análisis de la influencia de los factores y sus combinaciones en esta variable de salida, se introduce el resultado como una columna adicional en el programa Minitab.

### 3.2.2 Energía consumida en el ensayo

Ante todo, la potencia del ensayo tiene un comportamiento variante en el tiempo. Es por esto que en la gráfica de esta variable a lo largo del tiempo tiene distintos comportamientos por periodos. En la gráfica 6 se puede apreciar el comportamiento de esta variable en un ensayo preliminar.



*Gráfica 6: Comportamiento de la potencia del ensayo a lo largo del tiempo.*

Comenzando, existe un mayor consumo al iniciarse el ensayo puesto que el arranque del motor eléctrico exige una alta corriente para vencer la inercia del motor y del equipo. Luego, la potencia irá disminuyendo hasta que se estabilice y llegue a una potencia constante. En consecuencia, utilizar un solo valor de la potencia no llega a ser representativo del ensayo. Por ejemplo, es erróneo tomar un valor promedio de la potencia puesto que dependerá directamente del tiempo de molienda en qué etapa del comportamiento nos encontramos. En otras palabras, para tiempos prolongados el promedio abarcaría todos los comportamientos incluyendo la estabilización final, pero en caso el tiempo del ensayo sea corto la potencia promedio considerada es del pico inicial y del consumo elevado inicial.

Como se ha mostrado, introducir el valor promedio de la potencia del ensayo es erróneo. Es por esto que se debe usar una variable directamente proporcional a la potencia pero que represente el comportamiento de la potencia en su totalidad. El uso de la energía consumida en el ensayo es una opción. Esto es consecuencia de que la energía consumida nos entrega el área bajo la curva de la potencia a lo largo del tiempo. Entonces, esta variable recopila de cierta manera el comportamiento de la potencia a lo largo de todo el ensayo de molienda. Además, no será necesario realizar un cálculo adicional para la obtención de esta variable puesto que el analizador de redes utilizado para la adquisición de datos de la potencia a lo largo del ensayo también entrega las mediciones de la energía consumida en el ensayo. En efecto, el consumo total del ensayo se obtuvo al sumar todas las mediciones.

Finalmente, de la misma manera que la variable anterior, se introduce el resultado como una columna adicional en el programa Minitab para llevar a cabo el análisis de la influencia de los factores en esta variable de salida.

### **3.3 Procesamiento de datos en software Minitab**

El procesamiento de los datos vinculados al diseño de experimentos factorial fue realizado en el software Minitab. Como se mencionó, este programa debe incluir la matriz experimental y luego una columna de resultados por cada variable de salida monitoreada. Por ejemplo, en nuestro caso una fracción de la tabla final que se debe introducir en el programa es la mostrada en la tabla 10.

Tabla 10: Matriz experimental y de resultados

Orden de Corrida	Orden de réplica	Velocidad de giro	Sólidos en la pulpa	Porcentaje - 200	Energía consumida
1	2	84	66,66	-	-
2	1	84	66,66	-	-
3	1	56	66,66	-	-
4	2	70	56,66		
5	1	70	56,66	-	-

Adicionalmente, la inclusión de estas columnas nos permitió utilizar las opciones de análisis del programa y optimizar los factores en función de los resultados. Por un lado, el análisis de resultados del diseño de experimentos factorial en el software nos permite obtener los resultados del análisis de varianza de manera directa. Esto es importante puesto que este análisis nos permite calcular los efectos de cada factor en los resultados y la influencia de cada factor. Es decir, permite cuantificar que tan influyente es un factor en cada uno de los resultados, basado en los cálculos del análisis de la varianza. Adicionalmente, este análisis permite descartar variables que no tengan mayor influencia en el ensayo e incluso permite ver si algún factor no es influyente por sí solo, pero la interacción con otro factor si tiene una influencia considerable para cada una de las respuestas. Otro aspecto importante por mencionar es que para que un parámetro sea influyente o no, este debe superar el valor de F crítico.

Por otro lado, la función de optimización del software Minitab nos permite obtener el punto óptimo de funcionamiento para nuestros ensayos. Esto se basa en el análisis del diseño de experimentos realizado previamente y tiene entre sus opciones la de disminuir, incrementar o llevar a un valor en específico cada una de las respuestas. De hecho, esta función nos permite optimizar los resultados con los valores esperados, minimizar el consumo energético y aumentar

el porcentaje de pasante de la malla de menor tamaño. En consecuencia, el uso de esta función nos permitió obtener el punto óptimo de funcionamiento de nuestro equipo basado en la variación de los factores.

### **3.4 Análisis gráfico de variables**

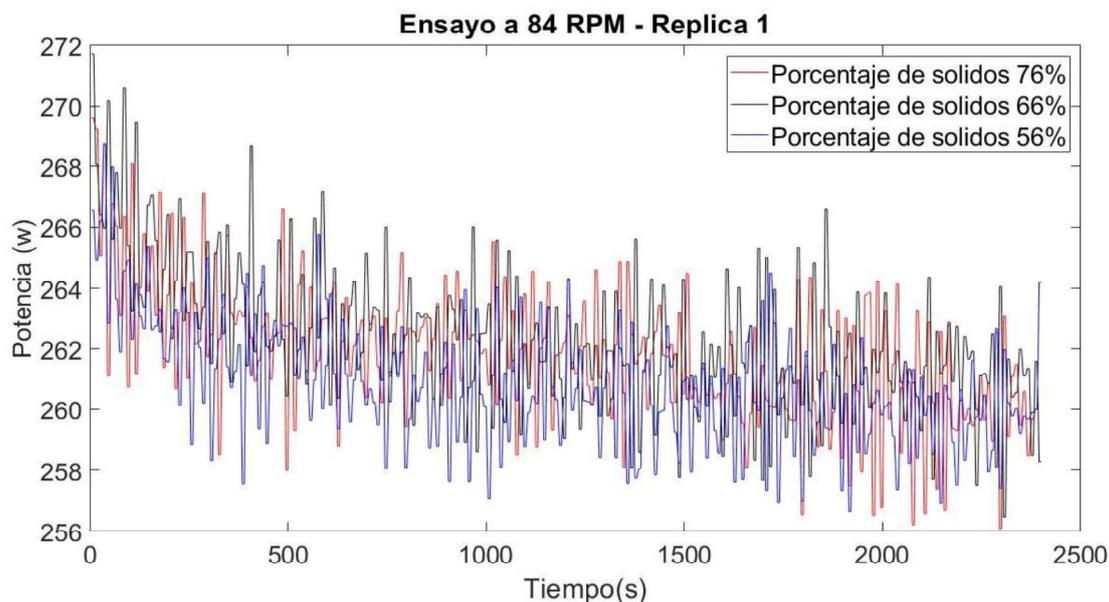
El análisis de todas las variables mencionadas tiene varias posibilidades. Como se ha mencionado, el diseño de experimentos factorial no puede incluir resultados que cuenten con varios valores, sea porque son distribuciones o porque son variantes a lo largo del ensayo. Entonces, las variables que engloban una cantidad de mediciones fueron analizadas de manera gráfica. Este análisis consistió en la comparación de los comportamientos a lo largo de todos los ensayos. Asimismo, el programa utilizado para el procesamiento de estos datos fue la herramienta Matlab.

#### **3.4.1 Potencia en el ensayo**

Previamente se mostró la manera en que son recibidos los datos de la potencia de un ensayo por parte del analizador de redes. Sin embargo, un aspecto importante a considerar en el análisis es el comportamiento de la potencia a lo largo del tiempo. Por ejemplo, comparar tendencias del comportamiento, picos del ensayo y comparar el rango de valores en los que fluctúa esta variable.

Por un lado, la matriz de experimentación definió los ensayos en función de cada factor y sus respectivos niveles. Es por eso que de acuerdo con el orden de factores se debería agrupar las gráficas de potencia vs tiempo para el adecuado análisis. Por ejemplo, el factor más relevante en el gráfico de potencia es la velocidad de giro del molino. Es por eso que este fue el factor por el que se agruparon los ensayos.

En la gráfica 7 se observa el conjunto de las medidas de los ensayos con criterio de agrupación la velocidad de giro y mostrando los tres niveles que abarca el factor de porcentaje de sólidos en la pulpa.



Gráfica 7: Potencia vs tiempo para velocidad de giro 84 RPM

Por otro lado, si bien la gráfica 7 ha mostrado los ensayos para los porcentajes de sólidos, también pueden existir subgrupos que permitan comparar la influencia de los factores seleccionados en la potencia. Finalmente, como la medida de la potencia tiene pequeñas fluctuaciones en sus gráficos, el agrupamiento de una cantidad elevada de ensayos dificulta el análisis de los datos. Es por eso que por más factores existan, siempre la agrupación debe ser como máximo un número de igual magnitud que la cantidad de niveles de los factores. Es decir, si se contó con 2 factores y cada uno de estos contaba con 3 niveles, la agrupación adecuada es de hasta 3 ensayos.

### 3.4.2 Análisis granulométrico

El análisis granulométrico de un ensayo nos permite ver la distribución de los tamaños de las partículas. De acuerdo con la premisa que la muestra se encuentra correctamente cuarteada, la distribución inicial de tamaños de cada ensayo debe ser aproximadamente la misma. Sin embargo, cada factor afectará en esta distribución y en los gráficos que se generen de la misma. Entonces, fue importante el análisis gráfico de estos resultados

En primer lugar, la inclusión de más ensayos en una sola gráfica nos permite ver la variación de esta distribución en función del factor de agrupamiento. Por ejemplo, en el caso de usar la proporción de sólidos en la pulpa como factor de agrupamiento y si la gráfica es de tamaño de partículas pasantes a lo largo del tiempo, se obtendría una variante de una curva de moliendabilidad. Es decir, se obtienen curvas de moliendabilidad para cada valor de porcentaje de sólidos en la pulpa.

En segundo lugar, el análisis gráfico es la única herramienta que nos permite tener una apreciación rápida de que tanto se presentan las concentraciones de los tamaños de partículas. Es decir, este nos permite la visualización de las concentraciones de los tamaños de partículas, siendo los tamaños más pequeños, los más deseados para tiempos de molienda cortos y para concentraciones de partículas altas.

Finalmente, es importante mencionar que esta gráfica puede apoyar para la selección de un punto óptimo de operación, pero la selección del porcentaje pasante de la malla 200 como el resultado que ingrese al diseño de experimentos, ocasiona que este valor sea el que determine el punto esperado.

## Capítulo 4. Resultados y análisis

### 4.1 Análisis gráfico de resultados

De acuerdo con lo mencionado, se analizaron variables a través de las gráficas de sus resultados. Siendo esta, la única manera que puedan ser analizadas de manera directa. Entonces, las gráficas y análisis que se muestran a continuación están ordenadas de acuerdo con las variables y los criterios de agrupación pertinentes.

- **Resultados y análisis de potencia eléctrica consumida en el ensayo**

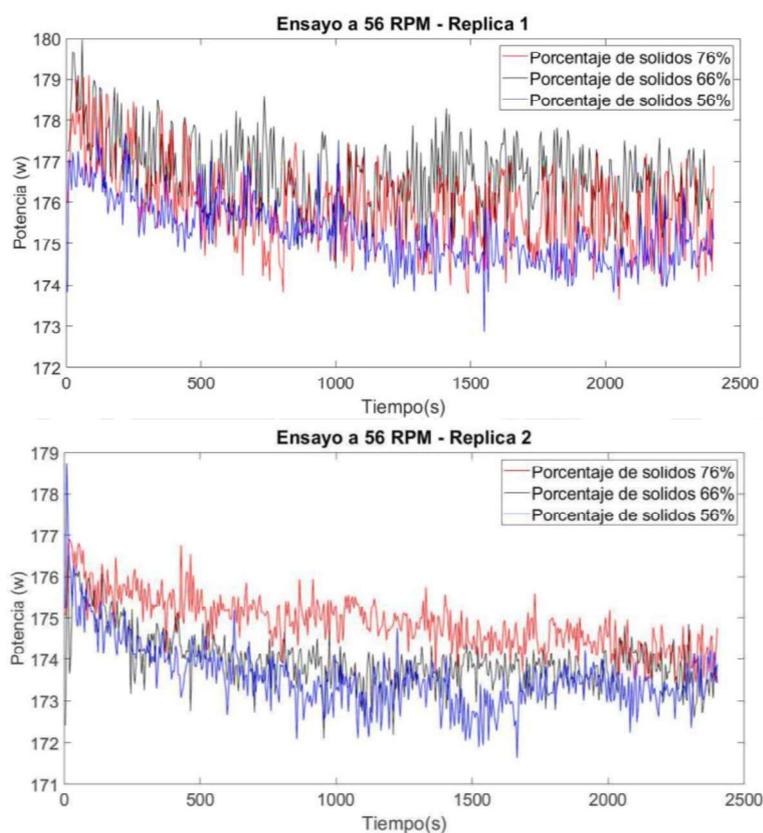
De acuerdo con lo descrito en el capítulo 3, la metodología experimental detalla que se realizaron 18 ensayos respetando el orden que la matriz planteada. Luego, se procesó la información de las variables monitoreadas y se obtuvieron las gráficas de las variables que requerían ser analizadas de manera gráfica.

Por un lado, los valores de la potencia eléctrica utilizada en los ensayos se encuentran de acuerdo con lo esperado. En efecto, como la experimentación se realizó en un banco de ensayos con un motor de 0,5 HP o 372 W, era de esperarse que las mediciones no sobrepasen este valor e incluso no se acerquen a su valor máximo puesto que los ensayos no requieren que el motor trabaje a plena carga. En consecuencia, estos valores oscilan entre potencias con valores de 170 W y 285 W.

Por otro lado, al mantenerse constante la configuración del banco de ensayos y solo variar los valores de las variables de estudio, el comportamiento de la potencia reflejado en una gráfica debe ser igual para todos los ensayos. Es por esta razón que, a pesar de tener magnitudes de potencia

distintas, el comportamiento de las gráficas obtenidas de los resultados de los ensayos sigue un mismo patrón:

- Pico de consumo en el arranque;
- disminución del valor de la potencia con pequeñas oscilaciones;
- estabilización del valor de la potencia al final del ensayo.

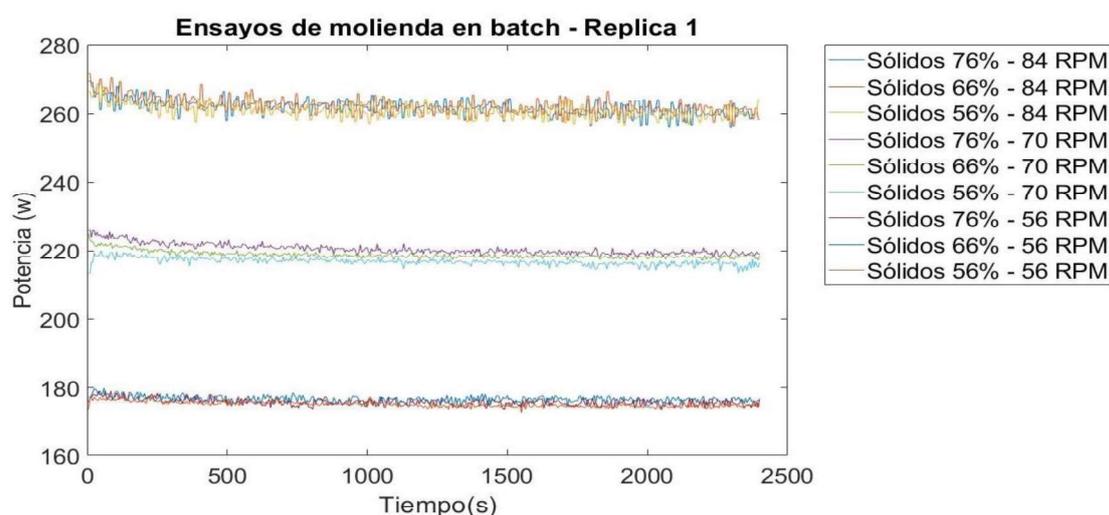


Gráfica 8: Potencia a lo largo del tiempo para los ensayos de 56 RPM

Adicionalmente, en la gráfica 9 se pueden visualizar los resultados obtenidos en la primera réplica de ensayos.

Por un lado, se observó que el comportamiento de la potencia a lo largo del tiempo se vuelve más fluctuante cuando el molino gira a una velocidad de 84 RPM. Esto está asociado al

comportamiento que adaptan las bolas al interior del molino, siendo recomendación de la bibliografía que al interior del molino ocurra un movimiento de bolas ordenado y de tipo cascada (Austin y Concha, 1994).



Gráfica 9: Potencia a lo largo del tiempo - Primera réplica

Por otro lado, existe una diferencia marcada en los consumos en función de la velocidad de giro. Se observa que el valor de la potencia para las velocidades de 84, 70 y 56 RPM se encuentran alrededor de 270, 220 y 180 watts respectivamente. Esto está asociado a que la potencia es igual al producto de la velocidad de giro y el torque. Si bien en nuestros ensayos el torque es relativamente constante, al variar la velocidad se cambia en la misma proporción la potencia consumida.

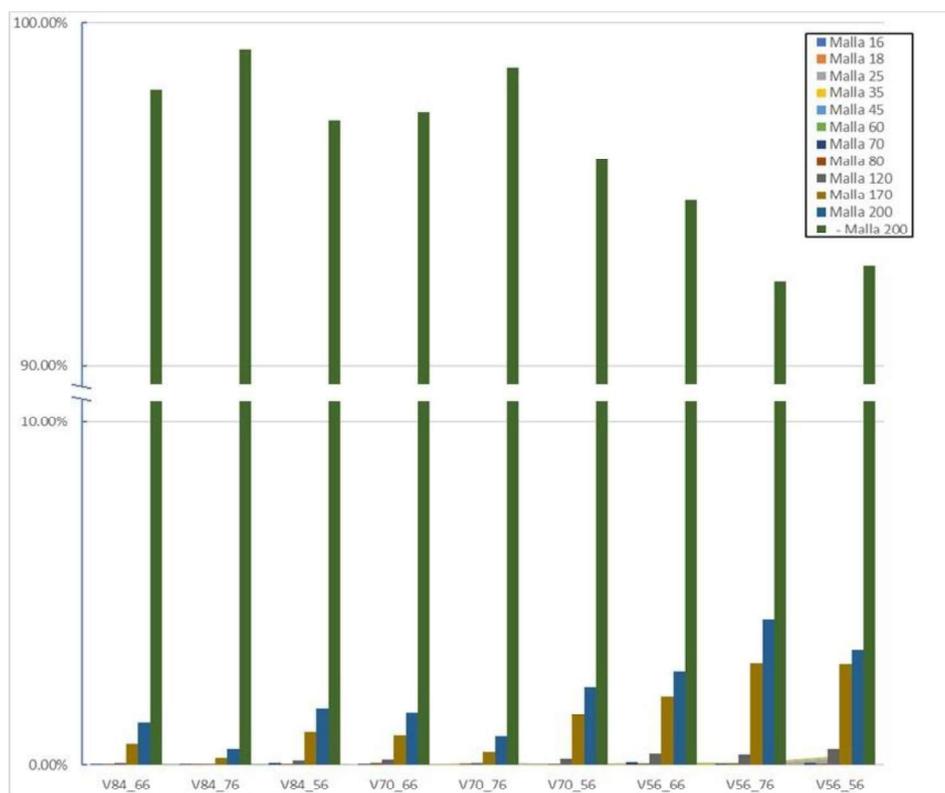
Finalmente, el porcentaje de sólidos en la pulpa tiene una participación menos influyente en el consumo energético. Un comportamiento generalizado en ambas réplicas es que los ensayos al 56% de sólidos, indistintamente de la velocidad, presentan el menor consumo de potencia. Este resultado es consecuencia de la poca concentración de mineral en la pulpa, ya que esta disminuye la probabilidad de que existan colisiones entre las bolas y el mineral. Es decir, la energía invertida

se invierte en colisionar con el agua y no en fraccionar el mineral (Austin y Concha, 1994). En el anexo 1 se aprecian la totalidad de los gráficos y se puede confirmar el comportamiento mencionado.

Como se ha mostrado, luego de realizar la comparación de las gráficas de potencia a lo largo del tiempo se muestra que el porcentaje de sólidos tienen influencia mucho menor en el consumo de potencia con respecto a la velocidad de giro. Cabe resaltar que el cambio del porcentaje de sólidos en la pulpa se realizó variando la tasa de alimentación de agua a la pulpa y no cambiando la alimentación de mineral.

- **Resultados de análisis granulométrico**

De acuerdo con lo descrito en el capítulo 3, la metodología experimental detalla que se realizaron 18 ensayos respetando el orden que la matriz planteada. Luego, se procesó la información de las variables monitoreadas y se obtuvieron las gráficas de las variables que requerían ser analizadas de manera gráfica.

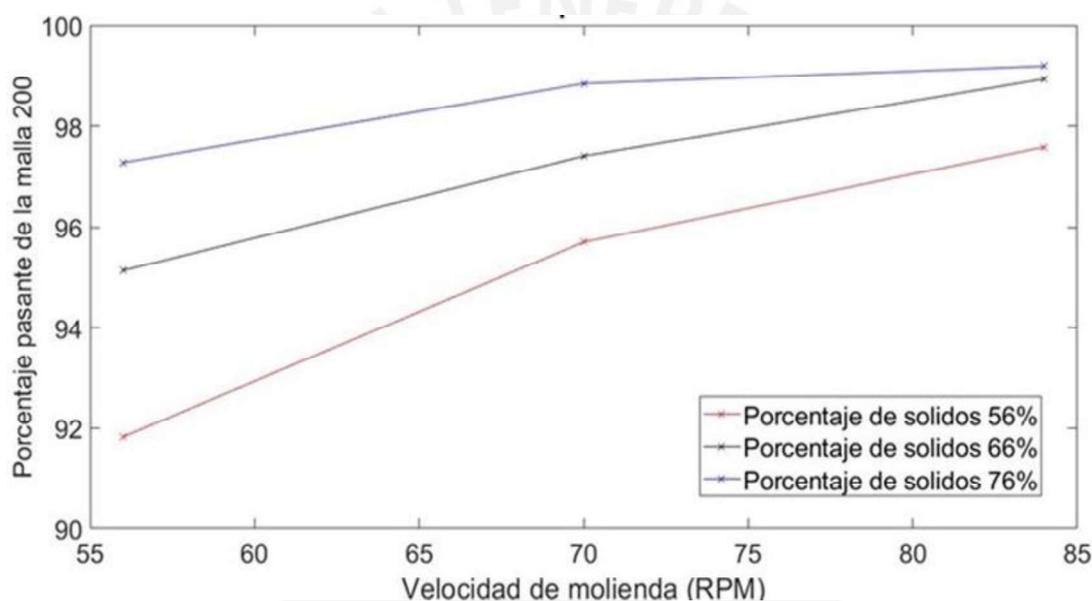


Nombre gráfico	V84_56	V84_66	V84_76	V70_56	V70_66	V70_76	V56_56	V56_66	V56_76
Velocidad de giro	84	84	84	70	70	70	56	56	56
Porcentaje sólidos	56	66	76	56	66	76	56	66	76

Gráfica 10: Porcentaje pasantes de las mallas – Primera réplica

En primer lugar, el porcentaje de sólidos tiene influencia en la distribución de los tamaños de partícula luego de la molienda. Esto se puede ver reflejado en los resultados mostrados en la gráfica 10. Cabe resaltar que se ha respetado los tamaños de mallas mencionados en la metodología experimental de tal manera que la distribución de partículas sea la más adecuada. Adicionalmente, la gráfica muestra el cálculo del porcentaje retenido por cada malla. Esto significa que la mayor cantidad del mineral es retenido de un tamaño menor a la malla 200, en otras palabras, que pasa a través de la malla 200.

En segundo lugar, la comparación realizada en la gráfica 11 nos permite apreciar el comportamiento del porcentaje pasante de la malla 200 para la primera réplica de los ensayos. Se aprecian dos tendencias claras en los ensayos conforme se aumenta la velocidad de giro del molino (i) incremento del porcentaje pasante de la malla 200 y (ii) acercamiento de los porcentajes de pasantes (indistintamente del porcentaje de sólidos). Estos comportamientos vienen asociados al incremento del número de colisiones que ocurre dentro del molino, sin embargo, no significa que estas sean acertadas (entre mineral y molturadores).



Gráfica 11: Porcentaje pasante de la malla 200 – Segunda réplica

Finalmente, se pueden observar todos los resultados asociados a la distribución de tamaños de partículas en el anexo 2.

- **Análisis de consumo energético específico**

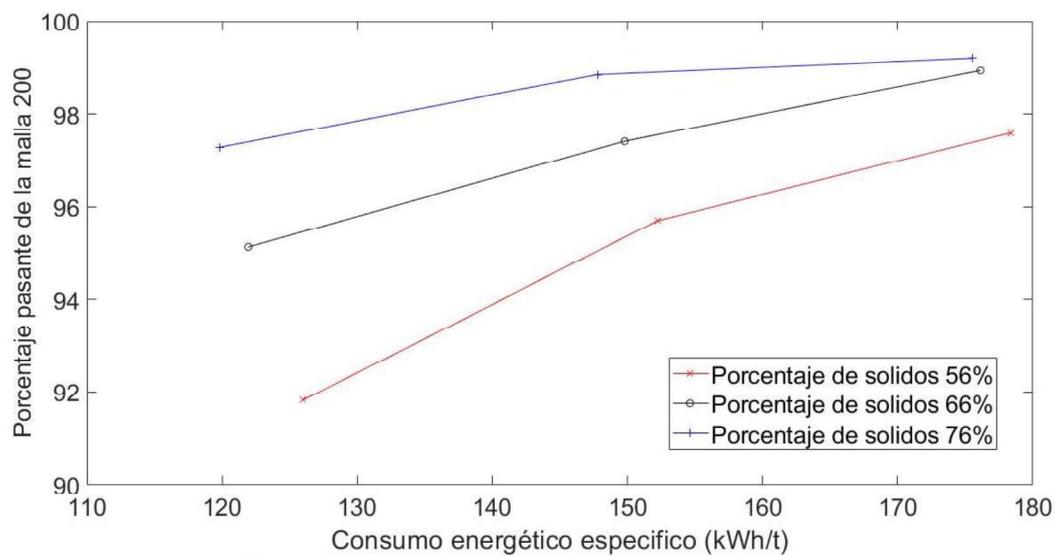
Es importante observar el comportamiento de la variable dependiente consumo específico y las tendencias que esta adoptó conforme se variaron los factores del experimento. Para este análisis fue necesario combinar los resultados de ambas respuestas: Consumo energético y porcentaje de

la malla 200. La obtención de esta variable es consecuencia de dividir el consumo energético del ensayo entre la cantidad de kilogramos obtenidos del pasante de la malla 200. La tabla 11 muestra los resultados del consumo energético específico y el anexo 3 muestra la tabla completa de los valores utilizados para obtener la tabla 11,

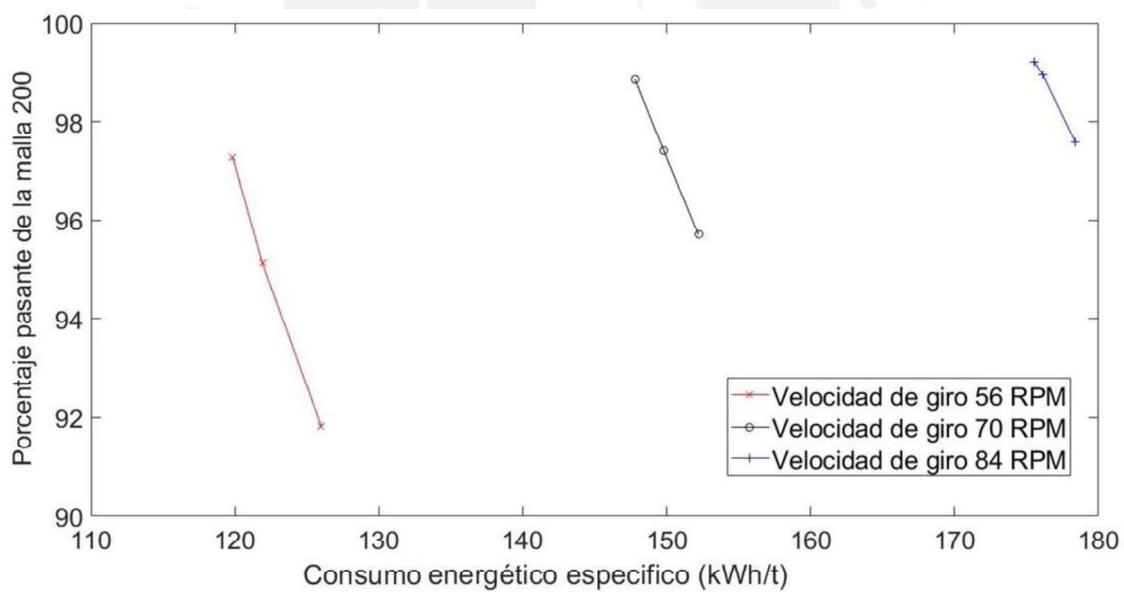
*Tabla 11: Consumo energético específico*

Velocidad de giro (RPM)	Consumo energético específico (kWh/ton)					
	56% <sub>1</sub>	66% <sub>1</sub>	76% <sub>1</sub>	56% <sub>2</sub>	66% <sub>2</sub>	76% <sub>2</sub>
84	178,996	178,395	175,929	178,380	176,131	175,561
70	150,524	149,787	148,964	152,212	149,798	147,792
56	125,700	124,213	126,840	126,008	121,909	119,850

Por un lado, en las gráficas 12 y 13 se nota que el menor consumo energético específico viene condicionado por la menor velocidad de giro. Asimismo, luego de identificar la velocidad en la que se produce este menor consumo específico, observamos que el porcentaje de sólidos que disminuye este consumo es el 76% de sólidos. Cabe resaltar que este análisis es más importante al momento de analizar ambas respuestas en conjunto, siendo este parámetro más efectivo que solo analizar el consumo energético. En caso se analice mediante el consumo energético se debería optar por operar a 56 RPM y 56% de concentración de sólidos, por lo contrario, en análisis del consumo específico coincide que es más eficiente operar en 56 RPM, pero a 76,6% de sólidos.



Gráfica 12: Consumo energético específico para distintos porcentajes de sólidos - Segunda réplica



Gráfica 13: Consumo energético específico para distintas velocidades - Segunda réplica

## 4.2 Resultados y análisis según el DOE

Una vez culminados los ensayos de acuerdo con lo establecido en la matriz experimental y luego de obtener los valores de las variables necesarios para el diseño de experimentos factorial, se procedió a introducir estos valores al software Minitab para su procesamiento. Como se mencionó previamente, algunas de estas variables analizadas son directamente proporcionales a las variables de estudio principales de esta tesis, sin embargo, estas no pueden ser procesadas en el diseño de experimentos.

A continuación, se muestra el análisis de cada una de las respuestas de los ensayos y los gráficos obtenidos para el fácil entendimiento de los resultados.

- **Resultados y análisis de energía consumida**

Por un lado, los datos de energía consumida obtenidos en un Excel fueron sumados y convertidos a la unidad de Wh para ser introducidos en la columna de resultados de energía consumida del programa Minitab. Por consiguiente, se obtiene la tabla 12 que recoge los datos de la matriz experimental y los resultados para la energía consumida de los ensayos. Asimismo, la tabla 12 sirve como primer cuadro de resumen de los resultados de la energía consumida para poder observar el comportamiento de estos. Finalmente, se ha calculado el error relativo entre las medidas de cada réplica, siendo este error una guía preliminar para asegurar la correcta realización de ambas réplicas.

Tabla 12: Resultados de la energía consumida para los ensayos de matriz experimental.

Velocidad de giro	Porcentaje de sólidos	Energía consumida (W-h)		Error relativo de las medidas
		Réplica 1	Réplica 2	
56	56,66	116,826	115,708	0,48%
	66,66	117,792	115,972	0,78%
	76,66	117,251	116,590	0,28%
70	56,66	144,548	145,667	0,39%
	66,66	145,893	145,919	0,01%
	76,66	147,043	146,093	0,32%
84	56,66	173,913	174,081	0,05%
	66,66	174,917	174,265	0,19%
	76,66	174,593	174,157	0,12%

Por otro lado, la tabla 13 muestra los resultados del análisis Anova para la respuesta de consumo energético obtenidos del software Minitab. El propósito de este análisis es determinar la significancia de un factor, el valor F debe ser mayor que su valor de F crítico. Para este caso en particular, podemos apreciar que el factor que tiene una significancia estadística en la respuesta del consumo energético es la velocidad de giro del molino, siendo esta significancia muy elevada.

Asimismo, el factor de porcentaje de sólidos en la pulpa varía el consumo energético a pesar de no poseer significancia estadística según el análisis Anova. Es necesario mencionar esto ya que, si bien los ensayos se desarrollaron en molinos de laboratorio de baja potencia, la proyección de mejora de la eficiencia energética en un molino de una planta real si es considerable. Finalmente, con estos resultados se puede descartar la hipótesis nula para esta respuesta, siendo esta descartada porque existe influencia de los factores en la respuesta.

Tabla 13: Resultados del análisis ANOVA para la respuesta de consumo energético.

Fuente	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor F	Valor p	Valor crítico F
Modelo	8	0,00997	0,00125	2876,384	0,00000	2,30600
Velocidad de giro	2	0,00996	0,00498	11502,03	0,00000	4,30265
Porcentaje de sólidos	2	0,00000	0,00000	2,6860	0,12169	4,30265
Velocidad de giro x Porcentaje de sólidos	4	0,00000	0,00000	0,4101	0,79731	2,77644
Error	9	0,00000	0,00000	-	-	-
Total	17	0,00997	-	-	-	-

- **Resultados y análisis del pasante de malla de menor tamaño**

En primer lugar, los datos se obtuvieron realizando las mediciones en la balanza de cada porción de masa retenida. Luego, fueron almacenadas y procesadas de tal manera que se pueda obtener los porcentajes para ser introducidos en la columna de resultados de porcentaje pasante a través de la malla 200 del programa Minitab. Por consiguiente, se obtiene la tabla 14 que recoge los datos de la matriz experimental y los resultados para el porcentaje pasante a través de la malla 200 de los ensayos. Asimismo, la tabla 14 sirve como primer cuadro de resumen de los resultados del pasante a través de la malla 200 para poder observar el comportamiento de estos. Finalmente, se ha calculado el error relativo entre las medidas de cada réplica, siendo este error una guía preliminar para asegurar la correcta realización de ambas réplicas.

Tabla 14: Resultados de la energía consumida para los ensayos de matriz experimental

Velocidad de giro (RPM)	Porcentaje de sólidos	Porcentaje de pasante		Error relativo de las medidas
		Réplica 1	Réplica 2	
56	56,66	92,94	91,825	0,60%
	66,66	94,83	95,13	0,16%
	76,66	92,44	97,28	2,55%
70	56,66	96,03	95,7	0,17%
	66,66	97,4	97,41	0,01%
	76,66	98,71	98,85	0,07%
84	56,66	97,16	97,59	0,22%
	66,66	98,05	98,94	0,45%
	76,66	99,24	99,2	0,02%

En segundo lugar, una vez completados los valores de la tabla 14, se procedió a realizar el análisis Anova en el software Minitab. Estos resultados se encuentran presentes en la tabla 15, además, esta tabla incluye el valor de F crítico necesario para que un factor sea significativo. Para la respuesta de porcentaje pasante de la malla 200 observamos tres cosas (i) los factores de manera independiente tienen una influencia significativa en la respuesta, (ii) la interacción entre ambos factores no tiene significancia significativa y (iii) la influencia de la velocidad de giro es considerablemente mayor que la de porcentaje de sólidos en la pulpa.

Tabla 15: Resultados del análisis ANOVA para la respuesta de pasante de la malla 200.

Fuente	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor F	Valor p	Valor crítico F
Modelo	8	80,872	10,109	7,03	0,004	2,306
Velocidad de giro	2	60,31	30,1549	20,98	0	4,302
Porcentaje de sólidos	2	18,654	9,327	6,49	0,018	4,302
Velocidad de giro x Porcentaje de sólidos	4	1,908	0,477	0,33	0,85	2,776
Error	9	12,933	1,437	-	-	-
Total	17	93,805	-	-	-	-

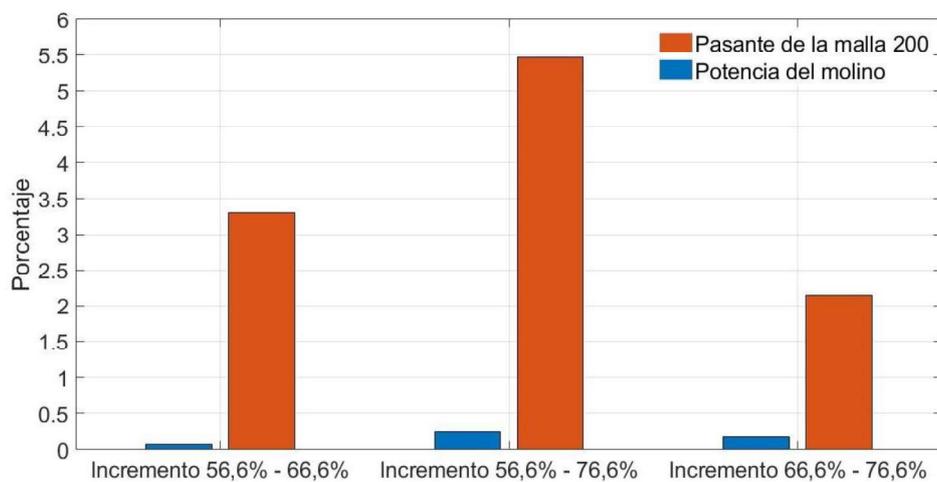
### 4.3 Obtención de punto de operación

Como resultado de los ensayos y el estudio de los efectos de las variables sobre los resultados obtenidos, podemos obtener el punto de operación óptimo en función de las respuestas. En efecto, para obtener el punto óptimo de funcionamiento consiste en minimizar los resultados de ciertas variables y maximizar otras. Para la obtención de este punto óptimo se consideró el factor que tuvo más influencia en cada respuesta, en este caso la velocidad de giro. De acuerdo con el análisis Anova para la respuesta de consumo energético, para disminuirlo es necesario disminuir la velocidad de giro, por ende, se escoge la velocidad de giro de 56 RPM. En la tabla 16 se puede observar los resultados de la segunda réplica y gracias a esta se podrá escoger el punto óptimo final para maximizar el porcentaje pasante de la malla 200.

Tabla 16: Ensayos a 56 RPM – Segunda réplica.

Respuesta	Meta	Porcentaje de sólidos		
		56,6%	66,6%	76,6%
Energía consumida	Mínimo	0,11571	0,11597	0,11659
Porcentaje de carga del motor.	Mínimo	31,03%	31,10%	31,27%
Porcentaje pasante 200	Máximo	91,825	95,130	97,280

Continuando con la obtención del punto óptimo de funcionamiento, debemos analizar el consumo energético y el porcentaje pasante de la malla 200. Por un lado, observamos que existe una elevación en el consumo energético y del porcentaje de pasantes de 200 conforme aumenta el porcentaje de sólidos en la pulpa. Es por esta razón que se ha incluido una fila adicional para ver el porcentaje de la potencia nominal del motor que se usa en cada ensayo. El incremento del porcentaje de potencia del motor fue 0,07%, 0,17% y 0,24% cuando se cambió el porcentaje de sólidos de 56,6% a 66,6%, de 66,6% a 76,6% y de 56,6% a 76,6% respectivamente. Se comparó estos resultados con el incremento del porcentaje pasante de la malla 200 en la gráfica 14.



*Gráfica 14: Comparación de incrementos de las respuestas.*

Sintetizando, el incremento del porcentaje de potencia del ensayo a 66,6% presenta una mejora mayor en el porcentaje de sólidos y a su vez el incremento de potencia es el mínimo. Finalmente, luego del análisis se optó por recomendar el punto de operación de este molino y este mineral a 56 RPM y con un porcentaje de sólidos de 66,6%.

## Conclusiones

Este documento tiene como objetivo plantear una metodología experimental para mejorar la eficiencia energética en el proceso de molienda en *batch* de mineral de cobre en un molino de bolas de 0,5 HP. A fin de concretar este objetivo, se llegaron a las conclusiones que se mencionarán a continuación.

- El uso de los factores recomendados por la bibliografía: velocidad de giro del molino y porcentaje de sólidos en la pulpa; se justifica puesto que se aprecia variación en los valores de las respuestas. Esto a su vez, descarta la hipótesis nula del diseño de experimentos y confirma la validez de la metodología planteada para observar la influencia de los factores seleccionados.
- La influencia de los factores seleccionados tiene un comportamiento positivo con respecto a los valores obtenidos de ambas respuestas. Esto quiere decir que conforme se aumenten los niveles de los factores, las magnitudes de las respuestas incrementan.
- La cantidad y las magnitudes de los niveles seleccionados para cada uno de los factores son adecuados puesto que permiten notar tendencias marcadas al momento de analizar las gráficas y estas cuentan con la separación adecuada para poder distinguirse entre ellas, tanto en el análisis gráfico como el Anova. Estos comportamientos pueden ser apreciados con claridad en las gráficas 9 y 10,
- La cantidad de réplicas realizadas fueron suficientes para verificar los resultados. Esto se concluye del análisis de los errores relativos entre las medidas obtenidas en los ensayos, como se aprecia en las tablas 12 y 14, teniendo como valor máximo un error relativo de 2,55%. Adicionalmente, el hecho que los ensayos se basen en procedimientos estandarizados para la obtención de las muestras representativas y que

la metodología detalle el adecuado procesamiento de estas, minimiza la posibilidad de que ocurran errores, incrementa la confiabilidad de los resultados y evita que se aumente el número de replicas requeridas.

- Para la optimización de la respuesta del consumo energético, primero es necesario determinar la velocidad optima de giro para contar con el menor consumo. Esto debido al alto nivel de influencia que posee el factor de la velocidad de giro del molino, esto fue obtenido mediante el análisis Anova. Cabe recalcar que posterior a la optimización de la velocidad de giro, se debe optar por variar el porcentaje de sólidos en la pulpa para cambiar la distribución de tamaños posterior a la molienda, tanto para fines energéticos, metalúrgicos o requerimientos de procesos posteriores a la molienda. No es adecuado la variación de ambos factores a la vez puesto que la interacción entre ambos puede inhibir en cierta proporción la mejora deseada.
- De acuerdo con los ensayos realizados con este mineral en específico y en un molino de bolas de 0,5 HP se concluye que el punto de mejor eficiencia energética es a 56 RPM y 66% de sólidos en la pulpa. Asimismo, para la respuesta del consumo energético existe influencia significativa solamente de la velocidad de giro del molino y para la respuesta de pasante de la malla 200 ambos factores son influyentes, siendo importante enfatizar que esta significancia es estadística ya que el valor del parámetro F de la velocidad de giro es 20,98 a diferencia del porcentaje de sólidos que tiene un parámetro F de 6,49. Es decir, la velocidad de giro es mucho más influyente, pero como ambos parámetros F sobrepasan el valor del F crítico, ambos factores se consideran influyentes significativamente de acuerdo con el análisis realizado con el DOE factorial.

## Bibliografía

- Austin, L.; Concha, F. (1994). Diseño y simulación de circuitos de molienda y clasificación.
- Kelly, E. G., y Spottiswood, D. J. (1990). Introducción al Procesamiento de Minerales. México DF: LIMUSA.
- Kelly, E. G., y Spottiswood, D. J. (1990). Introducción al Procesamiento de Minerales (p.153). México DF: LIMUSA.
- Ibarra, G., Heredia, M., Isla, L., y Caro, J. L. (2017). Balance Nacional de Energía 2017, Lima: Ministerio de Energía y Minas-Dirección General de Eficiencia Energética: Área de Planeamiento Energético.
- Dirección general de Eficiencia Energética. (2017). Guía de Orientación del Uso Eficiente de la Energía y de Diagnóstico Energético: Minería Metálica. Lima: Ministerio de Energía y Minas.
- COES. (2017). Estadísticas anuales: producción de electricidad. Lima: COES.
- Romero Placeres, Manuel, Diego Olite, Francisca, y Álvarez Toste, Mireya. (2006). Air pollution: its impact as a health problem. Revista Cubana de Higiene y Epidemiología, 44(2) Recuperado en 24 de noviembre de 2019, de [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1561-30032006000200008&lng=en](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1561-30032006000200008&lng=en).
- Vargas Marcos, F. (2005). La contaminación ambiental como factor determinante de la salud. Revista Española de Salud Pública, 79(2), 117–127, <https://doi.org/10.1590/s1135-57272005000200001>
- Iberdrola. (2013). Efectos ambientales de la producción Y distribución de energía eléctrica: acciones para su control y corrección. Madrid: Iberdrola.
- Ministerio de Energía y Minas. (2014). Generación de energía eléctrica. Lima: Ministerio de Energía y Minas.
- Montgomery, D. C. (2011). Diseño y análisis de experimentos. México: Limusa Wiley.
- Dirección General de Electricidad. (2008). Elaboración de Proyectos de Guías de Orientación del Uso Eficiente de la Energía y de Diagnóstico Energético- Minería Metálica. Lima: Ministerio de Energía y Minas.
- Liptak, Béla. (2003). Process measurement and analysis, cuarta edición, Volumen 1, CRC Press: Florida
- Metrel. (2016). *MI 2892 Manual de instrucciones*. Horjul: Metrel. [http://radiosurtidora.com/index.php?route=product/product/getProductAttachmentFile&attachment\\_id=12892](http://radiosurtidora.com/index.php?route=product/product/getProductAttachmentFile&attachment_id=12892)

Ogata, K., Pinto Bermúdez, E., Matía, F., Pearson, E., Hall, P., Dorf, R. C., & Pearson, R. H. B. (2010). Ingeniería de control moderna.

PDL Electronics. (1999). Manual técnico de la serie elite part no 4201-180 rev. G. Napier: PDL Electronics.

ASTM. (2019). Standard Test Method for Sieve Analysis of Fine and Coarse Aggregates (C136/C136M - 19). <https://www.astm.org/Standards/C136>

Weiss, N. L., & Society of Mining Engineers of AIME. (January 02, 1985). SME mineral processing handbook.



## Anexos

**A. Anexo A - Gráficas de potencia**

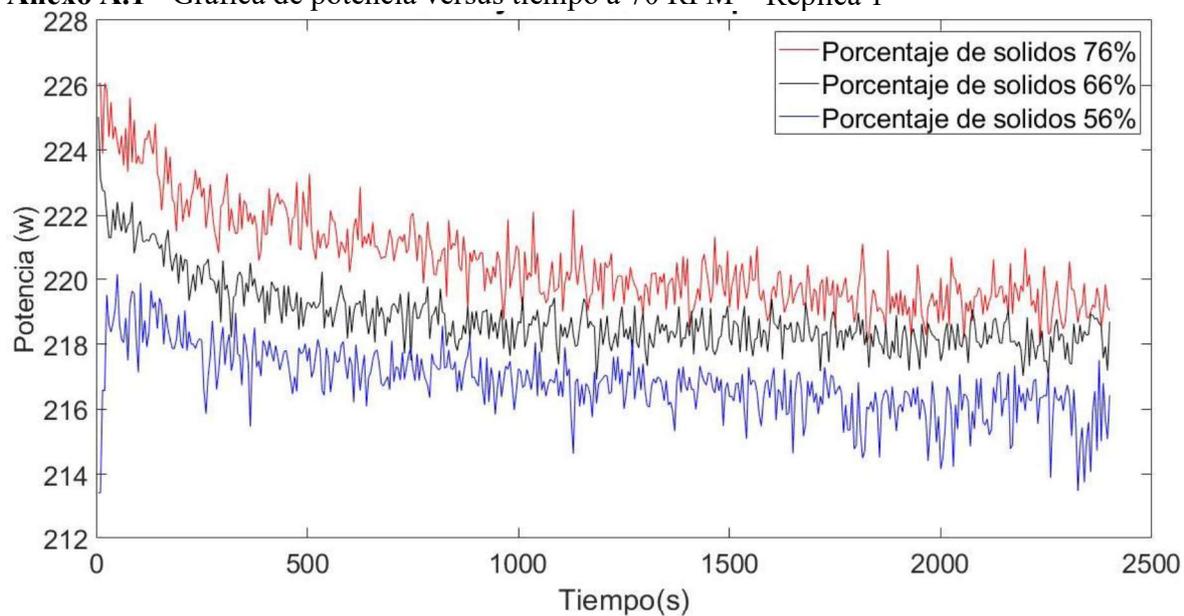
**B. Anexo B - Gráficas de distribución de tamaños partículas luego de molienda**

**C. Anexo C - Tabla y gráfica del consumo energético específico.**

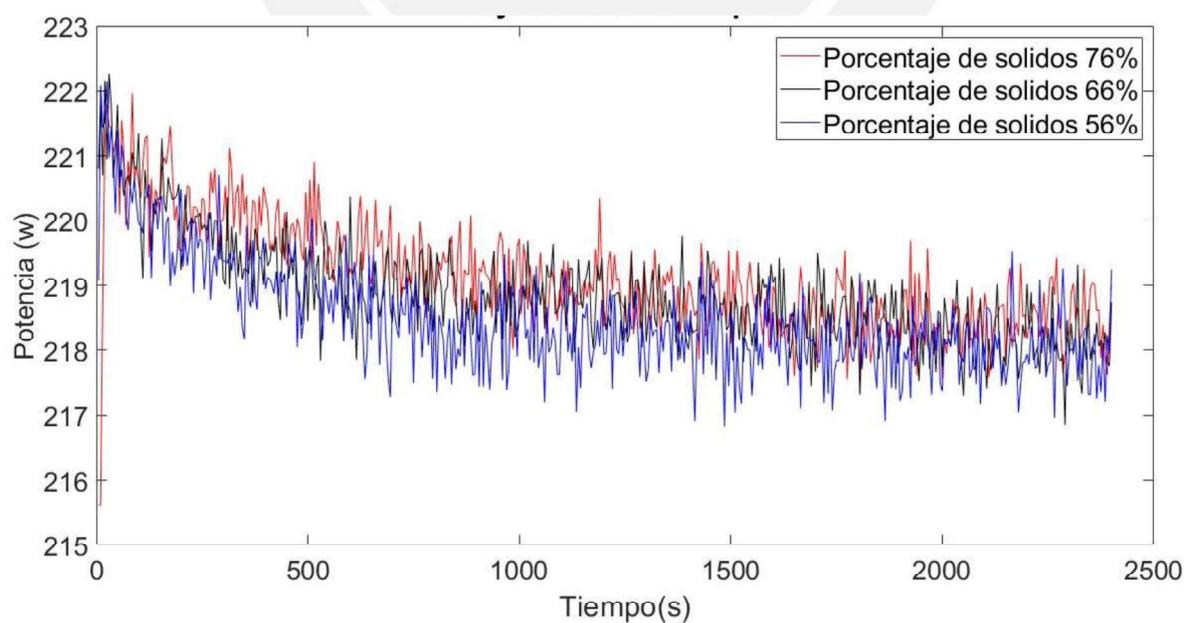


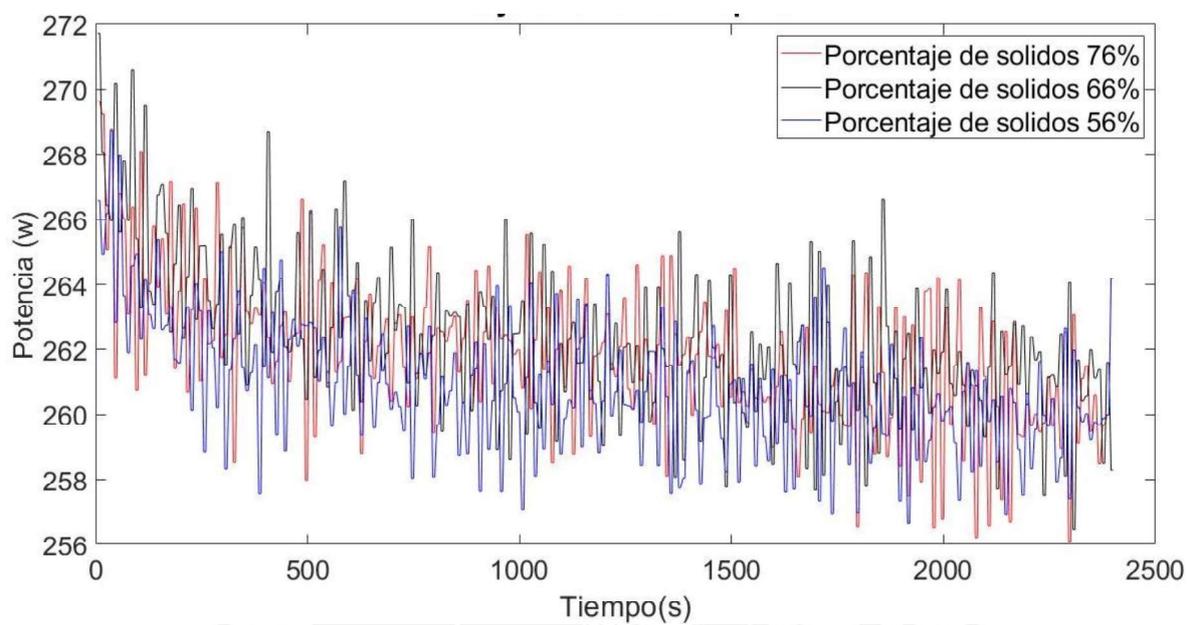
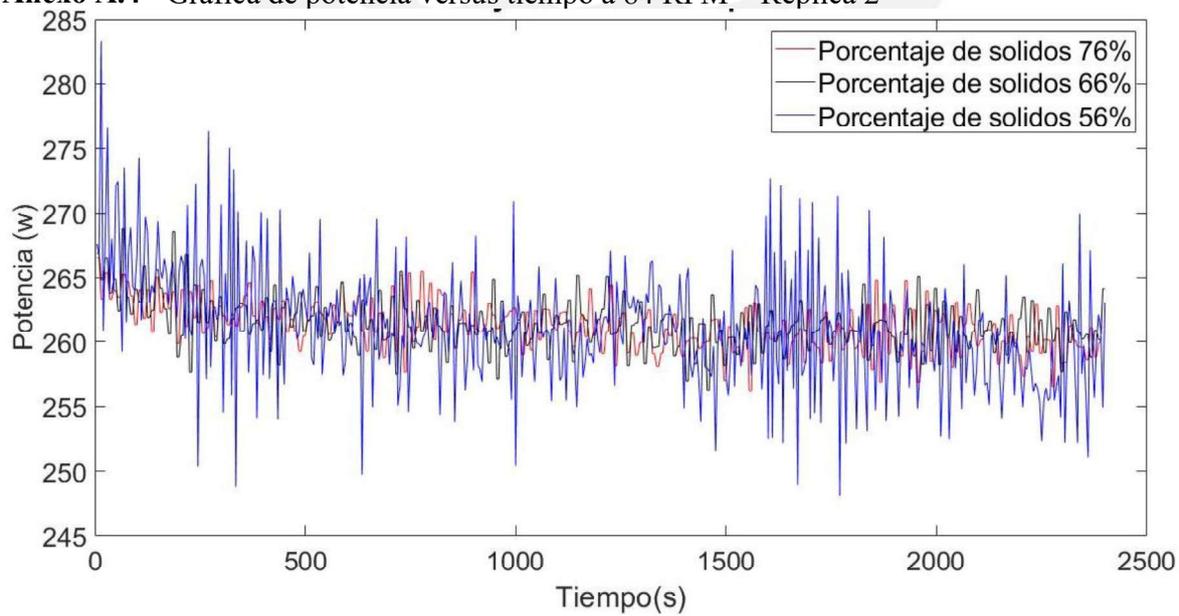
## Anexo A. Gráficas de potencia

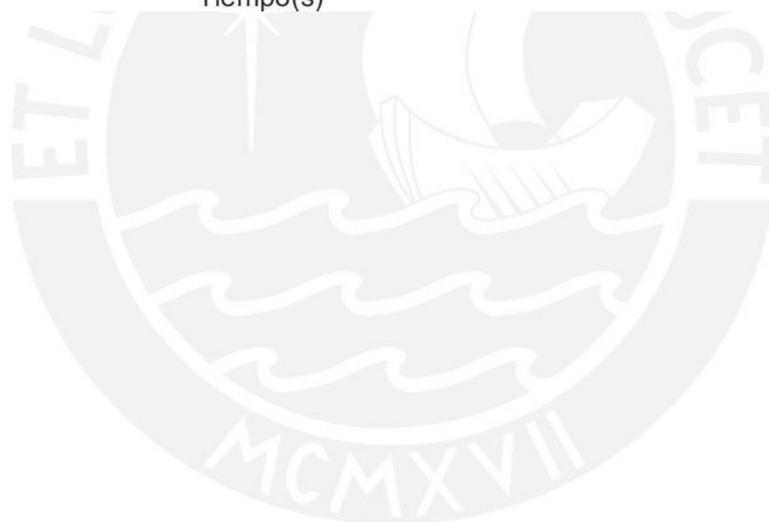
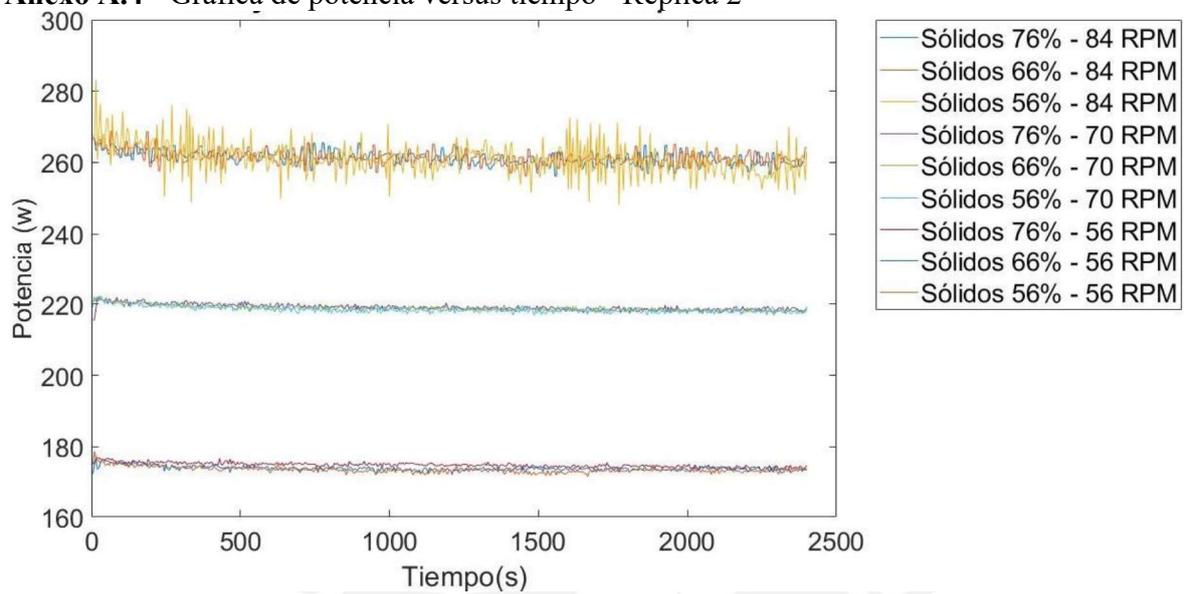
**Anexo A.1** - Gráfica de potencia versus tiempo a 70 RPM – Réplica 1



**Anexo A.2** - Gráfica de potencia versus tiempo a 70 RPM – Réplica 2

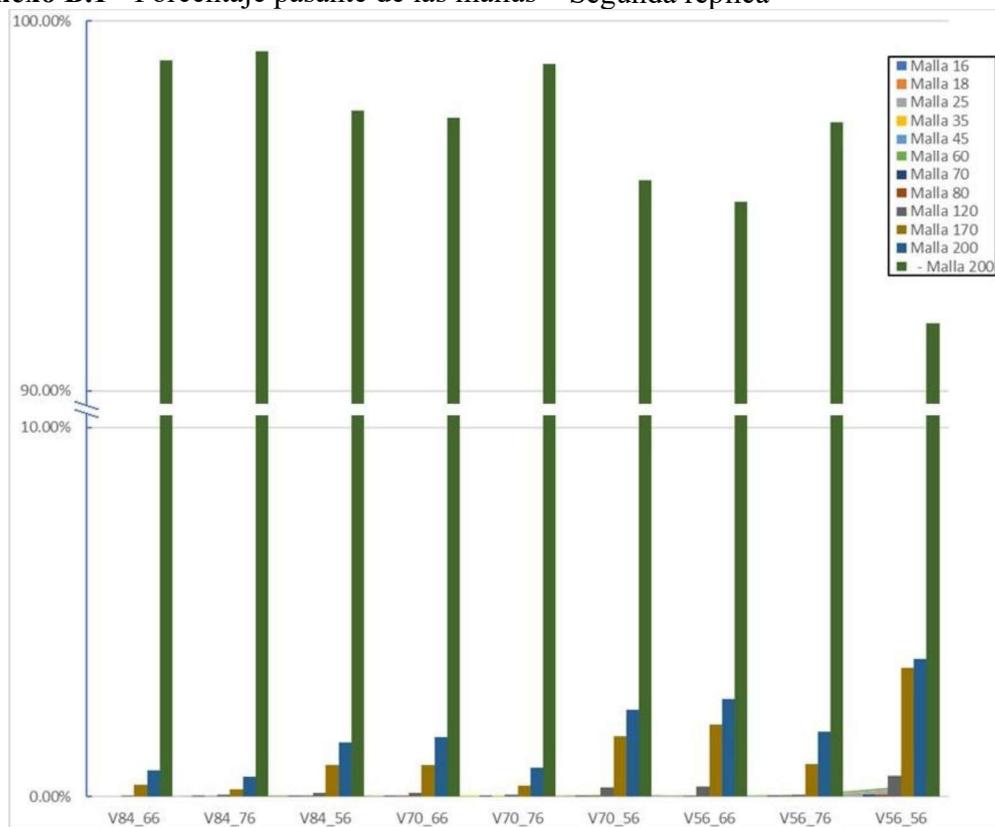


**Anexo A.3** - Gráfica de potencia versus tiempo a 84 RPM – Réplica 1**Anexo A.4** - Gráfica de potencia versus tiempo a 84 RPM – Réplica 2

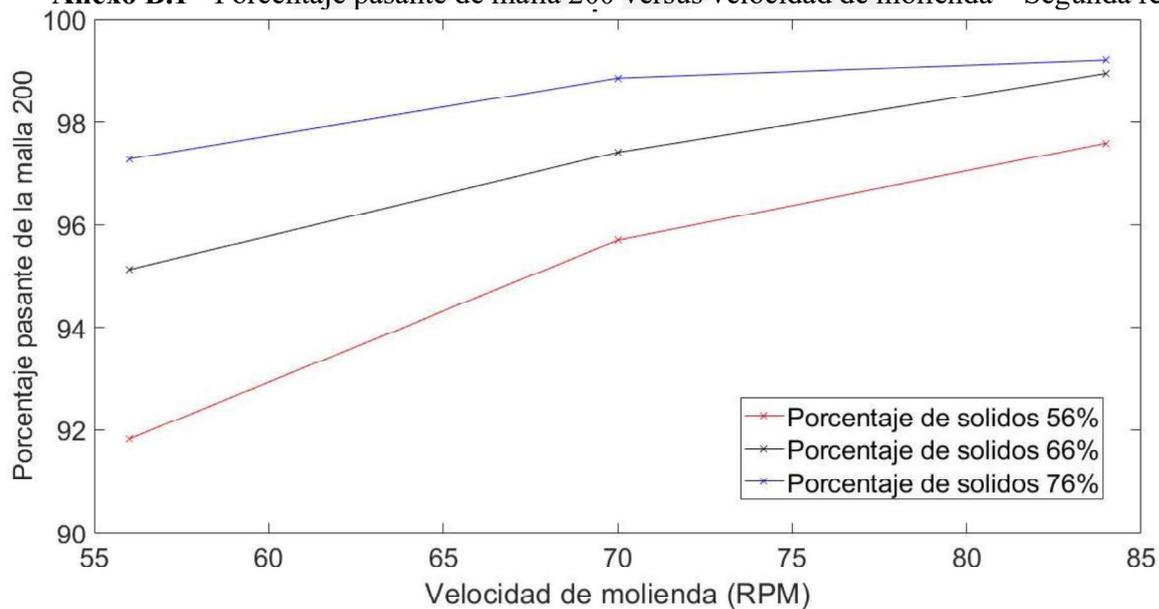
**Anexo A.4 - Gráfica de potencia versus tiempo - Réplica 2**

## Anexo B. Gráficas de distribución de tamaños partículas luego de molienda

### Anexo B.1 - Porcentaje pasante de las mallas – Segunda réplica



### Anexo B.1 - Porcentaje pasante de malla 200 versus velocidad de molienda – Segunda réplica



### Anexo C. Tablas y gráfica del consumo energético específico

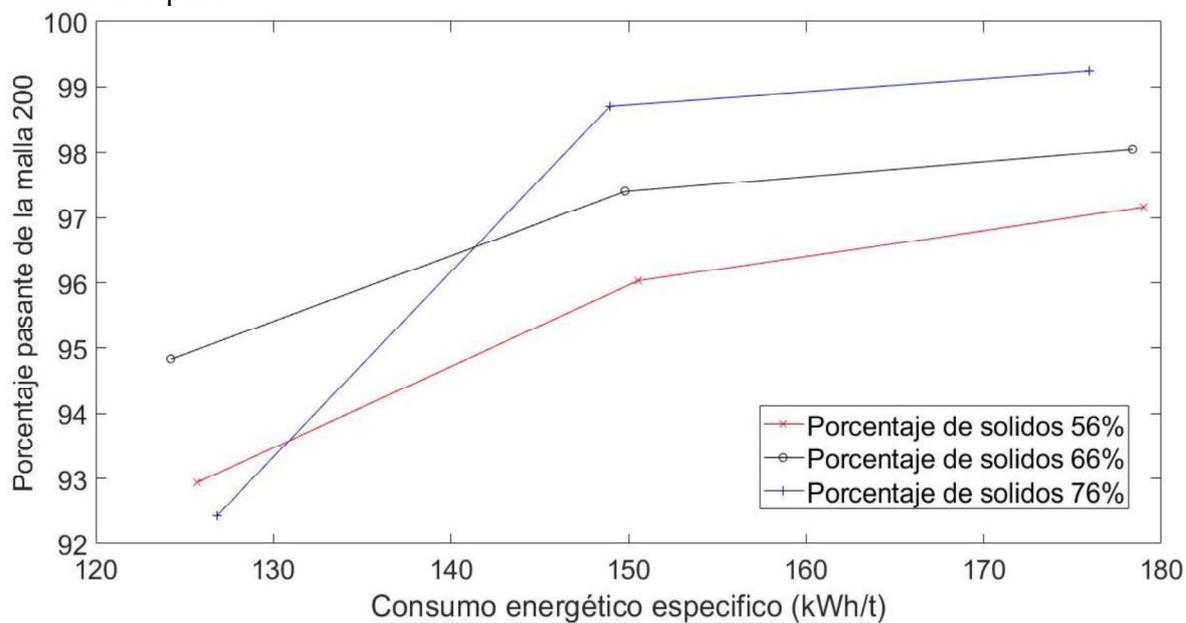
#### Anexo C.1 – Tabla de valores de consumo energético de los ensayos

Velocidad de giro (RPM)	Consumo energético (kWh)					
	56% <sub>01</sub>	66% <sub>01</sub>	76% <sub>01</sub>	56% <sub>02</sub>	66% <sub>02</sub>	76% <sub>02</sub>
84	0,1739127	0,1749172	0,1745925	0,1740812	0,1742646	0,1741567
70	0,1445483	0,1458929	0,1470426	0,1456671	0,1459187	0,1460927
56	0,1168260	0,1177920	0,1172511	0,1157076	0,1159724	0,1165903

Velocidad de giro (RPM)	Porcentaje pesante de la malla 200 (%)					
	56% <sub>01</sub>	66% <sub>01</sub>	76% <sub>01</sub>	56% <sub>02</sub>	66% <sub>02</sub>	76% <sub>02</sub>
84	97,16	98,05	99,24	97,59	98,94	99,2
70	96,03	97,4	98,71	95,7	97,41	98,85
56	92,94	94,83	92,44	91,825	95,13	97,28

Velocidad de giro (RPM)	Consumo energético específico (kWh/ton)					
	56% <sub>01</sub>	66% <sub>01</sub>	76% <sub>01</sub>	56% <sub>02</sub>	66% <sub>02</sub>	76% <sub>02</sub>
84	178,99618	178,39592	175,92960	178,38021	176,13161	175,56121
70	150,52415	149,78733	148,96424	152,21224	149,79849	147,79236
56	125,70041	124,21382	126,84021	126,00882	121,90942	119,85018

**Anexo C.2 – Porcentaje pasante de la malla 200 para distintos porcentajes de sólidos – Primera réplica**



**Anexo C.3 – Porcentaje pasante de la malla 200 para distintas velocidades – Primera réplica**

