



PONTIFICIA **UNIVERSIDAD CATÓLICA** DEL PERÚ

Esta obra ha sido publicada bajo la licencia Creative Commons  
Reconocimiento-No comercial-Compartir bajo la misma licencia 2.5 Perú.

Para ver una copia de dicha licencia, visite  
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/pe/>



# PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

## FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



PONTIFICIA  
**UNIVERSIDAD**  
**CATÓLICA**  
DEL PERÚ

### Modelamiento Experimental del Intercambiador de Calor de Tubos y Carcasa de Längerer

Tesis para optar el Título de Ingeniero Electrónico, que presenta el bachiller:

**Joel Fernando Palomino Masco**

**ASESOR:** José Dávalos Pinto

**Lima, febrero del 2010**

## Resumen

En este trabajo se presenta el modelamiento del intercambiador de calor de tubos y carcasa de Längerer u. Reich (Stück 2 Dat 3/72) del laboratorio de energía de la Sección de Ingeniería Mecánica. El intercambiador de calor recibe agua caliente en su coraza, proveniente de un motor de combustión, y agua fría en los tubos internos.

Durante este proceso el agua caliente del motor, que ingresa a la carcasa del intercambiador de calor, es enfriado con la ayuda de agua fría, que ingresa a los tubos, a temperatura ambiente. Sin embargo en dicho motor de combustión aun no se ha cuantificado la cantidad apropiada de agua y combustible en función de los requerimientos. Si dicho intercambiador continua operando en esta forma, seguirá consumiendo combustible innecesariamente. Por este motivo se pretende explicar la dinámica del sistema a través de un modelo matemático, que relacione el flujo de agua del motor con la temperatura de salida del fluido frío, para que mediante otro trabajo de tesis se realice el control del mismo.

El objetivo de este trabajo es obtener una función de transferencia, que describa la dinámica del proceso, mediante los métodos de Strejc, Davoust y Broida. En el proyecto se considera la obtención de la curva de respuesta del proceso mediante el uso de sensores industriales conectados a una PC.

Finalmente, mediante un análisis comparativo experimental se escogerá la función de transferencia que mejor describa la dinámica del proceso. El modelo obtenido permitirá conocer la cantidad adecuada de agua caliente, que debe ingresar al sistema para cumplir con los requisitos de trabajo y de esta forma disminuir la cantidad de combustible consumido.

**Índice****Introducción**

<b><u>Capítulo1: Intercambiadores de calor</u></b>	1
1.1 Transferencia de calor en intercambiadores de calor	2
1.2 Tipos de Intercambiadores de calor	2
1.3 Características de los intercambiadores de calor	5
1.4 Descripción del sistema	7
1.5 Declaración del marco problemático	9
1.6 Hipótesis	11
1.7 Objetivos	12
<b><u>Capítulo2: Modelamiento de intercambiadores de calor</u></b>	13
2.1 Estado del arte	13
2.2 Métodos para el modelamiento del intercambiador de calor	17
2.3 Frecuencia de muestreo	23
2.4 Identificación de procesos a partir de la curva de respuesta	25
2.5 Métodos de comparación basados en el error	33
<b><u>Capítulo3: Determinación del modelo del intercambiador de calor</u></b>	35
3.1 Modelamiento matemático del sistema	35
3.2 Obtención de la curva de respuesta del sistema	42
3.3 Identificación del modelo	57
<b><u>Capítulo4: Simulación del Modelo del intercambiador de calor</u></b>	62
4.1 Simulación del modelo para las condiciones de trabajo especificadas	62
4.2 Simulación del modelo para diferentes condiciones de trabajo	66
<b><u>Conclusiones</u></b>	74
<b><u>Recomendaciones</u></b>	75
<b><u>Fuentes</u></b>	76

## Introducción

En el laboratorio de energía de la Sección de Ingeniería Mecánica se encuentra un intercambiador de calor conectado a la salida de un motor de combustión, este intercambiador actúa como un radiador ya que recibe e agua caliente del motor en su coraza y lo enfría con el uso agua fría suministrada en los tubos internos. Sin embargo, en dicho motor aun no se ha cuantificado la cantidad adecuada de agua y combustible que se debe emplear en función de los requerimientos, generando de esta forma un gasto innecesario de energía.

En el primer capítulo se da una descripción del funcionamiento y las características de construcción de un intercambiador de calor de tubos y carcasa. También se da una descripción del marco problemático y la solución para ahorrar el consumo de energía, el cual consiste en obtener un modelo matemático del sistema que permita conocer el comportamiento del sistema.

En el segundo capítulo, se da una descripción de los métodos que se emplean para identificar el comportamiento del sistema mediante una función matemática conocida. En el tercer capítulo se describen los ensayos que se realizaron en el intercambiador de calor con el propósito de identificar su comportamiento aplicando los métodos mencionados en el capítulo dos.

Finalmente, en el cuarto capítulo se realizan pruebas comparativas entre cada uno de los modelos obtenidos. Estas pruebas consisten en usar el error entre la función obtenida y la respuesta del intercambiador de calor para ver determinar el modelo que describe mejor el comportamiento del sistema.

## Capítulo 1: Intercambiadores de Calor

### **1.1 Transferencia de calor en intercambiadores de calor**

Un intercambiador de calor es un dispositivo diseñado para la transferencia de calor entre dos fluidos, el proceso de transferencia de calor se realiza entre dos fluidos de diferentes temperaturas con el fin de variar sus temperaturas hasta alcanzar el equilibrio térmico. Del concepto anterior el término fluido se refiere a toda sustancia que posee una débil fuerza de cohesión molecular, es decir que adquiere la forma del recipiente que lo contiene, estos son los líquidos y gases.

Entonces para el sistema descrito se definen dos fluidos uno frío y otro caliente, este término se usa en forma relativa para indicar que un fluido está a mayor temperatura que el otro. En los procesos de transferencia de calor existen tres formas de intercambiar calor.

#### **1.1.1. Transferencia de calor por conducción**

Conocido como transferencia de calor por contacto directo. El intercambio de calor se produce cuando dos sistemas de diferentes temperaturas entran en contacto directo hasta alcanzar la misma temperatura. En el intercambiador de calor la conducción se realiza entre un fluido y la pared del recipiente que lo contiene donde la capacidad para transferir calor es regulado por la conductividad térmica de la pared.

#### **1.1.2. Transferencia de calor por convección**

Conocido como transferencia de calor forzada. El intercambio de calor se realiza a través de un material fluido, este fluido es forzado a transportar calor. El fluido caliente disminuye su densidad al ser calentado pero como no todo el fluido se calienta la parte fría al poseer mayor densidad desplazará a la parte caliente generando corrientes ascendentes y descendentes.

### 1.1.3. Transferencia de calor por radiación

La transferencia de calor se realiza por medio de la radiación electromagnética que emite un cuerpo, tanto los fluidos fríos como calientes emiten radiación, entonces para que exista transferencia de calor no se requiere de ningún medio. En intercambiadores de calor el fenómeno de radiación es mínimo pero debe tomarse en cuenta debido a las pérdidas que genera.

## 1.2 Tipos de Intercambiadores de calor

Los intercambiadores de calor se pueden clasificar por el fluido que transportan y por la distribución del flujo en su interior.

### 1.2.1. Clasificación por fluido que transportan

Los intercambiadores de calor se clasifican de acuerdo al fluido que transportan en su interior. El equipo bajo estudio realiza el intercambio de calor entre líquidos, su descripción se detalla a continuación.

**1.2.1.1. Líquido-Líquido:** En este tipo de intercambiadores los fluidos están separados por una pared por lo tanto la transferencia de calor se realiza principalmente por conducción. Debido a que los fluidos se encuentran separados por una pared, el área de esta define el área de transferencia de calor entre ambos fluidos. Dentro de este grupo se encuentran los intercambiadores de calor de tubos y carcasa.

**1.2.1.2. Tubos y Carcasa:** Su construcción consiste en un haz de tubos montados al interior de una carcasa cilíndrica, los tubos están fijados por placas en los extremos y estas placas se encuentran fijas en la carcasa impidiendo la expansión de los tubos por este motivo la diferencia de temperatura en ambos fluidos no puede ser grande:

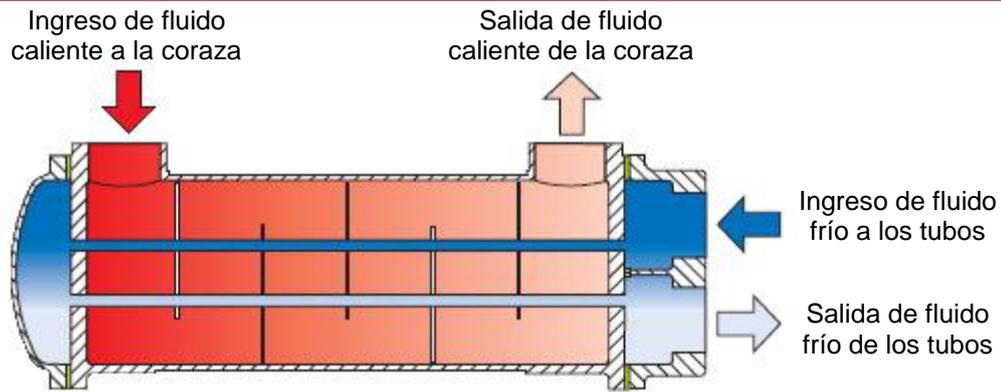


Figura 1.1 Intercambiador de tubos y carcasa<sup>1</sup>

Cabe resaltar, que el intercambiador de calor en estudio esta construido en base a esta estructura.

### 1.2.2. Clasificación por la distribución del flujo

En los intercambiadores de calor de líquidos la distribución del flujo al interior del intercambiador viene determinada por sus características de construcción. En los intercambiadores de calor con tubos se distinguen cuatro tipos de flujo.

**1.2.2.1. Flujo paralelo:** Los fluidos entran por el mismo extremo del intercambiador, siendo el flujo de ambos en el mismo sentido. En este caso la transferencia de calor es mínima.

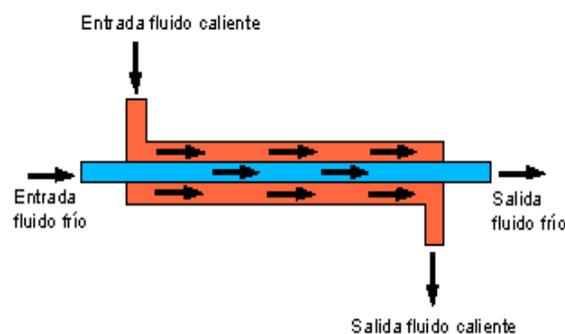


Figura 1.2 Flujo paralelo en un intercambiador de tubos y carcasa<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Fuente <http://www.funke.de>

<sup>2</sup> Fuente: <http://www.telecable.es>

**1.2.2.2. Flujo en contracorriente:** Los dos fluidos entran por extremos opuestos, siendo el flujo en sentidos opuestos. Se incrementa la cantidad de calor transferido y se observa que el fluido caliente tiende a alcanzar la temperatura de entrada del fluido frío.

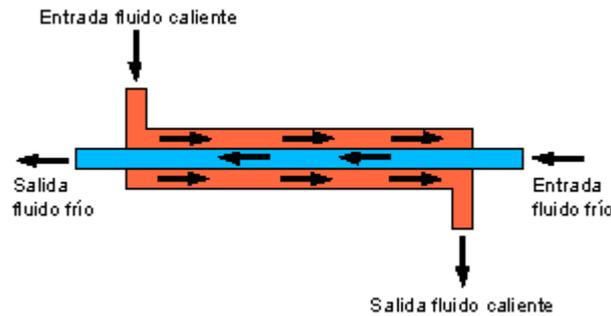


Figura 1.3 Flujo en contracorriente en un intercambiador<sup>3</sup>

**1.2.2.3. Flujo cruzado:** En este caso un fluido se desplaza en sentido perpendicular al otro fluido. Esto se debe a la presencia de unos álabes en el interior de la carcasa que obligan al fluido de la carcasa a circular en sentido vertical mientras que el fluido de los tubos circula en sentido horizontal.

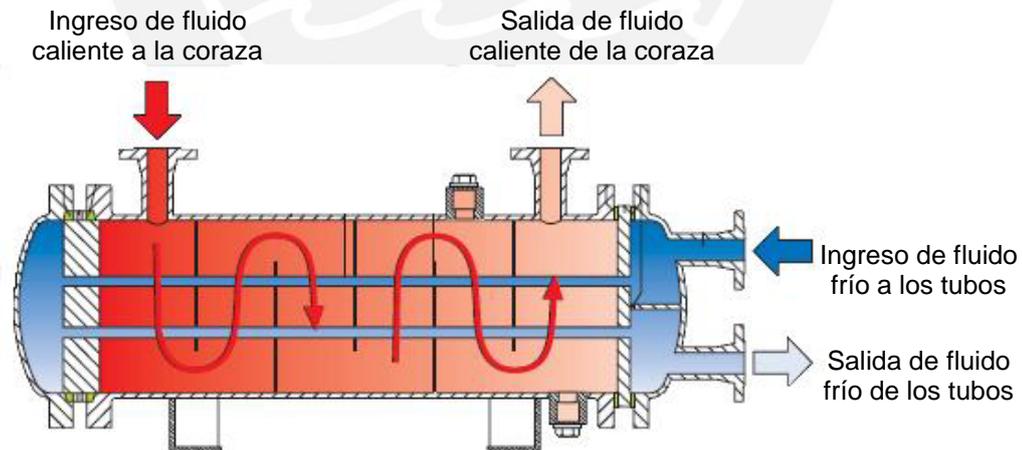


Figura 1.4 Flujo cruzado en un intercambiador<sup>4</sup>

<sup>3</sup> Fuente <http://www.telecable.es>

<sup>4</sup> Fuente <http://www.funke.de>

**1.2.2.4. Flujo de paso múltiple:** Uno de los fluidos altera su desplazamiento en forma transversal respecto al otro. Se observa un incremento la cantidad de calor transferido pues se incrementa el tiempo de contacto entre ambos fluidos.

### **1.3 Características de los intercambiadores de calor**

Las características de los intercambiadores de calor vienen determinadas por su forma de construcción y de los materiales empleados en su construcción. Para intercambiadores de calor de tubos y carcasa las características se pueden dividir en los siguientes grupos.

#### **1.3.1. Características por la forma de construcción**

La forma de construcción de los intercambiadores de calor de tubos y carcasa consta de una carcasa y varios tubos al interior de ella, las variaciones en su forma reconstrucción se dan principalmente en la plancha que sujeta los tubos con la carcasa.

##### **1.3.1.1. Plancha de tubos fija**

Como se describió anteriormente la plancha que sujeta los tubos esta fija en la carcasa y no permite la expansión de los tubos. Por esta razón no se puede trabajar con altos rangos de temperatura.

##### **1.3.1.2. Plancha de tubos móvil**

En este caso en un lado de la carcasa la plancha se encuentra fija mientras que la otra se encuentra flotando en el aire, esto permite la expansión de los tubos. Esta disposición permite trabajar con altos rangos de temperatura.

### 1.3.1.3. Tubos en U

En este caso por la forma de los tubos solo se requiere de una plancha que sujete los tubos en un extremo de la carcasa.

### 1.3.2. Características por los materiales de construcción

Estas características se refieren a las capacidades para transferir calor de los tubos y la carcasa.

#### 1.3.2.1. Conductividad Térmica de los tubos y la carcasa ( $W/m\cdot^{\circ}C$ )

Propiedad de cada material para conducir calor. Se define como la cantidad de calor que pasa a través de una unidad de superficie de una muestra del material de extensión finita caras plano paralelas y espesor unidad cuando entre sus caras se establece una diferencia de temperaturas igual a la unidad.

#### 1.3.2.2. Coeficiente global de transferencia de calor ( $Kw/C^{\circ}\cdot m^2$ )

Se define como la cantidad de calor total transferido por unidad de superficie ante una variación de un grado Celsius. Este valor es obtenido experimentalmente y varía de acuerdo a las características del intercambiador.

#### 1.3.2.3. Características adicionales

Estas características se refieren a las medidas del intercambiador de calor y algunos elementos al interior de la carcasa que varían el flujo al interior de la carcasa.

#### 1.3.2.4. Área de transferencia de calor ( $m^2$ )

Se define como el área disponible para la transferencia de calor entre los dos fluidos. Para el caso del intercambiador de calor el área efectiva es el área superficial total exterior de los tubos. Se calcula hallando el área superficial de un tubo y multiplicando el valor por el número de tubos y el número de pasos por la carcasa.

### 1.3.2.5. Deflectores

Son pequeñas placas colocadas al interior de la carcasa, estas placas cambian el sentido del flujo al interior de la carcasa de un flujo paralelo al de los tubos a un flujo cruzado.

### 1.3.2.6. Números de pasos por la carcasa

Se entiende por un paso por la carcasa cuando los tubos al interior de la carcasa están dispuestos de tal forma que el flujo al interior de ellos entre y salga una sola vez de la carcasa. Según la forma de construcción del intercambiador el número de pasos por la carcasa va desde uno hasta varios según sea la capacidad de la carcasa.

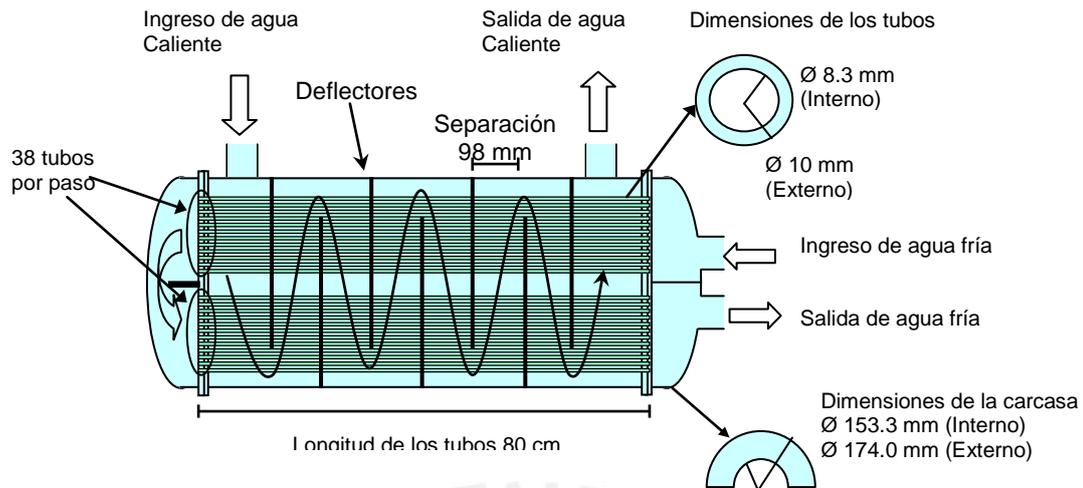
## 1.4 Descripción del sistema

El sistema consta de un intercambiador de tubos y carcasa conectado a la salida del motor. El intercambiador de calor cumple la misma función que el radiador de un motor, es decir enfría el agua caliente del motor para que luego ingrese de nuevo al motor y continúe con su ciclo de trabajo. En la tabla 1.1 se muestran las dimensiones del intercambiador y en la figura 1.5 se presenta un diagrama esquemático del mismo.

**Tabla 1.1 Característica del intercambiador de calor<sup>5</sup>**

Número de tubos por paso	38	Banco de tubos de 2 pasos
Longitud de los tubos	800 mm	
Diámetro de los tubos - Interior - Exterior	8.3 mm 10 mm	Tubos de latón Tubos de latón
Conductividad térmica de los tubos	110 W/m-°C	
Diámetro de la carcasa - Interior - Exterior	153.3 mm 174.0 mm	Carcasa de acero
Conductividad térmica de la carcasa	50 W/m-°C	
Número de deflectores	7	
Separación entre deflectores	98 mm	
Área equivalente para flujo externo	$4.350322 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	

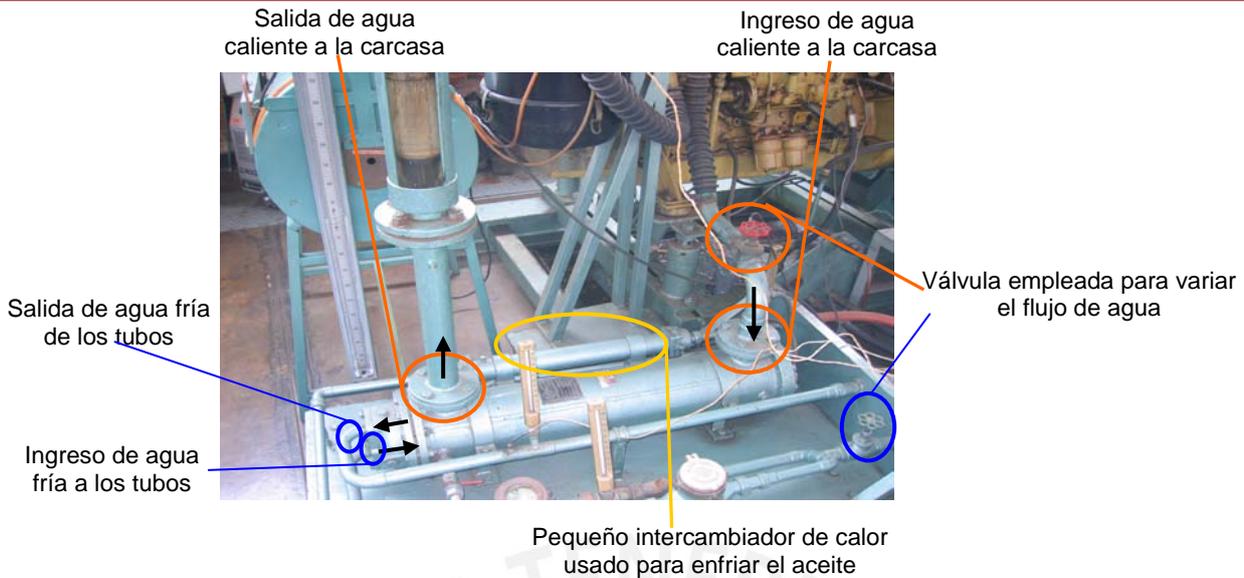
<sup>5</sup> Fuente: Guía de Laboratorio de Energía de la Sección I. Mecánica



**Figura 1.5 Dimensiones del intercambiador de calor de tubos y carcasa<sup>6</sup>**

En la figura 1.6 se puede ver como esta conectado el motor al intercambiador de calor. El motor entrega agua caliente a la carcasa del intercambiador por medio de un tubo que lo conecta con la carcasa del intercambiador calor, ubicado en la parte superior del mismo, el agua fría proviene del sistema de agua potable por medio de un tubo delgado ubicado a un lado del intercambiador. En estos dos tubos se encuentra una válvula usada en las pruebas de laboratorio para variar el flujo de agua. El agua caliente a la salida del intercambiador es transportado de vuelta al motor por otro tubo ubicado en la parte superior del intercambiador, del mismo modo el agua fría es transportado por un tubo delgado ubicado a un costado del intercambiador. Estos dos tubos no poseen válvulas en su salida. Adicionalmente se observa que el agua fría es derivada a un intercambiador de calor pequeño para enfriar el aceite caliente del motor.

<sup>6</sup> Elaboración propia



**Figura 1.6 Intercambiador de calor del laboratorio de energía**

### 1.5 Declaración del marco problemático

En los procesos industriales la transferencia de calor entre dos fluidos es un proceso frecuente e importante, sobretodo en la industria energética. Dentro de este ámbito, con el agotamiento de las reservas de combustible y los precios cada vez más prohibitivos, se hace necesario buscar nuevas formas de optimizar el uso de la energía.

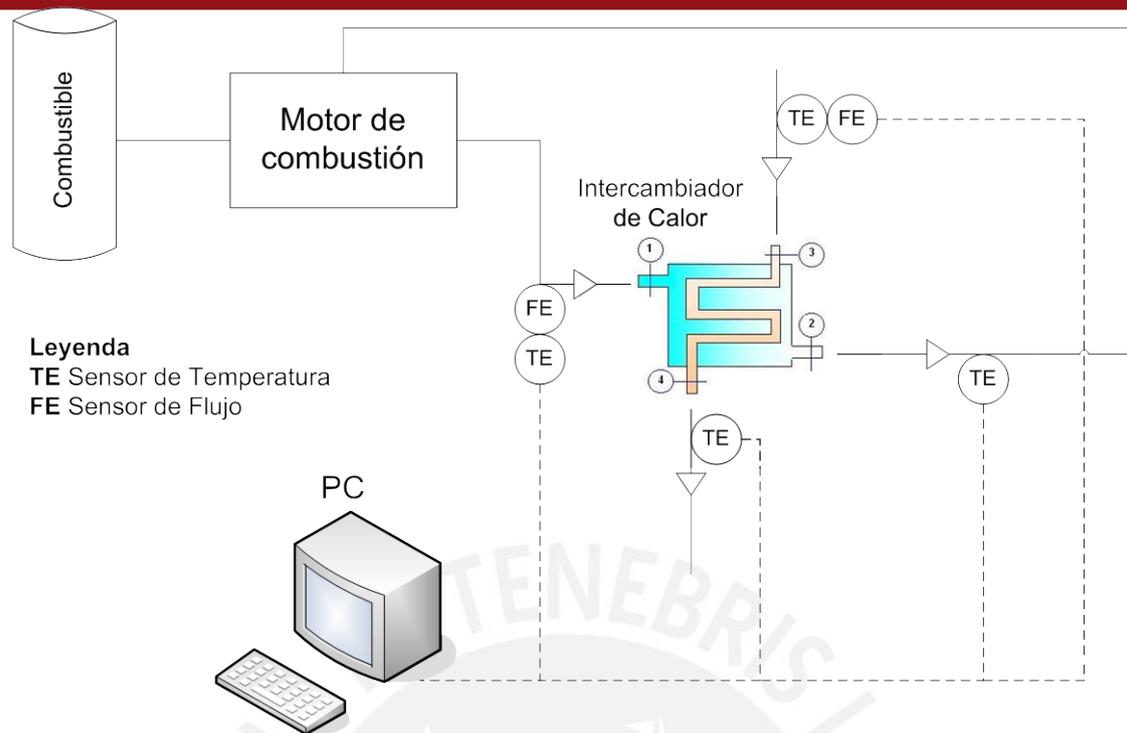
El Laboratorio de Energía de la sección de Ingeniería Mecánica posee un intercambiador de calor el cual actúa como radiador ya que recibe agua caliente de un motor de combustión. Este intercambiador de calor recibe el agua caliente en su carcasa y agua fría en los tubos internos, sin embargo en dicho motor aun no se ha cuantificado la cantidad apropiada de agua y combustible en función de los requerimientos. Si el intercambiador de calor sigue operando de esta forma, el sistema continuará consumiendo combustible innecesariamente; cuando, mediante un racionamiento adecuado de combustible se puede ahorrar su consumo.

El intercambiador de calor es empleado en los ensayos del laboratorio de transferencia de calor. Las pruebas que se realizan en el intercambiador, consisten en elevar la temperatura del fluido frío variando el flujo de agua caliente que ingresa al intercambiador de calor. Estos ensayos se realizan sin conocer el comportamiento del proceso y esperando un considerable tiempo para que la temperatura del fluido frío se estabilice, generando de esta forma un gasto innecesario de energía.

A través de un modelo matemático se puede explicar la dinámica del sistema, de modo que al emplear este modelo, se puede determinar en que instante se estabiliza la temperatura a la salida del fluido frío, evitando de esta forma el gasto innecesario de energía.

El procedimiento práctico para obtener el modelo matemático de un proceso consiste, en obtener la curva de respuesta del sistema aplicando una entrada conocida (escalón unitario, tipo rampa, etc). Posteriormente empleando los métodos de Strejc, Davoust y Broida se aproxima la curva del sistema a una función de primer orden hasta séptimo orden. Finalmente empleando índices de desempeño, que comparan el error entre la salida del sistema y la del modelo, se escoge la función que mejor describa al proceso.

Mediante la figura 1.7 se presenta un diagrama con sensores industriales conectados al intercambiador de calor y a un computador personal, por medio de los cuales se pretende obtener el modelo matemático del sistema.



**Figura 1.7 Diagrama de Conexiones del Intercambiador de Calor y una PC<sup>7</sup>**

De la figura 1.7, los números 1, 2, 3 y 4 representan:

- 1 Ingreso de agua caliente a la carcasa del intercambiador de calor
- 2 Salida de agua caliente de la carcasa del intercambiador de calor
- 3 Ingreso de agua fría a los tubos internos del intercambiador de calor
- 4 Salida de agua fría de los tubos internos del intercambiador de calor

## 1.6 Hipótesis

### 1.6.1. Hipótesis Principal

Debido a que el agua fría, a la salida de los tubos del intercambiador de calor, se calienta producto de los ensayos de laboratorio. Se propone obtener un modelo matemático en el dominio de Laplace que relacione la temperatura de agua fría a la salida con el flujo de agua caliente generado por el motor de combustión, que explique

<sup>7</sup> Elaboración propia

la dinámica del sistema para posteriormente, mediante otro trabajo de Tesis, realizar el control de la misma.

### 1.6.2. Hipótesis Secundaria

- 1) La obtención del modelo matemático permitirá conocer mejor la dinámica del proceso.
- 2) A través de los métodos de Strejc, Davoust y Broida se identificará la curva de respuesta del sistema mediante una función conocida.
- 3) Los índices de desempeño permiten realizar un análisis comparativo mediante simulación entre los modelos obtenidos por los métodos de Strejc, Davoust y Broida.

## 1.7 Objetivos

### 1.7.1. Objetivo General

Obtener un modelo para el intercambiador de calor de tubos y carcasa en el dominio de Laplace que relacione el flujo de agua caliente a la entrada con la temperatura de agua fría a la salida.

### 1.7.2. Objetivos Específicos

- 1) Obtención de un modelo matemático del intercambiador de calor mediante los métodos de Strejc, Davoust y Broida.
- 2) Realizar un análisis comparativo entre las tres funciones de transferencia obtenidas mediante el uso de los índices de desempeño.

## Capítulo 2: Modelamiento de Intercambiadores de Calor

### 2.1 Estado del Arte

#### 2.1.1. Presentación del asunto de estudio

En base a lo mencionado en el capítulo 1, en el intercambiador de calor de tubos y carcasa se realiza un intercambio de calor entre dos fluidos. Dentro de este sistema se describe: un fluido de proceso y otro fluido encargado de calentar o enfriar al anterior.

Para el intercambiador de calor se desea obtener un modelo que relacione la cantidad de agua caliente que ingresa al proceso; con la temperatura de salida del fluido frío.

En este capítulo se describen los métodos usados para modelar intercambiadores de calor que van desde el uso de ecuaciones matemáticas hasta el uso de programas que permiten simular el comportamiento del sistema. Los modelos obtenidos nos dan una perspectiva del comportamiento del sistema, sin embargo es necesario comprobar este modelo con los resultados que se observan de la respuesta real para obtener el modelo que describa al sistema en particular.

Dentro de los trabajos que se describen a continuación también se da una breve explicación de los principales parámetros que se toman en cuenta al momento de modelar el intercambiador de calor. Todas estas consideraciones influyen en el modelo obtenido para cada sistema en particular.

#### 2.1.2. Estado de la Investigación

Un intercambiador de calor es una pequeña planta, en cuyo interior se realiza la transferencia de calor entre dos fluidos, hasta que los dos alcancen el equilibrio térmico. Es decir, el calor entregado por un fluido es absorbido por el otro fluido. En otras palabras mientras otro fluido disminuye su temperatura el otro por el contrario aumenta su temperatura.

Si se llega a variar el flujo de uno de los dos fluidos, se logra variar la cantidad de calor entregado y de esta forma la temperatura de salida de los dos fluidos. En base a este análisis, se puede obtener un modelo que relacione el flujo de entrada de un fluido con la temperatura de salida del otro fluido.

De acuerdo al proceso descrito en el párrafo anterior, Shinsky toma en cuenta las siguientes observaciones [1]. Para modelar un sistema es necesario reconocer la función que desempeña el sistema dentro de un proceso, también es importante la identificación de las variables de entrada (variables manipuladas) y salida (variable controlada).

Los modelos de intercambiadores de calor varían de acuerdo a como se elijan las variables de entrada y salida. Un modelo simple es el propuesto por Luís Monarca Arbitres para un intercambiador de calor de carcasa y con un tubo en U [2, 3, 4], se toma como variable de entrada al fluido que calienta o enfría al fluido del proceso y como variable de salida la temperatura del fluido del proceso. Luego de plantear las ecuaciones de transferencia de calor del intercambiador de calor que relacionen estas dos variables se obtiene una función de transferencia de segundo orden. En este modelo el comportamiento observado muestra que el fluido del proceso en un largo periodo tiende a alcanzar la temperatura del otro fluido.

En los casos donde se desee obtener un modelo que describa las no linealidades del proceso. Este se modela mediante varios modelos lineales que describen el comportamiento del proceso en diferentes condiciones de trabajo, esto resulta a veces difícil de implementar debido a la gran cantidad de ecuaciones y a su complejidad. Una solución a este problema, el cual se muestra en [5], es implementar un modelo difuso tipo Takagi-Sugeno. Este modelo es aplicado a un intercambiador de calor tipo

serpentín compuesto por un tanque y un tubo serpentín. En este modelo se definen tres variables de entrada y una variable de salida (Temperatura de salida del fluido del proceso). Con estas variables obtiene un modelo capaz de reproducir las no linealidades del sistema a la vez que facilita la solución numérica y disminuye los costos a la hora de su implementación.

Un método práctico para obtener la función de transferencia de un proceso es obtener la curva de respuesta de un proceso en lazo abierto excitándolo con una entrada conocida [6]. Normalmente esta entrada se escoge en función a las condiciones de trabajo del proceso. Por ejemplo, si el proceso en su entrada es sometido a cambios bruscos, se empleará un entrada tipo escalón; en cambio, si el proceso en su entrada es sometido a cambios graduales se empleará una entrada tipo rampa. Con la curva de respuesta del proceso se puede obtener la función de transferencia del proceso, para ello se usan métodos que permitan identificar la función de transferencia del proceso. Los métodos de Strejc, Davoust y Broida son comúnmente utilizados para identificar la función de transferencia de modelos de segundo orden hasta séptimo orden. Estos métodos aproximan el modelo a través de funciones equivalentes.

De igual forma, Víctor Alfaro [7] en su trabajo clasifica los métodos de identificación experimental en cuatro. El primero “Métodos basados en la curva de reacción del proceso” es un método con el proceso en lazo abierto y los restantes “Métodos de oscilación mantenida”, “Métodos de realimentación con relé” y “Métodos de control P” son métodos con el proceso en lazo cerrado.

Dentro de su trabajo, Víctor Alfaro da mayor énfasis a los métodos basados en la curva de reacción del proceso; definiendo los siguientes métodos:

- Métodos que utilizan la recta tangente: Método de Zeigler y Nichols y la variante de Miller.
- Métodos de los dos puntos: Método de Smith, Broida, Alfaro, Chen y Yang, Ho et al. y Vitecková et al.
- Métodos de los tres puntos: Método de Stara y de Jahanmir y Fallaih.
- Método de Strejc.
- Método de las áreas características.

Finalmente, Víctor Alfaro propone dos índices de desempeño para identificar, entre los modelos obtenidos, cual predice mejor el comportamiento del sistema. Estos índices son la “Integral del error absoluto” y la “Integral del error de predicción cuadrático” donde el error es la diferencia entre la salida del proceso y la del modelo obtenido.

### 2.1.3. Síntesis del Estado de la Investigación

Tomando en cuenta las principales ideas de los trabajos mencionados anteriormente sobre el modelamiento de intercambiadores de calor se presenta el siguiente resumen:

- Para modelar un sistema se deben definir las variables manipuladas y la variable controlada. En el intercambiador de calor se manipula el fluido que entregará o absorberá calor al fluido del proceso y se controla la temperatura de salida del fluido del proceso.
- El modelamiento del intercambiador de calor se puede realizar mediante el uso de modelos matemáticos. Una forma es planteando las ecuaciones de transferencia de calor que gobiernan el intercambiador de calor y luego obtener su función de transferencia.
- En base al estudio realizado por Luís Monarca Arbitres [2, 3, 4], el modelo teórico obtenido para el intercambiador de calor es un modelo de segundo orden

sobreamortiguado. En el proceso real, la curva de reacción del proceso debe de ser de un proceso sobreamortiguada de segundo orden.

- Un método práctico para obtener la función de transferencia del sistema es obtener la respuesta del sistema para una entrada conocida y con esa respuesta identificar la función de transferencia con la ayuda de los métodos de la recta tangente, de los dos puntos, de los tres puntos de Strejc y de las áreas.
- Cuando se obtiene el modelo matemático es necesario comprobar el modelo obtenido con los resultados reales del sistema modelado.
- Con los índices de desempeño, se puede comparar los modelos obtenidos de modo que se seleccione el que posea menor error de predicción.

## 2.2 Métodos para el modelamiento del intercambiador de calor

El modelamiento consiste en expresar la dinámica de un sistema mediante una ecuación matemática. La ecuación obtenida sirve exclusivamente para identificar al proceso, bajo ciertas condiciones de trabajo. Es decir, el proceso puede tener diferentes comportamientos bajo diferentes condiciones de trabajo.

El procedimiento usado para identificar el intercambiador de calor consiste, en conocer previamente el comportamiento del proceso mediante ecuaciones matemáticas. Para ello se emplean las leyes de la termodinámica que describen el comportamiento del proceso en estudio.

Posteriormente, en base al análisis previo se planifican los ensayos ha realizarse en el intercambiador de calor. Debe tenerse en cuenta que los procesos son identificados en base a la curva de reacción. Para ello se debe tener en cuenta los instrumentos a emplear, la frecuencia de muestreo y el tipo de entrada aplicada al proceso.

Finalmente, en base a la curva de reacción del proceso se procede a identificarla mediante un modelo de primer o segundo orden. Empleando para ello los métodos de la recta tangente, de los dos puntos, Strejc, entre otros. Mediante pruebas comparativas se descartan los modelos obtenidos, seleccionando el que mejor describa las dinámicas del proceso.

### 2.2.1. Ecuaciones del Sistema

Para identificar un proceso, primero en base a las condiciones de trabajo se deben determinar cuales son los parámetros de control y que parámetros podemos variar para que el proceso trabaje en esas condiciones. En la figura 2.1 se muestra la variable controlada (Flujo de agua caliente) y la variable manipulada (Flujo de agua fría) para el intercambiador de calor.

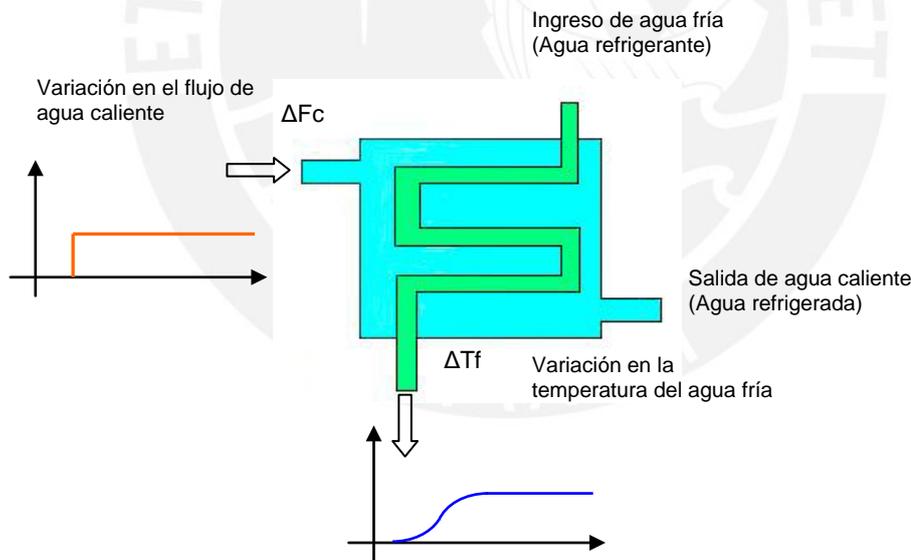


Figura 2.1 Entrada y salida del intercambiador de calor<sup>8</sup>

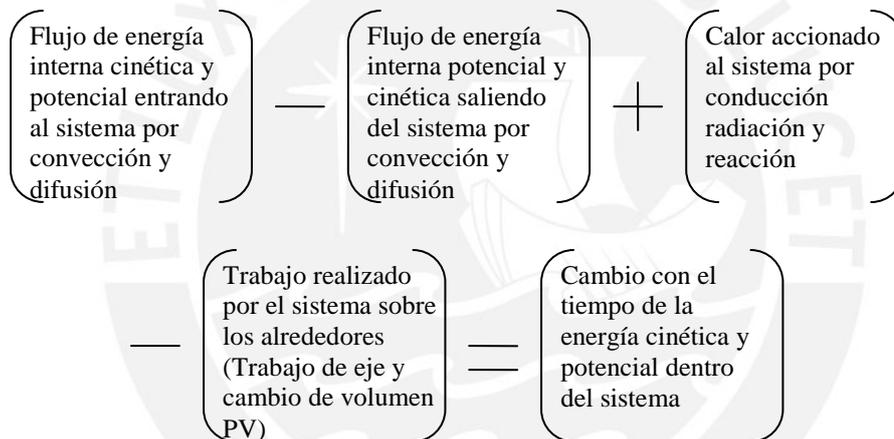
En el caso del intercambiador de calor se requiere controlar la temperatura de salida del fluido frío, para ello se pretende regular la cantidad de agua caliente que ingresa al intercambiador de calor, controlando el caudal del fluido caliente.

<sup>8</sup> Elaboración propia

Una vez identificados las variables de control (salida) y manipulables (entrada). Se buscan ecuaciones matemáticas que relacionen estas variables para obtener un modelo matemático teórico en el dominio de Laplace que nos brinde una descripción del modelo.

Para este caso, las leyes de la termodinámica describen el comportamiento del intercambiador de calor. Por lo tanto se usaran estas ecuaciones para obtener un modelo teórico del sistema.

La primera ley de la termodinámica establece lo siguiente:



**Figura 2.2 Primera Ley de la Termodinámica<sup>9</sup>**

Siguiendo el procedimiento mencionado por Luís Moncada Albitres[4] para que la primera ley de la termodinámica se convierta en una ecuación diferencial. Se obtiene la ecuación 2.1:

$$f_E \rho_E (U_E + K_E + \phi_E) - f_S \rho_S (U_S + K_S + \phi_S) + (Q_G + Q) - (W + f_S P_S - f_E P_E) = \frac{d}{dt} [(U + K + \phi)V\rho] \quad (2.1)$$

Donde:

U Energía interna (kJ/kg)

<sup>9</sup> Elaboración propia

K	Energía cinética (KJ/kg)
$\Phi$	Energía potencial (KJ/kg)
W	Trabajo del sistema
P	Presión en el flujo
f	caudal volumétrico
$\rho$	Densidad
$Q_G$	Calor generado
Q	Calor transferido
E	El subíndice E significa la entrada del sistema
S	El subíndice S significa la salida del sistema

Esta ecuación debe simplificarse porque muchos de los términos en la ecuación pueden ser despreciados al momento de analizar el comportamiento del sistema.

Antes de continuar con la simplificación, debemos aclarar los siguientes conceptos sobre sistemas estables o transitorios. El sistema estable se caracteriza por la ausencia de cambios de energía con el tiempo, es decir no hay generación de calor ni intercambio de calor. En cambio el sistema transitorio se caracteriza por el cambio de energía con el tiempo, es decir existe generación de calor e intercambio de calor. Para nuestro asunto de estudio el intercambiador de calor de tubos y carcasa se comporta como un sistema transitorio con calor adicionado.

Para el intercambiador se conoce lo siguiente:

- No existe generación de calor ni de trabajo por lo que  $Q_G=0$  y  $W=0$ .
- Los flujos de entrada y salida son pequeños por lo que el término de energía cinética es despreciable.
- Los flujos en el sistema están al mismo nivel por lo que la energía potencial es nula.

De esta forma la ecuación 2.1 se reduce a:

$$f_E \rho_E U_E - f_S \rho_S U_S + Q + f_E \rho_E \frac{P_E}{\rho_E} - f_S \rho_S \frac{P_S}{\rho_S} = \frac{d(\rho V U)}{dt} \quad (2.2)$$

Agrupando los términos comunes:

$$f_E \rho_E (U_E + P_E \bar{V}_E) - f_S \rho_S (U_S + P_S \bar{V}_S) + Q + f_E \rho_E h_E - f_S \rho_S h_S + Q = \frac{d(\rho V U)}{dt} \quad (2.3)$$

La termodinámica establece la siguiente ecuación para la entalpía:

$$h = U + P\bar{V} = U + \frac{P}{\rho} \quad (2.4)$$

Donde:

h Entalpía

$\bar{V}$  Volumen específico o inversa de la densidad (1/ $\rho$ )

En los líquidos el término  $P\bar{V}$  es despreciable comparado con el término U, entonces se tiene que  $U \approx h$ . Reemplazando en la ecuación 2.3.

$$\frac{d(\rho V U)}{dt} = f_E \rho_E h_E - f_S \rho_S h_S + Q \quad (2.5)$$

Para el sistema la energía interna puede ser expresada como el producto de la temperatura y la capacidad calorífica a presión constante ( $U = C_p T$ ) de esta forma se obtiene.

$$\frac{d(\rho V C_p T)}{dt} = f_E \rho_E h_E - f_S \rho_S h_S + Q \quad (2.6)$$

La ecuación de Fourier establece que el calor transferido es proporcional al área de la superficie de transferencia de calor [4], la variación de temperatura y un coeficiente global de transferencia de calor.

$$Q = UA\Delta T \quad (2.7)$$

Donde:

U Coeficiente global de transferencia de calor

- A Área de transferencia de calor
- $\Delta T$  Variación de temperatura media o diferencia media logarítmica

Durante el intercambio de calor, el cambio en la densidad de los fluidos es despreciable, por lo que estas se asumen como constantes al igual que el volumen ocupado por la corriente.

$$\rho V C_p \frac{dT_C}{dt} = \rho C_p f (T_E - T_S) + UA \Delta T \quad (2.8)$$

Finalmente se considera que la temperatura de la corriente es el promedio de la temperatura de entrada ( $T_E$ ) y salida ( $T_S$ ).

$$T_C = \frac{T_E + T_S}{2} \quad (2.9)$$

Reemplazando en la ecuación 2.8

$$\frac{\rho V C_p}{2} \frac{dT}{dt} = \rho C_p f (T_E - T_S) + UA \Delta T \quad (2.10)$$

Repitiendo el mismo procedimiento para el fluido caliente pero considerando que en este caso se entrega calor, se tiene:

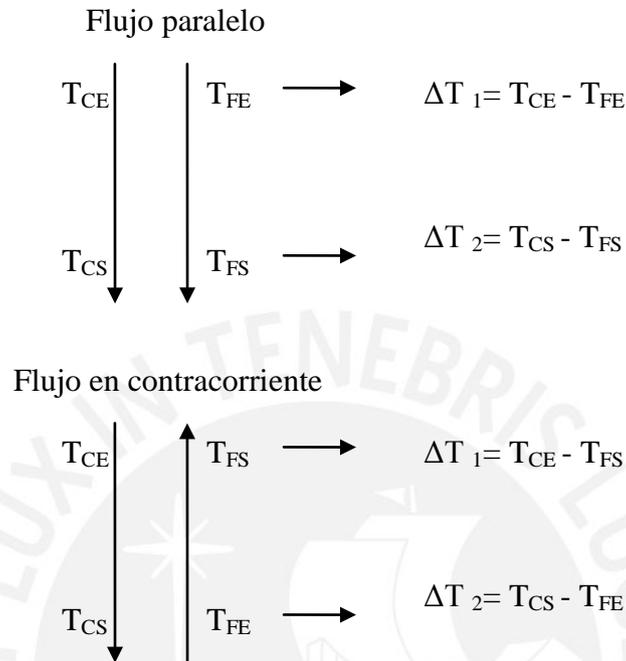
$$\frac{\rho V C_p}{2} \frac{dT}{dt} = \rho C_p f (T_E - T_S) - UA \Delta T \quad (2.11)$$

Las ecuaciones 2.10 y 2.11 describen la transferencia de calor en el interior del intercambiador de tubos y carcasa entre el fluido frío y el fluido caliente. Estas ecuaciones se emplearán para obtener el modelo teórico del intercambiador de calor de acuerdo a las condiciones de trabajo en las que trabaja.

Para relacionar las variables de salida con las variables de entrada, en las ecuaciones 2.10 y 2.11 el término  $\Delta T$  se calcula según la ecuación 2.12

$$\Delta T_M = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{2} \quad (2.12)$$

Donde los términos  $\Delta T_1$  y  $\Delta T_2$  se calculan de acuerdo a sentido de los flujos según el gráfico 2.3.



**Figura 2.3 Cálculo de  $\Delta T$  Según el Tipo de Flujo<sup>10</sup>**

### 2.3 Frecuencia de muestreo

Los instrumentos empleados para convertir la señal capturada en valores discretos. Normalmente pueden perder datos importantes al momento de registrar la entrada y salida del proceso, por tal motivo se debe seleccionar una frecuencia de muestreo adecuada. Según el teorema de Nyquist la frecuencia de muestreo debe ser al menos el doble de la componente de frecuencia más alta de la señal a muestrear.

En la práctica, para que la señal muestreada tenga la mayor información disponible se seleccionan frecuencias de muestreo de alrededor de 10 a 20 veces más alta que la frecuencia mas alta de la señal. A continuación se describen los pasos a seguir para

<sup>10</sup> Elaboración propia

obtener la frecuencia de muestreo de un sistema de primer y segundo orden a partir de la función de transferencia teórica del proceso.

Para un sistema de primer orden dado por la ecuación 2.13:

$$H(s) = \frac{k}{s + p} \quad (2.13)$$

La frecuencia de muestreo se obtiene a partir de la fórmula 2.14 [8]:

$$F_m = n \left( \frac{1}{p} \right) \quad (2.14)$$

Donde:

1/p Es la constante de tiempo dominante

n Cuyo valor varia entre 10 y 20 dependiendo de la resolución que se desea obtener

Para un sistema de segundo orden dado por la ecuación 2.15:

$$H(s) = \frac{Kw_M^2}{s^2 + 2\zeta w_M s + w_M^2} \quad (2.15)$$

La frecuencia de muestreo se obtiene a partir de la fórmula 2.16 [8]:

$$F_m = n \left( \frac{1}{\zeta w_m} \right) \quad (2.16)$$

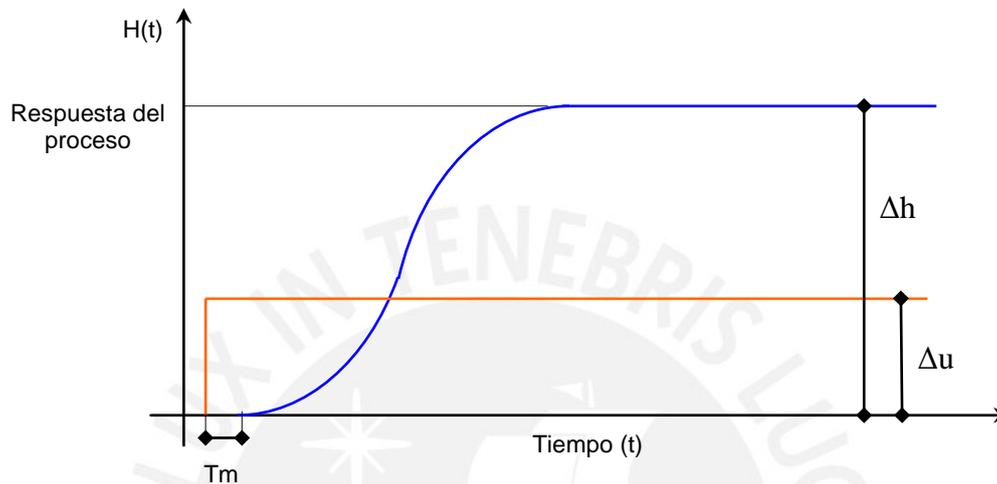
Donde:

$\frac{1}{\zeta w_M}$  Es la constante de tiempo dominante

n Cuyo valor varía entre 10 y 20 dependiendo de la resolución que se desea obtener

## 2.4 Identificación de procesos a partir de la curva de respuesta

Un método práctico y muy efectivo para obtener la función de transferencia del sistema es obtenerla directamente a partir de la curva de respuesta del sistema. Para identificar la función de transferencia del sistema se recurre a los métodos de Strejc, Davoust y Broida [6, 7].



**Figura 2.4 Curva de respuesta de un modelo de segundo orden al aplicarle una entrada tipo escalón<sup>11</sup>**

A primera vista toda curva de respuesta sometida a un escalón presenta los siguientes parámetros identificables a simple vista:

- $T_m$  Tiempo muerto del proceso. Desde el instante en que se aplica la entrada al proceso hasta que el proceso responde a la entrada aplicada.
- $\Delta h$  Cambio total en la salida. Es la variación total del proceso desde su estado de equilibrio hasta que este vuelva a estabilizarse
- $\Delta y$  Cambio total en la entrada. Es la variación aplicada al proceso (entrada tipo escalón).

Finalmente para comprender mejor los métodos de Strejc y Davoust se describirá el método de Ziegler y Nichols.

<sup>11</sup> Elaboración propia

### 2.4.1. Identificación del modelo según el método de Ziegler y Nichols

El modelo propuesto por Ziegler y Nichols puede utilizarse para obtener un modelo de primer orden más tiempo muerto, representado por la ecuación 2.17:

$$H(s) = \frac{G_p \cdot e^{-\theta s}}{(1 + \tau \cdot s)^n} \quad (2.17)$$

Donde los parámetros a determinar son:

$\tau$       Constante de tiempo del proceso

$\theta$       Tiempo muerto del proceso

$G_p$     Ganancia del proceso

La ganancia del proceso se obtiene a partir de la división del cambio total en la salida entre el cambio total en la entrada:

$$G_p = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (2.18)$$

Para obtener los parámetros restantes, se traza una recta tangente a la curva de reacción del proceso en su punto de inflexión [6].

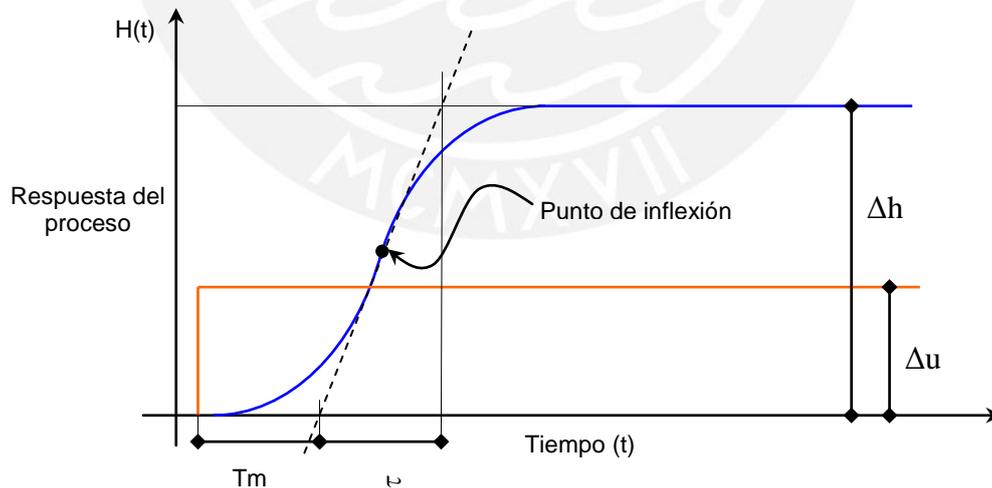


Figura 2.5 Obtención de los parámetros de Ziegler y Nichols<sup>12</sup>

<sup>12</sup> Elaboración propia

El tiempo transcurrido desde el instante en que se aplica el escalón de entrada hasta el punto en que la recta tangente corta al eje del tiempo, es el tiempo muerto “ $T_m$ ”.

Asimismo, a partir de ese instante hasta que la recta tangente corta el valor final de la salida es la constante de tiempo. “ $\tau$ ”.

#### 2.4.2. Identificación del modelo según el método de Strejc

El método propuesto por Strejc puede utilizarse para identificar un modelo de polos múltiples; sobretodo en el caso particular donde las constantes de tiempo del sistema sean aproximadamente iguales. De esta forma el sistema queda representado por la ecuación 2.19 [7]:

$$H(s) = \frac{G_p e^{-\theta s}}{(1 + \tau \cdot s)^n} \quad (2.19)$$

Donde los cuatro parámetros a determinar son

- $G_p$  Ganancia estática del proceso
- $\tau$  Constante de tiempo del proceso
- $\theta$  Tiempo muerto del proceso
- $n$  orden del sistema

Al igual que el método de Ziegler y Nichols, se requiere trazar una recta tangente al punto de inflexión de la curva de reacción del proceso y obtener los valores de “ $T_u$ ” y “ $T_a$ ”. Estos valores corresponden respectivamente al tiempo muerto ( $T_m$ ) y la constante de tiempo del proceso ( $\tau$ ) del método anterior.

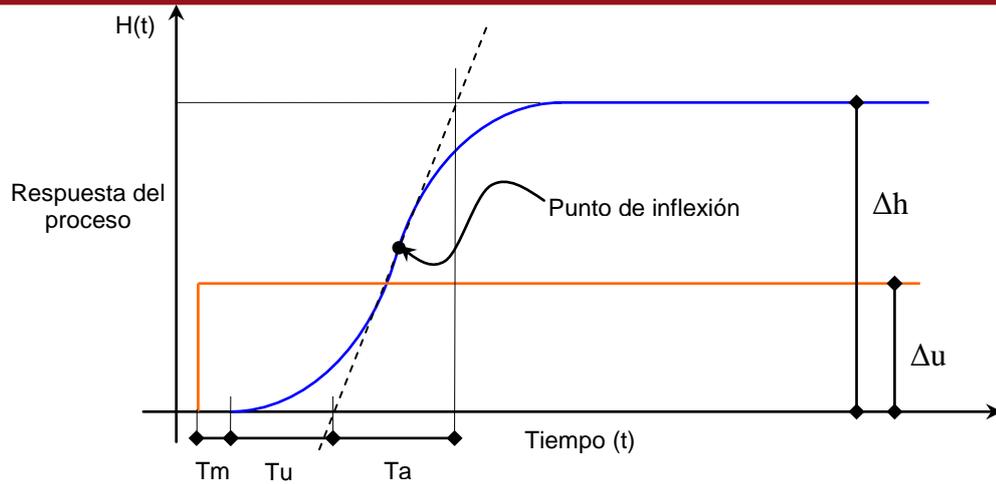


Figura 2.6 Obtención de los parámetros de Strejc<sup>13</sup>

Tomando como base la ecuación:

$$\frac{1}{(1 + \tau \cdot s)^n} \tag{2.20}$$

Strejc calculó las relaciones “ $Tu/Ta$ ”, “ $Ta/\tau$ ” y “ $Tu/\tau$ ” para valores enteros de “ $n$ ”, obteniendo la tabla 2.1:

Tabla 2.1 Parámetros de Strejc [6]

n	Ta/τ	Tu/τ	Tu/Ta
1	1	0	0
2	2.718	0.282	0.104
3	3.695	0.805	0.218
4	4.463	1.425	0.319
5	5.119	2.100	0.410
6	5.699	2.811	0.493
7	6.226	3.547	0.570
8	6.711	4.307	0.642
9	7.164	5.081	0.709
10	7.590	5.869	0.773

Una vez obtenidos los valores de “ $Tu$ ” y “ $Ta$ ”, se calcula el valor “ $Tu/Ta$ ” para obtener el orden del sistema a partir de la Tabla 2.1 como el valor de  $n$  correspondiente al valor “ $Tu/Ta$ ” inmediatamente inferior al valor calculado. Luego se obtienen los valores “ $Ta/\tau$ ” y “ $Tu/\tau$ ” para el valor de “ $n$ ” obtenido y se calcula el valor de “ $\tau$ ”.

<sup>13</sup> Elaboración propia

La proximidad de los dos valores de “ $\tau$ ” obtenidos sería una indicación de la validez del modelo. Al igual que el método anterior la ganancia estática del proceso se obtiene a partir de la ecuación 2.19.

Finalmente, el tiempo muerto del sistema se obtiene a partir del tiempo muerto real del sistema, mas el tiempo muerto ficticio, definido como el valor de “ $T_u$ ” real menos el “ $T_u$ ” teórico. De esta forma se tiene:

$$\theta = T_m + (T_u \text{ real} - T_u \text{ teórico}) \quad (2.21)$$

### 2.4.3. Identificación del modelo según el método de Davoust

Davoust tomando como referencia el método de Strejc, propone variar el orden del sistema por uno fraccionario. De esta forma pretende eliminar el error, producto de la aproximación realizada en el método anterior. El modelo propuesto por Davoust queda definido por la ecuación 2.22 [7]:

$$H(s) = \frac{G_p e^{-\theta s}}{(1 + \tau \cdot s)^n} \quad (2.22)$$

Al igual que el método anterior, se debe trazar una recta tangente al punto de inflexión de la curva de respuesta del proceso; y, obtener los valores de “ $T_u$ ” y “ $T_a$ ”.

Para obtener el modelo de orden fraccionario Davoust construyó el siguiente diagrama de transmitancias. Relacionando en una regleta el orden del sistema “ $n$ ” con el valor de “ $T_u/T_a$ ”. Por el otro lado colocó dos regletas con los valores de “ $\tau$ ” y “ $T_a$ ” respectivamente.

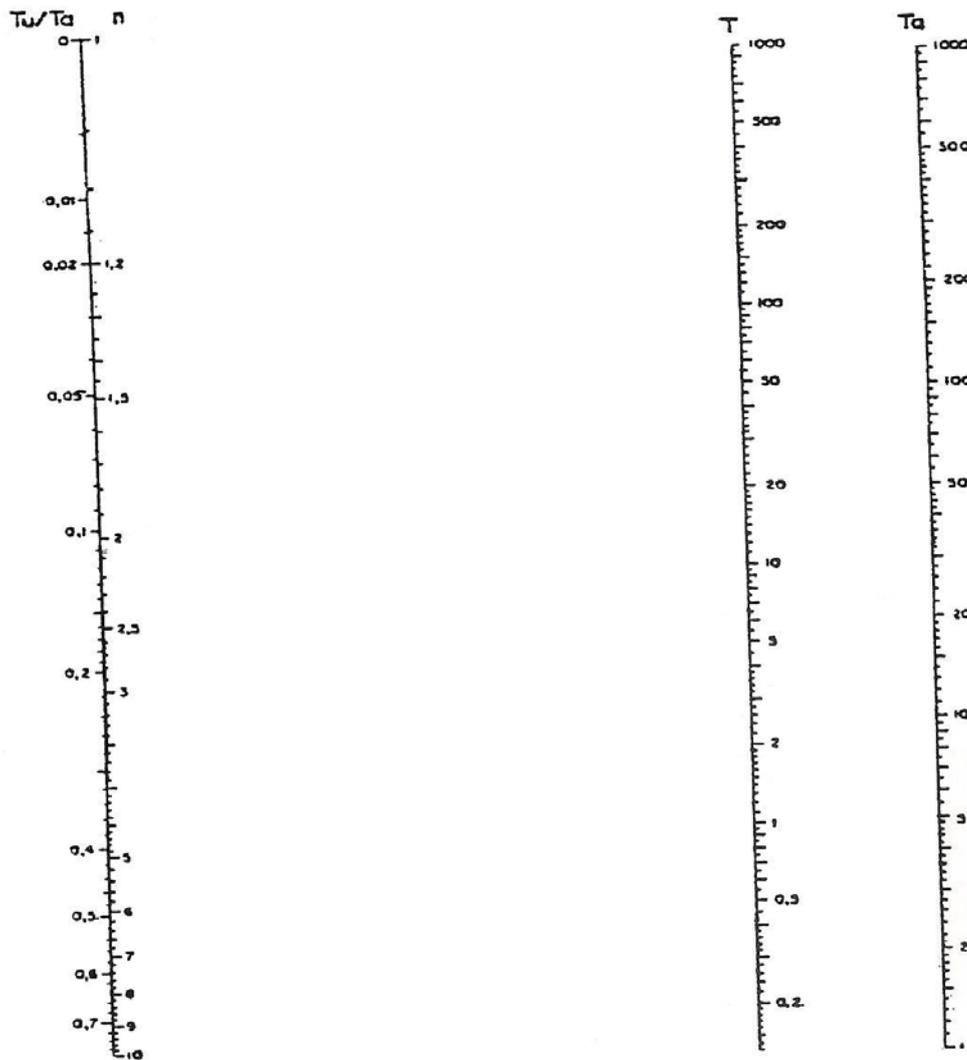


Figura 2.7 Monograma de Transmitancias de Davoust [6]

Para obtener el orden del sistema se calcula el valor de " $T_u/T_a$ " y colocándolo sobre la regleta se obtiene el valor de " $n$ ". La constante de tiempo del proceso se obtiene; trazando una recta tomando como puntos de referencia, los valores de " $T_u/T_a$ " y " $T_a$ " en cada regleta respectiva; la intersección de esta recta con la regleta del medio obtenemos el valor de " $\tau$ ".

Al igual que el método anterior la ganancia se obtiene a partir de la ecuación 2.19. El tiempo muerto se obtiene desde el instante en el que se aplica el escalón al proceso hasta el instante donde el proceso empieza a responder.

Finalmente, una variante de Davoust es cambiar el tiempo muerto por una función de orden fraccionario de la siguiente forma:

$$e^{-\theta s} = \frac{1}{(1 + \tau s)^n} \quad (2.23)$$

Donde:  $n = \frac{\theta}{\tau}$

#### 2.4.4. Identificación del modelo por el método de Broida

Broida propone identificar el proceso mediante un modelo de primer orden dado por la ecuación 2.24 [7]:

$$H(s) = \frac{G_p e^{-\theta s}}{(1 + \tau \cdot s)} \quad (2.24)$$

Para este caso solo se requieren identificar tres parámetros:

- $G_p$  Ganancia estática del proceso
- $\tau$  Constante de tiempo del proceso
- $\theta$  Tiempo muerto del proceso

Al igual que en los casos anteriores, la ganancia se calcula a partir de la ecuación 2.19.

Para identificar los dos parámetros restantes (constante de tiempo y tiempo muerto) se establecen dos ecuaciones utilizando dos puntos sobre la curva de repuesta del proceso. De este modo se garantiza que la respuesta del modelo coincida con la del sistema en al menos dos puntos.

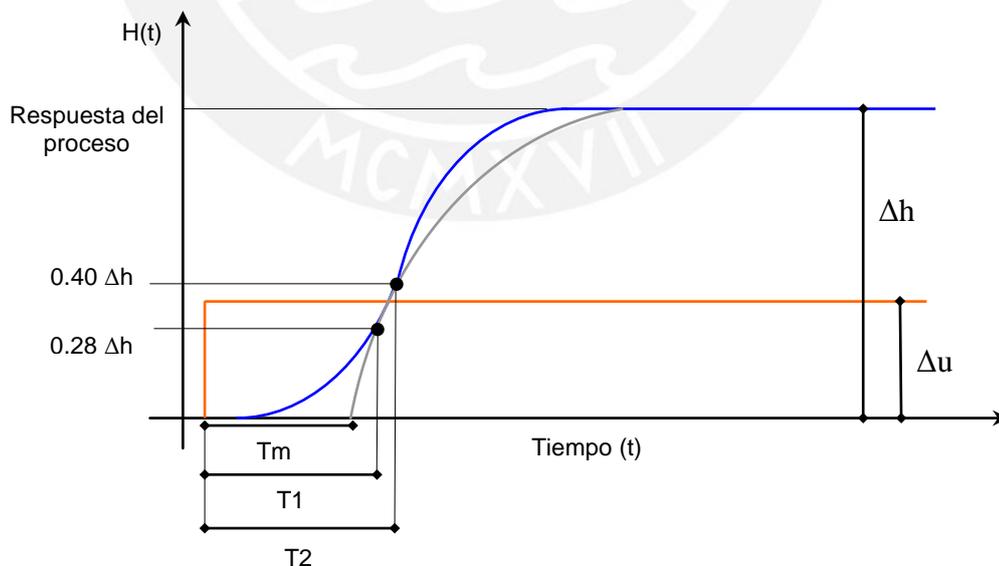
Broida al estudiar la posición del punto de inflexión de los procesos, verificó que para un proceso de segundo orden el punto de inflexión se sitúa en el 26% del valor final y para un proceso de orden seis se sitúa en el 38% del valor final de la curva de

respuesta del proceso. En la tabla 2.2 se pueden ver los valores porcentuales donde se ubica el punto de inflexión para funciones de segundo orden hasta sexto orden.

**Tabla 2.2 Posición de los puntos de inflexión para los sistemas de segundo hasta sexto orden [7]**

Orden del sistema	Punto de inflexión
2	0.26
3	0.32
4	0.35
5	0.37
6	0.38

En base a lo mencionado anteriormente, Broida considera para su modelo los instantes donde la curva de respuesta alcanza el 28% y 40% de su valor final. Entonces, el modelo propuesto por Broida es valido para sistemas de segundo al sexto orden. La figura 2.8 representa la aproximación de una curva de respuesta de un sistema mediante un modelo de primer orden, usando el método de Broida.



**Figura 2.8 Modelo de orden n a modelo de primer orden<sup>14</sup>**

<sup>14</sup> Elaboración propia

Para el cálculo de la constante de tiempo y tiempo muerto se aplica la ecuación 2.25, que es igual a la ecuación 2.24 pero esta se representa en el dominio del tiempo:

$$H(t) = u \cdot G_p \cdot e^{-\frac{(t-\tau)}{\theta}} \quad (2.25)$$

Considerando “ $G_p=1$ ” y “ $u=1$ ”

Procedemos a calcular para el 28%

$$0.28 = e^{-\frac{(t_1-\tau)}{\theta}} \quad (2.26)$$

$$0.72 = e^{-\frac{(t_1-\tau)}{\theta}} \quad (2.27)$$

$$\ln(0.72) = \ln\left(e^{-\frac{(t_1-\tau)}{\theta}}\right) \quad (2.28)$$

$$-0.3205 = \frac{-(t_1 - \tau)}{\theta} \quad (2.29)$$

$$\theta \cdot 0.3205 = t_1 - \tau \quad (2.30)$$

Aplicando el mismo procedimiento para 40%, se obtiene:

$$\theta \cdot 0.5108 = t_2 - \tau \quad (2.31)$$

Despejando de 2.26 y 2.27 se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\theta = 5.5(t_2 - t_1) \quad (2.32)$$

$$\tau = 2.8 \cdot t_1 - 1.8 \cdot t_2 \quad (2.33)$$

## 2.5 Métodos de comparación basados en el error

Para determinar la precisión con la que el modelo identificado predice el comportamiento del sistema, se definen los siguientes métodos basados en el error entre la salida del proceso y el modelo identificado, denominado “error de predicción”.

En base a este concepto se tienen dos índices.

En base al trabajo de Víctor Alfaro [7] la Integral del error de predicción absoluto, está definido por la ecuación 2.34:

$$IEAP = \int_0^{\infty} |y_p(t) - y_m(t)| dt \quad (2.34)$$

Donde:

IEAP Integral del error absoluto

$y_p(t)$  Modelo del proceso

$y_m(t)$  Modelo identificado

Este índice representa el área diferencial entre la respuesta de la planta y la del modelo. Entonces, cuanto menor sea este índice de desempeño, mejor será la representación dada por el modelo.

De igual forma, en base al trabajo de Víctor Alfaro, la Integral del error de predicción cuadrático, está definido por la ecuación 2.35:

$$IECP = \int_0^{\infty} (y_p(t) - y_m(t))^2 dt \quad (2.35)$$

Donde:

IEAP Integral del error de predicción cuadrático

$y_p(t)$  Modelo del proceso

$y_m(t)$  Modelo identificado

Este índice da mayor peso a las desviaciones grandes que a las pequeñas. Entonces, el que tenga un IECP menor predecirá la salida de la planta con desviaciones máximas menores.

También hay que señalar que la evaluación hasta el infinito es imposible, por lo que la evaluación se realizará para un intervalo de tiempo.

## Capítulo 3 Determinación del modelo del intercambiador de calor

### 3.1 Modelamiento matemático del sistema

El modelamiento matemático del sistema se realizará empleando las ecuaciones 2.10 y 2.11 halladas en capítulo 2. En este caso se debe de buscar una relación entre la temperatura del agua fría (Variable manipulada) y el flujo de agua caliente (Variable controlada). Para ello, se empleará la transformada de Laplace y operaciones algebraicas a fin de obtener la función de transferencia deseada.

#### 3.1.1. Variables del sistema

Recordando lo que se describió en el primer capítulo, en el intercambiador de calor de tubos y carcasa, se pueden identificar las siguientes variables, las cuales se muestran en la figura 3.1.

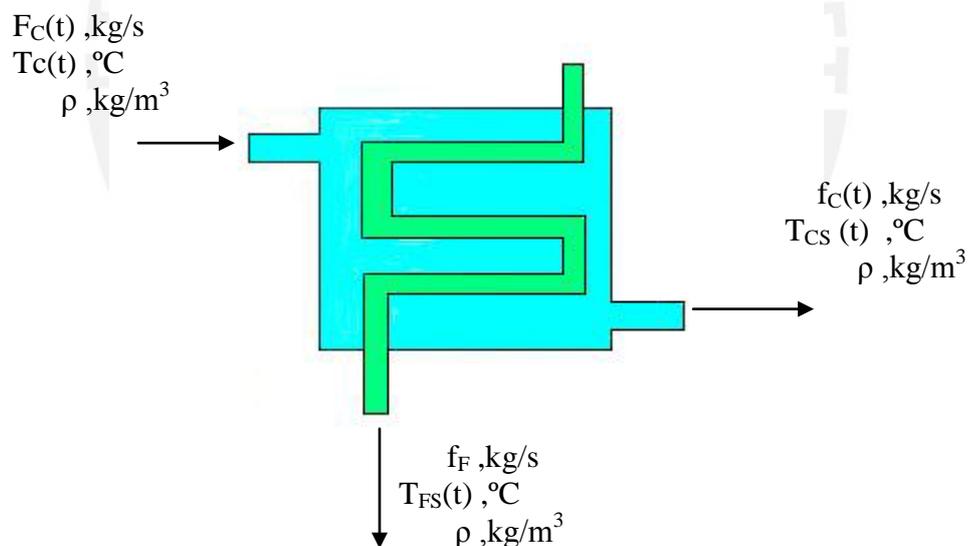


Figura 3.1 Variables del Sistema<sup>15</sup>

Donde:

$f_F$  Flujo de agua fría

$f_C$  Flujo de agua caliente (Variable manipulada)

<sup>15</sup> Elaboración propia

$T_C$	Temperatura de entrada de agua caliente
$T_{CS}$	Temperatura de salida de agua caliente
$T_F$	Temperatura de entrada de agua fría
$T_{FS}$	Temperatura de salida de agua fría (variable controlada)
$\rho$	Densidad del fluido

Para el uso que se desea dar al intercambiador de calor se requiere controlar la temperatura de salida del agua fría, este flujo de agua caliente se puede emplear en un sistema de calefacción, donde se usaría la energía del fluido para calentar el aire del ambiente. Para controlar la temperatura del fluido frío a la salida se manipulará el flujo de agua caliente por medio de una válvula controlando la cantidad de calor transferido al fluido frío.

Cabe mencionar que en el numeral 2.2.1 del capítulo anterior, se mencionaron las ecuaciones del sistema que serán empleadas para obtener la función de transferencia teórica del sistema.

### 3.1.2. Función de transferencia del sistema

Con el fin de obtener el modelo teórico del proceso, se empleará la ecuación 2.10 obtenida en el capítulo 2. Para el fluido frío, se escribe la misma ecuación en estado estable:

$$\frac{\rho V C_p}{2} \frac{d\bar{T}_f}{dt} = 0 = \rho C_p f_f (\bar{T}_{fE} - \bar{T}_{fS}) + \frac{UA}{2} (\bar{T}_{fS} - \bar{T}_{CE} + \bar{T}_{fE} - \bar{T}_{CS}) \quad (3.1)$$

Restando con la ecuación 2.10.

$$\begin{aligned} \frac{\rho V C_p}{2} \frac{d(T_f - \bar{T}_f)}{dt} &= (T_{fE} - \bar{T}_{fE}) \left( \rho C_p f_f + \frac{UA}{2} \right) - (T_{fS} - \bar{T}_{fS}) \left( \rho C_p f_f - \frac{UA}{2} \right) \\ &\quad - (T_{CE} - \bar{T}_{CE}) \frac{UA}{2} - (T_{CS} - \bar{T}_{CS}) \frac{UA}{2} \end{aligned} \quad (3.2)$$

La función de transferencia posee un offset, es decir si la temperatura del fluido frío varía de 10 °C a 20 °C, la función de transferencia empezaría a variar en 10 y no 0 como sería lo esperado. Por ese motivo se definen las siguientes variables de desviación para eliminar el offset:

$$\Gamma_f(t) = T_{fs} - \overline{T_{fs}} \quad (3.3)$$

$$\Gamma_c(t) = T_{cs} - \overline{T_{cs}} \quad (3.4)$$

Donde:

$T_{fs}$  Temperatura del fluido frío en estado estable

$\overline{T_{fs}}$  Temperatura del fluido frío fuera del estado estable

De igual forma se definen las respectivas variables para el fluido caliente. Ahora, recordando que en el sistema la temperatura a la entrada es constante, se tiene:

$$\Gamma_{fo}(t) = T_{fo} - \overline{T_{fo}} = 0 \quad (3.5)$$

$$\Gamma_{co}(t) = T_{co} - \overline{T_{co}} = 0 \quad (3.6)$$

Entonces la ecuación 3.2 se reduce a:

$$\frac{\rho V C_p}{2} \frac{d\Gamma_f(t)}{dt} = -\Gamma_f(t) \left( \rho C_p f_f - \frac{UA}{2} \right) - \Gamma_c(t) \frac{UA}{2} \quad (3.7)$$

Aplicando la transformada de Laplace con la ecuación 3.7 se obtiene

$$\Gamma_f(s) + \tau_1 s \Gamma_f(s) - \tau_1 \Gamma_f(0) = K_1 \Gamma_c(s) \quad (3.8)$$

Donde los términos  $K_1$  y  $\tau_1$  son:

$$\tau_1 = \frac{\rho V C_p}{2 \rho C_p f_f - UA} \quad (3.9) \quad \text{y} \quad K_1 = \frac{UA}{2 \rho C_p f_f - UA} \quad (3.10)$$

Considerando, para el tiempo cero  $\Gamma_c(0) = 0$ , finalmente se tiene:

$$\Gamma_f(s) = -\Gamma_c \frac{K_1}{1 + \tau_1 s} \quad (3.11)$$

Realizando el mismo procedimiento para la ecuación 2.11 del fluido caliente se obtiene la siguiente ecuación en estado estable:

$$\rho C_p \frac{d}{dt} (T_{CE} - T_{CS}) = \rho C_p (\overline{T_{CS}} - \overline{T_{CE}}) (f_C - \overline{f_C}) + (\rho C_p \overline{f_C} + \frac{UA}{2}) (T_{CE} - \overline{T_{CE}}) - (\rho C_p \overline{f_C} - \frac{UA}{2}) (T_{CS} - \overline{T_{CS}}) - \frac{UA}{2} (T_{JS} - \overline{T_{JS}}) - \frac{UA}{2} (T_{JE} - \overline{T_{JE}}) \quad (3.12)$$

Ahora definimos una nueva variable de desviación.

$$F_C(t) = f_C - \overline{f_C} \quad (3.13)$$

Reemplazando esta variable de desviación y las ecuaciones 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6 halladas anteriormente se obtiene:

$$\frac{\rho V C_p}{2} \frac{d\Gamma_C(t)}{dt} = F_C(t) \rho C_p (\overline{T_C} - \overline{T_{Co}}) - \Gamma_C(t) \rho C_p \overline{f_C} - \Gamma_f(t) \frac{UA}{2} + \Gamma_C(t) \frac{UA}{2} \quad (3.14)$$

Aplicando la transformada de Laplace

$$\Gamma_C(s) + \tau_2 s \Gamma_C(s) - \tau_2 \Gamma_C(0) = F_C(s) K_2 - \Gamma_f(s) K_3 \quad (3.15)$$

Donde los términos  $\tau_2$ ,  $K_2$  y  $K_3$  son:

$$\tau_2 = \frac{\rho V C_p}{2 \rho C_p \overline{f_C} - UA} \quad (3.16) \quad K_2 = \frac{2 \rho C_p (\overline{T_C} - \overline{T_{Co}})}{2 \rho C_p \overline{f_C} - UA} \quad (3.17)$$

$$y \quad K_3 = \frac{UA}{2 \rho C_p \overline{f_C} - UA} \quad (3.18)$$

Despejando se obtiene la siguiente fórmula.

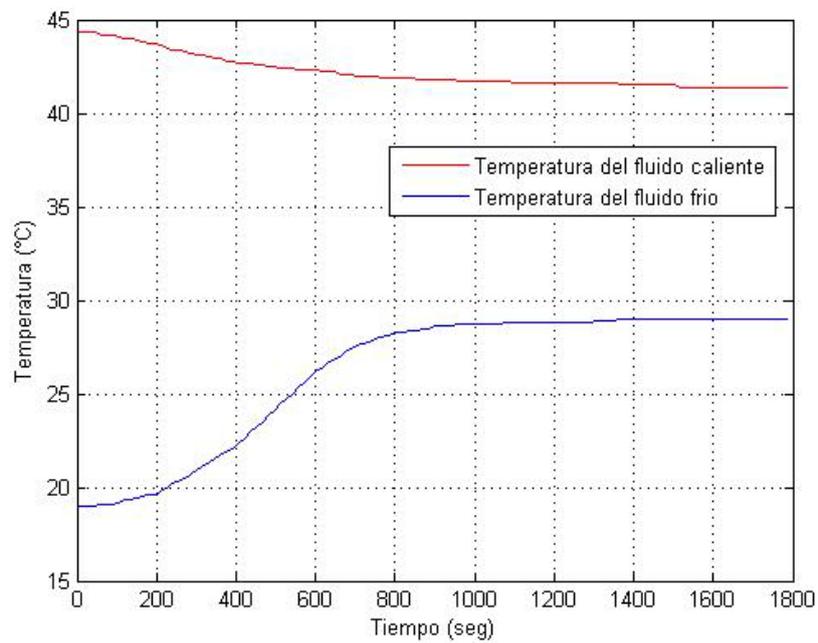
$$\Gamma_C(s) = F_C(s) \frac{K_2}{1 + \tau_2 s} - \Gamma_f(s) \frac{K_3}{1 + \tau_2 s} \quad (3.19)$$

Finalmente juntando las ecuaciones 3.11 y 3.19 se obtiene una función de segundo orden:

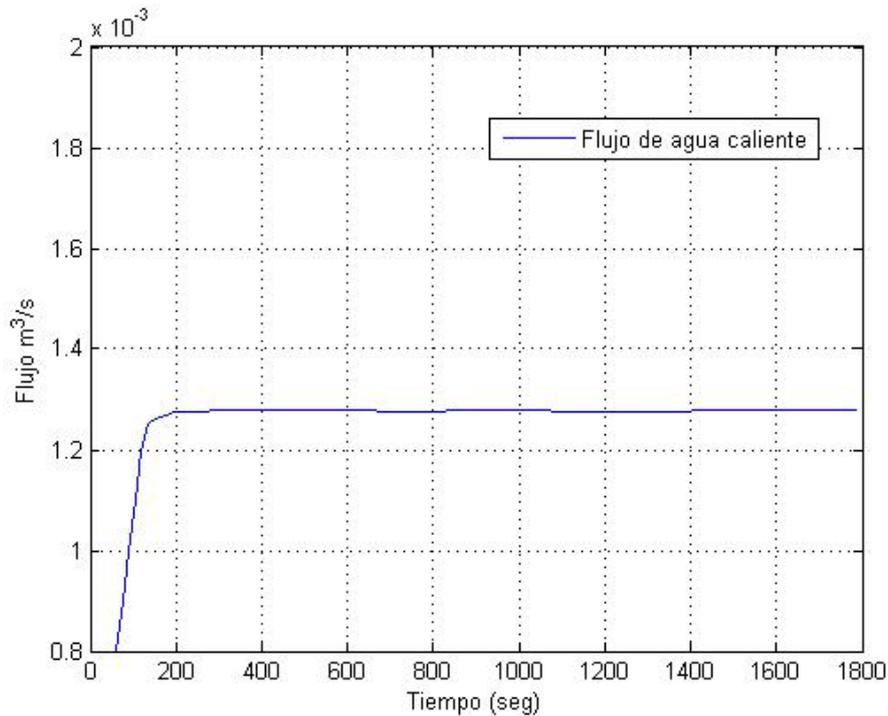
$$\frac{\Gamma_f(s)}{F_C(s)} = \frac{-K_1 K_2}{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s) + K_1 K_3} \quad (3.20)$$

En base a las dimensiones del intercambiador de calor mencionadas en la tabla 1.1 y los datos tomados manualmente durante uno de los ensayos del laboratorio de transferencia de calor:

- Temperatura de entrada y salida del fluido caliente: 41.4 °C y 44.3 °C
- Temperatura de entrada y salida del fluido frío: 19 °C y 29 °C
- Una variación en el flujo del fluido caliente de 0.0008 m/s<sup>3</sup> a 0.001278 m/s<sup>3</sup>



**Figura 3.2 Valores de temperatura registrados durante un ensayo del Laboratorio de Transferencia de calor**



**Figura 3.3 Valores de flujo registrados durante un ensayo del Laboratorio de Transferencia de calor**

Se calculan los siguientes términos:

Volumen del fluido frío:

$$V_f = \pi \left( \frac{Diam_{TubInt}}{2} \right)^2 \times long_{tub} \times Total_{tub} \times \# \text{ pasos} \quad (3.21)$$

$$V_f = \pi \left( \frac{0.0083}{2} \right)^2 \times 0.8 \times 38 \times 2 = 0.003289 m^3 \quad (3.22)$$

Volumen del fluido caliente:

$$V_c = \pi \left( \frac{Diam_{Carcasa}}{2} \right)^2 \times long_{tub} - V_f \quad (3.23)$$

$$V_c = \pi \left( \frac{0.1533}{2} \right)^2 \times 0.8 - 0.003289 = 0.01147 m^3 \quad (3.24)$$

Adicionalmente se emplearon las siguientes constantes, las cuales se encuentran en las tablas de termodinámica [1]:

Capacidad calorífica del agua:

$$C_p = 4.1813 \frac{KJ}{Kg^\circ C} \quad (3.25)$$

Densidad del agua:

$$\rho = 1000 \frac{kg}{m^3} \quad (3.26)$$

El coeficiente global de transferencia de calor. Cabe mencionar que esta constante es única para cada intercambiador de calor y se obtiene en forma experimental:

$$U = 0.38 \frac{Kw}{m^2 \circ C} \quad (3.27)$$

Reemplazando con los valores del intercambiador de calor se obtiene:

$$\tau_1 = \frac{1000 \frac{kg}{m^3} (0.003289 m^3) 4.1813 \frac{kJ}{Kg^\circ C}}{2(1000 \frac{kg}{m^3}) 4.1813 \frac{kJ}{Kg^\circ C} (0.0003125 \frac{m^3}{s}) - 0.38 \frac{Kw}{m^2 \circ C} (1.9101 m^2)} = 7.28 \text{seg}$$

$$\tau_2 = \frac{1000 \frac{kg}{m^3} (0.01147 m^3) 4.1813 \frac{kJ}{kg^\circ C}}{2(1000 \frac{kg}{m^3}) 4.1813 \frac{kJ}{kg^\circ C} (0.0008 \frac{m^3}{s}) - 1.9101 m^2 (0.38 \frac{Kw}{m^2 \circ C})} = 8.04 \text{seg}$$

$$K_1 = \frac{0.38 \frac{Kw}{m^2 \circ C} (1.9101 m^2)}{2(1000 \frac{kg}{m^3}) 4.1813 \frac{kJ}{kg^\circ C} (0.0003125 \frac{m^3}{s}) - 0.38 \frac{Kw}{m^2 \circ C} (1.9101 m^2)} = 0.38$$

$$K_2 = \frac{2(1000 \frac{kg}{m^3}) 4.1813 \frac{kJ}{kg^\circ C} (44.3^\circ C - 41.4^\circ C)}{2(1000 \frac{kg}{m^3}) 4.1813 \frac{kJ}{kg^\circ C} (0.00008 \frac{m^3}{s}) - 1.9101 m^2 (0.38 \frac{kW}{m^2 \circ C})} = -4066.15 \frac{s^\circ C}{m^3}$$

$$K_3 = \frac{0.38 \frac{kW}{m^2 \circ C} (1.9101 m^2)}{2(1000 \frac{kg}{m^3}) 4.1813 \frac{kJ}{kg^\circ C} (0.0008 \frac{m^3}{s}) - 0.38 \frac{kW}{m^2 \circ C} (1.9101 m^2)} = 0.121$$

Finalmente reemplazando estos valores en la ecuación 3.20 se obtiene:

$$\frac{\Gamma_f(s)}{F_c(s)} = \frac{1783.83}{1.13 + 13.49s + 44.65s^2} \quad (3.28)$$

Este modelo teórico se usará para determinar la frecuencia de muestreo adecuada, al momento de obtener la curva de respuesta.

### 3.2 Obtención de la curva de respuesta

La función de transferencia hallada representa a un intercambiador sin pérdidas (calor entregado al medio exterior, entre otras), para el sistema real hay que tomar en cuenta estos factores porque es importante conocer las dinámicas propias del sistema en estudio. Para el sistema en estudio se conocen las siguientes señales.



**Figura 3.4 Diagrama de Bloques del Sistema<sup>16</sup>**

Entonces si aplicamos una entrada conocida al sistema podemos medir la salida y a partir de estas dos funciones podemos obtener la función de transferencia del sistema.

$$F(s) = \frac{G(s)}{U(s)} \quad (3.29)$$

Al obtener la respuesta del sistema no es fácil expresar esta como una función matemática. Por este motivo se utilizan técnicas de identificación de procesos, que en base a la respuesta del sistema para una determinada entrada obtienen los parámetros para conocer la función de transferencia.

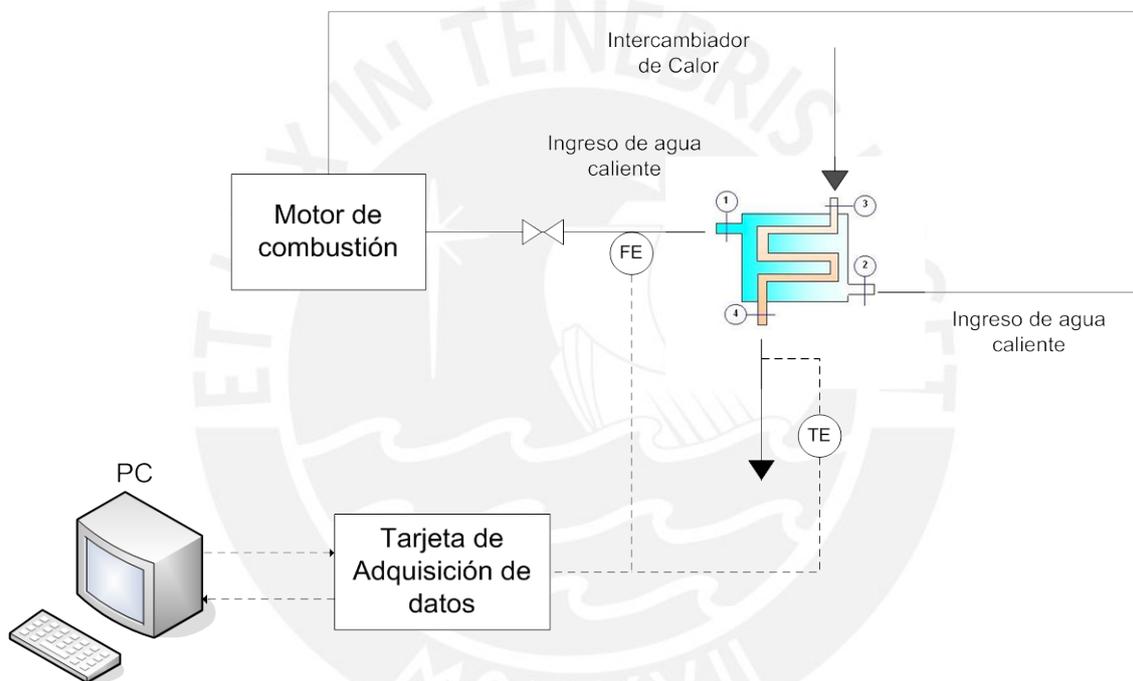
Para obtener la curva de respuesta del intercambiador de calor para las condiciones de trabajo deseadas, se instaló en el sistema los siguientes equipos industriales para facilitar la toma de datos mediante una computadora:

- Válvula proporcional Buschjest serie 82880 controlada por voltaje (0 – 10V)

<sup>16</sup> Elaboración propia

- Sensor de caudal Baylan TK de 10 m<sup>3</sup>/h.
- Tarjeta de adquisición de datos de National Instruments LAB-PC-1200, 2 canales de entrada analógicos de  $\pm 10V$ , 1 canal de salida analógicos de  $\pm 10V$  y 24 canales digitales de entrada y salida.
- Termocupla tipo J.

A continuación se muestra el diagrama de conexiones de cada uno de los elementos al intercambiador de calor



**Figura 3.5 Diagrama de instrumentación<sup>17</sup>**

Para el intercambiador de calor se van a realizar tres ensayos para conocer el comportamiento del sistema en diferentes rangos de temperatura. Por tal motivo, se mantendrá las revoluciones del motor de combustión en 600 rpm y se variará el torque de la carga aplicada en 20 N-m, 50 N-m y 100 N-m.

<sup>17</sup> Elaboración propia

### 3.2.1. Identificación de la frecuencia de muestreo

Debido a que se deben digitalizar las señales captadas por los sensores, se debe escoger la frecuencia de muestreo adecuada para no perder información al momento de muestrear los datos. Para ello llevamos la ecuación 3.28 a la forma de la ecuación 2.16:

$$H(s) = \frac{26.39}{s^2 + 0.2617s + 0.0162} \quad (3.30)$$

De donde:

$$\zeta_{w_m} = \frac{0.2617}{2} = 0.1308 \quad (3.31)$$

Finalmente aplicando la ecuación 2.17 y escogiendo un  $n=10$ , para obtener una frecuencia de muestreo diez veces mayor a la del periodo de oscilación del sistema, se obtiene:

$$F_m = \frac{10}{0.1308} = 76.45 \text{ Hz} \quad (3.32)$$

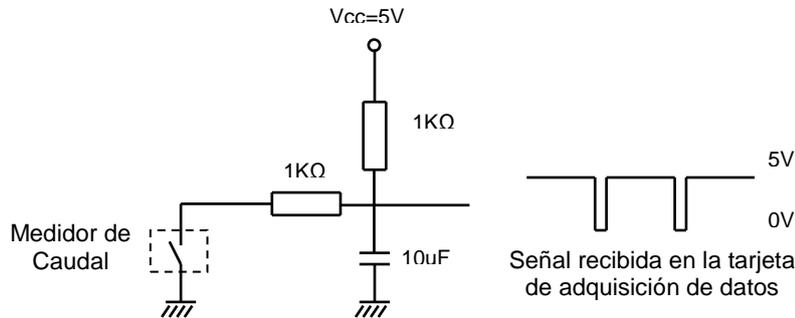
Entonces la frecuencia de muestreo debe ser por lo menos 76.45 Hz, es decir las muestras se deben capturar cada 13 ms. Para este caso las muestras se tomarán cada 10 ms.

### 3.2.2. Descripción de los instrumentos de medición

También, es necesario conocer la dinámica de los instrumentos de medición y captura de datos con el fin de obtener una correcta lectura. A continuación, se da una breve explicación de cada uno de los equipos:

**3.2.2.1. Sensor de Caudal Baylan [9]:** Este instrumento posee internamente un interruptor mecánico, llamado interruptor reed, el cual se activa por cada litro medido. De esta forma se puede emplear este medidor para generar pequeños pulsos, los cuales pueden ser detectados por la tarjeta de adquisición de datos. Dado que el

medidor activa un interruptor mecánico, se debe instalar un circuito antirrebotes que elimine el ruido en la señal generado por el interruptor. A continuación se muestra el diagrama de conexiones del sensor para ser conectado a la tarjeta:



**Figura 3.6 Diagrama de Conexiones del medidor de caudal<sup>18</sup>**

Para demostrar que el tiempo de descarga del condensador no afecte a las mediciones se calculará el tiempo que transcurre entre cada pulso recibido.

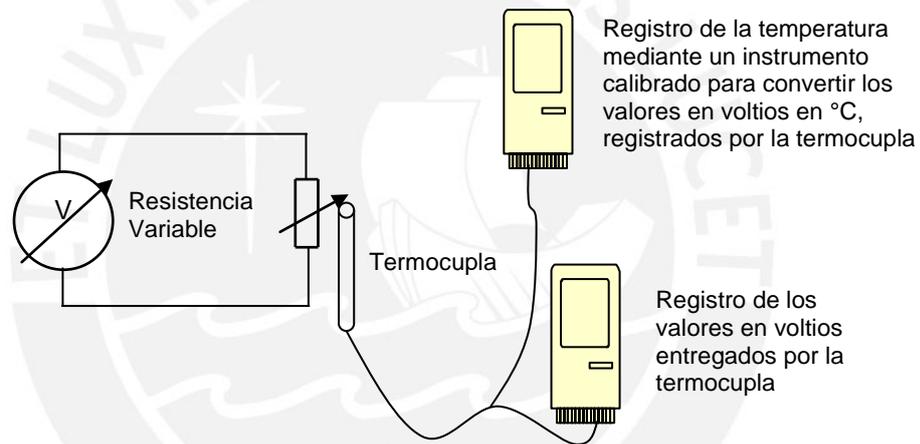
En el intercambiador de calor se espera registrar un caudal máximo de  $2 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  y un mínimo de  $0.0005 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ . Dado que el medidor de caudal emite pulsos por cada litro de agua, y en base a los datos de la hoja técnica del medidor, se obtiene una variación en el caudal de 2 L como máximo y 0.05 L como mínimo. Es decir, se espera recibir en la tarjeta de adquisición de datos pulsos cada 0.5 segundos como mínimo y 20 segundos como máximo.

Dado que el condensador se descarga en 10 milisegundos como máximo, este tiempo no va afectar a la señal cuyos los pulsos son recibidos cada 0.5 segundos. Finalmente se debe tener que no es posible hacer coincidir la frecuencia de muestreo con la emisión de pulsos del transmisor de caudal, por este motivo los datos del transmisor de caudal se tomaran cada vez que registre el tiempo entre dos pulsos.

<sup>18</sup> Elaboración propia

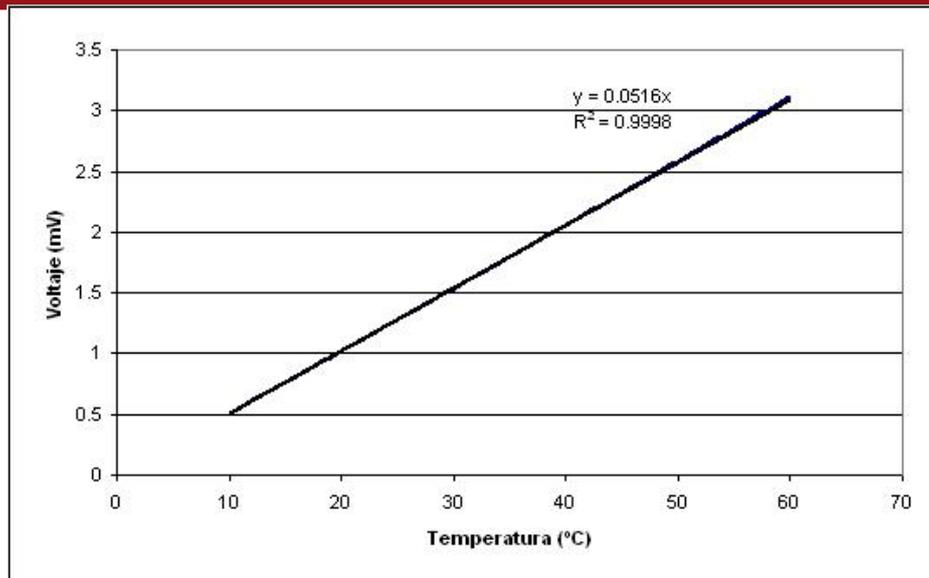
**3.2.2.2. Termocupla tipo J [10]:** Este dispositivo esta formado por la unión de un alambre de hierro y otro de constantan (aleación de cobre níquel); de tal modo que al aplicar una temperatura en la unión se emite un pequeño voltaje, del orden de los milivoltios, entre sus terminales; cuyo valor varia de acuerdo a la temperatura que este sensando.

Siguiendo el experimento mostrado en la figura 3.5, se construyó la figura 3.5, mediante una hoja de cálculo en Excel, para los rangos de temperatura a sensar. Interpolando la temperatura medida con los respectivos valores en milivoltios que entrega la termocupla:



**Figura 3.7 Esquema del experimento realizado para capturar los valores en voltios entregados por la termocupla<sup>19</sup>**

<sup>19</sup> Elaboración propia



**Figura 3.8** Valores en voltios de la temperatura medida por la termocupla

Finalmente, para obtener la temperatura real hay que realizar la compensación de junta fría. Esto ocurre, porque al soldar un conductor de cobre a las termocuplas, se genera un voltaje proporcional a la temperatura ambiente de la soldadura. Para este caso la compensación se realizará restándole el valor del voltaje que entrega la soldadura de cobre.

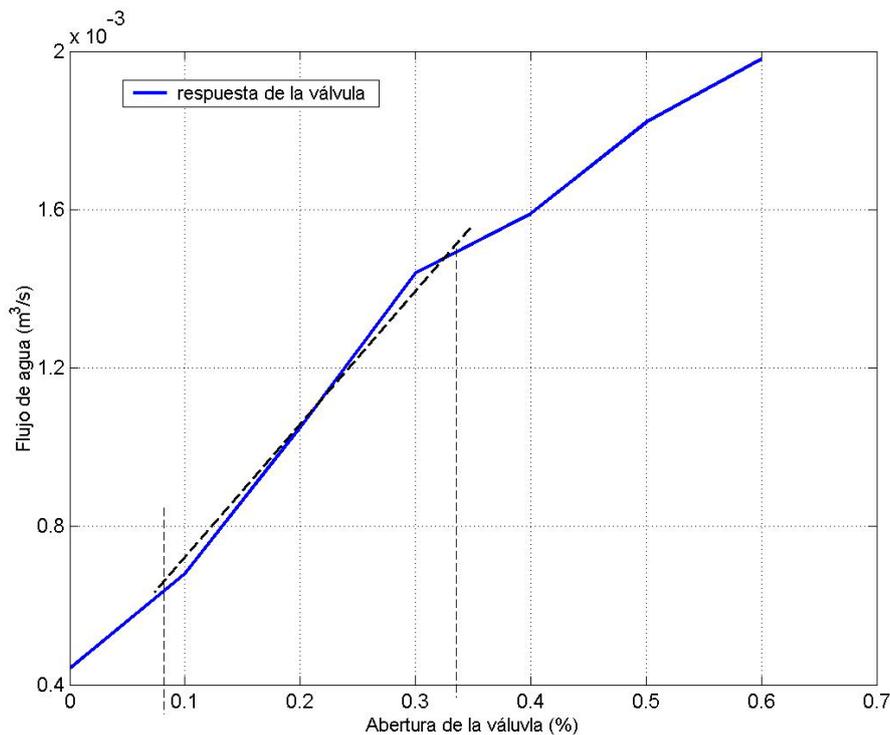
En la termocupla usada se midió el voltaje que esta entrega para una temperatura ambiente (21°C aproximadamente), donde el sensor arrojó un voltaje de 8.74 mV. Comparando en la hoja técnica, para esta temperatura corresponde el valor de 1.071 mV. En base a estos datos el voltaje que se debe restar es 7.669 mV. Entonces, mediante la siguiente ecuación se obtiene la temperatura leída:

$$T(^{\circ}C) = \frac{V_{medido} - 7.669mV}{0.0516} \quad (3.33)$$

**3.2.2.3. Válvula proporcional [11]:** Esta instrumento esta compuesto por una válvula tipo bola y un motor de DC que controla el mecanismo regulador del flujo. Este dispositivo funciona en base a un mecanismo con forma de esfera perforada, se abre

mediante el giro del eje unido al motor DC de tal forma que permite el paso del fluido cuando la perforación esta alineada con la dirección del flujo .En este caso el máximo flujo se obtiene para un ángulo de apertura de 90°.

Dado que el ángulo de apertura es proporcional al voltaje aplicado a la válvula en sus terminales no hay que realizar ninguna conversión. Sin embargo se debe conocer como varía el flujo de ingreso al intercambiador. Para ello se realizaron las siguientes pruebas para diferentes porcentajes de abertura y con ayuda del medidor de caudal se construyó las siguientes gráficas; mantenimiento las revoluciones del motor de combustión en 600 rpm y variando el torque de la carga aplicada en 20 N-m, 50 N-m y 100 N-m:



**Figura 3.9** Característica estática del actuador para un torque 20 N-m

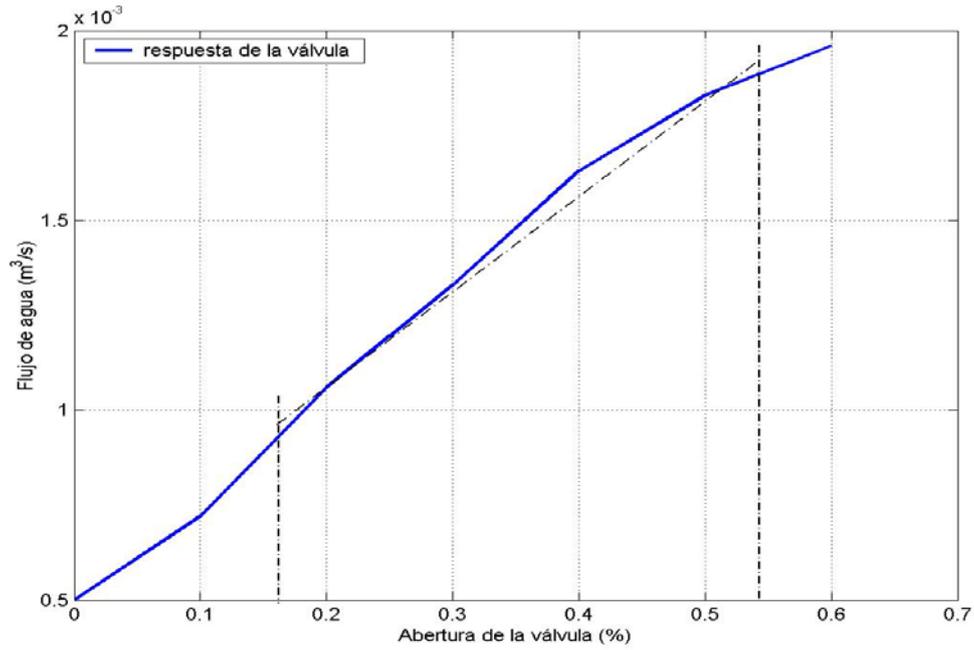


Figura 3.10 Característica estática del actuador para un torque 50 N-m

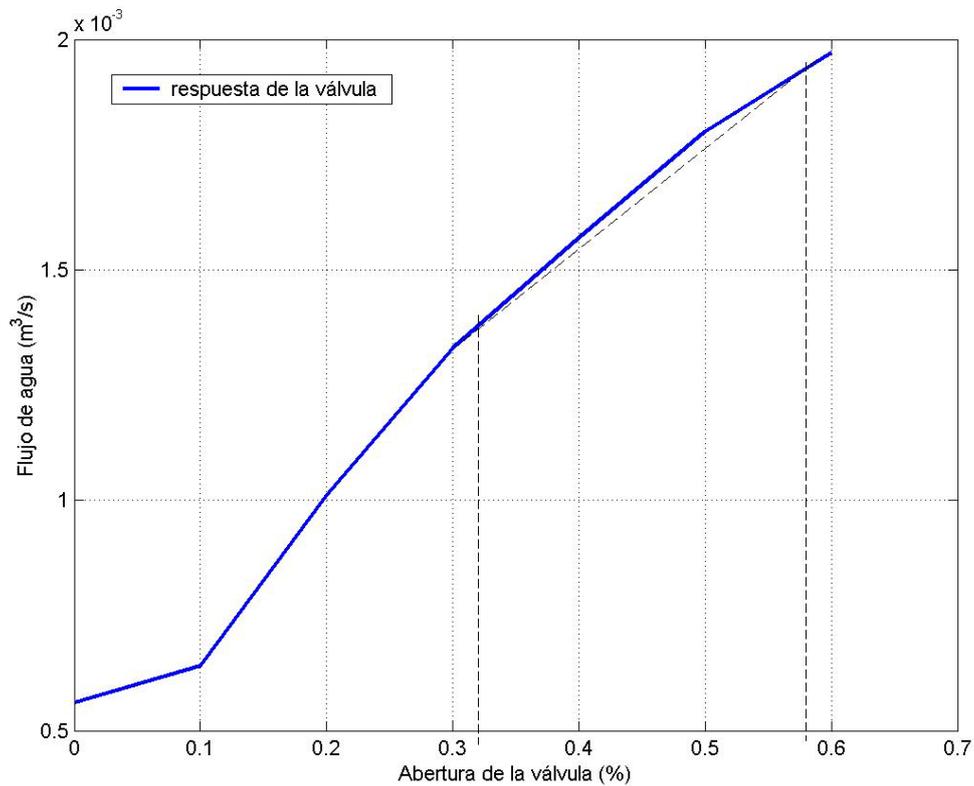


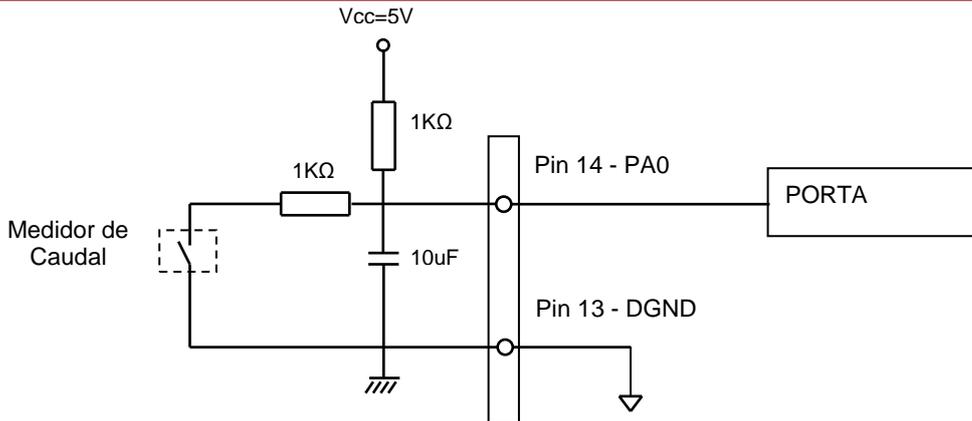
Figura 3.11 Característica estática del actuador para un torque 100 N-m

En base a las gráficas obtenidas se observa que la válvula proporcional se comporta como un proceso no lineal. Con el fin de que la dinámica de este actuador no afecte la toma de datos, se trabajará dentro de los rangos donde la respuesta del actuador es lineal. En estos casos se puede esperar que durante los ensayos se obtengan diferentes curvas de respuesta para cada una de los rangos escogidos. Estos rangos están indicados en las figuras 3.6, 3.7 y 3.8 mediante líneas punteadas.

**3.2.2.4. Tarjeta de Adquisición de datos [12]:** Este instrumento permite registrar los valores obtenidos por las termocuplas a través de sus canales analógicos de entrada de  $\pm 10V$ , los pulsos emitidos por el sensor de caudal y también permite enviar la señal de control a la válvula para generar el escalón en la entrada por medio de un canal analógico de salida. A continuación se muestra el diagrama de conexiones, de la tarjeta con cada uno de los instrumentos.

Como se explicó en el numeral 3.4.2.2 La termocupla emite señales en el orden de los milivoltios, por tal motivo y en base a las recomendaciones del fabricante [12] (National Instruments), se conectará al canal analógico en modo diferencial con una ganancia de 10. Como se mencionó en el numeral 3.2.2.2 para obtener el valor real medido por la termocupla hay que realizar una compensación por junta fría, en la figura 3.12 se observa el diagrama esquemático de un circuito que entrega el voltaje emitido por la termocupla restando el voltaje emitido por la soldadura de cobre:

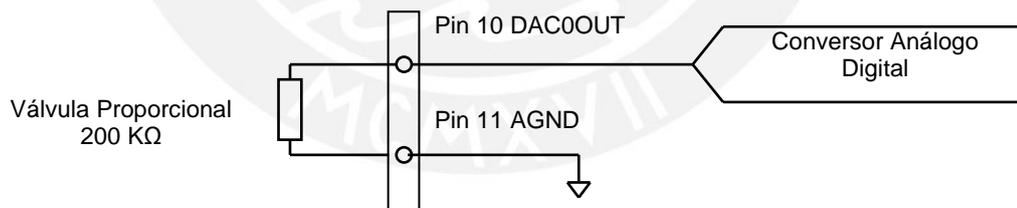




Elaboración propia

**Figura 3.13 Diagrama de conexiones del transmisor de caudal al Lab PC 1200**

La válvula proporcional será conectada al conversor digital análogo. Se usará el conversor en el modo unipolar donde el voltaje puede variar entre 0V y 10V, que justamente coincide con el rango de voltajes que controlan a la válvula. Hay que tener en cuenta que la tarjeta de adquisición de datos puede emitir una corriente como máximo de 2 mA; la válvula proporcional posee una resistencia de entrada de 200 KΩ, por lo que la corriente consumida no pasará de 1 mA. A continuación se muestra el diagrama de conexiones:



Elaboración propia

**Figura 3.14 Diagrama de conexiones de la válvula proporcional al Lab PC 1200**

Finalmente, con el software LabView 6.0 se realizó el programa, mostrado en la figura 3.12, para registrar los valores de los sensores y enviar la señal de control a la válvula. Cabe señalar, que debido a que el registro del caudal es independiente, se empezarán a registrar las variaciones de temperatura desde el instante que se aplica la señal de control a la válvula.

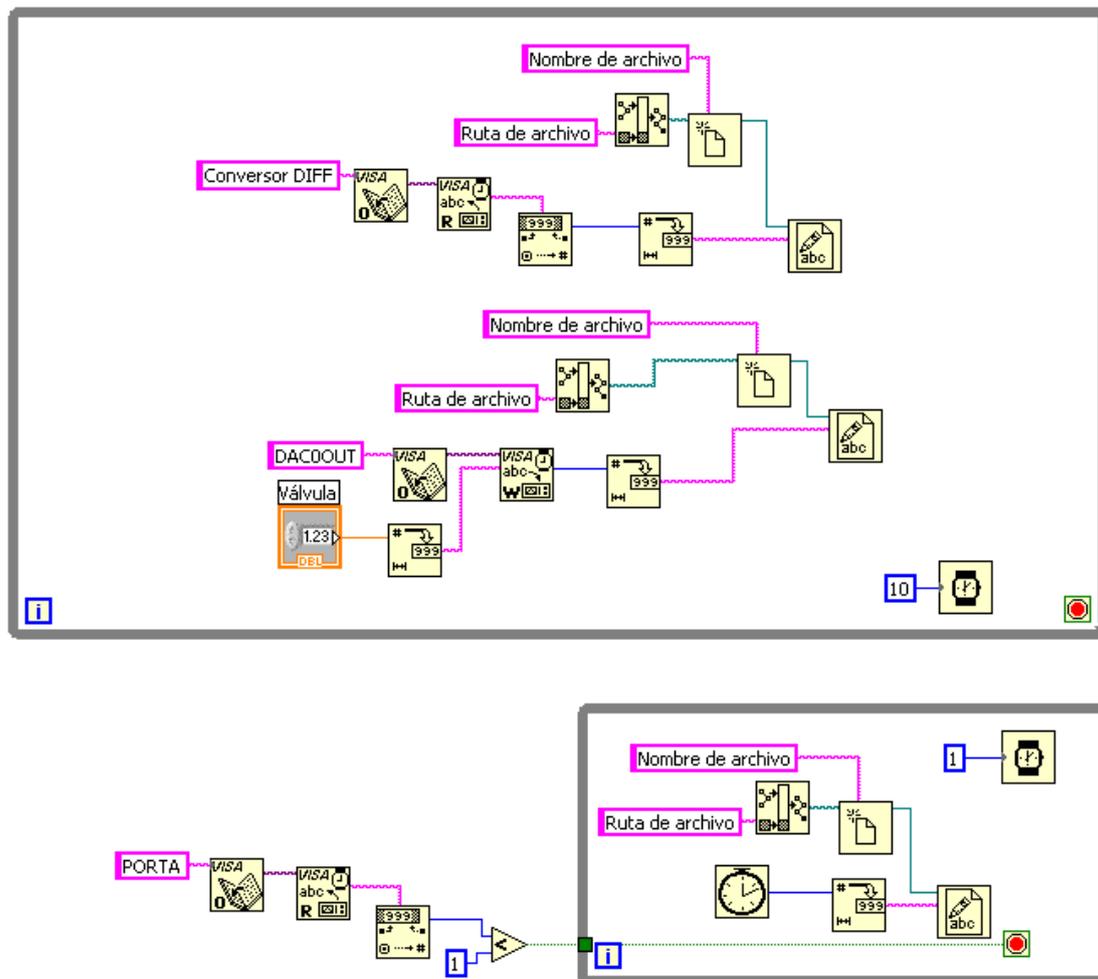


Figura 3.15 Diagrama del programa en LabView

Los datos capturados se almacenaron en los archivos dato1.xls, dato2.xls, etc para cada una de las pruebas realizadas, para que luego se pueda trazar las curvas de obtenidas con el Matlab 6.0 e identificarlas con los métodos mencionados.

### 3.2.3. Obtención de datos

En el intercambiador de calor se realizaron tres ensayos manteniendo el flujo de agua caliente en la entrada constante; es decir el motor se mantiene girando a 600 rpm. Solo se varía aplicado al eje del motor de modo que se puedan obtener tres rangos de temperatura en la entrada diferentes.

Todos los datos obtenidos de las mediciones se exportaron en archivos Excel y con ayuda del Matlab 6.0 se obtuvieron las siguientes gráficas de los ensayos realizados. Por motivos de seguridad el motor que entrega agua caliente al intercambiador de calor no puede tener conectada una carga de 2000 N-m, por este motivo el flujo de agua caliente no es suficiente para que la válvula sea abierta al 100% solo se puede trabajar hasta una abertura del 70%.

Para el primer ensayo, con una carga con un torque de 20 N-m se obtuvo una temperatura de entrada de 34.4 °C en el fluido caliente. Variando la posición de la válvula de 10% al 30% se obtuvo la siguiente variación en la temperatura del fluido frío.

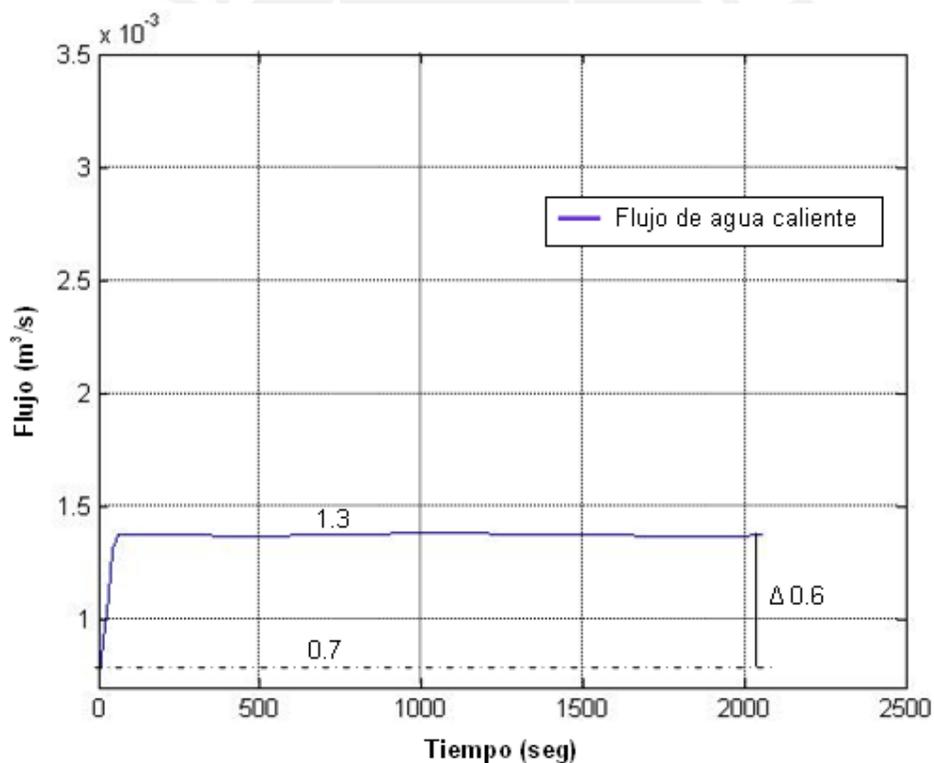


Figura 3.16 Señal de excitación en la entrada del sistema para la primera prueba

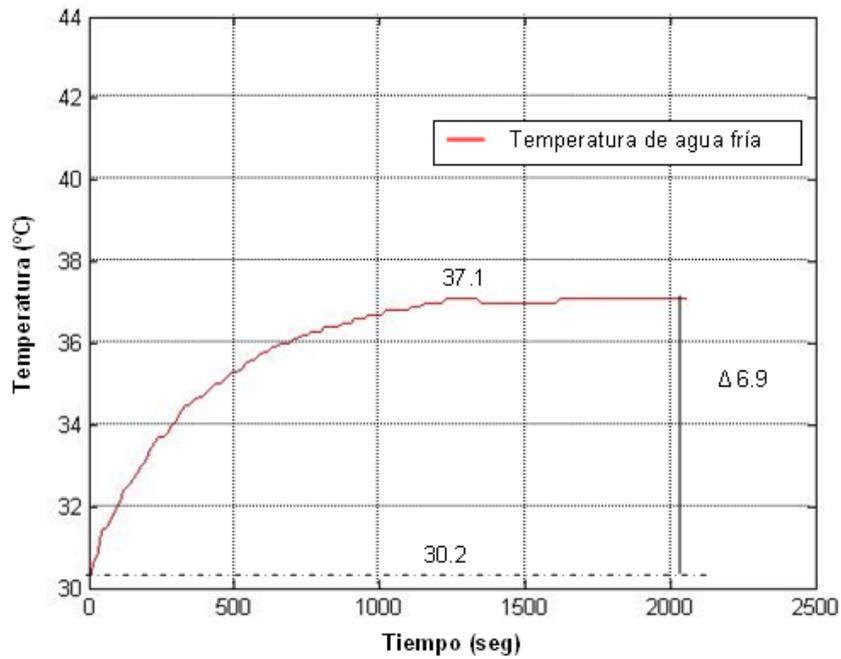


Figura 3.17 Señal de respuesta del sistema para la primera prueba

Para el segundo ensayo, con una carga con un torque de 50 N-m se obtuvo una temperatura de entrada de 40 °C en el fluido caliente. Variando la posición de la válvula de 30% al 50% se obtuvo la siguiente variación en la temperatura del fluido frío.

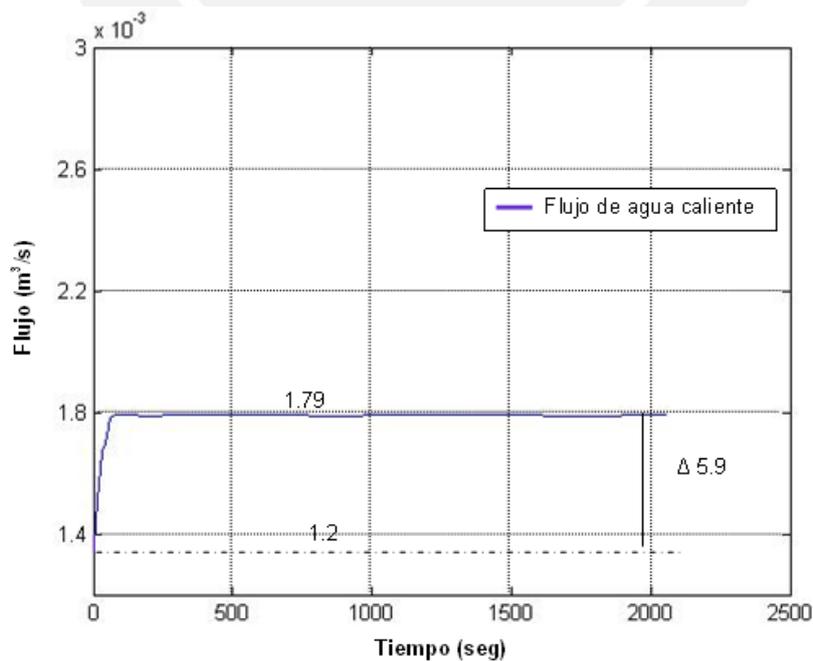
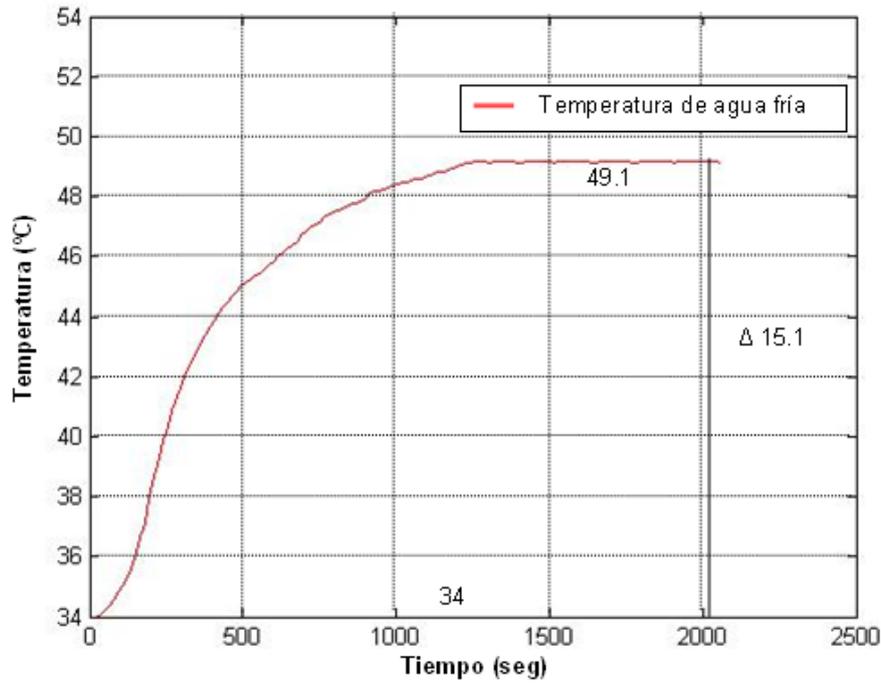
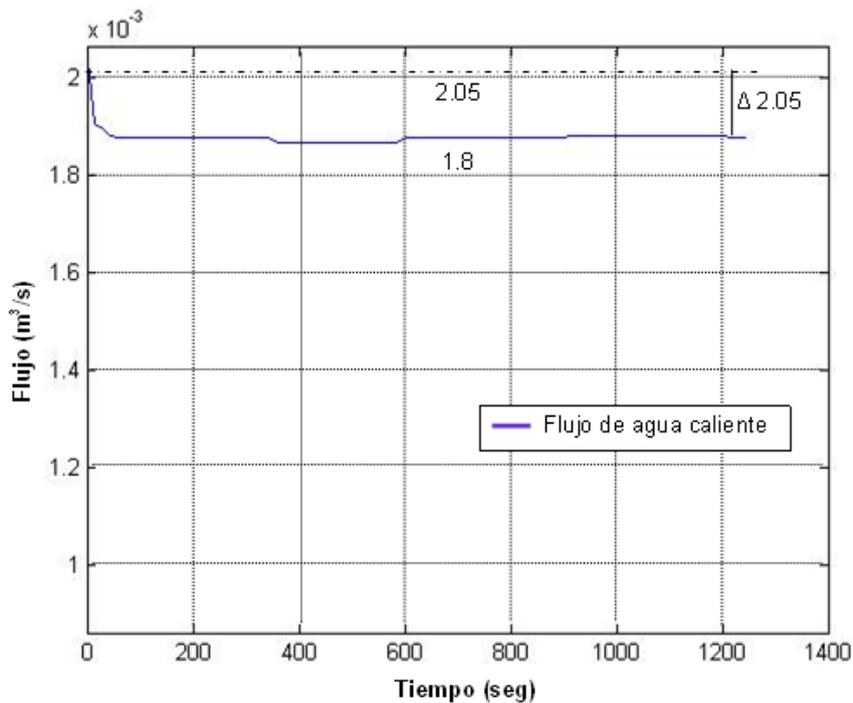


Figura 3.18 Señal de excitación en la entrada del sistema para la segunda prueba

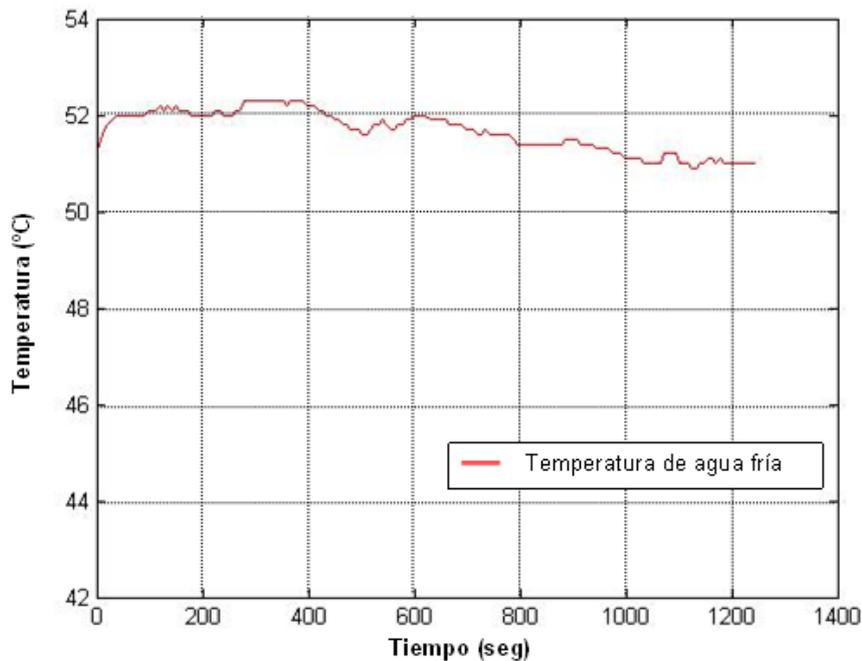


**Figura 3.19 Señal de respuesta del sistema para la segunda prueba**

Para el tercer ensayo, con una carga con un torque de 100 N-m se obtuvo una temperatura de entrada de 58 °C en el fluido caliente. Se simuló una entrada tipo escalón negativo, variando la posición de la válvula de 60% al 40% obteniendo la siguiente variación en la temperatura del fluido frío.



**Figura 3.20 Señal de excitación en la entrada del sistema para la tercera prueba**



**Figura 3.21 Señal de respuesta del sistema para la tercera prueba**

En este ensayo se espera que el fluido frío disminuya su temperatura al reducir el flujo de agua caliente, sin embargo, se ve que este disminuye su temperatura lentamente. Esto se debe principalmente a que dentro del intercambiador de calor, el fluido caliente siempre está entregando energía al fluido frío, de esta forma solo se está disminuyendo la cantidad de calor entregado y no se está realizando el proceso inverso de quitar energía al fluido frío.

### 3.3 Identificación del modelo

De todos los ensayos que se realizan en el laboratorio de transferencia de calor con el intercambiador de calor, se determinó que este trabaja normalmente bajo las condiciones de trabajo del segundo ensayo. En ese sentido, a efectos de reducir el consumo del combustible, se identificará el modelo bajo las condiciones de trabajo del segundo ensayo.

En base a las gráficas 3.15 y 3.16 y la ecuación 2.19 obtenemos la ganancia del modelo:

$$G_p = \frac{49.1^{\circ}C - 34.0^{\circ}C}{0.00179 \frac{m^3}{s} - 0.0012 \frac{m^3}{s}} = 25593.22^{\circ}Cs/m^3 \quad (3.34)$$

### 3.3.1. Método de Strejc

En base al procedimiento explicado en el numeral 2.4.2 se procede a identificar el modelo. Para ello trazamos la recta tangente para obtener los valores de  $T_u$  y  $T_a$ .

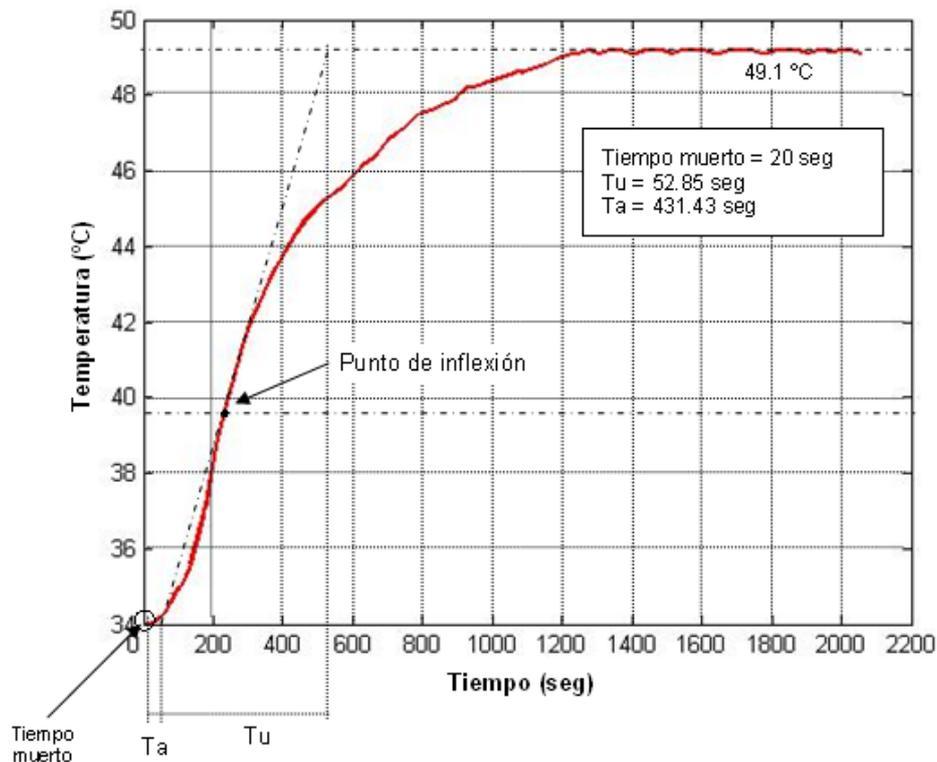


Figura 3.22 Señal de respuesta para medir los parámetros  $T_u$  y  $T_a$

Del gráfico se obtiene:

$$\frac{T_u}{T_a} = \frac{45.85}{437.4} = 0.1048 \quad (3.35)$$

Comparando este valor con la tabla 2.1 se obtiene que  $n=2$ , es decir el proceso es de segundo orden. Calculando la constante de tiempo:

$$\tau = \frac{T_a}{2.718} = \frac{437.4}{2.718} = 160.92 \quad (3.36)$$

$$\tau = \frac{Tu}{0.282} = \frac{45.85}{0.282} = 162.58 \quad (3.37)$$

De los cálculos realizados se observa que los valores de “ $\tau$ ” son casi iguales, lo que certifica la validez del modelo. Entonces se toma  $\tau=160.92$ .

Para calcular el tiempo muerto se calcula el tiempo muerto ficticio:

$$Tu_{TEÓRICO} = 160.92 \times 0.282 = 45.37 \quad (3.38)$$

Usando la fórmula 2.22, se obtiene el tiempo muerto del sistema:

$$\theta = 20 + (45.85 - 45.38) = 0.47 \text{ seg} \quad (3.39)$$

Finalmente según el método de Strejc se obtiene la siguiente función:

$$H(s) = \frac{25593.22 \cdot e^{-20.47s}}{(1 + 160.92 \cdot s)^2} \quad (3.40)$$

### 3.3.2. Método de Davoust

Tomando los valores de  $Tu$  y  $Ta$  obtenidos anteriormente y de acuerdo a lo indicado en numeral 2.4.3, se procede a ubicar los valores de  $Tu/Ta$  y  $Ta$  sobre el monograma de transmitancias.

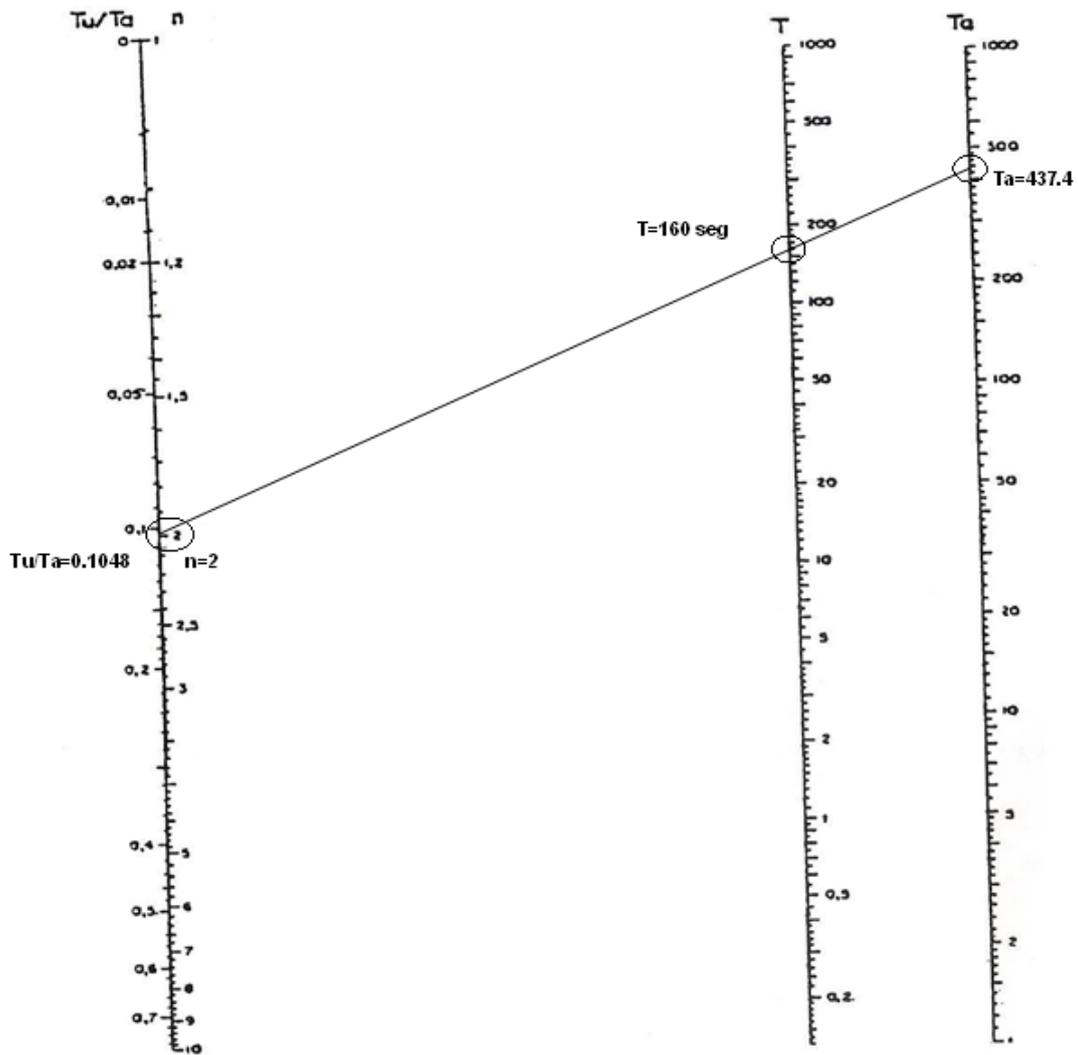


Figura 3.23 Monograma de transmitancias para las constantes de tiempo

En base al diagrama, se obtiene que el proceso es de segundo orden y la constante de tiempo es 160 seg. Aplicando la fórmula 2.24:

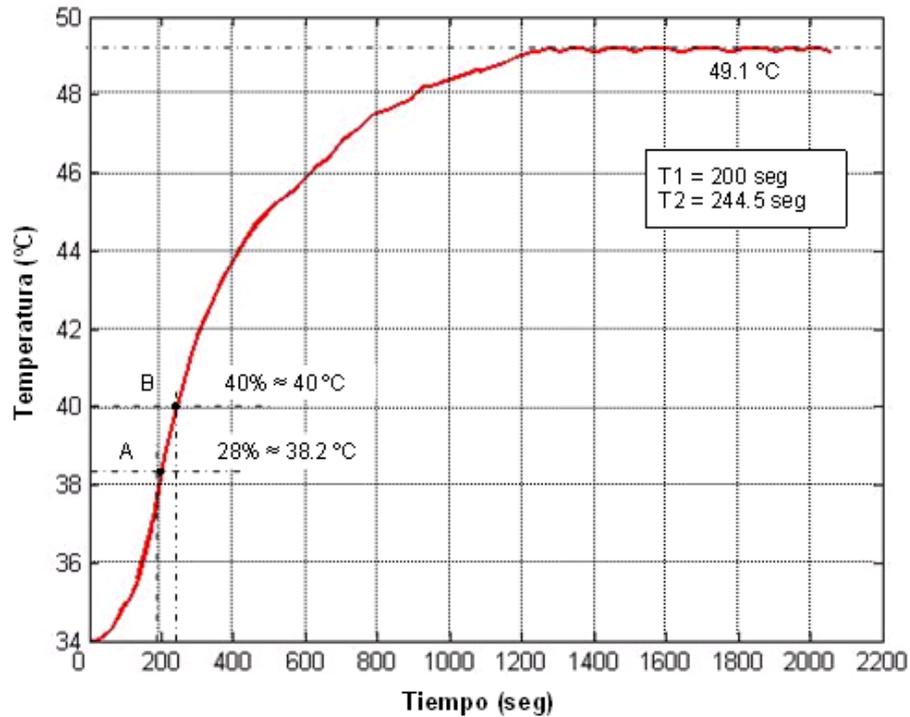
$$n = \frac{20}{150} \Rightarrow e^{-20s} = \frac{1}{(1+150 \cdot s)^{0.13}} \tag{3.41}$$

Finalmente, según el método de Davoust se obtiene la siguiente función:

$$H(s) = \frac{25593.22}{(1+150 \cdot s)^{2.13}} \tag{3.42}$$

### 3.3.3. Método de Broida

En base al procedimiento explicado en el numeral 2.4.4, se procede a hallar los puntos donde la curva de respuesta alcanza el 28% y 40 % de su valor final:



**Figura 3.24 Señal de respuesta del sistema para medir T1 y T2**

Aplicando las ecuaciones 2.33 y 2.34 se obtiene:

$$\tau = 5.5(244.5 - 200) = 244.75 \tag{3.43}$$

$$\theta = 2.8 \cdot 200 - 1.8 \cdot 244.5 = 119.9 \tag{3.44}$$

Finalmente, según el método de Broida se obtiene la siguiente función:

$$H(s) = \frac{25593.22 \cdot e^{-119.9s}}{(1 + 244.75 \cdot s)} \tag{3.45}$$

## Capítulo 4 Simulación del Modelo del Intercambiador de Calor

Los modelos obtenidos por los métodos de Strejc, Davoust y Broida son aproximaciones de la respuesta del intercambiador de calor de tubos y carcasa de Längerer u Reich (Stück 2 Dat 3/72) para un flujo de agua caliente en el rango de 0.0012 m<sup>3</sup>/s a 0.0018 m<sup>3</sup>/s y con la temperatura del agua caliente entre 30 °C y 40 °C.

En este capítulo se realiza un análisis comparativo entre los modelos obtenidos para determinar el que mejor simule las dinámicas del sistema. También se simula el modelo obtenido para diferentes condiciones de trabajo para validar que el modelo solo funciona para las condiciones de trabajo especificadas.

De acuerdo a lo mencionado en el numeral 2.5, empleando el software Matlab 6.0 se aplicará las ecuaciones 2.35 y 2.36 para valores discretos, debido a que los datos obtenidos fueron obtenidos de forma discreta. Las ecuaciones quedarían de la siguiente forma:

$$IEAP = \sum_{i=1}^n (y_p(i) - y_m(i)) \cdot \Delta t \quad (4.1)$$

$$IECP = \sum_{i=1}^n (y_p(i) - y_m(i))^2 \cdot \Delta t \quad (4.2)$$

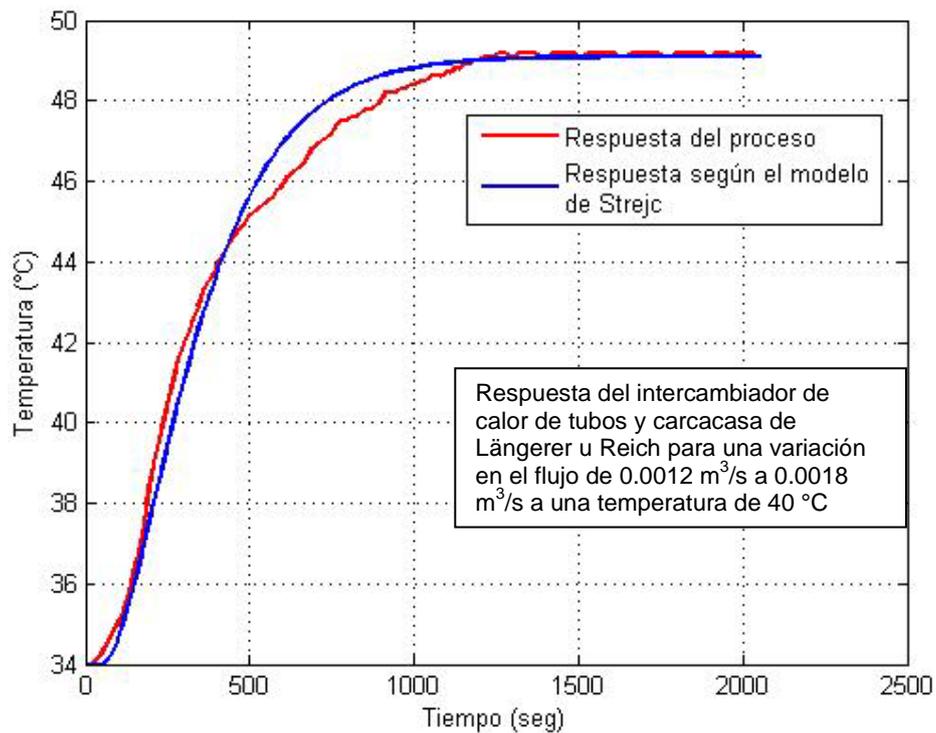
Donde:

- $y_p$  Los valores discretos del proceso para el instante  $i$
- $y_m$  Los valores discretos del modelo para el instante  $i$
- $n$  La cantidad de total de muestras tomados durante los ensayos
- $\Delta t$  Intervalo de tiempo transcurrido entre cada muestra

### 4.1. Simulación del modelo para las condiciones de trabajo especificadas

A cada uno de los tres modelos obtenidos en capítulo anterior; ecuaciones 3.40, 3.42 y 3.45; se les aplicó una entrada tipo escalón de una amplitud de 0.0059 m<sup>3</sup>/s similar a

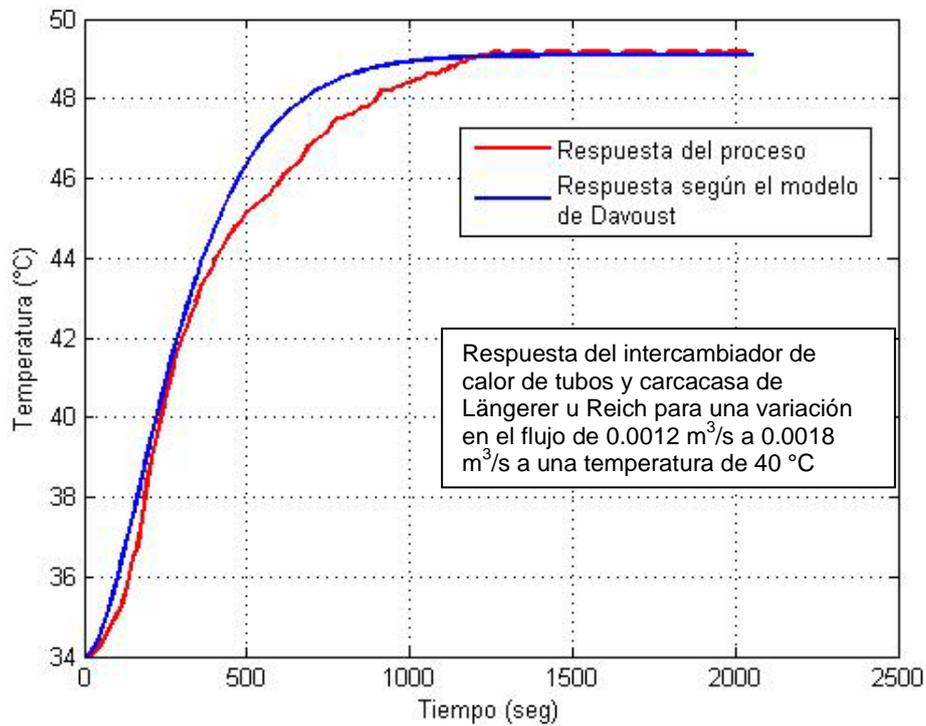
la aplicada al sistema en estudio. Mediante esta simulación se obtuvo las siguientes gráficas:



**Figura 4.1 Respuesta del modelo según Strejc con la respuesta observada del sistema**

A partir de esta gráfica se observó lo siguiente:

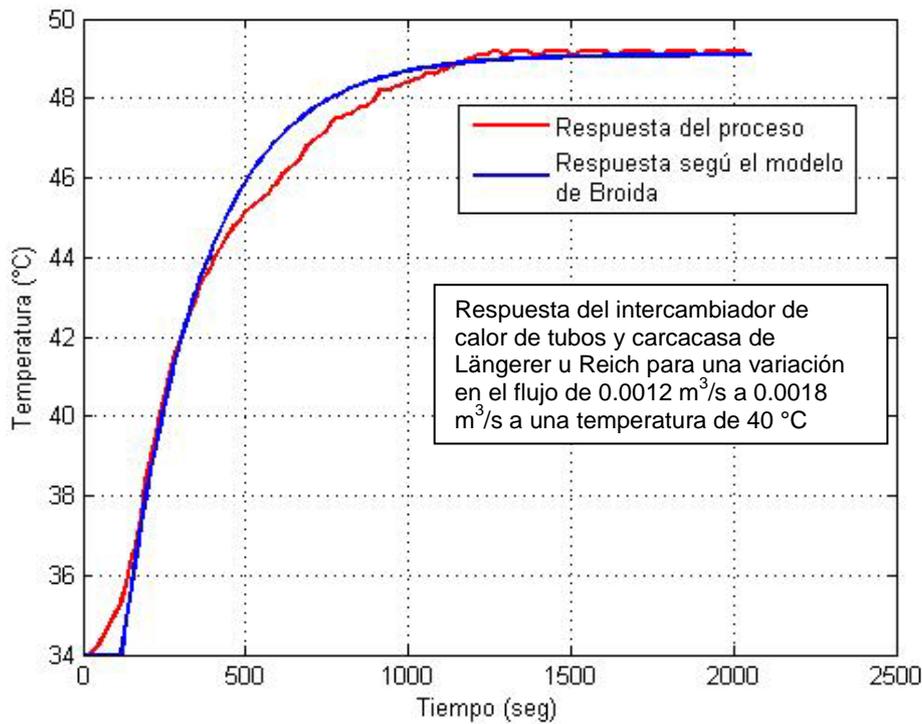
- En los primeros instantes el modelo sigue la dinámica del sistema pero luego del punto de inflexión el modelo se estabiliza más rápido que el modelo real.
- El tiempo de retardo del modelo obtenido le permite responder en el mismo instante que el modelo real.
- La ganancia del modelo es la correcta pues en las dos gráficas se estabilizan en la misma temperatura.



**Figura 4.2 Respuesta del modelo según Davoust con la respuesta observada del sistema**

A partir de esta gráfica se observó lo siguiente:

- En los primeros instantes el modelo sigue la dinámica del sistema hasta el punto de inflexión luego de este punto el sistema se estabiliza más rápido que el modelo real.
- Dado que este modelo no tiene un tiempo de retardo la respuesta del modelo obtenido y el modelo real ocurren en diferentes instantes.
- La ganancia es la misma que en el modelo de Strejc, por lo tanto esta es la adecuada ya que las dos curvas se estabilizan a la misma temperatura.



**Figura 4.3 Respuesta del modelo según Broida con la respuesta observada del sistema**

A partir de esta gráfica se observó lo siguiente:

- Según lo mencionado en el numeral 2.4.4 la curva del modelo coincide con la del proceso real en dos puntos, al 28% del valor y al 40% del valor final.
- El retardo en el modelo le permite responder en un instante adecuado de modo que la respuesta del modelo sea más parecida al modelo del sistema.
- Al igual que en los modelos anteriores la ganancia del modelo es la adecuada.

Sin embargo; luego de realizado el análisis cualitativo entre los modelos, no es posible determinar cual modelo predice mejor el comportamiento del sistema. Para ello se de aplicaran las ecuaciones 4.1 y 4.2 para cada uno de los modelos obtenidos con la curva de reacción del proceso, obteniendo el siguiente cuadro comparativo:

Tabla 4.1 Cuadro comparativo de modelos

Índice	Método de Strejc	Método de Davoust	Método de Broida
IEAP	750.69	1028.9	693.05
IECP	521.72	1012.3	452.05

Del cuadro anterior se observa que, el modelo obtenido por el método de Broida arroja un menor índice de predicción absoluto (IEAP) y cuadrático (IECP); debido principalmente a que el modelo obtenido por lo menos coincide en dos puntos con la curva del proceso.

En base a lo indicado por los índices de predicción, el modelo obtenido por el método de Broida es el que mejor simula el comportamiento del sistema para un para un flujo de agua caliente en el rango de 0.0012 m<sup>3</sup>/s a 0.0018 m<sup>3</sup>/s y manteniendo la temperatura del agua caliente en 34 °C:

$$H(s) = \frac{25593.22 \cdot e^{-119.9s}}{(1 + 244.75 \cdot s)} \quad (4.3)$$

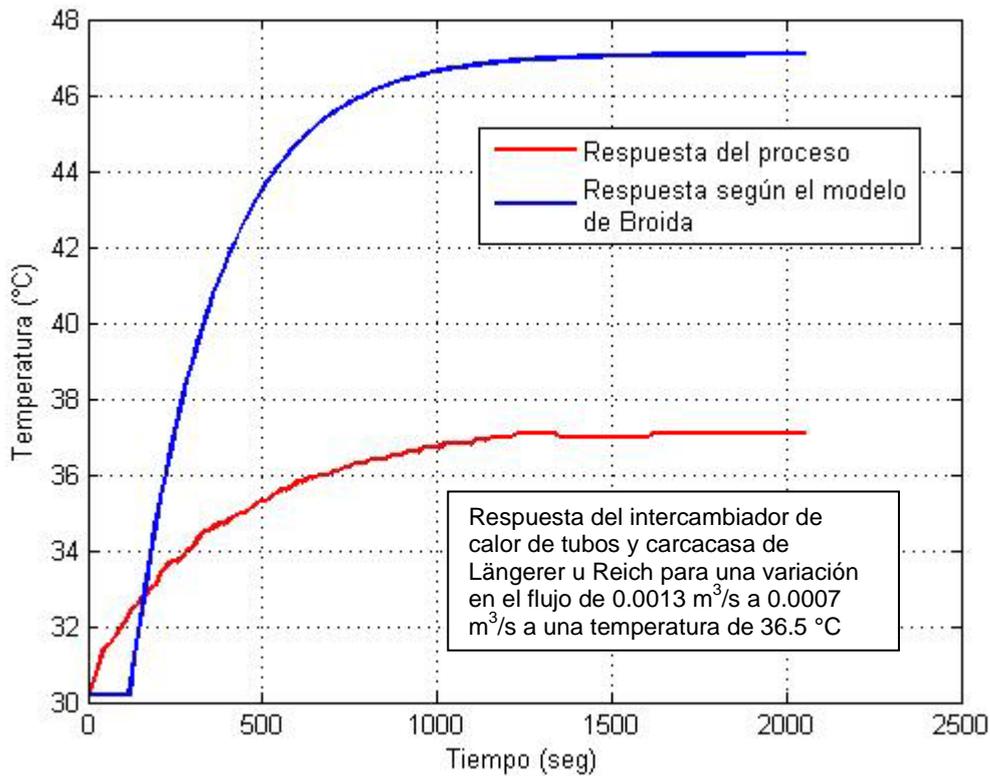
Para demostrar que el modelo obtenido solo funciona bajo las condiciones de trabajo indicadas, se comparará la respuesta del modelo con las curvas de repuesta del proceso para diferentes condiciones de trabajo.

#### 4.2. Simulación del modelo para diferentes condiciones de trabajo

El modelo descrito por la ecuación 4.1 será simulado bajo las mismas condiciones del primer y tercer ensayo descritos en el capítulo 3.

##### 4.2.1. Simulación del modelo bajo las condiciones del primer ensayo

Al modelo, según las condiciones del primer ensayo, se le aplicó una entrada tipo escalón. Variando el flujo de agua caliente de 0.0007 m<sup>3</sup>/s a 0.0013 m<sup>3</sup>/s y manteniendo la temperatura a 36.5 °C, se obtuvo la siguiente gráfica:



**Figura 4.4 Respuesta del modelo según Broida con la respuesta para las condiciones de trabajo del primer ensayo**

A partir de esta gráfica se observa que el modelo obtenido se estabiliza a una temperatura mayor que el proceso real. Esto se debe principalmente a que el modelo posee una ganancia grande. Esto indica que el fluido frío absorbe mas calor del que se le esta entregando, lo cual no ocurre en la realidad.

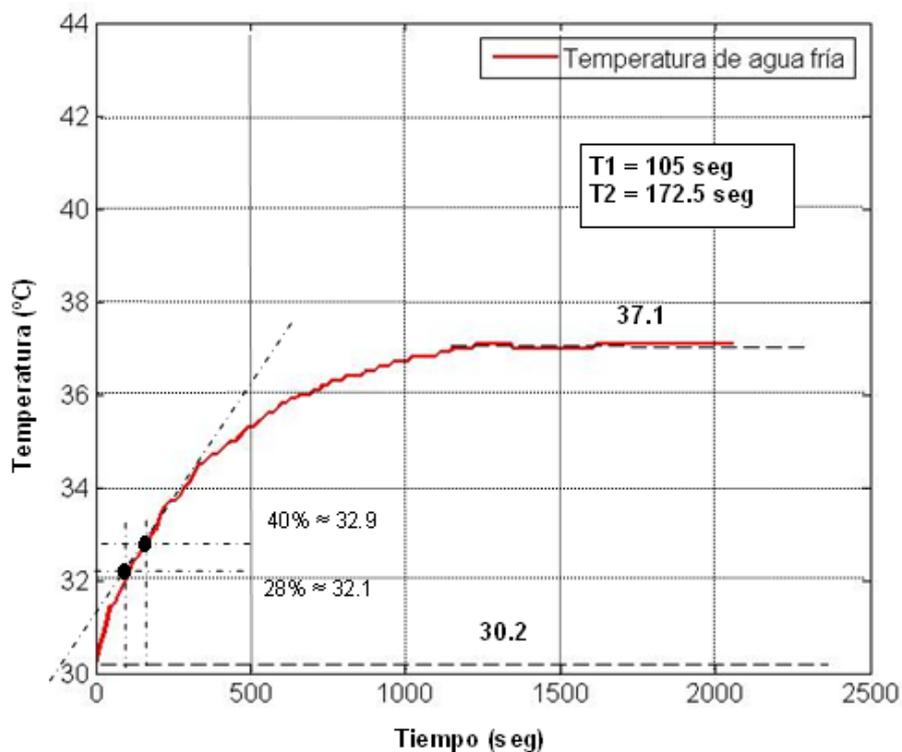
De igual forma que en el numeral anterior se aplicó las ecuaciones 4.1 y 4.2 obteniendo los siguientes resultados:

**Tabla 4.2 Cuadro comparativo del modelo de Broida**

Índice	Método de Broida
IEAP	17210
IECP	160770

Del cuadro anterior se observa que los índices de predicción son muy altos. Por lo que se demuestra que el modelo obtenido no simula la dinámica del sistema para una entrada tipo escalón positiva pero a diferentes condiciones de trabajo; con un flujo de agua caliente en el rango de 0.0007 m<sup>3</sup>/s a 0.0013 m<sup>3</sup>/s y manteniendo la temperatura del fluido caliente en 36.5 °C.

Ahora se identificará el modelo para las condiciones del trabajo del primer ensayo a efectos de conocer la dinámica del sistema en diferentes condiciones de trabajo. Para ello se aplicará el mismo procedimiento del numeral 3.5.3. En la figura 4.5 se han indicado los puntos donde la curva de respuesta alcanza el 28% y 40% de su valor final.



**Figura 4.5 Señal de respuesta del sistema para medir T1 y T2**

Aplicando las ecuaciones 2.19, 2.33 y 2.34 obtenemos:

$$G_P = \frac{37.1 - 30.2}{0.0013 - 0.0007} = 11500 \text{ } ^\circ\text{C} / \text{m}^3 \quad (4.4)$$

$$\tau = 2.8 \cdot 105 - 1.8 \cdot 172.5 = -16.5 \quad (4.5)$$

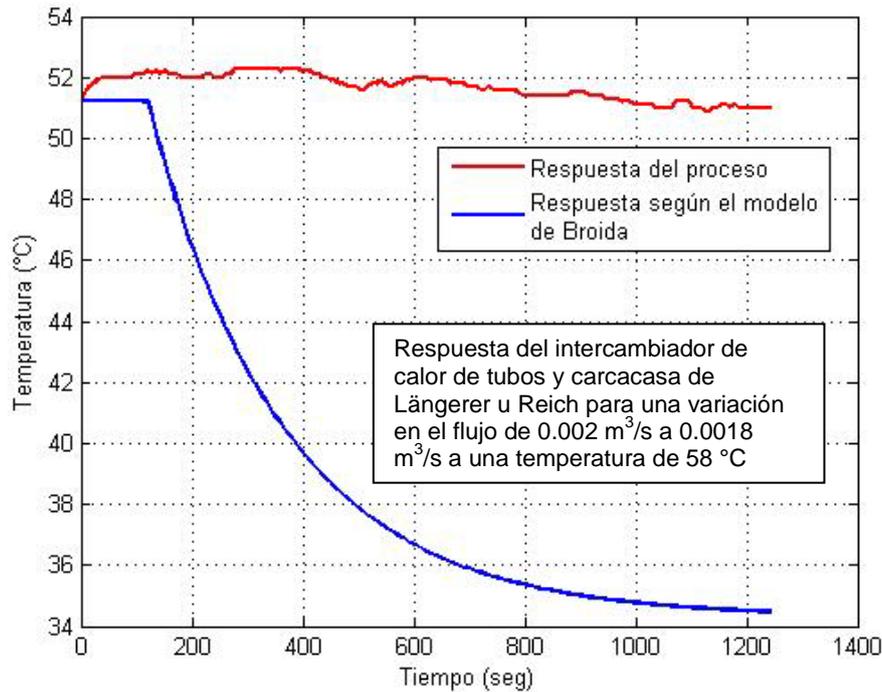
$$\theta = 5.5(172.5 - 105) = 371.25 \quad (4.6)$$

De los cálculos realizados se observa que la constante de tiempo es negativa, según esto, el modelo hallado respondería con anticipación antes de aplicarle la señal de excitación al sistema, por lo que no se puede aplicar este método para identificar la curva de respuesta del modelo en las condiciones de trabajo indicadas. De igual forma al intentar aplicar el método de Strejc y Davoust se observa que la línea tangente cruza el eje del tiempo para un instante anterior a la aplicación de la señal de excitación. Por lo que tampoco se puede aplicar estos métodos para identificar la curva de respuesta del proceso.

Esto indica que el modelo tiene un comportamiento no lineal, ya que para describir se debe aproximar el modelo mediante dos o más funciones a efectos de describir su comportamiento mediante funciones conocidas..

#### 4.2.2. Simulación del modelo bajo las condiciones del tercer ensayo

Al modelo, según las condiciones del tercer ensayo, se le aplicó una entrada tipo escalón. Variando el flujo de agua caliente de 0.00205 m<sup>3</sup>/s a 0.0018 m<sup>3</sup>/s y manteniendo la temperatura a 58 °C, se obtuvo la siguiente gráfica:



**Figura 4.5 Respuesta del modelo según Broida con la respuesta para las condiciones de trabajo del tercer ensayo**

A partir de esta gráfica también se observa que el modelo obtenido se estabiliza a una temperatura menor que el proceso real. Al igual que lo señalado anteriormente, esto se debe a que el modelo posee una ganancia grande. Esto indica que el fluido frío está entregando calor al fluido caliente.

En la realidad el fluido frío tiene un comportamiento inestable y disminuye poco su temperatura; porque dentro del intercambiador de calor el fluido caliente se está entregando calor al fluido frío, y un cambio negativo en el flujo de agua caliente solo va a disminuir la cantidad de calor entregado, pero no la temperatura del fluido frío.

En base a lo mencionado, se entiende que es muy fácil calentar el agua fría variando positivamente el flujo de agua caliente en la entrada; sin embargo, al realizar el proceso inverso el agua caliente no se enfría con facilidad o trata de mantener su temperatura.

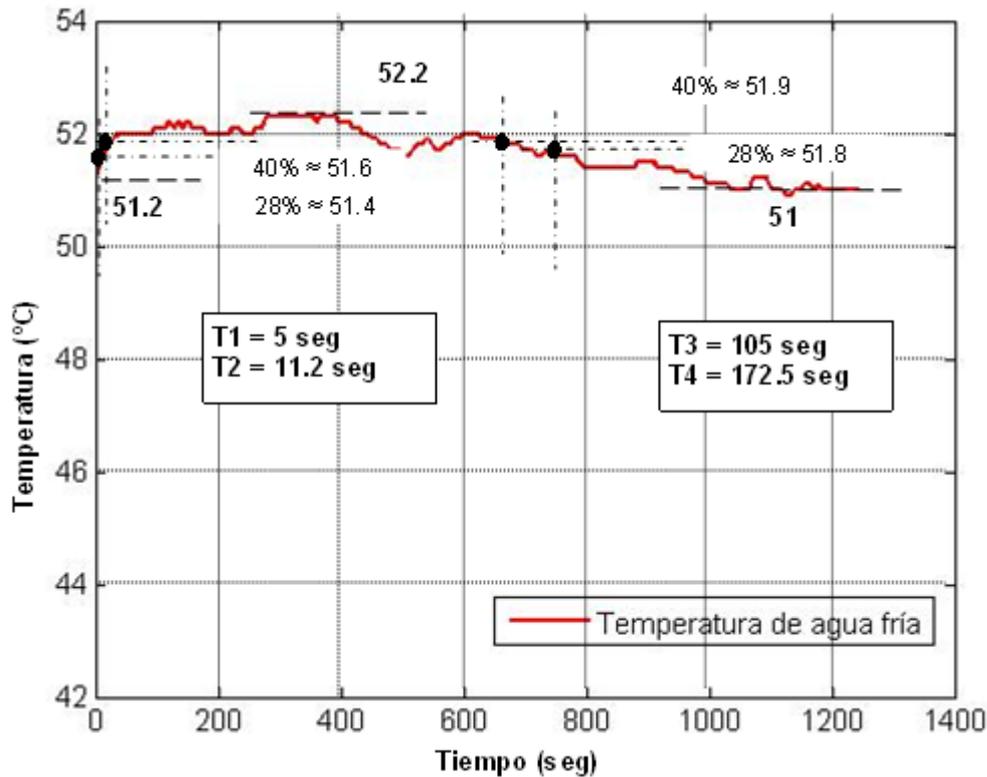
Al igual que en los numerales anteriores se aplicó las ecuaciones 4.1 y 4.2 obteniendo los siguientes resultados:

**Tabla 4.3 Cuadro comparativo del modelo de Broida**

Índice	Método de Broida
IEAP	31133
IECP	459080

Del cuadro anterior se observa que los índices de predicción son muy altos. Por lo que se demuestra que el modelo obtenido no simula la dinámica del sistema para una entrada tipo escalón negativa; con un flujo de agua caliente en el rango  $0.00205 \text{ m}^3/\text{s}$  a  $0.0018 \text{ m}^3/\text{s}$  y manteniendo la temperatura a  $58 \text{ }^\circ\text{C}$ .

En este caso, a efectos de conocer la dinámica del sistema para diferentes condiciones de trabajo, se identificará el modelo para las condiciones de trabajo del tercer ensayo. Para ello se aplicará el mismo procedimiento del numeral 3.5.3. En este caso, se han identificado dos modelos, uno antes de los 400 seg donde la temperatura de salida del fluido frío alcanza su máxima valor y otra después de los 400 seg donde la temperatura de salida del fluido frío empieza a disminuir. En la figura 4.6 se han indicado los puntos donde la curva de respuesta alcanza el 28% y 40% de su valor final para los dos casos.



**Figura 4.6 Señal de respuesta del sistema para medir T1, T2, T3 y T4**

Aplicando las ecuaciones 2.19, 2.33 y 2.34 para T1 y T2 obtenemos:

$$G_p = \frac{52.2 - 51.2}{0.00018 - 0.00205} = -534.75 \text{ } s^\circ C / m^3 \quad (4.4)$$

$$\tau = 2.8 \cdot 5 - 1.8 \cdot 11.2 = -6.16 \quad (4.5)$$

$$\theta = 5.5(11.2 - 5) = 34.1 \quad (4.6)$$

Al igual que lo hallado en el numeral 4.2.1, al momento de identificar el sistema, se observa que la constante de tiempo es negativa, por lo que el modelo responderá con anticipación a la aplicación de la señal de excitación. Cabe mencionar que en este caso la ganancia es negativa, por que al aplicar un escalón negativo al sistema se obtiene una respuesta positiva, contrario a lo que se espera normalmente, una repuesta negativa. Esto indica que el proceso tiene un comportamiento no lineal para cambios negativos en el flujo de agua caliente.

Aplicando las ecuaciones 2.19, 2.33 y 2.34 para T3 y T4 obtenemos:

$$G_p = \frac{51 - 52.3}{0.00018 - 0.00205} = 695.18 \text{ s}^\circ \text{C} / \text{m}^3 \quad (4.7)$$

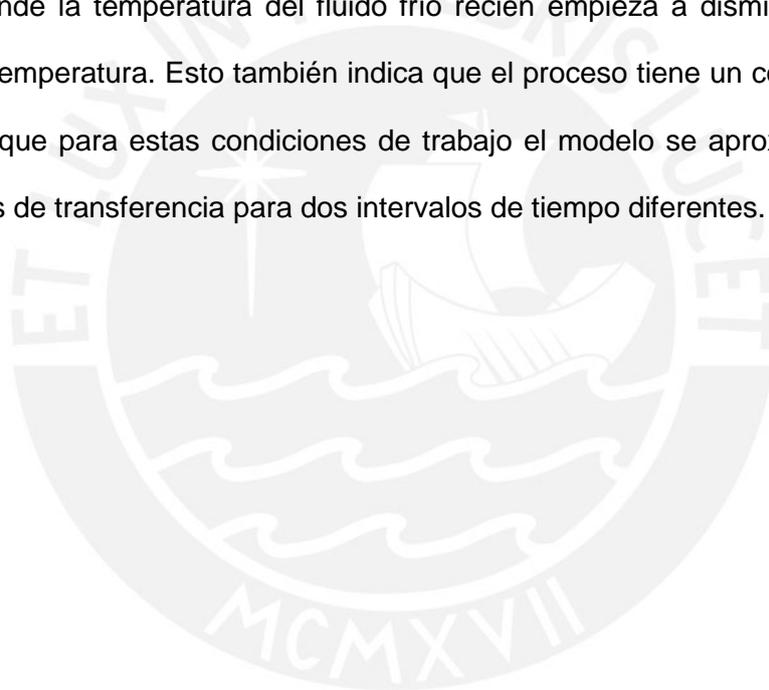
$$\tau = 2.8 \cdot 637.5 - 1.8 \cdot 735 = 462 \quad (4.8)$$

$$\theta = 5.5(735 - 637.5) = 536.25 \quad (4.9)$$

Finalmente se obtiene la siguiente función:

$$H(s) = \frac{695.18 \cdot e^{536.25}}{(1 + 462 \cdot s)} \quad (4.10)$$

La función obtenida, se aplica para modelar al proceso para un tiempo mayor a 400 segundos donde la temperatura del fluido frío recién empieza a disminuir, luego del aumento de temperatura. Esto también indica que el proceso tiene un comportamiento no lineal, porque para estas condiciones de trabajo el modelo se aproxima mediante dos funciones de transferencia para dos intervalos de tiempo diferentes.



## Conclusiones

- Mediante un análisis comparativo experimental se determinó que el modelo obtenido por el método de Broida arroja un menor índice de predicción absoluto (IEAP) y cuadrático (IECP); que los modelos obtenidos por los métodos de Strejc y Davoust.
- Se obtuvo una función de transferencia en el dominio de Laplace de primer orden mediante el método de Broida. El modelo obtenido simula correctamente la dinámica del proceso para una temperatura de agua caliente en la entrada entre 30 °C y 40 °C y un flujo de agua caliente entre 0.0012 m<sup>3</sup>/s a 0.0018 m<sup>3</sup>/s, manteniendo el agua fría a temperatura ambiente.
- El modelo obtenido permite conocer la variación de la temperatura de salida del agua fría al aumentar positivamente el flujo de agua caliente, dentro del rango de 0.0012 m<sup>3</sup>/s a 0.0018 m<sup>3</sup>/s, que ingresa al intercambiador de calor.
- Se validó el modelo obtenido por el método de Broida, mediante pruebas comparativas por simulación entre el modelo y la respuesta del sistema para diferentes condiciones de trabajo (una entrada tipo escalón positivo y negativo). La comparación demostró que el modelo no simula la dinámica del proceso para condiciones de trabajo diferentes de las que se obtuvo el modelo.
- Se comprobó que para diferentes condiciones de trabajo, se van a obtener diferentes modelos. Esto indica que el modelo tiene un comportamiento no-lineal, pero que puede ser descrito mediante varias funciones conocidas para cada una de las condiciones de trabajo.

### Recomendaciones

- Por medio del modelo obtenido se puede conocer el instante en que se estabiliza la temperatura del fluido frío. Por lo que se recomienda usar este modelo a efectos de emplear el combustible necesario durante los ensayos del laboratorio de transferencia de calor
- Se recomienda emplear el flujo de fluido frío en la salida del intercambiador de calor para otros procesos termodinámicos que requieran absorber energía, como es el caso de un sistema de calefacción donde el aire se puede calentar aprovechando la energía que entrega el fluido frío



**FUENTES**

- [1] F. G. Shinskey  
Process - Control Systems páginas 235-239  
Mac Graw Hill Book Company
- [2] Luís Moncada Albitres  
2006 “Automatización y Control de Procesos” capítulo 6.1 y 8.2  
<http://plantasquimicas.iespana.es>  
Consultado [27/03/2008]
- [3] Luís Moncada Albitres  
2006 “Intercambiadores de Calor” capítulo 4 y 5  
<http://plantasquimicas.iespana.es>  
Consultado [27/03/2008]
- [4] Luís Moncada Albitres  
2006 “Modelamiento y simulación de procesos” capítulo 8  
<http://plantasquimicas.iespana.es>  
Consultado [27/03/2008]
- [5] Olga Lucio Quintero Montoya  
“Modelamiento e identificación Takagi-Sugeno de un Intercambiador de Calor”  
[http://www.inaut.unsj.edu.ar/Files/1633\\_03.pdf](http://www.inaut.unsj.edu.ar/Files/1633_03.pdf)  
Consultado [18/03/2008]
- [6] Ely Paschoal  
Identificação de Processos  
Belo Horizonte 1991
- [7] Víctor M. Alfaro  
Identificación de Procesos de Sobreamortiguados Utilizando Técnicas de Lazo Abierto  
[http://www.eie.ucr.ac.cr/uploads/file/documentos/pub\\_inv/articulos/valfaro01A.pdf](http://www.eie.ucr.ac.cr/uploads/file/documentos/pub_inv/articulos/valfaro01A.pdf)  
Consultado el 18/03/2009
- [8] Escuela superior politécnica del litoral  
Identificación de sistemas usando matlab  
[http://200.126.14.82/web/Documentos/Prepr%C3%A1ctica2\\_Identificaci%C3%B3nSistemas.pdf](http://200.126.14.82/web/Documentos/Prepr%C3%A1ctica2_Identificaci%C3%B3nSistemas.pdf)
- [9] Baylan flow meter  
Medidor de caudal Baylan  
[http://www.baylanwatermeters.com/detay\\_en.aspx?ID=59](http://www.baylanwatermeters.com/detay_en.aspx?ID=59)  
Consultado el 20/03/2009
- [10] ARRIAN  
Que son y como funcionan las termocuplas  
[www.arian.cl/downloads/nt-002.pdf](http://www.arian.cl/downloads/nt-002.pdf)  
Consultado el 19/03/2009
- [11] Buschjost - Valve Technology and systems  
Válvula proporcional serie 82880

[http://www.buschjost.com/memberzone/shop/BE\\_A\\_Datenblatt.cfm](http://www.buschjost.com/memberzone/shop/BE_A_Datenblatt.cfm)  
Consultado el 20/03/2009

- [12] National Instruments  
Manual de usuario de la tarjeta LAB PC 1200  
<http://digital.ni.com/manuals.nsf/websearch/F31668EC4D8F66CB8625665E006359F6>  
Consultado el 19/03/2009
  
- [13] National Semiconductor Corporation  
Circuito de compensación por junta fría  
<http://www.national.com/pf/lm335>
  
- [14] Proyecto Electrónico 1  
Proyecto: Intercambiador de Calor Ciclo 2008-1
  
- [15] Equipos de Transferencia de Calor 1978  
Fondo editorial PUCP
  
- [16] Separata del laboratorio “Intercambiador de tubos y carcasa”  
Laboratorio de Transferencia de calor  
Sección Mecánica – Área de energía

