

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



**ESTUDIO EXPERIMENTAL PARA EVALUAR LA GENERACIÓN DE
CAMPO REVERBERANTE DE ONDAS DE CORTE EN MEDIOS
HOMOGÉNEOS**

Tesis para obtener el título profesional de Ingeniero Electrónico

AUTOR

Gilmer Alberto Flores Barrera

ASESORES:

Benjamín Castañeda Aphan, PhD

Juvenal Ormachea Quispe, PhD

Lima, diciembre, 2021

RESUMEN

La elastografía es una modalidad de imagen médica que estima la viscoelasticidad de los tejidos blandos, permitiendo la diferenciación cuantitativa entre región sana y región afectada. Diversas técnicas convencionales se basan en la detección de las ondas de corte y la relación de su velocidad de propagación con la elasticidad del medio. Estas asumen que dicha propagación es unidireccional. Sin embargo, las heterogeneidades y fronteras de los tejidos generan reflejos, provocando artefactos en las estimaciones. Es por ello, que en los últimos tres años se ha desarrollado la técnica de elastografía por campo reverberante de ondas de corte, la cual presenta resultados prometedores en su aplicación clínica. Este nuevo enfoque hace uso de múltiples fuentes de vibración armónica controlada con el fin de aprovechar la naturaleza reverberante de los tejidos y producir un campo difuso en la región de interés. No obstante, la generación de dicho campo, la calidad del mismo y su relación con el desempeño de los estimadores son condiciones poco exploradas.

Por ello, el presente trabajo tiene como objetivo principal realizar un estudio experimental para evaluar la generación de campo reverberante de ondas de corte en medio homogéneos. Así, se describen el procedimiento teórico-experimental y los resultados obtenidos de las simulaciones numéricas y los experimentos con maniquí de gelatina. El primero se basó en el método de simulación de Monte Carlo, mientras que el segundo consistió en la aplicación de combinatoria extrema con el fin de evaluar el efecto de superposición de fuentes de vibración externa. En ambos, se analizó la generación de campo reverberante con base en el parámetro de calidad derivado de la similitud de lo obtenido con los modelos teóricos: el coeficiente de determinación (R^2). Asimismo, se evaluó el desempeño de tres estimadores de la velocidad de propagación de las ondas de corte (C_s): el ajuste de curva a las funciones teóricas (CF), la aproximación del número de onda (AoW), y, se propuso, una modificación en la aproximación del número de onda (MAoW).

Finalmente, las simulaciones numéricas mostraron que son necesarios al menos 60 ondas planas incidentes para generar el campo reverberante deseado. La tendencia general es que, al aplicar más ondas incidentes, el coeficiente de

determinación mejora y el error de estimación disminuye. Así, se reportó un error menor al 6% en la velocidad media estimada de la propagación de las ondas de corte. Los experimentos con maniquí de gelatina mostraron una tendencia similar. Se demostró que era posible la creación de un campo reverberante basado en la superposición de ondas incidentes. Así mismo, se determinó que, en medios homogéneos, isotrópicos y con baja atenuación, es posible obtener reverberación con un número limitado de puntos de contacto, aunque no de manera homogénea. De esta manera, se concluye que el coeficiente de determinación, en conjunto con la precisión y exactitud de los estimadores CF y/o MAoW, proporciona indicios en el éxito de generación de campo reverberante.





UX IN TENEBRIS LUX

A mis padres, Rosa Iris y Julio, por su infinito amor, sacrificio, comprensión y soporte incondicional. A mi hermana Carolina por enseñarme a sonreírle siempre a la vida. A mi hermano Fabricio por motivarme a ser su guía y ejemplo.

MCMXVII

*“Si se desmayan mis rodillas, si se me cae el cielo,
si se desfigura el día y se convierte en hielo, si mi sangre
se torna color cobarde, frío, si mi valor tiene el estómago
vacío, si mis sueños se pelean con la suerte, puede que el
fracaso abra los ojos y despierte. Pero estoy preparado
para los días salados. Cualquiera que camine se tiene que
haber resbalado. Caí con todo el peso. Pero si es fuerte la
caída más impresionante será mi regreso.”*

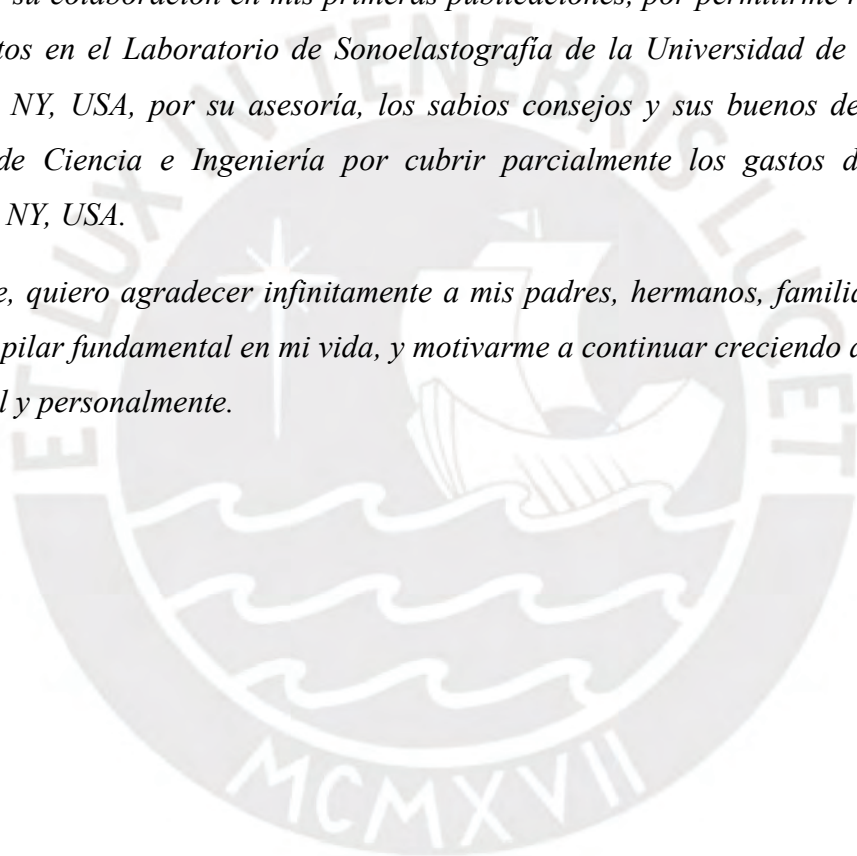
Me vieron Cruzar, René Pérez

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a mis asesores, los Profesores Benjamín Castañeda y Juvenal Ormachea, por su apoyo constante, su importante guía académica y su confianza depositada en los últimos años.

También quiero agradecer al Profesor Stefano E. Romero por su apoyo incondicional desde mis inicios en el Laboratorio de Imágenes Médicas, y por su amistad brindada dentro y fuera de la Universidad. A Fernando Zvietcovich por el alojamiento en Rochester, las asesorías, los consejos y su amistad incondicional. Al Profesor Kevin J. Parker por su colaboración en mis primeras publicaciones, por permitirme realizar los experimentos en el Laboratorio de Sonoelastografía de la Universidad de Rochester, Rochester, NY, USA, por su asesoría, los sabios consejos y sus buenos deseos. A la Facultad de Ciencia e Ingeniería por cubrir parcialmente los gastos del viaje a Rochester, NY, USA.

Finalmente, quiero agradecer infinitamente a mis padres, hermanos, familia y amigos por ser un pilar fundamental en mi vida, y motivarme a continuar creciendo académica, profesional y personalmente.



ÍNDICE DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1 : MOTIVACIÓN, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS	1
1.1 Generalidades sobre elastografía	1
1.2 Objetivos	6
1.2.1 Objetivo general	6
1.2.2 Objetivos específicos	6
CAPÍTULO 2 : MARCO TEÓRICO Y MODELO DE SOLUCIÓN	7
2.1 Marco teórico	7
2.1.1 Fundamentos físicos de la elastografía	7
2.1.2 Teoría de campo reverberante de ondas de corte	9
2.1.2.1 Campo reverberante en acústica	9
2.1.2.2 Campo reverberante de ondas de corte	14
2.1.3 Composición coherente de ondas planas	19
2.2 Modelo de solución	22
2.2.1 Simulaciones numéricas	22
2.2.1.1 Método de Monte Carlo	22
2.2.2 Experimentos con maniquí de gelatina	25
2.2.2.1 Combinatoria extrema	25
2.2.2.2 Procedimiento general para la estimación de la elasticidad	26
CAPÍTULO 3 : METODOLOGÍA Y EXPERIMENTACIÓN	27
3.1 Simulaciones numéricas	27
3.1.1 Creación del medio	27
3.1.2 Generación de campo reverberante	27
3.1.3 Estimadores de la velocidad de propagación de las ondas de corte	28
3.1.4 Ajuste de Curva (CF, por sus siglas en inglés)	29
3.1.5 Aproximación del número de onda (AoW, por sus siglas en inglés)	29
3.1.5.1 Aproximación modificada del número de onda (MAoW, por sus siglas en inglés)	30
3.1.6 Método de Monte Carlo	30
3.1.7 Criterio del camino libre medio	31
3.2 Experimentos con maniquí de gelatina	33
3.2.1 Preparación del maniquí de gelatina	33
3.2.2 Adquisición de imágenes con ultrasonido	33
3.2.3 Preprocesamiento de imágenes	35
3.2.4 Combinatoria extrema	36
3.2.4.1 Eliminación de ruido y aplicación de filtro temporal	36
3.2.4.2 Aplicación de filtro pasabanda espacial	37
3.2.4.3 Estimadores de la velocidad de las ondas de corte	37
CAPÍTULO 4 : RESULTADOS Y DISCUSIÓN	38
4.1 Simulaciones numéricas	38
4.1.1 Método de Monte Carlo	38
4.1.1.1 Determinación de generación de campo reverberante	41

4.1.1.2	Función de probabilidad, distribución y dispersión de los valores estimados mediante CF y MAoW.....	43
4.2	Experimentos con maniquí de gelatina.....	46
4.2.1	Combinatoria extrema	46
4.2.1.1	Determinación de generación de campo reverberante	49
4.2.1.2	Función de probabilidad, distribución y dispersión de los valores estimados mediante CF y MAoW.....	51
4.2.1.3	Análisis de algunas imágenes elastográficas (CF y MAoW).....	52
4.3	Discusión.....	56
4.3.1	Coefficiente de determinación (R^2).....	57
4.3.2	Estimadores de la velocidad de propagación de las ondas de corte	57
4.3.3	Otros aspectos.....	58
CONCLUSIONES		60
RECOMENDACIONES		63
BIBLIOGRAFÍA		64
ANEXOS		70



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Representación de un campo sonoro reverberante en un recinto cerrado. Adaptado de [46].	9
Figura 2.2. Gráfica de la evolución de un campo sonoro a partir de la distancia normalizada a la fuente con respecto a la distancia crítica (D_c) [47].	10
Figura 2.3. Sistema de coordenadas esféricas y su relación con los ejes cartesianos. Elaboración propia.	13
Figura 2.4. Gráficas normalizadas de las autocorrelaciones en el eje axial y lateral de la velocidad proyectada en el eje X con k igual a 1.	14
Figura 2.5. Esquema representativo de un campo reverberante, isotrópico, uniformemente distribuido de ondas de corte, propagándose al interior de un medio, donde n_q es la dirección de propagación de las ondas planas, mientras que n_{ql} representa la dirección del movimiento de las partículas (perpendicular a la dirección de propagación). Adaptado de [45].	16
Figura 2.6. Gráficas normalizadas de las autocorrelaciones en el eje axial y lateral de la velocidad proyectada en el eje Z con k igual a 1.	17
Figura 2.7. Pasos a seguir para la correcta implementación de la simulación de Monte Carlo [53]	23
Figura 2.8. Esquema representativo de los resultados obtenidos mediante el Método de Monte Carlo para un escenario con n ondas incidentes.	24
Figura 2.9. Vista superior del maniquí de gelatina, donde se representan las 12 ubicaciones posibles en donde se coloca una fuente de vibración.	25
Figura 2.10. Cuadro de flujo que indica los pasos a seguir para estimar la elasticidad de cierto tejido estudiado. Adaptado de [3]	26
Figura 3.1. Campo reverberante de ondas de corte obtenido de la simulación numérica a partir de 5000 ondas incidentes.	28
Figura 3.2. Obtenido del campo reverberante de ondas de corte a partir de 5000 ondas incidentes. Parte real de la componente axial de la velocidad de partículas con $t = 0$ (Izq.). Función autocorrelación espacial bidimensional $B_{v_z v_z}$ normalizada. Se seleccionan ambos perfiles, axial (línea azul) y lateral (línea naranja) (Der.).	29
Figura 3.3. Resultados obtenidos a partir de un campo reverberante con 5000 ondas incidentes. (a.) Gráfica obtenida del ajuste de curva de la función autocorrelación normalizada en la dirección axial. (b.) Gráfica obtenida del ajuste de curva de la función autocorrelación normalizada en la dirección lateral. (c.) Tabla de resultados comparando los tres estimadores de velocidad de las ondas de corte (CF, AoW y MAoW).	30
Figura 3.4. Para cada escenario se realizaron 100 eventos aleatorios. En cada evento se generó el campo reverberante mediante una sumatoria de "N" ondas de corte, se obtuvo la componente axial de la velocidad de partículas resultante, se realizó la autocorrelación espacial normalizada, se seleccionó los perfiles en las direcciones axial y lateral, y, finalmente, se aplicaron los tres estimadores de velocidad.	31

Figura 3.5. Configuración utilizada para la adquisición de imágenes.	34
Figura 3.6. Plantilla a escala utilizada en la adquisición de imágenes.	34
Figura 3.7. Resultados de las mediciones de intensidad del campo en la región central del maniquí ($1.8 \times 0.9 \text{ mm}^2$). Se selecciona el conjunto S_3 , el cual presenta el mayor nivel de presión en las 3 mediciones.....	35
Figura 4.1. Variación del Coeficiente de determinación promedio y su desviación estándar en función de la cantidad de ondas incidentes.....	39
Figura 4.2. Comparación de los valores de C_s obtenidos por los tres estimadores aplicados (CF, AoW y MAoW) en función del número de ondas incidentes.....	40
Figura 4.3. Probabilidad de generar un campo reverberante aplicando los criterios de umbralización mediante el coeficiente de determinación en función del número de ondas incidentes.....	41
Figura 4.4. Comparación de estimadores (a.CF, b. AoW y c. MAoW) luego de aplicar la umbralización. CF y MAoW muestran mejor precisión.....	42
Figura 4.5. Comparación de estimadores CF y MAoW para los escenarios de 10, 100, 1000 y 10000. Se muestra la diferencia existente en la estimación para cada dirección por separado.....	44
Figura 4.6. Dispersión del error relativo en función en función del R^2 en las direcciones axial y lateral, para los escenarios con 10, 50 y 80 ondas incidentes, utilizando CF.	45
Figura 4.7. Dispersión del error relativo en función del R^2 en las direcciones axial y lateral, para los escenarios con 10, 50 y 80 ondas incidentes, utilizando MAoW.	45
Figura 4.8. Coeficiente de determinación promedio para el total de casos y para una única dirección (axial o lateral) en función del número de puntos de contacto.	47
Figura 4.9. Comparación de estimadores de C_s de acuerdo al promedio (a), considerando la dirección axial (b) y considerando la dirección lateral (c).	48
Figura 4.10. Evolución de la probabilidad de generación de campo reverberante luego de aplicar los umbrales correspondientes para R_{axial}^2	49
Figura 4.11. Comparación de estimadores (a.CF, b. AoW y c. MAoW) luego de aplicar la umbralización. CF y MAoW muestran mejor precisión.....	50
Figura 4.12. Comparación de estimadores CF y MAoW para los escenarios de 2, 4, 6 y 8. Se muestra la diferencia existente en la estimación para cada dirección por separado.....	52
Figura 4.13. Dispersión del error relativo del C_s axial en función del R_{axial}^2 en escenarios con 4, 6 y 8 puntos de contacto, utilizando CF.	52
Figura 4.14. R^2 promedio, axial y lateral de 4 escenarios diferentes con 1, 4, 8 y 12 puntos de contacto, analizando algunas posiciones determinadas en la Tabla 4.5. Los índices al lado de los marcadores indican el caso analizado correspondiente a la cantidad de puntos de contacto. ...	54
Figura 4.15. Precisión y exactitud del estimador CF, con respecto a los C_s promedio, axial y lateral, estimados de 4 escenarios diferentes con 1, 4, 8 y 12 puntos de contacto, analizando algunas posiciones determinadas en la Tabla 4.5. Los índices al lado de los marcadores indican el caso analizado correspondiente a la cantidad de puntos de contacto.....	54

Figura 4.16. Precisión y exactitud del estimador MAoW, con respecto a los C_s promedio, axial y lateral, estimados de 4 escenarios diferentes con 1, 4, 8 y 12 puntos de contacto, analizando algunas posiciones determinadas en la Tabla 4.5. Los índices al lado de los marcadores indican el caso analizado correspondiente a la cantidad de puntos de contacto.....55

Figura A.1. Imágenes elastográficas con 1 punto de contacto en la posición 1. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).
79

Figura A.2. Imágenes elastográficas con 1 punto de contacto en la posición 3. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).
80

Figura A.3. Imágenes elastográficas con 1 punto de contacto en la posición 6. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).
.....81

Figura A.4. Imágenes elastográficas con 4 puntos de contacto en las posiciones 1,5,11 y 7. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).
.....82

Figura A.5. Imágenes elastográficas con 4 puntos de contacto en las posiciones 1,2,3 y 4. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).
.....83

Figura A.6. Imágenes elastográficas con 4 puntos de contacto en las posiciones 5, 6, 7 y 8. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).
.....84

Figura A.7. Imágenes elastográficas con 8 puntos de contacto en las posiciones 1, 3, 5, 6, 7, 9,11 y 12. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).
.....85

Figura A.8. Imágenes elastográficas con 8 puntos de contacto en las posiciones 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10 y 12. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).
.....86

Figura A.9. Imágenes elastográficas con 12 puntos de contacto. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).
.....87

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1. Técnicas de elastografía. Adaptado de [14]–[17].	2
Tabla 3.1. Criterios de umbralización para las simulaciones numéricas.	31
Tabla 3.2. Cantidad de casos para cada subconjunto de n elementos.	36
Tabla 3.3. Criterios de umbralización para los experimentos de superposición.	37
Tabla 4.1. Escenarios representativos de la tabla resumen con valores estadísticos tomando los 100 eventos realizados para cada caso. Se comparan los tres estimadores.	39
Tabla 4.2. Escenarios representativos para los experimentos de superposición de efectos mediante el método de combinatoria extrema.	46
Tabla 4.3. Resultados considerando solo la dirección axial.	49
Tabla 4.4. Resultados considerando solo la dirección lateral.	49
Tabla 4.5. Esquema de posiciones para cada escenario analizado.	53
Tabla A.1. Resumen de valores estadísticos tomando los 100 eventos realizados para cada caso. Se comparan los tres estimadores.	70
Tabla A.2. Resumen de resultados obtenidos en las simulaciones de Monte Carlo, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 1 ($R_{axial}^2 \geq 0.97$ y $R_{lateral}^2 \geq 0.95$).	71
Tabla A.3. Resumen de resultados obtenidos en las simulaciones de Monte Carlo, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 2 ($R_{axial}^2 \geq 0.92$ y $R_{lateral}^2 \geq 0.90$).	72
Tabla A.4. Resumen de resultados obtenidos en las simulaciones de Monte Carlo, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 3 ($R_{axial}^2 \geq 0.87$ y $R_{lateral}^2 \geq 0.85$).	73
Tabla A.5. Resumen de resultados obtenidos en las simulaciones de Monte Carlo, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 3 ($R_{axial}^2 \geq 0.82$ y $R_{lateral}^2 \geq 0.80$).	74
Tabla A.6. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina. Se comparan los tres estimadores.	75
Tabla A.7. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina para la dirección axial. Se comparan los tres estimadores.	75
Tabla A.8. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina para la dirección lateral. Se comparan los tres estimadores.	76
Tabla A.9. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 1 ($R_{axial}^2 \geq 0.87$).	76
Tabla A.10. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 2 ($R_{axial}^2 \geq 0.82$).	77

Tabla A.11. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 3 ($R_{axial}^2 \geq 0.77$).....77

Tabla A.12. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 3 ($R_{axial}^2 \geq 0.72$).....78



CAPÍTULO 1 : MOTIVACIÓN, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

El presente capítulo tiene como objetivo presentar la técnica de elastografía por campo reverberante de ondas de corte. Por ello, se define a la elastografía como modalidad de diagnóstico médico, se enumeran algunas técnicas elastográficas y se precisan las ventajas y desventajas de las mismas. Además, se expone el estado del arte de la técnica a explorar. Finalmente, se proponen los objetivos de la tesis como aporte en el estudio de la misma.

1.1 Generalidades sobre elastografía

La elastografía es una modalidad de imagen médica que tiene como objetivo estimar la viscoelasticidad de los tejidos blandos para medir sus propiedades biomecánicas [9]. Durante las tres últimas décadas, ha cobrado gran relevancia en el campo del diagnóstico clínico por su carácter no invasivo y diversidad de técnicas, las cuales permiten añadir información clínica importante [2], [10], [11].

Diferentes patologías como el cáncer, fibrosis hepática o enfermedades vasculares tienen efecto en el cambio de las propiedades biomecánicas del tejido. Por ello, esta técnica representa una alternativa viable para generar diferenciaciones entre tejido sano y patológico [1]. Por ejemplo, se ha reportado que los fibroadenomas mamarios son cuatro veces más rígidos que la estructura tisular sana que los rodea; mientras que un carcinoma puede ser siete veces más duro que el tejido mamario normal [12], [13].

Dentro de esta modalidad, existen diversas herramientas que permiten obtener información importante con base en los distintos modelos de respuesta biomecánica [1]. Muchas de estas se fundamentan en el enfoque de medición de la velocidad de propagación de ondas mecánicas inducidas en los tejidos. De esta manera, bajo la suposición que el tejido biológico no se puede comprimir, es posible cuantificar su rigidez mediante el módulo de Young, utilizando la relación física existente entre dicho parámetro y la velocidad de propagación de las ondas de corte [1,2].

Existe un gran conjunto de técnicas elastográficas que brindan aportes significativos a la literatura especializada. En la Tabla 1.1, se muestran algunos ejemplos, los cuales son descritos según la información que brindan, la fuerza de excitación que se genera [1] y algunas aplicaciones dentro del estudio de las mismas.

Tabla 1.1. Técnicas de elastografía. Adaptado de [14]–[17].

Técnica	Tipo de información brindada	Método de excitación	Tejido estudiado	Condición	Referencia
Strain elastography	Cualitativa	Compresión manual	Mama	<i>In vivo</i>	[18], [19]
			Miocardio	<i>In vivo</i>	[20]
			Mama, riñón, próstata, hígado, músculos	<i>In vivo</i>	[21]
Acoustic Radiation Force Impulse (ARFI)	Cualitativa	Fuerza de radiación acústica	Arterias	<i>Ex vivo</i>	[22], [23]
			Mama	<i>Ex vivo</i> <i>In vivo</i>	[24] [25]
Vibroelastography	Cualitativa	Vibración externa controlada	Mama	<i>In vivo</i>	[26]
Magnetic Resonance Elastography (MRE)	Cuantitativa	Vibración externa controlada	Próstata	<i>In vivo</i>	[27]
			Hígado	<i>In vivo</i>	[28]
Transient elastography	Cuantitativa	Vibración externa controlada	Hígado	<i>In vivo</i>	[29]
			Mama	<i>In vivo</i>	[30]
Crawling Waves Sonoelastography (CWS)	Cuantitativa	Vibración externa controlada	Próstata	<i>In vivo</i>	[17], [31]–[33]
			Mama	<i>In vivo</i>	[14]
			Piel	<i>In vivo</i>	[34]
Holographic elastography	Cuantitativa	Vibración externa controlada	Hígado	<i>In vivo</i>	[35]
Shear Wave Dispersion Ultrasound Vibrometry (SDUV)	Cuantitativa	Fuerza de radiación acústica	Fibras musculares	<i>Ex vivo</i>	[36]
Comb-push Ultrasound Shear Wave Elastography (CUSE)	Cuantitativa	Fuerza de radiación acústica	Mama, hígado	<i>In vivo</i>	[37]
Single Tracking Location Shear Wave Elastography (STL-SWE)	Cuantitativa	Fuerza de radiación acústica	Hígado	<i>Ex vivo</i>	[38]

Passive elastography	Cuantitativa	No presenta	Músculo	<i>In vivo</i>	[39]
Reverberant Shear Wave Field Elastography (R-SWE)	Cuantitativa	Vibración externa controlada	Mama Hígado Riñón	<i>In vivo</i>	[3], [4], [40]
			Córnea	<i>Ex vivo</i>	[8]

De los estudios presentados en la *Tabla 1.1*, existe gran interés en el manejo de técnicas que brinden resultados cuantitativos. Si bien las técnicas cualitativas brindan información visual, estas son subjetivas. De esta manera, se opta por estimar parámetros numéricos que permitan caracterizar los tejidos objetivamente.

Por otro lado, los equipos de ultrasonido (US, por sus siglas en inglés) y de resonancia magnética (MR, por sus siglas en inglés) han sido utilizados como medios de adquisición debido a su característica no invasiva y a la emisión de radiación no ionizante [41]. Sin embargo, el uso de resonadores magnéticos es limitado por su alto costo, difícil movilización y gran tamaño, en comparación a los ecógrafos [42]. De este modo, aplicar elastografía con ultrasonido es una herramienta complementaria a las imágenes en modo brillo (B-mode) y modo Doppler [10].

Dentro de las fuerzas generadoras de las ondas mecánicas inducidas, emplear Fuerza de Radiación Acústica (ARF, por sus siglas en inglés) permite enfocar pulsos que llegan a deformar regiones específicas, lo cual resulta difícil mediante la aplicación de compresión manual [1]. No obstante, podría generar cavitaciones acústicas o efectos térmicos (sobrecalentamiento) en el tejido analizado, provocando el riesgo de producir errores en la estimación o lesiones por ablación térmica [9]. Además, la radiación acústica, a diferencia de fuentes de vibración externa controlada, penetra superficialmente la zona de interés (típicamente, 3 cm de profundidad [1]), lo que dificulta la adquisición de imágenes en pacientes obesos [43].

Por otra parte, tanto el uso de ARF como el de fuentes de vibración externa en técnicas convencionales, asumen que los tejidos son homogéneos. La evidencia muestra que esto no se cumple, más aún, cuando la presencia de ondas

reflejadas por las heterogeneidades y fronteras de las estructuras internas generan patrones modales en dichas aplicaciones [3], [4]. Inclusive, las perturbaciones fisiológicas internas, como la respiración, flujo de sangre, entre otros, producen desviaciones en la propagación de las ondas de corte. Todos estos inconvenientes ocasionan artefactos que afectan las estimaciones [43]. Estos problemas son parcialmente resueltos con el uso de filtros direccionales, asumiendo que la propagación de ondas se da de manera paralela y alineada a determinada dirección. Sin embargo, el uso de filtros direccionales podría eliminar información sustancial, lo que resultaría en una estimación sesgada [3].

El uso de fuentes multidireccionales fue evaluado por Zhao et al. [44] bajo el método “*External vibration multi-directional ultrasound shear wave elastography (EVMUSE)*”, aplicado para el estudio de fibrosis hepática. Sin embargo, para dicho propósito se utilizó hasta ocho filtros direccionales, lo cual significa un gran costo computacional [43], [44].

Para resolver dichos obstáculos, Parker et al. [4] plantearon el modelo de elastografía por campo reverberante de ondas de corte (R-SWE, por sus siglas en inglés), aplicando diversas fuentes de vibración en la zona de estudio con el fin de aprovechar e incrementar la naturaleza reverberante del medio. Así, en lugar de evitar los reflejos producidos internamente y aislar cierta dirección de propagación, se asume que las ondas de corte, con amplitud y fase aleatorias, se propagan en diferentes direcciones mediante una distribución estadísticamente isotrópica a través de 4π estereorradianes. Ormachea et al. [31] utilizaron R-SWE en maniqués calibrados viscoelásticos, además analizaron la viabilidad de la técnica en mama e hígado, evaluando parámetros viscoelásticos y la pendiente de dispersión lineal en cada uno de los medios. Posteriormente, en [40] y [6] se reportaron resultados de experimentos multifrecuencia *in vivo* de mama, hígado y riñón, en pacientes obesos, confirmando la capacidad de penetración del campo reverberante (hasta 15 cm de profundidad). Más adelante, Zvietcovich et al. [8], [45] derivaron una mejora en el análisis de las propiedades físicas de un campo difuso considerando múltiples polarizaciones de ondas de corte transversales.

Todos los estudios mencionados asumen que el campo reverberante de ondas de corte existe en toda la región de interés, no obstante, esto no se garantiza. Por tanto, se requiere un estudio exhaustivo sobre la generación del campo deseado en función al número y posición de fuentes de vibración, tomando en cuenta como parámetros de calidad el coeficiente de determinación, la precisión y la exactitud de tres estimadores distintos de la velocidad de propagación de las ondas de corte: el ajuste de curva a funciones teóricas definidas en [8], la aproximación del número de onda, propuesta en [4] y, en la presente tesis, se propone una aproximación modificada del número de onda a partir del modelo planteado en [8] y el análisis aplicado en [4] .



1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Estudiar la generación de campo reverberante de ondas de corte en medios homogéneos para una geometría particular, considerando como parámetro de calidad el coeficiente de determinación y el desempeño de tres estimadores distintos de la velocidad de propagación de las ondas de corte

1.2.2 Objetivos específicos

- Realizar un análisis de Monte Carlo considerando 42 escenarios con diferentes cantidades de ondas incidentes mediante una simulación numérica de campo reverberante en un medio elástico, isotrópico, incompresible y homogéneo
- Validar el efecto de superposición de fuentes de vibración externa combinando el efecto de una única fuente colocada en doce distintos lugares de la cara superior de un maniquí de gelatina
- Observar y comparar los resultados numéricos e imágenes elastográficas obtenidos aplicando tres estimadores de velocidad de propagación de ondas de corte

CAPÍTULO 2 : MARCO TEÓRICO Y MODELO DE SOLUCIÓN

El presente capítulo tiene como objetivo describir los fundamentos físicos de la elastografía, presentar la teoría relacionada a la técnica estudiada, precisar la razón de la adquisición de imágenes por ultrasonido mediante composición de ondas planas y delinear el modelo de solución planteado.

2.1 Marco teórico

2.1.1 Fundamentos físicos de la elastografía

Siguiendo el análisis en [2], la evaluación de las propiedades viscoelásticas de los tejidos se basa en relaciones físicas fundamentales. Estas describen la deformación de los materiales sólidos causada por la aplicación de fuerzas superficiales (en este caso las fuerzas de volumen, como la gravedad y las fuerzas electromagnéticas, son despreciables) [9]. Luego de asumir que el cuerpo estudiado es puramente elástico; es decir, que la deformación no posee dependencia temporal, se relaciona la deformación y el esfuerzo mediante las ecuaciones lineales conocidas como ecuaciones generalizadas de Hooke o ecuaciones de Lamé-Hooke. Estas pueden ser escritas de la forma

$$\sigma = \Gamma \cdot \varepsilon, \quad (2.1)$$

donde σ es el esfuerzo (N/m^2), ε es la deformación unitaria (adimensional) y Γ es el módulo de elasticidad (Pa). De tal modo, de acuerdo al tipo de deformación, se definen tres módulos de elasticidad: módulo de Young (E), módulo de corte (G) y módulo de compresibilidad (K). El módulo de Young describe el comportamiento de un material cuando se aplica un esfuerzo normal a la superficie. El módulo de corte se define cuando el esfuerzo es tangencial a la superficie. Finalmente, el módulo de compresibilidad mide la resistencia del material al cambio de volumen unitario producido por una presión uniforme. En resumen, estos parámetros modelan la respuesta dinámica de los biomateriales cuando se les aplica una fuerza externa. Por ello, es conveniente expresar dicha respuesta en términos de propagación de ondas planas a través del tejido, como lo son las ondas longitudinales o de presión y las ondas de corte.

Por un lado, en las ondas longitudinales, las partículas realizan movimientos paralelos a la dirección de propagación de la onda y la velocidad de propagación se define utilizando el módulo de compresibilidad (K) de la forma

$$C_l = \sqrt{\frac{K}{\rho}}, \quad (2.2)$$

donde C_l es la velocidad de propagación y ρ es la densidad del medio. Este tipo de ondas es utilizado para generar las imágenes en modo-B en el ultrasonido. Sin embargo, las diferencias de velocidades entre los diferentes tipos de tejidos son incontrastables, por lo que no son utilizadas en mediciones elastográficas.

En las ondas de corte, las partículas se desplazan en dirección perpendicular a su propagación. Se utiliza el módulo de corte (G) para definir las de la forma

$$C_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (2.3)$$

donde la velocidad de propagación (C_s) varía entre 1 y 10 m/s en tejidos blandos. Dado que C_s está órdenes de magnitud por debajo de su contraparte, las diferencias entre los tejidos son evidentes, por tal motivo, muchas de las técnicas elastográficas se centran en la detección y medición de la velocidad de propagación de las ondas de corte [1].

En ese sentido, de las ecuaciones 2.2 y 2.3, podemos observar que los módulos de elasticidad no son independientes y, además, se relacionan mediante la resistencia al cambio en el volumen original. El parámetro que describe dicha resistencia es el coeficiente de Poisson (ν). De esta manera, se puede igualar el módulo de Young a la expresión

$$E = 2(\nu + 1)G, \quad (2.4)$$

la cual establece la equivalencia con el módulo de corte. Además, dado el alto contenido acuoso en los biomateriales, el módulo de Poisson se encuentra entre 0.49 y 0.5, lo que se considera como un sólido elástico incompresible. Esto da como resultado que la ecuación 2.4 se aproxime a

$$E = 3G, \quad (2.5)$$

y, al reemplazar la expresión 2.5 en la ecuación 2.3, se obtiene que

$$C_s = \sqrt{\frac{E}{3\rho}}. \quad (2.6)$$

En conclusión, al observar la ecuación 2.6, se encuentra correspondencia entre la elasticidad expresada mediante el módulo de Young y la velocidad de propagación de las ondas de corte en el medio, ambos parámetros numéricos que caracterizan los tejidos estudiados.

2.1.2 Teoría de campo reverberante de ondas de corte

2.1.2.1 Campo reverberante en acústica

Para poder entender el concepto de elastografía por campo reverberante de ondas de corte, primero se explora la teoría de campo reverberante como un campo sonoro dentro de un recinto cerrado.

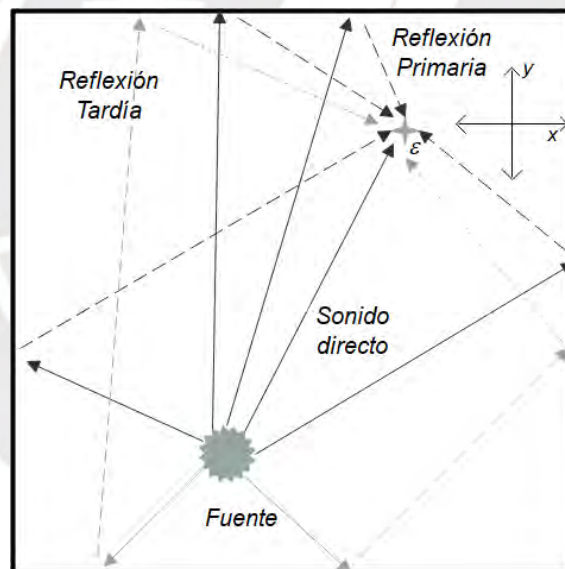


Figura 2.1. Representación de un campo sonoro reverberante en un recinto cerrado. Adaptado de [46].

Un campo sonoro (Figura 2.1) es aquel campo físico que representa la distribución y propagación de la presión sonora en cada punto del espacio a través de un medio. Existen tres tipos de campo sonoro: campo directo, campo reverberante y campo difuso.

En primer lugar, el campo directo es aquel que se encuentra próximo a la fuente sonora y su intensidad depende de la distancia a la fuente. En segundo lugar, el campo reverberante es aquel que se encuentra más alejado de la fuente y cuya intensidad se mantiene constante, siendo formado, predominantemente, por las ondas reflejadas. Finalmente, cuanto más homogéneo sea el campo reverberante, este puede ser aproximado a un campo difuso, en donde existe una contribución uniforme de las ondas producidas por la fuente y los reflejos [46].

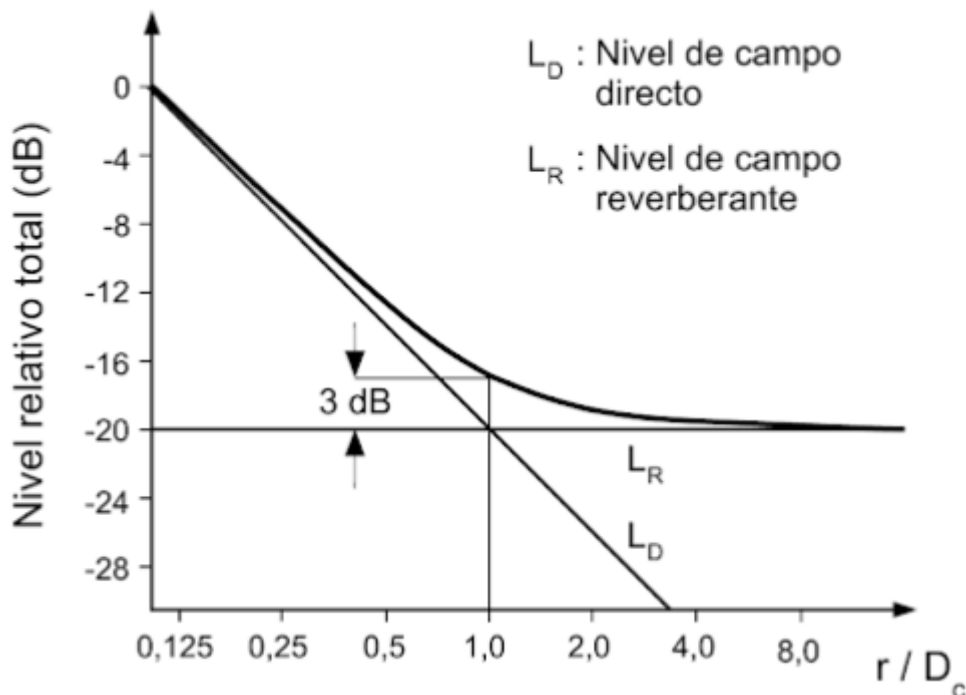


Figura 2.2. Gráfica de la evolución de un campo sonoro a partir de la distancia normalizada a la fuente con respecto a la distancia crítica (D_c) [47].

La distancia para la cual el nivel del campo directo es igual al nivel del campo reverberante se llama distancia crítica (D_c). Esta se obtiene mediante la gráfica representada en la Figura 2.2, a través de mediciones y, por otro lado, de manera analítica, a través de las siguientes ecuaciones

$$D_c = 0.14\sqrt{QR}, \quad (2.7a)$$

$$R = \frac{S_t \bar{\alpha}}{1 - \bar{\alpha}}, \quad (2.7b)$$

donde Q es el factor de directividad de la fuente, R es la constante del recinto, S_t es la superficie total del recinto y $\bar{\alpha}$ es el coeficiente medio de absorción [47].

Simplificar un campo reverberante bajo la hipótesis de un campo difuso nos permite plantear la expresión de la presión compleja \hat{P} en el tiempo t en cualquier punto ε , como la superposición de ondas planas incidentes en todas las direcciones [4], [46]. Así,

$$\hat{P}(t, \varepsilon) = \sum_q \hat{P}_q \cdot e^{j(kn_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)}, \quad (2.8)$$

en el cual q representa cada una de las direcciones, \mathbf{n}_q representa a cada uno de los vectores unitarios distribuidos uniformemente en 4π estereorradianes, k y ω_0 son la frecuencia espacial o número de onda y la frecuencia temporal de las ondas planas, respectivamente, y \hat{P}_q son variables independientes, idénticamente distribuidas con magnitud y fase aleatorias. De esta manera, podemos definir también que la velocidad V correspondiente es

$$V(t, \varepsilon) = \sum_q \mathbf{n}_q \hat{v}_q \cdot e^{j(kn_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)}, \quad (2.9)$$

donde se define \hat{v}_q mediante la relación de impedancia acústica del medio [48] como

$$\hat{v}_q = \frac{\mathbf{n}_q \hat{P}_q}{\rho C}, \quad (2.10)$$

siendo ρ la densidad del medio y C la velocidad con la que se propaga el sonido.

Con el fin de estimar la calidad del campo reverberante de ondas planas o, de otra manera, determinar si nos encontramos frente a un campo aleatorio, se utiliza el criterio de la autocorrelación [49], [50]. Por consiguiente, se obtiene la proyección de la velocidad en el eje de detección (por ejemplo, componente de V en el eje X) mediante

$$\hat{v}_x(t, \varepsilon) = \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{v}(\varepsilon) = \sum_q \mathbf{n}_{xq} \hat{v}_q \cdot e^{j(kn_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)}, \quad (2.11)$$

en el cual, \mathbf{e}_x es el vector unitario en el eje X y \mathbf{n}_{xq} es la proyección de \mathbf{n}_q en dicha dirección, para luego calcular la autocorrelación de dicha función. Aplicando la definición de autocorrelación se tiene que

$$B_{v_x v_x}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = E\{\widehat{v}_x(t, \varepsilon) \cdot \widehat{v}_x^*(t + \Delta t, \varepsilon + \Delta \varepsilon)\}, \quad (2.12)$$

donde $E\{\}$ es el valor esperado y \widehat{v}_x^* es el conjugado de \widehat{v}_x . Siendo así, se reemplaza la ecuación 2.11 en 2.12 para lograr la expresión

$$B_{v_x v_x}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = E \left\{ \sum_q \mathbf{n}_{xq} \widehat{v}_q \cdot e^{j(k\mathbf{n}_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)} \right. \\ \left. \times \sum_{q'} \mathbf{n}_{xq'} \widehat{v}_{q'}^* \cdot e^{-j(k\mathbf{n}_{q'} \cdot (\varepsilon + \Delta \varepsilon) - \omega_0(t + \Delta t))} \right\}. \quad (2.13)$$

Se simplifica esta igualdad ya que \mathbf{n}_{xq} y \widehat{v}_q son variables independientes y no correlacionadas. En ese sentido, tomando la parte real de la ecuación 2.13 se obtiene que

$$B_{v_x v_x}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = V_{RMS}^2 \cdot E\left\{ \sum_q \mathbf{n}_{xq}^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k\mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon) \right\} \quad (2.14)$$

en el cual V_{RMS} es el valor cuadrático medio de la velocidad.

Como se mencionó anteriormente, el campo reverberante estudiado se asume como un campo difuso ideal; es decir, la contribución de las velocidades es homogénea en todas las direcciones. Por tal motivo, el promedio espacial de la suma sobre todas las direcciones discretas es igual al promedio continuo de todas las ondas incidentes alrededor de 4π estereorradianes [46], [49], [50]. De tal modo

$$B_{v_x v_x}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \oint\!\!\!\oint_{esfera} \mathbf{n}_{xq}^2 \cdot \cos(\omega_0 \Delta t - k\mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon) \cdot d\Omega, \quad (2.15)$$

donde $d\Omega$ es el diferencial del ángulo sólido en coordenadas esféricas.

Por otro lado, los vectores unitarios en los ejes cartesianos se relacionan con las coordenadas esféricas mediante los parámetros θ y ϕ (Figura 2.3) de la siguiente manera

$$\hat{\mathbf{e}} = (\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z) = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta), \quad (2.16)$$

por tal motivo

$$(\mathbf{n}_{xq})^2 = (\mathbf{e}_x \cdot \mathbf{n}_q)^2 = (\sin \theta \cos \phi)^2 \quad (2.17)$$

y

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi. \quad (2.18)$$

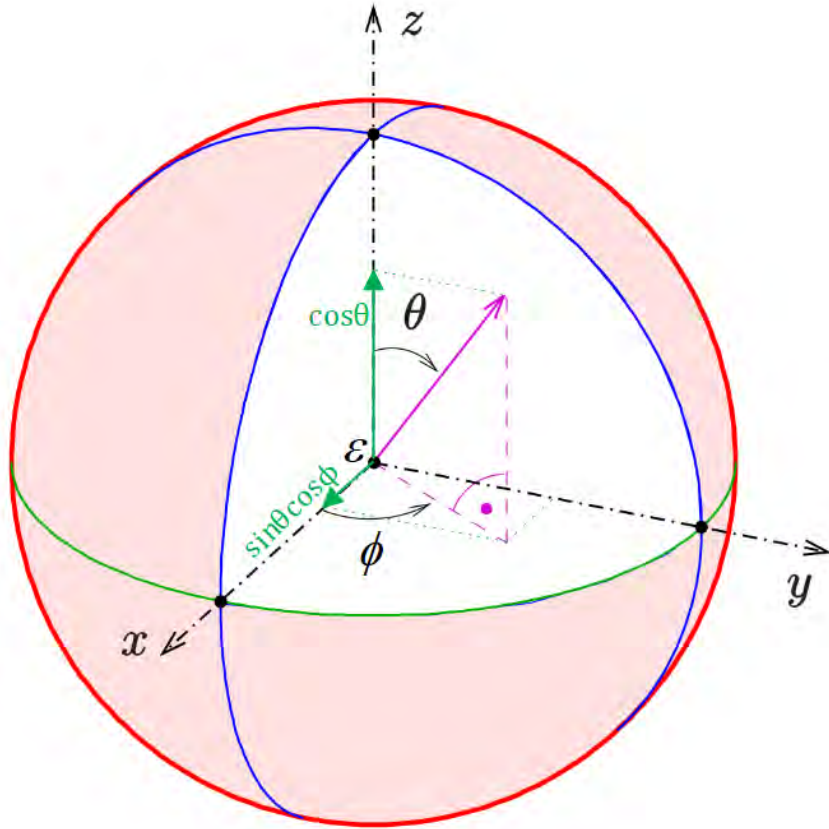


Figura 2.3. Sistema de coordenadas esféricas y su relación con los ejes cartesianos. Elaboración propia.

Se alinea $\Delta\varepsilon$ con los ejes X y Z, por lo tanto

$$\mathbf{n}_q \cdot \Delta\varepsilon_x = \Delta\varepsilon_x \cdot \sin \theta \cos \phi, \quad (2.19a)$$

$$\mathbf{n}_q \cdot \Delta\varepsilon_z = \Delta\varepsilon_z \cdot \cos \theta. \quad (2.19b)$$

Entonces, al reemplazar las ecuaciones 2.17, 2.18 y 2.19 en 2.15 se obtiene que

$$\begin{aligned} B_{v_x v_x}(\Delta t, \Delta\varepsilon_x) &= \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\sin\theta \cos\phi)^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k\Delta\varepsilon_x \sin\theta \cos\phi) \sin(\theta) d\theta d\phi \\ &= V_{RMS}^2 \cos(\omega_0 \Delta t) \left[\frac{j_1(k\Delta\varepsilon_x)}{k\Delta\varepsilon_x} \right], \end{aligned} \quad (2.20a)$$

$$\begin{aligned} B_{v_x v_x}(\Delta t, \Delta\varepsilon_z) &= \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\sin\theta \cos\phi)^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k\Delta\varepsilon_z \cos\theta) \sin(\theta) d\theta d\phi \\ &= V_{RMS}^2 \cos(\omega_0 \Delta t) \left[2j_0(k\Delta\varepsilon_z) - \frac{j_1(k\Delta\varepsilon_z)}{k\Delta\varepsilon_z} \right], \end{aligned} \quad (2.20b)$$

donde $j_0()$ y $j_1()$ son las funciones esféricas de Bessel del primer tipo de órdenes cero y uno, respectivamente.

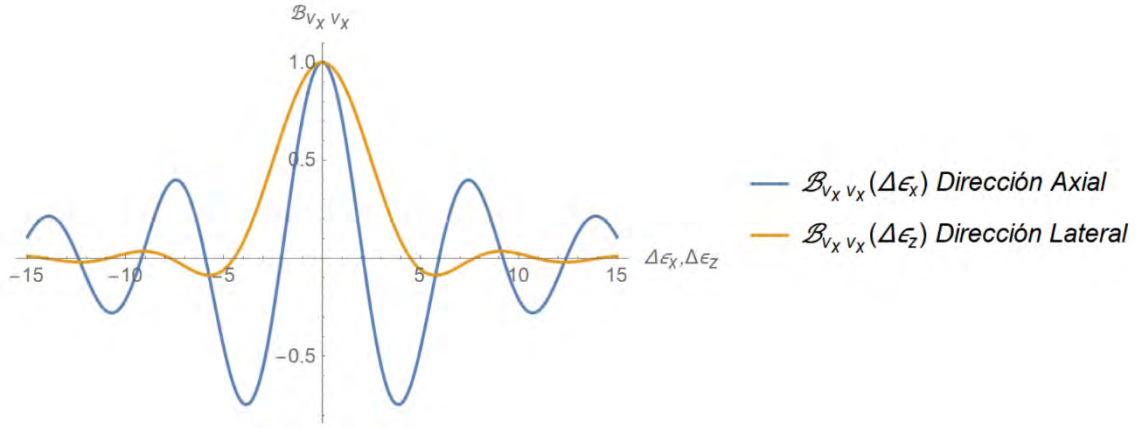


Figura 2.4 Gráficas normalizadas de las autocorrelaciones en el eje axial y lateral de la velocidad proyectada en el eje X con k igual a 1.

De esta manera, existe campo reverberante homogéneo si las funciones de autocorrelación de la velocidad de propagación proyectada en el eje de medición se asemejan a las funciones esféricas de Bessel del primer tipo de órdenes cero y uno presentadas en la Figura 2.4.

2.1.2.2 Campo reverberante de ondas de corte

Luego de estudiar el comportamiento de un campo reverberante para el caso de ondas longitudinales, se realizó el mismo análisis para un campo reverberante de ondas de corte. De acuerdo al modelo planteado por Zvietcovich et al. [8], [45], la principal diferencia es que la dirección de propagación de estas ondas es perpendicular al desplazamiento de las partículas. Por lo tanto, \mathbf{n}_{ql} representa la dirección de desplazamiento y velocidad de corte, cumpliendo con lo siguiente

$$\mathbf{n}_{ql} \cdot \mathbf{n}_q = 0, \quad (2.21)$$

de tal manera que, reformulando la ecuación 2.8, la velocidad de una partícula en un punto ε y cierto tiempo t es modelada como

$$\hat{v}(t, \varepsilon) = \sum_{q,l} \mathbf{n}_{ql} \hat{v}_{ql} \cdot e^{j(kn_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)}, \quad (2.22)$$

donde la sumatoria en q se realiza alrededor de 4π estereorradianes, mientras que en l , alrededor de 2π radianes producto del disco perpendicular a \mathbf{n}_q . Este se forma sobre el plano $\theta\phi$ en el sistema de coordenadas esféricas conformado por los vectores ortogonales \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_θ y \mathbf{e}_ϕ . El análisis de la aleatoriedad del campo

reverberante se realiza de manera análoga al caso anteriormente expuesto. Para ello, se elige, por simplicidad en los cálculos, al eje Z como el eje de medición de la velocidad de las partículas; es decir, este se alinea con el eje axial del transductor. Por lo tanto, se obtiene dicha componente mediante

$$\hat{v}_z(t, \varepsilon) = \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{v}(\varepsilon) = \sum_{q,l} \mathbf{n}_{zql} \hat{v}_{ql} \cdot e^{j(k\mathbf{n}_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)} \quad (2.23)$$

donde \mathbf{n}_{zql} es el valor de la proyección de \mathbf{n}_{ql} en el eje Z, para luego calcular la autocorrelación de dicha función

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = E \left\{ \sum_{q,l} \mathbf{n}_{zql} \hat{v}_{ql} \cdot e^{j(k\mathbf{n}_q \cdot \varepsilon - \omega_0 t)} \times \sum_{q'l'} \mathbf{n}_{zq'l'} \hat{v}_{q'l'}^* \cdot e^{-j(k\mathbf{n}_{q'} \cdot (\varepsilon + \Delta \varepsilon) - \omega_0(t + \Delta t))} \right\} \quad (2.24)$$

Se simplifica esta igualdad ya que \mathbf{n}_{zql} y \hat{v}_{ql} son variables independientes y no correlacionadas. En ese sentido, tomando la parte real de la ecuación (2.24) se obtiene que

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = V_{RMS}^2 \cdot E \left\{ \sum_{q,l} \mathbf{n}_{zql}^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k\mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon) \right\} \quad (2.25)$$

en el cual V_{RMS} es el valor cuadrático medio de la velocidad. Nuevamente, el promedio espacial de la suma sobre todas las direcciones discretas es igual al promedio de todas las ondas incidentes alrededor de 4π estereorradianes y el promedio de cada una de las direcciones perpendiculares posibles alrededor del disco de 2π radianes. De tal modo,

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \oint\!\!\!\oint_{esfera} \frac{1}{2\pi} \oint_{disco} \mathbf{n}_{zql}^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k\mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon) d\alpha d\Omega, \quad (2.26)$$

donde $d\Omega$ es el diferencial del ángulo sólido en coordenadas esféricas y $d\alpha$ es el diferencial del ángulo en el plano $\theta\phi$.

Por otro lado, utilizando las siguientes equivalencias producto de la relación de los ejes esféricos con los ejes cartesianos, de acuerdo a la Figura 2.5

$$\hat{\mathbf{n}}_{ql} = \cos \alpha \hat{\boldsymbol{\phi}} + \sin \alpha \hat{\boldsymbol{\theta}}, \quad (2.27a)$$

$$\hat{\theta} = \cos \theta \cos \phi \mathbf{e}_x + \cos \theta \sin \phi \mathbf{e}_y - \sin \theta \mathbf{e}_z, \quad (2.27b)$$

$$\hat{\phi} = -\sin \phi \mathbf{e}_x + \cos \phi \mathbf{e}_y, \quad (2.27c)$$

se obtiene que

$$(\mathbf{n}_{zql})^2 = (\mathbf{e}_z \cdot \mathbf{n}_{ql})^2 = (-\sin \alpha \sin \theta)^2. \quad (2.28)$$

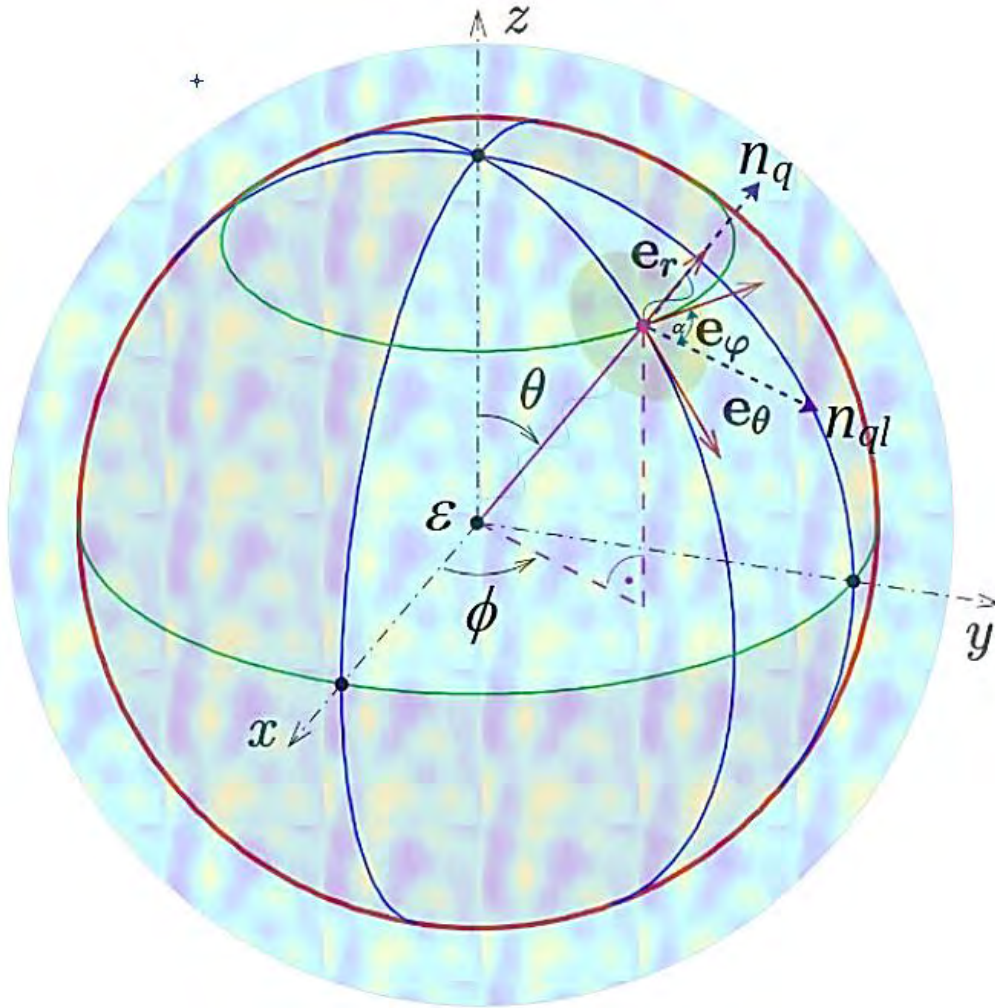


Figura 2.5. Esquema representativo de un campo reverberante, isotrópico, uniformemente distribuido de ondas de corte, propagándose al interior de un medio, donde $\hat{\mathbf{n}}_q$ es la dirección de propagación de las ondas planas, mientras que $\hat{\mathbf{n}}_{ql}$ representa la dirección del movimiento de las partículas (perpendicular a la dirección de propagación). Adaptado de [45].

Reemplazando las ecuaciones 2.18 y 2.28 en la función 2.26 se logra establecer lo siguiente

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon) = \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (-\sin \alpha \sin \theta)^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k \mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon) d\alpha \sin \theta d\theta d\phi. \quad (2.29)$$

De acuerdo a [45], se alinea $\Delta \varepsilon$ con las direcciones axial (2.30a) y lateral (2.30b), de tal modo, se tienen 2 casos

$$\mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon_z = \Delta \varepsilon_z \cdot \cos \theta, \quad (2.30a)$$

$$\mathbf{n}_q \cdot \Delta \varepsilon_x = \Delta \varepsilon_x \cdot \sin \theta \cos \phi, \quad (2.30b)$$

por lo que se logra definir las funciones

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon_z) = \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (-\sin \alpha \sin \theta)^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k \Delta \varepsilon_z \cos \theta) d\alpha \sin \theta d\theta d\phi, \quad (2.31a)$$

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon_x) = \frac{V_{RMS}^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (-\sin \alpha \sin \theta)^2 \cos(\omega_0 \Delta t - k \Delta \varepsilon_x \sin \theta \cos \phi) d\alpha \sin \theta d\theta d\phi, \quad (2.31b)$$

luego, al resolver la integral triple, se obtiene

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon_z) = V_{RMS}^2 \cos(\omega_0 \Delta t) \left[\frac{j_1(k \Delta \varepsilon_z)}{k \Delta \varepsilon_z} \right], \quad (2.32a)$$

$$B_{v_z v_z}(\Delta t, \Delta \varepsilon_x) = V_{RMS}^2 \cos(\omega_0 \Delta t) \left[\frac{j_0(k \Delta \varepsilon_x)}{2} - \frac{j_1(k \Delta \varepsilon_x)}{2k \Delta \varepsilon_x} \right], \quad (2.32b)$$

donde, j_0 y j_1 son las funciones esféricas de Bessel del primer tipo de órdenes cero y uno, respectivamente.

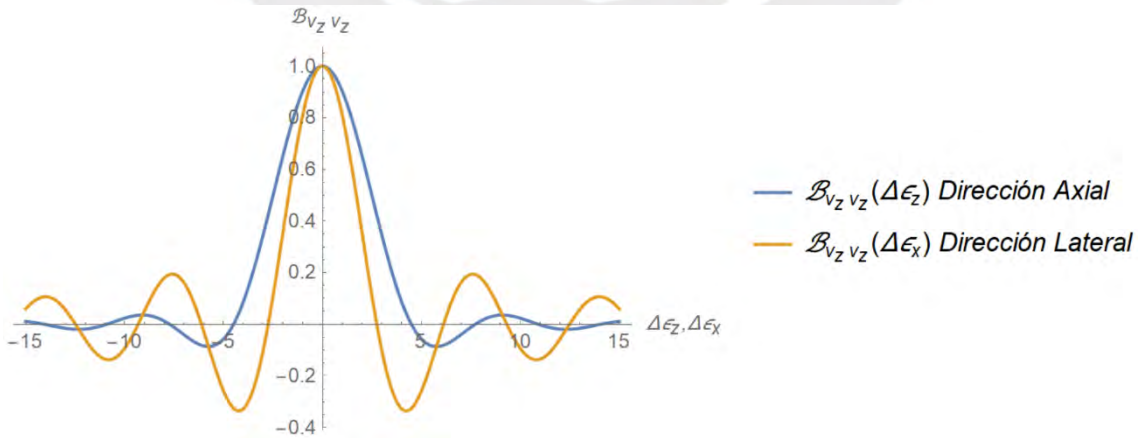


Figura 2.6. Gráficas normalizadas de las autocorrelaciones en el eje axial y lateral de la velocidad proyectada en el eje Z con k igual a 1.

Por tanto, similarmente al acápite anterior, se puede decir que se logra un campo reverberante homogéneo, si las autocorrelaciones (en las direcciones axial y lateral) de la velocidad de las partículas proyectada en el eje de medición se asemejan a las funciones esféricas de Bessel mostradas en la Figura 2.6. Las funciones de autocorrelación son calculadas y se realiza el ajuste a las ecuaciones 2.32 para estimar k (número de onda o frecuencia espacial).

Por otro lado, Parker et al. [4] plantearon otra manera de estimar dicho parámetro, al analizar las funciones calculadas en el espectro de frecuencias. Es decir, se analiza la densidad espectral de la velocidad de las partículas (el cual nos indica la entropía de la señal estimada). A partir de ello, en la presente tesis se propone seguir dicho método con el modelo matemático planteado en [8]. Así, tomando la parte espacial de las funciones $B_{v_z v_z}$, se obtiene

$$\mathfrak{F}\left\{\frac{j_1(k\Delta\varepsilon_z)}{k\Delta\varepsilon_z}\right\} = \frac{\pi(k^2-s^2)}{2k^3}, \quad -k < s < k, \quad (2.33a)$$

$$\mathfrak{F}\left\{\frac{j_0(k\Delta\varepsilon_z)}{2} - \frac{j_1(k\Delta\varepsilon_z)}{2k\Delta\varepsilon_z}\right\} = \frac{\pi(k^2+s^2)}{4k^3}, \quad -k < s < k, \quad (2.33b)$$

donde $\mathfrak{F}\{\cdot\}$ es la Transformada de Fourier espacial y s es la variable en el dominio de frecuencia espacial. Ambas son limitadas en frecuencia por el parámetro k , con lo que podemos aplicar el segundo momento (m_s^2) de las ecuaciones 2.33, de tal manera que

$$m_s^2 = \int_{-k}^k s^2 \cdot \frac{\pi(k^2-s^2)}{2k^3} ds = \frac{2\pi}{15} k^2, \quad (2.34a)$$

$$m_s^2 = \int_{-k}^k s^2 \cdot \frac{\pi(k^2+s^2)}{4k^3} ds = \frac{4\pi}{15} k^2, \quad (2.34b)$$

además, se puede demostrar que el segundo momento de una transformada se relaciona con la segunda derivada de la función original de la siguiente manera

$$m_s^2 = \int_{-k}^k s^2 \cdot \mathfrak{F}\{f\}_{(s)} ds = -2\pi f''(0), \quad (2.35)$$

y aproximando la segunda derivada a una diferencia finita centrada se concluye que

$$m_s^2 = \frac{4\pi[B_{v_z v_z}(0) - B_{v_z v_z}(\Delta\varepsilon)]}{\Delta\varepsilon^2}, \quad (2.36)$$

puesto que $B_{v_z v_z}$ es par. Reemplazando m_s^2 por lo obtenido en las ecuaciones 2.34 y normalizando la función de autocorrelación, se deduce que

$$|k_z|^2 = C_z[Re\{B_{v_z v_z}(0)\} - Re\{B_{v_z v_z}(\Delta z)\}], \quad (2.37a)$$

$$|k_x|^2 = C_x[Re\{B_{v_z v_z}(0)\} - Re\{B_{v_z v_z}(\Delta x)\}], \quad (2.37b)$$

donde $C_z = \frac{10}{\Delta z^2 \cdot B_{v_z v_z}(0)}$ y $C_x = \frac{5}{\Delta x^2 \cdot B_{v_z v_z}(0)}$.

Finalmente, podemos calcular el valor estimado de k mediante

$$k = \frac{k_z + k_x}{2}, \quad (2.38)$$

con el fin de mostrar el mapa de velocidades de ondas de corte, a través de la siguiente igualdad

$$C_s = \frac{2\pi f_v}{k}, \quad (2.39)$$

donde f_v es la frecuencia de vibración del campo reverberante formado. Se toma el promedio de los valores de k_z y k_x estimados, bajo la suposición de que el medio analizado es homogéneo e isotrópico. En conclusión, el presente método resulta sencillo de implementar, debido a las aproximaciones utilizadas. Así mismo, se debe recordar que la autocorrelación varía con el $\cos(\omega_0 \Delta t)$, por lo cual, los datos pueden ser adquiridos a $\Delta t = N \frac{\pi}{\omega_0}$ con $N = 0, 1, 2, \dots$, a fin de reducir el ruido [4].

2.1.3 Composición coherente de ondas planas

Dada la necesidad de obtener datos en tiempo real de la vibración inducida en el tejido, se utilizó imágenes ultrasónicas con alta tasa de cuadros por segundo.

Para ello se empleó ultrasonido ultrarrápido bajo el método de composición coherente de ondas planas [51].

Típicamente, las imágenes de ultrasonido son adquiridas gracias a la formación de haces ultrasónicos enfocados, los cuales son transmitidos y recibidos línea por línea. Esto produce que la frecuencia de adquisición rodee las 30 a 40 cuadros por segundo. Sin embargo, durante los últimos años se ha desarrollado el método de composición de ondas planas, el cual consiste en emitir un conjunto de ondas planas utilizando todos los elementos del transductor y sumarlos considerando los respectivos retardos de tiempo. Por consiguiente, la imagen es formada gracias a la contribución de los ecos producidos por las heterogeneidades del medio.

De esta manera, se considera al eje x como la dirección paralela al arreglo de transductores y al eje z como la dirección de profundidad del medio. Luego, se establece que el tiempo de emisión hacia el punto (x, z) y de recepción del eco por el transductor ubicado en x_1 está dado por

$$\tau(x_1, x, z) = \frac{z + \sqrt{z^2 + (x - x_1)^2}}{C}, \quad (2.40)$$

donde C es la velocidad del sonido en el medio, el cual asumimos constante.

Cada punto (x, z) es obtenido mediante a la adición coherente de cada una de las señales $RF(x_1, t)$, considerando los retrasos correspondientes, y sumándolos en x_1 . Por lo tanto, la imagen es definida mediante la siguiente igualdad

$$S(x, z) = \int_{x-a}^{x+a} RF(x_1, \tau(x_1, x, z)) dx_1, \quad (2.41)$$

donde la apertura $2a$ es tomada en cuenta para los elementos que contribuyen a la señal y siempre es menor a la longitud del arreglo de transductores.

Este método brinda la mayor cantidad de tramas por segundo, sin embargo, el contraste es pobre. Esto puede ser superado, mediante la emisión de ondas planas con cierto ángulo de inclinación α . Por consiguiente, el nuevo tiempo de retardo se define como

$$\tau(\alpha, x_1, x, z) = \tau_{em} + \tau_{rec}, \quad (2.42)$$

donde τ_{em} es el tiempo de emisión y τ_{rec} , el tiempo de recepción de la señal.

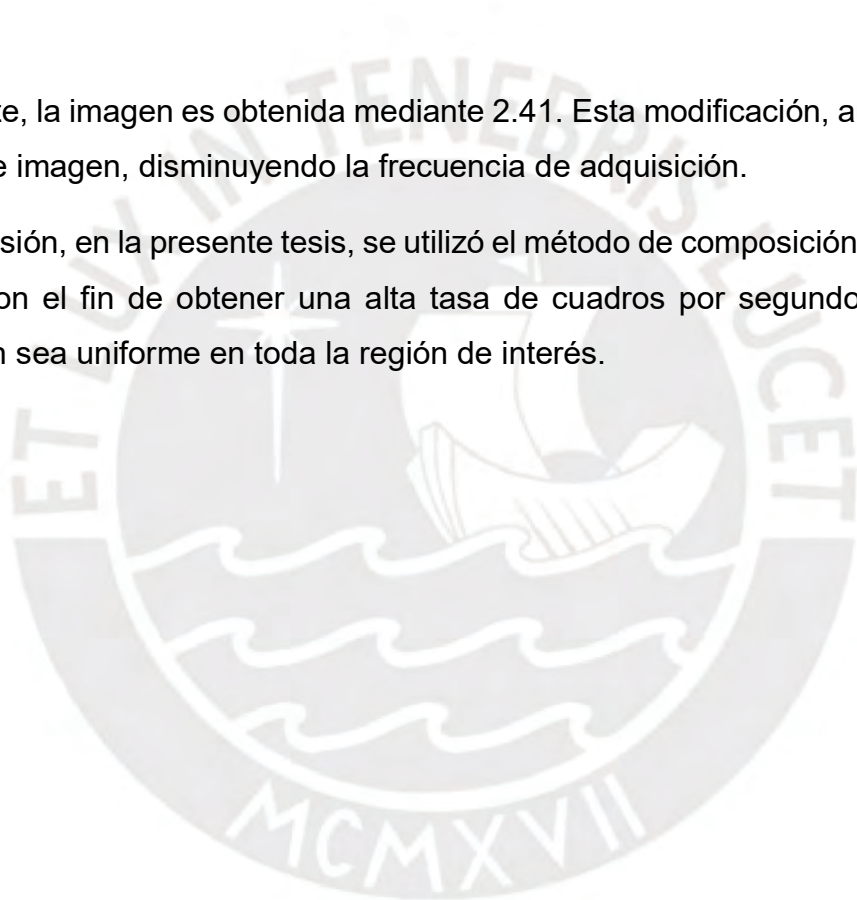
Estos valores se calculan mediante

$$\tau_{em} = \frac{z \cos \alpha + x \sin \alpha}{C}, \quad (2.43a)$$

$$\tau_{rec} = \frac{\sqrt{z^2 + (x - x_1)^2}}{C}. \quad (2.43b)$$

Finalmente, la imagen es obtenida mediante 2.41. Esta modificación, aumenta la calidad de imagen, disminuyendo la frecuencia de adquisición.

En conclusión, en la presente tesis, se utilizó el método de composición de ondas planas, con el fin de obtener una alta tasa de cuadros por segundo y que la resolución sea uniforme en toda la región de interés.



2.2 Modelo de solución

Luego de analizar brevemente la teoría en la que se basa el método de elastografía por campo reverberante de ondas de corte, se delinean los pasos a seguir con el fin de cumplir los objetivos de la tesis. El objetivo principal del presente trabajo es evaluar la generación de campo reverberante de ondas de corte en medios homogéneos en función del número y posición de las fuentes de vibración externa, en una geometría particular. Para ello se sigue el esquema de solución utilizando el método de Monte Carlo, para las simulaciones numéricas, y el método de combinatoria extrema, para los experimentos con phantom.

2.2.1 Simulaciones numéricas

Primero, se realiza una simulación numérica de un campo reverberante ideal, aplicado en un medio cúbico, homogéneo y elástico. Con ello, se evalúan distintos escenarios diferenciados por la cantidad de ondas incidentes. Esta evaluación se realiza utilizando el Método de Monte Carlo.

2.2.1.1 Método de Monte Carlo

El método de Monte Carlo es una simulación estadística cuantitativa, en donde se realiza el muestreo sistemático de variables aleatorias involucradas, directa o indirectamente, en algún proceso o sistema. Se desarrolla a partir de un modelo matemático de dicho proceso, con el cual se conducen experimentos iterativos para analizar su comportamiento [52].

A partir del proceso mostrado en la Figura 2.7, se diseñan los experimentos para las simulaciones numéricas. El modelo matemático que se utiliza se basa en la ecuación (2.23), el cual se interpreta como una sumatoria de “ n ” ondas de corte incidentes. Las variables aleatorias de entrada consideradas son el vector de dirección de propagación (\mathbf{n}_q) y el vector de dirección de desplazamiento (\mathbf{n}_{ql}), quienes, a su vez, dependen de los ángulos α, θ, ϕ . Además, se consideran la magnitud de la velocidad de desplazamiento de las partículas (\hat{v}_{ql}), la frecuencia de vibración ($\omega_0 = 2\pi f_v^{\text{simulación}}$), el número de onda ($k = \frac{\omega_0}{c_s}$) y la fase (φ). El campo reverberante se forma dentro de un medio cúbico homogéneo delimitado,

durante un intervalo de tiempo t . La elasticidad del medio se define a través de la velocidad de propagación de las ondas de corte (C_s).

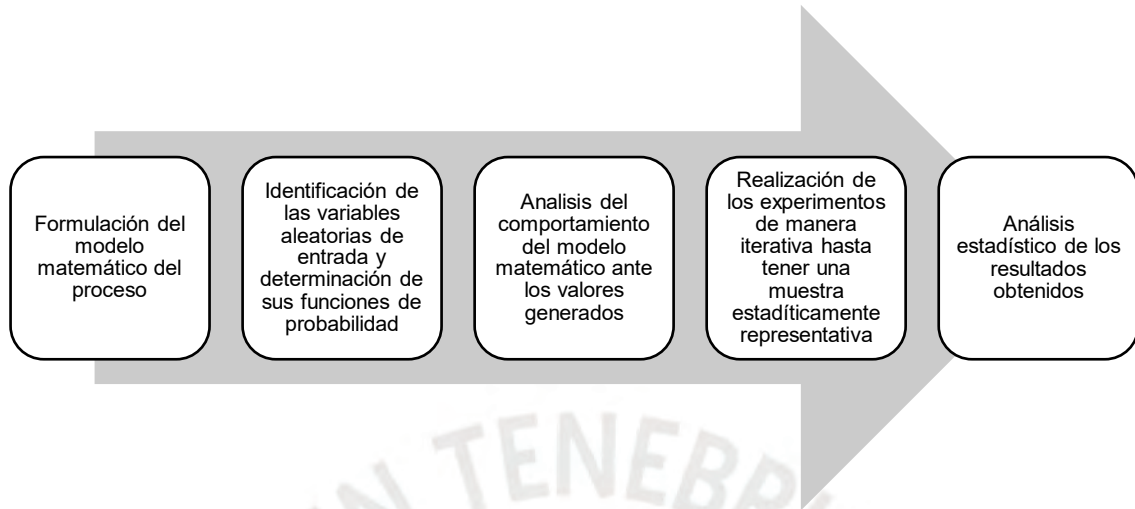


Figura 2.7. Pasos a seguir para la correcta implementación de la simulación de Monte Carlo [53]

Luego, se realiza un experimento de generación de campo reverberante, en el cual se registra la velocidad de partículas para cada punto del espacio en el tiempo $t = 0$. Se analiza su comportamiento tomando el plano XZ ($y = 0$) para evaluar su autocorrelación. De este resultado, se toman los perfiles axial ($B_{v_z v_z}(\Delta x = 0, \Delta z)$) y lateral ($B_{v_z v_z}(\Delta x, \Delta z = 0)$) y se les aplica tres estimadores de elasticidad: el ajuste de curva a las funciones de autocorrelación teóricas presentadas en la ecuación 2.32 [8], la aproximación del número de onda utilizada por [3], [4], [6] y la aproximación modificada del número de onda propuesta en la presente tesis, basada en el nuevo modelo matemático presentado en [8] y utilizando el procedimiento de aproximación propuesto por [4].

Como resultado del primer estimador se obtienen los Coeficientes de determinación (R^2) tanto para la dirección axial (R^2_{axial}) como lateral ($R^2_{lateral}$). Estos se calculan mediante

$$R^2 = 1 - \frac{\sigma_r^2}{\sigma^2}, \quad (2.44)$$

donde σ_r^2 es la varianza de los valores residuales, mientras que σ^2 es la varianza de la variable dependiente. Este valor nos indica la bondad del ajuste al modelo

teórico y que, por definición, $R^2 \in [0,1]$. Así mismo, para cada estimador se obtiene el valor de k_{axial} , $k_{lateral}$, $k_{promedio}$ y, así, el valor estimado de C_s . El error relativo con respecto al valor real de la velocidad de las ondas de corte para la simulación se logra mediante

$$\% \text{ error} = \frac{|C_s \text{ real} - C_s \text{ estimado}|}{C_s \text{ real}} \times 100\%, \quad (2.45)$$

En la presente tesis, se postula como parámetros de calidad a los coeficientes de determinación (R_{axial}^2 y $R_{lateral}^2$), dado que estos nos indican, numéricamente, cuánto se asemeja el campo reverberante generado al campo difuso deseado. Por ello, se considera como campo válido a aquellos eventos cuyos coeficientes de determinación superen ciertos valores umbrales definidos arbitrariamente ($R_{axial}^2 > R_{axial}^2 \text{ umbral}$ y $R_{lateral}^2 > R_{lateral}^2 \text{ umbral}$).

Finalmente, este proceso se realiza iterativamente hasta tener una muestra estadísticamente representativa de \aleph eventos. Los resultados se analizan mediante el cálculo de la distribución, la media, desviación estándar y el error relativo con respecto a los valores reales de la simulación.

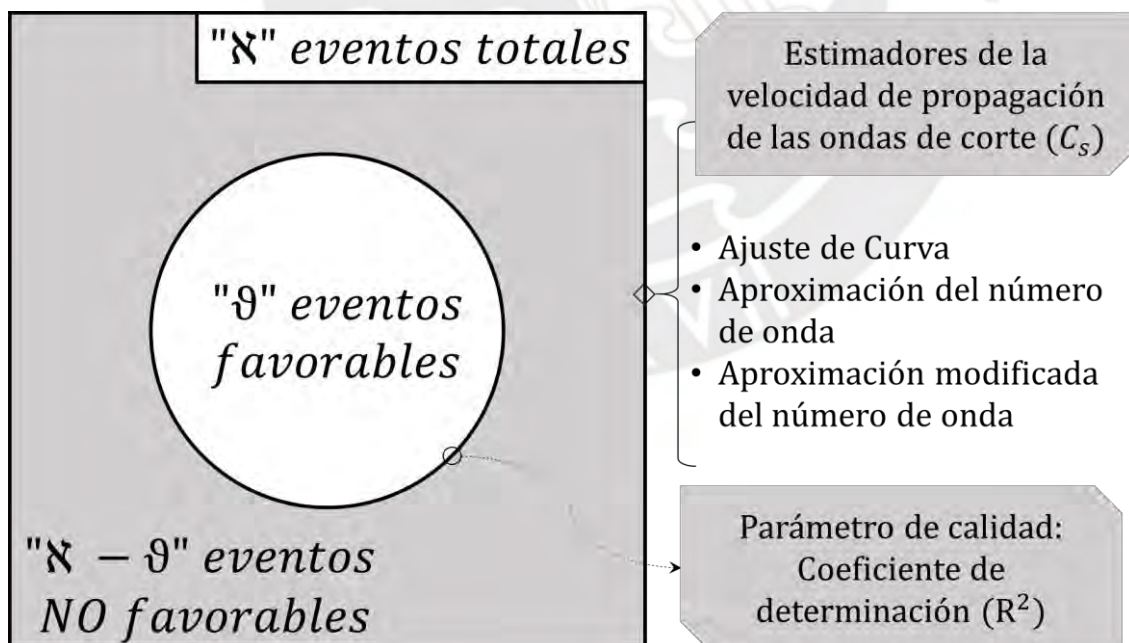


Figura 2.8. Esquema representativo de los resultados obtenidos mediante el Método de Monte Carlo para un escenario con n ondas incidentes.

2.2.2 Experimentos con maniquí de gelatina

Por otro lado, se realizan experimentos con maniquí de gelatina con el fin de validar el efecto de superposición de ondas para la formación de campo reverberante y evaluar su generación. Este objetivo se resuelve mediante un estudio de combinatoria extrema.

2.2.2.1 Combinatoria extrema

El método combinatoria extrema, consiste en determinar, para un conjunto S , el listado de subconjuntos posibles que cumplan con una condición previamente establecida [54]. En particular, se determina la cantidad y posición de fuentes de vibración para la formación de un campo reverberante que permita una correcta estimación.

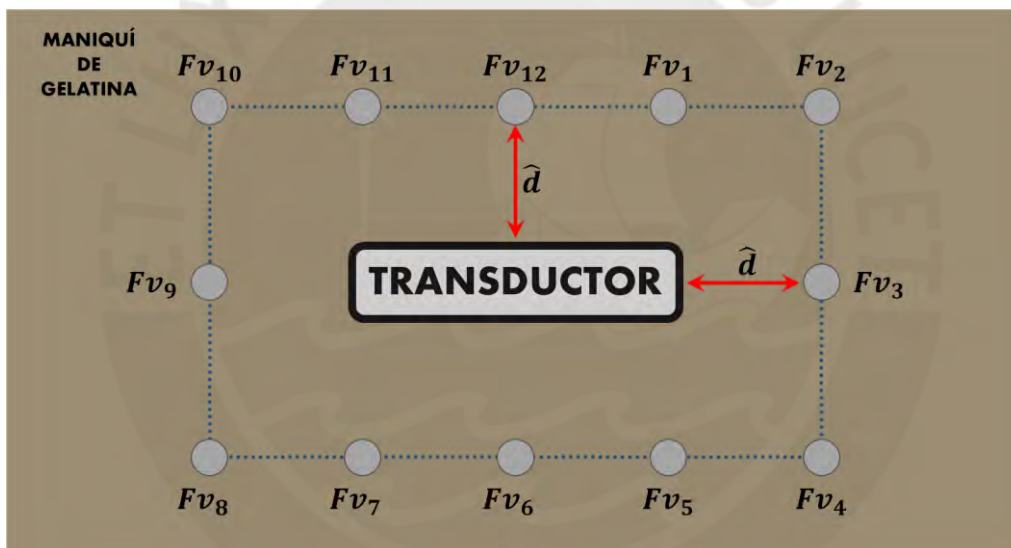


Figura 2.9. Vista superior del maniquí de gelatina, donde se representan las 12 ubicaciones posibles en donde se coloca una fuente de vibración.

Se establecen 12 posiciones en la cara superior del maniquí de gelatina a una distancia \hat{d} del transductor, en la que se logra el máximo valor de presión en el centro de la región de interés. Se registra el efecto producido por la fuente de vibración normal ubicada en cada una de las posiciones (Figura 2.9), induciendo ondas de corte a una frecuencia determinada ($f_v = f_v^{simulación}$). De esta manera, se establece el conjunto

$$S = \{Fv_1, Fv_2, Fv_3, Fv_4, Fv_5, Fv_6, Fv_7, Fv_8, Fv_9, Fv_{10}, Fv_{11}, Fv_{12}\} \quad (2.45)$$

que contiene a cada uno de los eventos determinados cuando la fuente de vibración se ubica en la posición Fv_n .

Se superponen los efectos, formando grupos de n casos, donde $n = 1,2,3 \dots 12$. Se analiza la existencia de campo reverberante homogéneo en cada uno de los $2^{n(s)} - 1$ subconjuntos posibles (4095 casos, en total), mediante el mismo criterio utilizado en las simulaciones. Finalmente se estima la velocidad de propagación de las ondas de corte para cada evento válido y se observa las estadísticas de los valores obtenidos.

2.2.2.2 Procedimiento general para la estimación de la elasticidad

Con el fin de estimar la elasticidad de cierto tejido estudiado, se sigue de manera general el procedimiento planteado por [3], en el cual, estima la velocidad de ondas de corte, extrayendo la fase y reduciendo la magnitud a la unidad. Esto es equivalente a la idealización del campo reverberante isotrópico perfectamente distribuido.

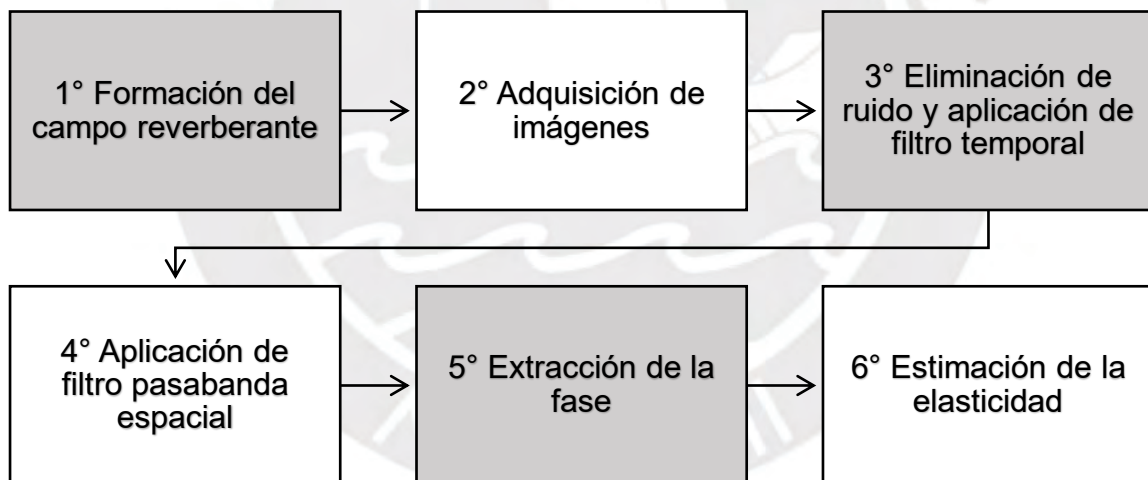


Figura 2.10. Cuadro de flujo que indica los pasos a seguir para estimar la elasticidad de cierto tejido estudiado. Adaptado de [3]

De acuerdo a la Figura 2.10, se forma el campo reverberante de ondas de corte mediante el uso de fuentes de vibración externa, luego se adquiere las imágenes mediante un ecógrafo de investigación y se realiza el procesamiento con los datos adquiridos. Finalmente, el valor de la elasticidad se logra mediante los tres estimadores.

CAPÍTULO 3 : METODOLOGÍA Y EXPERIMENTACIÓN

El presente capítulo tiene como objetivo describir la metodología utilizada para realizar las simulaciones numéricas y los experimentos con un maniquí de gelatina. El primer caso, corresponde a una simulación computarizada aplicando el Método de Monte Carlo. El segundo corresponde a la experimentación física en un medio controlado y la aplicación del criterio de combinatoria extrema para la superposición de efectos. En ambos casos se buscó hallar la probabilidad de generar un campo reverberante válido para cada escenario planteado, diferenciados por el número y posición de fuentes de vibración externa.

3.1 Simulaciones numéricas

Se realizaron simulaciones numéricas en *MATLAB versión R2019b*. Se implementó un medio en el cual incidían ondas de corte originadas a partir de diferentes puntos con dirección, magnitud y fase aleatorias.

3.1.1 Creación del medio

Con centro en el origen, se definió un medio isotrópico, incompresible, homogéneo y elástico de $5 \times 5 \times 5 \text{ cm}^3$ con una resolución de 0.1 mm . Se estableció la elasticidad de dicho medio mediante la velocidad de las ondas de corte igual a 2.5 m/s , correspondiente al del tejido mamario en la escala 1 del sistema de clasificación BI-RADS [7] y al maniquí calibrado de mama usado en [34], [35] y [53] (Modelo 509, CIRS, Norfolk, VA, USA) para la frecuencia de vibración a utilizar (400 Hz). Este valor resulta en un módulo de Young igual a 18.7 kPa , considerando la ecuación 2.6 con densidad del medio (ρ) igual a 998 kg/m^3 .

3.1.2 Generación de campo reverberante

Mediante una sumatoria de ondas planas, originadas desde puntos aleatorios del espacio, se logró formar el campo reverberante deseado. La frecuencia de vibración de dichas ondas fue de 400 Hz. Las direcciones, representadas por los parámetros en coordenadas esféricas de las ecuaciones 2.27 (α, θ y $\phi \in [0, 2\pi] \text{ rad}$), al igual que las magnitudes de las velocidades de las partículas

($v_{ql} \in [0,1]$) fueron variables aleatorias uniformemente distribuidas. Dichas velocidades fueron proyectadas en el eje Z (dirección axial), para así, obtener una matriz compleja de tres dimensiones de $501 \times 501 \times 501$ puntos para cada unidad de tiempo.

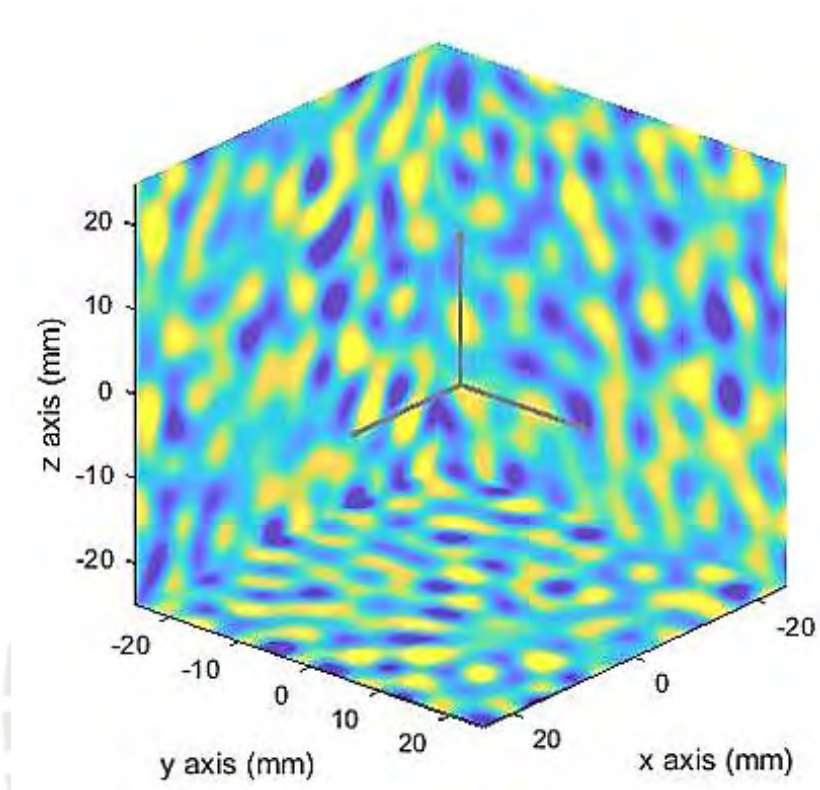


Figura 3.1. Campo reverberante de ondas de corte obtenido de la simulación numérica a partir de 5000 ondas incidentes.

3.1.3 Estimadores de la velocidad de propagación de las ondas de corte

Luego de obtener la matriz compleja con la velocidad de las partículas proyectada en el eje axial, se tomó el plano $X, Y_0 = 0, Z$ para el instante $t = 0$, almacenándolo en una matriz compleja bidimensional. Se extrajo la parte real, para luego realizar la autocorrelación bidimensional. Se tomaron los perfiles, tanto axial ($\Delta x = 0, \Delta z$) como lateral ($\Delta x, \Delta z = 0$) de la matriz resultante. Se aplicó una corrección dividiendo ambos vectores entre una función triangular de la misma longitud. Finalmente, ambos fueron normalizados y se aplicaron los estimadores de la velocidad de las ondas de corte (C_s) los cuales son: ajuste de curva [37], aproximación del número de onda [34], [35], [42] y la aproximación modificada del número de onda.

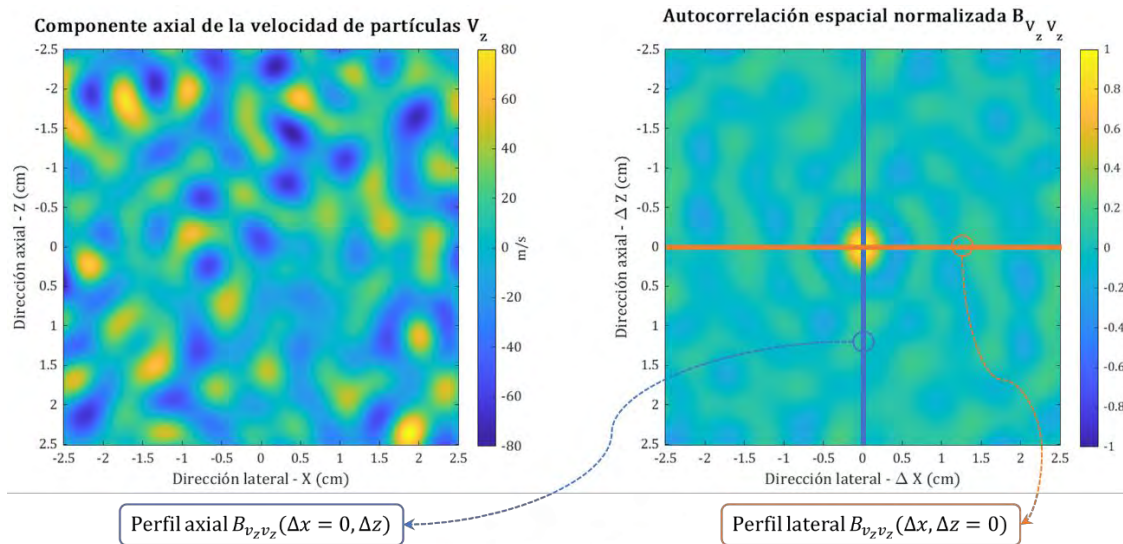


Figura 3.2. Obtenido del campo reverberante de ondas de corte a partir de 5000 ondas incidentes. Parte real de la componente axial de la velocidad de partículas con $t = 0$ (Izq.). Función autocorrelación espacial bidimensional $B_{v_z v_z}$ normalizada. Se seleccionan ambos perfiles, axial (línea azul) y lateral (línea naranja) (Der.).

3.1.4 Ajuste de Curva (CF, por sus siglas en inglés)

Con ayuda del *Curve Fitting Toolbox*TM del MATLAB versión 2019b, se aplican los ajustes de curvas a los perfiles extraídos, corregidos y normalizados, a partir de las funciones teóricas expresadas en las ecuaciones 2.32. Se utilizó el método de optimización no lineal de mínimos cuadrados y el valor mínimo en el que comienza el parámetro resultante es 500 rad/m ($C_s \text{ máximo} = 5 \text{ m/s}$). Se consideran solo los puntos pertenecientes a la región central de dichas funciones, es decir, $-4 \text{ mm} \leq \Delta x \leq 4 \text{ mm}$ para el perfil axial y $-5 \text{ mm} \leq \Delta z \leq 5 \text{ mm}$ para el lateral. Así, para cada dirección, se estima el número de onda (k), el valor subyacente de la velocidad de las ondas de corte (C_s), el coeficiente de determinación (R^2) y el error relativo (% error).

3.1.5 Aproximación del número de onda (AoW, por sus siglas en inglés)

Se utilizaron las ecuaciones 2.37, en donde $C_z = \frac{5}{\Delta z^2 \cdot B_{v_z v_z}(0)}$ y $C_x = \frac{5/\sqrt{2\pi}}{\Delta x^2 \cdot B_{v_z v_z}(0)}$ para $\Delta z = \Delta x = 0.2 \text{ mm}$. Para cada dirección, se estima el número de onda (k), el valor subyacente de la velocidad de las ondas de corte (C_s) y el error relativo (% error).

3.1.5.1 Aproximación modificada del número de onda (MAoW, por sus siglas en inglés)

Similarmente, se utilizaron las ecuaciones 2.37. En este caso, $C_z = \frac{10}{\Delta z^2 \cdot B_{v_z v_z}(0)}$ y $C_x = \frac{5}{\Delta z^2 \cdot B_{v_z v_z}(0)}$ para $\Delta z = \Delta x = 0.2 \text{ mm}$. Así, para cada dirección, se estima el número de onda (k), el valor subyacente de la velocidad de las ondas de corte (C_s) y el error relativo (% error).

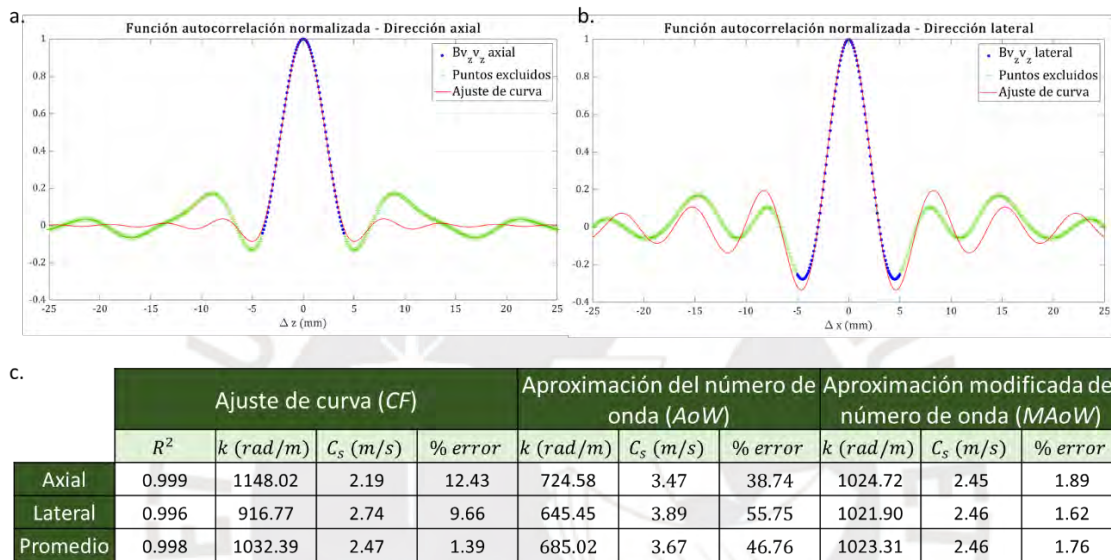


Figura 3.3. Resultados obtenidos a partir de un campo reverberante con 5000 ondas incidentes. (a.) Gráfica obtenida del ajuste de curva de la función autocorrelación normalizada en la dirección axial. (b.) Gráfica obtenida del ajuste de curva de la función autocorrelación normalizada en la dirección lateral. (c.) Tabla de resultados comparando los tres estimadores de velocidad de las ondas de corte (CF, AoW y MAoW).

3.1.6 Método de Monte Carlo

Se evaluaron 42 escenarios con diferente cantidad de ondas de corte incidentes (desde 10 a 250 ondas, en pasos de 10, desde 300 hasta 900 ondas, en pasos de 100, y, finalmente, desde 1000 hasta 10000 ondas, en pasos de 1000). Para cada escenario se generaron 100 eventos o experimentos de campo reverberante, a partir de lo descrito en la sección 3.1.2. En cada evento se aplican los tres estimadores mencionados previamente.

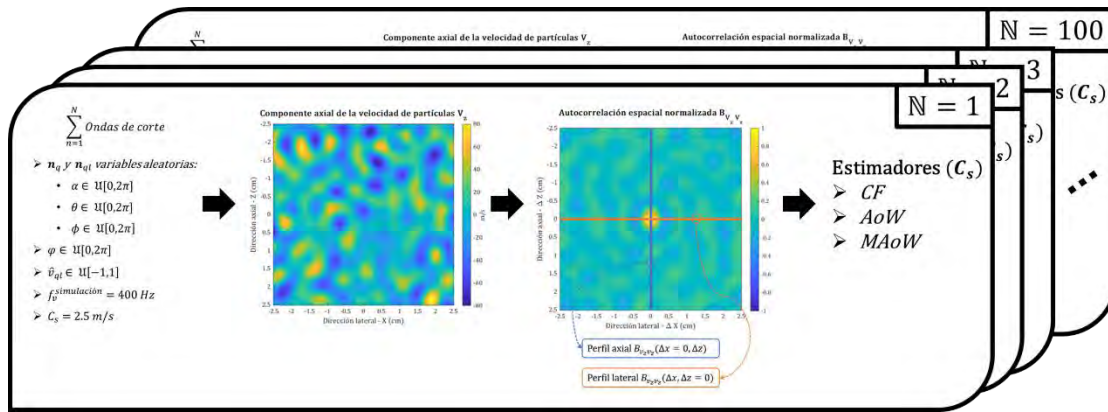


Figura 3.4. Para cada escenario se realizaron 100 eventos aleatorios. En cada evento se generó el campo reverberante mediante una sumatoria de “N” ondas de corte, se obtuvo la componente axial de la velocidad de partículas resultante, se realizó la autocorrelación espacial normalizada, se seleccionó los perfiles en las direcciones axial y lateral, y, finalmente, se aplicaron los tres estimadores de velocidad.

Se calculó la probabilidad de generación de campo reverberante deseado, mediante la fracción de eventos favorables entre eventos totales. De acuerdo a la sección 2.2.1.1, se realizó dicha discriminación estableciendo valores umbrales arbitrarios. Resultados preliminares (Figura 3.3), indicaron que el coeficiente de determinación es mayor en la dirección axial ($R_{ax}^2 \geq R_{lat}^2$), en la mayoría de los casos. Por tanto, se establece cuatro criterios de discriminación:

Tabla 3.1 Criterios de umbralización para las simulaciones numéricas.

CRITERIO	R_{ax}^2 umbral	R_{lat}^2 umbral
1	0.97	0.95
2	0.92	0.90
3	0.87	0.85
4	0.82	0.80

3.1.7 Criterio del camino libre medio

Con el afán de relacionar las simulaciones numéricas con los experimentos físicos, se propuso la aplicación del criterio del camino libre medio (“mean free path”). A partir de lo expuesto en [44], se deriva que, la distancia media que

recorre una onda de corte a una velocidad C_s , durante el instante de tiempo en el que “ G ” ondas rebotan contra las fronteras del medio es igual a

$$l_c = 4 \frac{V}{S}, \quad (3.1)$$

donde V es el volumen del medio mientras que S es la superficie total del mismo.

Por otro lado, se puede definir como

$$l_c = \frac{1}{\alpha R_g}, \quad (3.2)$$

siendo R_g el número de reflejos por fuente de vibración y α un parámetro proporcional a la atenuación del medio. Así, la cantidad de ondas incidentes (“ N ”) es igual a $(R_g + 1)$ veces el número de puntos de contacto, en donde se ubican las fuentes puntuales de vibración. Este criterio asume que el análisis se realiza lo suficientemente lejos del campo directo, considerando frentes de onda planas. Además, la ecuación 3.2 es válida para coeficientes de atenuación bajos (medios aproximadamente elásticos).

3.2 Experimentos con maniquí de gelatina

Con ayuda de un maniquí de gelatina, se validó el efecto de superposición de fuentes de vibración externa. A partir de ello, se evaluó la generación de campo reverberante en un medio real, en función del número y posición de fuentes de vibración externa. Estos experimentos se realizaron en el Laboratorio de Sonoelasticidad de la Universidad de Rochester (University of Rochester, Rochester, New York, USA) por el autor de la presente tesis.

3.2.1 Preparación del maniquí de gelatina

Se elaboró un maniquí homogéneo de $15.3 \times 12.2 \times 5.5 \text{ cm}^3$, a base de gelatina (300 Bloom Pork Gelatin, Gelatin Innovations Inc.), agar (Difco Agar Technical, Becton, Dickinson and Company, Sparks, MD, USA) y sal (NaCl), cuyas cantidades (en gramos) fueron determinadas a partir de las ecuaciones [54] :

$$\begin{aligned} G &= \frac{x}{1-x} H, \\ A &= 0.0015H, \quad S = 0.009H \end{aligned} \tag{3.3}$$

donde G , A y S son la cantidad de gelatina, agar y sal (en *gramos*), respectivamente, mientras que, H representa el volumen de agua destilada en mililitros y x , la concentración de gelatina deseada (6%, para el presente trabajo). De esta manera, se utilizó 1000 *ml* de agua a 50°C , 63.82 *g* de gelatina, 1.5 *g* de agar y 9 *g* de sal. La mezcla se realizó en un vaso precipitado a 1000 *rpm*, utilizando un agitador magnético (Robax M6, Schott, Mainz, Alemania). Finalmente, se dejó enfriar hasta que alcance los 30°C , para luego ser vertido en un recipiente de metal y refrigerado a 4°C durante una noche.

3.2.2 Adquisición de imágenes con ultrasonido

Se utilizó un ecógrafo para investigaciones Verasonics V1 (Verasonics Inc., Kirkland, WA, USA) con la capacidad de adquirir imágenes a una alta tasa cuadros por segundo, dado que permite la composición coherente de ondas planas. Se utilizó un transductor lineal de 128 elementos (Modelo L7-4V, ATL, Bothell, WA, USA) sostenido por un soporte universal. La frecuencia central del transductor fue de 5 MHz y la frecuencia de repetición de pulsos (PRF, por sus

siglas en inglés) fue de 5000 Hz (mayor a diez veces el valor de la máxima frecuencia de vibración utilizada).



Figura 3.5. Configuración utilizada para la adquisición de imágenes.

Las vibraciones armónicas fueron generadas por una fuente mecánica externa (Modelo 4810, Brüel & Kjaer, Naerum, Denmark), el cual recibió una señal sinusoidal del amplificador de potencia (Modelo 2718, Brüel & Kjaer, Naerum, Denmark), acoplado al generador de señales de un $1V@400\text{ Hz}$ (Modelo AFG3022B, Tektronix, Beaverton, OR, USA). Se utilizó una base metálica con altura regulable. Todas las adquisiciones se realizaron 3 horas después de retirar el maniquí del refrigerador, a temperatura ambiente igual a 20°C (68°F).

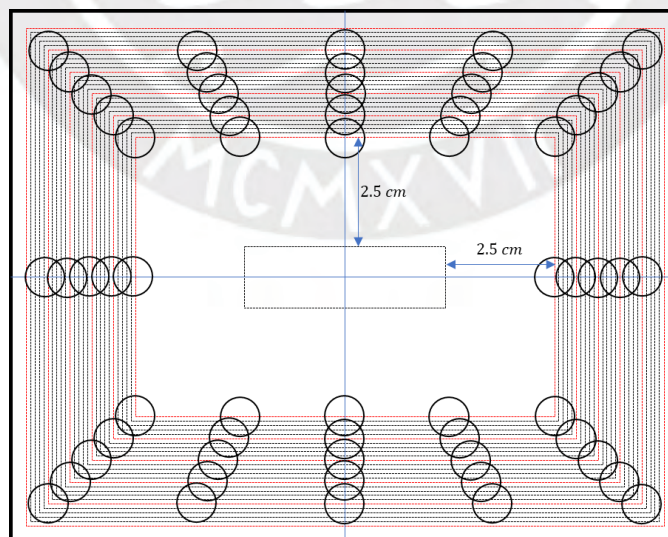


Figura 3.6. Plantilla a escala utilizada en la adquisición de imágenes.

Con ayuda de la plantilla mostrada en la *Figura 3.6* se realizaron las tomas para cada una de las posiciones donde se colocó la fuente de vibración. Se consideraron cinco rectángulos concéntricos (línea roja), separados 0.5 cm entre sí y el primero se ubicó a 2.5 cm del rectángulo central (línea negra), donde se colocó el transductor.

3.2.3 Preprocesamiento de imágenes

Se adquirieron 60 casos, agrupados en 5 conjuntos S de 12 elementos cada uno (ecuación 2.45). Para cada adquisición se almacenó una matriz de 3 dimensiones con la data, en fase y cuadratura (IQ data), la cual fue usada para superponer los efectos. Finalmente, se obtuvo el desplazamiento utilizando el estimador de Loupas [55] para cada matriz resultante,

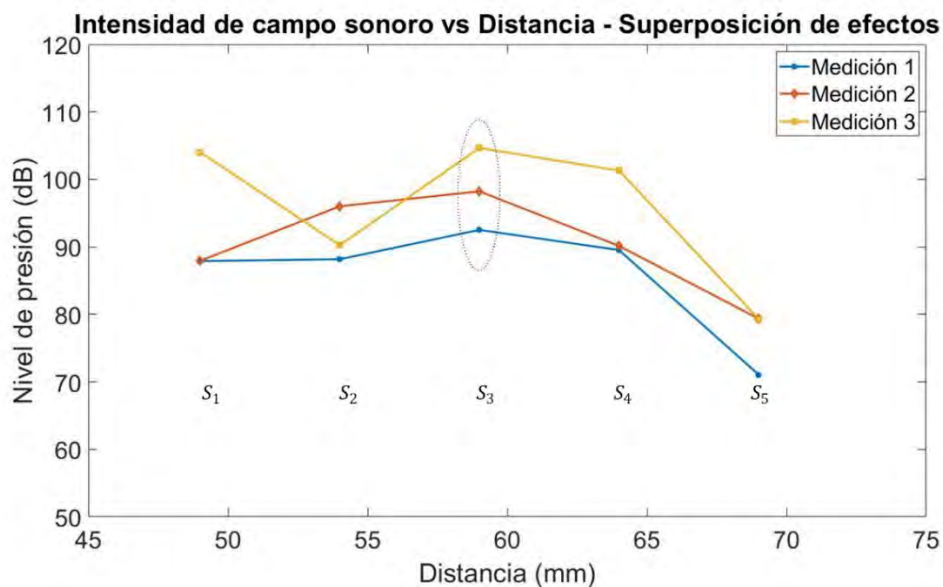


Figura 3.7. Resultados de las mediciones de intensidad del campo en la región central del maniquí ($1.8 \times 0.9\text{ mm}^2$). Se selecciona el conjunto S_3 , el cual presenta el mayor nivel de presión en las 3 mediciones.

Se superpuso el efecto de los 12 elementos de cada conjunto S y se realizaron 3 mediciones de presión en la región central del maniquí ($1.8 \times 0.9\text{ mm}^2$). En la *Figura 3.7* se observan los resultados para cada conjunto S_n . El eje Y representa el valor medio del nivel presión medido en dB , mientras que el eje X , la distancia del centro de la imagen al lado menor del rectángulo correspondiente al conjunto S seleccionado. Así, se escogió el conjunto S_3 para los experimentos de

combinatoria extrema, dado que, presentó el mayor nivel de presión en las tres mediciones. Esto indicó que, a dicha distancia, se obtuvo el mayor nivel de contribución directa e indirecta de las ondas de corte.

3.2.4 Combinatoria extrema

Se realizó el experimento de combinatoria extrema para el conjunto S_3 . Cada elemento representa la matriz tridimensional que contiene el valor de la velocidad de partícula estimada para cada punto de la región. Se realiza la superposición para cada combinación posible de elementos, obteniendo 4095 casos totales.

Tabla 3.2. Cantidad de casos para cada subconjunto de n elementos

NÚMERO DE ELEMENTOS DE SUBCONJUNTO	OPERACIÓN DE COMBINATORIA	CANTIDAD DE CASOS
1,11	$\binom{12}{1} = \binom{12}{11}$	2×12
2,10	$\binom{12}{2} = \binom{12}{10}$	2×66
3,9	$\binom{12}{3} = \binom{12}{9}$	2×220
4,8	$\binom{12}{4} = \binom{12}{8}$	2×495
5,7	$\binom{12}{5} = \binom{12}{7}$	2×792
6	$\binom{12}{6}$	924
12	$\binom{12}{12}$	1
TOTAL	$2^n - 1$	4095

3.2.4.1 Eliminación de ruido y aplicación de filtro temporal

Para eliminar los picos de ruido propios de la adquisición con ultrasonido, se aplicó un filtro bidimensional mediano de $1.5 \times 1 \text{ mm}^2$. Así mismo, se aplicó un filtro pasabanda de respuesta finita al impulso (FIR) en el dominio de la frecuencia temporal, centrado en la frecuencia de vibración escogida, con

frecuencias de corte $f_l = f_v - 10 \text{ Hz}$ y $f_h = f_v + 10 \text{ Hz}$ (f_l para bajas frecuencias y f_h para altas).

3.2.4.2 Aplicación de filtro pasabanda espacial

Para eliminar ondas de compresión y reducir los artefactos, se aplicó un filtro pasabanda bidimensional, de respuesta finita al impulso (FIR), en el dominio espacial. Las frecuencias espaciales de corte utilizadas fueron $k_l = \frac{2\pi f_v}{C_h}$ y $k_h = \frac{2\pi f_v}{C_l}$ (k_l para bajos números de onda y k_h para altos). Para el maniquí de gelatina, la velocidad de las ondas de corte no excede los 10 m/s , por lo que C_h escogido fue 5 m/s y C_l , 0.7 m/s . Finalmente, se procedió a extraer la fase para cada caso.

3.2.4.3 Estimadores de la velocidad de las ondas de corte

Se aplicaron los tres estimadores descritos en la sección 3.1.3, (CF, AoW y MAoW), tomando una región de interés de $1 \times 1 \text{ cm}^2$ en el centro de la imagen. La longitud de la ventana representa aproximadamente 2 veces la longitud de onda estimada. En el caso de CF, se excluyen los puntos menores a -6 mm y mayores a 6 mm .

Similarmente, se calculó la probabilidad de generación de campo reverberante deseado, mediante la fracción de casos favorables entre casos totales para cada grupo de subconjunto de n elementos. Análogamente, resultados preliminares, indicaron que el coeficiente de determinación es mucho mayor en la dirección axial ($R_{ax}^2 \gg R_{lat}^2$), en la mayoría de los casos. Por tanto, se establece cuatro criterios de discriminación, contando únicamente con la dirección axial:

Tabla 3.3. Criterios de umbralización para los experimentos de superposición.

CRITERIO	R_{ax}^2 umbral
1	0.87
2	0.82
3	0.77
4	0.72

CAPÍTULO 4 : RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El presente capítulo tiene como objetivo mostrar los resultados obtenidos a partir de los experimentos realizados. En primer lugar, se presenta el análisis estadístico correspondiente a las simulaciones numéricas. En segundo lugar, se expone un análisis similar correspondiente a los experimentos con maniquí de gelatina. Finalmente, se discuten dichos resultados y se plantean futuras investigaciones.

4.1 Simulaciones numéricas

Se analizaron los resultados obtenidos a partir de las simulaciones de Monte Carlo, según la sección 3.1. En cada escenario se incrementó la cantidad de ondas planas incidentes, con dirección, magnitud y fase aleatorias, partiendo de 10 (número elegido arbitrariamente) hasta 10000 ondas (cantidad utilizada en [37]). Se muestra el análisis general a partir de los valores promedios, exactitud y variabilidad. Asimismo, se observa la evolución de la probabilidad de generación de campo reverberante luego de la aplicación de umbrales de R^2 . Finalmente se compara la precisión y exactitud de los estimadores con particular interés en el ajuste de curva y la aproximación modificada del número de onda.

4.1.1 Método de Monte Carlo

En la *Tabla 4.1*, se observan diez escenarios representativos de la simulación de Monte Carlo. En ella se aprecian parámetros estadísticos, tomando los 100 eventos realizados para cada escenario, con el fin de obtener un panorama general de los resultados.

En la primera columna aparece la cantidad de ondas incidentes, ordenadas ascendentemente. Se compararon los tres estimadores aplicados, en relación al valor promedio de C_s estimado, su variabilidad (desviación estándar) y el error relativo al valor simulado de la velocidad de propagación de las ondas de corte. Estos valores presentan cambios significativos a medida que se incrementa el número de ondas incidentes.

Tabla 4.1. Escenarios representativos de la tabla resumen con valores estadísticos tomando los 100 eventos realizados para cada caso. Se comparan los tres estimadores

Número de ondas incidentes	Estimador 1 (CF)				Estimador 2 (AoW)			Estimador 3 (MAoW)			Número de puntos de contacto
	\bar{R}^2	\bar{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\bar{C}_s)	\bar{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\bar{C}_s)	\bar{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\bar{C}_s)	
10	0.87	2.54	0.58	1.78%	3.78	0.93	51.22%	2.54	0.60	1.68%	2
20	0.94	2.48	0.44	0.88%	3.72	0.63	48.80%	2.51	0.43	0.52%	3
30	0.96	2.43	0.35	2.97%	3.66	0.52	46.41%	2.46	0.35	1.62%	5
50	0.98	2.39	0.30	4.27%	3.58	0.37	43.31%	2.41	0.25	3.64%	8
80	0.98	2.40	0.18	3.86%	3.56	0.26	42.42%	2.39	0.17	4.35%	12
100	0.98	2.40	0.20	4.17%	3.55	0.30	42.08%	2.39	0.19	4.35%	15
1000	0.99	2.39	0.12	4.51%	3.61	0.31	44.33%	2.38	0.17	4.72%	143
10000	1.00	2.40	0.09	4.05%	3.64	0.32	45.52%	2.39	0.17	4.21%	1429

En primer lugar, en la Figura 4.1, se muestran los resultados del ajuste de curva (CF, por sus siglas en inglés). El Coeficiente de determinación promedio (\bar{R}^2) es mayor a 0.85, en todos los casos. Este incrementa su valor en función al aumento de ondas incidentes, logrando establecerse (criterio del $\pm 2\%$) a partir de 60 ondas incidentes. Por otra parte, la desviación estándar (σ_{R^2}) disminuye, llegando a ser menor a 0.03 a partir de 80 ondas incidentes.

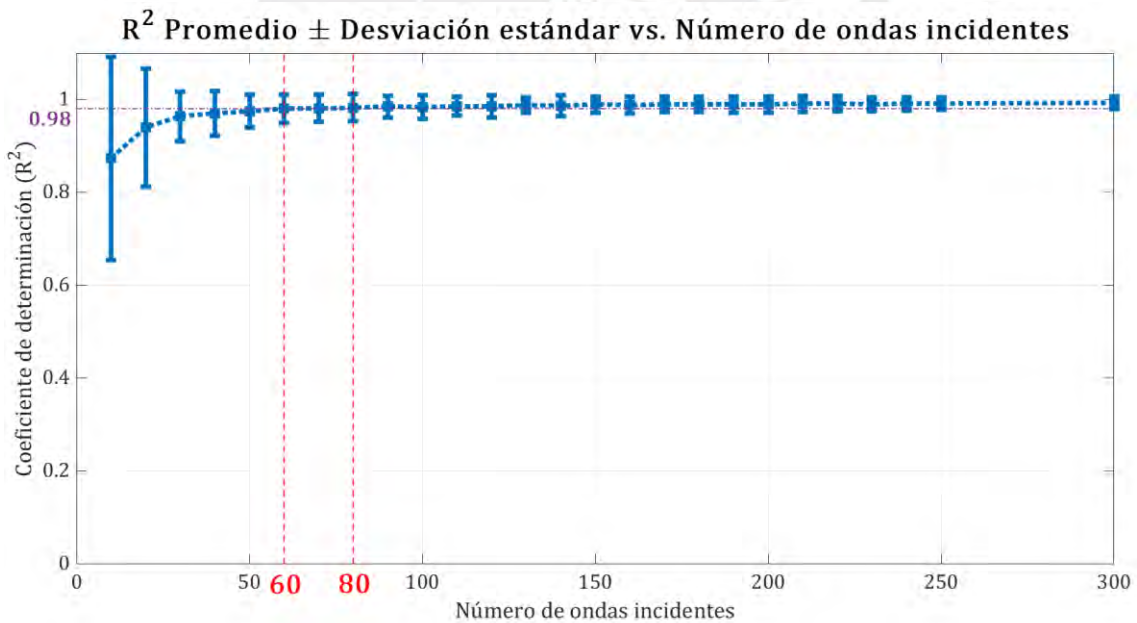


Figura 4.1. Variación del Coeficiente de determinación promedio y su desviación estándar en función de la cantidad de ondas incidentes.

Además, el error de la estimación de C_s , a partir del CF, es menor a 6% y llega a un error promedio relativo menor al 0.9%, en el caso de 20 ondas. Se notó un

incremento de este último parámetro, el cual se estableció alrededor de 4.3%, a partir de 60 ondas, aproximadamente. La precisión de CF aumentó, disminuyendo la desviación estándar hasta un valor de coeficiente de variabilidad (CV) igual a 3.5% para 10000 ondas.

$$CV = \frac{\sigma_{C_s}}{\bar{C}_s} \quad (4.1)$$

En segundo lugar, se muestra la aproximación del número de onda (AoW, por sus siglas en inglés) y la aproximación modificada del número de onda (MAoW, por sus siglas en inglés). AoW se vio afectada en exactitud y precisión, debido a que la constante axial ($\bar{C}_z = 5$) utilizada es menor que su equivalente en MAoW ($\bar{C}_z = 10$). Similar a CF, ambas mostraron un decremento en el valor del C_s estimado hasta establecerse.

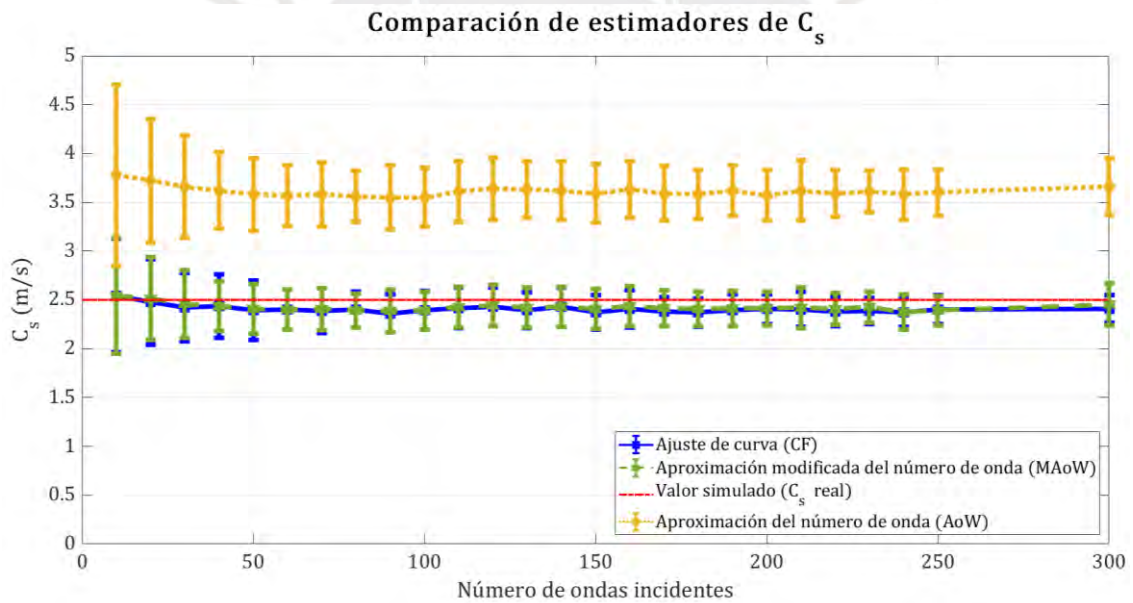


Figura 4.2. Comparación de los valores de C_s obtenidos por los tres estimadores aplicados (CF, AoW y MAoW) en función del número de ondas incidentes.

Por su parte, MAoW presentó valores similares a los de CF, llegando a un error promedio relativo menor a 5.1% e, incluso, menor al 0.6%, en el caso de 20 ondas. No obstante, se diferenció en precisión, llegando a un coeficiente de variabilidad de 7% para 10000 ondas.

En la Figura 4.2 se aprecia gráficamente la comparación de los tres estimadores mencionados anteriormente. La presencia de mayor variabilidad en escenarios con poca cantidad de ondas incidentes, se repite en estos tres estimadores.

Asimismo, con el fin de trasladar las simulaciones a experimentos físicos, se calculó el equivalente del número de ondas incidentes en cantidad de puntos de contacto de fuentes de vibración mediante el criterio del “*mean free path*” (camino libre medio), considerando un valor de atenuación despreciable (cercano a $5 Np/cm$). Se calculó que el rango de ondas incidentes que mayor contraste presenta en todos los parámetros es hasta 80 ondas de corte, lo que representaba aproximadamente 12 puntos de contacto.

4.1.1.1 Determinación de generación de campo reverberante

Se calculó la proporción de casos que superaban ciertos umbrales de $\overline{R_{axial}^2}$ y $\overline{R_{lateral}^2}$, establecidos arbitrariamente (Tabla 3.1), con el fin de determinar el grado de certidumbre de que exista un campo reverberante que se aproxime al comportamiento difuso deseado (ver resultados en las Tablas A.2, A.3, A.4 y A.5).

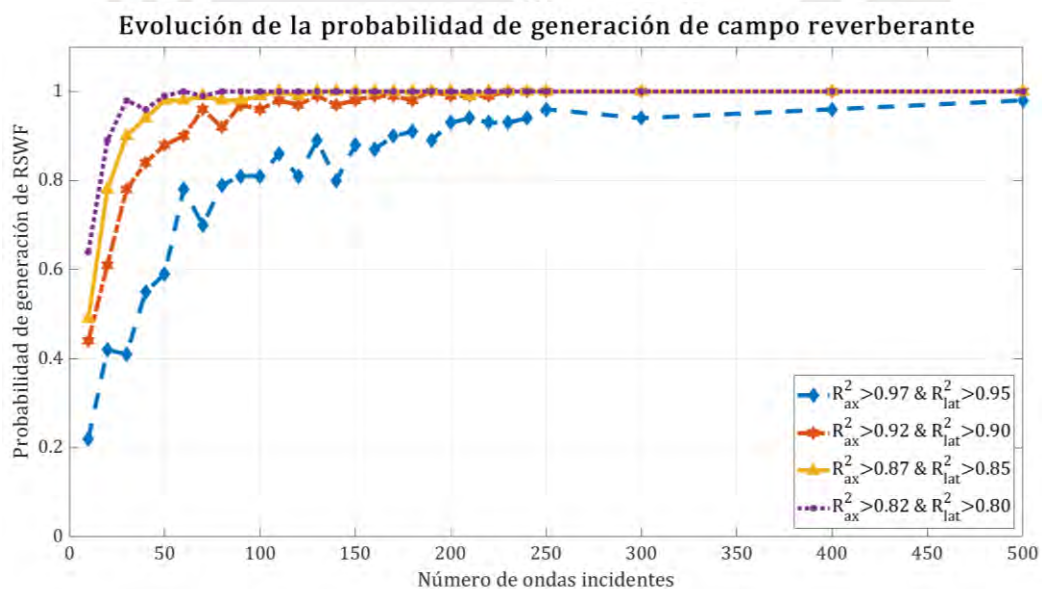


Figura 4.3. Probabilidad de generar un campo reverberante aplicando los criterios de umbralización mediante el coeficiente de determinación en función del número de ondas incidentes

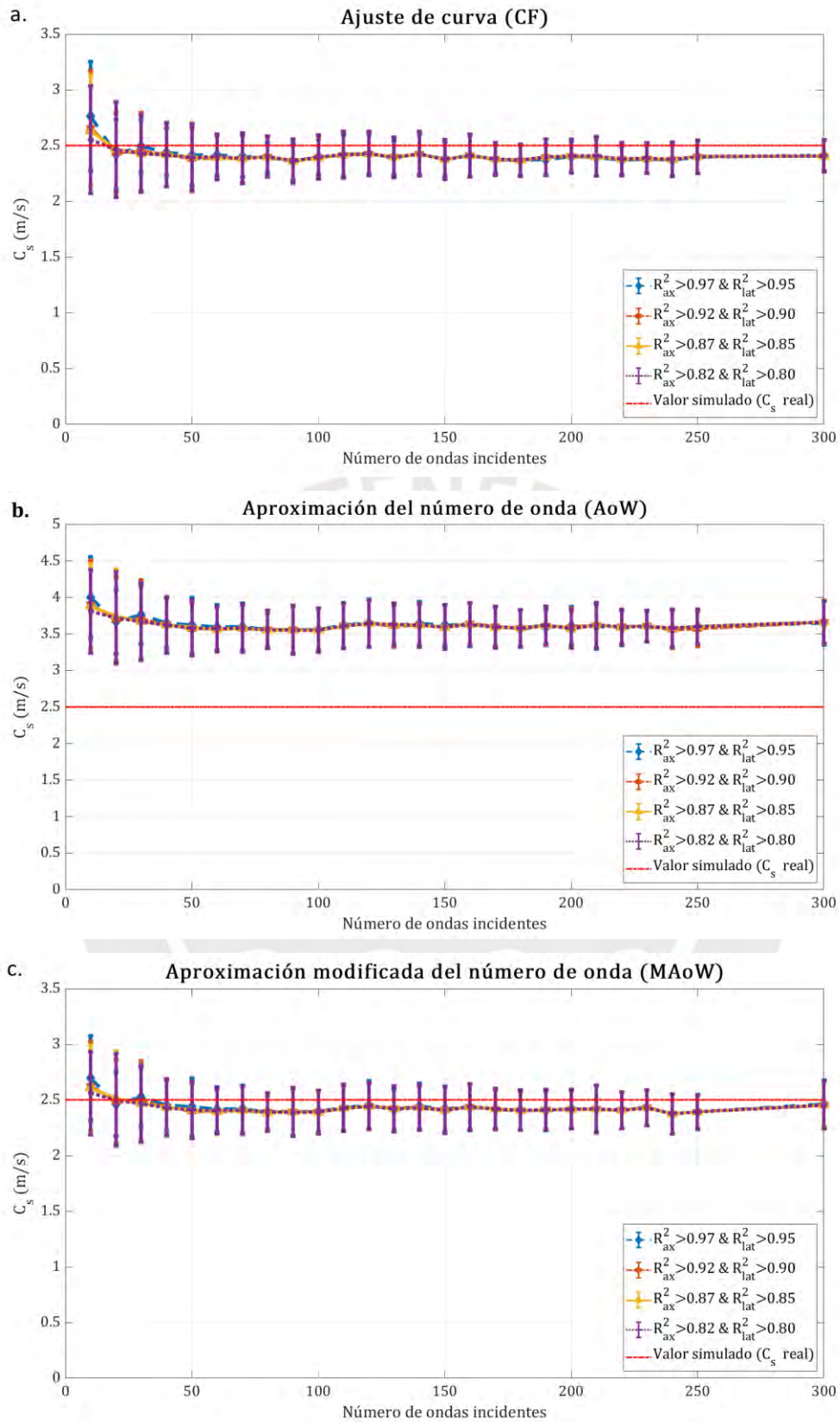


Figura 4.4. Comparación de estimadores (a.CF, b. AoW y c. MAoW) luego de aplicar la umbralización. CF y MAoW muestran mejor precisión

Primero, se aplicó el criterio 1, donde $R_{axial}^2 \geq 0.97$ y $R_{lateral}^2 \geq 0.95$. Así, se obtuvo la probabilidad que se cumplan dichas condiciones para cada escenario. Dicha probabilidad inicia en 0.22 para 10 ondas incidentes y se estabiliza a partir de 500 ondas incidentes (probabilidad igual a 0.98). Segundo, se utilizó el criterio 2, con $R_{axial}^2 \geq 0.92$ y el $R_{lateral}^2 \geq 0.90$, el cual comienza con 0.44 y se estabiliza a partir de 110 ondas incidentes. Tercero, se usó el criterio 3 con $R_{axial}^2 \geq 0.87$ y $R_{lateral}^2 \geq 0.85$. Este empieza con probabilidad igual a 0.49, y logra establecerse a partir de 50 ondas incidentes. Finalmente, el criterio 4, donde $R_{axial}^2 \geq 0.82$ y $R_{lateral}^2 \geq 0.80$, inicia en 0.64 y logra superar el 0.98 con 30 ondas. Esta evolución descrita para los cuatro criterios se aprecia en la *Figura 4.3*. Por otra parte, de acuerdo a la *Figura 4.4*, los 3 estimadores no muestran diferencias significativas luego de aplicar la umbralización.

Finalmente se observa que CF y MAoW son más exactos y precisos que AoW, sin embargo, los dos primeros subestiman el valor esperado. Esto conllevó a un análisis y comparación de estos dos estimadores, para las direcciones axial y lateral.

4.1.1.2 Función de probabilidad, distribución y dispersión de los valores estimados mediante CF y MAoW

Los estimadores CF y MAoW mostraron mejor precisión y exactitud que AoW, en los resultados observados tanto en promedio, como luego de la umbralización. Sin embargo, ambos resultaron dar valores por debajo del valor simulado de $C_s = 2.5 \text{ m/s}$. De este modo, se realizó un análisis del comportamiento de la estimación considerando las direcciones axial y lateral por separado y cómo se diferencian al aumentar la cantidad de ondas incidentes. Se halló las funciones de probabilidad de los valores de C_s estimados para los escenarios con 10, 100, 1000 y 10000 ondas de corte incidentes. Estas se hallaron asumiendo una distribución gaussiana normalizada, previa eliminación de valores atípicos, aplicando el criterio de la desviación absoluta media. Este criterio establece como valores atípicos a aquellos que se encuentran fuera del rango de tres veces la media de las desviaciones absolutas [56].

La *Figura 4.5*, muestra la comparación entre cada dirección. Teóricamente, la estimación en estas dos direcciones resulta ser igual, bajo el supuesto de que el

medio analizado es isotrópico. Sin embargo, se notaron ligeras diferencias en la distribución de ambos: en la dirección axial los valores estimados se encuentran por debajo del valor simulado. En cambio, en la dirección lateral se sobreestiman. Además, el valor axial se mantiene casi constante en promedio, contrario al lateral, el cual disminuye a medida que se incrementa la cantidad de ondas incidentes. Por su parte, la variación en la dirección lateral es mayor que en la axial y se aprecia que disminuye la variabilidad, en ambos estimadores, al aumentar la cantidad de ondas incidentes.

En general ambos estimadores muestran distribuciones similares, salvo una diferencia en la variabilidad para el caso de 10 ondas, en donde MAoW posee mayor rango de distribución.

Por otro lado, se analizó la dispersión del porcentaje de error relativo de estimación en función del R^2_{axial} y $R^2_{lateral}$ obtenido en los casos de 10, 50 y 80 ondas incidentes. Las Figuras 4.7 y 4.8 muestran este análisis para CF y MAoW, respectivamente, en los cuales se percibieron comportamientos similares.

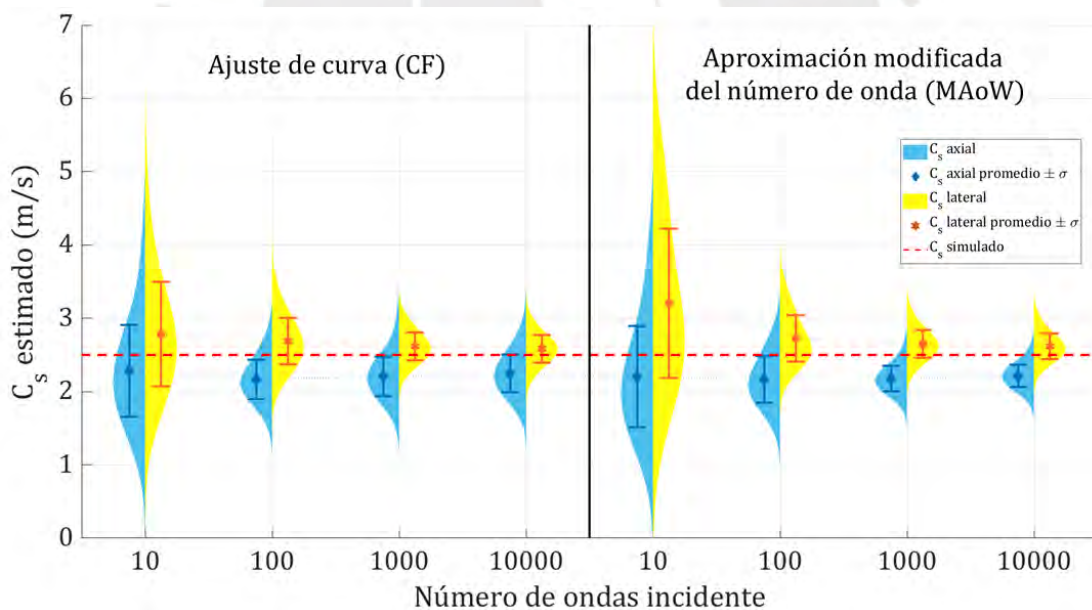


Figura 4.5. Comparación de estimadores CF y MAoW para los escenarios de 10, 100, 1000 y 10000. Se muestra la diferencia existente en la estimación para cada dirección por separado.

De este modo, a medida que se incrementa la incidencia de ondas, los R^2 axial y lateral se acercan a 1, mientras que el error disminuye notablemente. Esto

produce que la densidad muestral se concentre en el vértice ($R_{axial}^2 = 1$, $R_{lateral}^2 = 1$, $\% Error C_s = 0$) luego de incrementar el número de ondas incidentes.

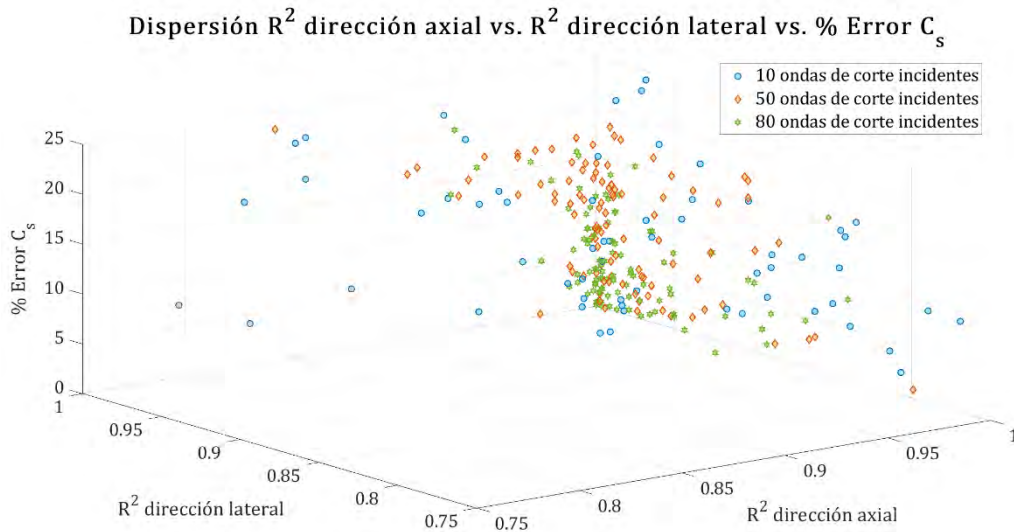


Figura 4.6. *Dispersión del error relativo en función en función del R^2 en las direcciones axial y lateral, para los escenarios con 10, 50 y 80 ondas incidentes, utilizando CF.*

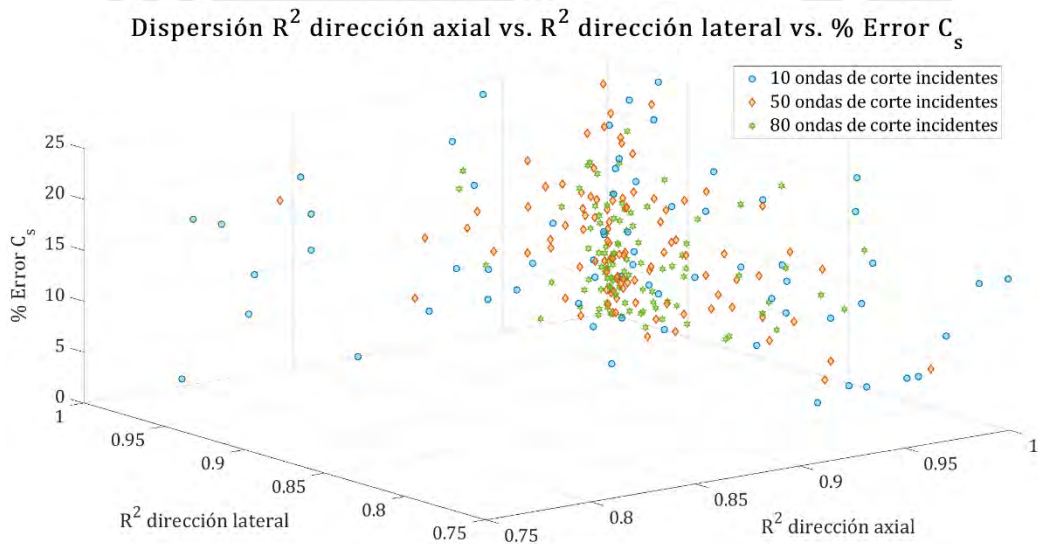


Figura 4.7. *Dispersión del error relativo en función del R^2 en las direcciones axial y lateral, para los escenarios con 10, 50 y 80 ondas incidentes, utilizando MAoW.*

4.2 Experimentos con maniquí de gelatina

Se analizaron los resultados obtenidos a partir de los experimentos con maniquí de gelatina. Se destinaron 12 puntos en la cara superior del maniquí, colocados a una distancia determinada del transductor. En cada uno de estos, se aplicó una fuente puntual de vibración armónica y se adquirió el efecto de generación de ondas a partir del punto seleccionado. Mediante una combinatoria extrema se obtuvo la cantidad total de configuraciones. Análogamente a las simulaciones numéricas, se evaluaron los valores promedios, variabilidad y precisión de los parámetros estadísticos. Asimismo, se presentan dichos parámetros luego de aplicar los umbrales de R^2 axial. Finalmente se compara el desempeño de los estimadores, con particular interés en el ajuste de curva y la aproximación modificada del número de onda.

4.2.1 Combinatoria extrema

En la *Tabla 4.2*, se muestran 5 escenarios representativos de los resultados del método de combinatoria extrema aplicado en los experimentos de superposición de efectos en el maniquí de gelatina con C_s estimado, mediante mediciones mecánicas, igual a 2.28 m/s. De manera general, se obtuvo un $\overline{R^2}$ alrededor 0.74. Se compararon los tres estimadores y se logró mejor precisión con MAoW con errores relativos menores a 14%.

Tabla 4.2 Escenarios representativos para los experimentos de superposición de efectos mediante el método de combinatoria extrema

Cantidad de puntos de contacto	Estimador 1 (CF)					Estimador 2 (AoW)			Estimador 3 (MAoW)			Cantidad de casos posibles
	$\overline{R^2}$	σ_{R^2}	$\overline{C_s} (m/s)$	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	$\overline{C_s} (m/s)$	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	$\overline{C_s} (m/s)$	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	
1	0.74	0.10	2.78	0.51	21.93%	3.01	0.21	31.82%	1.98	0.14	13.17%	12
4	0.75	0.06	2.73	0.30	19.55%	2.99	0.12	30.72%	1.97	0.06	13.80%	495
6	0.74	0.06	2.79	0.26	22.23%	2.98	0.10	30.44%	1.98	0.06	13.36%	924
8	0.73	0.05	2.86	0.22	25.22%	3.00	0.10	31.50%	1.99	0.05	12.78%	495
12	0.72	0.00	3.00	0.00	31.26%	3.01	0.09	31.97%	2.02	0.00	11.59%	1

Por otro lado, se analizó cada dirección independientemente. En la *Tabla 4.3*, se muestran los resultados para la dirección axial. El $\overline{R^2}$ se encontró alrededor de 0.91. La precisión del CF aumentó significativamente, llegando a errores relativos menores a 9%. El error en AoW incrementó al triple del error presentado en la

Tabla 4.2, mientras que MAoW presentó errores entre 21% y 23%. Asimismo, en la Tabla 4.4, se muestran los mismos parámetros para la dirección lateral. El $\overline{R^2}$ promedio no superó el 0.60, generando que CF sea el estimador más bajo. AoW y MAoW, cuyos valores son iguales para la dirección lateral, presentaron la mejor estimación, obteniendo un error no mayor al 3%.

La comparación de la evolución del $\overline{R^2_{total}}$, $\overline{R^2_{axial}}$ y $\overline{R^2_{lateral}}$ en función del número de puntos de contacto se observa en la Figura 4.8. Se obtuvo menor variabilidad para este parámetro en la dirección axial. Por otra parte, la Figura 4.9 proporciona una mejor descripción de la comparación entre los tres estimadores.

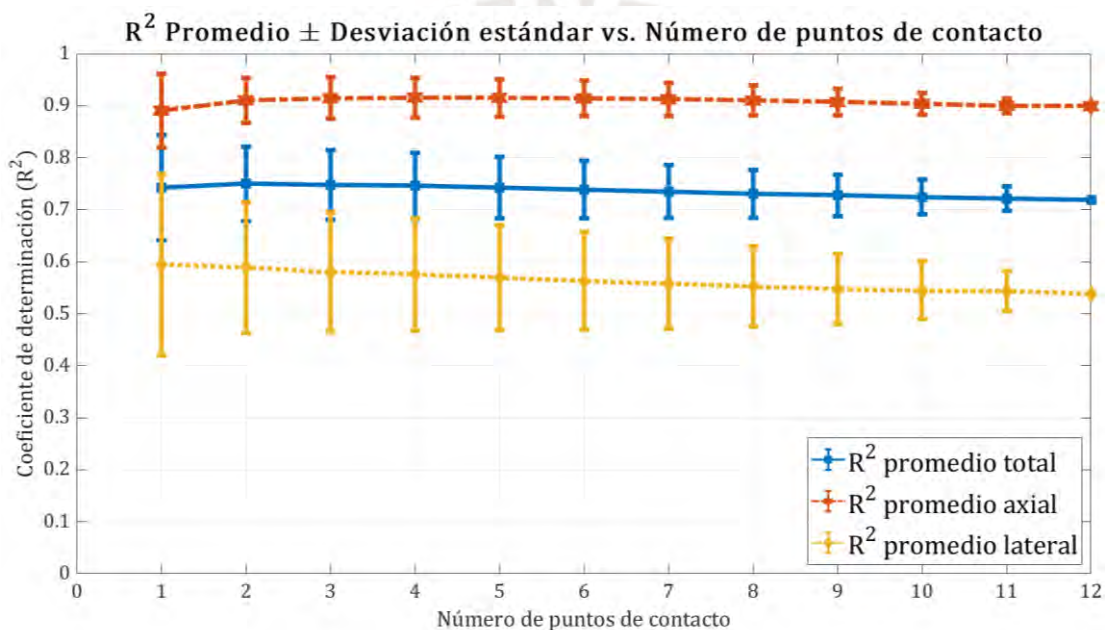


Figura 4.8 Coeficiente de determinación promedio para el total de casos y para una única dirección (axial o lateral) en función del número de puntos de contacto.

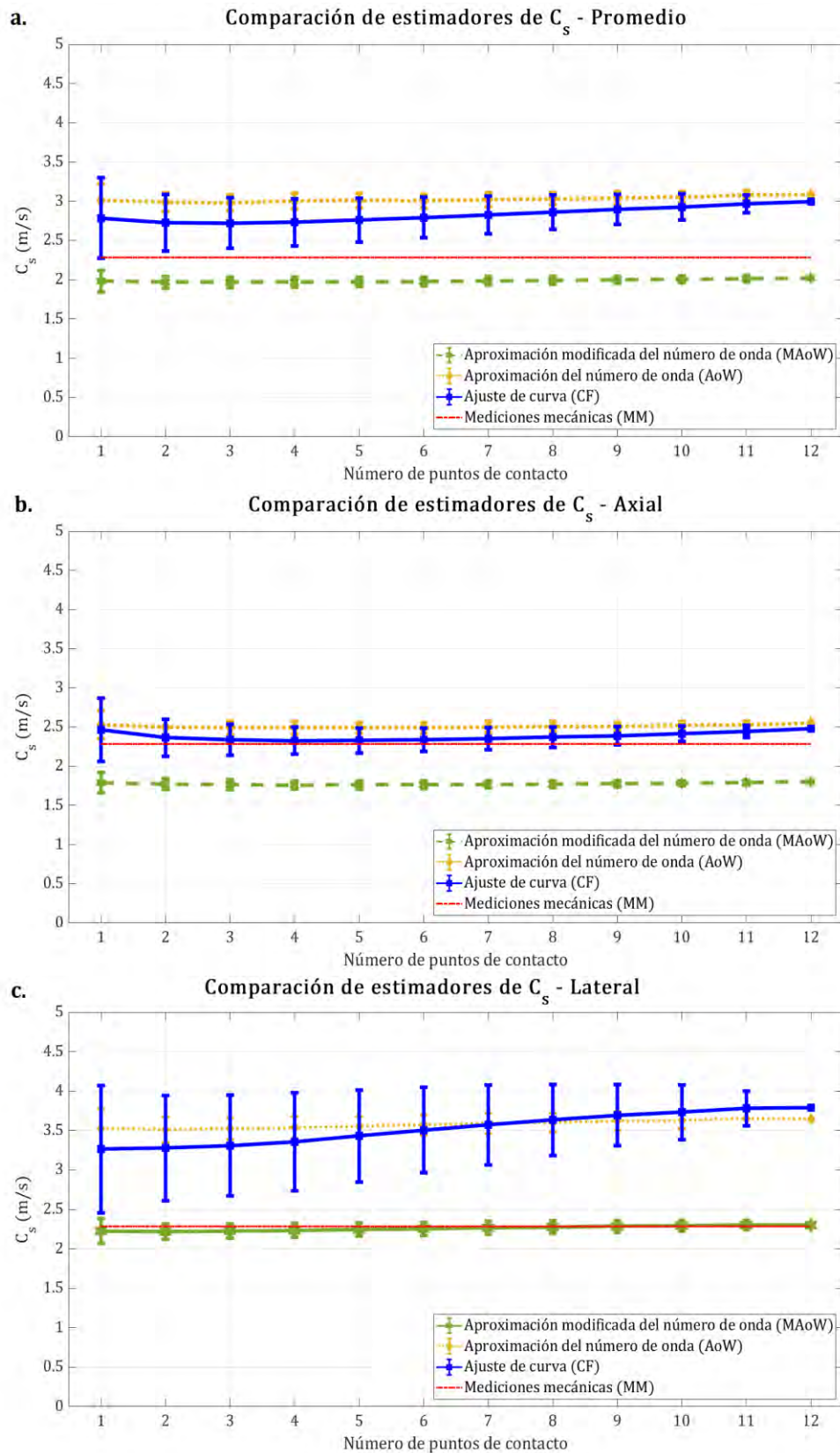


Figura 4.9. Comparación de estimadores de C_s de acuerdo al promedio (a), considerando la dirección axial (b) y considerando la dirección lateral (c).

Tabla 4.3. Resultados considerando solo la dirección axial.

Cantidad de puntos de contacto	Estimador 1 (CF)					Estimador 2 (AoW)			Estimador 3 (MAoW)			Cantidad de casos posibles
	$\overline{R^2}$	σ_{R^2}	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	
1	0.89	0.07	2.46	0.40	7.83%	2.53	0.18	10.78%	1.79	0.13	21.67%	12
4	0.92	0.04	2.33	0.17	1.83%	2.50	0.10	9.65%	1.76	0.05	22.91%	495
6	0.91	0.03	2.34	0.15	2.37%	2.49	0.09	9.19%	1.76	0.05	22.76%	924
8	0.91	0.03	2.37	0.13	3.73%	2.49	0.08	9.02%	1.77	0.04	22.43%	495
12	0.90	0.00	2.48	0.00	8.53%	2.49	0.07	9.06%	1.80	0.00	21.17%	1

Tabla 4.4. Resultados considerando solo la dirección lateral.

Cantidad de puntos de contacto	Estimador 1 (CF)					Estimador 2 (AoW)			Estimador 3 (MAoW)			Cantidad de casos posibles
	$\overline{R^2}$	σ_{R^2}	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	
1	0.59	0.17	3.26	0.81	42.82%	3.52	0.25	54.31%	2.23	0.16	2.54%	12
4	0.58	0.11	3.36	0.62	46.98%	3.51	0.16	53.64%	2.23	0.09	2.19%	495
6	0.56	0.09	3.50	0.54	53.42%	3.52	0.14	54.22%	2.25	0.08	1.29%	924
8	0.55	0.08	3.63	0.45	59.12%	3.54	0.14	54.86%	2.28	0.08	0.34%	495
12	0.54	0.00	3.79	0.00	66.02%	3.55	0.13	55.54%	2.30	0.00	0.65%	1

4.2.1.1 Determinación de generación de campo reverberante

Los resultados del $\overline{R^2}_{lateral}$ suponen valores bajos a comparación de los $\overline{R^2}_{axial}$ obtenidos. Por ello, solo se consideraron estos últimos para determinar la probabilidad de generación de campo reverberante homogéneo (campo difuso).

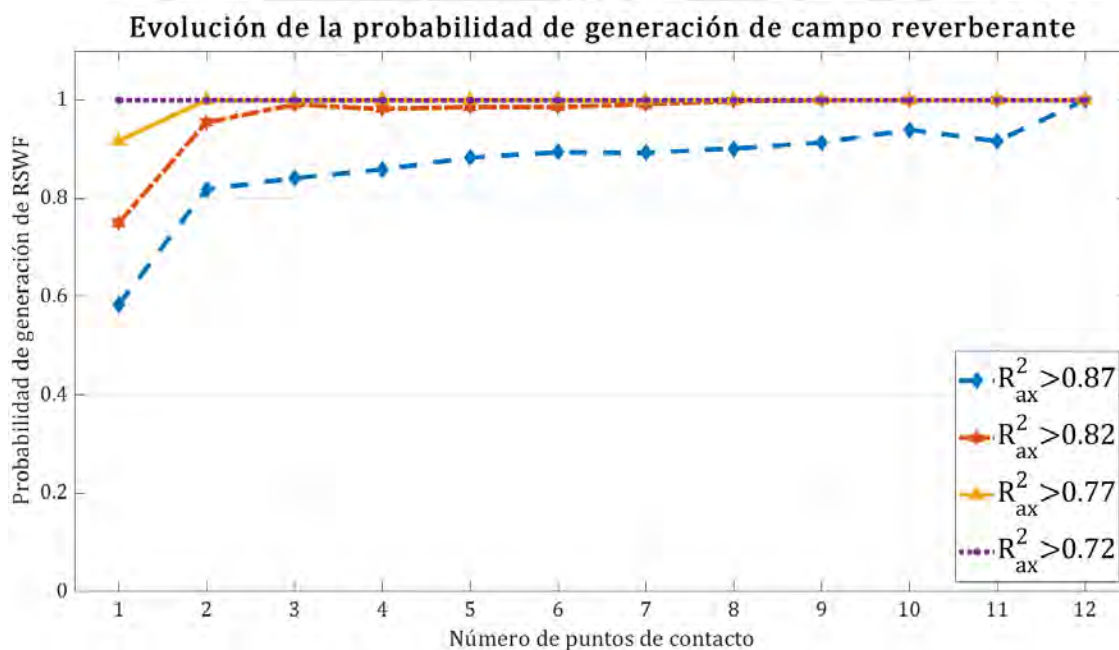


Figura 4.10. Evolución de la probabilidad de generación de campo reverberante luego de aplicar los umbrales correspondientes para R^2_{axial} .

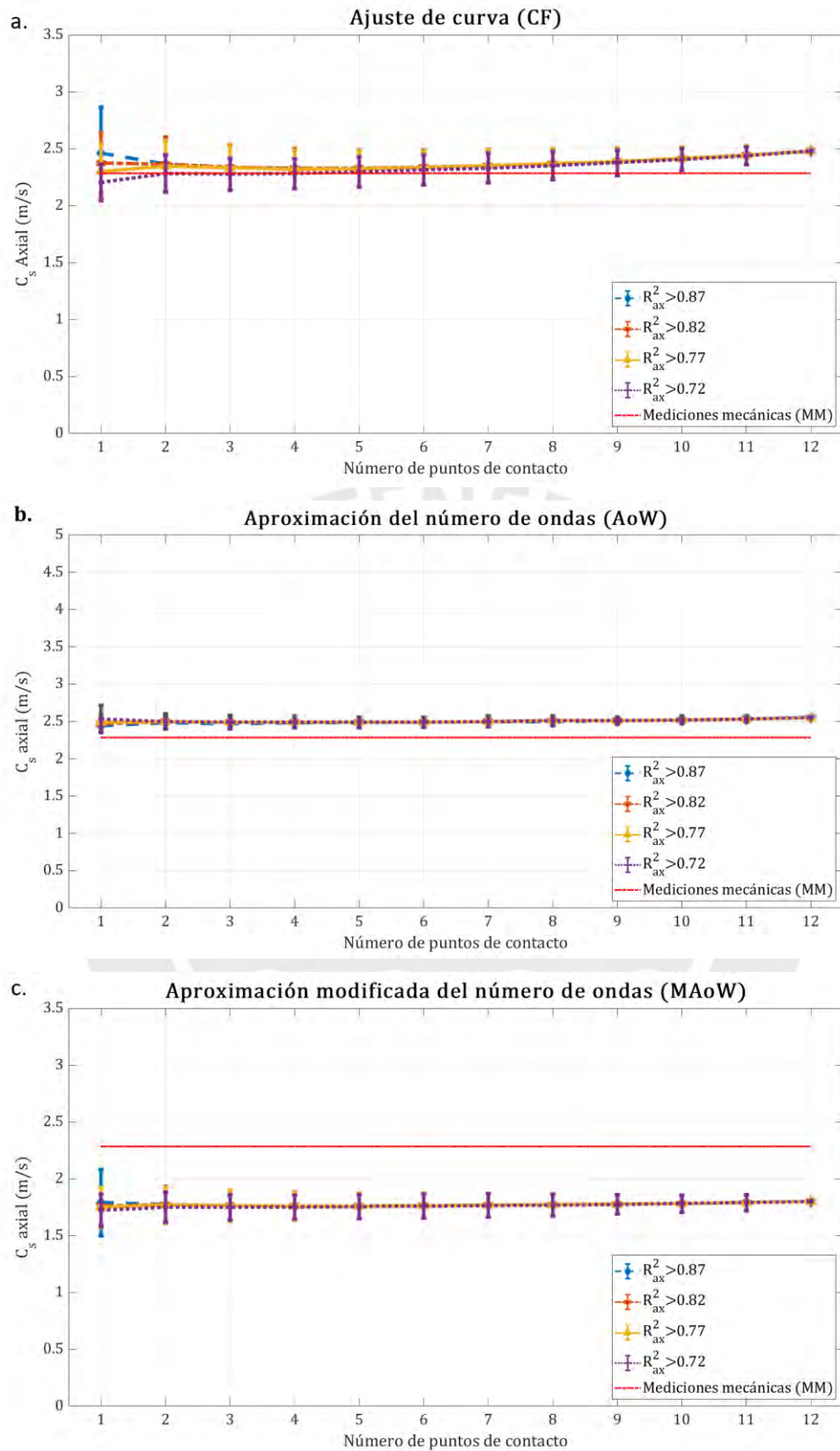


Figura 4.11. Comparación de estimadores (a.CF, b. AoW y c. MAoW) luego de aplicar la umbralización. CF y MAoW muestran mejor precisión.

Se aplicaron los cuatro criterios de la Tabla 4. El primero corresponde a $R_{axial}^2 \geq 0.87$, con el cual, la probabilidad de generar campo reverberante inicia en 0.58. El segundo, cumple con que $R_{axial}^2 \geq 0.82$, iniciando en 0.75 y llegando a 0.98 para 4 puntos de contacto. Tercero, se estableció que $R_{axial}^2 \geq 0.77$, con lo que la probabilidad de 1 es 0.92 y de 2 es adelante se estabiliza en 1.00. Finalmente, todas las combinaciones arrojaron $R_{axial}^2 \geq 0.72$. Esta evolución se encuentra graficada en la Figura 4.10, el cual, a diferencia de la Figura 4.3, se expresa en número de puntos de contacto. Se hace esta diferenciación, dado que el número de puntos de contacto mostrado en las tablas de la sección 4.1 es estimado mediante el criterio de *mean free path*.

Por otra parte, los estimadores mantuvieron un comportamiento similar en los cuatro casos. CF mostró mejor precisión, seguido por AoW, los cuales presentan comportamientos similares. Esto se pudo observar gracias a la Figura 4.11.

4.2.1.2 Función de probabilidad, distribución y dispersión de los valores estimados mediante CF y MAoW

De manera similar a las simulaciones numéricas, se presentó particular interés en evaluar los estimadores CF y MAoW, dado que mostraron mejor precisión y exactitud frente a AoW, para los valores promedios. En la Figura 4.13, se presenta la comparación de ambos, analizando la función de distribución del C_s estimado para cada una de las direcciones axial y lateral. Se tomaron arbitrariamente los escenarios con 2, 4, 6 y 8 puntos de contacto. La variabilidad disminuyó al aumentar el número de puntos de contacto, en ambas direcciones, para CF. Con MAoW no se apreció dicho comportamiento. Por otro lado, se nota mayor precisión en la dirección axial para CF, mientras que mayor precisión en la lateral con MAoW.

Asimismo, se evaluó la dispersión de los valores de C_s axial estimados mediante CF con respecto al valor del R^2 axial. En la Figura 4.13, se observó la diferencia entre los escenarios con 4, 6 y 8 puntos de contacto. Se notó un ligero incremento de valores cuyo R^2 axial superaba el 0.85 y $\% Error C_s$ resultaba cercano a 0 (42%, 54% y 57%, respectivamente).

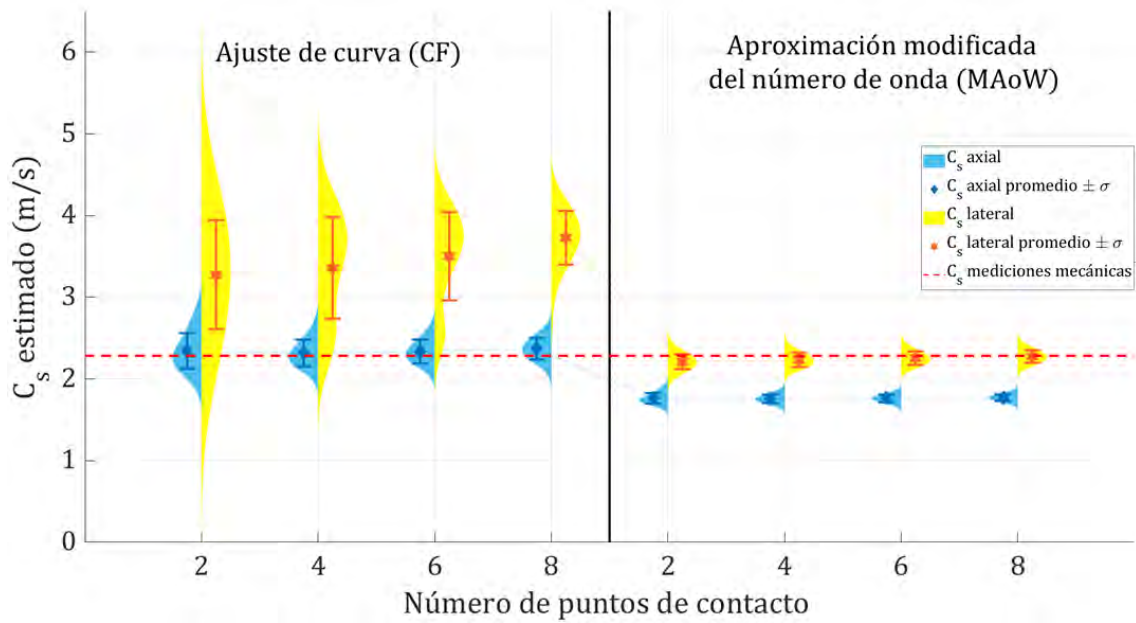


Figura 4.12. Comparación de estimadores CF y MAoW para los escenarios de 2, 4, 6 y 8. Se muestra la diferencia existente en la estimación para cada dirección por separado.

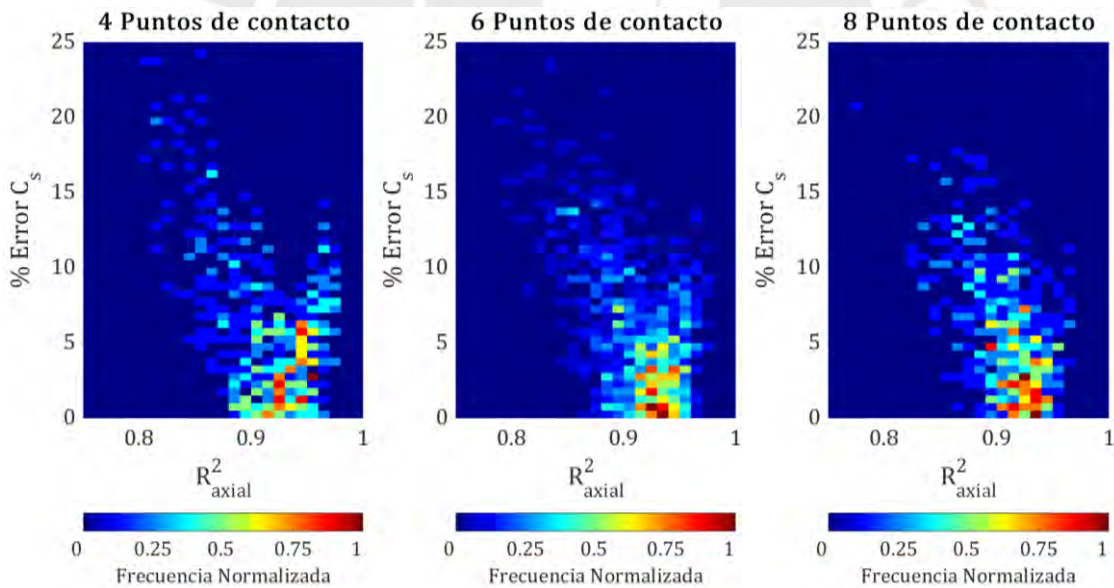


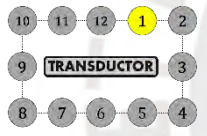
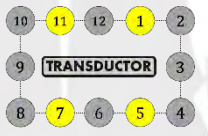

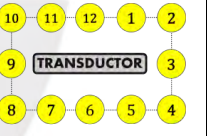
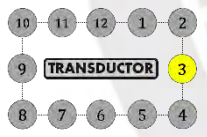
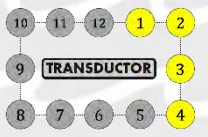
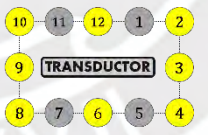
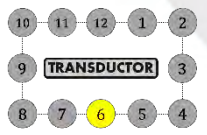
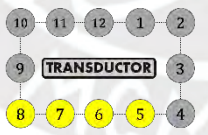
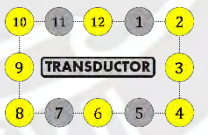
Figura 4.13. Dispersión del error relativo del C_s axial en función del R_{axial}^2 en escenarios con 4, 6 y 8 puntos de contacto, utilizando CF.

4.2.1.3 Análisis de algunas imágenes elastográficas (CF y MAoW)

Se buscó analizar algunas imágenes elastográficas con el fin de obtener mediciones de cada uno de los parámetros para cada punto del espacio. Se aplicaron los estimadores CF y MAoW, tomando una ventana de $0.6 \times 0.6 \text{ cm}^2$,

que recorría toda a imagen. La longitud de la ventana representa aproximadamente una longitud de onda. En el caso de CF, se excluyen los puntos menores a -3 mm y mayores a 3 mm , en donde se predice que se encontraría la campana central de la función de autocorrelación. En las Figuras A.1 – A.9 se muestra el análisis realizado para 4 escenarios distintos, con 1, 4, 8 y 12 puntos de contactos, variando las posiciones (ver Tabla 9), y se hallaron los parámetros R^2 (promedio, axial y lateral) y C_s (promedio, axial y lateral), en cada punto de las imágenes. Se obtuvieron los valores promedios y la desviación estándar de cada parámetro, tomando una región de interés de $2 \times 2\text{ cm}^2$. Por otra parte, en las Figuras 4.14, 4.15 y 4.16 se muestra la comparación entre casos tomando como región de interés a toda la imagen.

Tabla 4.5. Esquema de posiciones para cada escenario analizado.

Casos analizados							
1 punto		4 puntos		8 puntos		12 puntos	
A		D		G		I	
							
							

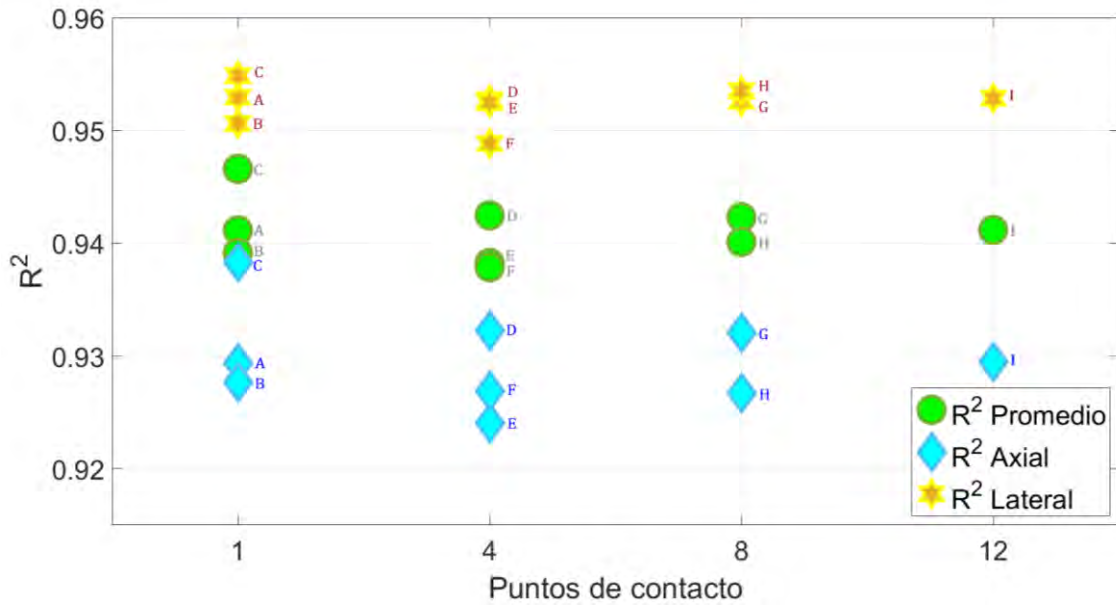


Figura 4.14. R^2 promedio, axial y lateral de 4 escenarios diferentes con 1, 4, 8 y 12 puntos de contacto, analizando algunas posiciones determinadas en la Tabla 4.5. Los índices al lado de los marcadores indican el caso analizado correspondiente a la cantidad de puntos de contacto.

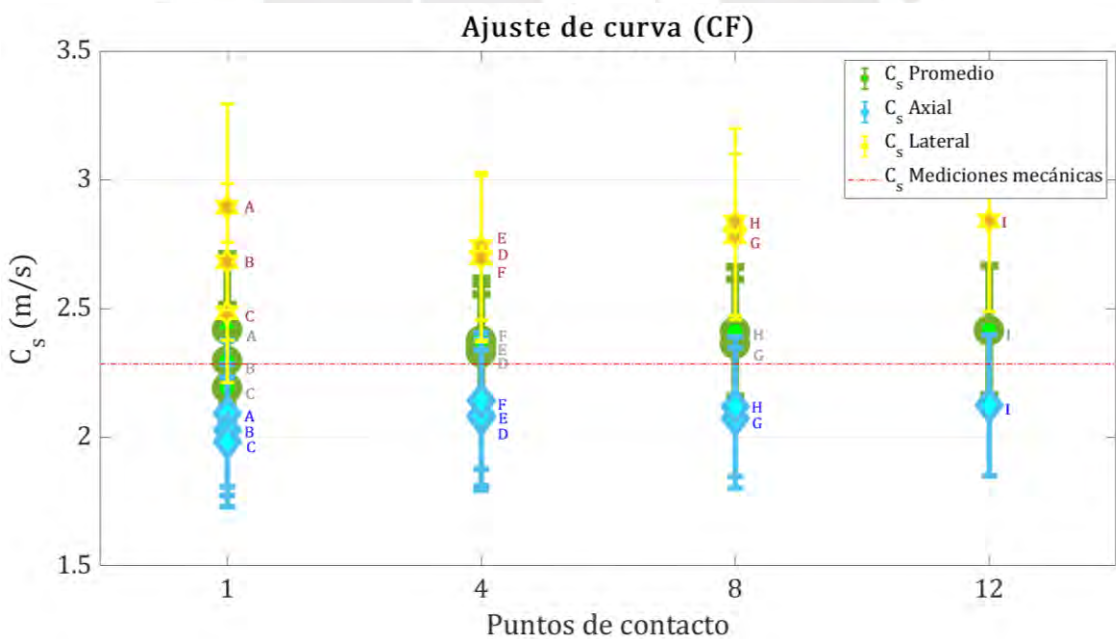


Figura 4.15. Precisión y exactitud del estimador CF, con respecto a los C_s promedio, axial y lateral, estimados de 4 escenarios diferentes con 1, 4, 8 y 12 puntos de contacto, analizando algunas posiciones determinadas en la Tabla 4.5. Los índices al lado de los marcadores indican el caso analizado correspondiente a la cantidad de puntos de contacto.

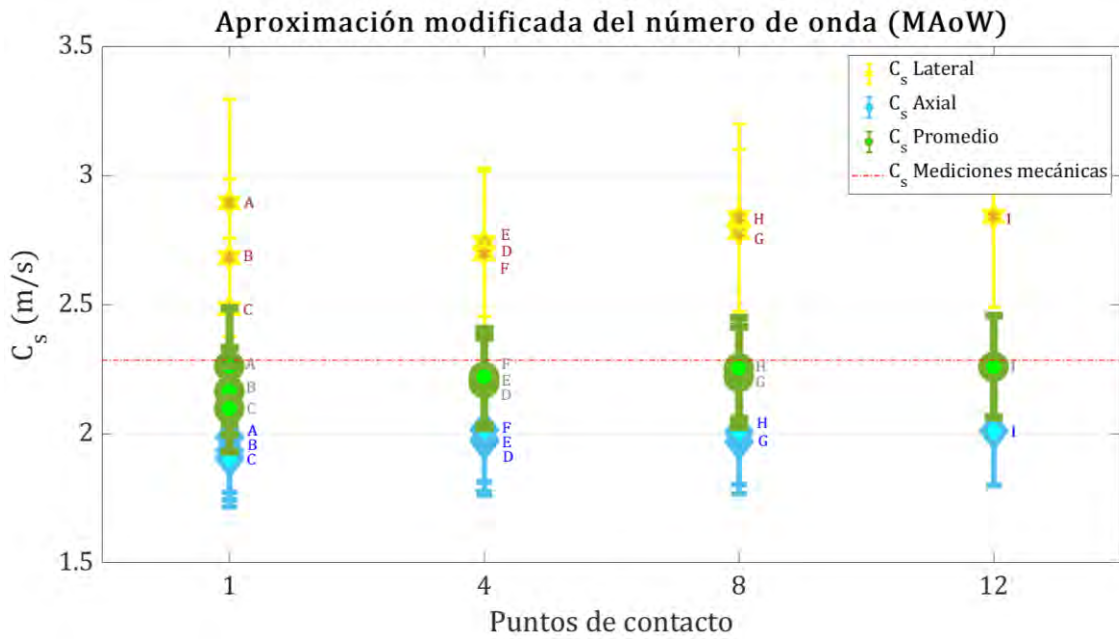


Figura 4.16. Precisión y exactitud del estimador MAoW, con respecto a los C_s promedio, axial y lateral, estimados de 4 escenarios diferentes con 1, 4, 8 y 12 puntos de contacto, analizando algunas posiciones determinadas en la Tabla 4.5. Los índices al lado de los marcadores indican el caso analizado correspondiente a la cantidad de puntos de contacto.

4.3 Discusión

Los resultados obtenidos mediante las simulaciones numéricas y los experimentos con el maniquí de gelatina permiten realizar el siguiente análisis. En primer lugar, se discute la generación de campo reverberante en ambos experimentos. En segundo lugar, se evalúa la propuesta del coeficiente de determinación como parámetro de calidad del campo deseado. En tercer lugar, se analiza los tres estimadores utilizados y las variables que afectan a sus respectivos desempeños. Finalmente, se establece el curso inicial de algunas investigaciones futuras.

4.3.1 Generación de campo reverberante

Se observó la variación existente en función de la posición y número de fuentes de vibración y se demostró que, con un número reducido de fuentes de vibración, es posible alcanzar valores relativamente altos de R^2 . Precisamente, se utilizaron entre 60 y 80 ondas incidentes en las simulaciones y 3 fuentes de vibración en los experimentos físicos para producir el campo deseado. Los primeros presentaron R^2 mayor a 0.98 con variación menor a 0.03 y C_s con aproximadamente 4% de error y 7% de CV. Por otro lado, este último presentó R^2_{axial} mayor a 0.90 con variación menor a 0.04 y C_s , en dirección axial, con aproximadamente 2.5% de error y 8.5% de CV.

Adicionalmente, los resultados concuerdan con reportes de estudios previos, utilizando 4 fuentes de vibración en [1] y [2] u 8 puntas redondeadas en un anillo de vibración con múltiples terminales en [4]. Además, Ormachea [7] considera arbitrariamente que generar al menos 10 ondas incidentes en un medio cúbico de baja atenuación (6,7 Np / m a 100 Hz y longitud característica de 3 cm) podría producir el campo de deseo, que equivale a utilizar más de 2 fuentes de vibración. Así, en este estudio demostramos que se obtendría aproximadamente más del 64% de éxito, considerando la misma cantidad de ondas incidentes y un R^2 mayor a 0.8, asumiendo 5 Np / m de atenuación a 400 Hz, y una longitud característica de 3.3 cm (0,67 veces la longitud del borde [8]). Además, se alcanzaría casi el 100% de éxito en experimentos físicos, considerando más de 2 fuentes de vibración y un R^2_{axial} superior a 0,72.

4.3.2 Coeficiente de determinación (R^2)

En general, el coeficiente de determinación (R^2), desde su definición, resulta ser un parámetro necesario para medir la calidad del campo. Este parámetro indica el nivel de similitud con los modelos teóricos planteados. Es intuitivo indicar que a medida que se incrementa el número de ondas incidentes (aleatorias en dirección y magnitud), el campo resulta ser más homogéneo. De esta manera, se observa el crecimiento de la proporción de campos difusos, la cual se establecen en 1, para escenarios con alta cantidad de ondas, reflejando directamente este comportamiento en el R^2 .

Por otro lado, altos valores de R^2 aseguran repetitividad en los experimentos. Esto se evidencia tanto en las gráficas de dispersión de las simulaciones (Figuras 4.6 y 4.7) y los experimentos físicos (Figuras 4.12 y 4.13). Sin embargo, este parámetro resulta insuficiente para tener la certeza de que nos encontramos frente a un campo difuso, dado que es susceptible al tamaño de la ventana, a la selección de valores excluidos, la resolución del ecógrafo, etc. Por ejemplo, en los experimentos físicos, existe un gran contraste en el R^2 lateral obtenido mediante las mediciones con una única ventana y las realizadas con una ventana que se desplaza por toda la imagen.

4.3.3 Estimadores de la velocidad de propagación de las ondas de corte

Se comparó la precisión, exactitud y variabilidad de tres estimadores de velocidad de propagación de las ondas de corte. El primero es el ajuste de curva (CF) a las funciones teóricas de la autocorrelación de la velocidad de partículas proyectada en el eje de adquisición (eje axial) planteadas en [37]. El segundo es la aproximación del número de onda (AoW), propuesto en [34] y utilizado en [35], a partir del análisis de la densidad espectral de la señal. Finalmente, en este trabajo se propone una aproximación modificada del número de onda (MAoW), que parte del mismo análisis hecho en [34], pero utilizando las funciones teóricas de [37].

AoW se ve claramente afectado en el uso de la constante axial $C_z = 5$. Esto corrige MAoW, mostrando un comportamiento similar a CF, e inclusive, con mayor precisión y exactitud en algunos casos. Así, debido a la sencillez en los

cálculos con respecto a CF (menor tiempo de cómputo), MAoW resulta ser un estimador prometedor en futuras investigaciones. No obstante, al igual que los diferentes estimadores, este es susceptible al tamaño de la ventana. Además, depende de los valores de Δz y Δx , cuya elección tendría que estar sujeto a la frecuencia de vibración, resolución, tamaño de la ventana, etc.

4.3.4 Otros aspectos

En simulaciones es evidente la variación existente en función de la posición y número de fuentes de vibración, sin embargo, los experimentos físicos muestran que, con una cantidad reducida de fuentes de vibración, es posible lograr valores relativamente altos de R^2 . Pero es imprescindible recordar que esto es deducido para un medio homogéneo, elástico e isotrópico, cuyo valor de atenuación es bajo, lo que permite mayor cantidad de reflejos. En este estudio, también se pone a prueba el supuesto de isotropía en la aplicación de campo reverberante, mostrando diferencias claras (incluso en las simulaciones) entre lo estimado a partir de la dirección axial y la dirección lateral.

Otra consideración a destacar es la ecuación de campo reverberante, que proviene de la superposición de ondas con frente de onda plana en un espacio infinito. Sin embargo, en los experimentos físicos realizados, se es consciente que la propagación de las ondas se asemeja más a ondas esféricas producto de fuentes puntuales. Esto se corrige considerando una ventana lo suficientemente pequeña para asumir que el frente esférico pueda ser considerado como plano, pero sin evadir la necesidad de que el tamaño sea como mínimo una longitud de onda [37]. Por otro lado, una mejor representación es la presentada en [57], [58], donde se considera la incidencia de una carga normal armónica mediante un pistón circular. En ella se considera la generación de ondas de corte y ondas superficiales, así como la proporción de energía que cada una representa. Por su parte, la forma de las fuentes también afectaría el patrón de desplazamiento de partículas. También, para realizar estudios en medios no homogéneos o anisotrópicos, se deberían considerar los reflejos, la conversión de ondas longitudinales a ondas transversales, etc.

Un intento de realizar la transición de simulaciones a experimentos físicos es el uso del criterio de *mean free path*, sin embargo, esto no es medido, además de

partir de la suposición de un medio con atenuación casi nula. Finalmente, con el fin de reducir el uso de recursos computacionales, se recomienda el uso del *Teorema de Wiener-Khintchine* [59], que relaciona la función de autocorrelación con la Transformada de Fourier. Esto reduciría la complejidad computacional de $\theta(n^2)$ a $\theta(n \cdot \log_2 n)$, donde n representa la longitud de la ventana [60].



CONCLUSIONES

Se logró evaluar la generación de campo reverberante de ondas de corte en función del número y posición de fuentes de vibración externa aplicadas en un medio homogéneo, elástico e isotrópico. A partir de ello se logra concluir lo siguiente:

Primero, mediante el método de Monte Carlo se logró realizar las simulaciones numéricas de un campo reverberante en 42 escenarios distintos. Se compararon tres estimadores de velocidad de propagación de las ondas de corte. Estos son el ajuste de curva (CF), la aproximación del número de onda (AoW) y la aproximación modificada del número de onda (MAoW), propuesta por el autor. CF y MAoW mostraron mayor precisión y exactitud ($2.40 \pm 0.17 \text{ m/s}$ y $2.42 \pm 0.20 \text{ m/s}$, respectivamente) con respecto al valor establecido para la simulación (2.5 m/s). Esto demuestra la importancia en la corrección de los coeficientes en la aproximación del número de onda. Por otro lado, se muestra una disminución en el coeficiente de variabilidad (CV) de los estimadores a medida que se incrementa el número de ondas incidentes, hasta lograr establecerse en 4,3%. Esto indica que, bajo las condiciones de simulación, una mayor reverberación (más de 60 ondas incidentes) produce estimaciones precisas. De esta manera, se cumple el primer objetivo específico.

Segundo, mediante el método de combinatoria extrema, se logró realizar el experimento de superposición de efectos en un maniquí de gelatina. Esta metodología permitió evaluar 4095 casos distintos a partir de solamente 12 adquisiciones. Esto se debe a la linealidad de la modulación en fase y cuadratura de las señales de radiofrecuencia obtenidas del ecógrafo. Análogamente, se compararon los tres estimadores de velocidad de propagación de las ondas de corte utilizando una única medición. CF, en la dirección axial, y MAoW, en la dirección lateral, mostraron mayor precisión y exactitud, ($2.38 \pm 0.16 \text{ m/s}$ y $2.26 \pm 0.08 \text{ m/s}$ respectivamente) con respecto al valor estimado mediante mediciones mecánicas (2.28 m/s). También se compararon imágenes elastográficas a partir de distintos casos seleccionados. En este análisis, CF y MAoW mostraron comportamientos similares a lo predicho en las simulaciones para la estimación lateral, axial y promedio. De manera general, no se evidencia

diferencias determinantes al aumentar el número de puntos de contacto. Esto se debe al uso de un maniquí homogéneo y con poca atenuación, el cual permitió la reverberación en todos los casos. Si bien los resultados apuntan a que se pueden generar buenas estimaciones con tan solo una fuente, no se obtienen estimaciones homogéneas en toda la región de interés. Esto permite concluir que, en los experimentos físicos, se deben de realizar mediciones a través de toda la región de estudio y no una única medición. Así, en escenarios reales, el campo reverberante no se forma de manera uniforme y aplicar una única medición, provoca resultados distintos a los esperados en las simulaciones. De este modo, se cumplió con el segundo y tercer objetivo específico.

Finalmente, se propuso el uso del coeficiente de determinación (R^2) como parámetro de calidad del campo deseado. Se logró comparar la evolución de probabilidad de generación de campo reverberante, aplicando distintos umbrales en la dirección axial (R^2 axial) y lateral (R^2 lateral), tanto en las simulaciones como los experimentos físicos. Las gráficas de dispersión ubican, mayoritariamente, mediciones con bajo porcentaje de error en los rangos más altos de R^2 . No obstante, nuevamente, se recomiendan mediciones locales en experimentos físicos. Esto permite graficar el grado de reverberación en determinadas zonas de la región de interés. Además, umbralizar valores de R^2 , depende enteramente del rango dinámico de valores obtenidos en las mediciones. Esto se debe a la propia definición de R^2 , que nos indica, en este caso específico, el grado de similitud entre las funciones de autocorrelación obtenidas y sus respectivas funciones teóricas. Sin embargo, el cálculo de la autocorrelación está sujeto a la longitud de datos (tamaño de ventana), errores de muestreo, presencia de ruido, etc., por lo que valores bajos de R^2 pueden presentar, aunque con muy baja probabilidad, estimaciones con alta exactitud, o viceversa.

De esta manera, el coeficiente de determinación proporciona un criterio parcial de éxito en la obtención de campo reverberante, aunque su sola observación no permite asegurar *a priori* la existencia del mismo. Su efectividad se incrementa al evaluar conjuntamente parámetros estadísticos como la exactitud y precisión de los estimadores. Sin embargo, este análisis es complicado en aplicaciones clínicas, donde los valores de elasticidad son variables y/o previamente

desconocidos. Por ello, actualmente, se encuentra en investigación el uso complementario de modelos estadísticos y criterios empíricos derivados de definiciones teóricas de homogeneidad e isotropismo en campos reverberantes.



RECOMENDACIONES

- En la aplicación del ajuste de curva, el rango de exclusión de valores afecta en el cálculo del coeficiente de determinación (R^2), por ello su selección está supeditada a arbitrariedades. No obstante, se debe tener en cuenta el tamaño de la ventana, la frecuencia de vibración, la resolución espacial y la dirección en la que se encuentra. Estas variables son sujeto de futuras investigaciones.
- En la aplicación de las aproximaciones, se hace uso de diferencias finitas. Esto conlleva a la dependencia de $\Delta\varepsilon$. Resultados previos muestran que valores grandes de $\Delta\varepsilon$ escalan el valor estimado. Así mismo, se ve restringida por la resolución espacial. Es motivo de futuras investigaciones, la dependencia del $\Delta\varepsilon$ en función de la frecuencia de vibración, tamaño de la ventana, direccionalidad, etc.
- El tamaño de la ventana afecta en la homogeneidad de las imágenes elastográficas. Longitudes grandes suavizan la imagen, mientras que longitudes reducidas generan gran variabilidad espacial.
- En la frontera de las imágenes, se hizo uso del relleno de ceros (*zero padding*), lo que afecta en la estimación de valores. Esto podría mejorar aplicando un relleno simétrico (*mirror padding*), permitiendo continuidad en los valores.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] K. J. Parker, M. M. Doyley, and D. J. Rubens, "Corrigendum: Imaging the elastic properties of tissue: the 20 year perspective," *Physics in Medicine and Biology*, vol. 57, no. 16, pp. 5359–5360, 2012.
- [2] R. M. S. Sigrist, J. Liao, A. El Kaffas, M. C. Chammas, and J. K. Willmann, "Ultrasound elastography: Review of techniques and clinical applications," *Theranostics*, vol. 7, no. 5, pp. 1303–1329, 2017.
- [3] M. S. Taljanovic *et al.*, "Shear-wave elastography: Basic physics and musculoskeletal applications," *RadioGraphics*, vol. 37, no. 3, pp. 855–870, 2017.
- [4] J. F. Greenleaf, M. Fatemi, and M. Insana, "Selected methods for imaging elastic properties of biological tissues," *Annual review of biomedical engineering*, vol. 5, pp. 57–78, 2003.
- [5] T. Shiina *et al.*, "WFUMB Guidelines and Recommendations for Clinical Use of Ultrasound Elastography: Part 1: Basic Principles and Terminology," *Ultrasound in Medicine & Biology*, vol. 41, no. 5, pp. 1126–1147, 2015.
- [6] A. P. Sarvazyan *et al.*, "Biophysical Bases of Elasticity Imaging," 2012.
- [7] R. G. Barr *et al.*, "WFUMB Guidelines and Recommendations on the Clinical Use of Ultrasound Elastography: Part 5. Prostate," *Ultrasound in Medicine & Biology*, vol. 43, no. 1, pp. 27–48, 2017.
- [8] J. J. Arroyo Barboza, "Generación de patrones de interferencia utilizando sonoelastografía cuantitativa bajo el principio de holografía," Pontificia Universidad Católica del Perú, 2017.
- [9] A. C. Saavedra, "Comparación de técnicas de elastografía cuantitativa basadas en vibración mecánica externa en equipos ultrasónicos de investigación con diferentes rangos de frecuencia," Pontificia Universidad Católica del Perú, 2015.
- [10] G. Torres, "Caracterización de un ecógrafo de investigación para aplicaciones en sonoelastografía," Pontificia Universidad Católica del Perú, 2014.
- [11] Z. Wu, "Shear wave interferometry and holography, an application of sonoelastography," University of Rochester, 2005.
- [12] B. S. Garra *et al.*, "Elastography of breast lesions: initial clinical results.,"

Radiology, 1997.

- [13] T. J. Hall, Y. Zhu, and C. S. Spalding, "In vivo real-time freehand palpation imaging," *Ultrasound in Medicine and Biology*, 2003.
- [14] J. Luo, K. Fujikura, and E. E. Konofagou, "Detection of murine infarcts using myocardial elastography at both high temporal and spatial resolution.," in *IEEE Ultrasonics Symposium*, 2006, vol. 1, pp. 752–755.
- [15] J. Ophir, I. Céspedes, H. Ponnekanti, Y. Yazdi, and X. Li, "Elastography: A quantitative method for imaging the elasticity of biological tissues," *Ultrasonic Imaging*, 1991.
- [16] M. Fatemi and J. F. Greenleaf, "Vibro-acoustography: An imaging modality based on ultrasound-stimulated acoustic emission," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 96, no. 12, pp. 6603–6608, 1999.
- [17] M. Fatemi and J. F. Greenleaf, "Ultrasound-stimulated vibro-acoustic spectrography," *Science*, vol. 280, no. 82, pp. 82–85, 1998.
- [18] K. Nightingale, S. McAleavey, and G. Trahey, "Shear-wave generation using acoustic radiation force: In vivo and ex vivo results," *Ultrasound in Medicine and Biology*, vol. 29, no. 12, pp. 1717–1723, 2003.
- [19] A. C. Sharma, M. S. Soo, G. E. Trahey, and K. R. Nightingale, "Acoustic radiation force impulse imaging of in vivo breast masses," in *IEEE Ultrasonics Symposium, 2004*, 2004, vol. 1, pp. 728-731 Vol.1.
- [20] S. E. Salcudean, D. French, S. Bachmann, R. Zahiri-Azar, X. Wen, and W. J. Morris, "Viscoelasticity modeling of the prostate region using vibro-elastography," pp. 389–396, 2006.
- [21] A. Manduca *et al.*, "Magnetic resonance elastography: non-invasive mapping of tissue elasticity.," *Medical image analysis*, 2001.
- [22] D. Klatt, C. Friedrich, Y. Korth, R. Vogt, J. Braun, and I. Sack, "Viscoelastic properties of liver measured by oscillatory rheometry and multifrequency magnetic resonance elastography," *Biorheology*, vol. 47, pp. 133–141, 2010.
- [23] S. Chatelin *et al.*, "In vivo liver tissue mechanical properties by transient elastography: Comparison with dynamic mechanical analysis," *Biorheology*, vol. 48, pp. 75–88, 2011.
- [24] J. Bercoff *et al.*, "In vivo breast tumor detection using transient elastography," *Ultrasound in Medicine and Biology*, 2003.

- [25] B. Castaneda, "Extracting information from sonoelastographic images," University of Rochester, 2009.
- [26] B. Castaneda *et al.*, "Prostate cancer detection using crawling wave sonoelastography," *Medical Imaging 2009: Ultrasonic Imaging and Signal Processing*, vol. 7265, no. 13, pp. 1–10, 2009.
- [27] M. Zhang *et al.*, "Congruence of Imaging Estimators and Mechanical Measurements of Viscoelastic Properties of Soft Tissues," *Ultrasound in Medicine and Biology*, vol. 33, no. 10, pp. 1617–1631, 2007.
- [28] A. C. Saavedra, J. Arroyo, F. Zvietcovich, R. J. Lavarello, and B. Castaneda, "In vivo estimation of the Young's modulus in normal human dermis," in *Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, EMBS*, 2018, vol. 2018-July, pp. 3456–3459.
- [29] K. D. Mohan and A. L. Oldenburg, "Elastography of soft materials and tissues by holographic imaging of surface acoustic waves.," *Optics express*, 2012.
- [30] S. Chen *et al.*, "Shear wave dispersion ultrasound vibrometry (SDUV) for measuring tissue elasticity and viscosity," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 56, no. 1, pp. 55–62, 2009.
- [31] P. Song *et al.*, "Two-dimensional shear-wave elastography on conventional ultrasound scanners with time-aligned sequential tracking (TAST) and comb-push ultrasound shear elastography (CUSE)," *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol. 62, no. 2, pp. 290–302, Feb. 2015.
- [32] J. H. Langdon, E. Elegbe, and S. A. McAleavey, "Single tracking location acoustic radiation force impulse viscoelasticity estimation (STL-VE): A method for measuring tissue viscoelastic parameters," *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol. 62, no. 7, pp. 1225–1244, Jul. 2015.
- [33] K. G. Sabra, S. Conti, P. Roux, and W. A. Kuperman, "Passive in vivo elastography from skeletal muscle noise," *Applied Physics Letters*, vol. 90, no. 19, p. 194101, May 2007.
- [34] K. J. Parker, J. Ormachea, F. Zvietcovich, and B. Castaneda, "Reverberant

- shear wave fields and estimation of tissue properties,” *Physics in Medicine and Biology*, vol. 62, no. 3, pp. 1046–1061, 2017.
- [35] J. Ormachea, B. Castaneda, and K. J. Parker, “Shear wave speed estimation using reverberant shear wave fields: Implementation and feasibility studies,” *Ultrasound in Medicine and Biology*, vol. 44, no. 5, pp. 963–977, 2018.
- [36] J. Ormachea, R. G. Barr, and K. J. Parker, “2-D Shear wave dispersion images using the reverberant shear wave field approach: Application in tissues exhibiting power law response,” in *IEEE International Ultrasonics Symposium, IUS*, 2019.
- [37] F. Zvietcovich, P. Pongchalee, P. Meemon, J. P. Rolland, and K. J. Parker, “Reverberant 3D optical coherence elastography maps the elasticity of individual corneal layers,” *Nature Communications*, vol. 10, no. 4895, pp. 1–13, 2019.
- [38] J. D. Bronzino, *The biomedical engineering handbook*, Third Edit. Florida: CRC Press, 2006.
- [39] D. J. Santos Llave, “Diseño e implementación de un sistema de adquisición de datos ultrasónicos en un FPGA,” Pontificia Universidad Católica del Perú, 2013.
- [40] H. Zhao *et al.*, “Liver elasticity imaging using external Vibration Multi-directional Ultrasound Shearwave Elastography (EVMUSE),” in *IEEE International Ultrasonics Symposium, IUS*, 2014.
- [41] H. Zhao *et al.*, “External vibration multi-directional ultrasound shearwave elastography (EVMUSE): Application in liver fibrosis staging,” *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2014.
- [42] J. Ormachea, K. J. Parker, and R. G. Barr, “An initial study of complete 2D shear wave dispersion images using a reverberant shear wave field,” *Physics in Medicine and Biology*, 2019.
- [43] F. Zvietcovich, P. Pongchalee, P. Meemon, J. P. Rolland, and J. Parker, “Supplementary information for: ‘ Reverberant 3D Optical Coherence Elastography (Rev3D-OCE): A novel method for the elasticity mapping of individual layers in cornea .”
- [44] A. D. Pierce, *Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications. 1989 Edition.* 1990.

- [45] A. Carrión Isbert, *Diseño acústico de espacios arquitectónicos*. 2001.
- [46] T. L. Szabo, *Diagnostic ultrasound imaging: inside out*. California: Elsevier Inc., 2004.
- [47] R. K. Cook, R. V. Waterhouse, R. D. Berendt, S. Edelman, and M. C. Thompson, "Measurement of Correlation Coefficients in Reverberant Sound Fields," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 27, no. 6, pp. 1072–1077, 1955.
- [48] K. J. Parker and B. A. Maye, "Partially coherent radiation from reverberant chambers," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 76, no. 1, pp. 309–313, 2005.
- [49] M. Tanter and M. Fink, "Ultrafast imaging in biomedical ultrasound," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 61, no. 1, pp. 102–119, 2014.
- [50] D. Taco-Mena, M. Gutiérrez-Ojeda, A. Castillo-Reyes, and J. Iñiguez-Izquierdo, "Determinación del número óptimo de iteraciones para las simulaciones por el método de Montecarlo.," *Determination of the optimal iterations number for the simulations by the Montecarlo method.*, no. 2, Publicaciones Dyna SL, pp. 129–130, Mar-2019.
- [51] D. P. Landau and K. Binder, *A Guide to Monte Carlo Simulations in Statistical Physics*. 2014.
- [52] N. Alon and M. Krivelevich, "Extremal and probabilistic combinatorics," in *The Princeton Companion to Mathematics*, 2010.
- [53] J. Ormachea, K. J. Parker, and R. Barr, "An initial study of complete 2D shear wave dispersion images using a reverberant shear wave field," 2019.
- [54] E. A. Gonzalez, S. E. Romero, and B. Castaneda, "Real-Time Crawling Wave Sonoelastography for Human Muscle Characterization: Initial Results," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 66, no. 3, pp. 563–571, 2019.
- [55] T. Loupas, R. B. Peterson, and R. W. Gill, "Experimental Evaluation of Velocity and Power Estimation for Ultrasound Blood Flow Imaging , by Means of a Two-Dimensional Autocorrelation Approach," vol. 42, no. 4, pp. 689–699, 1995.
- [56] R. W. Perkins, "Distribuciones de frecuencias y de probabilidades," in *Epidemiología y bioestadística. Secretos*, 2006.

- [57] K. F. Graff, "Book: Wave Motion in Elastic Solids," *Journal of Chemical Information and Modeling*, 2013.
- [58] R. Woods, "Screening of Surface Wave in Soils," *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1968.
- [59] D. C. Champeney, *A Handbook of Fourier Theorems*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- [60] C.-C. Shen, Y.-Q. Xing, and G. Jeng, "Autocorrelation-based generalized coherence factor for low-complexity adaptive beamforming," *Ultrasonics*, vol. 72, pp. 177–183, 2016.



ANEXOS

Tabla A.1. Resumen de valores estadísticos tomando los 100 eventos realizados para cada caso. Se comparan los tres estimadores.

Número de ondas incidentes	Estimador 1 (CF)					Estimador 2 (AoW)			Estimador 3 (MAoW)			Número de puntos de contacto
	$\overline{R^2}$	σ_{R^2}	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	
10	0.87	0.22	2.54	0.58	1.78%	3.78	0.93	51.22%	2.54	0.60	1.68%	2
20	0.94	0.13	2.48	0.44	0.88%	3.72	0.63	48.80%	2.51	0.43	0.52%	3
30	0.96	0.05	2.43	0.35	2.97%	3.66	0.52	46.41%	2.46	0.35	1.62%	5
40	0.97	0.05	2.44	0.32	2.54%	3.62	0.39	44.98%	2.44	0.26	2.59%	6
50	0.98	0.04	2.39	0.30	4.27%	3.58	0.37	43.31%	2.41	0.25	3.64%	8
60	0.98	0.03	2.40	0.20	4.02%	3.57	0.31	42.78%	2.40	0.21	3.99%	9
70	0.98	0.03	2.39	0.23	4.45%	3.58	0.33	43.20%	2.41	0.22	3.70%	10
80	0.98	0.03	2.40	0.18	3.86%	3.56	0.26	42.42%	2.39	0.17	4.35%	12
90	0.98	0.02	2.36	0.20	5.58%	3.55	0.33	42.04%	2.39	0.22	4.44%	13
100	0.98	0.03	2.40	0.20	4.17%	3.55	0.30	42.08%	2.39	0.19	4.35%	15
110	0.99	0.02	2.42	0.21	3.28%	3.61	0.31	44.33%	2.43	0.21	2.95%	16
120	0.99	0.02	2.43	0.20	2.90%	3.64	0.32	45.52%	2.44	0.21	2.24%	18
130	0.99	0.02	2.39	0.18	4.22%	3.63	0.29	45.01%	2.42	0.21	3.20%	19
140	0.99	0.02	2.43	0.20	2.97%	3.62	0.30	44.87%	2.43	0.20	2.77%	20
150	0.99	0.02	2.38	0.18	4.99%	3.59	0.30	43.74%	2.41	0.21	3.68%	22
160	0.99	0.02	2.41	0.19	3.62%	3.63	0.29	45.36%	2.44	0.21	2.57%	23
170	0.99	0.02	2.38	0.15	4.82%	3.59	0.28	43.55%	2.42	0.18	3.29%	25
180	0.99	0.02	2.37	0.14	5.22%	3.58	0.25	43.34%	2.41	0.18	3.69%	26
190	0.99	0.02	2.39	0.16	4.20%	3.62	0.26	44.83%	2.41	0.18	3.51%	28
200	0.99	0.02	2.41	0.15	3.72%	3.57	0.26	42.89%	2.41	0.17	3.44%	29
210	0.99	0.02	2.40	0.18	3.84%	3.62	0.31	44.74%	2.42	0.21	3.24%	30
220	0.99	0.02	2.38	0.15	4.91%	3.59	0.24	43.56%	2.41	0.16	3.71%	32
230	0.99	0.01	2.39	0.14	4.48%	3.61	0.21	44.58%	2.43	0.16	2.85%	33
240	0.99	0.01	2.37	0.15	5.02%	3.58	0.26	43.23%	2.37	0.18	5.05%	35
250	0.99	0.01	2.40	0.15	3.98%	3.60	0.24	43.92%	2.39	0.15	4.32%	36
300	0.99	0.01	2.41	0.14	3.79%	3.66	0.29	46.24%	2.45	0.21	1.85%	43
400	0.99	0.01	2.39	0.13	4.55%	3.59	0.25	43.60%	2.42	0.20	3.01%	58
500	0.99	0.01	2.38	0.11	4.84%	3.59	0.25	43.42%	2.43	0.18	2.89%	72
600	0.99	0.01	2.39	0.13	4.32%	3.61	0.24	44.51%	2.42	0.17	3.29%	86
700	0.99	0.01	2.39	0.10	4.50%	3.62	0.23	44.83%	2.42	0.15	3.16%	100
800	0.99	0.01	2.39	0.10	4.50%	3.62	0.24	44.61%	2.42	0.18	3.26%	115
900	0.99	0.01	2.39	0.11	4.54%	3.58	0.21	43.09%	2.42	0.16	3.38%	129
1000	0.99	0.01	2.39	0.12	4.51%	3.59	0.21	43.57%	2.38	0.17	4.72%	143
2000	0.99	0.01	2.38	0.09	4.76%	3.56	0.23	42.56%	2.40	0.15	4.18%	286
3000	1.00	0.01	2.39	0.10	4.47%	3.62	0.21	44.65%	2.41	0.16	3.43%	429
4000	1.00	0.01	2.39	0.09	4.39%	3.58	0.23	43.21%	2.40	0.17	3.80%	572
5000	1.00	0.01	2.39	0.09	4.41%	3.76	0.28	50.43%	2.40	0.17	3.88%	715
6000	1.00	0.01	2.38	0.09	4.73%	3.56	0.23	42.57%	2.39	0.16	4.38%	858
7000	1.00	0.01	2.39	0.08	4.24%	3.58	0.23	43.11%	2.40	0.16	3.83%	1000
8000	0.99	0.01	2.39	0.08	4.30%	3.58	0.22	43.38%	2.40	0.16	3.94%	1143
9000	1.00	0.01	2.40	0.09	4.07%	3.64	0.21	45.66%	2.46	0.16	1.70%	1286
10000	1.00	0.01	2.40	0.09	4.05%	3.58	0.22	43.36%	2.39	0.17	4.21%	1429

Tabla A.2. Resumen de resultados obtenidos en las simulaciones de Monte Carlo, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 1 ($R_{axial}^2 \geq 0.97$ y $R_{lateral}^2 \geq 0.95$).

Número de ondas incidentes	Probabilidad de generación de campo reverberante	Estimador 1 (CF)			Estimador 2 (AoW)			Estimador 3 (MAoW)			Número de puntos de contacto
		\bar{c}_s (m/s)	σ_{c_s}	% error (\bar{c}_s)	\bar{c}_s (m/s)	σ_{c_s}	% error (\bar{c}_s)	\bar{c}_s (m/s)	σ_{c_s}	% error (\bar{c}_s)	
10	0.22	2.77	0.49	10.63%	4.00	0.56	60.16%	2.70	0.38	7.80%	2
20	0.42	2.42	0.31	3.15%	3.67	0.44	46.75%	2.46	0.29	1.52%	3
30	0.41	2.49	0.24	0.34%	3.76	0.40	50.27%	2.52	0.27	0.96%	5
40	0.55	2.44	0.22	2.39%	3.65	0.34	45.89%	2.45	0.23	2.00%	6
50	0.59	2.42	0.28	3.39%	3.62	0.38	44.93%	2.44	0.26	2.55%	8
60	0.78	2.41	0.18	3.47%	3.59	0.31	43.67%	2.41	0.20	3.47%	9
70	0.70	2.40	0.19	3.91%	3.60	0.32	43.91%	2.42	0.21	3.26%	10
80	0.79	2.39	0.13	4.36%	3.56	0.23	42.21%	2.39	0.15	4.49%	12
90	0.81	2.35	0.17	5.82%	3.56	0.33	42.29%	2.39	0.21	4.33%	13
100	0.81	2.40	0.16	4.04%	3.56	0.28	42.47%	2.40	0.18	4.14%	15
110	0.86	2.41	0.18	3.63%	3.62	0.31	44.71%	2.43	0.21	2.77%	16
120	0.81	2.42	0.18	3.07%	3.65	0.33	45.95%	2.45	0.22	1.97%	18
130	0.89	2.39	0.15	4.29%	3.62	0.27	44.97%	2.41	0.19	3.53%	19
140	0.80	2.42	0.18	3.09%	3.64	0.30	45.66%	2.44	0.20	2.22%	20
150	0.88	2.38	0.15	4.86%	3.62	0.28	44.65%	2.42	0.20	3.19%	22
160	0.87	2.41	0.19	3.63%	3.63	0.30	45.26%	2.43	0.21	2.60%	23
170	0.90	2.38	0.13	4.82%	3.60	0.27	44.10%	2.42	0.18	3.37%	25
180	0.91	2.37	0.14	5.24%	3.57	0.25	42.89%	2.41	0.18	3.61%	26
190	0.89	2.38	0.13	4.99%	3.59	0.25	43.45%	2.40	0.18	3.90%	28
200	0.93	2.40	0.14	3.95%	3.61	0.26	44.37%	2.42	0.17	3.18%	29
210	0.94	2.39	0.17	4.26%	3.60	0.31	44.06%	2.41	0.22	3.45%	30
220	0.93	2.37	0.13	5.26%	3.58	0.24	43.31%	2.41	0.16	3.66%	32
230	0.93	2.38	0.13	4.78%	3.60	0.21	44.12%	2.43	0.16	2.73%	33
240	0.94	2.37	0.14	5.15%	3.57	0.26	42.88%	2.37	0.18	5.05%	35
250	0.96	2.40	0.15	4.11%	3.60	0.24	43.93%	2.39	0.15	4.29%	36
300	0.94	2.41	0.14	3.50%	3.65	0.30	46.17%	2.46	0.21	1.50%	43
400	0.96	2.39	0.13	4.58%	3.63	0.25	45.15%	2.43	0.20	2.89%	58
500	0.98	2.38	0.11	4.87%	3.58	0.25	43.25%	2.43	0.18	2.98%	72
600	0.97	2.39	0.13	4.54%	3.61	0.24	44.21%	2.41	0.17	3.40%	86
700	0.98	2.38	0.10	4.75%	3.60	0.23	44.15%	2.42	0.15	3.31%	100
800	0.95	2.38	0.10	4.74%	3.61	0.25	44.42%	2.42	0.18	3.33%	115
900	0.99	2.39	0.11	4.47%	3.60	0.21	44.05%	2.42	0.16	3.28%	129
1000	0.99	2.38	0.11	4.71%	3.57	0.20	42.97%	2.38	0.16	4.94%	143
2000	1.00	2.38	0.09	4.76%	3.56	0.23	42.27%	2.40	0.15	4.18%	286
3000	1.00	2.39	0.10	4.47%	3.63	0.21	45.02%	2.41	0.16	3.43%	429
4000	0.99	2.39	0.09	4.45%	3.60	0.23	43.90%	2.41	0.17	3.72%	572
5000	1.00	2.39	0.09	4.41%	3.77	0.28	50.83%	2.40	0.17	3.88%	715
6000	0.99	2.38	0.09	4.82%	3.55	0.23	42.18%	2.39	0.16	4.43%	858
7000	1.00	2.39	0.08	4.24%	3.60	0.23	44.07%	2.40	0.16	3.83%	1000
8000	0.99	2.39	0.08	4.30%	3.57	0.22	42.94%	2.40	0.16	3.93%	1143
9000	0.99	2.40	0.09	4.19%	3.66	0.21	46.42%	2.46	0.16	1.67%	1286
10000	1.00	2.40	0.09	4.05%	3.56	0.22	42.21%	2.39	0.17	4.21%	1429

Tabla A.3. Resumen de resultados obtenidos en las simulaciones de Monte Carlo, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 2 ($R_{axial}^2 \geq 0.92$ y $R_{lateral}^2 \geq 0.90$).

Número de ondas incidentes	Probabilidad de generación de campo reverberante	Estimador 1 (CF)			Estimador 2 (AoW)			Estimador 3 (MAoW)			Número de puntos de contacto
		\bar{c}_s (m/s)	σ_{c_s}	% error (\bar{c}_s)	\bar{c}_s (m/s)	σ_{c_s}	% error (\bar{c}_s)	\bar{c}_s (m/s)	σ_{c_s}	% error (\bar{c}_s)	
10	0.44	2.66	0.52	6.22%	3.90	0.61	56.11%	2.62	0.40	4.97%	2
20	0.61	2.44	0.35	2.54%	3.70	0.57	48.12%	2.49	0.37	0.57%	3
30	0.78	2.45	0.35	2.14%	3.70	0.54	48.19%	2.49	0.36	0.41%	5
40	0.84	2.42	0.29	3.20%	3.63	0.38	45.24%	2.44	0.25	2.46%	6
50	0.88	2.38	0.28	4.69%	3.57	0.36	42.68%	2.40	0.24	4.04%	8
60	0.90	2.39	0.19	4.41%	3.57	0.30	42.62%	2.40	0.20	4.15%	9
70	0.96	2.38	0.22	4.64%	3.57	0.32	42.98%	2.40	0.21	3.83%	10
80	0.92	2.40	0.18	4.04%	3.56	0.24	42.41%	2.39	0.16	4.34%	12
90	0.97	2.36	0.20	5.50%	3.56	0.33	42.37%	2.39	0.22	4.22%	13
100	0.96	2.39	0.18	4.31%	3.55	0.29	42.19%	2.39	0.19	4.30%	15
110	0.98	2.41	0.20	3.45%	3.61	0.31	44.24%	2.42	0.21	3.00%	16
120	0.97	2.42	0.20	3.05%	3.64	0.32	45.43%	2.44	0.21	2.29%	18
130	0.99	2.40	0.18	4.07%	3.61	0.29	38.20%	2.42	0.20	3.09%	19
140	0.97	2.42	0.19	3.01%	3.62	0.29	37.72%	2.43	0.19	2.74%	20
150	0.98	2.37	0.18	5.07%	3.59	0.30	37.39%	2.41	0.21	3.56%	22
160	0.99	2.41	0.19	3.51%	3.64	0.29	38.19%	2.44	0.21	2.49%	23
170	0.99	2.38	0.14	4.96%	3.60	0.28	36.96%	2.41	0.18	3.42%	25
180	0.98	2.36	0.14	5.45%	3.58	0.25	35.98%	2.40	0.17	3.88%	26
190	1.00	2.39	0.16	4.20%	3.61	0.26	37.39%	2.41	0.18	3.51%	28
200	0.99	2.40	0.15	3.88%	3.59	0.26	36.72%	2.41	0.17	3.42%	29
210	0.99	2.40	0.17	4.04%	3.62	0.31	37.53%	2.42	0.21	3.30%	30
220	0.99	2.38	0.15	4.91%	3.60	0.24	37.01%	2.41	0.16	3.70%	32
230	1.00	2.38	0.13	4.78%	3.61	0.21	37.72%	2.43	0.16	2.73%	33
240	1.00	2.37	0.15	5.02%	3.56	0.26	36.11%	2.37	0.18	5.05%	35
250	1.00	2.40	0.15	3.98%	3.57	0.24	36.60%	2.39	0.15	4.32%	36
300	1.00	2.41	0.14	3.79%	3.66	0.30	39.20%	2.45	0.21	1.85%	43
400	1.00	2.39	0.13	4.55%	3.59	0.25	37.32%	2.42	0.20	3.01%	58
500	1.00	2.38	0.11	4.84%	3.61	0.25	36.90%	2.43	0.18	2.89%	72
600	1.00	2.39	0.13	4.32%	3.59	0.24	37.08%	2.42	0.17	3.29%	86
700	1.00	2.39	0.10	4.50%	3.62	0.23	37.50%	2.42	0.15	3.16%	100
800	1.00	2.39	0.10	4.50%	3.60	0.24	37.10%	2.42	0.18	3.26%	115
900	1.00	2.39	0.11	4.54%	3.60	0.21	36.61%	2.42	0.16	3.38%	129
1000	1.00	2.39	0.12	4.51%	3.58	0.21	36.21%	2.38	0.17	4.72%	143
2000	1.00	2.38	0.09	4.76%	3.57	0.23	35.93%	2.40	0.15	4.18%	286
3000	1.00	2.39	0.10	4.47%	3.60	0.21	37.51%	2.41	0.16	3.43%	429
4000	1.00	2.39	0.09	4.39%	3.58	0.22	36.44%	2.40	0.17	3.80%	572
5000	1.00	2.39	0.09	4.41%	3.75	0.28	43.02%	2.40	0.17	3.88%	715
6000	1.00	2.38	0.09	4.73%	3.56	0.23	35.79%	2.39	0.16	4.38%	858
7000	1.00	2.39	0.08	4.24%	3.58	0.23	36.87%	2.40	0.16	3.83%	1000
8000	1.00	2.39	0.08	4.30%	3.56	0.22	36.12%	2.40	0.16	3.94%	1143
9000	1.00	2.40	0.09	4.07%	3.67	0.21	39.33%	2.46	0.16	1.70%	1286
10000	1.00	2.40	0.09	4.05%	3.57	0.22	35.96%	2.39	0.17	4.21%	1429

Tabla A.4. Resumen de resultados obtenidos en las simulaciones de Monte Carlo, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 3 ($R_{axial}^2 \geq 0.87$ y $R_{lateral}^2 \geq 0.85$).

Número de ondas incidentes	Probabilidad de generación de campo reverberante	Estimador 1 (CF)			Estimador 2 (AoW)			Estimador 3 (MAoW)			Número de puntos de contacto
		\bar{c}_s (m/s)	σ_{c_s}	% error (\bar{c}_s)	\bar{c}_s (m/s)	σ_{c_s}	% error (\bar{c}_s)	\bar{c}_s (m/s)	σ_{c_s}	% error (\bar{c}_s)	
10	0.49	2.63	0.50	5.30%	3.88	0.58	55.37%	2.61	0.38	4.40%	2
20	0.78	2.47	0.42	1.36%	3.74	0.65	49.63%	2.51	0.43	0.46%	3
30	0.90	2.43	0.35	2.98%	3.67	0.53	46.89%	2.47	0.35	1.27%	5
40	0.94	2.42	0.28	3.24%	3.62	0.38	44.87%	2.43	0.25	2.71%	6
50	0.98	2.40	0.30	4.11%	3.59	0.37	43.50%	2.41	0.25	3.51%	8
60	0.98	2.39	0.20	4.34%	3.56	0.31	42.41%	2.39	0.20	4.24%	9
70	0.99	2.39	0.23	4.59%	3.58	0.33	43.09%	2.41	0.22	3.76%	10
80	0.98	2.40	0.18	4.19%	3.55	0.25	41.95%	2.38	0.17	4.66%	12
90	0.98	2.36	0.20	5.64%	3.55	0.33	42.19%	2.39	0.22	4.33%	13
100	0.99	2.39	0.18	4.49%	3.55	0.29	41.82%	2.39	0.19	4.53%	15
110	1.00	2.42	0.21	3.28%	3.61	0.31	44.33%	2.43	0.21	2.95%	16
120	0.99	2.43	0.20	2.93%	3.64	0.32	45.41%	2.44	0.21	2.31%	18
130	1.00	2.39	0.18	4.22%	3.63	0.29	45.01%	2.42	0.21	3.20%	19
140	1.00	2.43	0.20	2.97%	3.62	0.30	44.87%	2.43	0.20	2.77%	20
150	1.00	2.38	0.18	4.99%	3.59	0.30	43.74%	2.41	0.21	3.68%	22
160	1.00	2.41	0.19	3.62%	3.63	0.29	45.36%	2.44	0.21	2.57%	23
170	1.00	2.38	0.15	4.82%	3.59	0.28	43.55%	2.42	0.18	3.29%	25
180	1.00	2.37	0.14	5.22%	3.58	0.25	43.34%	2.41	0.18	3.69%	26
190	1.00	2.39	0.16	4.20%	3.62	0.26	44.83%	2.41	0.18	3.51%	28
200	1.00	2.41	0.15	3.72%	3.57	0.26	42.89%	2.41	0.17	3.44%	29
210	0.99	2.40	0.17	4.04%	3.62	0.31	44.74%	2.42	0.21	3.30%	30
220	1.00	2.38	0.15	4.91%	3.59	0.24	43.56%	2.41	0.16	3.71%	32
230	1.00	2.39	0.14	4.48%	3.61	0.21	44.58%	2.43	0.16	2.85%	33
240	1.00	2.37	0.15	5.02%	3.58	0.26	43.23%	2.37	0.18	5.05%	35
250	1.00	2.40	0.15	3.98%	3.60	0.24	43.92%	2.39	0.15	4.32%	36
300	1.00	2.41	0.14	3.79%	3.66	0.29	46.24%	2.45	0.21	1.85%	43
400	1.00	2.39	0.13	4.55%	3.59	0.25	43.60%	2.42	0.20	3.01%	58
500	1.00	2.38	0.11	4.84%	3.59	0.25	43.42%	2.43	0.18	2.89%	72
600	1.00	2.39	0.13	4.32%	3.61	0.24	44.51%	2.42	0.17	3.29%	86
700	1.00	2.39	0.10	4.50%	3.62	0.23	44.83%	2.42	0.15	3.16%	100
800	1.00	2.39	0.10	4.50%	3.62	0.24	44.61%	2.42	0.18	3.26%	115
900	1.00	2.39	0.11	4.54%	3.58	0.21	43.09%	2.42	0.16	3.38%	129
1000	1.00	2.39	0.12	4.51%	3.59	0.21	43.57%	2.38	0.17	4.72%	143
2000	1.00	2.38	0.09	4.76%	3.56	0.23	42.56%	2.40	0.15	4.18%	286
3000	1.00	2.39	0.10	4.47%	3.62	0.21	44.65%	2.41	0.16	3.43%	429
4000	1.00	2.39	0.09	4.39%	3.58	0.23	43.21%	2.40	0.17	3.80%	572
5000	1.00	2.39	0.09	4.41%	3.76	0.28	50.43%	2.40	0.17	3.88%	715
6000	1.00	2.38	0.09	4.73%	3.56	0.23	42.57%	2.39	0.16	4.38%	858
7000	1.00	2.39	0.08	4.24%	3.58	0.23	43.11%	2.40	0.16	3.83%	1000
8000	1.00	2.39	0.08	4.30%	3.58	0.22	43.38%	2.40	0.16	3.94%	1143
9000	1.00	2.40	0.09	4.07%	3.64	0.21	45.66%	2.46	0.16	1.70%	1286
10000	1.00	2.40	0.09	4.05%	3.58	0.22	43.36%	2.39	0.17	4.21%	1429

Tabla A.5. Resumen de resultados obtenidos en las simulaciones de Monte Carlo, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 3 ($R_{axial}^2 \geq 0.82$ y $R_{lateral}^2 \geq 0.80$).

Número de ondas incidentes	Probabilidad de generación de campo reverberante	Estimador 1 (CF)			Estimador 2 (AoW)			Estimador 3 (MAoW)			Número de puntos de contacto
		\bar{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\bar{C}_s)	\bar{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\bar{C}_s)	\bar{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\bar{C}_s)	
10	0.64	2.55	0.48	2.07%	3.81	0.57	52.35%	2.56	0.37	2.41%	2
20	0.89	2.46	0.43	1.53%	3.72	0.63	48.89%	2.50	0.42	0.01%	3
30	0.98	2.43	0.35	2.79%	3.67	0.53	46.80%	2.47	0.35	1.37%	5
40	0.96	2.41	0.28	3.44%	3.62	0.38	44.61%	2.43	0.25	2.86%	6
50	0.99	2.39	0.30	4.30%	3.58	0.38	43.29%	2.41	0.25	3.64%	8
60	1.00	2.40	0.20	4.02%	3.57	0.31	42.78%	2.40	0.21	3.99%	9
70	0.99	2.39	0.23	4.59%	3.58	0.33	43.09%	2.41	0.22	3.76%	10
80	1.00	2.40	0.18	3.86%	3.56	0.26	42.42%	2.39	0.17	4.35%	12
90	1.00	2.36	0.20	5.58%	3.55	0.33	42.04%	2.39	0.22	4.44%	13
100	1.00	2.40	0.20	4.17%	3.55	0.30	42.08%	2.39	0.19	4.35%	15
110	1.00	2.42	0.21	3.28%	3.61	0.31	44.33%	2.43	0.21	2.95%	16
120	1.00	2.43	0.20	2.90%	3.64	0.32	45.52%	2.44	0.21	2.24%	18
130	1.00	2.39	0.18	4.22%	3.63	0.29	45.01%	2.42	0.21	3.20%	19
140	1.00	2.43	0.20	2.97%	3.62	0.30	44.87%	2.43	0.20	2.77%	20
150	1.00	2.38	0.18	4.99%	3.59	0.30	43.74%	2.41	0.21	3.68%	22
160	1.00	2.41	0.19	3.62%	3.63	0.29	45.36%	2.44	0.21	2.57%	23
170	1.00	2.38	0.15	4.82%	3.59	0.28	43.55%	2.42	0.18	3.29%	25
180	1.00	2.37	0.14	5.22%	3.58	0.25	43.34%	2.41	0.18	3.69%	26
190	1.00	2.39	0.16	4.20%	3.62	0.26	44.83%	2.41	0.18	3.51%	28
200	1.00	2.41	0.15	3.72%	3.57	0.26	42.89%	2.41	0.17	3.44%	29
210	1.00	2.40	0.18	3.84%	3.62	0.31	44.74%	2.42	0.21	3.24%	30
220	1.00	2.38	0.15	4.91%	3.59	0.24	43.56%	2.41	0.16	3.71%	32
230	1.00	2.39	0.14	4.48%	3.61	0.21	44.58%	2.43	0.16	2.85%	33
240	1.00	2.37	0.15	5.02%	3.58	0.26	43.23%	2.37	0.18	5.05%	35
250	1.00	2.40	0.15	3.98%	3.60	0.24	43.92%	2.39	0.15	4.32%	36
300	1.00	2.41	0.14	3.79%	3.66	0.29	46.24%	2.45	0.21	1.85%	43
400	1.00	2.39	0.13	4.55%	3.59	0.25	43.60%	2.42	0.20	3.01%	58
500	1.00	2.38	0.11	4.84%	3.59	0.25	43.42%	2.43	0.18	2.89%	72
600	1.00	2.39	0.13	4.32%	3.61	0.24	44.51%	2.42	0.17	3.29%	86
700	1.00	2.39	0.10	4.50%	3.62	0.23	44.83%	2.42	0.15	3.16%	100
800	1.00	2.39	0.10	4.50%	3.62	0.24	44.61%	2.42	0.18	3.26%	115
900	1.00	2.39	0.11	4.54%	3.58	0.21	43.09%	2.42	0.16	3.38%	129
1000	1.00	2.39	0.12	4.51%	3.59	0.21	43.57%	2.38	0.17	4.72%	143
2000	1.00	2.38	0.09	4.76%	3.56	0.23	42.56%	2.40	0.15	4.18%	286
3000	1.00	2.39	0.10	4.47%	3.62	0.21	44.65%	2.41	0.16	3.43%	429
4000	1.00	2.39	0.09	4.39%	3.58	0.23	43.21%	2.40	0.17	3.80%	572
5000	1.00	2.39	0.09	4.41%	3.76	0.28	50.43%	2.40	0.17	3.88%	715
6000	1.00	2.38	0.09	4.73%	3.56	0.23	42.57%	2.39	0.16	4.38%	858
7000	1.00	2.39	0.08	4.24%	3.58	0.23	43.11%	2.40	0.16	3.83%	1000
8000	1.00	2.39	0.08	4.30%	3.58	0.22	43.38%	2.40	0.16	3.94%	1143
9000	1.00	2.40	0.09	4.07%	3.64	0.21	45.66%	2.46	0.16	1.70%	1286
10000	1.00	2.40	0.09	4.05%	3.58	0.22	43.36%	2.39	0.17	4.21%	1429

Tabla A.6. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina. Se comparan los tres estimadores.

Cantidad de puntos de contacto	Estimador 1					Estimador 2			Estimador 3			Cantidad de casos posibles
	$\overline{R^2}$	σ_{R^2}	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	
1	0.74	0.10	2.78	0.51	21.93%	3.01	0.21	31.82%	1.98	0.14	13.17%	12
2	0.75	0.07	2.73	0.36	19.41%	2.99	0.12	30.72%	1.97	0.08	13.83%	66
3	0.75	0.07	2.72	0.32	19.08%	2.98	0.10	30.44%	1.97	0.07	13.88%	220
4	0.75	0.06	2.73	0.30	19.55%	3.00	0.10	31.50%	1.97	0.06	13.80%	495
5	0.74	0.06	2.76	0.28	20.77%	3.01	0.09	31.97%	1.97	0.06	13.61%	792
6	0.74	0.06	2.79	0.26	22.23%	3.00	0.09	31.45%	1.98	0.06	13.36%	924
7	0.74	0.05	2.82	0.24	23.64%	3.02	0.09	32.13%	1.99	0.05	13.07%	792
8	0.73	0.05	2.86	0.22	25.22%	3.03	0.08	32.75%	1.99	0.05	12.78%	495
9	0.73	0.04	2.90	0.19	26.76%	3.04	0.08	33.10%	2.00	0.05	12.50%	220
10	0.72	0.03	2.93	0.17	28.09%	3.05	0.07	33.70%	2.01	0.04	12.22%	66
11	0.72	0.02	2.97	0.11	29.91%	3.08	0.06	34.89%	2.01	0.03	11.84%	12
12	0.72	0.00	3.00	0.00	31.26%	3.08	0.00	34.68%	2.02	0.00	11.59%	1

Tabla A.7. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina para la dirección axial. Se comparan los tres estimadores.

Cantidad de puntos de contacto	Estimador 1					Estimador 2			Estimador 3			Cantidad de casos posibles
	$\overline{R^2}$	σ_{R^2}	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	$\overline{C_s}$ (m/s)	σ_{C_s}	% error ($\overline{C_s}$)	
1	0.89	0.07	2.46	0.40	7.83%	2.53	0.18	10.78%	1.79	0.13	21.67%	12
2	0.91	0.04	2.36	0.24	3.50%	2.50	0.10	9.65%	1.77	0.07	22.47%	66
3	0.91	0.04	2.34	0.20	2.24%	2.49	0.09	9.19%	1.76	0.06	22.79%	220
4	0.92	0.04	2.33	0.17	1.83%	2.49	0.08	9.02%	1.76	0.05	22.91%	495
5	0.92	0.04	2.33	0.16	1.93%	2.49	0.07	9.06%	1.76	0.05	22.88%	792
6	0.91	0.03	2.34	0.15	2.37%	2.49	0.07	9.23%	1.76	0.05	22.76%	924
7	0.91	0.03	2.35	0.14	2.96%	2.50	0.07	9.44%	1.77	0.05	22.61%	792
8	0.91	0.03	2.37	0.13	3.73%	2.51	0.06	9.70%	1.77	0.04	22.43%	495
9	0.91	0.03	2.39	0.12	4.63%	2.51	0.05	9.97%	1.78	0.04	22.24%	220
10	0.90	0.02	2.41	0.10	5.70%	2.52	0.05	10.30%	1.78	0.03	22.01%	66
11	0.90	0.01	2.44	0.08	7.03%	2.53	0.04	10.79%	1.79	0.03	21.66%	12
12	0.90	0.00	2.48	0.00	8.53%	2.55	0.00	11.49%	1.80	0.00	21.17%	1

Tabla A.8. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina para la dirección lateral. Se comparan los tres estimadores.

Cantidad de puntos de contacto	Estimador 1					Estimador 2			Estimador 3			Cantidad de casos posibles
	$\overline{R^2}$	σ_{R^2}	\overline{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\overline{C}_s)	\overline{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\overline{C}_s)	\overline{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\overline{C}_s)	
1	0.59	0.17	3.26	0.81	42.82%	3.52	0.25	54.31%	2.23	0.16	2.54%	12
2	0.59	0.13	3.28	0.67	43.43%	3.51	0.16	53.64%	2.22	0.10	2.96%	66
3	0.58	0.11	3.31	0.64	44.88%	3.52	0.14	54.22%	2.22	0.09	2.59%	220
4	0.58	0.11	3.36	0.62	46.98%	3.54	0.14	54.86%	2.23	0.09	2.19%	495
5	0.57	0.10	3.43	0.58	50.18%	3.55	0.13	55.54%	2.24	0.08	1.76%	792
6	0.56	0.09	3.50	0.54	53.42%	3.57	0.13	56.29%	2.25	0.08	1.29%	924
7	0.56	0.09	3.57	0.50	56.25%	3.59	0.13	57.06%	2.27	0.08	0.80%	792
8	0.55	0.08	3.63	0.45	59.12%	3.60	0.12	57.78%	2.28	0.08	0.34%	495
9	0.55	0.07	3.69	0.39	61.67%	3.62	0.12	58.43%	2.29	0.07	0.07%	220
10	0.54	0.06	3.73	0.35	63.27%	3.63	0.11	59.00%	2.29	0.07	0.43%	66
11	0.54	0.04	3.78	0.22	65.46%	3.65	0.09	59.62%	2.30	0.06	0.82%	12
12	0.54	0.00	3.79	0.00	66.02%	3.64	0.00	59.35%	2.30	0.00	0.65%	1

Tabla A.9. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 1 ($R_{axial}^2 \geq 0.87$).

Cantidad de puntos de contacto	Probabilidad de generación de campo reverberante	Estimador 1 (CF)			Estimador 2 (AoW)			Estimador 3 (MAoW)			Cantidad de casos posibles
		\overline{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\overline{C}_s)	\overline{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\overline{C}_s)	\overline{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\overline{C}_s)	
1	0.58	2.20	0.16	3.50%	2.44	0.06	6.71%	1.72	0.14	24.55%	12
2	0.82	2.28	0.17	0.08%	2.48	0.05	8.45%	1.75	0.13	23.32%	66
3	0.84	2.28	0.14	0.38%	2.47	0.04	8.28%	1.75	0.11	23.43%	220
4	0.86	2.28	0.13	0.18%	2.48	0.04	8.37%	1.75	0.11	23.37%	495
5	0.88	2.30	0.13	0.49%	2.48	0.04	8.65%	1.75	0.11	23.17%	792
6	0.89	2.31	0.13	1.24%	2.49	0.04	8.95%	1.76	0.11	22.96%	924
7	0.89	2.33	0.13	2.01%	2.50	0.04	9.24%	1.76	0.10	22.75%	792
8	0.90	2.35	0.12	2.99%	2.50	0.04	9.57%	1.77	0.10	22.53%	495
9	0.91	2.38	0.11	4.06%	2.51	0.03	9.89%	1.77	0.09	22.30%	220
10	0.94	2.41	0.10	5.34%	2.52	0.03	10.24%	1.78	0.08	22.05%	66
11	0.92	2.44	0.08	6.69%	2.53	0.03	10.78%	1.79	0.07	21.67%	12
12	1.00	2.48	0.00	8.53%	2.55	0.00	11.49%	1.80	0.00	21.17%	1

Tabla A.10. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 2 ($R_{axial}^2 \geq 0.82$).

Cantidad de puntos de contacto	Probabilidad de generación de campo reverberante	Estimador 1 (CF)			Estimador 2 (AoW)			Estimador 3 (MAoW)			Cantidad de casos posibles
		\bar{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\bar{C}_s)	\bar{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\bar{C}_s)	\bar{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\bar{C}_s)	
1	0.75	2.30	0.24	0.80%	2.47	0.11	8.24%	1.75	0.17	23.46%	12
2	0.95	2.34	0.23	2.67%	2.50	0.10	9.43%	1.77	0.16	22.62%	66
3	0.99	2.33	0.19	2.04%	2.49	0.09	9.12%	1.76	0.14	22.84%	220
4	0.98	2.32	0.17	1.52%	2.49	0.08	8.94%	1.76	0.12	22.97%	495
5	0.99	2.32	0.15	1.70%	2.49	0.07	9.00%	1.76	0.11	22.93%	792
6	0.99	2.33	0.15	2.17%	2.49	0.07	9.18%	1.76	0.11	22.80%	924
7	0.99	2.35	0.14	2.83%	2.50	0.06	9.41%	1.77	0.10	22.63%	792
8	1.00	2.37	0.13	3.70%	2.51	0.06	9.69%	1.77	0.09	22.44%	495
9	1.00	2.39	0.12	4.63%	2.51	0.05	9.97%	1.78	0.08	22.24%	220
10	1.00	2.41	0.10	5.70%	2.52	0.05	10.30%	1.78	0.08	22.01%	66
11	1.00	2.44	0.08	7.03%	2.53	0.04	10.79%	1.79	0.07	21.66%	12
12	1.00	2.48	0.00	8.53%	2.55	0.00	11.49%	1.80	0.00	21.17%	1

Tabla A.11. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 3 ($R_{axial}^2 \geq 0.77$).

Cantidad de puntos de contacto	Probabilidad de generación de campo reverberante	Estimador 1 (CF)			Estimador 2 (AoW)			Estimador 3 (MAoW)			Cantidad de casos posibles
		\bar{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\bar{C}_s)	\bar{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\bar{C}_s)	\bar{C}_s (m/s)	σ_{C_s}	% error (\bar{C}_s)	
1	0.92	2.37	0.27	3.86%	2.49	0.11	8.85%	1.76	0.17	23.03%	12
2	1.00	2.36	0.24	3.50%	2.50	0.10	9.65%	1.77	0.16	22.47%	66
3	1.00	2.34	0.20	2.24%	2.49	0.09	9.19%	1.76	0.14	22.79%	220
4	1.00	2.33	0.17	1.83%	2.49	0.08	9.02%	1.76	0.12	22.91%	495
5	1.00	2.33	0.16	1.93%	2.49	0.07	9.06%	1.76	0.11	22.88%	792
6	1.00	2.34	0.15	2.37%	2.49	0.07	9.23%	1.76	0.11	22.76%	924
7	1.00	2.35	0.14	2.94%	2.50	0.07	9.44%	1.77	0.10	22.62%	792
8	1.00	2.37	0.13	3.73%	2.51	0.06	9.70%	1.77	0.09	22.43%	495
9	1.00	2.39	0.12	4.63%	2.51	0.05	9.97%	1.78	0.08	22.24%	220
10	1.00	2.41	0.10	5.70%	2.52	0.05	10.30%	1.78	0.08	22.01%	66
11	1.00	2.44	0.08	7.03%	2.53	0.04	10.79%	1.79	0.07	21.66%	12
12	1.00	2.48	0.00	8.53%	2.55	0.00	11.49%	1.80	0.00	21.17%	1

Tabla A.12. Resumen de resultados obtenidos en los experimentos con maniquí de gelatina, en donde se observa la probabilidad de generar un campo aplicando la umbralización del Criterio 3 ($R_{axial}^2 \geq 0.72$).

Cantidad de puntos de contacto	Probabilidad de generación de campo reverberante	Estimador 1 (CF)			Estimador 2 (AoW)			Estimador 3 (MAoW)			Cantidad de casos posibles
		\bar{c}_s (m/s)	σ_{c_s}	% error (\bar{c}_s)	\bar{c}_s (m/s)	σ_{c_s}	% error (\bar{c}_s)	\bar{c}_s (m/s)	σ_{c_s}	% error (\bar{c}_s)	
1	1.00	2.46	0.40	7.83%	4.01	0.29	75.39%	1.79	0.29	21.67%	12
2	1.00	2.36	0.24	3.50%	3.96	0.16	73.59%	1.77	0.16	22.47%	66
3	1.00	2.34	0.20	2.24%	3.95	0.14	72.88%	1.76	0.14	22.79%	220
4	1.00	2.33	0.17	1.83%	3.94	0.12	72.61%	1.76	0.12	22.91%	495
5	1.00	2.33	0.16	1.93%	3.94	0.11	72.67%	1.76	0.11	22.88%	792
6	1.00	2.34	0.15	2.37%	3.95	0.11	72.94%	1.76	0.11	22.76%	924
7	1.00	2.35	0.14	2.96%	3.96	0.10	73.27%	1.77	0.10	22.61%	792
8	1.00	2.37	0.13	3.73%	3.97	0.09	73.68%	1.77	0.09	22.43%	495
9	1.00	2.39	0.12	4.63%	3.98	0.08	74.11%	1.78	0.08	22.24%	220
10	1.00	2.41	0.10	5.70%	3.99	0.08	74.63%	1.78	0.08	22.01%	66
11	1.00	2.44	0.08	7.03%	4.01	0.07	75.41%	1.79	0.07	21.66%	12
12	1.00	2.48	0.00	8.53%	4.03	0.00	76.51%	1.80	0.00	21.17%	1

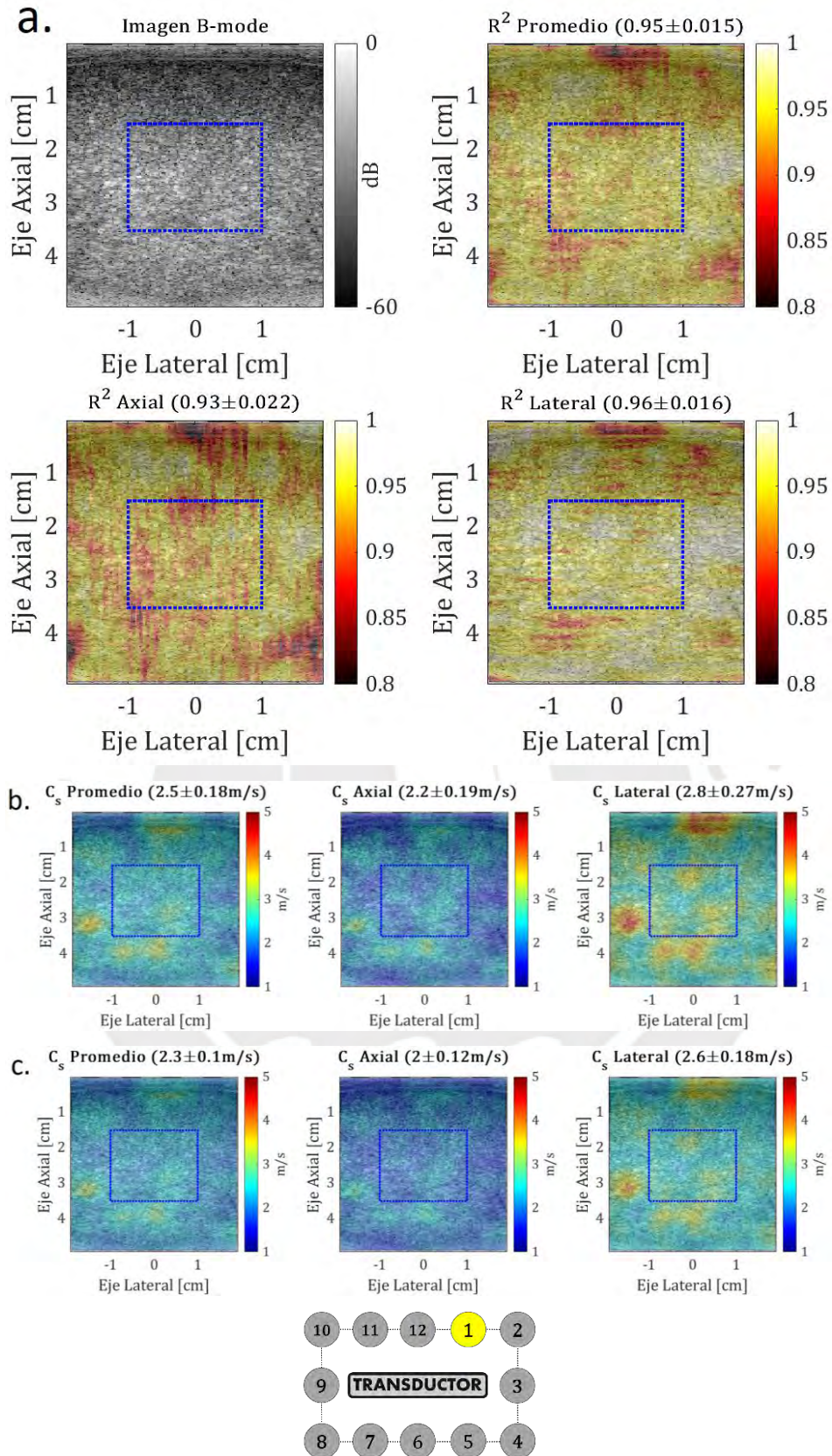


Figura A.1. Imágenes elastográficas con 1 punto de contacto en la posición 1.
 a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c.
 C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).

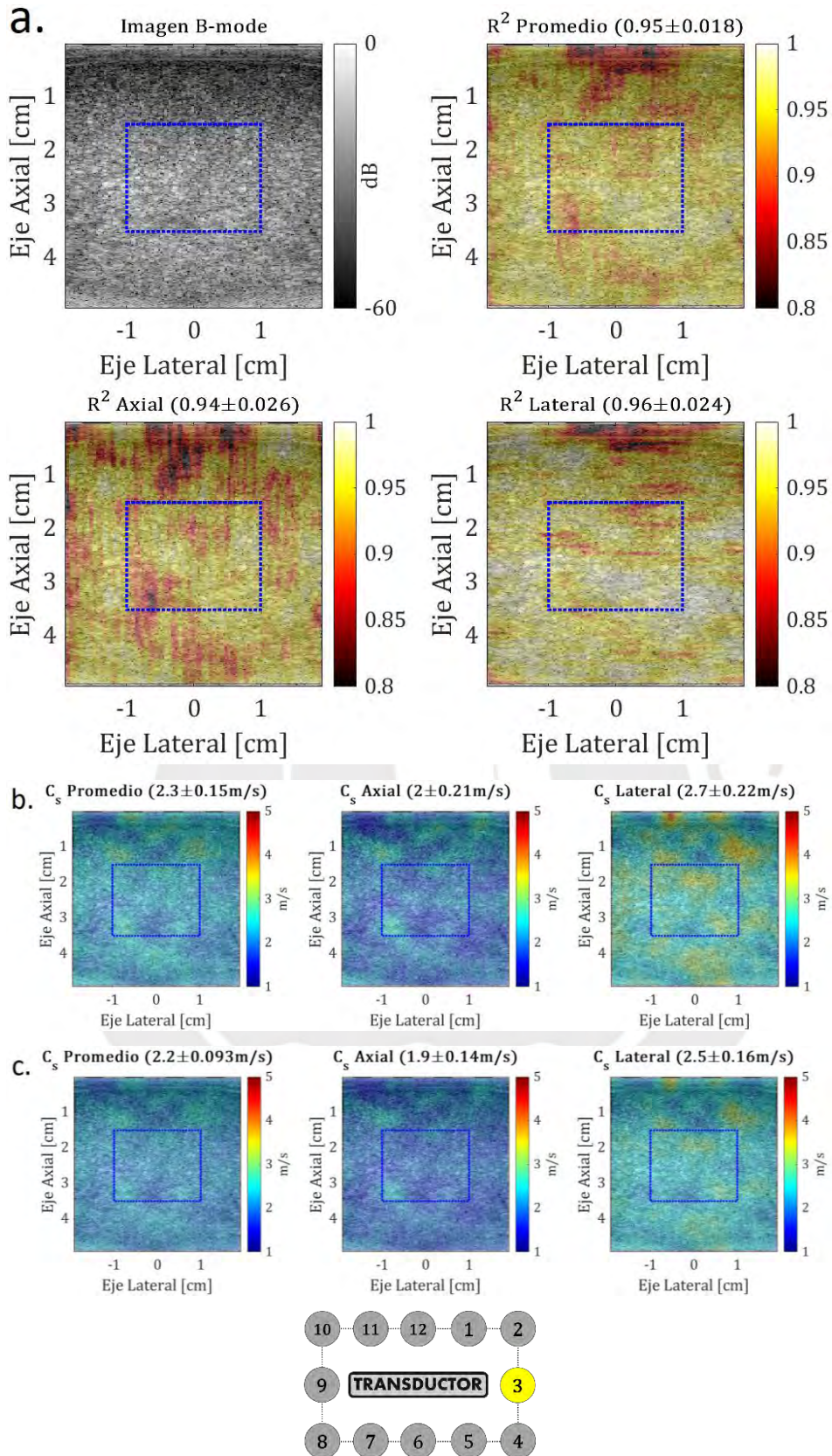


Figura A.2. Imágenes elastográficas con 1 punto de contacto en la posición 3.
 a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c.
 C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).

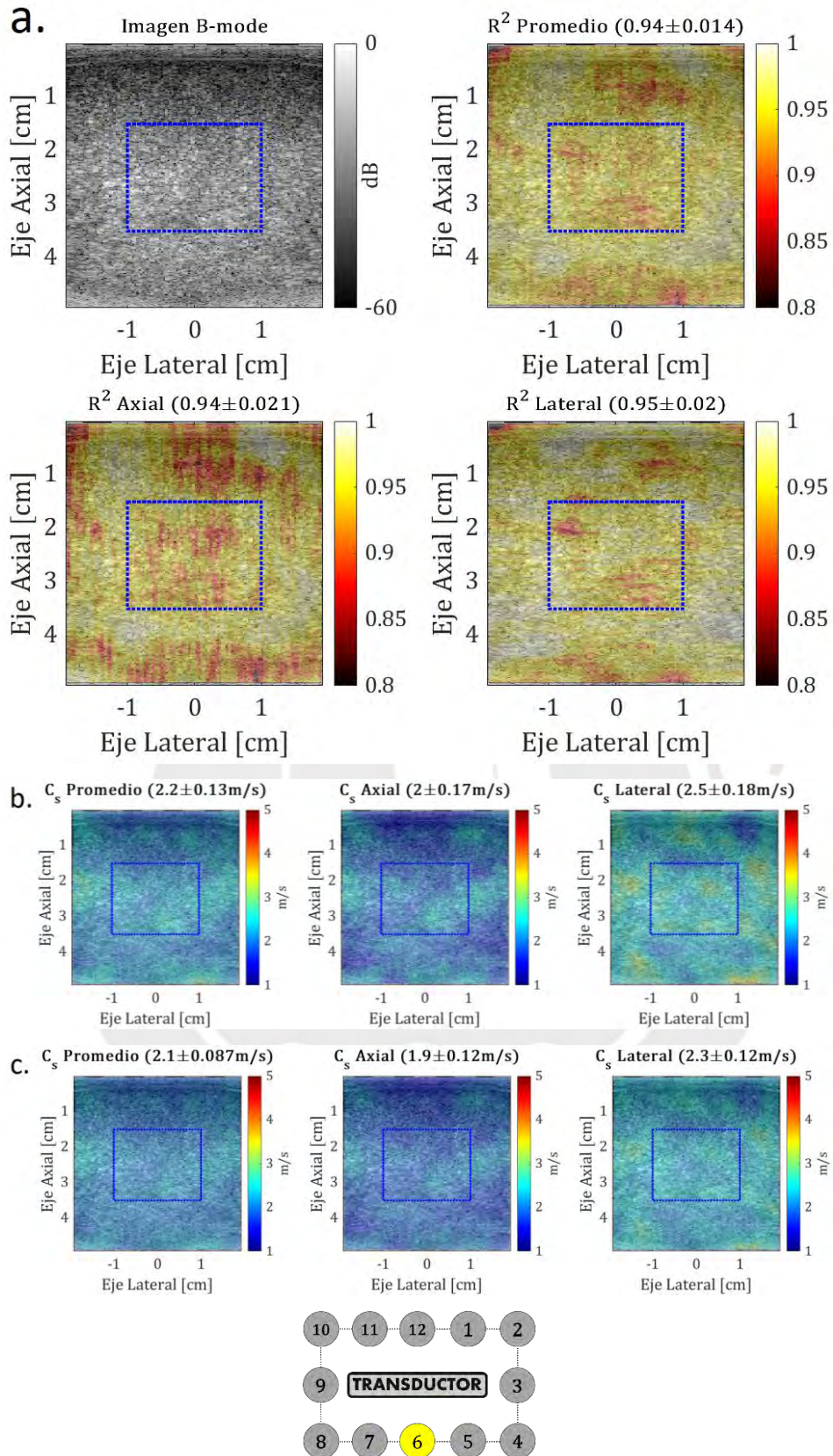


Figura A.3. Imágenes elastográficas con 1 punto de contacto en la posición 6.
 a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c.
 C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).

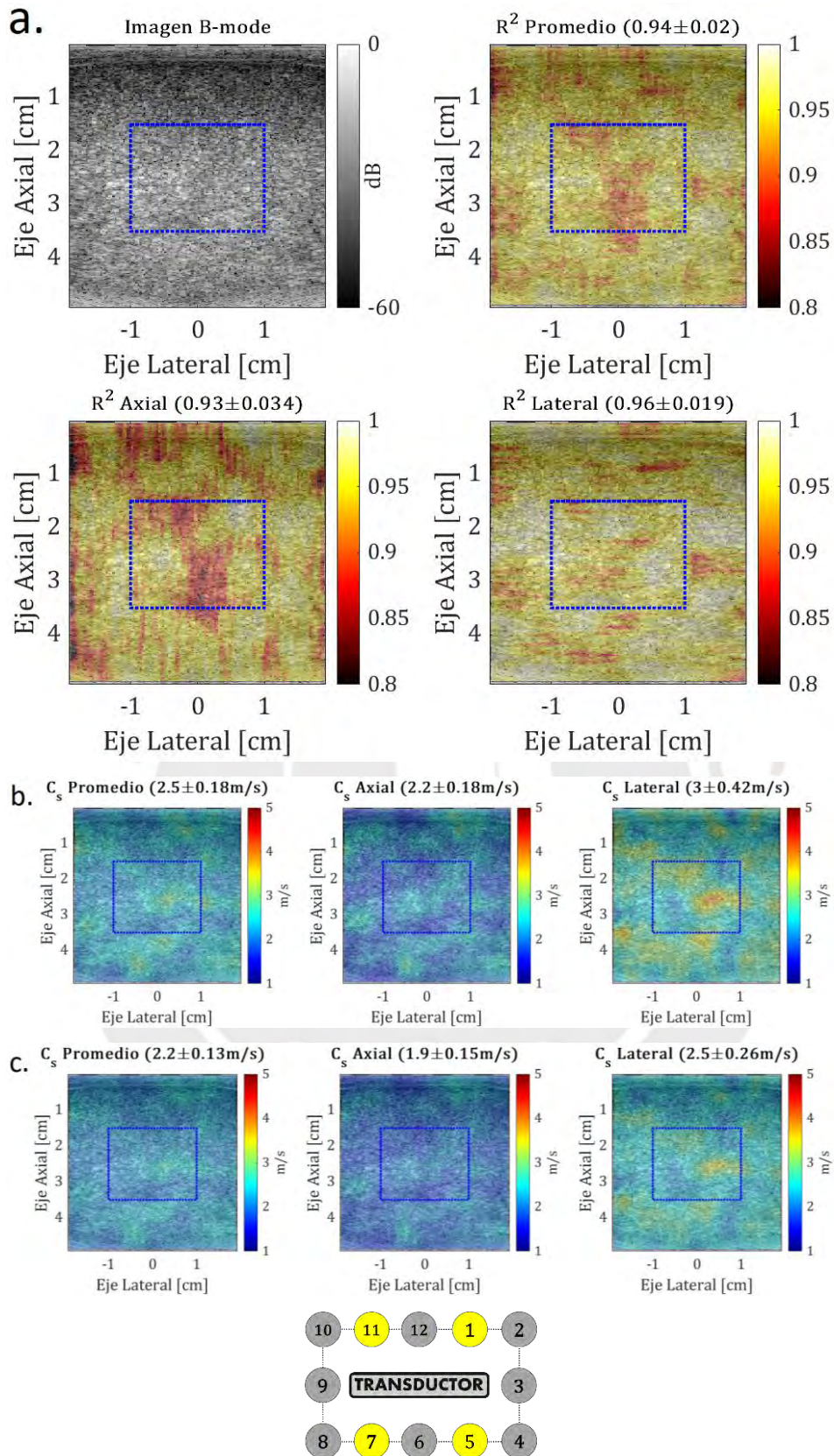


Figura A.4. Imágenes elastográficas con 4 puntos de contacto en las posiciones 1,5,11 y 7. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).

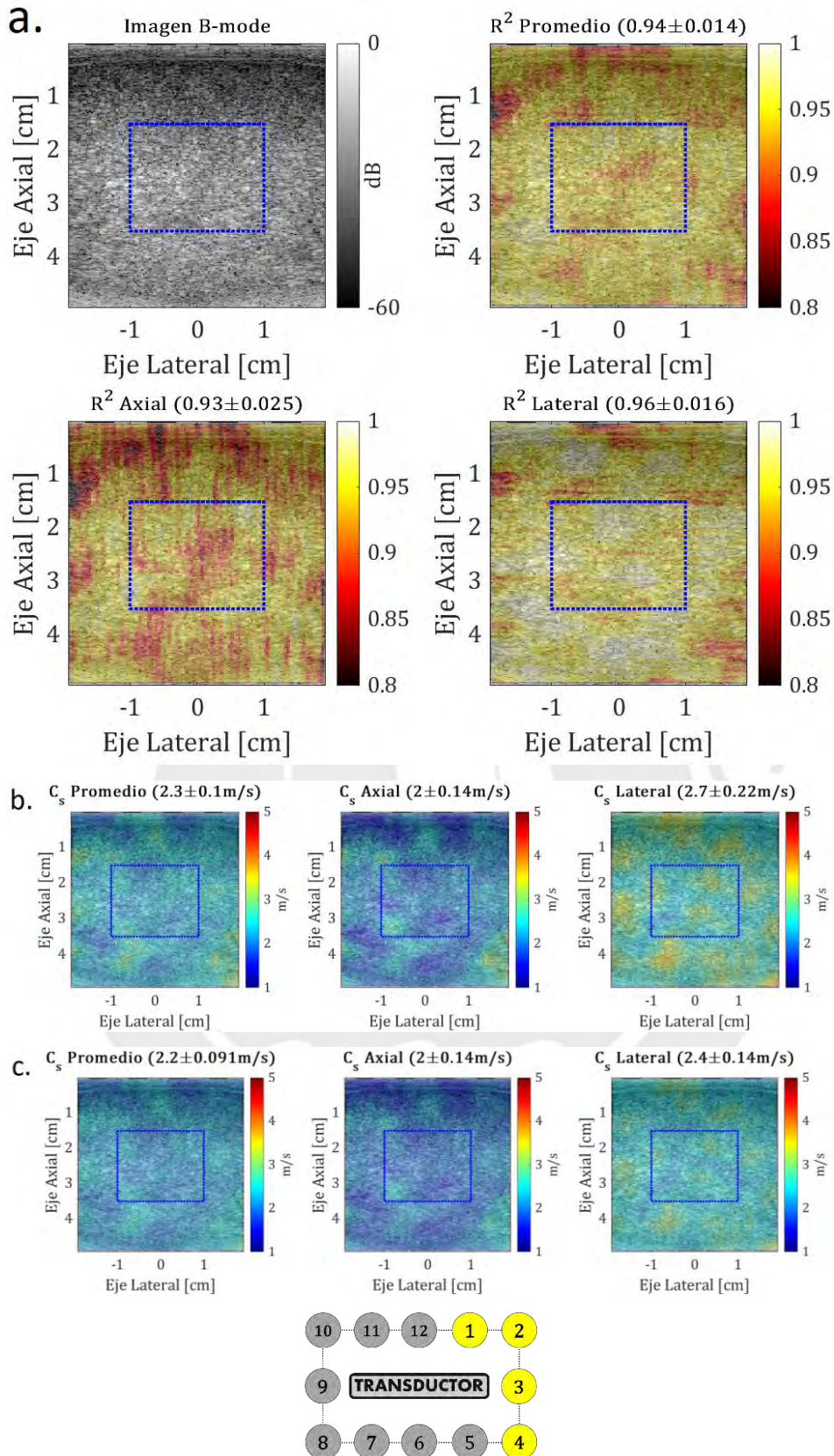


Figura A.5. Imágenes elastográficas con 4 puntos de contacto en las posiciones 1,2,3 y 4. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).

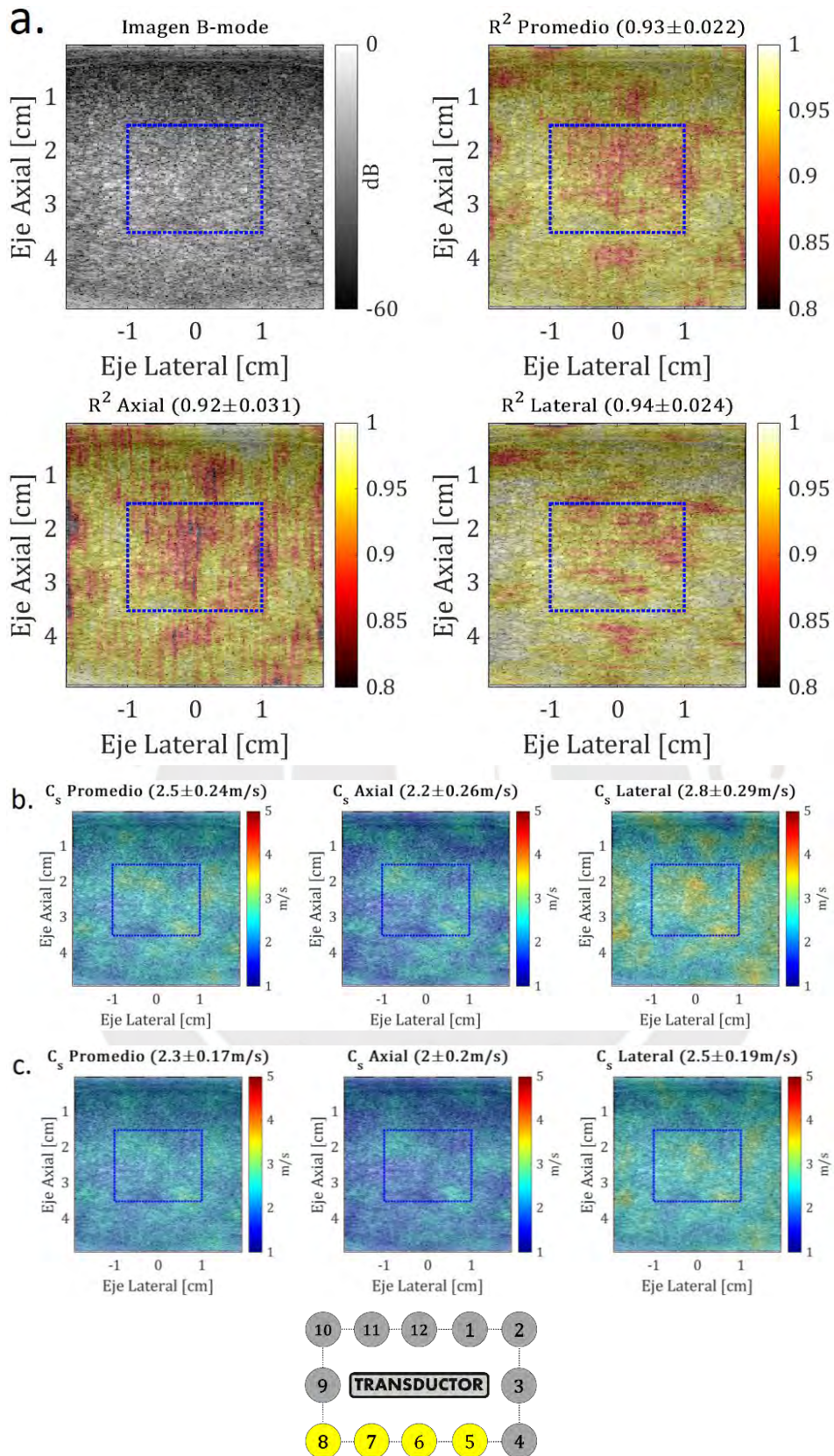


Figura A.6. Imágenes elastográficas con 4 puntos de contacto en las posiciones 5, 6, 7 y 8. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MDoW (promedio, axial y lateral).

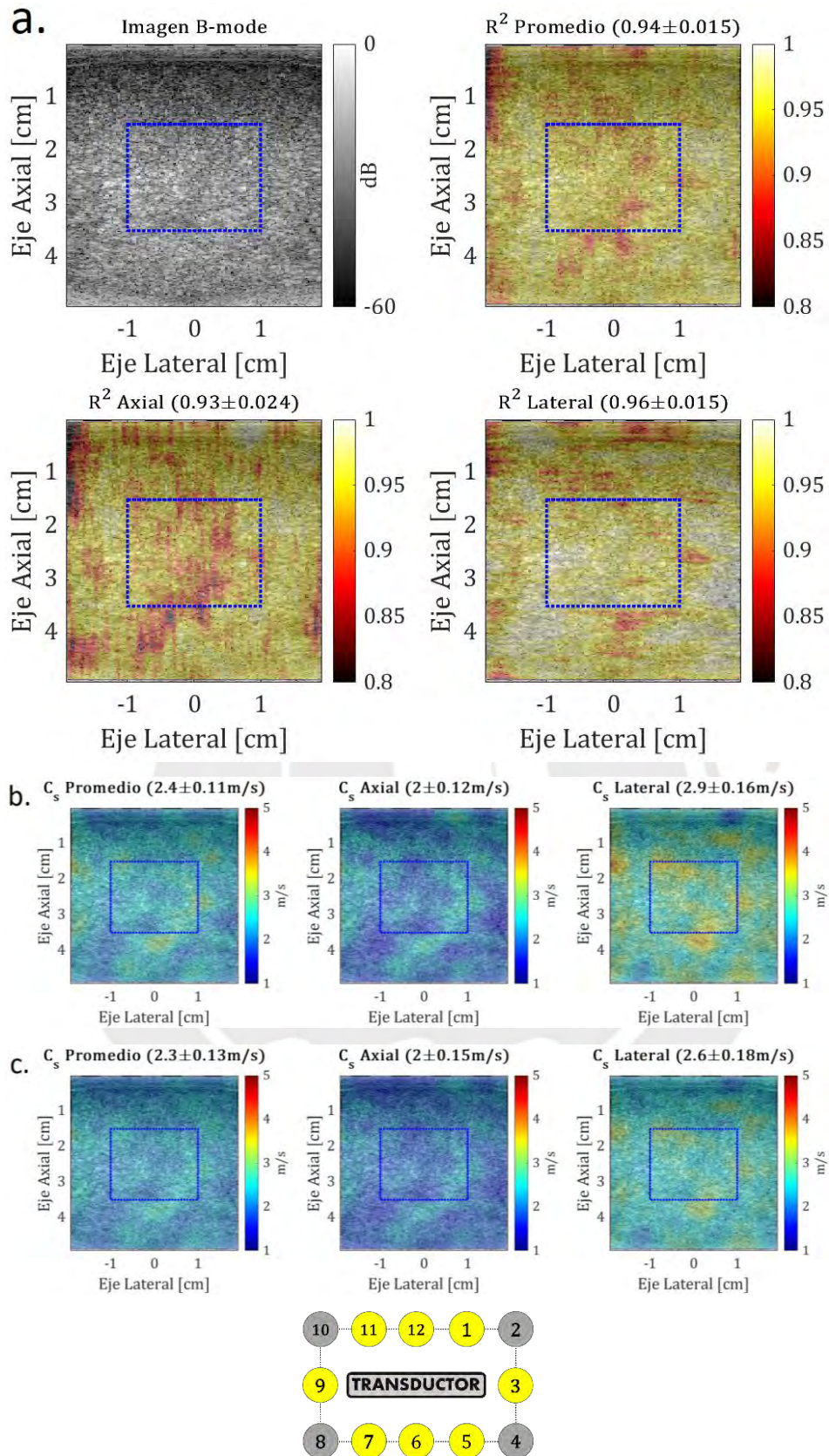


Figura A.7. Imágenes elastográficas con 8 puntos de contacto en las posiciones 1, 3, 5, 6, 7, 9, 11 y 12. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).

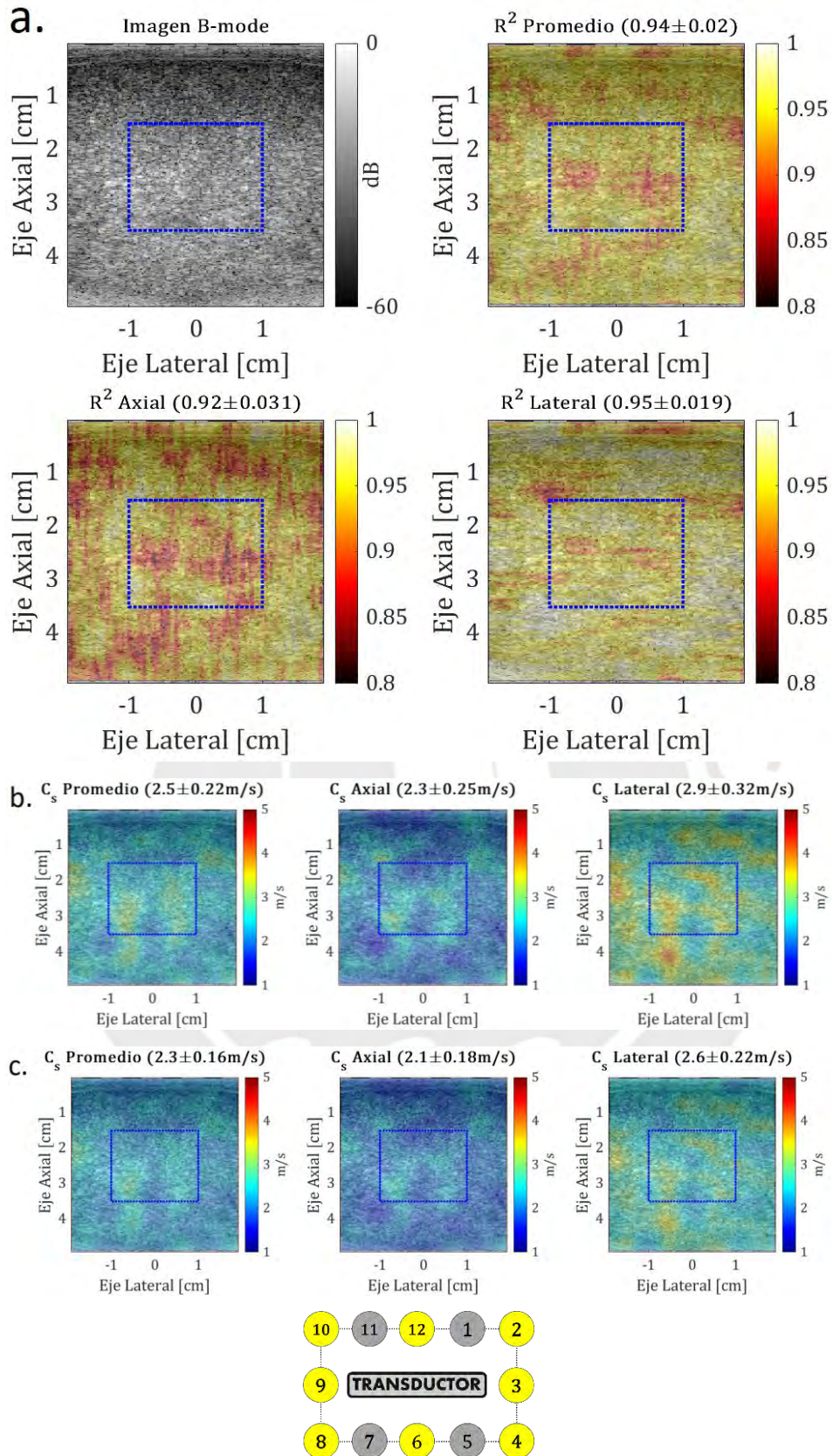


Figura A.8. Imágenes elastográficas con 8 puntos de contacto en las posiciones 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10 y 12. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).

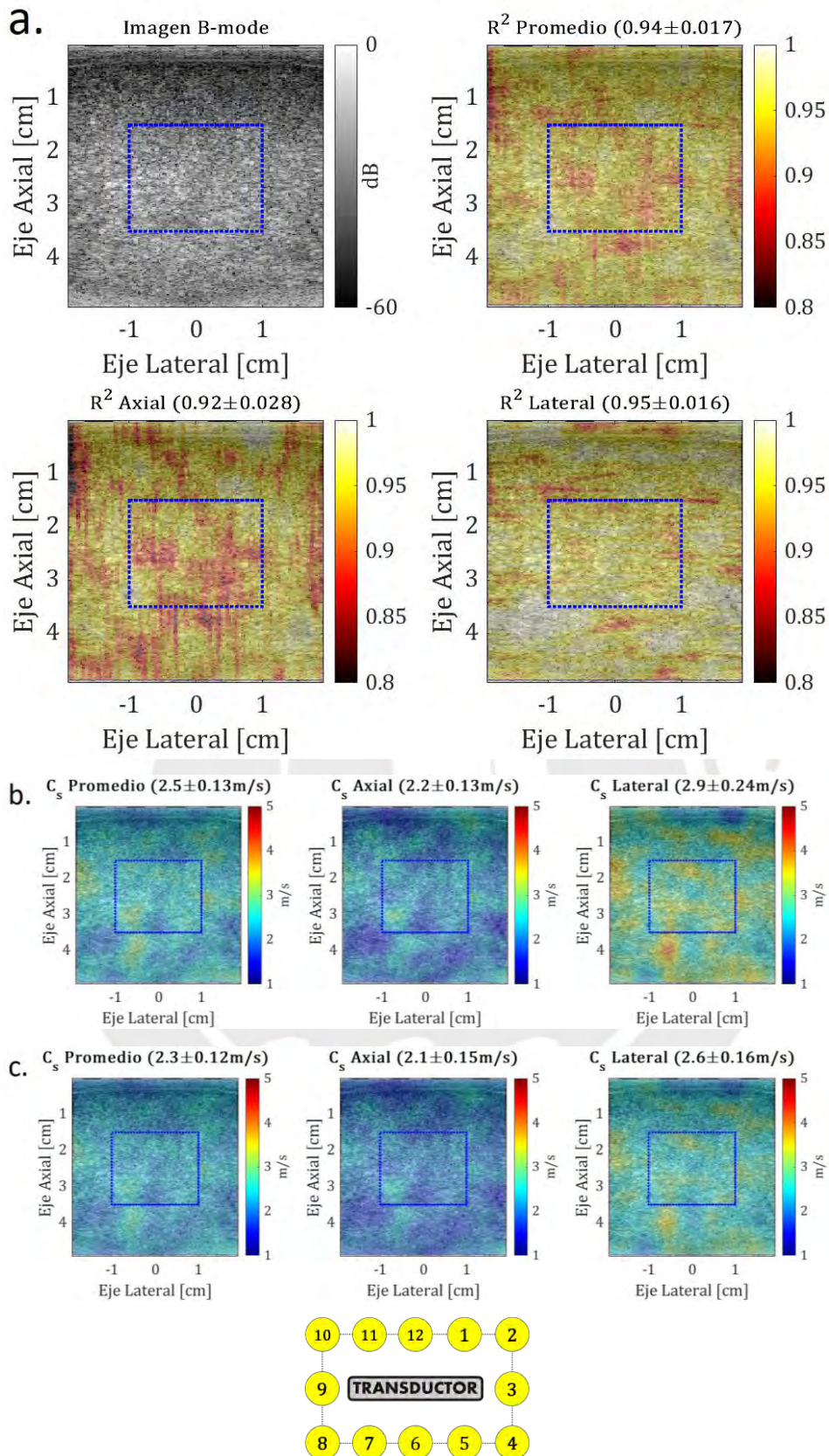


Figura A.9. Imágenes elastográficas con 12 puntos de contacto. a. R^2 (promedio, axial y lateral). b. C_s con CF (promedio, axial y lateral). c. C_s con MAoW (promedio, axial y lateral).