

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



PUCP

**Estudio del diseño del control de nivel en un proceso de dos tanques
acoplados mediante control predictivo**

**TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA LA OBTENCIÓN DEL
GRADO DE BACHILLER EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN
INGENIERÍA ELECTRÓNICA**

AUTOR:

Diego Alejandro Oré Sánchez

ASESOR:

PhD. Juan Javier Sotomayor Moriano

Lima, febrero, 2021

RESUMEN

El empleo de tanques hidráulicos en actividades industriales es recurrente debido a la gran cantidad de industrias que utilizan fluidos y líquidos en sus procesos de producción. Para su correcto funcionamiento es necesario contar con un adecuado control del nivel en estos depósitos para que se aprovechen al máximo los recursos hidráulicos. El presente trabajo presenta un estudio del diseño de un sistema de control multivariable aplicado a una planta de dos tanques acoplados, que representa un proceso frecuente en la industria, y en el cual se pueden utilizar estrategias de control predictivo basado en modelo.

La investigación empieza revisando el estado del arte de las técnicas de control que se han diseñado para este sistema basadas en teorías de control clásico, control moderno y control avanzado, entre estos últimos los controladores predictivos.

Luego se expone la base teórica del control predictivo por matriz dinámica, estrategia con la cual es factible realizar el diseño de este controlador. Posteriormente, el modelo matemático lineal de la planta estudiada es presentado pues este servirá de referencia para el controlador.

Finalmente, se enuncian las conclusiones a las cuales se ha llegado a partir del estudio realizado y se proponen pautas para el diseño del controlador en cuestión a manera de recomendaciones para un trabajo futuro.

Índice General

Capítulo 1

1. Estudio del control de nivel en procesos TITO	1
1.1 Problemática	1
1.2 Descripción de procesos TITO	1
1.2.1 Procesos multivariables – Proceso TITO	1
1.2.2 Proceso de tanques acoplados – Configuración TITO	2
1.3 Control de nivel en el proceso de tanques acoplados TITO	4
1.4 Justificación	6

Capítulo 2

2. Control predictivo de un proceso de tanques acoplados TITO	8
2.1 Introducción	8
2.2 Control predictivo por matriz dinámica (DMC)	9
2.2.1 Introducción	9
2.2.2 Modelo de predicción	9
2.2.3 Función costo y algoritmo de control	12
2.2.4 DMC en sistemas multivariables	13
2.3 Modelamiento de la planta piloto	14
2.4 Requerimientos para aplicar el DMC al proceso de tanques acoplados TITO	17
Conclusiones	19
Recomendaciones y Trabajos futuros	20
Bibliografía	22

Índice de Figuras

Figura 1.1: Diagrama esquemático del sistema de tanque cuádruple (QTS) [6]	2
Figura 1.2: Diagrama esquemático del sistema de tanques acoplados (CTS) [6]	2
Figura 1.3: Diagrama de bloques del CTS (adaptado) [3].....	3
Figura 1.4: Planta piloto de cuatro tanques acoplados.....	4
Figura 1.5: Esquema de control descentralizado con desacoplamiento.....	5
Figura 2.1: Esquema de la planta piloto.....	15
Figura 2.2: Diagrama de bloques del sistema de control.....	18



INTRODUCCIÓN

En la actualidad, existe una amplia variedad de plantas industriales en las cuales se utilizan sistemas de tanques hidráulicos interconectados que permiten el almacenamiento, mezcla y tratamiento de distintos tipos de líquidos. Ejemplos de estas industrias son la farmacéutica, petroquímica, minera, alimentaria, etc. En estos sistemas surge la necesidad de controlar el nivel líquido en cada tanque, así como el flujo que circula entre estos, y estas tareas deben realizarse de manera óptima para aprovechar la mayor cantidad de recursos [13]. La planta de tanques acoplados desarrollada por Johansson en 1998 permite estudiar en el laboratorio este tipo de procesos hidráulicos con gran simplicidad, pero sin perder las características y los comportamientos de los procesos reales.

Es importante mencionar que realizar el control de estos sistemas de tanques no es sencillo de lograr debido a las interacciones entre sus variables y las dinámicas no lineales propias del sistema [3], [4]. Por ello, es relevante desarrollar controladores avanzados con un alto rendimiento y efectividad que permitan incrementar la eficiencia de estos sistemas.

Una técnica de control avanzado que ha adquirido gran aceptación tanto en el mundo académico como en la industria es la del control predictivo basado en modelo (MPC). Presenta grandes ventajas para el control de sistemas multivariables y no lineales ya que realiza predicciones sobre las posibles futuras salidas y optimiza las acciones de control que ingresan a las plantas reales [10]. Esta técnica permite sobrellevar las desventajas que tienen los controladores descentralizados clásicos cuando se aplican a estos sistemas multivariables.

En el presente trabajo, se realiza el estudio del diseño de un sistema de control de nivel predictivo basado en el control por matriz dinámica (DMC) para una planta de dos tanques acoplados instalada en el Laboratorio de Control Avanzado de la PUCP. Consecuentemente, se finaliza este estudio enunciando las conclusiones que se han derivado de la investigación y las recomendaciones para trabajos futuros.

1. Estudio del Control de Nivel en procesos TITO

1.1. Problemática

En la actualidad, existen diferentes industrias en las cuales el control de nivel es parte importante en el funcionamiento de sus procesos. Tal es el caso donde se utilizan tanques dentro de procesos de producción para el almacenamiento, tratamiento o mezcla de distintos líquidos. Ejemplo de ello son todas las industrias farmacéuticas, plantas petroquímicas, industrias de producción de bebidas y centrales nucleares [1]. Aquellos procesos hidráulicos requieren con frecuencia el bombeo de líquido para llenar un tanque, la conservación del nivel del mismo en determinada magnitud o la regulación del flujo en el traspase hacia otros tanques interconectados; por lo que, el control automático del nivel de líquidos en los tanques resulta ser una actividad primordial y permanente en la industria [1], [2].

Los sistemas de tanques interconectados pertenecen a la categoría de sistemas de múltiples entradas y salidas, también conocidos como MIMO por sus siglas en inglés. Esta clase de sistemas abundan en las industrias y, en ocasiones, son a la vez de naturaleza no lineal [3]. Encontrar el control adecuado para ellos es un desafío ya que existe una alta interacción o acoplamiento entre sus variables de entrada y salida, presentan parámetros variantes en el tiempo, y poseen restricciones sobre las variables que se pueden manipular [3], [4].

1.2. Descripción de procesos TITO

1.2.1. Procesos Multivariantes – Procesos TITO

Un proceso multivariable es aquel que está conformado por más de una variable de entrada y de salida. Se caracterizan porque la manipulación de una sola variable de entrada puede afectar las respuestas de distintas salidas a la vez. En particular, los procesos multivariantes con solo dos variables de entrada y dos de salida se conocen como procesos TITO, por sus siglas en inglés.

Seguidamente se describen las características y el funcionamiento del sistema hidráulico que es objeto de estudio en este trabajo. Luego, se presentarán algunas de las estrategias de control de nivel para este tipo de sistemas multivariable TITO.

1.2.2. Proceso de tanques acoplados – Estructura TITO

En el año 1998, Johansson presentó por primera vez un novedoso proceso de laboratorio denominado como el sistema de tanque cuádruple, abreviado como QTS debido a sus siglas en inglés. El proceso consiste de cuatro tanques de agua interconectados y dos bombas centrífugas, donde las entradas del sistema son los voltajes para ambas bombas mientras que las salidas son los niveles de líquido en los tanques, ver Fig. 1.1. En [5] se menciona que aunque el proceso es de sencilla implementación, aun así ilustra una gran variedad de fenómenos presentes en los sistemas multivariables. Esta característica ha hecho que el QTS se convierta en un punto de referencia, ampliamente aceptado, en donde probar técnicas de control multivariable.

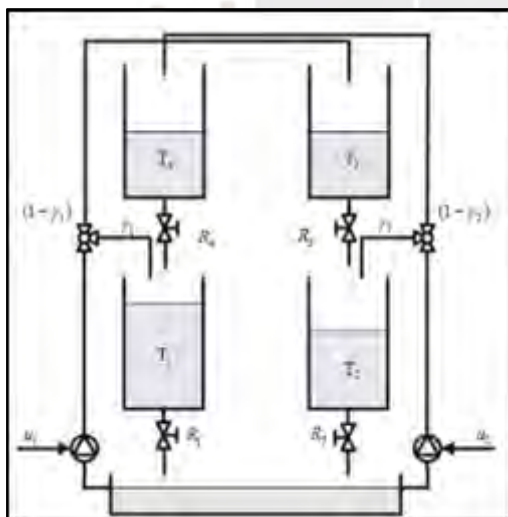


Figura 1.1. Diagrama esquemático del sistema de tanque cuádruple (QTS) [6].

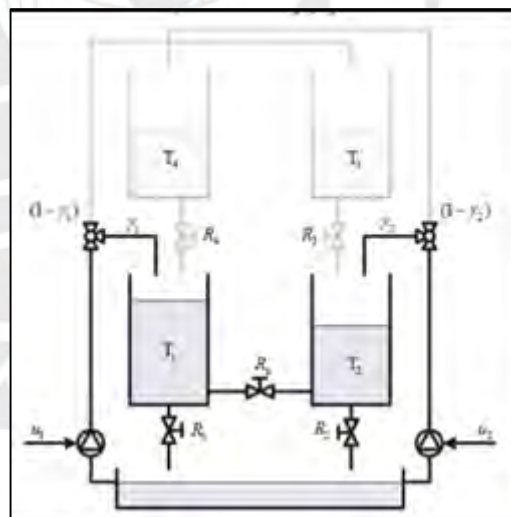


Figura 1.2. Diagrama esquemático del sistema de tanques acoplados (CTS) [6].

En consecuencia, diversos autores han trabajado no solo con el proceso original sino también con distintas variaciones del mismo. Existen hasta 6 modificaciones útiles del QTS para realizar pruebas de laboratorio [6]. El presente estudio se centrará en una de estas

modificaciones, denominada como sistema de tanques acoplados (CTS, en inglés), la cual consiste de solo dos tanques interconectados entre sí a través de una válvula, dos bombas para el llenado de cada tanque y un reservorio desde el cual se bombea el líquido. En la Fig. 1.2 se ilustra el diagrama esquemático de este sistema.

En el sistema CTS existe interrelación entre las variables de entrada y de salida de cada tanque. Ello implica que el nivel de líquido en cierto tanque no solo depende del flujo del líquido que ingresa al mismo desde el reservorio sino también del efecto que produce el otro tanque sobre este a través de la válvula de interconexión. Esta interdependencia se ilustra con el diagrama de bloques del CTS presentado en la Fig. 1.3.

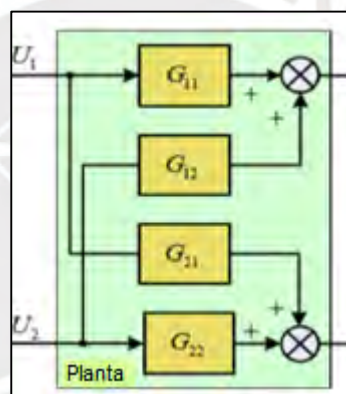


Figura 1.3. Diagrama de bloques del CTS (adaptado) [3].

Existe una planta piloto que se encuentra en el Laboratorio de Control Avanzado de la Pontificia Universidad Católica del Perú sobre la cual es posible realizar el diseño del sistema de control de nivel que se está estudiando. Como se muestra en la Fig. 1.4, esta planta es un sistema de cuatro tanques acoplados que permite seis posibles configuraciones, dentro de las cuales se encuentra el proceso de tanques acoplados que se va a estudiar. Los principales componentes de esta planta son los tanques superiores, el reservorio de alimentación, las bombas centrífugas, las válvulas de control, los sensores de caudal y de presión, los variadores de velocidad y las tuberías.



Figura 1.4. Planta piloto de cuatro tanques acoplados.

1.3. Control de nivel en el proceso de tanques acoplados TITO

En la sección anterior se mencionó que este proceso de tanques acoplados se ha utilizado recurrentemente para probar diferentes técnicas de control de procesos multivariables. Entonces, resulta necesario investigar acerca de estas técnicas para conocer la manera en que otros autores han abordado el control de esta planta y las conclusiones a las cuales llegaron.

Desde el enfoque del control clásico, se han propuesto distintos esquemas de control basados en controladores de tipo proporcional integrativo y derivativo (PID) y sus variantes. En estos esquemas se diseña un controlador por cada lazo de control que existe en la planta TITO, los cuales son dos, y se busca que cada uno de ellos regule el comportamiento de solo una variable de salida. De esta manera, el control se vuelve descentralizado, es decir, la planta TITO pasa a ser tratada como dos procesos SISO independientes el uno del otro. Para lograr lo último es necesario que se incluya una etapa de desacoplamiento entre los controladores y la planta, ver Fig. 1.5. Existen múltiples técnicas que trabajan con esta metodología entre las cuales se puede mencionar al control PID con sintonización secuencial [7], control PI de dos grados de libertad [3] o control por desacoplamiento invertido [8].

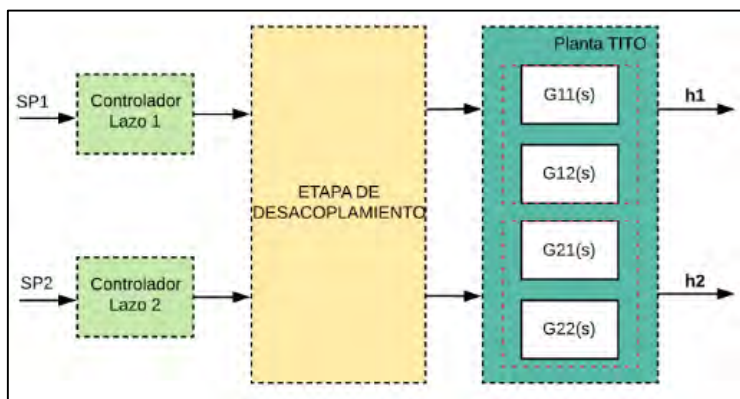


Figura 1.5. Esquema de control descentralizado con desacoplamiento.

Por otro lado, desde el enfoque de la teoría de control avanzado, también se han propuesto soluciones para el control de este proceso. Una de estas se basa en el control adaptativo por modelo de referencia (MRAC), en el cual se diseña un controlador PI en conjunto con un bloque de ajuste que permite variar los parámetros del anterior gracias a la inclusión del modelo de la planta en el controlador [9]. Otra de ellas utiliza el control de modelo interno (IMC) para diseñar un controlador PI utilizando la inversa de la función de transferencia del modelo matemático de la planta [2]. Estos dos casos también aplican un control descentralizado como en los anteriores, pero se distinguen principalmente en que sus controladores ahora incluyen cierto modelo de la planta.

Otra técnica de control avanzado que comparte esta última característica es el control predictivo basado en modelo de referencia (MPC). El MPC está orientado a realizar un control centralizado de la planta CTS, ello quiere decir que se cuenta con un solo controlador para todo el proceso y ya no dos como en los ejemplos anteriores. Esta técnica no define una estrategia en particular, sino que agrupa a diferentes algoritmos de control que comparten tres elementos básicos: un modelo de predicción de la planta, un bloque de optimización para las acciones de control y un horizonte de predicción. Estos controladores utilizan el modelo para predecir las respuestas de la planta ante determinados esfuerzos de control y así optimizarlos para lograr el mejor desempeño en la planta real [10].

Dentro de los trabajos que han aplicado el control predictivo en la planta de tanques acoplados se pueden mencionar tanto el de Usman y Bilal [11], el cual emplea la estrategia de control predictivo generalizado (GPC) y polinomios de Laguerre, como el de Awais et al. [12], en donde se emplea el MPC en tiempo discreto basado en la formulación de espacio de estados. En estos dos ejemplos se requiere un modelo lineal del proceso. Sin embargo, el MPC también puede basarse en un modelo no lineal tal como lo muestra la investigación de Owa et al. que emplea redes neuronales artificiales para el modelamiento del CTS y algoritmos genéticos para el bloque de optimización [13].

1.4. Justificación

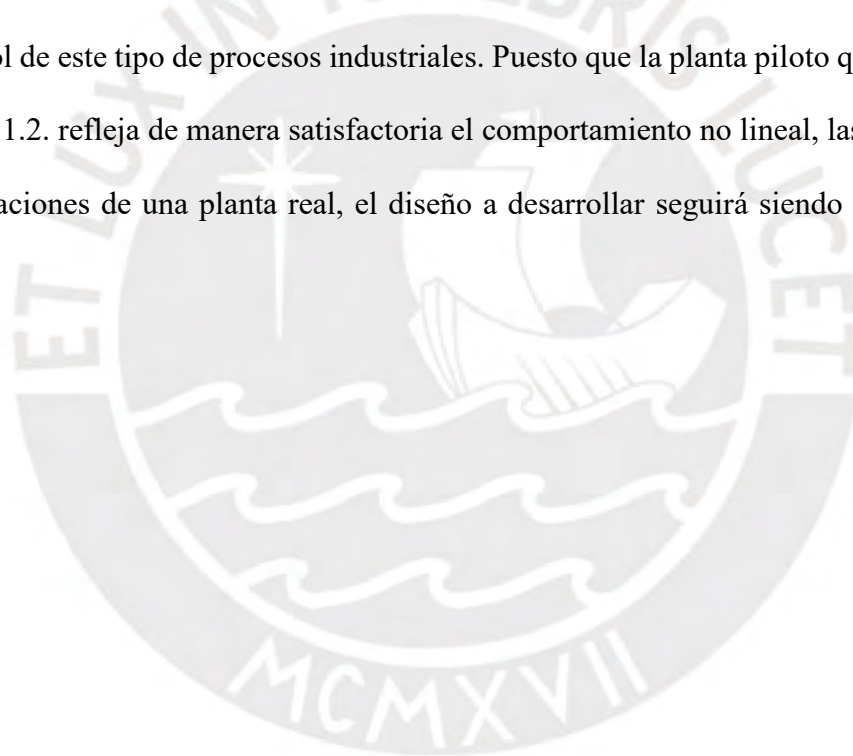
Los controladores PID son ampliamente utilizados para el control de diferentes plantas industriales gracias a su implementación sencilla y su notable efectividad en una gran variedad de procesos [7]. Alrededor del 90% de lazos de control en la industria incluye controladores PID [7]. Este controlador ha demostrado ser altamente efectivo al trabajar con sistemas SISO ya que pertenece al enfoque del control clásico, que está principalmente orientado a este tipo de sistemas.

Sin embargo, los procesos industriales con tanques acoplados son identificados como MIMO, por lo que se han tenido que desarrollar estrategias de control que permitan aplicar los controladores PID a estos procesos. Como ya se mencionó, la idea fundamental en estas estrategias es lograr un control descentralizado de la planta a partir de descomponer el sistema MIMO en varios subcomponentes SISO. De esta forma, se reduce la interacción que existe entre variables de distintos lazos y así permitir la aplicación del PID en cada uno de ellos.

La principal desventaja con el control descentralizado es que las etapas de desacoplamiento que utiliza no logran suprimir por completo la interacción entre las variables de los tanques [2], lo cual le resta efectividad al sistema de control de nivel y esto implica un desaprovechamiento económico para las industrias [13]. En consecuencia, debido a la ventaja que presenta el MPC

de no tener que desacoplar a los procesos MIMO, este ha encontrado muchas aplicaciones exitosas en la industria química, alimenticia y petroquímica [11]. Entonces, el MPC resulta ser una alternativa atractiva con la cual se puede realizar un control de nivel centralizado para procesos de tanques interconectados e inclusive permite considerar explícitamente restricciones en las variables del proceso. Aparte de ello, los controladores de tipo MPC pueden trabajar con dinámicas tanto lineales como no lineales para modelar el proceso [13].

Por lo tanto, en el presente trabajo se plantea el estudio del diseño de un controlador de nivel utilizando estrategias del MPC para una planta de dos tanques hidráulicos interconectados de 2 entradas y 2 salidas (TITO). El desarrollo de aquel controlador brindará una nueva solución para el control de este tipo de procesos industriales. Puesto que la planta piloto que se presentó en la sección 1.2. refleja de manera satisfactoria el comportamiento no lineal, las restricciones y las perturbaciones de una planta real, el diseño a desarrollar seguirá siendo válido para la industria.



2. Control predictivo de un proceso de tanques acoplados TITO

2.1. Introducción

El control predictivo basado en modelo (MPC) es una técnica de control avanzado que se caracteriza por su capacidad de manipular procesos multivariables de manera sencilla, incluso ante la presencia de restricciones o comportamientos no lineales [14]. Debido a ello, su uso en la industria ha adquirido popularidad en las últimas décadas, encontrando aplicaciones en procesos industriales, por ejemplo, en el control de motores [15] o en procesos de centrales térmicas [16].

El término MPC no se refiere a una técnica de control en particular, sino que en realidad agrupa a diferentes estrategias que hacen uso de un modelo del proceso y de una función costo para calcular las leyes de control requeridas. Toda esta familia de estrategias comparte las siguientes características: emplean un modelo de la planta para pronosticar las salidas de la misma, obtienen las acciones de control a partir de minimizar una función costo de los errores futuros y siguen un principio de retroceso de horizonte.

Entre estas estrategias de control predictivo se encuentran el control predictivo generalizado (GPC) y el control por matriz dinámica (DMC). La principal diferencia entre estas radica en el tipo de modelo del proceso que emplean pues la primera utiliza un modelo CARIMA, mientras que la segunda, un modelo por respuesta al escalón. A comparación del GPC, un controlador DMC tiene una implementación más sencilla [17] y ello se debe a que no necesita resolver de manera recursiva una ecuación diofántica para calcular las predicciones, lo cual genera una mayor carga computacional para el controlador [18]. Debido a ello, se eligió la estrategia de DMC para realizar la propuesta de solución de este trabajo.

En el presente capítulo se desarrolla el marco teórico necesario para la aplicación de esta estrategia, así como, el modelamiento de la planta piloto de dos tanques acoplados.

2.2. Control predictivo por matriz dinámica (DMC)

2.2.1. Introducción

En esta sección se realiza un resumen de la fundamentación teórica del control DMC para procesos MIMO. Con este objetivo, se toma como base los capítulos 3 y 6 del libro *Model Predictive Control* de Camacho y Bordons [14], [19]. En primer lugar, se describe el planteamiento del control DMC para procesos SISO ya que el entendimiento de sus fundamentos es más sencillo en estos procesos. Posteriormente, se extiende el método para plantas multivariables.

2.2.2. Modelo de predicción

En esta estrategia de control se utiliza un modelo de predicción basado en la respuesta al escalón de la planta y las perturbaciones son consideradas constantes en todo el horizonte de predicción.

Como se emplea un modelo de respuesta al escalón, la salida de la planta queda descrita por la siguiente expresión:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) \quad (2.1)$$

Luego, se puede pronosticar el valor de la salida para un instante futuro k a partir del instante actual de la siguiente forma:

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + \hat{n}(t+k|t) \quad (2.2)$$

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) + \sum_{i=k+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + \hat{n}(t+k|t) \quad (2.3)$$

donde las perturbaciones en la predicción están representadas por el elemento $\hat{n}(t+k|t)$ y se consideran constantes a lo largo del horizonte de predicción, es decir,

$$\hat{n}(t+k|t) = \hat{n}(t|t) = y_m(t) - \hat{y}(t|t) \quad (2.4)$$

siendo $y_m(t)$ la salida medida de la planta real. Por consiguiente, considerando esta última expresión, (2.3) puede ser reescrita de la forma:

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) + \sum_{i=k+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+k-i) + y_m(t) - \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) \quad (2.5)$$

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) + f(t+k) \quad (2.6)$$

En (2.6) aparece un nuevo término $f(t+k)$ el cual representa la respuesta libre del sistema, respuesta que no depende de las futuras acciones de control y que se obtiene al realizar un cambio de variable en el segundo elemento de (2.5). Entonces, se cumple que

$$f(t+k|t) = y_m(t) + \sum_{i=1}^{\infty} (g_{k+i} - g_i) \Delta u(t-i) \quad (2.7)$$

y en el caso de que se trate de un sistema asintóticamente estable, los coeficientes g_i tienden a mantener un valor constante después de N periodos de muestreo. En ese caso, se considera

$$g_{k+i} - g_i \approx 0, \quad i > N \quad (2.8)$$

y, por ende, la respuesta libre del sistema quedará descrita por (2.9). Cabe mencionar que cuando el sistema no es asintóticamente estable, no es posible calcular $f(t+k)$.

$$f(t+k|t) = y_m(t) + \sum_{i=1}^N (g_{k+i} - g_i) \Delta u(t-i) \quad (2.9)$$

Con lo anterior, es posible calcular las predicciones de la salida sobre un horizonte de predicción p , considerando m acciones de control (horizonte de control). Cada predicción tendrá la forma:

$$\begin{aligned}
\hat{y}(t+1|t) &= g_1 \Delta u(t) + f(t+1) \\
\hat{y}(t+2|t) &= g_2 \Delta u(t) + g_1 \Delta u(t+1) + f(t+2) \\
&\vdots \\
\hat{y}(t+p|t) &= \sum_{i=p-m+1}^p g_i \Delta u(t+p-i) + f(t+p)
\end{aligned} \tag{2.10}$$

La expresión anterior puede representarse de manera más sencilla de forma matricial al definir una matriz G , de dimensiones $p \times m$, conocida como la matriz dinámica del sistema. Esta matriz contiene a todos los coeficientes provenientes del modelo de respuesta al escalón de la planta.

Se tiene entonces las siguientes matrices:

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_m & g_{m-1} & \dots & g_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_p & g_{p-1} & \dots & g_{p-m+1} \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}(t+1|t) \quad \hat{y}(t+2|t) \quad \dots \quad \hat{y}(t+p|t)]^T \tag{2.12}$$

$$\mathbf{u} = [\Delta u \quad \Delta u(t+1) \quad \Delta u(t+2) \quad \dots \quad \Delta u(t+m-1)]^T \tag{2.13}$$

$$\mathbf{f} = [f(t+1) \quad f(t+2) \quad \dots \quad f(t+p)]^T \tag{2.14}$$

Por lo tanto, las predicciones de la salida del sistema se pueden representar de manera simplificada mediante (2.15). Esta será la expresión que se utilizará para calcular las acciones de control futuras necesarias para obtener la respuesta deseada del sistema.

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} \tag{2.15}$$

2.2.3. Función costo y algoritmo de control

El objetivo principal del controlador DMC es lograr que la salida del sistema tenga una respuesta lo más cercana posible a la señal de referencia. Es por ello que las acciones de control se calculan de manera que se minimicen los errores futuros que se encuentran dentro de una función costo cuadrática J , que puede incluir los esfuerzos de control. Esta función queda definida de la siguiente forma:

$$J = \sum_{j=1}^p [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^m \lambda [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (2.16)$$

donde $w(t+j)$ representa la referencia para un instante j posterior. En este caso, la función costo tiene como parámetros a el horizonte de predicción p , el horizonte de control m y al factor λ , el cual pondera la importancia de los esfuerzos de control cuando se minimiza J . Así, cuando $\lambda=0$ significa que el objetivo primordial es lograr minimizar los errores futuros sin prestar atención a cuánto puedan variar las acciones de control.

La función costo J puede ser representada en forma matricial considerando las matrices \mathbf{u} , $\hat{\mathbf{y}}$, y $\mathbf{w} = [w(t+1)w(t+2) \dots w(t+p)]^T$, con lo cual se obtienen las siguientes expresiones:

$$J = (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w})^T (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}) + \lambda \mathbf{u}^T \mathbf{u} \quad (2.17)$$

$$J = (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w})^T (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w}) + \lambda \mathbf{u}^T \mathbf{u} \quad (2.18)$$

Luego, en el caso de que no se consideren restricciones, se puede calcular las acciones de control óptimas al hallar la derivada de la función costo J respecto de \mathbf{u} ($\frac{\partial J}{\partial \mathbf{u}}$) e igualarla a cero.

El resultado de ese procedimiento es el siguiente:

$$\mathbf{u} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} - \lambda \mathbf{I}_{m \times m})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (2.19)$$

Es importante recalcar que solo la primera fila del vector \mathbf{u} ($\Delta u(t)$) es aplicada a la planta real ya que las salidas reales siempre van a diferir de las predicciones debido a las perturbaciones.

2.2.4. DMC en sistemas multivariables

Una de las razones por las cuales la estrategia DMC es exitosa en la industria se debe a su habilidad de lidiar con procesos multivariables. El modelo de respuesta al escalón del sistema puede trasladarse de manera sencilla a plantas MIMO. Para ello, si se tiene una planta con n_u entradas, cada una de sus salidas y_j reflejará el efecto de todas las entradas de la siguiente manera:

$$y_j(t) = \sum_{k=1}^{n_u} \sum_{i=1}^{N_k} g_i^{kj} \Delta u^k(t-i) \quad (2.20)$$

en donde g_i^{kj} es la respuesta de la salida j debido a la aplicación de un escalón en la entrada k .

Se mantienen las mismas ecuaciones básicas de la formulación del DMC para sistemas SISO, con excepción de los vectores y matrices que ahora serán de mayor dimensión y con una definición diferente. Gracias a la linealidad del modelo, las predicciones de cada salida pueden superponerse y dan origen a un nuevo vector de predicciones:

$$\hat{\mathbf{y}} = [y_1(t+1|t), \dots, y_1(t+p_1|t), \dots, y_{ny}(t+1|t), \dots, y_{ny}(t+p_{ny}|t)]^T \quad (2.21)$$

De igual forma, se redefinen los vectores de las futuras acciones de control de las n_u entradas y de la respuesta libre de la planta.

$$\mathbf{u} = [\Delta u_1(t), \dots, \Delta u_1(t+m_1-1), \dots, \Delta u_{mu}(t), \dots, \Delta u_{mu}(t+m_{mu}-1)]^T \quad (2.22)$$

$$\mathbf{f} = [f_1(t+1|t), \dots, f_1(t+p_1|t), \dots, f_{ny}(t+1|t), \dots, f_{ny}(t+p_{ny}|t)]^T \quad (2.23)$$

La respuesta libre de cada salida ($f_j(t+k)$) se calcula en base a los valores pasados de la salida correspondiente y a todas las acciones de control pasadas. Con los vectores ya definidos, la ecuación de predicción (2.15) se mantiene igual considerando a la matriz \mathbf{G} como:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & \cdots & G_{1nu} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{ny1} & \cdots & G_{nynu} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

en donde cada matriz G_{ji} contiene los coeficientes de la respuesta al escalón de la j -ésima salida debido a la i -ésima entrada.

Por otro lado, la ley de control para estos casos se obtiene mediante la minimización de una nueva función costo que incluye matrices de ponderación R y Q , de dimensiones $ns.p \times ns.p$ y $nu.m \times nu.m$, para los errores futuros y los incrementos de control, respectivamente. La función costo queda representada mediante la siguiente expresión:

$$J = \sum_{j=1}^p \|\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)\|_R^2 + \sum_{j=1}^m \|\Delta u(t+j-1)\|_Q^2 \quad (2.25)$$

Finalmente, los valores óptimos de los incrementos de control futuros se calculan con el mismo procedimiento que en el caso de una sola variable. Se obtiene la siguiente solución analítica cuando no se consideran restricciones:

$$\mathbf{u} = (G^T R G - Q)^{-1} G^T R (\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (2.26)$$

Siguiendo el mismo principio que en el caso SISO, solamente los primeros incrementos en las acciones de control ($\Delta u_i(t)$) serán los que ingresen a la planta real.

2.3. Modelamiento de la planta piloto

Tal y como se describió en el capítulo anterior, la planta piloto consta de dos tanques hidráulicos, interconectados mediante una tubería y una válvula de conexión, que son alimentados por bombas centrífugas conectadas a un reservorio de agua. Cada tanque tiene un orificio de fuga conectado a una válvula para la salida de líquido hacia el reservorio, ver Fig. 2.1.

Las entradas de este proceso son los voltajes u_1 y u_2 de cada una de las bombas centrífugas y las salidas son los niveles de líquido en cada tanque, h_1 y h_2 . El objetivo es controlar estas salidas mediante los caudales de entrada (Q_{i1} , Q_{i2}) tomando en consideración los flujos de salida de cada tanque (Q_{o1} , Q_{o2}) y el efecto producido por el flujo en la interconexión (Q_x).

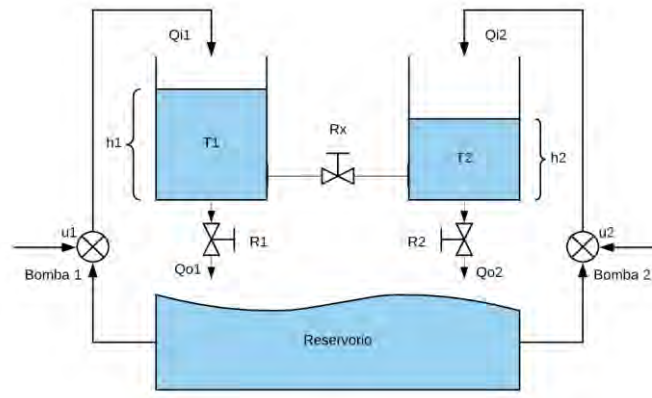


Figura 2.1. Esquema de la planta piloto.

Para el modelamiento de la planta mencionada se toma como referencia los trabajos [3] y [6]. En primer lugar, siguiendo el principio de Torricelli, los flujos de salida de cada uno de los tanques y el flujo por la tubería de interconexión se expresan como:

$$Q_{oi} = b_i a_i \sqrt{2gh_i} \quad (2.27)$$

$$Q_x = b_x a_x \operatorname{sgn}(h_1 - h_2) \sqrt{2g|h_1 - h_2|} \quad (2.28)$$

donde a_i, a_x representan la sección de orificios de salida; b_i, b_x , los parámetros de apertura de las válvulas y h_i , el nivel de líquido en el tanque correspondiente. El sentido del flujo en la tubería de interconexión dependerá de la cantidad de líquido en cada tanque ya que este flujo será de salida para el tanque con mayor nivel.

Luego, utilizando las dos ecuaciones anteriores, se puede obtener las ecuaciones no lineales de la planta:

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{k_p}{A} u_1(t) - \frac{b_1 a_1}{A} \sqrt{2gh_1(t)} - \frac{b_x a_x}{A} \operatorname{sgn}(h_1(t) - h_2(t)) \sqrt{2g|h_1(t) - h_2(t)|} \quad (2.29)$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{k_p}{A} u_2(t) - \frac{b_2 a_2}{A} \sqrt{2gh_2(t)} + \frac{b_x a_x}{A} \operatorname{sgn}(h_1(t) - h_2(t)) \sqrt{2g|h_1(t) - h_2(t)|} \quad (2.30)$$

donde:

A : sección transversal de los tanques (cm^2)

a_i : sección transversal del orificio de salida del tanque i (cm^2)

b_i : parámetro de apertura de las válvulas de salida del tanque i

b_x : parámetro de apertura de la válvula de conexión

h_i : altura del tanque i (m)

g : aceleración de la gravedad ($\frac{m}{s^2}$)

u_i : voltaje de entrada a de la bomba (V)

k_p : ganancia de las bombas ($\frac{cm^3}{V*s}$)

Seguidamente, para poder linealizar el sistema se debe de definir un punto de operación h_i^o para cada tanque, alrededor de los cuales la planta tendrá un comportamiento lineal. Se define la variable \bar{h}_i que representa la diferencia entre el nivel real y el punto de operación elegido. Entonces, con \bar{h}_1, \bar{h}_2 se pueden definir las constantes de tiempo para cada tanque y para la interconexión, T_1, T_2 y T_x , con los cuales será posible obtener las ecuaciones lineales del sistema:

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{k_p}{A} u_1(t) - \frac{h_1(t)}{T_1} + \frac{h_2(t) - h_1(t)}{T_x} \quad (2.31)$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{k_p}{A} u_2(t) - \frac{h_2(t)}{T_2} - \frac{h_2(t) - h_1(t)}{T_x} \quad (2.32)$$

Consecutivamente, se aplica la transformada de Laplace en las ecuaciones (2.31) y (2.32) con la finalidad de obtener las funciones de transferencia de la planta. Por lo tanto, en (2.33) se puede observar el modelo de la planta en el dominio de Laplace de forma matricial.

$$\begin{bmatrix} h_1(s) \\ h_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Los términos $G_{11}(s)$ y $G_{22}(s)$ representan las funciones de transferencia de cada una de las salidas respecto a su entrada correspondiente. La función $G_{12}(s)$ representa el efecto en el

tanque 1 debido a la entrada u_2 y; de manera similar, la función $G_{21}(s)$ relaciona al tanque 2 con la entrada u_1 . Este conjunto de funciones transferencia conforma una matriz denominada como la Matriz Transferencia de la planta.

Por último, se muestran las expresiones para cada elemento de la matriz transferencia en función de las constantes de tiempo T_1 , T_2 y T_x :

$$G_{11}(s) = \frac{\frac{k}{A} \left(s + \frac{T_x + T_2}{T_2 T_x} \right)}{s^2 + \left(\frac{T_1 T_x + T_2 T_x + 2T_1 T_2}{T_1 T_2 T_x} \right) s + \left(\frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_1 T_x} + \frac{1}{T_2 T_x} \right)}$$

$$G_{12}(s) = \frac{\frac{k}{A} \left(\frac{1}{T_x} \right)}{s^2 + \left(\frac{T_1 T_x + T_2 T_x + 2T_1 T_2}{T_1 T_2 T_x} \right) s + \left(\frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_1 T_x} + \frac{1}{T_2 T_x} \right)}$$

$$G_{21}(s) = \frac{\frac{k}{A} \left(\frac{1}{T_x} \right)}{s^2 + \left(\frac{T_1 T_x + T_2 T_x + 2T_1 T_2}{T_1 T_2 T_x} \right) s + \left(\frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_1 T_x} + \frac{1}{T_2 T_x} \right)}$$

$$G_{22}(s) = \frac{\frac{k}{A} \left(s + \frac{T_x + T_1}{T_1 T_x} \right)}{s^2 + \left(\frac{T_1 T_x + T_2 T_x + 2T_1 T_2}{T_1 T_2 T_x} \right) s + \left(\frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_1 T_x} + \frac{1}{T_2 T_x} \right)}$$

2.4. Requerimientos para aplicar el DMC al proceso de tanques acoplados TITO

A modo de conclusión de este capítulo, se presenta una tentativa propuesta de solución que se podría aplicar para este diseño, en donde se explica de manera general cómo aplicar la estrategia DMC en el proceso TITO estudiado.

En primer lugar, se calcula la matriz transferencia de la planta TITO en base a los parámetros físicos de la planta piloto del laboratorio y a determinados puntos de operación (h_1^o , h_2^o). Con los valores de esta matriz transferencia será posible obtener la matriz dinámica del sistema G .

En segundo lugar, se procede con la sintonización de los parámetros del controlador, los cuales son el horizonte de predicción, el horizonte de control, las matrices de ponderación R y Q , y la señal de referencia para instantes futuros. La Fig. 2.2 presenta el diagrama de bloques del sistema de control y sus interacciones con la planta. Con todo ello, se podrá definir funciones en Matlab para el cálculo de la ley de control y de las predicciones. Posteriormente, se realizan pruebas de simulación del controlador para analizar el desempeño del mismo ante variaciones en algunos de sus parámetros.

Finalmente, concluido el diseño del controlador, se desarrolla el diagrama de flujo del algoritmo de control desarrollado y se puede escribir un programa del mismo para mostrar que el controlador propuesto puede ser implementado en un controlador industrial.

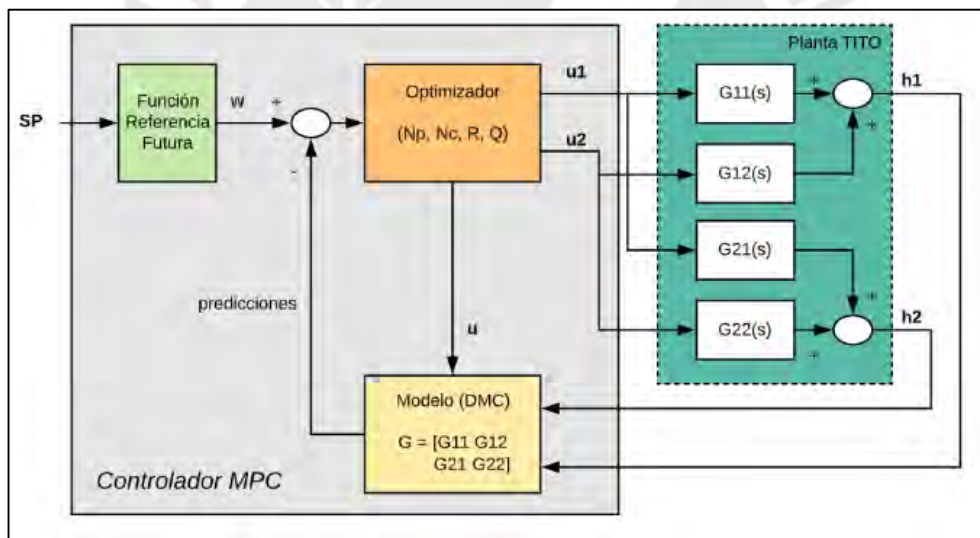


Figura 2.2. Diagrama de bloques del sistema de control.

CONCLUSIONES

La teoría de control predictivo basado en modelo (MPC) propone una solución efectiva para la relevante tarea del diseño del control de nivel de un proceso hidráulico de dos tanques acoplados. Ello se justifica a partir de la amplia presencia de este tipo de procesos hidráulicos en distintas industrias; por lo cual, lograr un control más efectivo de los mismos podría significar mejoras en eficiencia y ahorros monetarios.

A partir de la revisión de la literatura, se concluye que es posible implementar controladores predictivos para este proceso obteniendo mejores desempeños comparados con controladores descentralizados clásicos. De igual manera, se concluye que es importante elegir la estrategia de control predictivo a utilizar pues la planta no impide la aplicación de alguna de estas estrategias.

En consecuencia, luego de revisar el marco teórico, se llega a la conclusión de que es factible utilizar la estrategia de control por matriz dinámica (DMC) para el diseño del controlador gracias a que el proceso tiene una respuesta asintóticamente estable. Además, esta estrategia simplifica la etapa de diseño, utiliza ecuaciones matemáticas más sencillas de entender e implementar a nivel de software y a la vez permite trabajar con el modelo lineal de la planta.

Tomando como referencia la Fig. 2.2, se concluye que el diseño del controlador está conformado por dos bloques principales: el modelo de predicción, conformado por la matriz dinámica de la planta, y el optimizador, quien calculará las acciones de control óptimas. Este último bloque necesita la definición de cuatro parámetros por parte del diseñador; por lo cual, la etapa de diseño también deberá contemplar un adecuado proceso de sintonización.

RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Se recomienda que en el diseño del control de nivel de este proceso se defina en primer lugar los puntos de operación alrededor de los cuales linealizar el sistema, tomando en cuenta que los valores de las entradas en estado estable deben ser físicamente alcanzables. De esta manera, se podrá calcular las funciones de transferencia de la planta piloto siguiendo las ecuaciones presentadas en el Marco Teórico.

Para la obtención de la matriz dinámica del proceso TITO, se recomienda trabajar de forma individual con cada uno de los cuatro subprocesos que la conforman ya que así el cálculo de los coeficientes de esta matriz resulta ser más intuitivo y simple. En cuanto al horizonte del modelo y el tiempo de muestreo, se sugiere que ambos parámetros se definan mediante el análisis de las respuestas ante un escalón de cada subproceso.

Se recomienda desarrollar un programa en Matlab que simule el comportamiento del controlador DMC siguiendo la lógica del algoritmo de control descrita en el capítulo 2. Ello permitirá validar el correcto funcionamiento del controlador y cómo este puede variar debido a modificaciones en los parámetros de sintonización o del modelo.

Como una primera aproximación para la sintonización del controlador, se sugiere seguir las reglas prácticas elaboradas por Shridar y Cooper [22], las cuales utilizan únicamente los parámetros de las funciones de transferencia de la planta. Posteriormente, es recomendable realizar una nueva sintonización siguiendo el método propuesto por Han et al. [21], el cual incorpora un algoritmo de optimización para el cálculo de los parámetros del controlador. Luego, se sugiere realizar una comparación entre ambos métodos y elegir aquel que obtenga mejores resultados en la respuesta del sistema.

Finalmente, se recomienda realizar la propuesta de implementación del controlador diseñado que permita demostrar que este podría trasladarse de un entorno de simulación a un entorno real de trabajo. Para ello se podría implementar el controlador en el entorno LabView.



Bibliografía

- [1] J. Anna John, N. E. Jaffar y R. Mary Francis, “Modelling and Control of Coupled Tank Liquid Level System using Backstepping Method.”
- [2] S. Datta, U. M. Nath y C. Dey, “Design and implementation of decentralized IMC-PI controllers for real time coupled tank process,” en *IET Conference Publications*, 2015, vol. 2015, no. CP683, pp. 93–98.
- [3] A. Numsomran, T. Suksri y M. Thumma, “Design of 2-DOF PI controller with decoupling for coupled-tank process,” en *2007 International Conference on Control, Automation and Systems*, 2007, pp. 339–344.
- [4] R. J. Raj y S. N. Deepa, “Modeling and implementation of various controllers used for Quadruple-Tank,” en *Proceedings of IEEE International Conference on Circuit, Power and Computing Technologies, ICCPCT 2016*, 2016.
- [5] K. H. Johansson, “The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 8, no. 3, pp. 456–465, mayo 2000.
- [6] A. Numsomran, V. Tipsuwanporn y K. Tirasesth, “Modeling of the Modified Quadruple-Tank Process,” en *Proceedings of the SICE Annual Conference*, 2008, pp. 818–823.
- [7] H. G. Santana, S. D. Coelho y O. D. Almeida, “Application of multivariable PID controllers in a coupled tank system,” en *13th IEEE International Conference on Industry Applications, INDUSCON 2018 - Proceedings*, 2019.
- [8] S. R. Mahapatro, B. Subudhi, S. Ghosh y P. Dworak, “A comparative study of two decoupling control strategies for a coupled tank system,” en *IEEE Reg. 10 Annu. Int. Conf. Proceedings/TENCON*, pp. 3447–3451, 2017.
- [9] S. Kangwanrat, V. Tipsuwannaporn y A. Numsomran, “Design of PI controller using MRAC techniques for coupled-tanks process,” en *ICCAS 2010 - Int. Conf. Control. Autom. Syst.*, vol. 1, pp. 485–490, 2010.
- [10] E. F. Camacho y C. Bordons, “Introduction to model predictive control,” en *Model Predictive Control*, 2ª edición, Springer International Publishing, 2007, pp. 1–11.
- [11] M. U. Khalid y M. B. Kadri, “Liquid level control of nonlinear Coupled Tanks System using linear model predictive control,” en *Proceedings - 2012 International Conference on Emerging Technologies, ICET 2012*, 2012, pp. 31–35.
- [12] M. Awais, H. Alam y A. Muhammad, “Model Predictive Control Design for coupled Tank System,” en *The International conference Quality Time 2017*, 2018.
- [13] K. O. Owa, S. K. Sharma y R. Sutton, “Optimised multivariable nonlinear predictive control for coupled tank applications,” en *IET Conference on Control and Automation 2013: Uniting Problems and Solutions*, 2013.
- [14] E. F. Camacho y C. Bordons, “Model predictive controllers,” in *Model Predictive Control*, 2ª edición, Springer International Publishing, 2007, pp. 13–30.

- [15] A. X. Pan, G. Y. Wang y D. Huang, "Control of permanent magnet synchronous motor based on GPC," en *2008 International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, WiCOM 2008*, 2008.
- [16] P. Guo, "Research of multivariable GPC and its application in thermal power plant," en *First International Conference on Innovative Computing, Information and Control 2006, ICICIC'06*, 2006, pp. 35–38.
- [17] Y. Cheng, "A novel DMC-like implementation of GPC," in *Proceedings - 2013 International Conference on Mechatronic Sciences, Electric Engineering and Computer, MEC 2013*, 2013, pp. 362–366.
- [18] K. Kramer y H. Unbehauen, "Aspects in selecting predictive adaptive control algorithms," en *Proceedings of the American Control Conference*, 1992, vol. 3, pp. 2396–2401.
- [19] E. F. Camacho y C. Bordons, "Multivariable Model Predictive Control," en *Model Predictive Control*, 2ª edición, Springer International Publishing, 2007, pp. 127–176.
- [20] R. Shridhar y D. J. Cooper. "A Tuning Strategy for Unconstrained Multivariable Model Predictive Control," en *Ind. Eng. Chem. Res.*, 1998, vol. 37, no. 10, pp. 4003-4016.
- [21] Kai Han, Jun Zhao y Jixin Qian, "A Novel Robust Tuning Strategy for Model Predictive Control," en *2006 6th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Dalian, 2006, pp. 6406-6410.

