

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE POSGRADO



**ESTIMULACIÓN DE LA CAPACIDAD DE CREAR PROBLEMAS POR VARIACIÓN  
SOBRE SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS,  
EN DOCENTES DE MATEMÁTICA DE NIVEL SECUNDARIO**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER EN  
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

**AUTOR**

NEILL ALEXANDER GARCÉS GARCÍA

**ASESORA**

CAROLINA RITA REAÑO PAREDES

Mayo, 2021

## **DEDICATORIA**

A mi madre Lucila, quién a pesar de sus limitaciones, influyó en mí para cumplir mis objetivos.

A mi esposa Cecilia, por brindarme su apoyo y comprensión en todo momento.

A mis hijas, Sayumi y Alexandra, que son mi motivo para seguir mejorando.



## **AGRADECIMIENTOS**

A la Mg. Carolina Rita Reaño Paredes, por su tiempo, paciencia y asesoramiento en la elaboración de la presente investigación.

Al Dr. Uldarico Víctor Malaspina Jurado, que influyó en mí para realizar la tesis en la línea de investigación de creación de problemas, además de sus consejos precisos.

A la Dra. Rosa Cecilia Gaita Iparraguirre, por despertar en mí el interés por la investigación.

A la Mg. Augusta Rosa Osorio Gonzales, quién realizó el contacto con especialistas de la UGEL 07, para que docentes de esta unidad de gestión educativa, participen en el taller de creación de problemas, y sean tomados como sujetos de estudio para la presente tesis.

A mis amigos del equipo de instrumentos de la DIED: Hayde, Felipe, Hubner y Tulio, quienes siempre me apoyaron durante el transcurso de la maestría.

## RESUMEN

El desarrollo de la presente investigación se justifica por la necesidad de mejorar la capacidad de crear problemas en los docentes de matemática de nivel secundario respecto a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas. Este objeto matemático es un conocimiento muy importante, pero es poco tratado en la enseñanza escolar, y por ello, los docentes presentan dificultades al presentar problemas adecuados para que los estudiantes puedan lograr su comprensión. Esta investigación tiene por objetivo general analizar cómo la estrategia Episodio de clase, Problema pre, Problema pos, estimula la capacidad de crear problemas por variación, sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario. Para lograr este objetivo, se implementó un taller de creación de problemas con docentes de matemática del nivel secundario, en un entorno virtual. Este taller se realizó en tres sesiones de tres horas cada una. En la investigación se presenta la planificación, la parte experimental y el análisis de los resultados de tres docentes que asistieron a toda la secuencia de actividades propuestas. Se realizó una adaptación de la rúbrica que utilizó Martínez (2015) para evaluar la creatividad de un problema considerando la flexibilidad, originalidad y fluidez, como lo sugiere Malaspina (2014b). Finalmente, se comparó los resultados obtenidos entre la actividad de exploración inicial, durante el taller de creación de problemas y la actividad de exploración final. Los resultados mostraron un cambio favorable en la capacidad de crear problemas concluyendo que la estrategia EPP propuesta por Malaspina (2013a) logra estimular la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

**Palabras clave:** creación de problemas, sistema de inecuaciones lineales, entorno virtual, estrategia EPP.

## **ABSTRACT**

The development of this research is justified by the need to improve the ability to create problems in secondary level mathematics teachers with respect to systems of linear inequalities with two unknowns. This mathematical object is a very important knowledge, but it is little treated in school education, and therefore, teachers have difficulties when presenting appropriate problems so that students can achieve their understanding. The general objective of this research is to analyze how the strategy Class Episode, Problem Pre, Problem Pos, stimulates the ability to create problems by variation, on systems of linear inequalities with two unknowns, in mathematics teachers at secondary level. To achieve this objective, a problem-creation workshop was implemented with mathematics teachers at the secondary level, in a virtual environment. This workshop was held in three sessions of three hours each. The research presents the planning, the experimental part and the analysis of the results of three teachers who attended the entire sequence of proposed activities. An adaptation of the rubric used by Martínez (2015) was made to evaluate the creativity of a problem considering flexibility, originality and fluency, as suggested by Malaspina (2014b). Finally, the results obtained between the initial exploration activity, during the problem creation workshop, and the final exploration activity were compared. The results showed a favorable change in the ability to create problems, concluding that the EPP strategy proposed by Malaspina (2013a) manages to stimulate the ability to create problems by variation on systems of linear inequalities with two unknowns.

**Keywords:** posing problems, linear inequalities system, virtual environment, EPP strategy.

## ÍNDICE

	<b>Pág.</b>
Resumen	i
Índice	iii
Lista de Tablas	vi
Lista de Figuras	viii
Introducción	1
<b>CAPÍTULO I</b>	<b>3</b>
<b>PROBLEMÁTICA</b>	
1.1. Investigaciones de referencia	3
1.1.1. Investigaciones relacionadas con el objeto matemático sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas	3
1.1.2. Investigaciones relacionadas a la línea de creación de problemas	7
1.2. Justificación	11
1.2.1. Desde el análisis curricular	12
1.2.2. Desde las pruebas de docentes para el ascenso de escala en la carrera pública magisterial.	15
1.2.3. Desde la estructura matemática	16
1.2.4. Desde los textos escolares	19
1.2.5. Desde los obstáculos evidenciados en las investigaciones	19
1.2.6. Desde el enfoque de la creación de problemas	24
1.3. Pregunta y objetivos de la investigación	26
1.3.1. Objetivo general	27
1.3.2. Objetivos específicos	27

<b>CAPÍTULO II</b>	28
<b>SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES</b>	
2.1. Aspectos epistemológicos	28
2.1.1. Referencia histórica	28
2.1.2. Revisión de textos escolares	30
<b>CAPÍTULO III</b>	34
<b>MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA</b>	
3.1. Marco teórico	34
3.2. Estrategia episodio de clase, Problema pre, Problema pos (EPP)	37
3.3. Metodología y procedimientos	40
3.3.1. Fase exploratoria	41
3.3.2. Fase de planificación	42
3.3.3. Fase de entrada al escenario	44
3.3.4. Fase de recojo y análisis de la información	44
3.3.5. Fase de salida del escenario	46
3.3.6. Fase de la elaboración del informe	46
<b>CAPÍTULO IV</b>	48
<b>PARTE EXPERIMENTAL Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS</b>	
4.1. Fase de planificación de la secuencia de actividades del taller de creación de problemas	48
4.1.1. Diseño de la secuencia de actividades del taller de creación de problemas	49
4.1.2. Instrumentos de recojo de información	55
4.1.3. Rúbrica para analizar los problemas creados por variación	57
4.1.4. Codificación de los docentes participantes	63
4.1.5. Papel del investigador	63

4.2.	Fase de entrada al escenario	64
4.2.1.	Datos informativos de los docentes participantes del taller de creación de problemas	65
4.3.	Fase de recojo y análisis de la información	71
4.3.1.	Criterios para escoger a los sujetos de estudio	71
4.3.2.	Datos informativos de los sujetos de estudio	72
4.3.3.	Actividad de exploración inicial	75
4.3.4.	Episodio de clase n.º 1	99
4.3.5.	Episodio de clase n.º 2	121
4.3.6.	Actividad de exploración final	143
4.3.7.	Cuestionario final	176
<b>CAPÍTULO V</b>		187
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>		
5.1.	Conclusiones	187
5.2.	Recomendaciones	191
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>		193
<b>ANEXOS</b>		197
Anexo 1: Presentación del taller de creación de problemas		197
Anexo 2: Cuestionario de entrada		204
Anexo 3: Actividad de exploración inicial		205
Anexo 4: Episodio de clase n.º 1		207
Anexo 5: Episodio de clase n.º 2		208
Anexo 6: Actividad de exploración final		209
Anexo 7: Cuestionario de salida		210



<b>LISTA DE TABLAS</b>	<b>Pág.</b>
Tabla 1: Programación de las sesiones para el taller de creación de problemas...	48
Tabla 2: Actividades programadas en la primera sesión.....	49
Tabla 3: Actividades programadas en la segunda sesión.....	51
Tabla 4: Actividades programadas en la tercera sesión.....	53
Tabla 5: Rúbrica para analizar el problema creado por variación.....	62
Tabla 6: Datos recogidos del cuestionario de entrada.....	66
Tabla 7: Asistencia de los docentes en las actividades de cada sesión del taller de creación de problemas.....	71
Tabla 8: Rúbrica para analizar el problema creado en la actividad de exploración inicial por el docente D05.....	92
Tabla 9: Rúbrica para analizar el problema creado en la actividad de exploración inicial por el docente D11.....	95
Tabla 10: Rúbrica para analizar el problema creado en la actividad de exploración inicial por el docente D13.....	97
Tabla 11: Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D05 respecto al episodio n.º 1.....	103
Tabla 12: Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D11 respecto al episodio n.º 1.....	107
Tabla 13: Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D13 respecto al episodio n.º 1.....	110
Tabla 14: Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D05 respecto al episodio n.º 1.....	114
Tabla 15: Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D11 respecto al episodio n.º 1.....	117

Tabla 16: Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D13 respecto al episodio n.º 1.....	120
Tabla 17: Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D05 respecto al episodio n.º 2.....	126
Tabla 18: Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D11 respecto al episodio n.º 2.....	129
Tabla 19: Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D13 respecto al episodio n.º 2.....	132
Tabla 20: Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D05 respecto al episodio n.º 2.....	135
Tabla 21: Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D11 respecto al episodio n.º 2.....	139
Tabla 22: Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D13 respecto al episodio n.º 2.....	142
Tabla 23: Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D05 respecto a la actividad de exploración final.....	147
Tabla 24: Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D05 respecto a la actividad de exploración final.....	149
Tabla 25: Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D11 respecto a la actividad de exploración final.....	152
Tabla 26: Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D11 respecto a la actividad de exploración final.....	156
Tabla 27: Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D13 respecto a la actividad de exploración final.....	158
Tabla 28: Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D13 respecto a la actividad de exploración final.....	161

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>Pág.</b>
Figura 1: Niveles, ciclos y grados de la educación básica regular en el Perú.....	12
Figura 2: Sistema de inecuaciones lineales dentro de la descripción del nivel de la competencia esperado al final del ciclo VII.....	13
Figura 3: Pregunta n.º 25 de la Prueba de ascenso de docentes – 2018.....	15
Figura 4: Pregunta n.º 30 de la prueba de ascenso de docentes – 2019 .....	16
Figura 5: Capacidades e indicadores de desempeño de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio .....	18
Figura 6: Índice del libro de Matemática 4. Santillana.....	19
Figura 7: Interpretación de la representación algebraica de una inecuación.....	20
Figura 8: Dificultad en análisis de una respuesta.....	21
Figura 9: Dificultad en las restricciones de un sistema de inecuaciones.....	23
Figura 10: Ejemplo de resolución de un problema en un entorno intramatemático.....	32
Figura 11: Ejemplo de resolución de un problema en un entorno extramatemático.....	33
Figura 12: Proceso de investigación cualitativa.....	41
Figura 13: Pregunta n.º 1 de la actividad de exploración inicial.....	76
Figura 14: Respuesta adecuada a la pregunta n.º 1 de la actividad de exploración inicial.....	77
Figura 15: Respuesta del docente D05 a la pregunta n.º 1 de la actividad de exploración inicial.....	78
Figura 16: Respuesta del docente D11 a la pregunta n.º 1 de la actividad de exploración inicial.....	78
Figura 17: Respuesta del docente D13 a la pregunta n.º 1 de la actividad de exploración inicial.....	79
Figura 18: Pregunta n.º 2 de la actividad de exploración inicial.....	80

Figura 19: Respuesta adecuada a la pregunta n.º 2 de la actividad de exploración inicial.....	80
Figura 20: Respuesta del docente D05 a la pregunta n.º 2 de la actividad de exploración inicial.....	81
Figura 21: Respuesta del docente D11 a la pregunta n.º 2 de la actividad de exploración inicial.....	82
Figura 22: Respuesta del docente D13 a la pregunta n.º 2 de la actividad de exploración inicial.....	83
Figura 23: Pregunta n.º 3 de la actividad de exploración inicial.....	84
Figura 24: Respuesta adecuada a la pregunta n.º 3 de la actividad de exploración inicial.....	84
Figura 25: Respuesta del docente D05 a la pregunta n.º 3 de la actividad de exploración inicial.....	85
Figura 26: Respuesta del docente D11 a la pregunta n.º 3 de la actividad de exploración inicial.....	86
Figura 27: Respuesta del docente D13 a la pregunta n.º 3 de la actividad de exploración inicial.....	86
Figura 28: Pregunta n.º 4 de la actividad de exploración inicial.....	87
Figura 29: Representación gráfica del sistema del problema n.º 4 de la actividad de exploración inicial.....	90
Figura 30: Problema creado por el docente D05 en respuesta a la pregunta n.º4 de la actividad de exploración inicial.....	91
Figura 31: Problema creado por el docente D11 en respuesta a la pregunta n.º4 de la actividad de exploración inicial.....	94
Figura 32: Problema creado por el docente D13 en respuesta a la pregunta n.º4 de la actividad de exploración inicial.....	96
Figura 33: Problema del episodio de clase n.º 1.....	100

Figura 34: Región factible del problema del episodio de clase n.º 1.....	101
Figura 35: Problema pre creado y resuelto por el docente D05 respecto al episodio n.º 1.....	103
Figura 36: Problema pre creado y resuelto por el docente D11 respecto al episodio n.º 1.....	106
Figura 37: Problema pre creado y resuelto por el docente D13 respecto al episodio n.º 1.....	110
Figura 38: Problema pos creado y resuelto por el docente D05 respecto al episodio n.º 1.....	113
Figura 39: Problema pos creado y resuelto por el docente D11 respecto al episodio n.º 1.....	116
Figura 40: Problema pos creado y resuelto por el docente D13 respecto al episodio n.º 1.....	119
Figura 41: Problema del episodio de clase n.º 2.....	122
Figura 42: Representación gráfica de la región factible del problema del episodio n.º 2.....	123
Figura 43: Problema pre creado y resuelto por el docente D05 respecto al episodio n.º 2.....	125
Figura 44: Problema pre creado y resuelto por el docente D11 respecto al episodio n.º 2.....	129
Figura 45: Problema pre creado y resuelto por el docente D13 respecto al episodio n.º 2.....	131
Figura 46: Problema pos creado y resuelto por el docente D05 respecto al episodio n.º 2.....	134
Figura 47: Problema pos creado y resuelto por el docente D11 respecto al episodio n.º 2.....	138

Figura 48: Problema pos creado y resuelto por el docente D13 respecto al episodio n.º 2.....	141
Figura 49: Problema propuesto en la actividad de exploración final.....	144
Figura 50: Representación gráfica de la región factible del problema de la actividad de exploración final.....	145
Figura 51: Problema pre creado y resuelto por el docente D05 respecto problema del la actividad de exploración final.....	146
Figura 52: Problema pos creado y resuelto por el docente D05 respecto problema del la actividad de exploración final.....	149
Figura 53: Problema pre creado y resuelto por el docente D11 respecto problema del la actividad de exploración final.....	151
Figura 54: Problema pos creado y resuelto por el docente D11 respecto problema del la actividad de exploración final.....	155
Figura 55: Problema pre creado y resuelto por el docente D13 respecto problema del la actividad de exploración final.....	157
Figura 56: Problema pre creado y resuelto por el docente D05 respecto problema del la actividad de exploración final.....	160
Figura 57: Sistematización de características de las resoluciones de los problemas creados por los docentes en la actividad de exploración final.....	163
Figura 58: Sistematización de las características respecto a los elementos de los problemas creados por los docentes.....	165
Figura 59: Sistematización de las características respecto a los elementos de los problemas creados por el docente D05.....	167
Figura 60: Sistematización de las características respecto a los elementos de los problemas creados por el docente D11.....	168
Figura 61: Sistematización de las características respecto a los elementos de los problemas creados por el docente D13.....	168

Figura 62: Sistematización de las características de la creatividad de los problemas creados por los docentes.....	170
Figura 63: Comparación de las características de la creatividad en los problemas creados por el docente D05.....	173
Figura 64: Comparación de las características de la creatividad en los problemas creados por el docente D11.....	174
Figura 65: Comparación de las características de la creatividad en los problemas creados por el docente D13.....	175



## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación se inicia con el fin de contribuir con la enseñanza–aprendizaje de la matemática en la educación secundaria, en particular, con los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas. Este objeto matemático, a pesar que se encuentra dentro de la programación curricular del Minedu, muchas veces no se contempla en la enseñanza de los estudiantes, quizás por la complejidad que presentan los docentes para orientar el propósito que motive a los estudiantes a la comprensión del objeto matemático. Por ello, consideramos que la creación de problemas es fundamental en la enseñanza–aprendizaje de los estudiantes, porque el docente les debe presentar problemas adecuados, los cuales permitan observar las dificultades que presentan para el aprendizaje de este conocimiento, poder orientarlos a que reflexionen sobre su proceso y que logren comprender este conocimiento; y principalmente, llegar a desarrollar esta capacidad de crear problemas en los docentes.

Por este motivo, en la presente investigación se presenta un taller de creación de problemas basada en la estrategia EPP propuesta por Malaspina (2017), en el cual se basa en una secuencia de actividades, el trabajo individual, el trabajo grupal y la socialización.

El presente trabajo de investigación se organizó en cinco capítulos, los cuales nos permitirá lograr el objetivo de esta investigación, es decir, analizar cómo la estrategia EPP estimula la capacidad de crear problemas por variación, sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario.



En el primer capítulo, se presentan investigaciones relacionadas con el objeto matemático, que es sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, y también investigaciones relacionadas con la creación de problemas. Además, se presentan las justificaciones de la investigación desde varias perspectivas, y finalmente, se presentan la pregunta de investigación, el objetivo general y los objetivos específicos.

En el segundo capítulo, se presentan los aspectos epistemológicos en relación al objeto matemático, es decir, a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

En el tercer capítulo, se presenta el enfoque de creación de problemas, la estrategia EPP propuesta por Malaspina (2017), y además el método de investigación, donde se considera a las fases de Latorre (1996).

En el cuarto capítulo, se describe la parte experimental y el análisis de los resultados obtenidos, antes, durante y después del taller de creación de problemas realizado de manera virtual con los docentes participantes.

En el quinto capítulo, se formaliza las conclusiones en relación a los objetivos de esta investigación, y se presenta algunas recomendaciones para futuras investigaciones en relación a la creación de problemas, y del taller virtual realizado.

## **CAPÍTULO I: PROBLEMÁTICA**

### **1.1. Investigaciones de referencia**

Iniciamos nuestra investigación presentando como sustento científico algunos trabajos de investigación donde explican las dificultades que tienen los estudiantes para resolver problemas de sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas. Para ello, se presentan investigaciones relacionadas al objeto de estudio que son los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas y también, investigaciones relacionadas con el enfoque de creación de problemas.

#### **1.1.1. Investigaciones relacionadas con el objeto matemático sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.**

Barbosa (2006), propone: “un conjunto de construcciones mentales que los estudiantes pueden desarrollar a fin de comprender el concepto de las inecuaciones. Esta investigación se basa en el método y desarrollo pedagógicos en matemática educativa creado por el grupo RUMEC” (p.11). La metodología propuesta en la investigación involucra el uso de un lenguaje de programación para aprender matemáticas, llamado ISETL.

Se realizó una comparación entre dos grupos de estudiantes: un grupo que aprendía con la enseñanza tradicional y otro grupo propuesto por el investigador. Para esta comparación utilizó el instrumento de la teoría APOE.

Los sujetos de estudio fueron estudiantes universitarios, ellos tuvieron dificultad en la aplicación e identificación de las propiedades de los números reales que se emplean, resolvían problemas de manera automática sin

comprender los conceptos matemáticos que estaban detrás de los métodos que usaban.

Algunas de las conclusiones a las que se llegó en la investigación fue que se debe poner mayor énfasis en el análisis de la equivalencia de las diferentes formas que se puede representar una inecuación mediante un lenguaje algebraico, y su influencia en el conjunto solución. Se debe destacar y presentar por separado las construcciones mentales que surgieron en las resoluciones gráficas. El lenguaje ISETL puede estimular al estudiante a una concepción, ya que al programar realiza un análisis de equivalencias en forma puntual, y en algunos casos solo presentaron una visión local dando valores, percibían cuando dos inecuaciones eran o no equivalentes. El autor está considerando inecuaciones equivalentes cuando se ha realizado un tratamiento dentro de la misma inecuación, por ejemplo, pasando un término a otro miembro de la inecuación.

Figueroa (2013), diseñó: “una propuesta didáctica para fortalecer en los alumnos las habilidades de resolución de problemas relacionados en sistemas de ecuaciones lineales con dos variables” (p. 8). Esta propuesta estaba apoyada en la creación de problemas y el uso adecuado del software Geogebra.

La investigación estuvo dada en el marco de la Teoría de las situaciones didácticas y la metodología que se utilizó fue la ingeniería didáctica.

Los sujetos de estudio fueron estudiantes del colegio Weberbaner. El estudio se empezó con una exploración y la observación de las dificultades

y errores comunes que presentaban los alumnos, solo empleando sus conocimientos previos, para luego realizar una comparación después de aplicar el diseño que se estaba proponiendo.

Se observó que algunos estudiantes presentaron muchas dificultades en expresar un enunciado algebraico como un enunciado verbal, y en menor dificultad, expresar un enunciado verbal como un enunciado algebraico.

Algunas de las conclusiones a las que se llegó fue la comprobación de que las situaciones didácticas ayudaron a fortalecer los aprendizajes que se relacionan con la resolución de problemas que involucran a los sistemas de ecuaciones en los estudiantes y, además, que al trabajar con problemas contextualizados o extramatemáticos favoreció a que los estudiantes tuvieran menos dificultades, esto se comprobó al comparar dos actividades. El estudio del objeto matemático en esta investigación fue de mucha relevancia para nuestro trabajo, ya que este objeto matemático guarda mucha relación en cuanto a la estructura matemática con los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, pudiendo observar las dificultades que se presentaron, y de esta manera nos sirva para realizar una exploración inicial en nuestra investigación.

Aguilar (2018), estudió a los sistemas de inecuaciones con dos incógnitas con el objetivo de analizar la manera en que la estrategia EPP de Malaspina (2017), estimula a los docentes en la capacidad de crear problemas por variación. Usó como método de investigación cinco de las seis fases descritas por Latorre (1996), estos son: la exploración, la planificación, la

entrada al escenario, el recojo y análisis de la información y la elaboración del informe.

La investigación se trabajó con el método de estudio de casos, se desarrolló mediante talleres, los sujetos de estudio son docentes de matemática de los primeros ciclos de la Universidad Privada del Norte (UPN) asistentes al taller de creación de problemas sobre sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, y se observó el antes y después de una secuencia de actividades según la estrategia: Episodio, problema Pre, problema Pos (EPP) de Malaspina (2017).

Los docentes tuvieron inconvenientes para interpretar las inecuaciones creadas por ellos mismos, precisamente en las incógnitas planteadas, no dando a conocer todos los posibles valores que pueden presentar, por lo que también tendrían dificultad en la interpretación gráfica. En la creación de problemas, tuvieron dificultades al proponer el requerimiento, los cuales se podían resolver de forma directa, y además que omitieron las restricciones, por ejemplo, en la no negatividad.

Se puede concluir que antes de la secuencia de actividades propuestas, la mayoría de los docentes han demostrado tener facilidad de comprensión sobre el objeto matemático, pero presentaban limitaciones en la creación de problemas. Se observa un cambio positivo respecto a la creación de problemas por parte de los docentes. Además, que la estrategia EPP si contribuye en la estimulación de la capacidad de crear problemas por variación con el objeto de sistema de inecuaciones lineales.

Las investigaciones coinciden en las dificultades que tienen los sujetos de estudio en las conversiones entre las representaciones verbales, algebraicas y gráficas -llamadas también cambio de registro- de la inequación, sistema de ecuaciones y sistema de inequaciones. Estas dificultades corresponden a estudiantes de educación básica, estudiantes universitarios y docentes. Además, muestran que las representaciones gráficas y las construcciones mentales son importantes para el aprendizaje de la resolución de problemas sobre sistemas lineales de dos incógnitas, por lo que se dará mayor énfasis al cambio de representaciones.

#### **1.1.2. Investigaciones relacionadas a la línea de la creación de problemas**

Martínez (2015), realizó un análisis de “cómo la estrategia EPP estimula la capacidad para crear problemas por variación de adición y sustracción de números naturales en los profesores de educación primaria” (p.38). Se usó una secuencia metodológica etnográfica de Arnal (citado por Rodríguez y Valldeoriola, 2009), para orientar la comprensión del objeto de estudio en su entorno natural. El estudio se realizó mediante talleres con docentes del nivel primario de la provincia de Huaral, y para las conclusiones se usó una rúbrica. Los docentes presentaron dificultades para entender un problema, similares a los que tiene un estudiante. Martínez (2015) elaboró una rúbrica con criterios descriptivos que usó Malaspina (2014c) y utilizó criterios numéricos con el propósito de realizar la descripción e identificación de la calidad de los problemas.

La metodología que se usó fue la etnográfica y se señalan que la estrategia EPP es pertinente para la estimulación a la capacidad de crear problemas aritméticos por los pasos sencillos que presenta, ya que gracias a esto los docentes mejoraron la calidad de los problemas que propusieron y, además, los participantes opinaron que la estrategia les permite integrar varias áreas con la realidad de los estudiantes.

En este trabajo de investigación se presenta una rúbrica para medir el nivel de creatividad de los docentes respecto a la creación de problemas, esta rúbrica servirá de base para realizar una adaptación y que guarde concordancia con nuestra investigación.

Rodríguez (2018), realizó un análisis de la contribución que tiene la creación de problemas en docentes en servicio respecto a la relación que hay entre ecuaciones y funciones cuadráticas. El método de investigación cualitativa que usó es el estudio de caso de docentes en servicio. La investigación consta de cinco fases descritas por Latorre, A., Rincón, D. y Arnal, J. (1996) según detalle: la exploración, la planificación, la entrada al escenario, el recojo y análisis de la información, y la elaboración del informe.

Se realizaron revisiones y análisis de libros específicamente sobre los temas de ecuaciones cuadráticas y funciones cuadráticas. Además, a dos profesores de matemática se les tomó pruebas pilotos, mediante talleres aplicando la estrategia EPP de Malaspina.

El estudio se realizó mediante talleres, y los docentes demostraron conocer por separado las ecuaciones cuadráticas y funciones cuadráticas, pero tuvieron dificultades cuando quisieron relacionarlos. La estrategia Situación, Problema pre, Problema pos (SPP) resultó muy útil en relacionar dos objetos matemáticos en la creación de problemas, en parejas de docentes.

El aporte de esta investigación para nuestro trabajo nos servirá para poner mayor énfasis en la socialización durante un taller, y también del tiempo que se debe usar en cada sesión, esto es para que los sujetos de estudio se puedan explayar sobre el objeto matemático y la explicación de los problemas creados.

Torres (2018), estudió la manera de integrar las nociones del análisis didáctico del enfoque Ontosemiótico en una estrategia de creación de problemas en docentes en servicio, involucrando a funciones cuadráticas. La estrategia que usó el autor fue Episodio, Reflexión didáctica, Problema pre, Problema pos (ERPP), la cual fue una propuesta mejorada por de la estrategia EPP, enfatizando la reflexión sobre la resolución y creación de problemas. Usó una metodología de investigación que consta de seis fases, es una adaptación de las fases descritas por Latorre (1996), añadiendo antes de la quinta fase que se trata sobre la elaboración del informe, una fase más llamada retirada del escenario, el cual trata sobre el análisis de las prácticas matemáticas, además de la vinculación de la creación de



problemas con el análisis didáctico, en este caso respecto al enfoque Ontosemiótico.

La investigación se realizó mediante talleres, los sujetos de investigación fueron docentes de instituciones estatales y particulares, tomando en cuenta sobre el manejo en funciones cuadráticas y la experiencia en creación de problemas, además de su experiencia docente.

La dificultad de los participantes en el taller fue el distinguir la representación verbal de la representación simbólica, esto se observó en una evaluación exploratoria antes del taller, lo que repercutió en el mismo, al momento de la creación de problemas.

Algunas de las conclusiones señalan que, para comenzar la investigación con los docentes, se debe poner énfasis que inicio de la creación de problemas parte desde el problema del Episodio de clase. Además, aquellos docentes que tienen la facilidad de resolver problemas, al estimularlos mediante la estrategia ERPP, muestran mejores condiciones para la creación de problemas, y si la competencia matemática del docente tiene un buen nivel, los problemas didácticos serán aún mejores, y, además, se enfatiza que es necesario resaltar la socialización de experiencias durante el trabajo grupal para enriquecer el taller realizado. Esta investigación al estar relacionada con la creación de problemas por variación, nos servirá como referencia para nuestra investigación.

Las conclusiones de las investigaciones coinciden en que es fundamental enfatizar la socialización de experiencias durante los talleres para implementar el enfoque de creación de problemas, específicamente en la aplicación de estrategias basadas en Episodio, Problema pre, Problema pos (Malaspina, 2014b), y de esta manera obtener resultados favorables relacionados a la estimulación de la capacidad de crear problemas en los sujetos de estudio. Además, se concluye que es necesaria la utilización de una rúbrica para evaluar los problemas creados, respecto a la creatividad, los elementos de un problema y características del objeto matemático, y también de las posibles falencias que los sujetos de estudio podrían tener respecto al conocimiento de los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

## **1.2. Justificación**

Para explicar la importancia de estudiar la estimulación de la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario; nos enfocaremos en seis ámbitos: en primer lugar, desde el análisis curricular, identificando la relevancia del objeto matemático en estudio de manera transversal durante los ciclos VI y VII (ver Figura 1), desde las ecuaciones, inecuaciones, sistemas de ecuaciones y sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, además de la movilización de distintos tipos de registros; en segundo lugar, desde las pruebas de docentes para el ascenso de escala en la carrera pública magisterial; en tercer lugar, desde la estructura matemática; en cuarto lugar, desde los textos escolares;

en quinto lugar, desde los obstáculos encontrados en las investigaciones y en sexto lugar, desde el enfoque de la creación de problemas y los resultados que se obtienen a través del mismo.

### 1.2.1. Desde el análisis curricular

Ministerio de Educación del Perú (2016a), en el Currículo Nacional de la Educación Básica está estructurado teniendo como base a cuatro definiciones curriculares que permiten concretar en la práctica educativa las intenciones que se expresan en el Perfil de egreso, estas son: competencias, capacidades, estándares de aprendizaje y desempeño.

Los niveles, ciclos y grados de la educación básica regular y alternativa son los que se muestra (ver Figura 1).

EDUCACIÓN BÁSICA REGULAR													
NIVELES	Inicial		Primaria					Secundaria					
CICLOS	I	II	III	IV	V	VI	VII						
GRADOS	años	años	1º	2º	3º	4º	5º	6º	1º	2º	3º	4º	5º
	0-2	3-5											

CICLO	INICIAL		INTERMEDIO			AVANZADO			
Grados	1.º	2.º	1.º	2.º	3.º	1.º	2.º	3.º	4.º
	Equivalente a Educación Primaria					Equivalente a Educación Secundaria			

Figura 1. Niveles, ciclos y grados de la Educación Básica Regular en el Perú.

Fuente: Adaptado del Currículo Nacional de la Educación Básica.

Precisamente el sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas es materia de nuestro estudio, y se encuentran en la competencia “Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio”, establecida en el Currículo Nacional para la Educación Básica.

Ministerio de Educación del Perú (2016a) establece que:

“El estudiante logre caracterizar equivalencias y generalizar regularidades y el cambio de una magnitud con respecto de otra, a través de reglas generales que le permitan encontrar valores desconocidos, determinar restricciones y hacer predicciones sobre el comportamiento de un fenómeno. Para ello plantea ecuaciones, inecuaciones y funciones, y usa estrategias, procedimientos y propiedades para resolverlas, graficarlas o manipular expresiones simbólicas. Así también razona de manera inductiva y deductiva, para determinar leyes generales mediante varios ejemplos, propiedades y contraejemplos” (p. 146).

El estudiante debe lograr el nivel esperado en cada ciclo, en este caso, debe realizar los desempeños del ciclo VII (ver Figura 2).

Competencia "Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio"	CICLO VII
Cuando el estudiante resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, combina las siguientes capacidades:	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.</li> <li>• Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.</li> <li>• Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.</li> <li>• Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.</li> </ul>	
<b>Descripción del nivel de la competencia esperado al final del ciclo VII</b>	
Resuelve problemas referidos a analizar cambios continuos o periódicos, o regularidades entre magnitudes, valores o expresiones, traduciéndolas a expresiones algebraicas que pueden contener la regla general de progresiones geométricas, sistema de ecuaciones lineales, ecuaciones y funciones cuadráticas y exponenciales. Evalúa si la expresión algebraica reproduce las condiciones del problema. Expresa su comprensión de la regla de formación de sucesiones y progresiones geométricas; la solución o conjunto solución de sistemas de ecuaciones lineales e <u>inecuaciones</u> ; la diferencia entre una función lineal y una función cuadrática y exponencial y sus parámetros; las usa para interpretar enunciados o textos o fuentes de información usando lenguaje matemático y gráficos. Selecciona, combina y adapta variados recursos, estrategias y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos en progresiones geométricas, solucionar ecuaciones lineales o cuadráticas, simplificar expresiones usando identidades algebraicas; evalúa y opta por aquellos más idóneos según las condiciones del problema. Plantea afirmaciones sobre enunciados opuestos o casos especiales que se cumplen entre expresiones algebraicas; así como predecir el comportamiento de variables; comprueba o descarta la validez de la afirmación mediante contraejemplos y propiedades matemáticas.	

Figura 2. Sistemas de inecuaciones lineales dentro de la descripción del nivel de la competencia esperado al final del ciclo VII.

Fuente: Adaptado del Programa curricular de Educación Secundaria (Minedu, 2016b) (p. 160).

Aquí se resalta los métodos gráficos y algebraicos, y el uso de propiedades de desigualdades como estrategias para resolver un sistema de inecuaciones lineales.

Asimismo, Minedu (2016b) en el Programa Curricular para la Educación Secundaria se señala que:

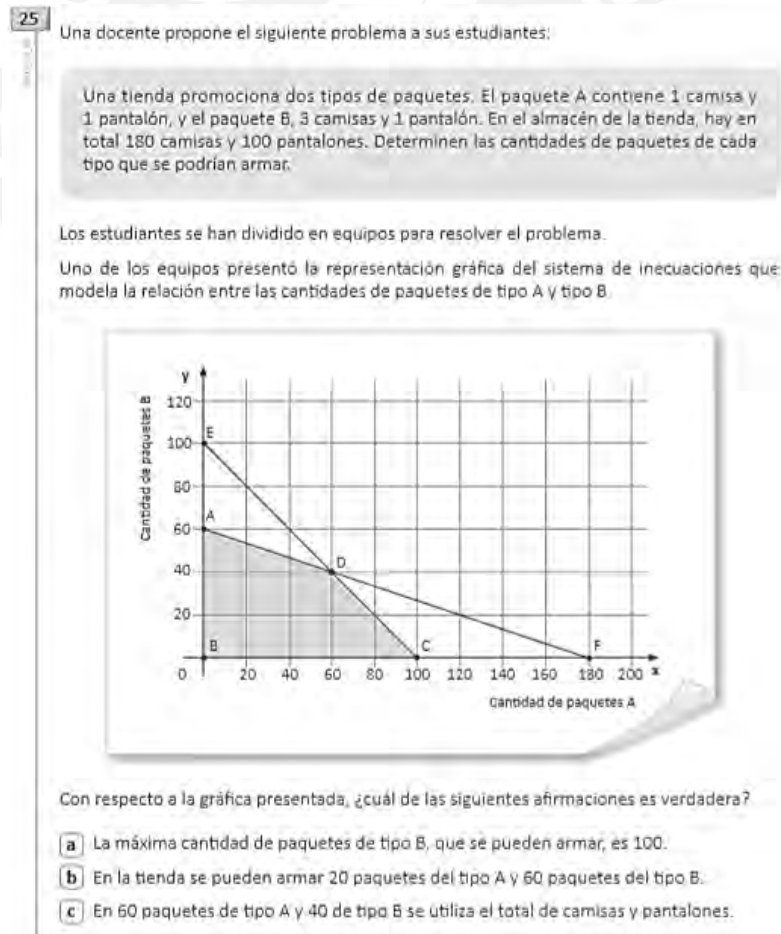
El marco teórico y metodológico que orienta la enseñanza y el aprendizaje del área de matemática corresponde al enfoque centrado en la resolución de problemas, algunas características son las siguientes: Al plantear y resolver problemas, los estudiantes se enfrentan a retos para los cuales no conocen de antemano las estrategias de solución. [...]. En este proceso, el estudiante construye y reconstruye sus conocimientos al relacionar, y reorganizar ideas y conceptos matemáticos que emergen como solución óptima a los problemas, que irán aumentando en grado de complejidad. Los problemas que resuelven los estudiantes pueden ser planteados por ellos mismos o por el docente para promover, así, la creatividad y la interpretación de nuevas y diversas situaciones (p. 148).

Por esto último, al señalar que los problemas que resuelven los estudiantes pueden ser planteados por ellos mismos o por el docente, se observa la importancia de la creación de problemas en la enseñanza-aprendizaje de

los estudiantes. Por ello, es imprescindible que el docente tenga la capacidad de crear problemas.

### 1.2.2. Desde las pruebas de docentes para el ascenso de escala en la carrera pública magisterial

El objeto matemático del presente estudio es considerado en las evaluaciones docentes, dentro de la resolución de problemas, pone énfasis en la interpretación de la representación gráfica como en el reconocimiento de las incógnitas. A continuación, se presentan 2 ítems tomados en los años 2018 y 2019 respectivamente (ver Figura 3 y Figura 4).



Con respecto a la gráfica presentada, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a La máxima cantidad de paquetes de tipo B, que se pueden armar, es 100.
- b En la tienda se pueden armar 20 paquetes del tipo A y 60 paquetes del tipo B.
- c En 60 paquetes de tipo A y 40 de tipo B se utiliza el total de camisas y pantalones.

Figura 3. Pregunta n.º 25 de la Prueba de ascenso de docentes - 2018  
Fuente: Concurso para el Ascenso de Escala en la Carrera Pública Magisterial 2018 (p. 21)

En la figura 4, la pregunta de dicha prueba requiere la interpretación de un registro gráfico de una situación que corresponde a un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, para ello es necesario reconocer la definición de cada incógnita, además de la región factible.

30 Cecilia confecciona una camisa en 1 hora y media, y un pantalón en 2 horas. Ella trabaja 8 horas al día a un mismo ritmo. Para entregar un lote de camisas y pantalones, tuvo un plazo máximo de 3 días de trabajo. Si se sabe que en ese lote entregó más de 14 prendas en total, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) Cecilia pudo entregar 12 pantalones como máximo.
- b) Cecilia pudo entregar 12 camisas como mínimo.
- c) Cecilia pudo entregar 8 camisas como máximo.

Figura 4. Pregunta n.º 30 de la prueba de ascenso de docentes - 2019

Fuente: Concurso para el Ascenso de Escala en la Carrera Pública Magisterial 2019 (p. 29)

En la figura 5, la pregunta de dicha prueba requiere resolver un problema que involucra al sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas para luego realizar una interpretación de la región factible.

El tipo de preguntas que se realizan en ambas pruebas respecto al sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas movilizan el cambio de registros y transformaciones, además de la interpretación de la región factible. Por ello, el conocimiento de este objeto matemático es importante para los docentes de matemática del nivel secundario en el Perú.

### 1.2.3. Desde la estructura matemática

El objeto matemático sistema de inecuaciones lineales es una parte integral de las matemáticas, ya que es una herramienta importante al utilizarlas en tomas de decisiones mediante la programación lineal. El sistema de inecuaciones lineales guarda relación con las ecuaciones lineales,

inecuaciones lineales, sistema de ecuaciones lineales y la programación lineal, este último correspondiente en el currículo de algunas carreras universitarias. Los tres primeros contenidos se desarrollan durante el transcurso de la etapa secundaria como un conocimiento matemático horizontal, tomando como referencia a las capacidades e indicadores de desempeño de los ciclos VI y VII de la educación básica regular de Perú (ver Figura 5).

Capacidad	CICLO VI		CICLO VII	
	1.° sec.	2.° sec.	3.° sec.	4.° sec.
Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos, regularidades, valores desconocidos, o relaciones de equivalencia o variación entre dos magnitudes. Transforma esas relaciones a expresiones algebraicas (modelo) que incluyen la regla de formación de progresiones aritméticas con números enteros, a ecuaciones lineales ( $ax + b = cx + d$ , $a$ y $c \in \mathbb{Z}$ ), a desigualdades ( $x > a$ o $x < b$ ).		Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades, y condiciones de equivalencias o variación entre magnitudes. Transforma esas relaciones a expresiones algebraicas (modelos) que incluyen la regla de formación de una progresión geométrica, a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, a inecuaciones ( $ax + b < cx + d$ , $ax + b > cx + d$ , $ax + b \leq cx + d$ y $ax + b \geq cx + d$ , $\forall a$ y $c \neq 0$ )	
Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la solución de una ecuación lineal y sobre el conjunto solución de una condición de desigualdad, para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación. Establece conexiones entre dichas representaciones y pasa de una a otra representación cuando la situación lo requiere.		Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la solución o soluciones de un sistema de ecuaciones lineales y sobre el conjunto solución de inecuaciones lineales, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones.	
Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y combina recursos, estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema para simplificar expresiones algebraicas usando propiedades de la igualdad y propiedades de las operaciones, solucionar ecuaciones e inecuaciones lineales.		Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas más óptimas para simplificar expresiones algebraicas, y solucionar sistemas de ecuaciones lineales e inecuaciones usando identidades algebraicas o propiedades de las igualdades y desigualdades.	



Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencias.	Plantea afirmaciones sobre las propiedades que sustentan la igualdad o la simplificación de expresiones algebraicas para solucionar ecuaciones e inecuaciones lineales, u otras relaciones que descubre. Justifica la validez de sus afirmaciones mediante ejemplos y sus conocimientos matemáticos. Reconoce errores en sus justificaciones o en las de otros, y las corrige.	Plantea afirmaciones sobre las posibles soluciones a un sistema de ecuaciones lineales o inecuaciones lineales. Justifica o descarta la validez de sus afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo.
--	--	---

Figura 5. Capacidades e indicadores de desempeño de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

Fuente: Adaptado del Programa Curricular de matemática de Perú (2016, pp. 158 - 160)

Aquí se detalla las capacidades matemáticas y los estándares de aprendizaje y desempeño que se desarrollan, y en ellas las diferentes formas de representaciones o tipos de registro que se desenvuelven respecto a los contenidos que son transversales conjuntamente con el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

La utilidad de los sistemas de inecuaciones lineales se dio en la época de la revolución industrial cuando se necesitaba asignar recursos escasos a las operaciones militares y se obligaba a encontrar un mecanismo adecuado para resolver dicho problema, de esta manera sirvió como ayuda para maximizar las utilidades y minimizar costos. Es una herramienta que se ha aplicado en diferentes áreas empresariales, en la economía de negocios, en las finanzas, en las operaciones-producción, operaciones-logística, decisión de fabricación o compra, administración de cartera de valores, mezclas de productos y problemas de dietas. Se utiliza en las empresas para que se haga más competitiva, y además se puede emplear en cualquier negocio que se desee emprender.

### 1.2.4. Desde los textos escolares

Los sistemas de inequaciones es un tema básico presente en el programa curricular de matemática del Minedu, pero no se está tomando en cuenta en los textos escolares que se proporcionan a los estudiantes en todo el Perú. Por ello es necesario que los docentes completen los vacíos que dejan dichos textos, por medio de problemas adecuados ya sean de contextos intramatemáticos o extramatemáticos (ver Figura 6).

<b>3</b> <b>Encuestas y variables. Progresiones</b> • Aprendizajes esperados 117	• Aprendiendo a preguntar	118	• ¿Cuántas veces doblarán un papel?	136
	• Animal preferido	120	• Cuyes peruanos	138
	• Para conçoemos más	122	• Reproducción de bacterias	140
	• Deporte y tiempo libre	124	• El Inio de los incas	142
	• Muestras y preferencias	126	• Criadero de truchas	144
	• Control de calidad	128	• Espárragos de exportación	146
	• Uso del correo electrónico	129	• Alpacas y lanas	148
	• Ahorro solidario	130	• Distancia entre planetas	150
	• Bote y rebote	132	• Planes de ahorro	151
	• Protegiendo la fauna latinoamericana	134	• Manzanos	152
<b>4</b> <b>Sistemas de ecuaciones. Inecuaciones. Relaciones métricas</b> • Aprendizajes esperados 153	• Medidas de una cisterna	154	• Pequeños empresarios del reciclaje	176
	• Cajas recicladas para quequitos	156	• Papeles que ayudan	178
	• De visita a la fábrica de cartones	158	• Venta de compactadoras de plástico	179
	• Caños ahorradores	160	• Agua para la pecera	180
	• Consumo responsable del agua	162	• Huertos ecológicos	182
	• Alfombra de flores	164	• Fertilizante orgánico	184
	• Un concurso singular	165	• Campaña solidaria	186
	• Recolección de botellas	166	• Cajas de cartón reciclado	188
	• Reciclaje creativo	168	• Módulo de equilibrio	190
	• Frutas y agua para una buena nutrición	170	• Repartiendo agua	192
• Campaña de reciclaje	172	• Lo más cerca del río	193	
• Muebles de aglomerado	174	• Frecuencia de goteo	194	
<b>5</b> <b>Ecuación y función cuadrática. Circunferencia</b> • Aprendizajes esperados 195	• Ampliación de la cancha de vóley	196	• Lanzamiento de una pelota	218
	• Mezcla de edades	198	• Rampa parabólica de skate	220
	• Uniformes para el equipo	200	• Tenis de mesa	222
	• Un regalo para la mejor velocista	202	• Cocina solar parabólica	223
	• Jugando con ecuaciones	204	• Preparándose para la competencia	224
	• Piscina en casa	206	• Formación integral	226
	• Ciclismo infantil	208	• Bandera de los Juegos Panamericanos	228
	• Llenado de piscina	209	• Descanso del deportista	230
	• Jugamos fútbol	210	• Cuidando el material atlético	232
	• Medicina deportiva	212	• Cámaras de antaño	233
• Juego de vóley	214	• La nona	234	
• Losa deportiva	216			

Figura 6. Índice del libro de Matemática 4.  
Fuente: Libro Matemática 4. Editorial Santillana.

### 1.2.5. Desde los obstáculos evidenciados en las investigaciones

En las investigaciones mencionadas en los antecedentes, se presentan evidencias de obstáculos que intervienen en la resolución de sistemas de inequaciones lineales con dos incógnitas, los cuales fueron tomados en cuenta para el desarrollo de nuestra investigación:

Barbosa (2006)

- Los estudiantes que tuvieron excelentes resultados en la resolución de inecuación por métodos algebraicos o gráficos, también lo tuvieron en al realizar operaciones con inecuaciones.
- Hubo la necesidad de extender las definiciones de interpretar y resolver una inecuación, pues implicaban más conceptos sobre la comprensión del conjunto solución, de la incógnita y de los gráficos.
- En la interpretación y resolución gráfica, presentaron mucha dificultad.

A continuación, un ejemplo de resultados que se obtuvieron de la investigación (ver Figura 7).

**b** Para todo número real  $x$ ,  $x \neq 2$ ,  $\frac{x^2+1}{x-2} > 3 \Leftrightarrow x^2+1 > 3(x-2)$

Zezé: Que esta expresión implica que  $x$  al cuadrado más uno, mayor que tres que multiplica  $x$  menos 2, y ahí ah..., y esa expresión implica otra, una implica a la otra. Sólo que vimos que no es así, porque se trata de que  $x$  menos dos es una variable que no sabemos si es positiva, puede asumir valores positivos y negativos, podría alterar el valor de esta desigualdad.

Figura 7. Interpretación de la representación algebraica de una inecuación.

Fuente: (Barbosa, 2016) Ejercicios elaborados para la recolección inicial (p. 63)

En el ejemplo mostrado, sobre analizar la veracidad de las afirmaciones, al estudiante universitario se le hace difícil el análisis, ya que está más acostumbrado a resolver problemas usando algoritmos.

Figuroa (2013)

- Los estudiantes presentan dificultades para cambiar de registro, por ejemplo, en cambiar del registro coloquial a un registro algebraico.

- Los estudiantes presentan inconvenientes para relacionar los datos del problema con las incógnitas y también en la interpretación de la solución del sistema.
- El 25 % de los estudiantes presentaron inconvenientes en usar un registro gráfico a partir de un registro algebraico.
- Los estudiantes presentaron inconvenientes al analizar sus respuestas, ya que presentaban valores que no correspondían al contexto del problema.

A continuación, un ejemplo de resultados que se obtuvieron de la investigación (ver Figura 8).

f. Resolver un problema similar, considerando que se mantienen fijos el precio del pasaje del metropolitano (S/.2), el número total de viajes (21) y el gasto total en pasajes (S/.53), pero el precio del pasaje en tren eléctrico variará. Examinar los casos de aumentos o disminuciones de S/.0,10 en S/.0,10. ¿Para qué precios del pasaje en tren eléctrico existen soluciones?

**Observaciones:**

- ✓ En este ítem, a pesar de que la situación planteada era similar a la del ítem anterior, los integrantes de algunos se mostraron confundidos y solicitaron ayuda del profesor.
- ✓ Solo un grupo respondió correctamente, es decir identificaron a: S/.3,10, S/.4,20 y S/.7,50, como los precios del pasaje en tren eléctrico que conducen a una solución razonable del problema. El resto de los grupos presentó dificultades en el análisis de sus respuestas, pues dieron algunos valores que no tenían sentido en el contexto del problema. Algunas respuestas fueron:
  - *Sí, si es 3; 3,1; 4,2; 7,5 y 13.*
  - *De S/.2,60 hacia delante, pues por mayor que sea el número, no volverá a ser negativo.*
  - *Desde 2,6 hasta S/.12.*

Figura 8. Dificultad en análisis de una respuesta.

Fuente: (Figuroa, 2013) Parte III: Trabajo grupal (p. 110)

En el ejemplo, no se está tomando en consideración el conjunto numérico en el que se está trabajando las incógnitas, las restricciones sobre la cantidad de decimales que se pueden tomar.

Aguilar (2018)

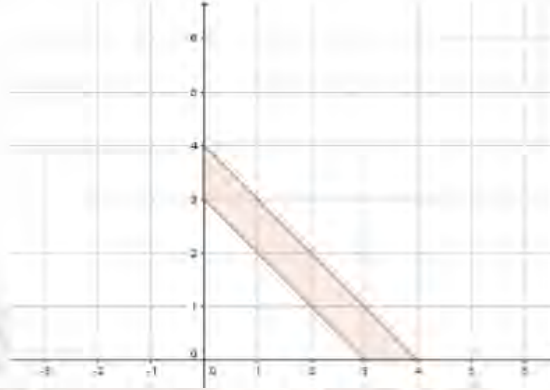
- Los docentes tuvieron inconvenientes en la interpretación que hacen de sus respectivas inecuaciones creadas.
- Seis de once docentes no logran establecer la representación algebraica que corresponde a un gráfico que presenta cotas, solo en el primer cuadrante.
- Cuando realizan variaciones a un problema, recurren generalmente al registro algebraico y el registro gráfico antes de formalizarlas.

A continuación, un ejemplo de resultados que se obtuvieron de la investigación (ver Figura 9).

**Anexo 12. Análisis de la “Prueba de exploración inicial”**

**Pregunta 1.-** Determina correctamente las inecuaciones lineales con dos incógnitas del sistema que le corresponda a la representación gráfica que se muestra:

a)



Docente	Ninguna inecuación correcta	Una inecuación correcta	Dos inecuaciones correctas	Tres inecuaciones correctas	Cuatro inecuaciones correctas	Inecuaciones correctas escritas por el docente	Inecuaciones incorrectas escritas por el docente
D01			X			$x + y \geq 3$ $x + y \leq 4$	
D02	-	-	-	-	-	-	-
D03			X			$y \leq -x + 4$ $y \geq -x + 3$	
D04					X	$3 \leq x + y \leq 4$ $x \geq 0$ $y \geq 0$	
D05			X			$x + y \geq 3$ $x + y \leq 4$	

Figura 9. Dificultad en las restricciones de un sistema de inecuaciones

Fuente: (Aguilar, 2018) Anexo 12 (p. 142)

Se observa que hay docentes que no toman en cuenta las restricciones, quizás pueda ser distracción, pero es necesaria en el cambio de registro algebraico.

### **1.2.6. Desde el enfoque de la creación de problemas**

Abu–Elwan (1999) afirma que:

Los formadores de docentes generalmente reconocen que los futuros docentes requieren orientación en el desarrollo de la capacidad de abordar y resolver problemas. Lo que a menudo se pasa por alto es el hecho de que, como docentes ellos deben ir más allá del rol de sólo resolver problemas. El profesional debe ser hábil en el descubrimiento y en la creación correcta de problemas que requieren soluciones (p. 1).

NCTM (2000), en los principios y estándares para las matemáticas escolares se plantea como:

Una aspiración de ese proyecto curricular que los estudiantes se ocupen de la resolución de problemas planteados por el profesor, que debe tener un conocimiento profundo de las matemáticas involucradas, y que éste los ayude a plantear conjeturas interviniendo en momentos clave sin que proporcione ideas que eliminen el reto que representa la tarea. La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas implican un

comportamiento complejo que requiere reflexión y esfuerzo continuo del profesor para lograr una disposición de los estudiantes a involucrarse en los procesos de resolución de problemas mediante la utilización de tareas. En este sentido, plantea: en la enseñanza efectiva, se emplean tareas que poseen cualidades para introducir ideas matemáticas importantes y para comprometer y retar intelectualmente a los estudiantes. Las tareas seleccionadas pueden despertar la curiosidad de los estudiantes y atraerlos hacia las matemáticas, ya que pueden ser conectadas con experiencias del mundo real de los estudiantes, y ello puede originarse en contextos que son puramente matemáticos... La solución de tales tareas puede hacerse desde distintos caminos... Pero estas tareas por sí solas no son suficientes para una enseñanza efectiva. Los profesores también deben decidir cuáles aspectos de una tarea deben resaltarse, cómo organizar y orquestar el trabajo de los estudiantes, cuáles preguntas hacer al considerar una variedad de experiencias y cómo apoyar a los estudiantes que no han realizado los procesos de pensamiento sin eliminar el reto que contiene la tarea (pp. 18, 19).

Malaspina y Vallejo (2014) consideran que:

La creación de problemas no debe verse como una tarea exclusiva de expertos, ni considerar que los problemas a



trabajar en clases deben ser únicamente aquellos que figuran en los libros o en internet. Crear problemas es parte fundamental de la tarea docente. Cada profesor conoce la realidad específica en su aula, el entorno sociocultural y las motivaciones de sus alumnos y es un desafío profesional para él, tanto crear secuencias de actividades y problemas adecuados para esa realidad, como estimular a sus alumnos no solo a resolver problemas, sino a “ir más allá”: a crear sus propios problemas. (p. 8).

Por todos estos obstáculos y acepciones sobre estudios referenciales relacionados al sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas y la creación de problemas, creemos que la realización de nuestro estudio es pertinente, pues los estudiantes tendrían un mejor aprendizaje cuando se les propone problemas que, al resolverlos, les permita poder desarrollar otros que sean diferentes, por lo que es necesario que los docentes se encuentren estimulados para crear problemas que tengan dichas características sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas; en ese sentido formulamos la pregunta de investigación y los objetivos general y específicos del estudio.

### **1.3. Problema de investigación**

La presente investigación se plantea como problema, responder a la siguiente pregunta: ¿La estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP) estimula la

capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario?

### **1.3.1. Objetivo General**

Analizar cómo la estrategia EPP estimula la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario.

### **1.3.2. Objetivos Específicos**

1. Identificar los conocimientos matemáticos y la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario, mediante una prueba de exploración inicial, antes de participar de una secuencia de actividades basada en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP).
2. Analizar los resultados al aplicar una secuencia de actividades basadas en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP) respecto a la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario.
3. Describir los cambios en la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario al aplicar una secuencia de actividades basada en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP).

## **CAPÍTULO II: SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES**

En este capítulo se presentarán algunos aspectos epistemológicos y matemáticos relacionados a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas. Es común encontrar información sobre inecuación con el término desigualdad, por ello, en lugar de sistema de inecuaciones, aparece como sistema de desigualdades, dependiendo de la traducción del cual proviene la información.

### **2.1. Aspectos epistemológicos**

Se hará la presentación de referencias históricas respecto al objeto matemático y además, de cómo se presenta este objeto matemático de sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas en los textos escolares.

#### **2.1.1. Referencia histórica**

Lehmann (como se citó en Bernardis, Nitti y Scaglia, 2017), define dos tipos de desigualdades diferenciándolas de acuerdo a su dominio de validez, las desigualdades absolutas y las desigualdades condicionales o llamadas también inecuaciones, donde la primera es aquella que tiene sentido para todos los valores de la incógnita para los que están definidos, por ejemplo,  $5 > -7$  y  $x^2 + 1 > 0$ . La definición de desigualdad absoluta o incondicional se fundamenta en la lógica proposicional y en particular en el principio de generalización universal, Copi (1999) establece que: “del ejemplo de sustitución de una función proposicional respecto del nombre de un individuo cualquiera arbitrariamente elegido, se puede inferir válidamente la cuantificación universal de la función proposicional” (p. 375). Este

fenómeno se presenta en la necesidad de demostrar la validez de una desigualdad absoluta, es decir una desigualdad que es cierta para todos los valores posibles de la incógnita.

Por otro lado, Lehmann (1992) afirma que: “Una desigualdad condicional o inecuación es aquella que tiene el mismo sentido solo para ciertos valores de las incógnitas, tomados entre los valores para los que sus miembros están definidos. Son ejemplos de desigualdades condicionales o inecuaciones.  $x - 2 < 3$ , válida solo si  $x < 5$ ;  $x^2 > 4$ , válida solo si  $x > 2$  o si  $x < - 2$ ” (p. 136).

En la definición de desigualdad condicional expresa que es aquella que tiene el “mismo sentido para ciertos valores de las incógnitas”. Esta expresión es relevante ya que pone de manifiesto que existirán o no valores, que se toman de un dominio admisible, que harán cierta la desigualdad. Esta idea nos remite a la acción de particularizar las incógnitas con valores del dominio. Surge de esta manera el fenómeno de especificación. La definición de desigualdad condicional o inecuación refiere al dominio de validez de la desigualdad entre dos expresiones. Se basa en el llamado axioma (esquema) de especificación destinado a la formación de nuevos conjuntos a partir de un referencial.

Halmos (1967) afirma: “Axioma de especificación: a todo conjunto  $A$  y a toda condición  $S(x)$  corresponde un conjunto  $B$  cuyos elementos son precisamente aquellos elementos  $x$  de  $A$  para los cuales se cumple  $S(x)$ . (...) Para indicar la forma en que  $B$  es obtenida de  $A$  y de  $S(x)$ , se escribe:

$B = \{x \in A/S(x)\}$ ” (p. 15). Este fenómeno se presenta en la búsqueda de los valores que verifican la condición de desigualdad.

Para contribuir a formar “buenos objetos mentales” de desigualdad matemática, será necesario en primer lugar, identificar aquellos fenómenos a los cuales sirve de medio de organización, para luego elaborar situaciones de enseñanza en distintos contextos.

### 2.1.2. Revisión de textos de escolares

En el texto “Matemáticas aplicadas para las ciencias sociales” para bachillerato, mencionan que: la solución de un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas está formada por los puntos del plano  $(x;y)$  que verifican, al mismo tiempo todas las inecuaciones, es decir, los puntos del plano que pertenecen a la intersección de los semiplanos correspondientes a la solución de cada inecuación. Definen lo siguiente:

**Politopo**, es todo conjunto de puntos del plano obtenido en la intersección de un número finito de semiplanos cerrados.

**Aristas**, son los segmentos o semirrectas que limitan al politopo.

**Vértices**, son los puntos de intersección de dos segmentos o semirrectas.

**Polígono**, es todo politopo limitado por un número finito de segmentos, y constituye un conjunto cerrado y acotado de puntos del plano.

Además, se menciona que las soluciones de un sistema de inecuaciones no siempre es un politopo, ya que este puede ser vacío, puede contener un único punto, un segmento, una semirrecta o una recta (Pérez y Durá, 2018).

En el texto de matemática para bachillerato usado en el Colegio Marista “La Inmaculada” de Granada, menciona que la solución de una inecuación que tiene dos incógnitas será la región del plano donde cumpla la desigualdad, es decir, la solución por lo general no será un intervalo en la recta real ni un punto, la solución será una zona concreta del plano bidimensional. Si la desigualdad se cambia por una igualdad, se convertiría en una ecuación y su gráfico corresponde a una recta que divide al plano en dos regiones, es decir, en dos semiplanos. Para reconocer la región que corresponde a la solución de la inecuación se puede tomar un punto arbitrario del plano y verificar si el punto cumple la inecuación. En el caso que se tuviera más de una inecuación se dirá que corresponde a un sistema de inecuaciones, cuya solución será la intersección en el plano formada por las soluciones particulares de cada inecuación individual (Partal, 2016).

Además, se propone un proceso de solución para sistemas de inecuaciones, evaluando un punto arbitrario y evaluando en cada inecuación, y tomando en cuenta si la desigualdad de las inecuaciones es estricta.

A continuación, se presenta un problema planteado en un entorno intramatemático (ver Figura 10). En el problema se presenta a un sistema que contiene dos inecuaciones lineales con dos incógnitas, aparentemente están escogiendo solo a los pares ordenados de componentes enteros que cumplan cada inecuación, quizás con la intención de que se puedan

verificar con facilidad en cada una de las inecuaciones. En la representación gráfica se puede observar que al parecer se está tomando en cuenta a valores reales, ya que están pintadas cada región, y se menciona que la solución de un sistema formado por dos inecuaciones es el conjunto de puntos formado por la intersección de las regiones del plano que son la solución de cada una de las inecuaciones.

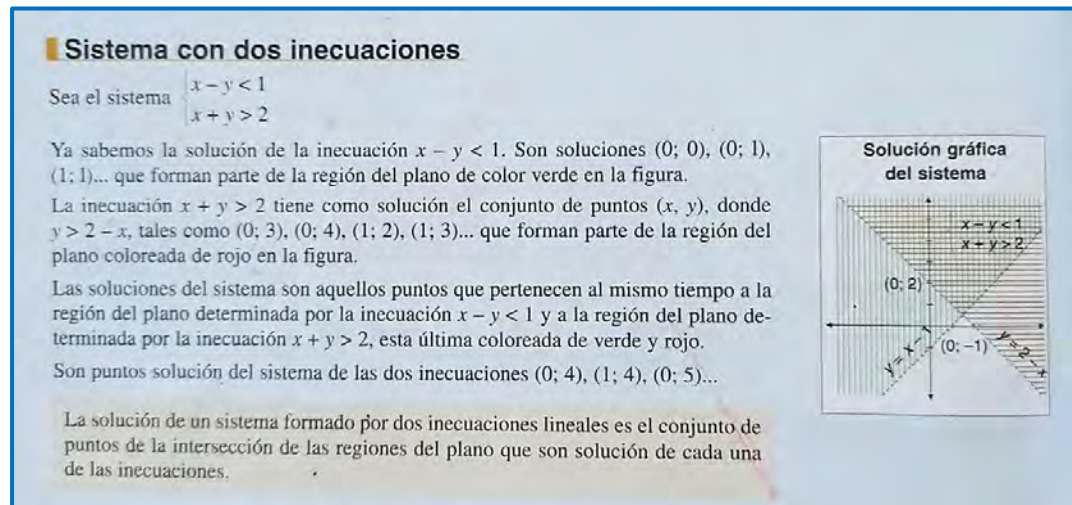


Figura 10. Ejemplo de resolución de un problema en un entorno intramatemático.

Fuente: Libro CL@VES.COM 4 (Pág. 94). Editorial Santillana en 2004.

En el siguiente problema (ver Figura 11), se presenta un problema planteado en un entorno extramatemático. Se definen cada incógnita y establecen el sistema de inecuaciones lineales en la que hay dos inecuaciones, aunque también se debería considerar dos inecuaciones más en la que las incógnitas son mayores o iguales a cero. El problema no solo corresponde a un sistema de inecuaciones, también lo relaciona con la programación lineal, ya que se tiene una función objetivo, en la que, luego de determinar los pares ordenados que funcionan como vértices de la región en la que se encuentra la solución del sistema de inecuaciones,

estos pares se evalúan en la función objetivo para determinar el valor máximo, en este caso para determinar la máxima calificación.

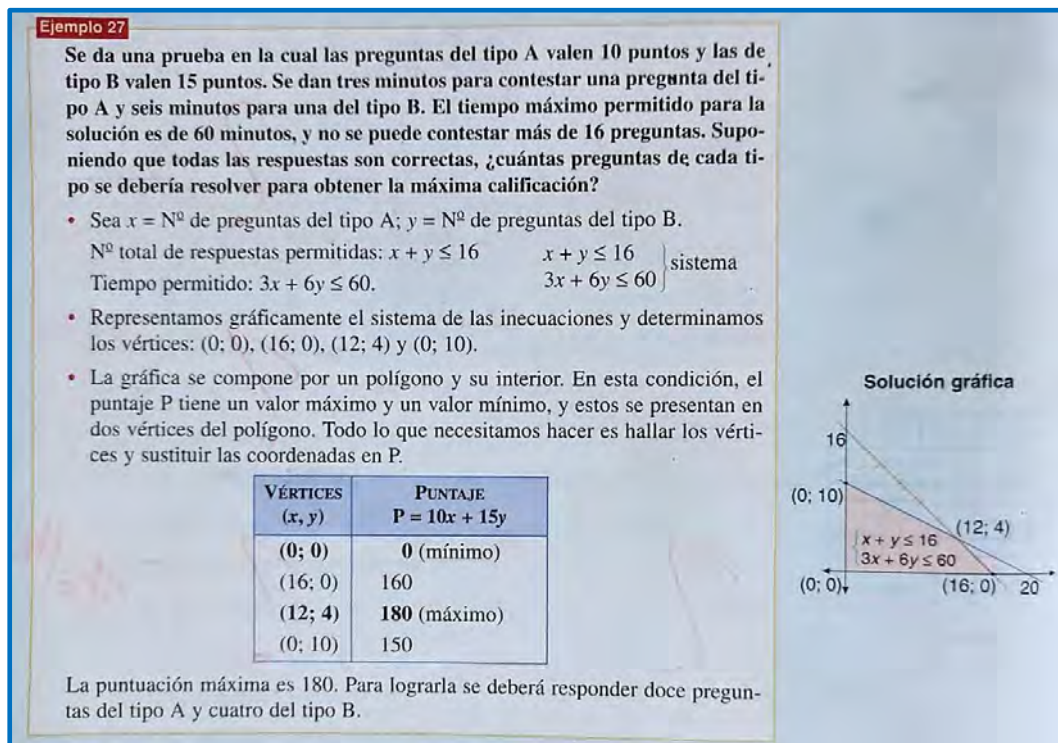


Figura 11. Ejemplo de resolución de un problema en un entorno extramatemático.

Fuente: Libro CL@VES.COM 4 (Pág. 94). Editorial Santillana en 2004.

Se puede notar que se empieza con un problema intramatemático para luego continuar con un problema extramatemático que en este caso es más retador. Para realizar la representación gráfica se realiza una tabulación con valores que cumplan cada inecuación.



## **CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA**

### **3.1. MARCO TEÓRICO**

La creación de problemas es una actividad fundamental para la adquisición de conocimientos. Se le puede presentar con términos como: problemas, planteamiento de problemas, formulación de problemas, generación de problemas e invención de problemas.

El planteo de problemas se refiere tanto a la generación de nuevos problemas como a la reformulación de problemas ya dados. Por ello, el planteamiento puede ocurrir antes, durante o después de la solución de un problema. Un tipo de planteamiento de problemas, generalmente denominado formulación o reformulación ocurre dentro del proceso de resolución de problemas. Al resolver un problema no trivial, un solucionador se involucra en esta forma de problema, planteando recrear un problema dado de alguna manera para hacerlo más accesible para solucionarlo. La formulación del problema representa un tipo de proceso de planteamiento de problemas porque el solucionador transforma una declaración dada de un problema en una nueva versión, y eso se convierte en el foco de la resolución. La formulación del problema está relacionada con la planificación ya que puede implicar problemas que representan submetas para el problema mayor (Silver, 1994).

Cuando se realiza la invención de problemas, permite al inventor interpretar y realizar un análisis crítico, ya que se tiene la necesidad de discernir los datos que son más relevantes de los que no lo son, descubrir las relaciones que existe entre

los datos, determinar si la información que se tiene es suficiente para poder resolver el problema, y además, investigar la coherencia de los datos dentro del contexto (Bonotto, 2009).

La creación de problemas matemáticos es un proceso mediante el cual, se obtiene un nuevo problema, a partir de un problema conocido, al realizar variaciones, y también se puede crear un problema a partir de una situación dada. Todo problema matemático tiene cuatro elementos fundamentales: información, requerimiento, contexto y entorno matemático (Malaspina, 2017).

Para los propósitos de nuestra investigación adoptaremos la propuesta de creación de problemas de Malaspina (2017), quién ha realizado investigaciones sobre creación de problemas en la práctica docente y en el aprendizaje de los estudiantes.

Malaspina y Vallejo (2014) mencionan que:

Para crear un problema matemático se debe tener en cuenta cuatro elementos fundamentales: información, requerimiento, contexto y entorno matemático, definidas de la siguiente manera:

**1. Información:** está constituida por los datos cuantitativos o relaciones que se dan en el problema.

**2. Requerimiento:** es lo que se pide que se encuentre, examine o concluya, que puede ser cuantitativo o cualitativo, incluyendo gráficos y demostraciones.

**3. Contexto:** suele llamarse “problema contextualizado” a aquel que está relacionado con alguna situación real, con la vida cotidiana; sin embargo, consideraremos que el contexto también puede ser formal o estrictamente matemático. En ese sentido, podemos afirmar que en un problema, el contexto puede ser intra matemático o extra matemático. En el primer caso, como su nombre lo indica, el problema se circunscribe a lo matemático (por ejemplo, hallar el dominio de una función, graficar una ecuación de dos variables y hallar los factores primos de un número natural, son problemas que tienen contexto intra matemático). En el segundo caso, el problema está más vinculado a una situación real.

**4. Entorno matemático:** refiere a los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para resolver el problema. Ciertamente esto es relativo, pues depende del camino que se siga para resolver el problema. En el marco de la creación de problemas para el aprendizaje, el entorno matemático puede ser el punto de partida para la creación de nuevos problemas, como “el tema a tratar”. En un marco más amplio, puede ocurrir que un problema no se resuelva, precisamente por no encontrar el entorno matemático adecuado (como ocurrió durante mucho tiempo con algunos problemas famosos; quizás el más conocido es el de la conjetura de Fermat), pero quien resuelve un problema o intenta resolverlo, se apoya en un conjunto de conceptos matemáticos al que llamaremos

entorno matemático. Evidentemente, no habiendo una única manera de resolver un problema, el entorno matemático no tiene que ser único y la misma información, requerimiento y contexto puede llevar a problemas diferentes, al precisar el entorno matemático que se debe usar para resolverlo (pp. 12, 13).

Malaspina (2017), menciona que se puede crear un problema de dos maneras:

- A. Problema como variación de un problema dado:** son aquellos que resulten después de realizar cambios cualitativos o cuantitativos a por lo menos uno de los elementos de un problema inicial.
- B. Problema como elaboración a partir de una situación:** es el proceso de construir un problema a partir de una situación dada con ciertas condiciones establecidas.

Para ambos tipos de problemas se propone dos tipos de estrategias: para los problemas por variación, la estrategia Episodio de clase, Problema pre, Problema pos (EPP) y para problemas por elaboración, la estrategia Situación, Problema pre, Problema pos (SPP). Nos centraremos solo en problemas por variación, y usaremos la estrategia episodio de clase, problema pre, problema pos (EPP).

### **3.2. La estrategia Episodio de clase, Problema pre, Problema pos (EPP)**

Para nuestro estudio hemos considerado la propuesta teórica de creación de problemas de Malaspina (2013a, 2014) respecto a lo que se entienda por creación de problemas y los aspectos que se tienen asociados.

El enfoque de la creación de problemas según Malaspina (2017) presenta a la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP) para crear problemas por variación, y con ello podremos categorizar los problemas de los participantes. Sugiere tener varias sesiones de trabajo dedicadas a la creación de problemas, en el que la persona que tiene a cargo cada sesión, muestre ejemplos de creación de problemas y luego, realice la orientación en el trabajo individual y grupal, a partir de problemas ya establecidos que además contienen comentarios o dudas de estudiantes respecto al problema o a la posible solución, estos problemas son seleccionados por la persona encargada de la sesión, siendo esencial que la persona encargada de la sesión haya creado antes varios problemas en base a los problemas va a presentar a los participantes.

Para la creación de problemas por variación, es conveniente iniciar con problemas sencillos que ofrezcan posibilidades claras para realizar modificaciones en alguno de los cuatro elementos del problema.

Se recomienda trabajar los talleres organizados del siguiente modo:

### **1. Trabajo individual:**

- Buscar varias formas de resolver un problema.
- Cuestionarse con preguntas como: ¿Qué pasaría si...?, por ejemplo, si la información fuera otra, si cada elemento del problema fuera otro, etc., buscando de esta manera un trabajo creativo, reflexivo y de mente abierta, también incluye ver si los cambios tienen sentido y luego verlos de manera integrada.

## **2. Trabajo grupal:**

- Compartir las soluciones del problema de cada integrante y las diversas relaciones o preguntas que realizaron en el “¿Qué pasaría si...?”.
- Seleccionar los requerimientos, considerar todas las posibles respuestas y decidir las modificaciones que se deben realizar para configurar el nuevo problema.
- Escribir el enunciado del nuevo problema tomando como base al problema anterior, examinar su claridad y coherencia, y resolverlo.
- Luego, poner atención al grado de dificultad del problema creado y al nivel educativo en el que se quiera emplear.
- Pensar en la posibilidad o conveniencia de desagregarlo en problemas de dificultad gradual.
- Finalmente, proponer el problema a otro grupo, pedirles la solución y sus comentarios.

## **3. Socialización**

- Realizar las exposiciones de manera crítica de los grupos que resolvieron los problemas de otros grupos.
- Promover el intercambio de opiniones de los participantes resolutores del problema creado y del grupo que creó el problema.
- Revisar la redacción de los enunciados de los problemas expuestos y hacer los ajustes que se consideren necesarios.
- Sintetizar las ideas de fondo respecto a los conceptos matemáticos que hayan surgido.

### **3.3. Metodología y procedimientos**

Nuestra investigación es cualitativa ya que es exploratoria y descriptiva. La metodología cualitativa tiene las siguientes características: el foco de la investigación tiene carácter descriptivo y exploratorio, el diseño se elabora sobre la información recogida, el muestreo es intencional y se apoya en criterios internos y no se pretende generalizar los resultados, la recolección de datos no son controladas, el método para la recolección de datos es interactiva, el investigador es el instrumento principal de la investigación, el análisis de datos se realiza de manera inductiva, los cuales se construyen de la información que se obtiene (Maykut y Morehouse, como se citó en Latorre, 1996).

El procedimiento metodológico que se desarrolla en nuestra investigación está basado en la metodología constructivista-cualitativa, esta metodología se orienta a describir e interpretar los fenómenos sociales, y por consiguiente los educativos, interesándose en las intenciones de los seres humanos desde la perspectiva de los propios agentes sociales (Latorre, 1996). La interacción se realiza de manera personal con los participantes, pero en nuestra investigación se hizo de manera virtual mediante una plataforma web. Por ello, consideramos esta metodología que consta de seis fases (ver Figura 12), ya que se adapta mejor a nuestra investigación, porque nos permitirá centrarnos en describir lo realizado por los participantes de nuestro estudio en referencia a la creación de problemas a través de la estrategia EPP.



Figura 12. Proceso de investigación cualitativa

Fuente: Adaptada de Latorre (1996, p. 206)

### 3.3.1. Fase exploratoria

Según como lo expresa Latorre (1996), esta fase consiste en tomar contacto con los temas de interés del estudio de investigación para que nos permita tomar decisiones. Aquí hemos presentado los antecedentes, los cuales son las investigaciones de referencia, el objeto de estudio y la creación de problemas que dan sustento a nuestro trabajo de investigación. También hemos presentado las justificaciones desde varios ángulos, desde el análisis curricular, desde las pruebas a docentes para el ascenso de escala en la carrera pública magisterial, desde la estructura matemática, desde los textos escolares, desde los obstáculos evidenciados en las investigaciones y desde el enfoque de la creación de problemas. Además, hemos formulado la pregunta de investigación y definido los objetivos.



### **3.3.2. Fase de planificación**

En esta fase se detalla el lugar para la realización del estudio, el tiempo que se necesitará, los participantes, la técnica de recolección de información que se usará, y los instrumentos y materiales que serán necesarios.

#### **A. Selección del lugar de investigación**

Respecto al escenario, la vía elegida para la realización de nuestra investigación será la plataforma virtual online Zoom, la cual funciona directamente desde el navegador y cuenta con aplicaciones para teléfonos móviles y tabletas. La elección de la plataforma virtual a la situación que vivió nuestro país y el mundo debido a la pandemia generada por la COVID-19, y el distanciamiento social era necesario. Por ello, el taller no se pudo llevar de manera presencial.

Respecto al tiempo que se empleó en la investigación, fueron 9 horas distribuidas equitativamente en 3 días.

La selección de los participantes se realizó mediante un muestreo intencional, por medio de una invitación a un taller a docentes de matemática de nivel secundario pertenecientes a instituciones educativas estatales pertenecientes a la Unidad de Gestión Educativa Local (UGEL) n.º 07 en la Región de Lima, los docentes nombrados en la carrera pública magisterial y anhelan ascender de escala magisterial. Ellos tienen varios años de experiencia en la enseñanza y algunos tienen

estudios de pos grado; eligiéndose como participantes de la investigación a 15 docentes.

## **B. Selección de la estrategia de investigación**

Nuestra investigación se realizará mediante el desarrollo de un taller, y dado que la investigación es de origen cualitativo, se toma como estrategia de investigación a la etnografía, dado que está superpuesta a la familia de la metodología cualitativa y se instituye como modelo alternativo a la investigación tradicional utilizada para estudiar la realidad social, describiendo prácticas, mostrando la manera en que un grupo contribuye a crear la cultura como un todo unificado y consistente; de acuerdo a ello, las técnicas de investigación relacionadas a la etnografía que usaremos serán las entrevistas no estructuradas, observación a los participantes y las notas de campo. En ese sentido, presentamos los materiales e instrumentos utilizados durante el desarrollo de nuestra investigación:

- Presentación de diapositivas en PowerPoint “Los lineamientos del enfoque teórico de la creación de problemas y la estrategia EPP”.
- Actividad de exploración inicial.
- Actividad de exploración final.
- Ficha de actividad del episodio 1.
- Ficha de actividad del episodio 2.
- Cuestionario de entrada.
- Cuestionario de salida.

### **3.3.3. Fase de entrada en el escenario**

En esta fase de la investigación, los participantes tenían conocimiento que el taller se realizaría de manera virtual en la plataforma Zoom. Ellos estaban familiarizados con esta plataforma por las clases virtuales que desarrollaban con sus estudiantes, y no tuvieron inconveniente en participar. El momento de la realización de los talleres fue coordinado con los docentes para que puedan asistir a todas las sesiones, de manera que se pueda ver el progreso de los docentes en la creación de problemas entre la primera y última sesión.

Después de conocer a los participantes y de dar a conocer a los participantes el calendario de actividades de las sesiones, se definieron los roles entre el investigador y los participantes, dándose a conocer los objetivos, la metodología a desarrollar y los resultados que se esperan.

### **3.3.4. Fase de recojo y análisis de la información**

La investigación se realizó en tres sesiones, las cuales están detalladas en el capítulo que corresponde a la parte experimental de la investigación.

En la sesión n.º 1 se presentó una actividad de exploración inicial, en ella había preguntas en las que demandaba en los docentes responderlas justificando el procedimiento, para ello tuvieron un máximo de 80 minutos.

Al finalizar esta sesión, recogimos los resultados de manera virtual, por medio de la mensajería instantánea WhatsApp y del correo electrónico, identificando aquellas dificultades que tuvieron los participantes respecto al

objeto de estudio de la investigación antes de aplicar la estrategia EPP. Estas dificultades que presentaron los participantes, se conservaron como insumos para compartir y clarificar los resultados obtenidos.

En la sesión n.º 2, se realizó el análisis de los resultados obtenidos en la actividad de exploración inicial, y se recogió información de las intervenciones, procedimientos, estrategias, modos de representación y razones de sus respuestas de cada participante. Estos resultados permitieron conocer los saberes iniciales de los participantes para luego conocer si se logró la estimulación en la capacidad de crear problemas durante el transcurso del taller, esto detallará en las conclusiones de esta investigación. En esta sesión se inició con la resolución de las actividades a través de la estrategia EPP.

En la sesión n.º 3 se continuó con la resolución de las actividades matemáticas mediante la estrategia EPP, la cual tuvo su reforzamiento en la sesión anterior. Se utilizó una rúbrica adaptada de la Tesis de Martínez (2015), que sirvió para el análisis de los problemas creados por variación desde el punto de vista del enfoque de creación de problemas de Malaspina (2014b, 2017). Además, se realizó la evaluación de la actividad de exploración final.

Estos resultados nos permiten evaluar si a través de dicha estrategia se logra contribuir en la estimulación de la capacidad de crear de problemas respecto a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

### **3.3.5. Fase de salida del escenario**

Se les mencionó a los docentes que el taller terminó y si por alguna razón se les necesitase se les contactará.

Se analizaron los datos obtenidos en la investigación, dando apertura de algunas hipótesis alternativas. Se integró las entrevistas, observaciones y el resto de procedimientos de recolección de datos.

### **3.3.6. Fase de elaboración del informe**

Se consideró todo lo hecho anteriormente: La explicación, la revisión de la literatura, la metodología empleada, la descripción de lo observado y discusión de los resultados y limitaciones.

Para la realización del taller usando la plataforma online Zoom, con docentes de matemática de nivel secundario de instituciones educativas de la educación básica regular durante 9 horas distribuidas en 3 días.

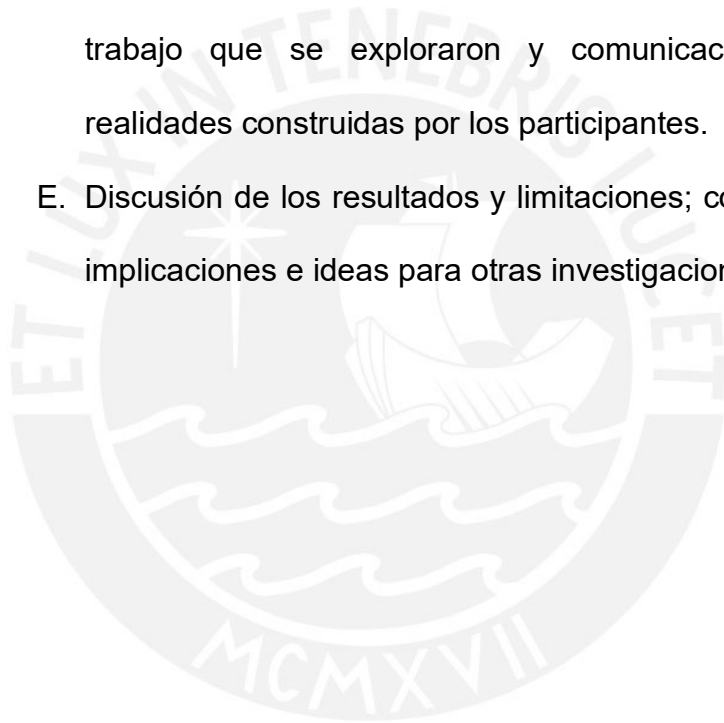
Erlanson et al. (1993) señala que para la elaboración del informe se tomará la secuenciación tomada por, los cuales contiene las siguientes partes:

A. Explicación del problema o entidad que se estudia.

Incluye el planteamiento del problema, la significación del estudio, las cuestiones de investigación, asunciones y limitaciones.

B. Revisión de la literatura.

- C. La metodología utilizada, incluye información sobre la población, instrumentación, procedimientos y análisis de datos, credibilidad y auditoría.
- D. Una parte descriptiva: sentidos detectados en la situación, descripción de las transacciones y procesos observados; descripción de temas importantes, tendencias y patrones que se estudiaron. Discusión y análisis de las hipótesis de trabajo que se exploraron y comunicación de las realidades construidas por los participantes.
- E. Discusión de los resultados y limitaciones; conclusiones, implicaciones e ideas para otras investigaciones (p. 166).



## CAPÍTULO IV: PARTE EXPERIMENTAL Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Se realizará la descripción a detalle de los aspectos relacionados a la secuencia de actividades del taller de creación de problemas, siendo estos los siguientes: planificación, entrada al escenario, recojo y análisis de la información de los problemas creados por los participantes.

### 4.1. Fase de planificación de la secuencia de actividades del taller de creación de problemas

El nombre del taller fue: “Taller sobre creación de problemas con docentes de matemática de nivel secundario sobre sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas”; siendo la plataforma Zoom el escenario de la investigación, y se estableció realizar tres sesiones, con una duración de 3 horas cada una de las sesiones.

Las sesiones para la realización del taller de creación de problemas se programó previa coordinación con los docentes participantes (ver Tabla 1).

Tabla 1. Programación de las sesiones para el taller de creación de problemas.

Días	Horario
28 de octubre de 2020	Desde las 17:30 h hasta las 20:30 h
31 de octubre de 2020	Desde las 10:00 h hasta las 13:00 h
04 de noviembre de 2020	Desde las 17:30 h hasta las 20:30 h

Al finalizar las sesiones se coordinó con los docentes una entrevista según su disponibilidad horaria acerca del trabajo que realizaron en el taller.

#### 4.1.1. Diseño de la secuencia de actividades del taller de creación de problemas

En primer lugar, fue necesario obtener los números de teléfonos y correos electrónicos de los docentes participantes, esto para realizar envíos de información, mediante ambos medios. Días antes de la primera sesión se creó un grupo de mensajería instantánea (WhatsApp), y se les envió algunas indicaciones generales por ese medio y también por correo electrónico sobre cómo se realizaría el taller y los materiales que podrían usar durante las sesiones.

El diseño de las sesiones del “Taller para la creación de problemas con docentes de matemática de nivel secundario sobre sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas” (ver Tabla 2, Tabla 3 y Tabla 4). se detalla de la siguiente manera:

Tabla 2. Actividades programadas en la primera sesión.

<b>Miércoles: 28 de octubre</b>			
<b>Hora</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Actividades y propósito</b>	<b>Materiales</b>
17:30 h	20 min	<ul style="list-style-type: none"><li>• Presentarles el objetivo general del taller.</li><li>• Reiterarles la manera que se realizaría el intercambio de información y los materiales que pueden utilizar, esto último, desde resoluciones a lápiz y papel hasta uso de software como el Geogebra.</li></ul>	



17:50 h	10 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>Recolección de datos de cada docente participante del taller, respecto al tiempo de servicio en su labor docente y sobre creación de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cuestionario inicial (correo y WhatsApp)</li> </ul>
18:00 h	90 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>Exploración del conocimiento de los docentes participantes respecto del objeto matemático y de creación de problemas antes de presentarles el enfoque de creación de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Actividad de exploración inicial. (correo electrónico y WhatsApp)</li> </ul>
19:30 h	40 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>Exposición del enfoque de creación de problemas según Malaspina (2017), esto para dar a las estrategias y criterios que se van a considerar en la creación de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Presentación de diapositivas.</li> </ul>
20:10 h	20 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>Analicen y resuelvan el problema del Episodio 1, pedirles que envíen sus resoluciones al correo o WhatsApp personal del investigador.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Episodio 1 (correo electrónico y WhatsApp)</li> </ul>

Tabla 3. Actividades programadas en la segunda sesión.

<b>Sábado: 31 de octubre</b>			
<b>Hora</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Acciones</b>	<b>Materiales</b>
10:00 h	10 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicar de manera resumida de que se trata un Problema pre y un Problema pos, que tomen en cuenta las dificultades que puede tener un estudiante al resolver el Episodio. En grupos deben consensuar y juntar experiencias para crear un problema y resolver el problema.</li> <li>• Distribuir a los docentes en grupos para que trabajen en salas diferentes.</li> </ul>	
10:10 h	50 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• En grupos crearán un Problema pre, respecto al episodio 1.</li> <li>• Monitorear a cada sala.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha para la creación de un Problema pre, respecto al Episodio 1. (correo y WhatsApp)</li> </ul>
11:00 h	25 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se realizará una socialización, empezando por la exposición por un miembro de cada grupo,</li> </ul>	

		para que los miembros de los otros grupos realicen preguntas y puedan ayudar a mejorar el problema.	
11:25 h	50 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• En grupos crearán un Problema pos, respecto al episodio 1.</li> <li>• Monitorear a cada sala.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha para la creación de un Problema pos, respecto al Episodio 1. (correo y WhatsApp)</li> </ul>
12:15 h	25 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se realizará una socialización, empezando por la exposición por un miembro de cada grupo, para que los miembros de los otros grupos realicen preguntas y puedan ayudar a mejorar el problema.</li> </ul>	
12:40 h	20 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analicen y resuelvan el problema del Episodio 2, pedirles que envíen sus resoluciones al correo o WhatsApp personal del investigador.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Episodio 2 (correo y WhatsApp)</li> </ul>

Tabla 4. Actividades programadas en la tercera sesión

<b>Miércoles: 04 de noviembre</b>			
<b>Hora</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Acciones</b>	<b>Materiales</b>
17:30 h	5 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicar de manera resumida de que se trata un Problema pre y un Problema pos, que tomen en cuenta las dificultades que puede tener un estudiante al resolver el Episodio. En grupos deben consensuar y juntar experiencias para crear un problema y resolver el problema.</li> <li>• Distribuir a los docentes en grupos para que trabajen en salas diferentes.</li> </ul>	
17:35 h	40 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• En grupos crearán un Problema pre, respecto al episodio 1.</li> <li>• Monitorear a cada sala.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha para la creación de un Problema pre, respecto al Episodio 2. (correo y WhatsApp)</li> </ul>
18:15 h	20 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se realizará una socialización, empezando por la exposición por un miembro de cada grupo, para que los miembros de</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•</li> </ul>

		<p>otros grupos realicen preguntas y puedan ayudar a mejorar el problema.</p>	
18:35 h	40 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• En grupos crearán un Problema pos, respecto al episodio 1.</li> <li>• Monitorear a cada sala.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha para la creación de un Problema pos, respecto al Episodio 2. (correo y WhatsApp)</li> </ul>
19:15 h	20 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se realizará una socialización, empezando por la exposición por un miembro de cada grupo, para que los miembros de otros grupos realicen preguntas y puedan ayudar a mejorar el problema.</li> </ul>	
19:35 h	50 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exploración de los conocimientos de los docentes participantes respecto de la creación de problemas, para realizar una comparación de resultados con la exploración que se realizó en la primera sesión.</li> <li>• Pedir que envíen la resolución al correo o</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Actividad de Exploración final. (correo y WhatsApp)</li> </ul>

		WhatsApp personal del investigador.	
20:25 h	5 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recolección de datos de cada docente participante del taller respecto al taller realizado.</li> <li>• Pedir que envíen la información al correo o WhatsApp personal del investigador.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuestionario final. (correo o WhatsApp)</li> </ul>

#### **4.1.2. Instrumentos de recojo de información en relación al diseño de la secuencia de actividades.**

Para iniciar la primera sesión se planificó utilizar una presentación de diapositivas para exponer el objetivo del taller (ver Anexo 1), el objeto matemático, las competencias matemáticas que trabajan los docentes participantes respecto al currículo nacional del Perú y aspectos importantes del enfoque de creación de problemas según lo aborda Malaspina (2017).

En esta sesión se recolectó información de los docentes mediante un cuestionario de entrada (ver Anexo 2), con el fin de conocer su grado académico, cantidad de años en su labor docente en educación secundaria, conocimientos de estrategias para crear problemas, etc., esto para poder realizar una descripción del grupo de docentes participantes.

Luego, se les solicita que realicen de manera individual la Actividad de exploración inicial (ver Anexo 3), con el fin de identificar el conocimiento

matemático de los participantes respecto a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas y, además, de su capacidad de crear problemas del objeto matemático de estudio. Finalmente, se presenta el Episodio de clase n.º 1 (ver Anexo 4), para que los docentes de manera individual analicen y resuelvan el problema para observar las dificultades que puedan tener los estudiantes cuando se enfrenten a dicho problema.

Para la segunda sesión, se reitera la estrategia EPP para la creación de problemas. Se forma grupos de docentes y se les distribuye en salas diferentes para que puedan intercambiar experiencias, y tomando los comentarios de los estudiantes, se les solicita que realicen la creación de un Problema pre de manera grupal y que lo resuelvan. Luego, socializarlo en la sala principal con todos los grupos, y proceder de la misma manera para crear un Problema pos. Finalmente, se les presentó el Episodio n.º 2 (ver Anexo 5), para que los docentes de manera individual analicen y resuelvan el problema para observar las dificultades que puedan tener los estudiantes cuando se enfrenten a dicho problema.

Para la tercera sesión, se reitera la estrategia EPP para la creación de problemas de Malaspina (2017). Se realiza grupos y distribuye en salas diferentes para que puedan intercambiar experiencias y considerando los comentarios de los estudiantes, crear un Problema pre de manera grupal y resolverlo. Seguidamente, socializarlo en la sala principal con todos los grupos, y proceder de la misma manera para crear un Problema pos cada grupo en una sala diferente, resolver el problema y luego socializarlo.

Luego, se les pidió a los docentes resolver la Actividad de exploración final (ver Anexo 6), con el fin de identificar el cambio en la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, después de participar de las secuencias de actividades basadas en la estrategia EPP. Finalmente, se les solicitó que completen un cuestionario de salida (ver Anexo 7), y de esta manera recoger sus comentarios u opiniones respecto a su participación en el taller de creación de problemas.

#### **4.1.3. Rúbrica para analizar los problemas creados por variación**

Se está considerando una rúbrica que consta de dos partes:

Para la valoración de los problemas creados respecto a los elementos del problema y creatividad se tomará una adaptación de la tesis de Martínez (2015) ya que está dado desde el enfoque de creación de problemas de Malaspina (2014b, 2017). En esta rúbrica se considera el código del docente; un espacio para el problema creado, características de la resolución del problema creado, elementos del problema y la creatividad del problema.

En las características de la resolución del problema, se están considerando lo siguiente:

- La cantidad de inecuaciones necesarias para resolver el problema, la que clasificaremos solo en 3, cuando se utilicen 3 o menos inecuaciones, solo 4 inecuaciones o 5 inecuaciones o más.



- Los tipos de desigualdades en las inecuaciones, aquí se refiere al signo de la desigualdad en las inecuaciones las cuales se está clasificando en 3, en estrictas cuando en las inecuaciones sólo se presentan los signos mayor o menor ( $>$ ,  $<$ ), amplias, cuando se presentan los signos “mayor o igual que” y “menor o igual que” ( $\geq$ ,  $\leq$ ), y mixtas cuando se presentan signos de desigualdad estrictas y amplias.
- En la región factible, se está considerando dos tipos, cuando la región es acotada, en la cual es posible enumerar los elementos del conjunto solución, y cuando la región no es acotada, en el que se puede tener infinitas soluciones.
- Los elementos del conjunto solución, se está clasificando en dos tipos, en cantidades discretas, cuando los elementos son cantidades enteras y en cantidades continuas, cuando estas cantidades corresponden a elementos que pueden ser cantidades decimales.

Respecto a los elementos fundamentales de un problema, se está considerando lo siguiente:

- En la información se está considerando 5 clasificaciones en su variación. La modificación cuantitativa, esta se refiere cuando solo hay cambios en los datos numéricos en la situación presentada. La modificación relacional, esta se refiere al cambio de registro, considerando a Duval (2006), del registro escrito a otro cualquiera, por ejemplo, realizando una conversión al registro algebraico, al registro gráfico, etc., pero con la misma información. Agregar o quitar información, es decir, cuando se

elimina algunas líneas para que la información sea más concisa, o cuando se agrega algún dato más, manteniendo lo que estaba anteriormente. Conservación de la información, esta se refiere a que no se realiza cambios en la información.

- En el requerimiento se está considerando 3 clasificaciones en su variación. Modificación cuantitativa, esta se refiere a la variación en el requerimiento para que la cantidad de elementos en el conjunto solución varíe. Modificación cualitativa, es decir, que el requerimiento pedido es diferente a lo pedido en el problema del episodio. Conservación del requerimiento, es decir, que el requerimiento es el mismo respecto al problema del episodio.
- En el contexto se está considerando 2 clasificaciones. Modifica a intramatemático, ya que en los problemas del episodio se proponen con el entorno extramatemático. Conserva el contexto, es decir, que el problema que se crea continúa siendo extramatemático.
- En el entorno se está considerando 2 clasificaciones. Sistema de inecuaciones con dos incógnitas, esta clasificación es cuando el problema creado solo emplea el uso de sistema de inecuaciones, y otros, corresponde cuando se añade otro objeto matemático al sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

Para el análisis de la creatividad de los problemas creados por los docentes, se está considerando lo siguiente:

- En la flexibilidad se está considerando 4 criterios:

- a. Requerimiento de dificultad gradual, este criterio corresponde si efectivamente el problema creado corresponde en complejidad respecto a un Problema pre y un Problema pos. Si el problema creado cumple este criterio ameritará 1 punto.
- b. Requerimiento se puede responder de varias formas, este criterio corresponde a las distintas posibilidades que se puede responder el problema creado. Si el problema creado cumple este criterio ameritará 1 punto.
- c. Favorece la conexión con otros temas, este criterio corresponde a que el problema creado se puede relacionar con otro objeto matemático. Si el problema creado cumple este criterio ameritará 1 punto.
- d. Favorece la conexión con otras áreas, este criterio corresponde a verificar si el problema se puede relacionar con otras áreas, es decir, que sea integrador. Si el problema creado cumple este criterio ameritará 1 punto.
- En la originalidad se está considerando 3 criterios.
  - a. Problema presenta novedad en toda la información, es decir, cuando cambia totalmente. Si el problema creado cumple este criterio ameritará 1 punto.
  - b. Problema presenta novedad en el requerimiento, cuando se presenta un requerimiento que no es muy común, ya sea en su redacción o pedido. Si el problema creado cumple este criterio ameritará 1 punto.

- c. Problema diferente a los demás, esto quiere decir, con respecto a la creación de problemas en relación a los demás participantes. Si el problema cumple este criterio ameritará 1 punto.
- En la fluidez se está considerando 2 criterios.
  - a. El problema tiene un requerimiento. Si el problema cumple este criterio ameritará 1 punto.
  - b. El problema tiene dos o más requerimientos, ya que es posible que, al tener varios requerimientos, el problema se desarrolle de manera sencilla o retadora, y se puede observar el desarrollo del estudiante cuando se enfrente a ellos. Si el problema cumple este criterio ameritará 2 puntos.

En total, se podrá obtener 10 puntos en creatividad al crear un problema.

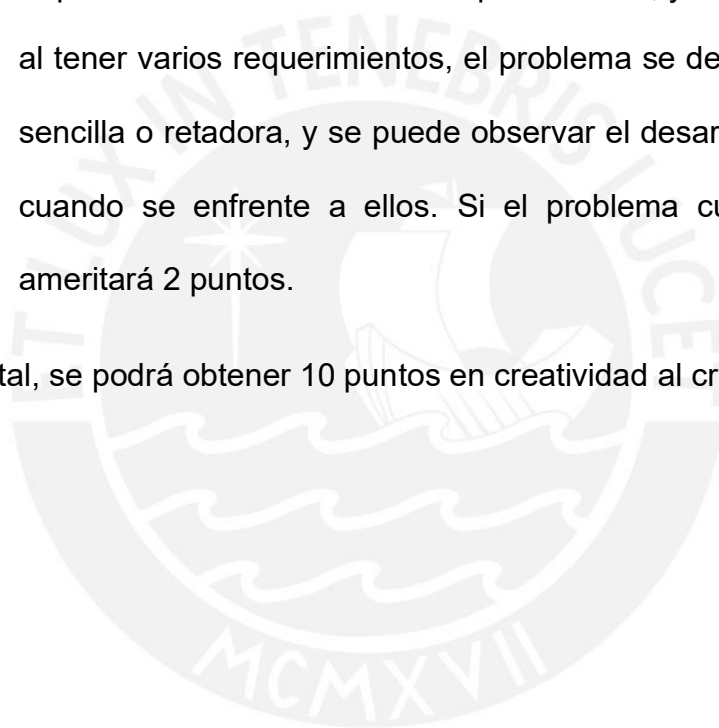


Tabla 5. Rúbrica para analizar los problemas creados por variación.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO															
Código del docente		Problema Pre		Problema Pos		Características de la resolución del problema									
						Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos								
							4								
							5 o más								
												Desigualdades en las inequaciones	Estrictas		
													Amplias		
													Mixtas		
						Región factible	Acotada								
							No acotada								
						Conjunto solución	Cantidades discretas								
							Cantidades no discretas								
Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador	Puntaje obtenido								
Información	Modificación cuantitativa		Requerimiento	Modificación cuantitativa	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1								
	Modificación relacional					Requerimiento se puede responder de varias formas.	1								
	Agrega o quita información					Favorece la conexión con otros temas.	1								
	Cambia toda la información		Requerimiento	Modificación cualitativa	Originalidad	Favorece la conexión con otras áreas	1								
	Conserva la información					Problema presenta novedad en la información	1								
						Problema presenta novedad en el requerimiento.	1								
		Conserva el requerimiento	Problema diferente a los demás.	2											
Contexto	Modifica a intramatemático		Entorno	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1								
	Conserva el contexto					El problema tiene 2 o más requerimientos	2								
						<b>PUNTAJE TOTAL</b>									
						<b>NIVEL ALCANZADO</b>									

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

Los problemas creados por los docentes sujetos de estudio serán analizados mediante esta rúbrica (ver Tabla 5), en la actividad de exploración inicial, durante el taller y en la actividad de exploración final del taller de creación de problemas, de acuerdo al enfoque de creación de problemas de Malaspina (2017), observando las modificaciones de elementos de un problema, así como en la fluidez, originalidad y flexibilidad.

#### **4.1.4. Codificación de los docentes participantes.**

Se estableció contacto con una especialista de la UGEL n.º 07 para que haga extenso la invitación a docentes de dicha unidad de gestión al “Taller sobre creación de problemas con docentes de matemática de nivel secundario sobre sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas”, en dicha invitación se especificó que el taller se realizaría de manera virtual y que se realizaría en tres sesiones.

Para codificar a los docentes participantes del taller, se estableció la letra “D” acompañado de un número de dos dígitos que les correspondería según el orden de la letra inicial del apellido paterno de cada docente.

#### **4.1.5. Papel del investigador**

El investigador presenta en la primera sesión el objetivo del taller y además dirigirá la secuencia de actividades del taller basado en la estrategia EPP, de este modo, realizará el monitoreo en las diferentes salas del Zoom en las que se encuentren agrupados los docentes, cerciorándose el adecuado desarrollo de las actividades del taller, y responder a cualquier pregunta

que surja por parte de los docentes, controlará el tiempo para actividad programado para cada actividad, y de la entrega de instrumentos vía mensajería instantánea o correo electrónico en el momento adecuado. Finalmente, de la entrevista a docentes seleccionados como sujetos de estudio, para recoger sus apreciaciones y comentario respecto a sus problemas creados.

#### **4.2. Fase de entrada al escenario**

El “Taller sobre creación de problemas con docentes de matemática de nivel secundario sobre sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas” inició el 28 de octubre de 2020 a las 17:30 h mediante la plataforma virtual Zoom.

- Como parte inicial, el investigador realizó una presentación mediante diapositivas, indicando de esta manera el objetivo general del taller: “Estimular la capacidad de crear problemas por variación, sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario”, se explicó la relación que tiene el enfoque en el que se está trabajando en el área de matemática en las instituciones educativas y el enfoque de la creación de problemas, y finalmente la exposición sobre el enfoque de creación de problemas según Malaspina (2017).

#### **4.2.1. Datos informativos de los docentes participantes del taller de creación de problemas**

El taller contaba con la participación de quince docentes, y se estableció para cada uno de ellos un código como se detalló anteriormente: D01, D02, D03, D04, D05, D06, D07, D08, D09, D10, D11, D12, D13, D14 y D15.

Como se detalló en el punto 4.1.2., respecto a la secuencia, se solicitó a los docentes participantes completar un cuestionario de entrada, donde se recogió su experiencia laboral, grado académico, materiales que usa para proponer problemas a sus estudiantes y su conocimiento sobre estrategias en creación de problemas (ver Tabla 6).

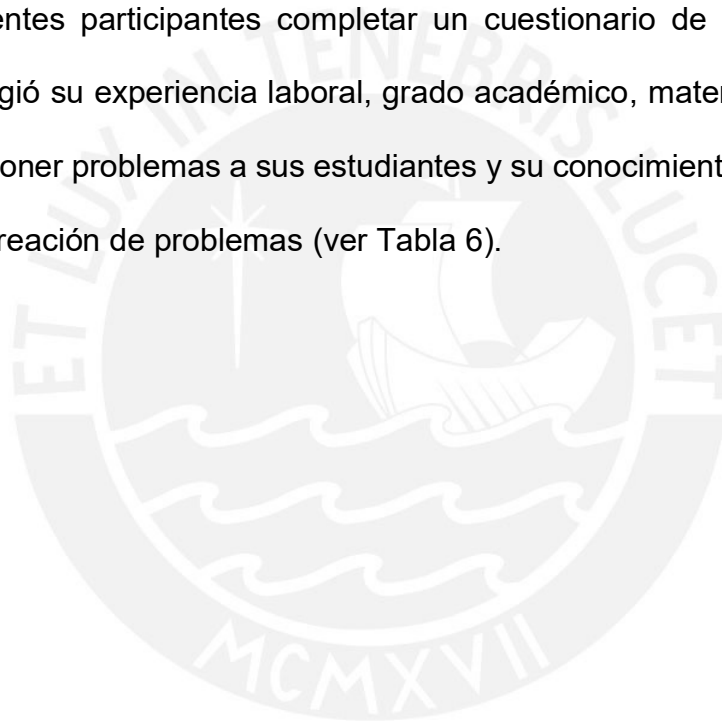




Tabla 6. Datos recogidos del cuestionario de entrada.

Docentes	Grado académico	Tiempo de servicio en la docencia	¿Cuál es la fuente principal de los ejercicios y problemas que propone a sus estudiantes?	De los problemas que propone a sus estudiantes, ¿qué porcentaje son elaborados por usted aproximadamente?	En los últimos 5 años, ¿enseñó el tema de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas?	Comente sobre su conocimiento acerca de alguna estrategia para la creación de problemas	Explique si considera que la creación de problemas podría potenciar la enseñanza-aprendizaje de la matemática.
D01	M	20	Elaboración propia	50%	No	Conozco dos formas: por variación y elaboración.	Si lo considero, sobre todo si el docente conoce la estrategia y lo aplica con sus estudiantes. Ello generaría la creatividad y el pensamiento crítico en los estudiantes.
D02	B	20	Textos del Minedu	50 %	Si	Busco el interés de mis estudiantes; adecuo algunos problemas ya elaborados para la realidad de mis estudiantes	Si puede potenciar, porque el fin único de las matemáticas es la resolución de problemas
D03	M	15	Textos del Minedu	20 %	Si	Estrategia de creación de problemas por variación	Si puede potenciar la enseñanza-aprendizaje para los docentes y los estudiantes, ya que sería más familiar, cercano y contextual

D04	M	28	Textos del Minedu	20 %	Si	La creación por mi parte está en función de los objetivos o desempeños a lograr, reviso los materiales y adapto los problemas realizando algunas modificaciones en estructura o complejidad del mismo. También, se pone retos a los estudiantes a que puedan crear sus problemas considerando algunos aspectos importantes y tomando como modelos los desarrollados en clase.	Considero que sí, ya que desarrolla la creatividad y evidencia el aprendizaje.
D05	M	20	Páginas web	50 %	No	No conozco	Si, porque, nos ayudaría a contextualizar las situaciones problemáticas en la enseñanza-aprendizaje, desde un nivel básico a un nivel avanzado.
D06	B	20	Elaboraciones propias	50 %	Si	Yo creo los problemas contextualizándolo, considerando los estándares de aprendizaje y necesidades de mis estudiantes.	Si considero importante y me agrada potenciar, ese motivo me mueve a llevar este taller.

D07	B	20	Páginas web	25 %	No	Revisar diversos tipos de problemas, para luego crear uno que se ajuste al propósito que se quiere lograr.	Considero que la creación de problemas puede potencializar la enseñanza aprendizaje ya que a través de ella se podría puede desarrollar las competencias.
D08	M	24	Textos del Minedu	50 %	Si	No conozco	Si porque estaría adecuado cada problema al contexto del estudiante
D09	M	25	Textos del Minedu	20 %	Si	La estrategia que empleo es la creación de problemas por variación.	Si lo considero, ya que los estudiantes al participar en la creación de problemas desarrollan su creatividad.
D10	M	20	Textos del Minedu	20 %	Si	aplicación de ejercicios	Si veo necesario saber crear problemas, ya que de esta manera se realizaría acorde al contexto del estudiante, así mismo el estudiante podría crear problemas y solucionarlo
D11	B	19	Textos del Minedu	25 %	No	Se crea problemas por variación y elaboración, los elementos fundamentales de los problemas son: Información, requerimiento, contexto y entorno matemático.	Si crear problemas potencia la enseñanza - aprendizaje de la matemática.

D12	M	25	Textos del Minedu	50 %	Si	Por adecuación	Si, ya que gracias a ello podemos adecuar las propuestas dadas por el MINEDU de acuerdo a las necesidades de nuestros estudiantes.
D13	M	20	Textos del Minedu	33 %	Si	Creación de problemas por variación varío algunos aspectos del problema, y creación de problemas por elaboración mantengo el propósito a lograr, pero creo un nuevo problema.	Claro que sí, un problema lo contextualizamos para que sea más significativo para el estudiante. Además, podemos proponer un problema pre y post de acuerdo al nivel de desarrollo de la competencia y a las necesidades de los estudiantes.
D14	M	25	Textos del Minedu	0 %	Si	Por similitud a problemas ya planteados, cambiando los datos.	La creación de problemas sí podría potenciar la enseñanza - aprendizaje de la matemática porque potencia el pensamiento crítico del estudiante.
D15	M	8	Textos del Minedu	25 %	No	Primero que adecuen datos ellos modifican información. Ya luego crean según el propósito que se persigue	Si, ya que se da el razonamiento la creatividad.

Del cuestionario, 4 docentes tienen el grado de bachiller y 11 tienen el grado de magister.

En servicio en la docencia, 3 docentes tienen menos de 20 años y 12 docentes tienen 20 o más años laborando en instituciones educativas privadas y/o nacionales.

Respecto a la fuente principal que tienen los docentes para proponer problemas a los estudiantes, 11 docentes de los 15 tienen como fuente principal a los textos dados por el Ministerio de educación.

Todos los docentes señalan un porcentaje menor o igual al 50 % de los problemas propuestos a sus estudiantes son creados por ellos mismos.

En la enseñanza del contenido matemático de sistema de inequaciones en los últimos 5 años, 10 docentes afirmaron que si lo habían enseñado.

Respecto al conocimiento de alguna estrategia para crear problemas, 7 docentes señalan que conocen la estrategia de crear problemas por variación y/o elaboración, 2 docentes desconocen estrategia alguna y los demás indican que crean problemas de acuerdo al propósito que se requiere que un estudiante necesite conocer, adecuando en algunos casos los datos e intereses de sus estudiantes.

Todos los docentes consideran que la creación de problemas potencia la enseñanza-aprendizaje de la matemática, adecuando los problemas que se tienen a la mano para lograr los objetivos que se requiere que un estudiante conozca, de acuerdo a sus necesidades.

### 4.3. Fase de recojo y análisis de la información

En esta fase se estableció a los sujetos de estudio, se realizó el análisis de la información que se ha recogido, según el enfoque de creación de problemas de Malaspina (2014b, 2017).

#### 4.3.1. Criterio para determinar los sujetos de estudio

Uno de los criterios para determinar a los sujetos de estudio de esta investigación fue la asistencia a toda la secuencia de actividades propuestas en el taller realizado, durante las tres sesiones y horarios establecidos, para luego realizar la comparación de sus creaciones entre la actividad de exploración inicial y la actividad de exploración final, y así verificar si se ha logrado en los docentes, estimular la capacidad de crear problemas respecto a los sistemas de inequaciones lineales con dos incógnitas.

Por ello, se estableció un control de asistencia de los docentes participantes al taller (ver Tabla 7).

Tabla 7. Asistencia de los docentes en las actividades de cada sesión del taller de creación de problemas.

Participantes	28 de octubre, desde las 17:30 h hasta 20:30 h		31 de octubre, desde las 10:00 h hasta 13:00 h		04 de noviembre, desde las 17:30 h hasta 20:30 h	
	Primera parte	Segunda parte	Primera parte	Segunda parte	Primera parte	Segunda parte
D01	P	P	P	P	P	
D02	P	P	P	P		
D03	P	P	P		P	P
D04	P	P		P	P	P
D05	P	P	P	P	P	P

D06	P	P		P	P	
D07	P	P		P		
D08	P	P	P	P		
D09	P	P	P		P	P
D10	P	P	P			
D11	P	P	P	P	P	P
D12	P	P		P	P	P
D13	P	P	P	P	P	P
D14	P	P	P	P	P	
D15	P	P	P	P	P	

En la tabla se muestra que los participantes D05, D11 y D13 asistieron las tres sesiones del taller durante todas las secuencias de actividades. Es importante, mencionar que varios de los participantes no pudieron estar en todas las sesiones por informes y trabajos que debían presentar en sus respectivas instituciones educativas donde laboran, algunos docentes por problemas de salud y otros por fallas en la conexión de internet, lo que motivó a que no estuvieran presente en algunas sesiones o parte de ellas.

Los sujetos de estudio por lo tanto fueron los docentes participantes codificados con D05, D11 y D13, de los cuales se hizo el análisis de sus problemas creados.

#### **4.3.2. Datos informativos de los sujetos de estudio**

En la primera parte de la primera sesión se les presentó un cuestionario de entrada (ver Anexo 2), el cual se les envió mediante correo electrónico y al WhatsApp grupal. Además, se analizó los datos informativos de los docentes sujetos de estudio D05, D11 y D13, recogidos el 28 de octubre de 2020.

El docente D05, según el registro nacional de grados académicos y títulos profesionales que se muestra en el portal de la Superintendencia Nacional de Educación Superior Universitaria (SUNEDU), tiene el grado de bachiller en Ciencias de la Educación en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, y el grado de magister con mención en Docencia y Gestión educativa en la Universidad Cesar Vallejo. Señaló que tiene 20 años de servicio en la educación secundaria como docente de Matemática en instituciones educativas nacionales, las fuentes principales de los ejercicios y problemas que propone a sus estudiantes la toma de las páginas web, que el 75 % de esos problemas son elaborados por el mismo, en los 5 últimos años no enseñó sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, desconoce estrategias para crear problemas y además considera que la creación de problemas puede potenciar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, porque ayudaría a contextualizar las situaciones problemáticas en la enseñanza-aprendizaje, desde un nivel básico a un nivel avanzado.

El docente D11, según el registro nacional de grados académicos y títulos profesionales que se muestra en el portal de la Superintendencia Nacional de Educación Superior Universitaria (SUNEDU), tiene el grado de bachiller en educación y licenciatura en educación con especialidad en Matemática y Física en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos y, además, es biólogo con mención en Microbiología y Parasitología en la misma universidad. Señaló que tiene 19 años de servicio en la educación



secundaria como docente de Matemática, 12 años en instituciones educativas privadas y 7 años en instituciones educativas nacionales, que las fuentes principales de los ejercicios y problemas que propone a sus estudiantes la toma de los textos que les proporciona el Ministerio de Educación, el 25 % de esos problemas son elaborados por el mismo, en los 5 últimos años no enseñó sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, menciona que conoce que se puede crear problemas por variación y elaboración y menciona los elementos fundamentales de un problema según lo descrito por Malaspina (2017), y además considera que la creación de problemas puede potenciar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

El docente D13, según el registro nacional de grados académicos y títulos profesionales que se muestra en el portal de la Superintendencia Nacional de Educación Superior Universitaria (SUNEDU), tiene el grado de bachiller en Educación y la licenciatura en Educación secundaria en la especialidad de Físico-Matemática y Ciencias religiosas, además tiene el grado de Maestra en Psicopedagogía en la Universidad Marcelino Champagnat. Señaló que tiene 20 años de servicio en la educación secundaria como docente de Matemática en instituciones educativas nacionales, que las fuentes principales de los ejercicios y problemas que propone a sus estudiantes la toma de los textos que les proporciona el Ministerio de Educación, el 33 % de esos problemas son elaborados por el mismo, en los 5 últimos años si enseñó sistema de inecuaciones lineales con dos

incógnitas, menciona que conoce que se puede crear problemas por variación, variando algunos aspectos del problema y por elaboración, se mantiene el propósito a lograr pero se crea un nuevo problema y menciona los elementos fundamentales de un problema según lo descrito por Malaspina (2017), además considera que la creación de problemas puede potenciar la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, ya que un problema se contextualiza para que sea más significativo para el estudiante, y proponer un problema pre y pos de acuerdo al nivel de desarrollo de la competencia y a las necesidades de los estudiantes.

#### **4.3.3. Actividad de exploración inicial**

La actividad de exploración inicial (ver Anexo 3) se realizó en la segunda parte de la primera sesión del taller y fue resuelta en este momento por trece docentes D01, D02, D03, D05, D06, D07, D08, D09, D11, D12, D13, D14 y D15. Con los docentes D04 y D10, no se realizó la actividad de exploración inicial en otro momento, ya que luego de la actividad se comentaría sobre algunos alcances generales respecto al objeto matemático y sobre el enfoque de creación de problemas, y podría sesgar de algún modo la investigación.

La actividad de exploración inicial (ver Anexo 3) constó de cuatro preguntas y fue resuelta por 13 de los 15 docentes participantes. Se muestra el análisis global de los resultados en los comentarios finales de la investigación.

Seguidamente se presentan las soluciones ideales y algunos comentarios generales de lo observado en las resoluciones de los docentes en esta actividad de exploración inicial (ver Anexo 3).

En la pregunta n.º 1 (ver Figura 13), se presentan 3 enunciados, en las que se pide identificar la o las incógnitas en cada enunciado, definir las incógnitas y establecer si las desigualdades son estrictas o amplias para representar algebraicamente a dichos enunciados.

<b>1. Define las incógnitas y escribe en un lenguaje algebraico los siguientes enunciados:</b>		
<b>Enunciado</b>	<b>Definición de incógnitas</b>	<b>Lenguaje algebraico</b>
Manuel ganará por lo menos S/ 2000 en su nuevo trabajo.		
María obtuvo más de 45 puntos en una prueba que se podía obtener como máximo 60 puntos.		
Edith tiene como máximo 5 días para confeccionar camisas y pantalones. Ella trabajará 8 horas cada día y puede confeccionar una camisa en 120 minutos y un pantalón en 150 minutos.		

Figura 13. Pregunta n.º 1 de la actividad de exploración inicial.

Se esperaba que en las respuestas de esta pregunta puedan elegir cualquier letra que represente a la o las incógnitas. Respecto a la definición de las incógnitas se presenta una forma adecuada más no la única (ver Figura 14), y en la transformación al lenguaje algebraico sean de la siguiente manera:

Enunciado	Definición de incógnitas	Lenguaje algebraico
Manuel ganará por lo menos S/ 2000 en su nuevo trabajo.	$x$ : sueldo de Manuel en su nuevo trabajo	$x \geq 2000$ o $2000 \leq x$
María obtuvo más de 45 puntos en una prueba que se podía obtener como máximo 60 puntos.	$x$ : puntaje que obtuvo María en una prueba	$45 < x \leq 60$
Edith tiene como máximo 5 días para confeccionar camisas y pantalones. Ella trabajará 8 horas cada día y puede confeccionar una camisa en 120 minutos y un pantalón en 150 minutos.	$x$ : cantidad de camisas $y$ : cantidad de pantalones	$2x + 2,5y \leq 40$ o $120x + 150y \leq 2400$

Figura 14. Respuesta adecuada a la pregunta n.º 1 de la actividad de exploración inicial.

En el primer enunciado, 5 docentes expresaron algebraicamente de manera inadecuada el sentido de la desigualdad y/o interpretar a la desigualdad como si fuera estricta. En el segundo enunciado, 5 docentes expresaron algebraicamente de manera inadecuada el rango de la inecuación, algunos solo consideraron uno de los límites y otros interpretaron la desigualdad estricta por la amplia y viceversa. En el tercer enunciado, 2 docentes no la respondieron y 5 docentes cometieron errores al definir las incógnitas, y eso conllevó a realizar de manera inadecuada la expresión algebraica de la inecuación.

Las respuestas de los docentes seleccionados fueron los siguientes:

Participante D05:

Enunciado	Definición de incógnitas	Lenguaje algebraico
Manuel ganará por lo menos S/ 2000 en su nuevo trabajo.	Sueldo: x	$x \geq 2000$
María obtuvo más de 45 puntos en una prueba que se podía obtener como máximo 60 puntos.	Puntaje de María: x	$45 < x \leq 60$
Edith tiene como máximo 5 días para confeccionar camisas y pantalones. Ella trabajará 8 horas diarias y puede confeccionar una camisa en 120 minutos y un pantalón en 150 minutos.	Sea: # de Camisas: x # de Pantalones: y	$2x + 2,5y \leq 40$

Figura 15. Respuesta del docente D05 a la pregunta n.º 1 de la actividad de exploración inicial.

El participante define de manera adecuada cada incógnita y representa los tres enunciados de manera correcta. Respecto al tercer enunciado, considera el tiempo en horas.

Participante D11:

Enunciado	Definición de incógnitas	Lenguaje algebraico
Manuel ganará por lo menos S/ 2000 en su nuevo trabajo.	Sea el sueldo (lo que gana) = x	$x \geq 2000$
María obtuvo más de 45 puntos en una prueba que se podía obtener como máximo 60 puntos.	Sea el puntaje =x	$45 < x \leq 60$
Edith tiene como máximo 5 días para confeccionar camisas y pantalones. Ella trabajará 8 horas diarias y puede confeccionar una camisa en 120 minutos y un pantalón en 150 minutos.	Sea Número de pantalones =P Número de camisas=C	$120C+150P \leq 2400$

Figura 16. Respuesta del docente D11 a la pregunta n.º 1 de la actividad de exploración inicial.

El participante define de manera adecuada cada incógnita y representa los tres enunciados en su forma algebraica de manera correcta. Respecto al tercer enunciado, considera el tiempo en minutos.

Participante D13:

Enunciado	Definición de incógnitas	Lenguaje algebraico
Manuel ganará por lo menos S/ 2000 en su nuevo trabajo.	Sueldo: x	$x \geq 2000$
María obtuvo más de 45 puntos en una prueba que se podía obtener como máximo 60 puntos.	Puntaje: x	$45 < x < 60$
Edith tiene como máximo 5 días para confeccionar camisas y pantalones. Ella trabajará 8 horas diarias y puede confeccionar una camisa en 120 minutos y un pantalón en 150 minutos.	Cantidad de Camisas: x Cantidad de Pantalones: y	$\frac{120}{60}x + \frac{150}{60}y \leq 40$

Figura 17. Respuesta del docente D13 a la pregunta n.º 1 de la actividad de exploración inicial.

En el primer enunciado, realizó el cambio al lenguaje algebraico de manera correcta, en el segundo enunciado no representó de manera adecuada el término “máximo”, el cual corresponde a un “menor o igual que”, y en el tercer enunciado, cambia de manera correcta al lenguaje algebraico, dejando los coeficientes de las incógnitas en términos de fracciones.

En la pregunta n.º 2 (ver Figura 18), se presenta un gráfico que se divide en cuatro regiones, y se solicita que representen algebraicamente a las regiones BUC y A, mediante un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

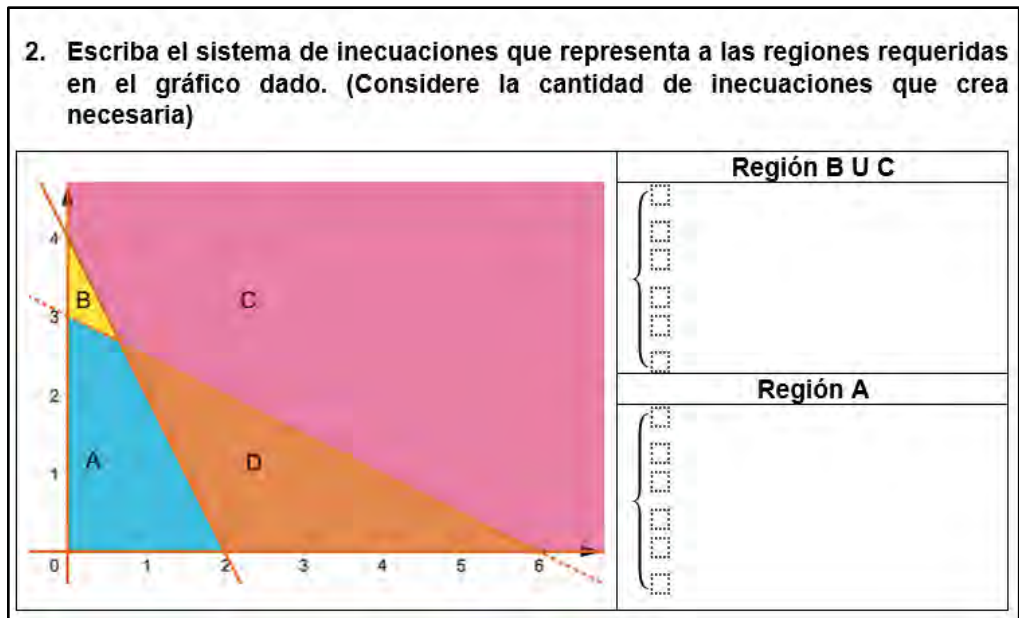


Figura 18. Pregunta n.º 2 de la actividad de exploración inicial.

Se esperaba que, en las respuestas de esta pregunta puedan expresar las restricciones utilizando correctamente el tipo de desigualdad y la cantidad de inecuaciones necesarias para el sistema, la solución ideal es de la siguiente manera:

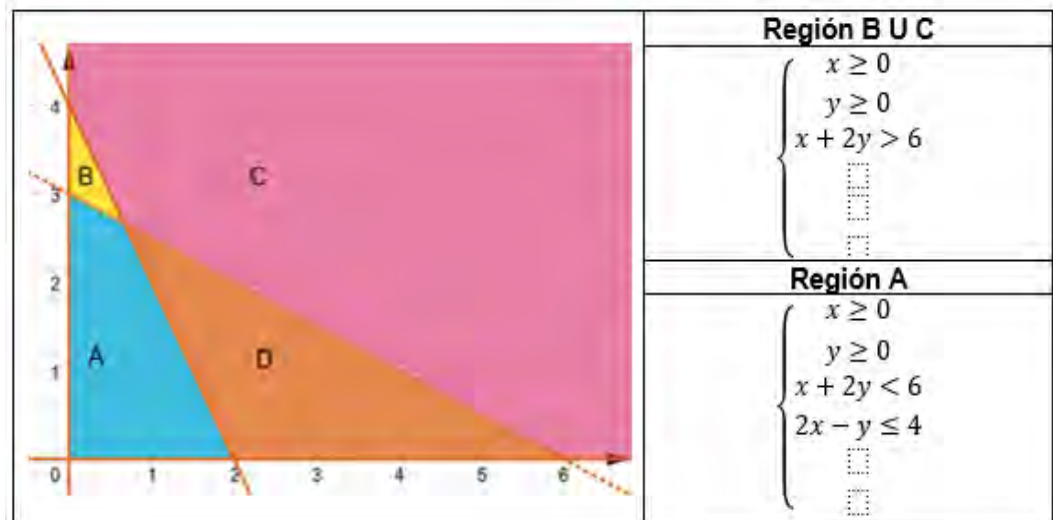


Figura 19. Respuesta adecuada a la pregunta n.º 2 de la actividad de exploración inicial.

En la región B U C, era necesaria la determinación de una recta que pasa por (0;3) y (6;0), ningún docente presentó correctamente las tres inecuaciones, 5 docentes no respondieron, y los que respondieron tuvieron errores al no interpretar la desigualdad amplia y no estricta de la recta, el sentido de la desigualdad y/o la omisión de los valores positivos incluyendo el cero.

En la región A, era necesaria determinar las dos rectas de la gráfica, hubo 6 docentes que no respondieron, 2 docentes que tuvieron errores en el sentido de la desigualdad y 5 docentes que respondieron de manera adecuada.

Respecto a los participantes seleccionados como sujetos de estudio, sus respuestas fueron las siguientes:

Participante D05:

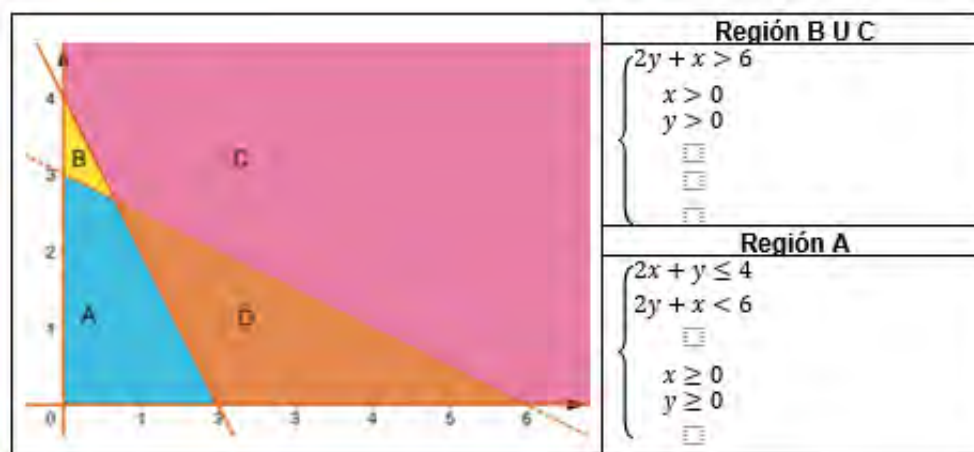


Figura 20. Respuesta del docente D05 a la pregunta n.º 2 de la actividad de exploración inicial.

En la región BUC, en el sistema de inecuaciones que representó, la primera inecuación es correcta, y el signo de las desigualdades de la segunda y



tercera inecuación debieron ser amplias, es decir, debió considerar que las incógnitas pueden tomar el valor de cero.

En la región A, el cambio de representación gráfica a la representación algebraica lo realizó de manera correcta.

Participante D11:

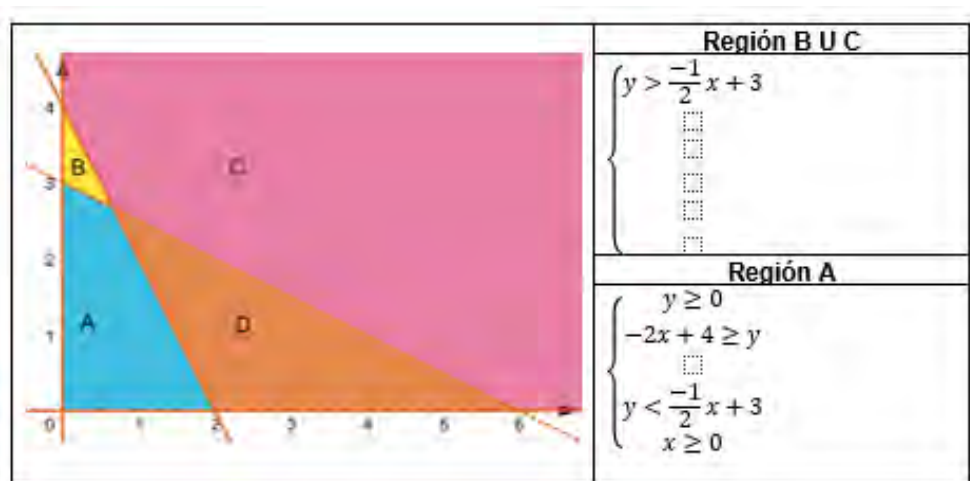


Figura 21. Respuesta del docente D11 a la pregunta n.º 2 de la actividad de exploración inicial.

En la región BUC, la primera inecuación es correcta, aunque pudo expresarlo de una manera adecuada, poniendo las incógnitas en un miembro de la inecuación y al valor numérico en el otro miembro. Además, omitió dos restricciones en el sistema de inecuaciones, las cuales son  $x \geq 0$  y  $y \geq 0$ .

En la región A, el cambio de representación gráfica a la representación algebraica lo realizó de manera correcta, aunque pudo expresarlo de una manera adecuada, poniendo las incógnitas en un miembro de la inecuación y al valor numérico en el otro miembro.

Participante D13:

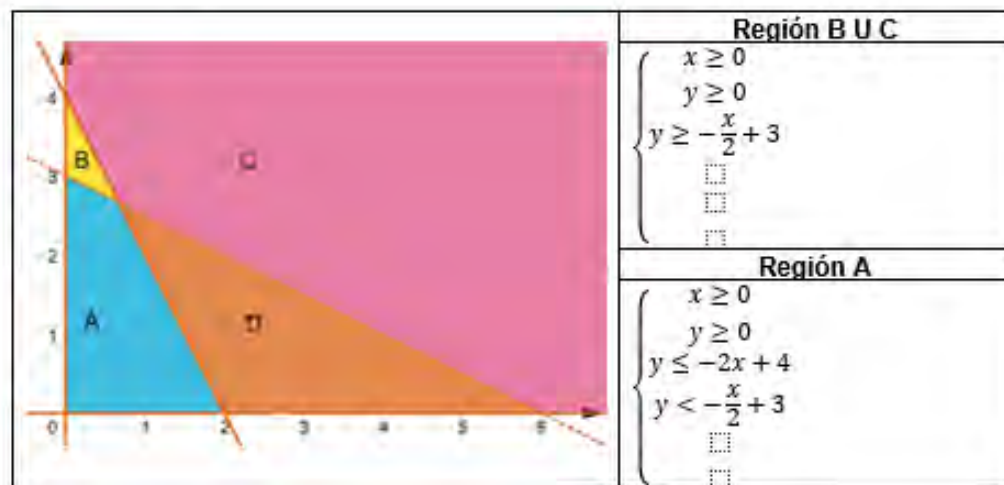


Figura 22. Respuesta del docente D13 a la pregunta n.º 2 de la actividad de exploración inicial.

En la región BUC, las dos primeras inecuaciones son correctas, y en la tercera inecuación, el signo de la desigualdad debió ser estricta, y hubiera puesto las incógnitas en un miembro de la inecuación y al valor numérico en el otro miembro, para una mejor visualización del sistema.

En la región A, el cambio de representación gráfica a la representación algebraica lo realizó de manera correcta, aunque pudo expresarlo de una manera adecuada, poniendo las incógnitas en un miembro de la inecuación y al valor numérico en el otro miembro.

En la pregunta n.º 3 (ver Figura 23), se solicita agregar una condición al enunciado para que se pueda representar algebraicamente mediante una inecuación.

<b>3. Agregue alguna condición a cada enunciado para que se pueda plantear mediante una inecuación, defina a las incógnitas y escriba la inecuación:</b>			
<b>Enunciado</b>	<b>Condición</b>	<b>Definición de incógnitas</b>	<b>Inecuación</b>
El precio de 1 kg de arroz es S/ 3,50 y 1 kg de azúcar es S/ 2,80.			
Manuel observó que por día compra 100 g de comida para gato y 400 g de comida para perro.			

Figura 23. Pregunta n.º 3 de la actividad de exploración inicial.

Se esperaba que en las respuestas de esta pregunta puedan identificar las dos incógnitas dadas en el enunciado y establecer una condición necesaria para que exista una inecuación y luego representarla de manera correcta, en esta pregunta no hay una única respuesta, existen varias posibilidades, y una de ellas es la siguiente:

<b>Enunciado</b>	<b>Condición</b>	<b>Definición de incógnitas</b>	<b>Inecuación</b>
El precio de 1 kg de arroz es S/ 3,50 y 1 kg de azúcar es S/ 2,80.	Se puede gastar hasta S/ 15	$x$ : cantidad de kilogramos de arroz $y$ : cantidad de kilogramos de azúcar	$3,5x + 2,8y \leq 15$
Manuel observó que por día compra 100 g de comida para gato y 400 g de comida para perro.	Esa cantidad de comida era para 2 perros y 2 gatos, y ahora adoptó más de estos animales	$x$ : cantidad de gatos que tiene $y$ : cantidad de perros que tiene	$500 < 50x + 200y$

Figura 24. Respuesta adecuada a la pregunta n.º 3 de la actividad de exploración inicial.

En el primer enunciado, 12 de los 13 docentes lo realizaron de manera adecuada, y en el segundo enunciado, 5 docentes lo resolvieron de manera adecuada, 4 docentes no lo resolvieron y 4 docentes escribieron

condiciones inadecuadas o resolvieron de manera incompleta, es decir, solo escribieron la condición y no la representación algebraica.

Respecto a los participantes seleccionados como sujetos de estudio, sus respuestas fueron las siguientes:

Participante D05:

Enunciado	Condición	Definición de incógnitas	Inecuación
El precio de 1 kg de arroz es S/ 3,50 y 1 kg de azúcar es S/ 2,80.	Presupuesto es de S/10	X: kg de arroz Y: Kg de azúcar	$3,5x + 2,8y \leq 10$
Manuel observó que por día compra 100 g de comida para gato y 400 g de comida para perro.	El número máximo de kg a comprar es menor a 10 kg	X: # bolsas (gato) Y: # bolsas (perro)	$100x + 400y \leq 1000$

Figura 25. Respuesta del docente D05 a la pregunta n.º 3 de la actividad de exploración inicial.

En el primer enunciado, completa la condición, definición de las incógnitas y la representación algebraica de la inecuación de manera correcta.

En el segundo enunciado, completa la condición y definición de las incógnitas de manera correcta, pero incurrió en un error al considerar 10 kg como 1000 g, además el signo de la desigualdad debió ser estricto.

Participante D11:

Enunciado	Condición	Definición de incógnitas	Inecuación
El precio de 1 kg de arroz es S/ 3,50 y 1 kg de azúcar es S/ 2,80.	Se dispone de 150 soles para comprar arroz y/o azúcar	Sean Cantidad de kg de arroz: x Cantidad de kg de azúcar: y	$3,5x+2,8y \leq 150$
Manuel observó que por día compra 100 g de comida para gato y 400 g de comida para perro.		Sean	

Figura 26. Respuesta del docente D11 a la pregunta n.º 3 de la actividad de exploración inicial.

En el primer enunciado, completa la condición, definición de las incógnitas y la representación algebraica de la inecuación de manera correcta.

No completó la condición, definición de incógnitas y la inecuación del segundo enunciado.

Participante D13:

Enunciado	Condición	Definición de incógnitas	Inecuación
El precio de 1 kg de arroz es S/ 3,50 y 1 kg de azúcar es S/ 2,80.	Si Carmen lleva 30 soles le faltaría dinero, si lleva 36 soles le sobraría dinero	X= Kilos de arroz Y=Kilos de azúcar	$30 < 3,50x + 2,80y < 36$
Manuel observó que por día compra 100 g de comida para gato y 400 g de comida para perro.	Si Manuel paga con un billete de 20 soles le faltaría y si paga con un billete de 50 soles le sobraría.	X= Costo de la comida del gato Y= costo de la comida del perro	$20 < 100x + 400y < 50$

Figura 27. Respuesta del docente D13 a la pregunta n.º 3 de la actividad de exploración inicial.

En el primer enunciado, completa la condición, definición de las incógnitas y la representación algebraica de la inecuación de manera correcta.

En el segundo enunciado, la condición no tiene relación con la inecuación, ya que las unidades de masa y soles no guardan relación en la inecuación planteada.

### **Comentario global de las 3 primeras preguntas de la actividad de exploración inicial.**

Algunos docentes tienen dificultades al realizar la conversión de registros, según la teoría de registros de Duval (2006), representar un lenguaje verbal en lenguaje algebraico, ya sea con el objeto matemático de inecuaciones con una o dos incógnitas, de igual manera cuando se requiere pasar de una representación gráfica a una algebraica.

En la pregunta n.º 4 (ver Figura 28), se solicita crear un problema que pueda facilitar la comprensión y resolución de un problema dado, o la creación de un problema que resulte más retador que el problema dado.

<p><b>4. Analice el siguiente problema.</b></p> <p>Doña Juana es la encargada de la cocina en un restaurante. En cierto día tiene que preparar, entre otros platos, arroz con pollo y estofado. Ese mismo día se percató que no cuenta con pollo, arveja y zanahoria. Y de urgencia manda a comprar dichos ingredientes, y sólo le pudieron conseguir 10 kg de pollo, 3 kg de arvejas y 1 kg de zanahorias. Si para preparar el arroz con pollo, en su receta para 6 personas, utiliza 900 g de pollo, 150 g de arvejas y 100 g de zanahorias, y para el estofado de pollo, en su receta para 4 personas, utiliza 600 g de pollo, 200 g de arvejas y 50 g de zanahoria. ¿Cuántos platos de cada tipo se podría preparar?</p>
<p>Luego de analizar el problema dado, elija una de las dos opciones para realizar:</p> <p>A. Crea un problema que facilite la comprensión y resolución del problema anterior, y resuélvalo.</p> <p>B. Crea un problema que resulte más retador que el problema anterior, y resuélvalo.</p>

Figura 28. Pregunta n.º 4 de la actividad de exploración inicial.

Hubo 4 docentes que no resolvieron la pregunta, 1 docente que intentó resolver el problema que se planteó, pero no creó un problema, 4 docentes que plantearon problemas que se resuelven con una sola incógnita, 1 docente que solo acomodó los datos en una tabla, 1 docente que eliminó

algunas líneas del problema para considerar netamente a los datos del problema, 1 docente en la cambió algunos datos numéricos para que los coeficientes de las incógnitas en la resolución sean solo números enteros y 1 docente que planteó un problema de programación lineal con información similar pero con algunas incoherencias, y con resolución incompleta.

Se realizó el análisis de las producciones de los docentes que asistieron a todas las sesiones y secuencia de actividades del taller, es decir, a los docentes codificados con D05, D11 y D13.

Respecto a la actividad de exploración inicial (ver Anexo 3), se analizó específicamente las producciones de los docentes D05, D11 y D13 respecto a la pregunta n.º 4, porque en esta pregunta se pide la creación de un problema luego de evaluar y resolver un problema propuesto, y según lo que proponen los docentes, realizar una comparación con las respuestas en la actividad de exploración final que se les aplicará al terminar el taller.

Este análisis se realizará mediante una rúbrica (ver Tabla 5), para valorar y evaluar la creatividad de los problemas creados por los docentes sujetos de investigación

Estos resultados se compararán con los obtenidos en la actividad de exploración final, para verificar si se logró la estimulación en la capacidad de crear problemas, mediante este enfoque de creación de problemas.

Para analizar las respuestas de los docentes D05, D11 y D13 respecto a la pregunta n.º 4 de la actividad de exploración inicial, se realizó una comparación con los procedimientos realizados por el investigador, la representación algebraica y gráfica del problema propuesto (ver Figura 29).

La resolución del problema n.º 4 propuesto en la actividad de exploración inicial es la siguiente:

Consideraremos los ingredientes de cada plato para una sola persona.

Expresamos en gramos las cantidades de pollo, arveja y zanahoria, y se obtuvo lo siguiente: 10 000 g de pollo, 3000 g de arvejas y 1000 g de zanahorias.

Platos y porciones	Pollo (g)	Arveja (g)	Zanahoria (g)
Arroz con pollo (6 personas)	900	150	100
Arroz con pollo (1 persona)	150	25	$\frac{50}{3}$
Estofado (4 personas)	600	200	50
Estofado (1 persona)	150	50	$\frac{25}{2}$

Como solo pudieron conseguir esas cantidades, podrán utilizar esa cantidad o menor, para preparar dichos platos con la receta que se tiene.

$x$ : Cantidad de platos de arroz con pollo

$y$ : Cantidad de platos de estofado

- Cantidad de pollo a utilizar en los dos platos:  $150x + 150y \leq 10000$



- Cantidad de arveja a utilizar en los dos platos:  $25x + 50y \leq 3000$
- Cantidad de zanahoria a utilizar en los dos platos:  $\frac{50}{3}x + \frac{25}{2}y \leq 1000$
- Considerando obviamente que la cantidad de ambos platos es mayor que cero (el problema menciona dice que “tiene que preparar”):  
 $x > 0, y > 0$ .

El sistema de inecuaciones sería el siguiente:

$$\begin{cases} 150x + 150y \leq 10000 \\ 25x + 50y \leq 3000 \\ \frac{50}{3}x + \frac{25}{2}y \leq 1000 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

La representación gráfica del sistema de inecuaciones es:

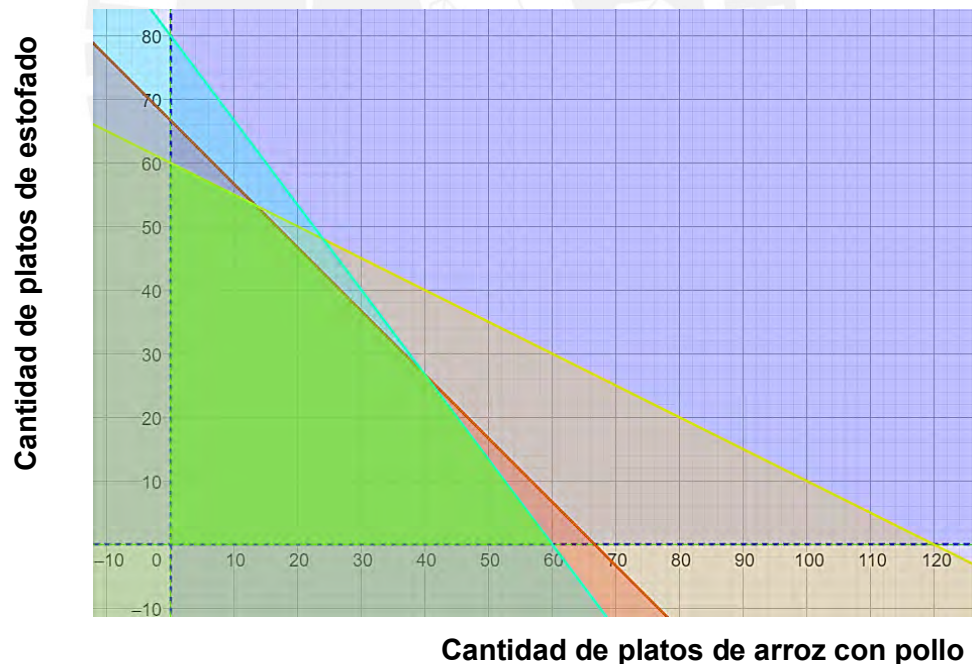


Figura 29. Representación gráfica del sistema del problema n.º 4 de la actividad de exploración inicial.

Las cantidades posibles de platos entre arroz con pollo y estofado que se podrían preparar, son los pares ordenados cuyos componentes son

cantidades enteras que pertenezcan a la región factible, que es la región de color verde.

A continuación, se muestra la respuesta del docente D05, quién considera un problema que facilitará la resolución del problema dado (ver Figura 30).

Creación de problema	
	<b>A</b> <b>B</b>
Cuántos grupos de 4 personas se podrán dar de comer si, se prepara estofado de pollo; Sabiendo que para hacer estofado de pollo para 4 personas se requiere 600gr de pollo, 200gr de arveja y 50gr de zanahoria. Teniendo en cuenta que solo se tiene 10kg de arroz, 3Kg de arveja y 1Kg de zanahoria	
Resolución del problema creado	
4Personas → 600gr de pollo, 200gr de arveja y 50gr de zanahoria Total, que se tiene → 10kg de arroz, 3Kg de arveja y 1Kg de zanahoria.	
$10000/600 = 16.6...$ $3000/200 = 15$ $1000/50 = 20$	
Tomamos el menor cociente que en este caso sería 15.	
Por ende, Solo se podrían dar de comer a 15 grupos de 4 personas la comida de estofado de pollo.	

Figura 30. Problema creado por el docente D05 en respuesta a la pregunta n.º 4 de la actividad de exploración inicial.

El problema creado por el docente D05 es más corto que el propuesto en la actividad, y la resolución que presenta es de forma aritmética, donde realiza divisiones entre las cantidades totales de cada ingrediente y la cantidad de ingrediente que se necesita para 4 platos. Luego, realiza una comparación entre los cocientes, eligiendo al menor de todos. La resolución también se podría realizar usando un sistema de inecuaciones, pero con una sola incógnita. El análisis del problema creado se realizó mediante la rúbrica ya mencionada (ver Tabla 8).

Tabla 8. Rúbrica para analizar el problema creado en la actividad de exploración inicial por el docente D05

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO											
Código del docente	D05	Problema Pre	X	Problema Pos		Características de la resolución del problema					
<p>Cuántos grupos de 4 personas se podrán dar de comer si, se prepara estofado de pollo. Sabiendo que para hacer estofado de pollo para 4 personas se requiere 600 g de pollo, 200 g de arveja y 50 g de zanahoria. Teniendo en cuenta que solo se tiene 10 kg de arroz, 3 kg de arveja y 1 kg de zanahoria.</p>						Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	X			
							4	-			
							5 o más	-			
						Desigualdades en las inequaciones	Estrictas	-			
							Amplias	X			
							Mixtas	-			
						Región factible	Acotada	-			
No acotada	-										
Conjunto solución	Cantidades discretas	X									
	Cantidades no discretas	-									
Elementos del problema						Creatividad del problema		Puntaje por indicador		Puntaje obtenido	
Información	Modificación cuantitativa	-	Requerimiento	Modificación cuantitativa	-	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	2	
	Modificación relacional	-					Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	X		
	Agrega o quita información	X					Favorece la conexión con otros temas.	1	-		
	Cambia toda la información	-	Conserva el requerimiento	Modificación cualitativa	X	Originalidad	Problema presenta novedad en la información	1	-	0	
	Conserva la información	-					Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	-		
							Problema diferente a los demás.	2	-		
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	-	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	X	1	
							El problema tiene 2 o más requerimientos	2	-		
	Conserva el contexto	X					Sistem. Inec. con una incog.	X	<b>PUNTAJE TOTAL</b>		3
										<b>NIVEL ALCANZADO</b>	Bajo

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

A continuación, se muestra la respuesta del docente D11:

Creación de problema	A	B
<p>Para la preparación de 6 platos de arroz con pollo, Doña Juana utiliza 900g de pollo, 150g de arvejas y 100 g de zanahoria. Para la preparación de 4 platos de estofado utiliza 600g de pollo, 200g de arvejas y 50g de zanahoria. Si sólo cuenta con 10kg de pollo, 3kg de arvejas y 1kg de zanahoria ¿Cuántos platos de cada tipo se podría preparar?</p>		
Resolución del problema creado		
<p>Se tiene            Pollo : 10kg = 10000g            Arvejas 3kg=3000g            Zanahoria 1kg=1000g</p> <p>Sean la cantidad de platos de:            Arroz con pollo : A            Estofado: E</p> <p>Receta de arroz con pollo para:            6 personas</p> <p>900g de pollo,+150g de arvejas +100 g de zanahoria</p> <p>1 persona</p> <p>150g de pollo,+25g de arvejas +50/3 g de zanahoria</p> <p>Receta de estofado para:            4 personas</p> <p>600g de pollo+200g de arvejas +50g de zanahoria</p> <p>1 persona</p> <p>150g de pollo+50g de arvejas +25/2 g de zanahoria</p> $\begin{cases} 150 A + 150 E \leq 10000 \\ 25A + 50 E \leq 3000 \\ \frac{50}{3} A + \frac{25}{2} E \leq 1000 \end{cases} \quad A \geq 0 ; \quad E \geq 0$ $\begin{cases} 3A + 3E \leq 200 \\ A + 2E \leq 120 \\ 4A + 3E \leq 240 \end{cases}$		
CONTINÚA EN LA HOJA BOND		

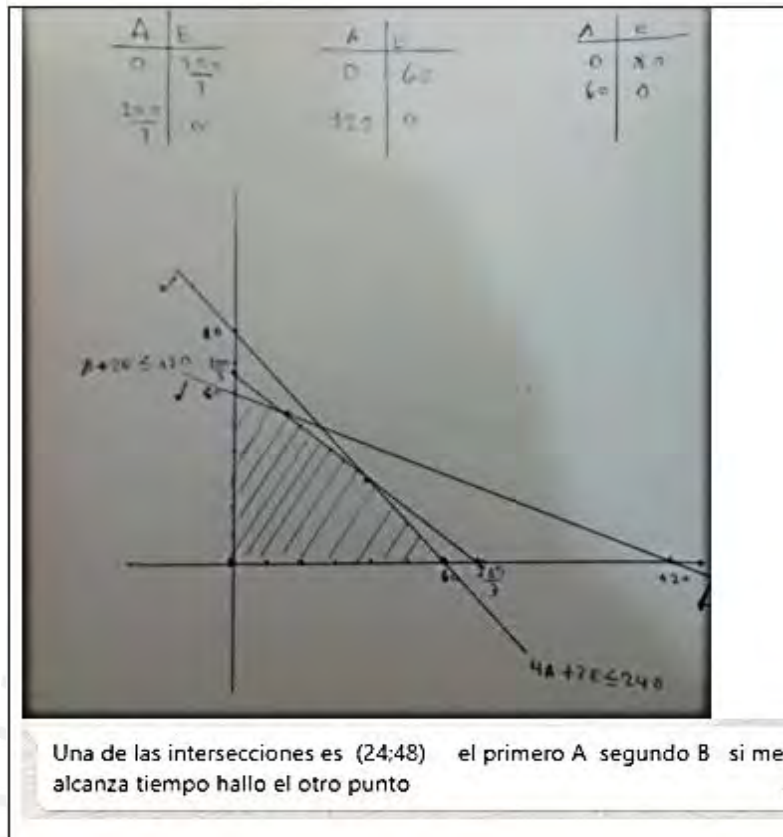


Figura 31. Problema creado por el docente D11 en respuesta a la pregunta n.º 4 de la actividad de exploración inicial.

El problema creado por el docente D11 es más corto que el propuesto en la actividad. Eliminó algunas líneas que creyó innecesarias, quedando solo con los datos para realizar la representación algebraica del sistema, de esta manera considera que el problema se hará más comprensible para que un estudiante lo pueda resolver. La resolución del problema creado es similar al propuesto, y considera necesario ubicar los puntos de intersección de las rectas para determinar el conjunto solución del sistema.

Analizaremos el problema creado por el docente D11, mediante una rúbrica.

Tabla 9. Rúbrica para analizar el problema creado en la actividad de exploración inicial por el docente D11.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO													
Código del docente	D11	Problema Pre	X	Problema Pos		Características de la resolución del problema							
Para la preparación de 6 platos de arroz con pollo Doña Juana utiliza 900g de pollo, 150 g de arvejas y 100 g de zanahoria. Para la preparación de 4 platos de estofado utiliza 600 g de pollo, 200 g de arvejas y 50 g de zanahoria. Si sólo cuenta con 10 kg de pollo, 3 kg de arvejas y 1 kg de zanahoria ¿Cuántos platos de cada tipo se podría preparar?	Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-										
		4	-										
		5 o más	X										
	Desigualdades en las inequaciones	Estrictas	-										
		Amplias	X										
		Mixtas	-										
	Región factible	Acotada	X										
		No acotada	-										
Conjunto solución	Cantidades discretas	X											
	Cantidades no discretas	-											
Elementos del problema					Creatividad del problema		Puntaje por indicador		Puntaje obtenido				
Información	Modificación cuantitativa	-	Requerimiento	Modificación cuantitativa	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	2				
	Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-					
	Agrega o quita información	X				Favorece la conexión con otros temas.	1	X					
	Cambia toda la información	-		Modificación cualitativa		Originalidad	Problema presenta novedad en la información	1		-	0		
	Conserva la información	-		Conserva el requerimiento			X	Problema presenta novedad en el requerimiento.		1		-	
								Problema diferente a los demás.		2		-	
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	X	1				
						El problema tiene 2 o más requerimientos	2	-					
	Conserva el contexto	X		Otros: Proporciones		X	<b>PUNTAJE TOTAL</b>			3			
									<b>NIVEL ALCANZADO</b>		Bajo		

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

A continuación, se muestra la respuesta del docente D13:

Creación de problema	A	B
<p>El Sr. José tiene un restaurante y un plato de arroz con pollo le produce una utilidad de 2,00 soles y un plato de estofado de pollo de 4.00 soles. La elaboración del arroz con pollo es de 60 minutos en la cocina A y 90 minutos en la cocina B. La elaboración del estofado de pollo es de 40 minutos en la cocina A y 50 minutos en la cocina B. La cocina A está disponible 5 horas en la mañana y la cocina B 4 horas. Si el Sr. José quiere maximizar su ganancia, ¿Cuántos platos de arroz con pollo y estofado de pollo debe producir en la mañana?</p>		
Resolución del problema creado		
<p>Máxima ganancia: <math>2a + 4e</math> (función objetivo)  <math>a</math> = números de platos de arroz con pollo  <math>e</math> = número de platos de estofado de pollo</p> <p>Cocina A: <math>60a + 40e \leq 300</math>  Cocina B: <math>90a + 50e \leq 240</math>  <math>a &gt; 0</math>  <math>e &gt; 0</math>  Cocina A:  Cuando <math>a = 0</math>  <math>40e \leq 300</math></p>		

Figura 32. Problema creado por el docente D13 en respuesta a la pregunta n.º 4 de la actividad de exploración inicial.

El problema creado por el docente D13 tiene datos diferentes, tomó en cuenta otras magnitudes, en lugar de la cantidad de platos y masa de ingredientes consideró al tiempo y dinero. Además, realiza el uso de la función objetivo, es decir, entra al campo de la programación lineal, aunque la resolución está incompleta, los tiempos de la cocina B en una inecuación, es innecesaria ya que sin ella se podría llegar a la respuesta.

Analizaremos el problema creado por el docente D13, mediante una rúbrica.

Tabla 10. Rúbrica para analizar el problema creado en la actividad de exploración inicial por el docente D13.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO											
Código del docente	D13	Problema Pre		Problema Pos	X	Características de la resolución del problema					
El Sr. José tiene un restaurante y un plato de arroz con pollo le produce una utilidad de 2,00 soles y un plato de estofado de pollo de 4,00 soles. La elaboración del arroz con pollo es de 60 minutos en la cocina A y 90 minutos en la cocina B. La elaboración del estofado de pollo es de 40 minutos en la cocina A y 50 minutos en la cocina B. La cocina A está disponible 5 horas en la mañana y la cocina B, 4 horas. Si el Sr. José quiere maximizar su ganancia, ¿Cuántos platos de arroz con pollo y estofado de pollo debe producir en la mañana?	Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-								
		4	X								
		5 o más	-								
	Desigualdades en las inequaciones	Estrictas	-								
		Amplias	-								
		Mixtas	X								
	Región factible	Acotada	X								
		No acotada	-								
Conjunto solución	Cantidades discretas	X									
	Cantidades no discretas	-									
Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido			
Información	Modificación cuantitativa	-	Requerimiento	Modificación cuantitativa	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1		
	Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-			
	Agrega o quita información	-				Favorece la conexión con otros temas.	1	-			
	Cambia toda la información	X		Modificación cualitativa	X	Originalidad	Problema presenta novedad en la información	1		-	0
	Conserva la información	-		Conserva el requerimiento	-	Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	-			
						Problema diferente a los demás.	2	-			
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	X	1		
						El problema tiene 2 o más requerimientos	2	-			
	Conserva el contexto	X				Programación lineal	X	<b>PUNTAJE TOTAL</b>		2	
									<b>NIVEL ALCANZADO</b>	Bajo	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)



### **Comentario de la pregunta n.º 4 de la actividad de exploración inicial de los sujetos de estudio.**

También consideran que un problema más sencillo es cuando se suprimen líneas de un problema y solo se quede con los datos para realizar cálculos, o cambiar los datos de tal manera que resulten cantidades sencillas, pero sin observar la coherencia en la situación propuesta.

Los docentes presentaron distintas propuestas en sus problemas creados, desde un sistema de inecuaciones lineales con una incógnita como el que propuso el docente D05, ya que el docente consideró que, al proponer al estudiante, un problema de un contenido matemático anterior, sería recomendable para que el estudiante pueda comprender y resolver el problema n.º 4 propuesto. El docente D13 propuso como problema retador un problema de programación lineal, es decir un problema cuyo contenido matemático es posterior al sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, sin tomar en cuenta, que ese contenido no se encuentra en el DCN. Ambos docentes, no consideraron que los problemas creados deben centrarse en los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, ya que este contenido matemático fue la base del taller, reiterándose varias veces durante la exposición. El docente D11 si consideró el contenido matemático, pero cree que es suficiente suprimir parte de la situación, ya que considera que de esa manera el problema es más comprensible para un estudiante.

#### 4.3.4. Episodio de clase n.º 1

En la primera sesión se detalló en que consiste la estrategia EPP para la creación de problemas, explicando que esta estrategia se realiza mediante una secuencia de actividades individuales y grupales para resolver, analizar y crear problemas realizando variaciones a por lo menos uno de los elementos de un problema, esto según Malaspina (2017), es decir, se modifica la información, requerimiento, contexto y/o el entorno matemático, además de las dificultades posibles que pueden tener los estudiantes.

A continuación, se presenta el Episodio de clase n.º 1 (ver Figura 33).

<b>Episodio de clase n.º 1</b>
<b>Creación de problemas por variación</b>
Considere el siguiente episodio de una clase del docente Durand:
El docente Durand propone a sus estudiantes el siguiente problema:  Una institución educativa de nivel inicial programa una visita de estudios al zoológico, donde los estudiantes podrían ir acompañados por uno de sus padres, si ellos deseaban ir. El precio de la entrada por cada estudiante es de S/ 4 y la entrada por cada padre de familia es de S/ 8. Se contrató un bus que los llevaría al zoológico y los traerá de vuelta a la institución. El bus contaba con 50 asientos disponibles para los estudiantes y padres de familia, pero se observó que hubo algunos asientos vacíos. Para realizar el pago de las entradas, un padre realizó la recaudación del dinero respectivo, y recolectó un poco más de S/ 260. ¿Cuántos padres pudieron haber acompañado a sus hijos?  Después de leer el problema, algunos estudiantes comentan lo siguiente:  <b>Sayumi:</b> <i>“Las incógnitas estarán relacionadas mediante adición y sustracción con una cantidad numérica”.</i>

**Alexandra:** “Al haber cantidades exactas en el valor de las entradas, es posible el uso de ecuaciones”.

**Antonio:** “Deberá intervenir de algún modo el pago al autobús y la cantidad de profesoras”.

Figura 33. Problema del episodio de clase n.º 1.

La resolución del episodio n.º 1 se muestra a continuación:

Definimos cada incógnita:

$x$ : Cantidad de estudiantes

$y$ : Cantidad de padres

Relación entre cantidad de estudiantes y padres:  $x \geq y$

Total de estudiantes y padres:  $x + y < 50$

Dinero para las entradas:  $4x + 8y > 260$

La cantidad de niños:  $x > 0$

La cantidad de padres:  $y \geq 0$

El sistema de inecuaciones estaría dado por:

$$\begin{cases} x \geq y \\ x + y < 50 \\ 4x + 8y > 260 \\ x > 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La representación gráfica del sistema de inecuaciones y la región factible obtenida al resolver el problema del episodio de clase es el siguiente:

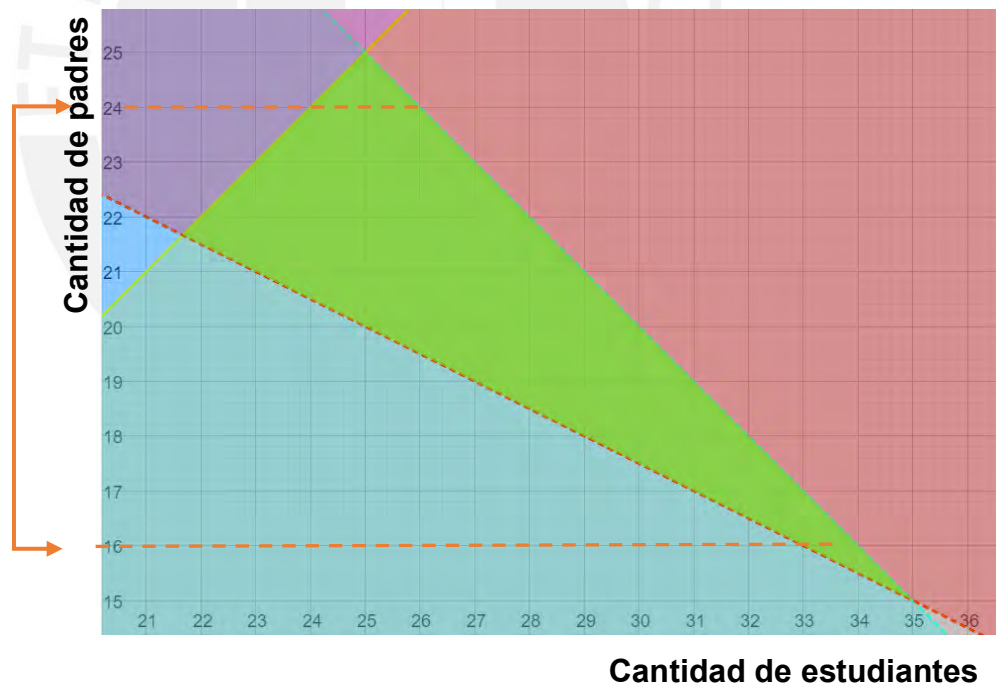
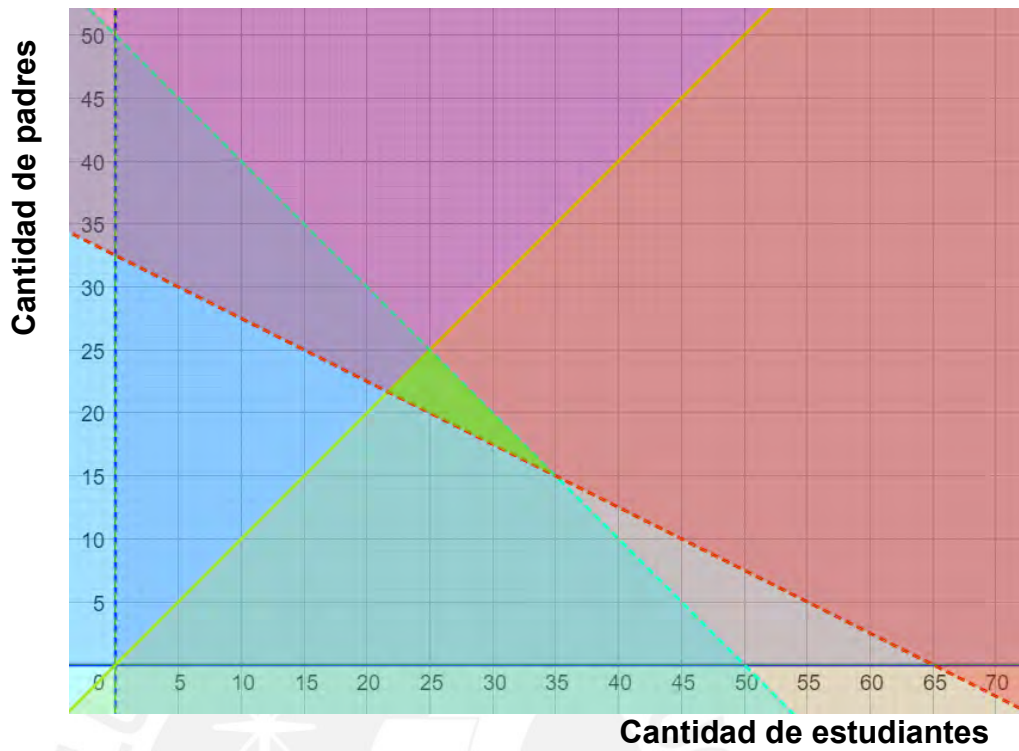


Figura 34. Región factible del problema del episodio de clase n.º 1.

Se observa que la cantidad de padres de familia que podrían haber acompañado a los estudiantes a la visita de estudios está en un intervalo desde 17 hasta 24 padres de familia.

### **Problema Pre respecto al Episodio n.º 1**

En la última actividad de la primera sesión, se presentó a los docentes el episodio de clase n.º 1, donde cada docente debía de resolver y reflexionar sobre los comentarios de los estudiantes. Al iniciar la segunda sesión, se formaron 2 grupos de 4 docentes y un grupo de 5 docentes para que puedan crear un problema de manera conjunta en salas diferentes de la plataforma Zoom.

El docente D05 estaba en el grupo 1, el docente D11 estaba en el grupo 3 y el docente D13, en el grupo 2.

El problema pre creado por el grupo 1 donde estaba el docente D05 fue el siguiente:

<b>PROBLEMA PRE</b>
La familia Durand programa una visita al parque de las leyendas para ello contrató una minivan, se sabe que el precio de las entradas para niños es de S/ 4 y la entrada de adulto es de S/ 8. El minivan cuenta con 11 asientos disponibles para los miembros de la familia, pero se observó que no ocuparían todos los asientos. Para realizar el pago solo de las entradas, el Sr. Durand contaba con un monto menor de S/. 100. Sabiendo que fueron más adultos que niños, ¿cuántos adultos posiblemente fueron al paseo incluyendo el conductor del minivan?

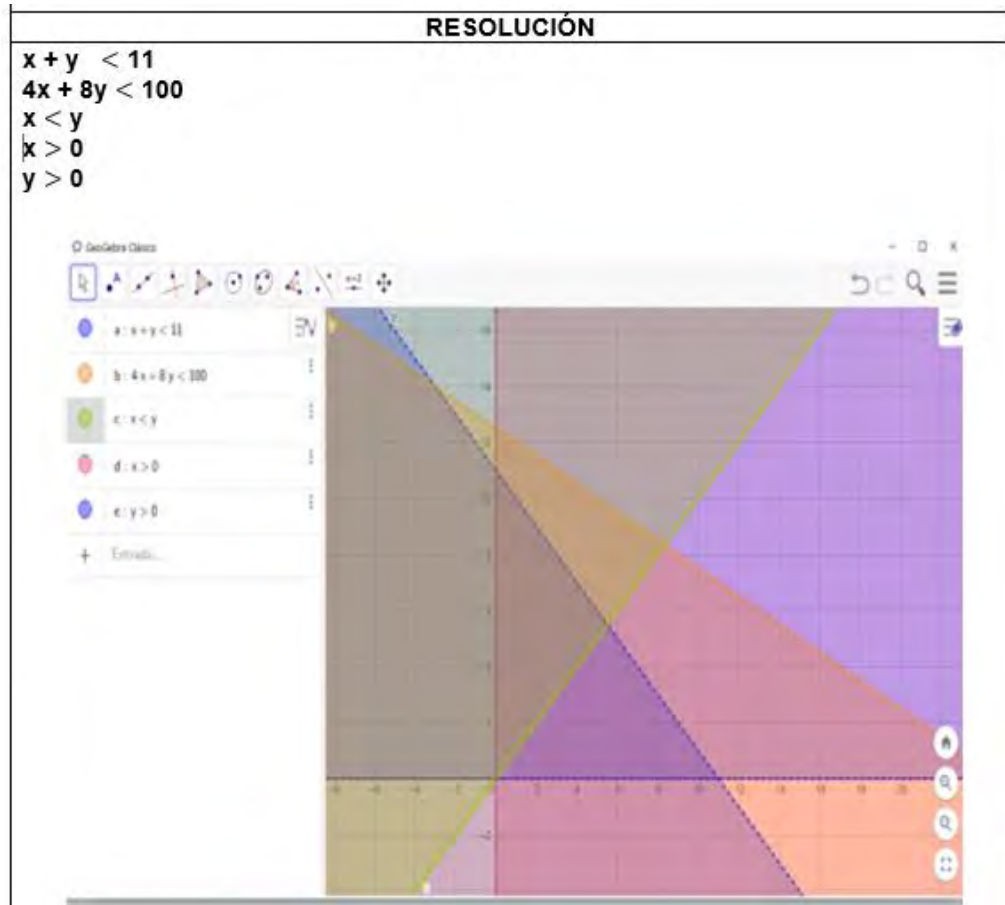


Figura 35. Problema pre creado y resuelto por el docente D05 respecto al episodio n.º 1.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 11).

Tabla 11. Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D05 respecto al episodio n.º 1.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO												
Código del docente	D05	Problema Pre	X	Problema Pos	Características de la resolución del problema							
La familia Durand programa una visita al parque de las leyendas para ello contrató una minivan, se sabe que el precio de las entradas para niños es de S/ 4 y la entrada de adulto es de S/ 8. El minivan cuenta con 11 asientos disponibles para los miembros de la familia, pero se observó que no ocuparían todos los asientos. Para realizar el pago solo de las entradas, el Sr. Durand contaba con un monto menor de S/ 100.					Cantidad de inecuaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-					
						4	-					
						5 o más	X					
					Desigualdades en las inecuaciones						Estrictas	X
											Amplias	-
											Mixtas	-
					Región factible						Acotada	X
No acotada	-											
Conjunto solución						Cantidades discretas	X					

Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido			
Información	Modificación cuantitativa	X	Requerimiento	Modificación cuantitativa	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1		
	Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-			
	Agrega o quita información	-				Favorece la conexión con otros temas.	1	-			
	Cambia toda la información	X	Entorno	Modificación cualitativa	Originalidad	Favorece la conexión con otras áreas	1	-	3		
	Conserva la información	-				Conserva el requerimiento	-	Problema presenta novedad en la información		1	X
								Problema presenta novedad en el requerimiento.		1	-
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Sistema de inecuaciones con dos incógnitas	X	Fluidez	Problema diferente a los demás.	2	X	1		
						El problema tiene un requerimiento	1	X			
	Conserva el contexto	X	Otros:	-	<b>PUNTAJE TOTAL</b>		5				
								<b>NIVEL ALCANZADO</b>	Medio		

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema creado muestra algunas modificaciones en la información, en algunos valores numéricos y pequeños cambios en la redacción de la situación. El problema presenta novedad en la información y fue diferente al de los demás. La creatividad está en un nivel medio.

Durante la socialización, respecto al problema creado, el docente D05 dijo lo siguiente: *“Se está considerando a una familia en lugar de una institución educativa, para que sea menor la cantidad de personas.*

*Se está considerando un problema pre porque se ha reducido la población, el monto en cuanto a las entradas sigue siendo las mismas y el monto recaudado también a disminuido.*

*Se puso términos más claros, más explícitos de que habrá más adultos que niños”.*

El docente considera las expresiones en un problema deben ser más explícitos y claros, además de que las cantidades sean más pequeñas para que los estudiantes puedan entender y resolver con mayor facilidad el problema planteado, y de esa manera luego resolver el problema del episodio presentado.

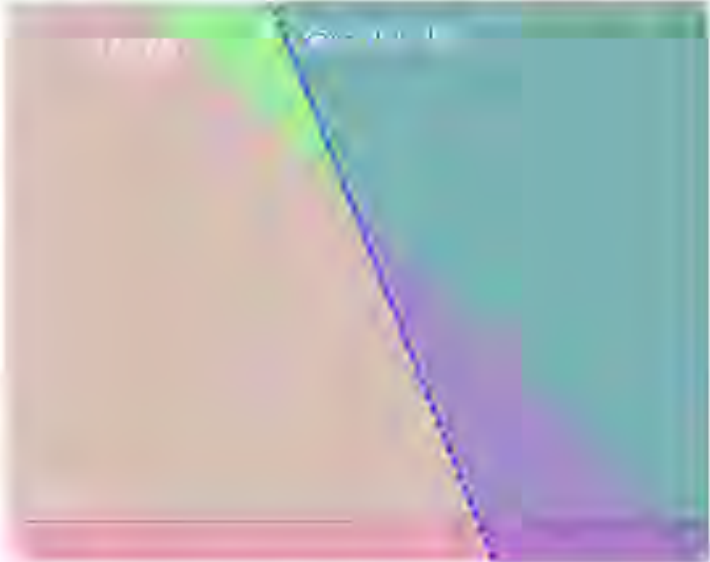
El problema pre creado por el grupo 3 donde estaba el docente D11 fue el siguiente:

PROBLEMA PRE
<b>La familia Rodríguez consta a lo mucho de 6 integrantes, asistieron a la Feria Gastronómica Mixtura 2019, pagando algo más de s/. 105 en entradas. Si los precios eran s/. 25 por cada adulto y s/. 10 por cada niño, al momento de sentarse en una de las mesas, ¿cuántos asientos podrían necesitar? ¿Cuántos niños y adultos podrían conformar la familia Rodríguez?</b>



**RESOLUCIÓN**

1. Comprender el problema:  
 La familia Rodríguez tiene de 6 a menos integrantes  
 Costo de la entrada de adultos: 25  
 Costo de la entrada de niños: 10  
 Costo total de las entradas: algo más de 105
2. Definir las variables:  
 x: cantidad de adultos que conforman la familia Rodríguez  
 y: cantidad de niños de la familia Rodríguez
3. Determinar el sistema de inecuaciones:  
 $x \geq 0$   
 $y \geq 0$   
 $x + y \leq 6$   
 $25x + 10y > 105$
4. Graficar en el plano cartesiano la región solución



5. La familia Rodríguez podría estar conformada por 5 adultos y 1 niño o 6 adultos sin niños, ya que tenemos que tomar los valores enteros de la región donde se encuentra la solución.

Figura 36. Problema pre creado y resuelto por el docente D11 respecto al episodio n.º 1.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 12).

Tabla 12. Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D11 respecto al episodio n.º 1.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO											
Código del docente	D11	Problema Pre	X	Problema Pos		Características de la resolución del problema					
La familia Rodríguez consta a lo mucho de 6 integrantes, asistieron a la Feria Gastronómica Mixtura 2019, pagando algo más de s/. 105 en entradas. Si los precios eran s/. 25 por cada adulto y s/. 10 por cada niño, al momento de sentarse en una de las mesas, ¿cuántos asientos podrían necesitar? ¿Cuántos niños y adultos podrían conformar la familia Rodríguez?						Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-			
							4	X			
						Desigualdades en las inequaciones	5 o más	-			
							Estrictas	-			
							Amplias	-			
						Región factible	Mixtas	X			
							Acotada	X			
						Conjunto solución	No acotada	-			
Cantidades discretas	X										
						Cantidades no discretas	-				
Elementos del problema						Creatividad del problema		Puntaje por indicador		Puntaje obtenido	
Información	Modificación cuantitativa	X	Requerimiento	Modificación cuantitativa	X	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1	
	Modificación relacional	-					Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-		
	Agrega o quita información	-					Favorece la conexión con otros temas.	1	-		
	Cambia toda la información	X		Modificación cualitativa	X	Originalidad	Problema presenta novedad en la información	1	X	4	
	Conserva la información	-		Conserva el requerimiento	-		Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	X		
							Problema diferente a los demás.	2	X		
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	X	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	-	2	
							El problema tiene 2 o más requerimientos	2	X		
	Conserva el contexto	X		Otros:	-	<b>PUNTAJE TOTAL</b>				7	
										<b>NIVEL ALCANZADO</b>	Medio

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema creado muestra un cambio total en la información, en algunos valores numéricos y pequeños cambios en la redacción de la situación. El problema tiene una creatividad media, con novedad en el requerimiento y la cantidad de requerimientos.

Durante la socialización, respecto al problema creado, el docente D11 dijo lo siguiente:

*“Creo que antes de darles el problema, se debería estar seguro de que los estudiantes comprendan las inecuaciones y que sepan graficar las mismas, para luego plantearles un problema.*

*Para apoyar la resolución del problema les proponemos: Comprender el problema, definir las incógnitas, determinar el sistema de inecuaciones, graficar en el plano cartesiano, dar respuesta del problema y justificarlo.*

*Para un problema pre, considero que un problema un poco directo sería mejor, ya que no tiene mayor análisis.*

*Antes había 5 inecuaciones, había una dificultad respecto a que los estudiantes eran mayores o iguales a padres, y se retiró, se cambió la información con menos inecuaciones”.*

El docente D11 mencionó que se usaría varias preguntas a modo de ir orientando al estudiante para la resolución del problema pre que se creó, y que considera que un problema de forma directa es mejor ya que no habría mucha interpretación en el problema, además, que la cantidad de

inecuaciones necesarias para la resolución es imprescindible para que se considere un problema pre respecto al episodio.

El problema Pre creado por el grupo 2 donde estaba el docente D13 fue el siguiente:

<b>PROBLEMA PRE</b>
<p>Una institución educativa de nivel inicial programa una visita de estudios al zoológico, donde los estudiantes podrían ir acompañados por uno de sus padres, si ellos deseaban ir. El precio de la entrada por cada estudiante es de S/ 4 y la entrada por cada padre de familia es de S/ 8. Se contrató un bus que los llevaría al zoológico y los traerá de vuelta a la institución.</p> <p>Para realizar el pago de las entradas, un padre realizó la recaudación del dinero respectivo, y obtuvo menos de S/ 260. ¿Cuántos padres pudieron haber ido acompañando a sus hijos?</p>

<b>RESOLUCIÓN</b>			
<b>I. Comprendiendo el problema:</b>			
¿De <u>que</u> trata el problema?			
¿Qué me pide el problema?			
¿Qué datos me da el problema?			
<b>II. ¿Qué harías para resolver el problema?</b>			
<b>Identifica las variables:</b>			
X: cantidad de estudiantes			
Y: cantidad de padres			
<b>Plantea tus inecuaciones:</b>			
$x \geq 0$ $y \geq 0$ $4x + 8y < 260$ $x \geq y$			
Aplicando la estrategia ensayo y error para determinar posibles valores de "x" e "y":			
Valores de las variables	Total <u>recaudado por los estudiantes</u>	Total <u>recaudado por los padres</u>	Total <u>recaudado Menor que 260 soles.</u>
X= 20 y = 20	4 (25) = 100	8 (25) = 200	300
X= 15 y = 15	4(15) = 60	8 (15) = 120	180
X= 22 y = 21	4 (22) = 88	8 (21)= 168	256
<b>Grafica las inecuaciones en el plano cartesiano:</b>			

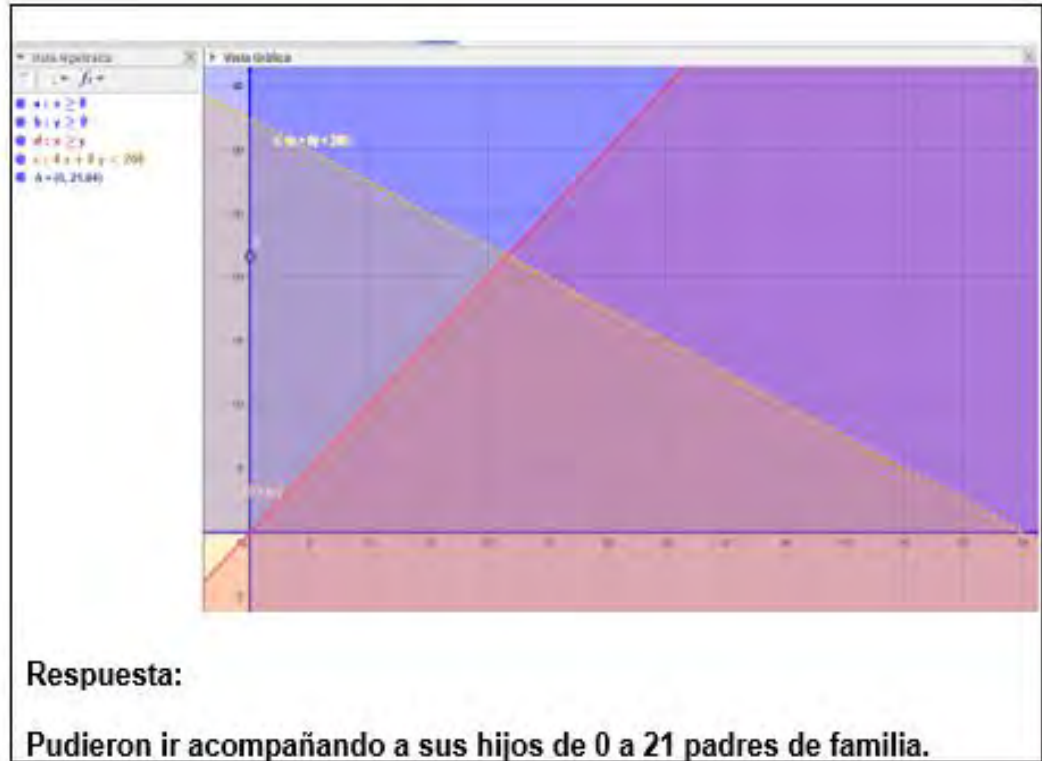


Figura 37. Problema pre creado y resuelto por el docente D13 respecto al episodio n.º 1.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 13).

Tabla 13. Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D13 respecto al episodio n.º 1.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO												
Código del docente	D13	Problema Pre	X	Problema Pos	Características de la resolución del problema							
Una institución educativa de nivel inicial programa una visita de estudios al zoológico, donde los estudiantes podrán ir acompañados por uno de sus padres. El precio de la entrada por cada estudiante es de S/ 4 y la entrada por cada padre de familia es de S/ 8. Se contrató un bus que los llevaría al zoológico y los traerá de vuelta a la institución.  Para realizar el pago de las entradas, un padre realizó la recaudación del dinero respectivo, y obtuvo menos de S/ 260. ¿Cuántos padres pudieron haber ido acompañando a sus hijos?					Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-					
						4	X					
						5 o más	-					
					Desigualdades en las inequaciones						Estrictas	-
											Amplias	-
											Mixtas	X
					Región factible						Acotada	X
											No acotada	-
					Conjunto solución						Cantidades discretas	X
											Cantidades no discretas	-

Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido		
Información	Modificación cuantitativa	-	Requerimiento	Modificación cuantitativa	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1	
	Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-		
	Agrega o quita información	X				Favorece la conexión con otros temas.	1	-		
	Cambia toda la información	-		Modificación cualitativa	Originalidad	Problema presenta novedad en la información	1	-	0	
	Conserva la información	-		Conserva el requerimiento		X	Problema presenta novedad en el requerimiento.	1		-
							Problema diferente a los demás.	2		-
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inecuaciones con dos incógnitas	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	X	1	
	Conserva el contexto	X				El problema tiene 2 o más requerimientos	2	-		
					<b>PUNTAJE TOTAL</b>		2			
					<b>NIVEL ALCANZADO</b>		Bajo			

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema creado muestra que quitó parte de la información, en algunos valores numéricos y pequeños cambios en la redacción de la situación. El nivel de creatividad es baja.

Durante la socialización, respecto al problema creado, el docente D13 dijo lo siguiente: *“Como hay varias condiciones, hemos quitado una condición del problema.*

*Otro cambio fue de un poco más por 'menos de 260', se usó varias preguntas para que los estudiantes vayan a completar para llegar a la región factible. La pregunta final es la misma del episodio.*

*Al agregar la condición que se omitió respecto al episodio ayudará a los estudiantes luego a darse cuenta para resolver el episodio.*

*Usamos Excel para tabular. Para la comprensión del estudiante de las distintas respuestas que puedan dar, cuando ellos desarrollan vía ensayo error, se van a dar cuenta que valores están cumpliendo (Excel), pienso que mientras mas recursos se les da a los estudiantes es mejor, no solo la parte intuitiva, ensayo - error, el hecho mismo de que el problema sea mas corto se le esta facilitando el camino”.*

El docente D13 mencionó que se usaría varias preguntas a modo de ir orientando al estudiante para la resolución del problema pre que se creó. Considera la estrategia heurística de ensayo-error conveniente para iniciar la comprensión de estos tipos de problemas. Además, considera que un problema al ser más corto y claro facilita su resolución.

### **Problema Pos respecto al Episodio n.º 1**

Seguidamente después de realizar la socialización respecto a los problemas Pre creados por los docentes, nuevamente se realizó la separación en salas diferentes con los mismos grupos para que los docentes puedan realizar la creación del problema Pos de manera conjunta.

El problema Pos creado por el grupo 1 donde estaba el docente D05 fue el siguiente:

PROBLEMA POS
<p>El docente Durand propone a sus estudiantes el siguiente problema:</p> <p>Una institución educativa de nivel inicial programa una visita de estudios al zoológico, donde los estudiantes podrán ir acompañados por uno de sus padres, si ellos deseaban ir. El precio de la entrada por cada estudiante es de S/ 4 y la entrada por cada padre de familia es de S/ 8. Se contrató un bus que los llevaría al zoológico y los traerá de vuelta a la institución. El bus contaba con 50 asientos disponibles para los estudiantes y padres de familia, pero se observó que hubo algunos asientos vacíos. Para realizar el pago de las entradas, un padre realizó la recaudación del dinero respectivo, y recolectó un poco más de S/ 260. ¿Cuántos padres pudieron haber ido acompañando a sus hijos, los cuales no deben superar la mitad de los niños?</p>

RESOLUCION
<p><b>x:</b> Número de niños <b>y:</b> Número de adultos</p> <p><math>x + y &lt; 50</math> <math>4x + 8y &lt; 260</math> <math>x &gt; y</math> <math>y &lt; \frac{x}{2}</math> <math>x &gt; 0</math> <math>y &gt; 0</math></p> <p> <math>a: y &lt; \frac{x}{2}</math>  <math>b: y &gt; 8</math>  <math>c: x &gt; 0</math>  <math>d: 4x + 8y &lt; 260</math>  <math>e: x + y &lt; 50</math>  <math>A = \text{Intersección}(b, c, (13, 37))</math>  <math>\rightarrow</math> indefinido  <math>B = \text{Intersección}(b, e, (42, 22))</math>  <math>\rightarrow</math> indefinido  <math>C = \text{Intersección}(d, e, (36, 21, 2157))</math>  <math>\rightarrow</math> indefinido  <math>D = \text{Intersección}(b, c, (34, 12, 12))</math>  <math>\rightarrow</math> indefinido  <math>(\dots)</math> </p>

Figura 38. Problema pos creado y resuelto por el docente D05 respecto al episodio n.º 1.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 14).



Tabla 14. Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D05 respecto al episodio n.º 1.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO										
Código del docente	D05	Problema Pre		Problema Pos	X	Características de la resolución del problema				
Una institución educativa de nivel inicial programa una visita de estudios al zoológico, donde los estudiantes podrán ir acompañados por uno de sus padres. El precio de la entrada por cada estudiante es de S/ 4 y la entrada por cada padre de familia es de S/ 8. Se contrató un bus que los llevaría al zoológico y los traerá de vuelta a la institución. El bus contaba con 50 asientos disponibles para los estudiantes y padres de familia, pero se observó que hubo algunos asientos vacíos. Para realizar el pago de las entradas, un padre realizó la recaudación del dinero respectivo, y obtuvo poco más de S/ 260. ¿Cuántos padres pudieron haber ido acompañando a sus hijos, los cuales no deben superar la mitad de los niños?						Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-		
							4	-		
							5 o más	X		
						Desigualdades en las inequaciones	Estrictas	X		
							Amplias	-		
							Mixtas	-		
						Región factible	Acotada	X		
							No acotada	-		
						Conjunto solución	Cantidades discretas	X		
							Cantidades no discretas	-		
Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido		
Información	Modificación cuantitativa	-	Modificación cuantitativa	-	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1	
	Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-		
	Agrega o quita información	-				Favorece la conexión con otros temas.	1	-		
	Cambia toda la información	-	Modificación cualitativa	X	Originalidad	Problema presenta novedad en la información	1	-	1	
	Conserva la información	X	Conserva el requerimiento	-		Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	X		
						Problema diferente a los demás.	2	-		
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	X	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	X	1	
						El problema tiene 2 o más requerimientos	2	-		
	Conserva el contexto	X	Otros:	-	<b>PUNTAJE TOTAL</b>		3			
									<b>NIVEL ALCANZADO</b>	Bajo

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema creado muestra que quitó parte de la información, en algunos valores numéricos y pequeños cambios en la redacción de la situación. La creatividad del problema es bajo.

Durante la socialización, respecto al problema creado, el docente D05 dijo lo siguiente:

*“Se ha mantenido el problema, se añadió una frase ‘los cuales no deben superar la mitad de los niños’”.*

El docente D05 consideró que era suficiente agregar una restricción en el problema, y eso sería suficiente para que el problema resulte más retador que el problema presentado en el episodio.

El problema Pos creado por el grupo 3 donde estaba el docente D11 fue el siguiente:

<b>PROBLEMA POS</b>
El Sr. Rodríguez tiene presupuestado gastar en una salida familiar a la Feria Gastronómica Mixtura 2019 a lo mucho 500 soles solo para consumo de comidas, si se sabe que la familia Rodríguez consumió menos de 15 platos entre platos de fondo, los platos de fondo que consumió fueron Chancho a la caja china y Pachamanca y los postres Mazamorra Morada y Suspiro a la Limeña. Si un plato de Chancho a la caja china cuesta s/30.00 y la Pachamanca s/25.00, si se sabe que consumieron más Pachamanca que caja china ¿Cuántos platos de fondo podrían consumir de cada tipo y si les queda dinero, podrían comprar 5 mazamoras de s/10.00 y 4 suspiros a la Limeña a s/20.00?

**RESOLUCIÓN**

X: cantidad de platos de Chancho a la caja china  
 Y: cantidad de platos de Pachamanca  
 $30x + 25y < 500$   
 $x + y < 15$   
 $x > 0$   
 $y > 0$   
 $x < y$

Si la familia Rodriguez puede consumir como máximo 6 platos de caja china y 8 platos de Pachamanca.  
 $x \leq 6$   
 $y \leq 8$

Si compra 6 platos de caja china (s/180) y 8 platos de Pachamanca (s/200) como máximo gastaría 380 soles, lo que le quedaría para comprar los postres.  
 $5(10) + 4(20) = 50 + 80 = 130$

Tendría que comprar un suspiro a la limeña menos para que le alcance (por ejemplo).

Figura 39. Problema pos creado y resuelto por el docente D11 respecto al episodio n.º 1.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 15).

Tabla 15. Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D11 respecto al episodio n.º 1.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO										
Código del docente	D11	Problema Pre		Problema Pos	X	Características de la resolución del problema				
El Sr. Rodríguez tiene presupuestado gastar en una salida familiar a la Feria Gastronómica Mixtura 2019 a lo mucho 500 soles solo para consumo de comidas, si se sabe que la familia Rodríguez consumió menos de 15 platos entre platos de fondo, los platos de fondo que consumió fueron Chanco a la caja china y Pachamanca y los postres Mazamorra Morada y Suspiro a la Limeña. Si un plato de Chanco a la caja china cuesta S/ 30 y la Pachamanca S/ 25, si se sabe que consumieron más Pachamanca que caja china ¿Cuántos platos de fondo podrían consumir de cada tipo y si les queda dinero, podrían comprar 5 mazamoras de S/10 y 4 suspiros a la Limeña a S/ 20?						Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-		
							4	-		
							5 o más	X		
						Desigualdades en las inequaciones	Estrictas	X		
							Amplias	-		
							Mixtas	-		
						Región factible	Acotada	X		
							No acotada	-		
Conjunto solución	Cantidades discretas	X								
	Cantidades no discretas	-								
Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido		
Información	Modificación cuantitativa	X	Requerimiento	Modificación cuantitativa	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1	
	Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-		
	Agrega o quita información	-				Favorece la conexión con otros temas.	1	-		
	Cambia toda la información	X		Modificación cualitativa	Originalidad	Problema presenta novedad en la información	1	X	4	
	Conserva la información	-				Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	X		
						Problema diferente a los demás.	2	X		
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	X	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	-	2
							El problema tiene 2 o más requerimientos	2	X	
	Conserva el contexto	X		Otros:	-	<b>PUNTAJE TOTAL</b>		7		
									<b>NIVEL ALCANZADO</b>	Medio

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema creado muestra el cambio de toda la información y el requerimiento. La creatividad del problema es de nivel media. La creatividad del problema tiene nivel media. La creatividad en el problema es de nivel media, ya que presenta novedad en el requerimiento y más de un requerimiento.

Durante la socialización, respecto al problema creado, el docente D11 dijo lo siguiente:

*Considero que este problema es más retador que el episodio presentado porque hay más datos y presenta más análisis.*

*Con la pregunta que se le agregó podría ser más retador.*

*Se tiene que analizar en la región, si les queda dinero, y evaluar para la compra de los postres, las distintas combinaciones.*

El docente D11 consideró que es necesario agregar una restricción más al problema, cambiar el requerimiento y agregar otro contenido matemático para que el problema resulte más retador que el problema presentado en el episodio.

El problema Pos creado por el grupo 2 donde estaba el docente D13 fue el siguiente:

## PROBLEMA POS

Una institución educativa de nivel inicial programa una visita de estudios al zoológico, donde los estudiantes podrán ir acompañados por uno de sus padres, si ellos deseaban ir. El precio de la entrada por cada estudiante es de la tercera parte de la entrada por cada padre de familia, el costo de la entrada por padre de familia es 12 soles. Se contrató un bus que los llevaría al zoológico y los traerá de vuelta a la institución. El bus contaba con 50 asientos disponibles para los estudiantes y padres de familia, pero se observó que hubo algunos asientos vacíos al empezar el viaje. En el camino al zoológico, subieron 3 niños y 1 padre de familia, ahora, se observa que falta asientos para todos. Un padre realizó la recaudación del dinero respectivo, para el pago de las entradas, y recolectó un poco más de S/ 260. ¿Cuántas personas como máximo pueden ir a la visita de estudio?

## RESOLUCIÓN

Sistema de inecuaciones:

$$X + y < 50 \dots\dots(1)$$

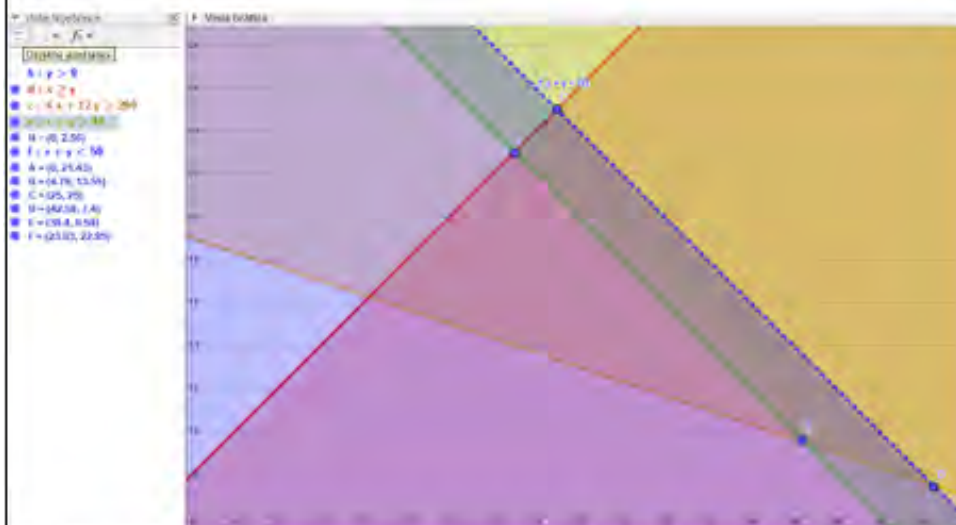
$$X + y + 4 > 50$$

$$X + y > 46 \dots\dots (2)$$

$$4x + 12y > 260 \dots\dots (3)$$

$$x \geq 0 \dots\dots (4)$$

$$y \geq 0 \dots\dots (5)$$



Solución:

Como máximo pueden ir a la visita de estudio, 53 personas.

Figura 40. Problema pos creado y resuelto por el docente D13 respecto al episodio n.º 1.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 16).

Tabla 16. Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D13 respecto al episodio n.º 1.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO										
Código del docente	D13	Problema Pre		Problema Pos	X	Características de la resolución del problema				
Una institución educativa de nivel inicial programa una visita de estudios al zoológico, donde los estudiantes podrán ir acompañados por uno de sus padres. El precio de la entrada por cada estudiante es de la tercera parte de la entrada por cada padre de familia, el costo de la entrada por padre de familia es 12 soles. Se contrató un bus que los llevaría al zoológico y los traerá de vuelta a la institución. El bus contaba con 50 asientos disponibles para los estudiantes y padres de familia, pero se observó que hubo algunos asientos vacíos al empezar el viaje. En el camino al zoológico, subieron 3 niños y 1 padre de familia, ahora, se observa que falta asientos para todos. Un padre realizó la recaudación del dinero respectivo, para el pago de las entradas, y obtuvo poco más de S/ 260. ¿Cuántas personas como máximo pueden ir a la visita de estudio?						Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-		
							4	-		
							5 o más	X		
						Desigualdades en las inequaciones	Estrictas	-		
							Amplias	-		
							Mixtas	X		
						Región factible	Acotada	X		
No acotada	-									
Conjunto solución	Cantidades discretas	X								
	Cantidades no discretas	-								
Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido		
Información	Modificación cuantitativa	X	Requerimiento	Modificación cuantitativa	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	2	
	Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-		
	Agrega o quita información	X				Favorece la conexión con otros temas.	1	X		
	Cambia toda la información	-		Modificación cualitativa	Originalidad	Problema presenta novedad en la información	1	-	1	
	Conserva la información	-				Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	X		
						Problema diferente a los demás.	2	-		
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	X	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	X	1
							El problema tiene 2 o más requerimientos	2	-	
	Conserva el contexto	X		Otros: proporciones	X	<b>PUNTAJE TOTAL</b>			4	
								<b>NIVEL ALCANZADO</b>		Medio

El problema creado muestra que agregó más información y realizó cambios en el requerimiento. La creatividad en el problema es de nivel medio, presenta novedad en el requerimiento.

Durante la socialización, respecto al problema creado, el docente D13 dijo lo siguiente:

*“Se le agregó una condición más, y se pidió el máximo, teniendo que en los pares coordenados. Además, se agregó el contenido de proporciones”.*

El docente D13 consideró que es necesario agregar una restricción más al problema, cambiar el requerimiento y agregar otro contenido matemático para que el problema resulte más retador que el problema presentado en el episodio.

#### **4.3.5. Episodio de clase n.º 2**

En el diseño de la tercera sesión se agilizará la creación de problemas por variación mediante la estrategia EPP, en relación al episodio de clase n.º 2. Mientras se desarrolla la estrategia EPP se reforzará la identificación de los elementos de un problema, es decir, la información, el requerimiento, el contexto y el entorno matemático. Y al monitorear a los participantes se observará las dificultades que tuvieron al crear problemas.



## Episodio de clase n.º 2

### Creación de problemas por variación

Considere el siguiente episodio de una clase de la docente Grados:

La docente Grados propone a sus estudiantes el siguiente problema:

En la institución educativa parroquial “Nuestra Señora de la Misericordia” están bajo el modelo de jornada escolar completa. En el área de educación para el trabajo, exactamente la mitad de estudiantes de un aula lleva el módulo de informática y la otra mitad, lleva el módulo de confección textil. Los estudiantes de 5.º A de secundaria, que están llevando el módulo de costura, para aprovechar lo que han aprendido, se proponen a elaborar buzos y casacas con orientación de su profesor y sus productos los venderán en la feria que realizará la institución. Los buzos y casacas que elaborarán serán de un mismo diseño cada uno de ellos y usarán tela de color azul y blanco. Las telas se venden en rollos de 1,50 m de ancho, y el docente del curso les indicó que, para elaborar el buzo necesitarán 1 m de tela azul y 8 cm de tela blanca, y para la elaboración de una casaca necesitarán 80 cm de tela azul y 30 cm de tela blanca. Al comprar los dos colores de telas y repartirlas equitativamente a cada estudiante, les tocó menos de 8,50 m de la tela azul y menos de 1,30 m de tela blanca. Debido a la complejidad de realizar cada prenda, los estudiantes deciden el tipo que desean realizar.

Si ningún estudiante de dicha aula se quedó sin realizar por lo menos una de cada prenda, y al tiempo previsto para realizar la venta en la feria, cada uno de ellos realizó una combinación diferente de cantidades de buzos y casacas. ¿Cuántos estudiantes hay en dicha sección?

Después de leer el problema, algunos estudiantes comentan lo siguiente:

**Manuel:** “Al indicar que la mitad del aula lleva el módulo de confección textil, entonces la cantidad de estudiantes de dicha aula es una cantidad par”.

**Edith:** “La aparición de datos decimales complejizarán el desarrollo del sistema”.

**Maria:** “No estoy seguro si las incógnitas serán la cantidad de tela azul y blanca o la cantidad de casacas y buzos”.

Figura 41. Problema del episodio de clase n.º 2.

La resolución del problema del Episodio de clase n.º 2 es la siguiente:

Definimos las incógnitas y realizamos la conversión de metros a centímetros.

$x$ : Cantidad de buzos

$y$ : Cantidad de casacas

Cantidad de tela azul:  $100x + 80y < 850$

Cantidad de tela blanca:  $8x + 30y < 130$

Mínima cantidad de buzos:  $x \geq 1$

Mínima cantidad de casacas:  $y \geq 1$

El sistema de inecuaciones es el siguiente:

$$\begin{cases} 100x + 80y < 850 \\ 8x + 30y < 130 \\ x \geq 1 \\ y \geq 1 \end{cases}$$

La representación gráfica del sistema de inecuaciones es el siguiente:

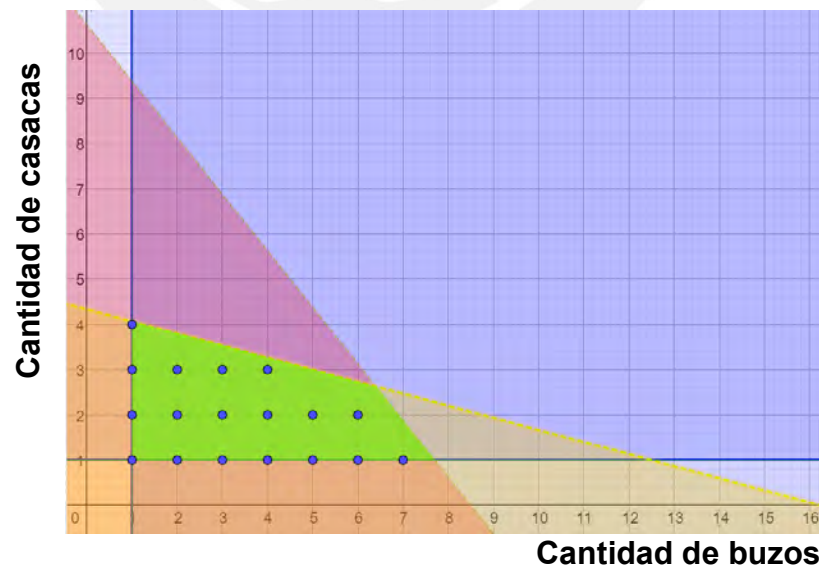


Figura 42. Representación gráfica de la región factible del problema del episodio n.º 2.

Como hay 18 combinaciones distintas de haber podido elaborar los buzos y casacas, entonces quiere decir que hay 18 estudiantes que llevan el módulo de confección textil. Por lo tanto, en dicha sección hay 36 estudiantes.

### **Problema Pre respecto al Episodio n.º 2**

En la última actividad de la segunda sesión, se presentó a los docentes el episodio de clase n.º 2, donde cada docente debía de resolver y reflexionar sobre los comentarios de los estudiantes. Al iniciar la tercera sesión, se realizó la agrupación de 4 docentes por cada grupo, para que puedan crear un problema de manera conjunta en salas diferentes.

El docente D05 estaba en el grupo 1, el docente D11 estaba en el grupo 3 y el docente D13, en el grupo 2.

El problema Pre creado por el grupo 1 donde estaba el docente D05 fue el siguiente:

<b>PROBLEMA PRE</b>
<p>La docente Flores propone a sus estudiantes elaborar buzos y casacas los que serán de un mismo diseño cada uno de ellos y usarán <b>tela de color azul</b>. Para elaborar el <b>buzo necesitarán 1 m de tela</b> y para la elaboración de una <b>casaca necesitarán 80 cm de tela</b>. Al comprar la tela y repartirlas equitativamente a <b>cada estudiante, les tocó menos de 6,50 m de la tela</b>.</p> <p><b>Si todos los estudiantes de dicha aula elaboran por lo menos una prenda y una cantidad distinta de prendas, ¿cuántos estudiantes hay en dicha sección?</b></p>

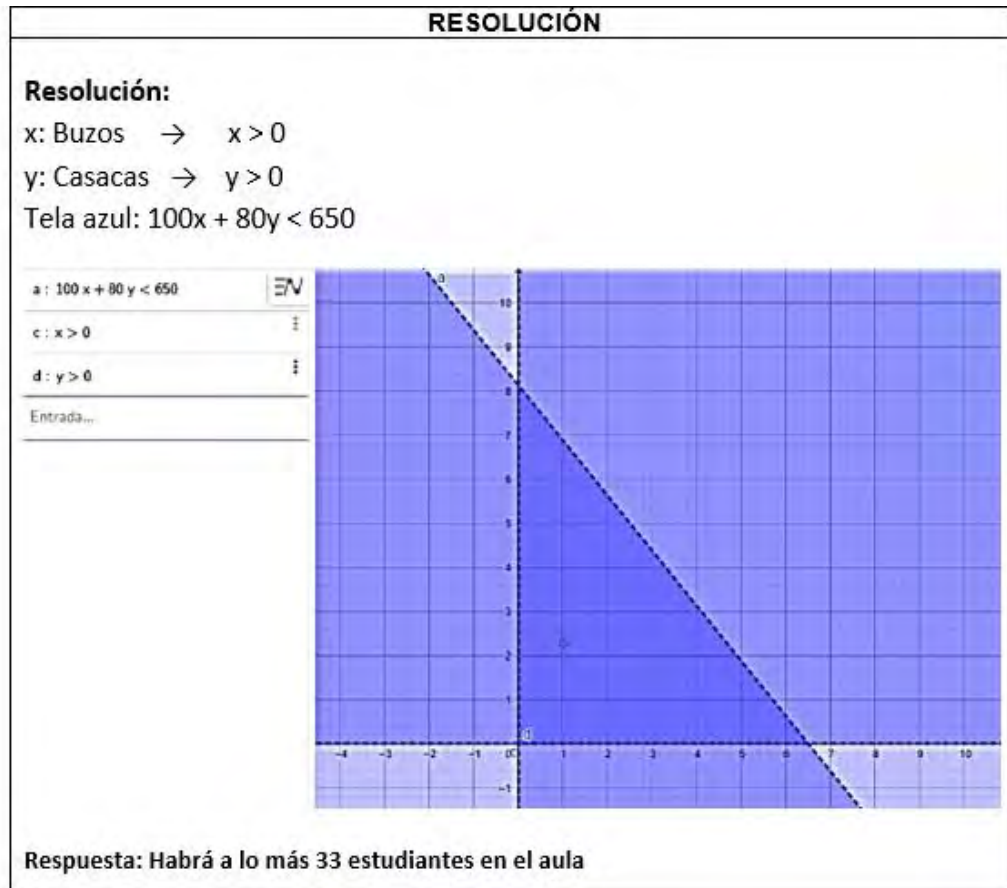


Figura 43. Problema pre creado y resuelto por el docente D05 respecto al episodio n.º 2.

En la resolución hubo una equivocación al contar los puntos, no se debió considerar el par (0;0), por lo tanto, la cantidad de estudiantes debió ser 32. El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 17).

Tabla 17. Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D05 respecto al episodio n.º 2.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO										
Código del docente	D05	Problema Pre	X	Problema Pos		Características de la resolución del problema				
<p>La docente Flores propone a sus estudiantes elaborar buzos y casacas los que serán de un mismo diseño cada uno de ellos y usarán tela de color azul. Para elaborar el buzo necesitarán 1 m de tela y para la elaboración de una casaca necesitarán 80 cm de tela. Al comprar la tela y repartirlas equitativamente a cada estudiante, les tocó menos de 6,50 m de la tela.</p> <p>Si todos los estudiantes de dicha aula elaboran por lo menos una prenda y una cantidad distinta de prendas, ¿cuántos estudiantes hay en dicha sección?</p>						Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	X		
							4	-		
							5 o más	-		
						Desigualdades en las inequaciones	Estrictas	X		
							Amplias	-		
							Mixtas	-		
						Región factible	Acotada	X		
							No acotada	-		
Conjunto solución	Cantidades discretas	X								
	Cantidades no discretas	-								
Elementos del problema						Creatividad del problema		Puntaje por indicador		Puntaje obtenido
Información	Modificación cuantitativa	X	Requerimiento	Modificación cuantitativa	-	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	2
	Modificación relacional	-					Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	X	
	Agrega o quita información	X					Favorece la conexión con otros temas.	1	-	
	Cambia toda la información	-		Modificación cualitativa	X	Originalidad	Problema presenta novedad en la información	1	-	
	Conserva la información	-		Conserva el requerimiento	-		Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	X	
							Problema diferente a los demás.	2	X	
Contexto	Modifica a intramatemático		Entorno	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	X	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	X	1
							El problema tiene 2 o más requerimientos	2	-	
	Conserva el contexto	X					Otros:	-	<b>PUNTAJE TOTAL</b>	
						<b>NIVEL ALCANZADO</b>		Medio		

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema creado muestra que suprimió parte de la información, cambios en los datos cuantitativos y realizó cambios en el requerimiento. La creatividad del problema es de nivel medio, presenta novedad en el requerimiento, y además es el único que presenta solo 3 inecuaciones en sus sistema.

Durante la socialización, respecto al problema creado, el docente D05 dijo lo siguiente:

*“Solo se utilizó la tela de color azul, y así se disminuyó la cantidad de inecuaciones. Un solo color para que el estudiante lo entienda mejor,*

*El texto es mucho más pequeño, se obvió la cantidad de tela, la forma en cómo se pregunta se cambió. Se trató de colocar menos inecuaciones”.*

El docente D05 consideró que es necesario suprimir varias restricciones y mejorar la forma en que se redactó el requerimiento del episodio de tal manera que sea más claro para el estudiante.

El problema Pre creado por el grupo 3 donde estaba el docente D11 fue el siguiente:

### PROBLEMA PRE

La docente Grados propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Los estudiantes de 5°A de secundaria de una IE, que están llevando el módulo de costura, para aprovechar lo que han aprendido, se proponen elaborar buzos y casacas con orientación de su profesor y sus productos los venderán en la feria que realizará la institución. Los buzos y casacas que elaborarán serán de un mismo diseño cada uno de ellos y usarán tela de color azul y blanco, el docente del curso les indicó que, para elaborar el buzo necesitarán 1 m de tela azul y 8 cm de tela blanca, y para la elaboración de una casaca necesitarán 80 cm de tela azul y 30 cm de tela blanca. Al comprar los dos colores de telas y repartirlas equitativamente a cada estudiante, les tocó menos de 8,00 m de tela azul y menos de 1,20 m de tela blanca. Debido a la complejidad de realizar cada prenda, los estudiantes deciden el tipo que desean realizar.

Si ningún estudiante de dicha aula se quedó sin realizar por lo menos una prenda, y al tiempo previsto para realizar la venta en la feria, cada uno de ellos realizó una combinación diferente de cantidades de buzos y casacas. ¿Cuántos estudiantes hay en dicha sección?

### RESOLUCIÓN

**Para un buzo:** 100 cm de azul y 8 cm de blanco

**Para una casaca:** 80 cm de azul y 30 cm de blanco

Número de buzos:  $x$

Número de casacas:  $y$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 100x + 80y < 800 \\ 8x + 30y < 120 \end{cases}$$

$$100x + 80y < 800$$

$$10x + 8y < 80$$

x	y
0	10
8	0

$$8x + 30y < 120$$

$$4x + 15y < 60$$

x	y
0	4
15	0

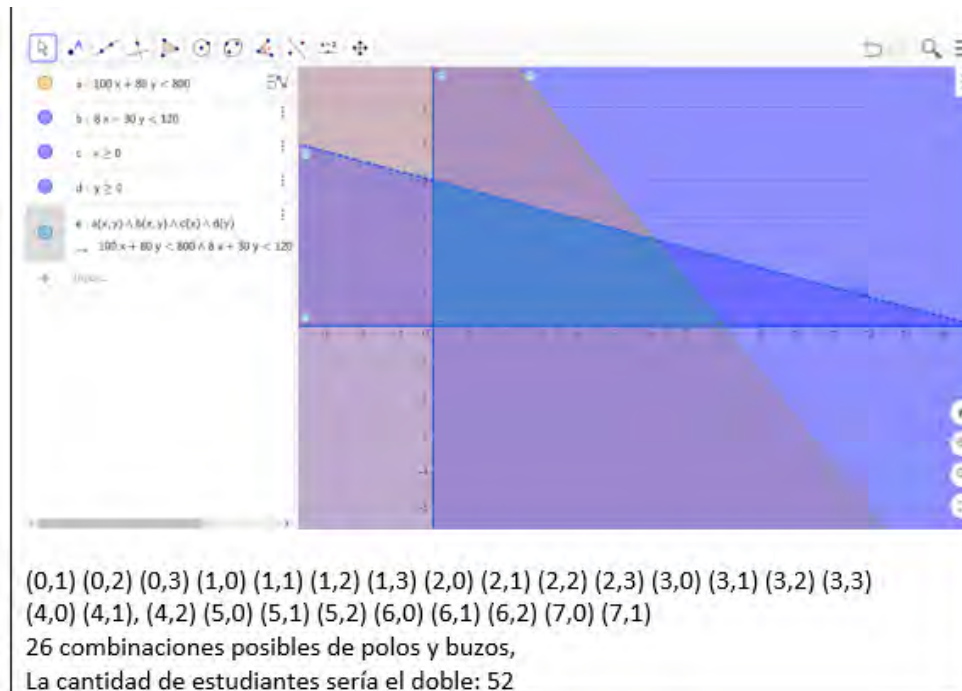


Figura 44. Problema pre creado y resuelto por el docente D11 respecto al episodio n.º 2.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 18).

Tabla 18. Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D11 respecto al episodio n.º 2.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO						
Código del docente	D11	Problema Pre	X	Problema Pos	Características de la resolución del problema	
Los estudiantes de 5ªA de secundaria de una IE, que están llevando el módulo de costura, para aprovechar lo que han aprendido, se proponen elaborar buzos y casacas con orientación de su profesor y sus productos los venderán en la feria que realizará la institución. Los buzos y casacas que elaborarán serán de un mismo diseño cada uno de ellos y usarán tela de color azul y blanco, el docente del curso les indicó que, para elaborar el buzo necesitarán 1 m de tela azul y 8 cm de tela blanca, y para la elaboración de una casaca necesitarán 80 cm de tela azul y 30 cm de tela blanca. Al comprar los dos colores de telas y repartirlas equitativamente a cada estudiante, les tocó menos de 8,00 m de tela azul y menos de 1,20 m de tela blanca. Debido a la complejidad de realizar cada prenda, los estudiantes deciden el tipo que desean realizar. Si ningún estudiante de dicha aula se quedó sin realizar por lo menos una prenda, y al tiempo previsto para realizar la venta en la feria, cada uno de ellos realizó una combinación diferente de	Cantidad de inecuaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-			
		4	X			
		5 o más	-			
	Desigualdades en las inecuaciones	Estrictas	-			
		Amplias	-			
		Mixtas	X			
	Región factible	Acotada	X			
		No acotada	-			
	Conjunto solución	Cantidades discretas	X			
		Cantidades no discretas	-			



Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido		
Información	Modificación cuantitativa	X	Requerimiento	Modificación cuantitativa	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1	
	Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-		
	Agrega o quita información	X				Favorece la conexión con otros temas.	1	-		
	Cambia toda la información	-				Favorece la conexión con otras áreas	1	-		
	Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inecuaciones con dos incógnitas	Fluidez	Problema presenta novedad en la información	1	-	0
							Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	-	
Problema diferente a los demás.							2	-		
Conserva la información	-	Conserva el requerimiento	X							
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inecuaciones con dos incógnitas	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	X	1	
						El problema tiene 2 o más requerimientos	2	-		
Conserva el contexto		X	Otros:		-	<b>PUNTAJE TOTAL</b>		2		
						<b>NIVEL ALCANZADO</b>		Bajo		

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema creado muestra que suprimió parte de la información y realizó cambios cuantitativos y realizó cambios en el requerimiento. El problema tiene una creatividad baja.

Durante la socialización, el docente D11 dijo lo siguiente:

*“Se trató de quitar parte del texto y el distractor para que no confunda al estudiante, es decir, el valor del ancho de las telas, ya que no se necesita*

para el planteo de las inecuaciones. Además, consideramos que los valores sean enteros”.

El docente D11 consideró que es necesario suprimir varias restricciones y quitar datos innecesarios para que no distraiga al estudiante. Además, que considera que el trabajo con números enteros es más sencillo que el realizar cálculos con cantidades decimales.

El problema Pre creado por el grupo 2 donde estaba el docente D13 fue el siguiente:

PROBLEMA PRE	
Dos estudiantes fueron a comprar lápices y borradores, cada uno de ellos tenía S/ 12 e hicieron la compra en dos lugares diferentes. En una librería los lápices costaban S/ 2 y los borradores S/ 3 y en la otra librería los lápices costaban S/ 3 y los borradores S/ 2. Al realizar la compra, se dieron cuenta que <b>habían comprado</b> la misma cantidad de lápices y la misma cantidad de borradores. ¿Cuántos lápices y borradores pudieron haber comprado en cada librería?	
RESOLUCIÓN	
X: cantidad de lápices que se compró en cada librería Y: cantidad de borradores que se compró en cada librería	
$\begin{aligned} 2x + 3y &\leq 12 \\ 3x + 2y &\leq 12 \\ x &> 0 \\ y &> 0 \end{aligned}$	
En cada librería pudieron haber comprado: 1 lápiz y 1 borrador, 1 lápiz y 2 borradores, 1 lápiz y 3 borradores, 2 lápices y 1 borrador, 2 lápices y 2 borradores, o 3 lápices y 1 borrador.	

Figura 45. Problema pre creado y resuelto por el docente D13 respecto al episodio n.º 2.

El problema creado se analizó con la rúbrica establecida (ver Tabla 19).

Tabla 19. Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D13 respecto al episodio n.º 2.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO										
Código del docente	D13	Problema Pre	X	Problema Pos		Características de la resolución del problema				
Dos estudiantes fueron a comprar lápices y borradores, cada uno de ellos tenía S/ 12 e hicieron la compra en dos lugares diferentes. En una librería los lápices costaban S/ 2 y los borradores S/ 3 y en la otra librería los lápices costaban S/ 3 y los borradores S/ 2. Al realizar la compra, se dieron cuenta que habían comprado la misma cantidad de lápices y la misma cantidad de borradores. ¿Cuántos lápices y borradores pudieron haber comprado en cada librería?						Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-		
							4	X		
							5 o más	-		
						Desigualdades en las inequaciones	Estrictas	-		
							Amplias	-		
							Mixtas	X		
						Región factible	Acotada	X		
No acotada	-									
Conjunto solución	Cantidades discretas	X								
	Cantidades no discretas	-								
Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido		
Información	Modificación cuantitativa	X	Requerimiento	Modificación cuantitativa	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1	
	Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-		
	Agrega o quita información	-				Favorece la conexión con otros temas.	1	-		
	Cambia toda la información	X		Modificación cualitativa	Originalidad	Problema presenta novedad en la información	1	X	4	
	Conserva la información	-		Conserva el requerimiento		-	Problema presenta novedad en el requerimiento.	1		X
							Problema diferente a los demás.	2		X
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	X	1	
						El problema tiene 2 o más requerimientos	2	-		
	Conserva el contexto	X				Otros:	-	<b>PUNTAJE TOTAL</b>		6
									<b>NIVEL ALCANZADO</b>	Medio

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema creado muestra que cambió toda la información, realizó cambios cuantitativos y realizó cambios en el requerimiento. El problema tiene una creatividad media.

Durante la socialización, respecto al problema creado, el docente D13 dijo lo siguiente:

*“Consideré colocar información más conocida por los estudiantes, además de valores enteros porque podría ser complicado para ellos trabajar con decimales. Esto hizo que el conjunto resultante sea más pequeño”.*

El docente D13 consideró que fue necesario cambiar la información por una situación más cercana a los estudiantes, además de usar valores enteros en lugar de cantidades decimales. Además que la región factible corresponde a una cantidad menor de posibilidades.

### **Problema Pos respecto al Episodio n.º 2**

Luego de realizar la socialización respecto a los problemas Pre creados por los docentes, nuevamente se realizó la separación en salas diferentes con los mismos grupos para que los docentes puedan realizar la creación del problema Pos de manera conjunta.

El problema Pre creado por el grupo 1 donde estaba el docente D05 fue el siguiente:

### PROBLEMA POS

En el área de educación para el trabajo, exactamente la mitad de estudiantes de un aula lleva el módulo de informática y la otra mitad, lleva el módulo de confección textil. Los estudiantes de 5°A de secundaria, que están llevando el módulo de costura, para aprovechar lo que han aprendido, se proponen a elaborar buzos y casacas con orientación de su profesor y sus productos los venderán en la feria que realizará la institución. Los buzos y casacas que elaborarán serán de un mismo diseño cada uno de ellos y usarán tela de color azul, blanco y plomo. Las telas se venden en rollos de 1,50 m de ancho, y el docente del curso les indicó que, para elaborar **el buzo necesitarán 1 m de tela azul, 8 cm de tela blanca, y 6 cm de tela ploma** para la elaboración de **una casaca necesitarán 80 cm de tela azul, 30 cm de tela blanca y 20 cm de tela ploma**. Al comprar los dos colores de telas y repartirlas equitativamente a cada estudiante, les tocó **menos de 8,50 m de la tela azul, menos de 1,30 m de tela blanca y menos de 50 cm de tela ploma**.

Si todos los estudiantes de dicha aula elaboran por lo menos una prenda y cada uno de ellos han realizado una combinación diferente de cantidades de buzos y casacas, ¿cuántos estudiantes hay en dicha sección?

### RESOLUCIÓN

Resolución:

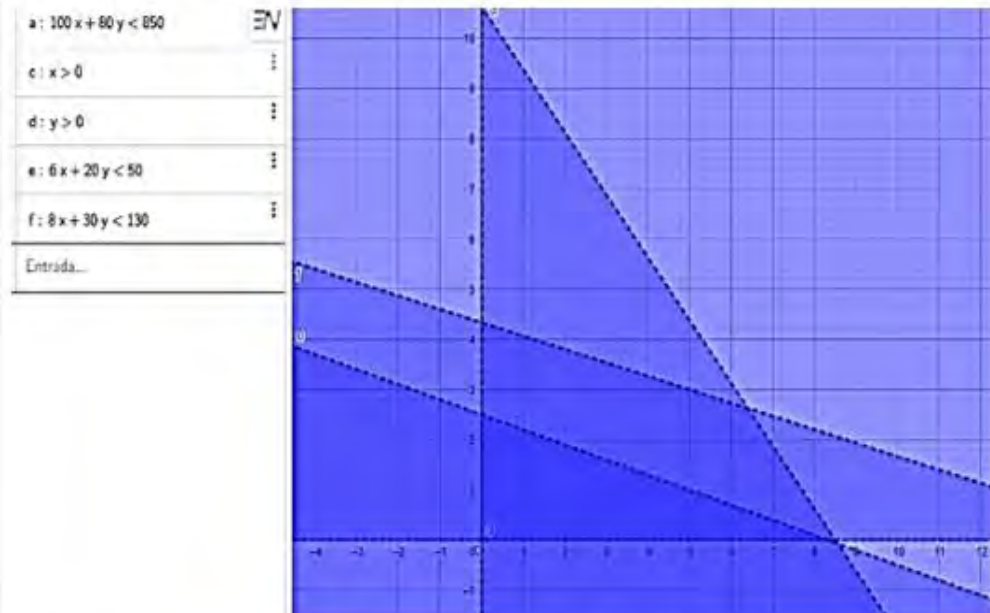
$$x: \text{Buzos} \rightarrow x > 0$$

$$y: \text{Casacas} \rightarrow y > 0$$

$$\text{Tela azul: } 100x + 80y < 850$$

$$\text{Tela blanca: } 8x + 30y < 130$$

$$\text{Tela ploma: } 6x + 20y < 50$$



**Respuesta: Habrá a lo más 30 estudiantes en el aula**

Figura 46. Problema pos creado y resuelto por el docente D05 respecto al episodio n.º 2.

Hay dos restricciones que serían relevantes para determinar el conjunto solución, ya que, si no estuvieran, el conjunto solución sería el mismo. Se recomendó en la socialización que se cambie algunos valores cuantitativos para que de tal manera todas las restricciones sean relevantes.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 20).

Tabla 20. Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D05 respecto al episodio n.º 2.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO										
Código del docente	D05	Problema Pre		Problema Pos	X	Características de la resolución del problema				
<p>En el área de educación para el trabajo, exactamente la mitad de estudiantes de un aula lleva el módulo de informática y la otra mitad, lleva el módulo de confección textil. Los estudiantes de 5°A de secundaria, que están llevando el módulo de costura, para aprovechar lo que han aprendido, se proponen a elaborar buzos y casacas con orientación de su profesor y sus productos los venderán en la feria que realizará la institución. Los buzos y casacas que elaborarán serán de un mismo diseño cada uno de ellos y usarán tela de color azul, blanco y plomo. Las telas se venden en rollos de 1,50 m de ancho, y el docente del curso les indicó que, para elaborar el buzo necesitarán 1 m de tela azul, 8 cm de tela blanca, y 6 cm de tela ploma para la elaboración de una casaca necesitarán 80 cm de tela azul, 30 cm de tela blanca y 20 cm de tela ploma. Al comprar los dos colores de telas y repartirlas equitativamente a cada estudiante, les tocó menos de 8,50 m de la tela azul, menos de 1,30 m de tela blanca y menos de 50 cm de tela ploma. Si todos los estudiantes de dicha aula elaboran por lo menos una prenda y cada uno de ellos han realizado una combinación diferente de cantidades de buzos y casacas, ¿cuántos estudiantes hay en dicha sección?</p>						Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-		
							4	-		
							5 o más	X		
						Desigualdades en las inequaciones	Estrictas	X		
							Amplias	-		
							Mixtas	-		
						Región factible	Acotada	X		
							No acotada	-		
						Conjunto solución	Cantidades discretas	X		
							Cantidades no discretas	-		
Elementos del problema						Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido	
Información	Modificación cuantitativa	-	Requerimiento	Modificación cuantitativa	X	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1
	Modificación relacional	-					Requerimiento se puede	1	-	

						responder de varias formas.			0	
						Favorece la conexión con otros temas.	1	-		
	Agrega o quita información	X				Favorece la conexión con otras áreas	1	-		
	Cambia toda la información	-		Modificación cualitativa	-	Originalidad	Problema presenta novedad en la información	1		-
	Conserva la información	-		Conserva el requerimiento	-		Problema presenta novedad en el requerimiento.	1		-
							Problema diferente a los demás.	2		-
<b>Contexto</b>	Modifica a intramatemático	-	<b>Entorno</b>	X	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	X	1	
						El problema tiene 2 o más requerimientos	2	-		
	Conserva el contexto	X		Otros:	-	<b>PUNTAJE TOTAL</b>			2	
						<b>NIVEL ALCANZADO</b>			Bajo	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema creado muestra que agregó información, realizó cambios cuantitativos en el requerimiento. El problema tiene una creatividad baja.

Durante la socialización, respecto al problema creado, el docente D05 dijo lo siguiente:

*“Se colocó una tela más, se dejó el distractor ‘el ancho’. Se añadió una inecuación más.*

*Tengo que modificar los datos para que todas las rectas jueguen, y ninguna se incluya dentro de otra”.*

El docente D05 consideró que era necesario que el dato distractor quede en el problema para que los estudiantes tengan que analizar su relevancia

en el planteo. Además se dio cuenta que tiene que verificar valores en sus datos para la relevancia de las restricciones que propuso.

El problema Pos creado por el grupo 3 donde estaba el docente D11 fue el siguiente:

PROBLEMA POS
<p>En la institución educativa parroquial "Nuestra Señora de la Misericordia" están bajo el modelo de jornada escolar completa. En el área de educación para el trabajo, exactamente la mitad de estudiantes de un aula lleva el módulo de informática y la otra mitad, lleva el módulo de confección textil. Los estudiantes de <u>5.ºA</u> de secundaria, que están llevando el módulo de costura, para aprovechar lo que han aprendido, se proponen a elaborar buzos y casacas con orientación de su profesor y sus productos los venderán en la feria que realizará la institución. Los buzos y casacas que elaborarán serán de un mismo diseño cada uno de ellos y usarán tela de color azul y blanco. Las telas se venden en rollos de 1,50 m de ancho, y el docente del curso les indicó que, para elaborar el buzo necesitarán 1 m de tela azul y 8 cm de tela blanca, y para la elaboración de una casaca necesitarán 80 cm de tela azul y 30 cm de tela blanca. Al comprar los dos colores de telas y repartirlas equitativamente a cada estudiante, les tocó menos de 8,50 m de la tela azul y menos de 1,30 m de tela blanca. Debido a la complejidad de realizar cada prenda, los estudiantes deciden el tipo que desean realizar, <b>al final cada estudiante utilizó menos de los 9/10 de la tela azul y menos del 80% de la tela blanca que les correspondía.</b></p> <p>Si ningún estudiante de dicha aula se quedó sin realizar por lo menos una prenda de <b>cada tipo</b>, <b>además ningún estudiante realizó más casacas que buzos</b> y al tiempo previsto para realizar la venta en la feria, cada uno de ellos realizó una combinación diferente de cantidades de buzos y casacas.</p> <ol style="list-style-type: none"><li>¿Cuántos estudiantes hay en dicha sección?</li><li>Si quitamos la restricción que ningún estudiante realizó más casacas que buzos ¿Cuántos estudiantes habría en dicha sección?</li><li>Si Cambiamos la condición "ningún estudiante de dicha aula se quedó sin realizar por lo menos una prenda <b>de cada tipo</b>" por "ningún estudiante de dicha aula se quedó sin realizar por lo menos una prenda" y se mantienen todas las demás condiciones del problema ¿Cuántos estudiantes habría en dicha sección?</li></ol>



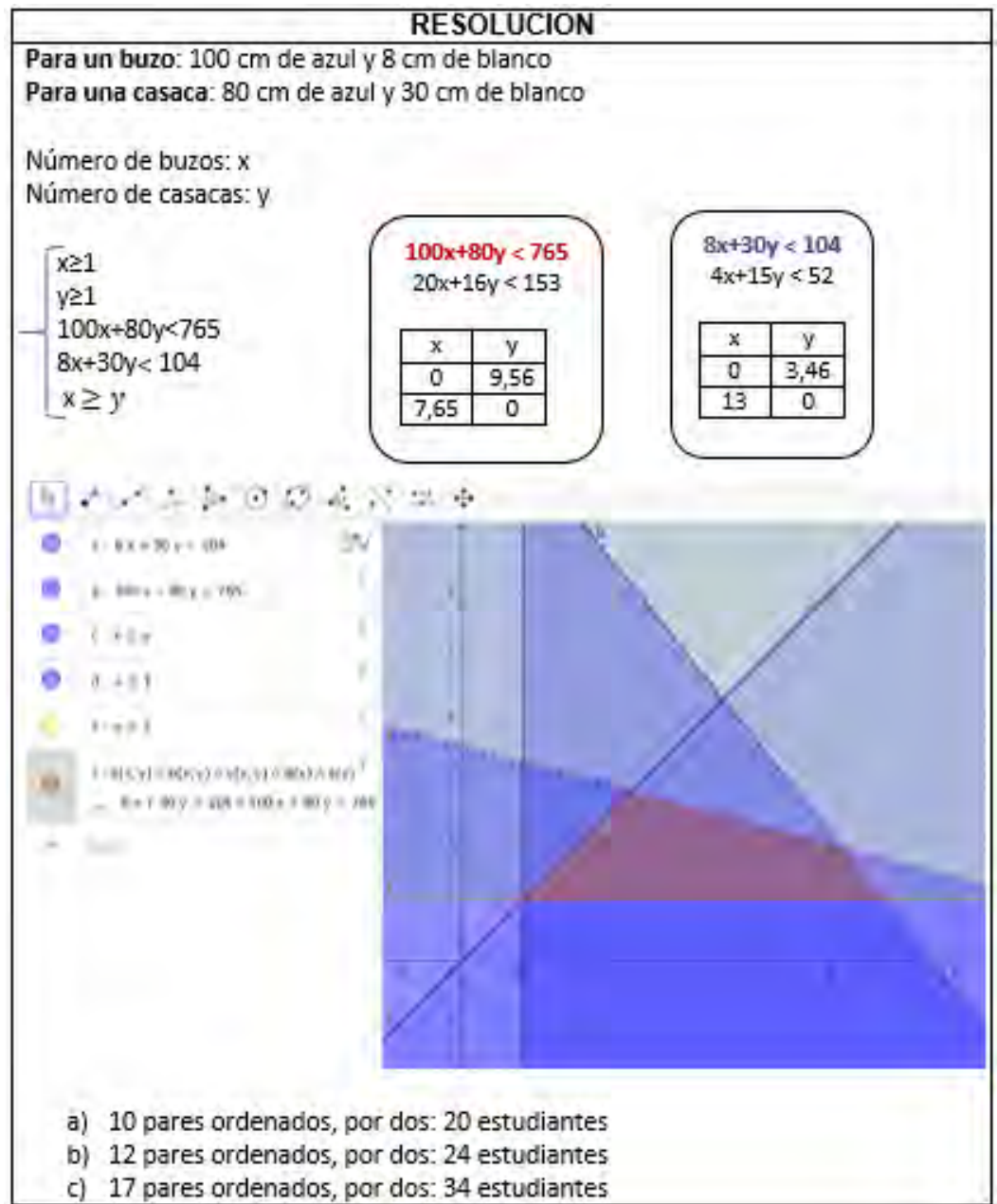


Figura 47. Problema pos creado y resuelto por el docente D11 respecto al episodio n.º 2.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 21).

Tabla 21. Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D11 respecto al episodio n.º 2.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO								
Código del docente	D11	Problema Pre		Problema Pos	X	Características de la resolución del problema		
<p>En la institución educativa parroquial “Nuestra Señora de la Misericordia” están bajo el modelo de jornada escolar completa. En el área de educación para el trabajo, exactamente la mitad de estudiantes de un aula lleva el módulo de informática y la otra mitad, lleva el módulo de confección textil. Los estudiantes de 5.º A de secundaria, que están llevando el módulo de costura, para aprovechar lo que han aprendido, se proponen a elaborar buzos y casacas con orientación de su profesor y sus productos los venderán en la feria que realizará la institución. Los buzos y casacas que elaborarán serán de un mismo diseño cada uno de ellos y usarán tela de color azul y blanco. Las telas se venden en rollos de 1,50 m de ancho, y el docente del curso les indicó que, para elaborar el buzo necesitarán 1 m de tela azul y 8 cm de tela blanca, y para la elaboración de una casaca necesitarán 80 cm de tela azul y 30 cm de tela blanca. Al comprar los dos colores de telas y repartirlas equitativamente a cada estudiante, les tocó menos de 8,50 m de la tela azul y menos de 1,30 m de tela blanca. Debido a la complejidad de realizar cada prenda, los estudiantes deciden el tipo que desean realizar, al final cada estudiante utilizó menos de los 9/10 de la tela azul y menos del 80% de la tela blanca que les correspondía.</p> <p>Si ningún estudiante de dicha aula se quedó sin realizar por lo menos una prenda de cada tipo, además ningún estudiante realizó más casacas que buzos y al tiempo previsto para realizar la venta en la feria, cada uno de ellos realizó una combinación diferente de cantidades de buzos y casacas.</p> <p>a) ¿Cuántos estudiantes hay en dicha sección?</p> <p>b) Si quitamos la restricción que ningún estudiante realizó más casacas que buzos ¿Cuántos estudiantes habría en dicha sección?</p> <p>c) Si Cambiamos la condición “ningún estudiante de dicha aula se quedó sin realizar por lo menos una prenda de cada tipo” por “ningún estudiante de dicha aula se quedó sin realizar por lo menos una prenda” y se mantienen todas las demás condiciones del problema ¿Cuántos estudiantes habría en dicha sección?</p>						Cantidad de inecuaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-
						4	-	
						5 o más	X	
						Desigualdades en las inecuaciones	Estrictas	-
							Amplias	-
							Mixtas	X
						Región factible	Acotada	X
							No acotada	-
						Cantidad de inecuaciones necesarias para resolver el problema	Cantidades discretas	X
								-
Conjunto solución	Cantidades no discretas							

Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido	
Información	Modificación cuantitativa	-	Requerimiento	Modificación cuantitativa	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	2
	Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-	
	Agrega o quita información	X				Favorece la conexión con otros temas.	1	X	
	Cambia toda la información					Favorece la conexión con otras áreas	1	-	
	Conserva la información	-	Entorno	Sistema de inecuaciones con dos incógnitas	Fluidez	Problema presenta novedad en la información	1	-	1
						Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	X	
		Problema diferente a los demás.				2	-		
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Otros: Proporciones y porcentajes	X	<b>PUNTAJE TOTAL</b>			5	
	Conserva el contexto	X			<b>NIVEL ALCANZADO</b>			Medio	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema creado muestra que agregó información, realizó cambios cuantitativos en el requerimiento. El problema tiene una creatividad media.

Durante la socialización, respecto al problema creado, el docente D11 dijo lo siguiente:

*“Se agregó una proporción entre las telas y porcentajes, y además que no se hizo más casacas que buzos. Se hizo 3 requerimientos, de tal manera que se hace más fluido”.*

El docente D11 consideró que era necesario agregarle más restricciones, usando los contenidos de proporciones y porcentajes como necesidad para resolver el problema. Además, propuso tres requerimientos.

El problema Pos creado por el grupo 2 donde estaba el docente D13 fue el siguiente:

<b>PROBLEMA POS</b>	
<p>Tres estudiantes fueron a comprar lápices y borradores, cada uno de ellos tenía S/ 15 e hicieron la compra en tres lugares diferentes. En una librería los lápices costaban S/ 2 y los borradores S/ 3, en otra librería los lápices costaban S/ 3 y los borradores S/ 2, y en la tercera librería, el lápiz costaba S/ 1,5 y el borrador S/ 4. Al realizar la compra, se dieron cuenta que compraron la misma cantidad de lápices y la misma cantidad de borradores, pero había más lápices que borradores ¿Cuántos lápices y borradores se pudo haber comprado en total? ¿Hasta cuántos útiles se pudieron haber comprado en total?</p>	
<b>RESOLUCIÓN</b>	
<p>X: cantidad de lápices que se compró en cada librería            Y: cantidad de borradores que se compró en cada librería</p> $2x + 3y \leq 15$ $3x + 2y \leq 15$ $1,5x + 4y \leq 15$ $x > y$ $x > 0$ $y > 0$	
<p>En cada librería se pudo haber comprado: 2 lápices y 1 borrador, 3 lápices y 1 borrador, 3 lápices y 2 borradores, o 4 lápices y un borrador.            Entonces en total se pudieron haber comprado: 6 lápices y 3 borradores, 9 lápices y 3 borradores, 9 lápices y 6 borradores, o 12 lápices y 3 borradores.            Se pudo comprar hasta 15 útiles en total.</p>	

Figura 48. Problema pos creado y resuelto por el docente D13 respecto al episodio n.º 2.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 22).

Tabla 22. Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D13 respecto al episodio n.º 2.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO									
Código del docente	D13	Problema Pre		Problema Pos	X	Características de la resolución del problema			
Tres estudiantes fueron a comprar lápices y borradores, cada uno de ellos tenía S/ 15 e hicieron la compra en tres lugares diferentes. En una librería los lápices costaban S/ 2 y los borradores S/ 3, en otra librería los lápices costaban S/ 3 y los borradores S/ 2, y en la tercera librería, el lápiz costaba S/ 1,5 y el borrador S/ 4. Al realizar la compra, se dieron cuenta que compraron la misma cantidad de lápices y la misma cantidad de borradores, pero había más lápices que borradores ¿Cuántos lápices y borradores se pudo haber comprado en total? ¿Hasta cuántos útiles se pudieron haber comprado en total?						Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-	
							4	-	
							5 o más	X	
						Desigualdades en las inequaciones	Estrictas	-	
							Amplias	-	
							Mixtas	X	
						Región factible	Acotada	X	
							No acotada	-	
						Conjunto solución	Cantidades discretas	X	
							Cantidades no discretas	-	
Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido	
Información	Modificación cuantitativa	X	Modificación cuantitativa	X	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1
	Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-	
	Agrega o quita información	-				Favorece la conexión con otros temas.	1	-	
	Cambia toda la información	X	Modificación cualitativa	X	Originalidad	Favorece la conexión con otras áreas	1	-	4
	Conserva la información	-				Problema presenta novedad en la información	1	X	
			Conserva el requerimiento	-	Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	X		
				Problema diferente a los demás.	2	X			

Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	X	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	-	2
								El problema tiene 2 o más requerimientos	2	
	Conserva el contexto	X		Otros:	-	<b>PUNTAJE TOTAL</b>			7	
									<b>NIVEL ALCANZADO</b>	Medio

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema creado muestra el cambio en toda la información, así como en los datos cuantitativos y el requerimiento. El problema fue diferente al de los demás participantes y tuvo más de dos requerimientos. El problema tiene una creatividad media.

Durante la socialización, respecto al problema creado, el docente D13 dijo lo siguiente:

*“Seguí con la misma información del problema pre y añadí más restricciones, y también agregué cantidades decimales. Además, aumenté más requerimientos de tal manera que se hace más retador”.*

El docente D13 consideró que era necesario agregarle más restricciones, consideró el uso de los números decimales como los había en el episodio presentado. Además agregó más requerimientos.

#### 4.3.6. Actividad de exploración final

En esta actividad sólo se propuso la pregunta siguiente:

**1. Se plantea el siguiente episodio de clase.**

La primera etapa para acceder a una beca para poder seguir estudios en el extranjero, consiste en rendir un examen de conocimientos de 50 preguntas. Para aprobar el examen, se requiere que los postulantes respondan 40 preguntas como mínimo y obtengan al menos 70 puntos. Las puntuaciones en dicho examen son del siguiente modo: 2 puntos a favor por cada respuesta correcta, una penalización de 0,5 puntos por cada respuesta incorrecta y 0 puntos por las preguntas sin contestar.

Representa de manera gráfica el conjunto solución que representa a las posibles cantidades de preguntas respondidas de manera correcta e incorrecta para aprobar dicha prueba.

- A. Crea un problema pre, el cual facilite la comprensión y solución del problema del episodio y resuélvalo
- B. Crea un problema pos, el cual resulte más retador que el problema del episodio y resuélvalo.

Figura 49. Problema propuesto en la actividad de exploración final.

Se presenta la resolución al problema propuesto en la actividad exploratoria final:

$x$ : Cantidad de respuestas correctas

$y$ : Cantidad de respuestas incorrectas

Total de preguntas:  $x + y \leq 50$

Preguntas requeridas:  $x + y \geq 40$

Puntuación requerida:  $2x - 0,5y \geq 70$

Cantidad de respuestas correctas:  $x \geq 0$

Cantidad de respuestas incorrectas:  $y \geq 0$

El sistema de inecuaciones es:

$$\begin{cases} x + y \leq 50 \\ x + y \geq 40 \\ 2x - 0,5y \geq 70 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La representación gráfica del sistema de inecuaciones es:

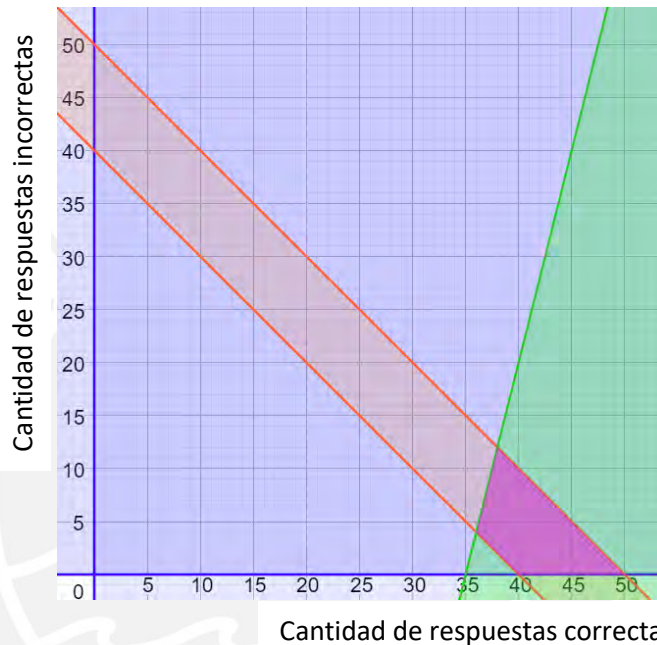


Figura 50. Representación gráfica de la región factible del problema de la actividad de exploración final.

Siendo la región factible la región de color rosado, considerando los pares ordenados de componentes enteras.

El problema pre creado por el docente D05 es el siguiente:

<b>PROBLEMA PRE</b>
<p>Existe un examen de 50 preguntas. Y se sabe que para aprobar dicho examen se requiere obtener 70 puntos y responder 40 preguntas como mínimo. También se sabe que por cada respuesta correcta se obtienen 2 puntos a favor y por cada respuesta incorrecta -0.5 puntos y 0 puntos por no contestar. Para que alguien apruebe cuantas preguntas correctas e incorrectas han de responder si se toma en cuenta que se responde las 50 preguntas.</p>



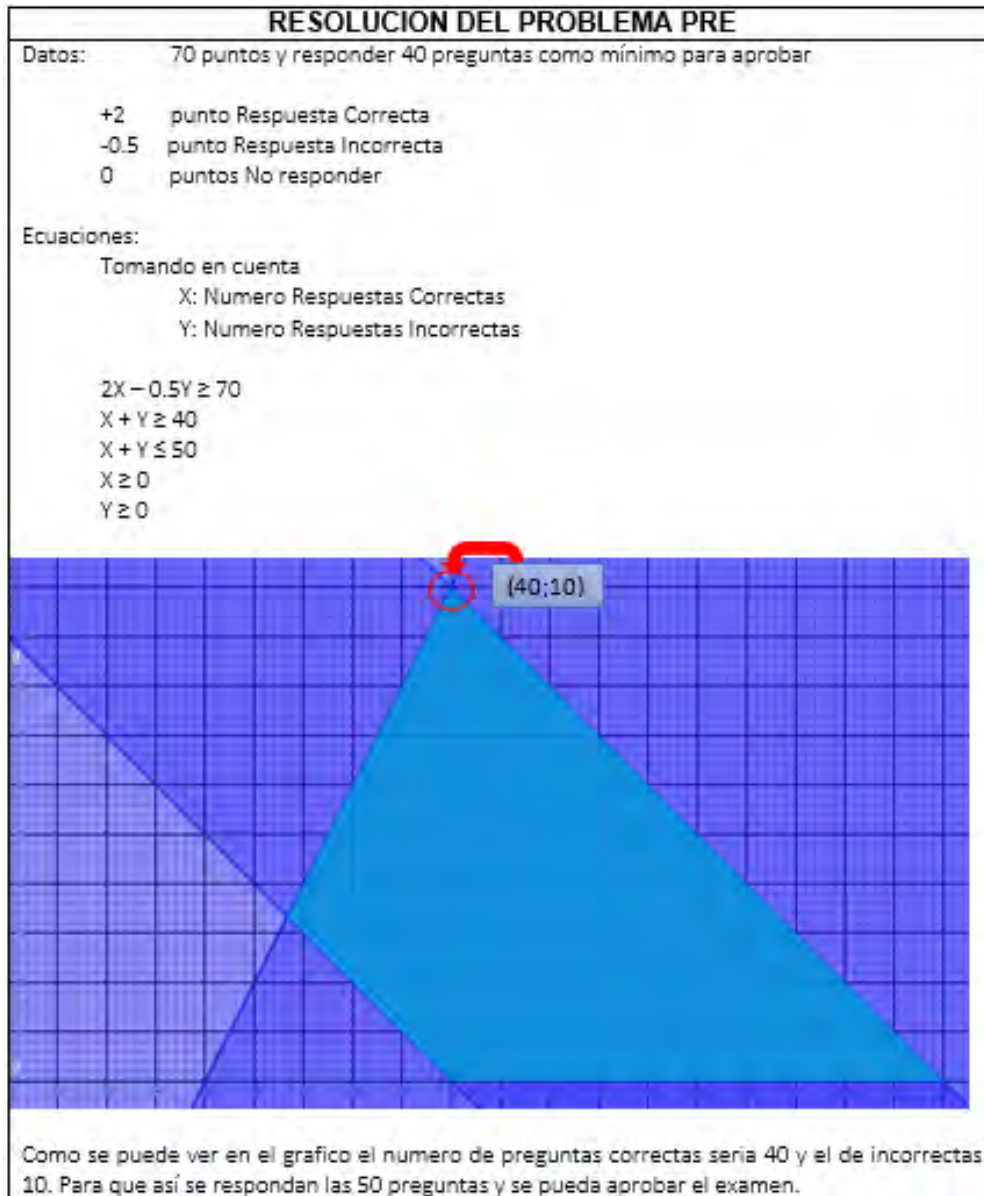


Figura 51. Problema pre creado y resuelto por el docente D05 respecto problema de la actividad de exploración final.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 23).

Tabla 23. Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D05 respecto a la actividad de exploración final.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO										
Código del docente	D05	Problema Pre	X	Problema Pos		Características de la resolución del problema				
Existe un examen de 50 preguntas. Y se sabe que para aprobar dicho examen se requiere obtener 70 puntos y responder 40 preguntas como mínimo. También se sabe que por cada respuesta correcta se obtienen 2 puntos a favor y por cada respuesta incorrecta -0.5 puntos y 0 puntos por no contestar. Para que alguien apruebe, ¿cuantas preguntas correctas e incorrectas han de responder si se toma en cuenta que se responde las 50 preguntas?	Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-	Desigualdades en las inequaciones	Estrictas	-	Región factible	Acotada	X	
		4	-		Amplias	-		No acotada	-	
		5 o más	X		Mixtas	X				
	Conjunto solución	Cantidades discretas	X	Conjunto solución	Cantidades no discretas	-				
		Cantidades no discretas	-							
	Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido	
	Información	Modificación cuantitativa	-	Modificación cuantitativa	-	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1
		Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-	
		Agrega o quita información	X				Favorece la conexión con otros temas.	1	-	
		Cambia toda la información	-	Modificación cualitativa	X	Originalidad	Favorece la conexión con otras áreas	1	-	1
Conserva la información		-	Conserva el requerimiento	-	Problema presenta novedad en la información		1	-		
					Problema presenta novedad en el requerimiento.		1	X		
Problema diferente a los demás.	2	-								
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	X	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	X	1	
						El problema tiene 2 o más requerimientos	2	-		
Conserva el contexto	X	Entorno	Otros:	-	<b>PUNTAJE TOTAL</b>			3		
								<b>NIVEL ALCANZADO</b>		Bajo

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema pos creado por el docente D05 es el siguiente:

### PROBLEMA POS

En un examen parcial de la carrera de medicina el profesor plantea 50 preguntas de las cuales 30 son de morfología y 20 de fisiología. Además, se sabe que para aprobar dicho examen se requiere obtener 70 puntos y responder 40 preguntas como mínimo. También se sabe que por cada respuesta correcta se obtienen 2 puntos a favor y por cada respuesta incorrecta -0.5 puntos y 0 puntos por no contestar. Suponiendo que 20 personas dieron el examen y que en total respondieron 500 respuestas correctas de morfología. Cuantas preguntas de fisiología resolvieron correctamente. Si se sabe que todos los alumnos respondieron 9 preguntas mal, que todos aprobaron y que el número de respuestas correctas de cada alumno es par

### RESOLUCION DEL PROBLEMA POS

Datos:

70 puntos y responder 40 preguntas como mínimo para aprobar

30 preguntas de morfología y 20 de fisiología.

+2 punto Respuesta Correcta

-0.5 punto Respuesta Incorrecta

0 puntos No responder

500 respuestas correctas de morfología

20 personas en total

Todos los alumnos respondieron 4 preguntas mal

Todos aprobaron

Ecuaciones:

Tomando en cuenta

X: Numero Respuestas Correctas

Y: Numero Respuestas Incorrectas

$$2X - 0.5Y \geq 70$$

$$X + Y \geq 40$$

$$X + Y \leq 50$$

$$X \geq 0$$

$$Y \geq 0$$

Análisis:

20 personas en total y 500 respuestas correctas de morfología

→ En promedio 10 preguntas correctas de morfología por persona.

9 preguntas mal → Entre 40 y 41 preguntas correctas

→ 40 preguntas correctas debido a que el número de preguntas correctas es par

40 - 10 = 30 Preguntas de fisiología por persona

→ 30 x 20 = 600 Preguntas Correctas de fisiología

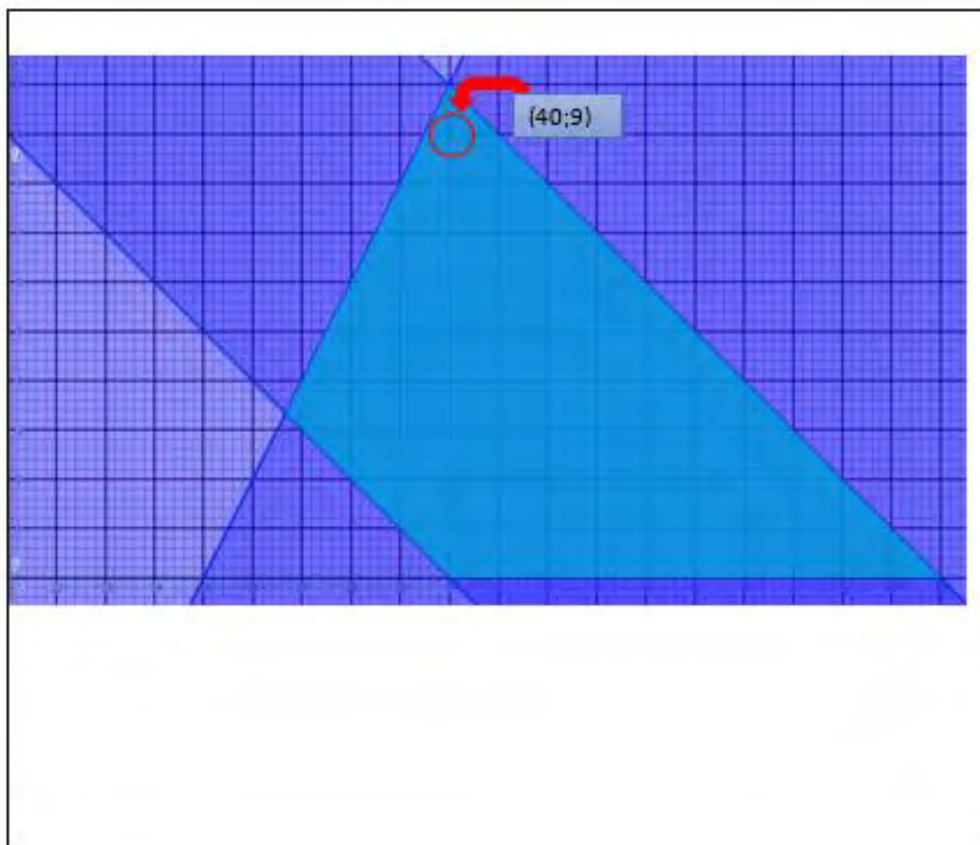


Figura 52. Problema pos creado y resuelto por el docente D05 respecto problema del la actividad de exploración final.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 24).

Tabla 24. Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D05 respecto a la actividad de exploración final.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO														
Código del docente	D05	Problema Pre		Problema Pos	X	Características de la resolución del problema								
En un examen parcial de la carrera de medicina el profesor plantea 50 preguntas de las cuales 30 son de morfología y 20 de fisiología. Además, se sabe que para aprobar dicho examen se requiere obtener 70 puntos y responder 40 preguntas como mínimo. También se sabe que por cada respuesta correcta se obtienen 2 puntos a favor y por cada respuesta incorrecta -0.5 puntos y 0 puntos por no contestar. Suponiendo que 20 personas dieron el examen y que en total respondieron 500 respuestas correctas de						Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-						
							4	-						
							5 o más	X						
						Desigualdades en las inequaciones							Estrictas	-
													Amplias	X
													Mixtas	-
						Región factible							Acotada	X
													No acotada	-

morfología. Cuantas preguntas de fisiología resolvieron correctamente. Si se sabe que todos los alumnos respondieron 9 preguntas mal, que todos aprobaron y que el número de respuestas correctas de cada alumno es par.					Conjunto solución		Cantidades discretas	X		
							Cantidades no discretas	-		
Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido		
Información	Modificación cuantitativa	-	Requerimiento	Modificación cuantitativa	X	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1
	Modificación relacional	-					Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-	
	Agrega o quita información	X					Favorece la conexión con otros temas.	1	-	
	Cambia toda la información		Requerimiento	Modificación cualitativa	X	Originalidad	Favorece la conexión con otras áreas	1	-	3
	Conserva la información	-					Problema presenta novedad en la información	1	-	
							Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	X	
			Conserva el requerimiento	-			Problema diferente a los demás.	2	X	
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	X	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	X	1
	Conserva el contexto	X					El problema tiene 2 o más requerimientos	2	-	
					<b>PUNTAJE TOTAL</b>					5
					<b>NIVEL ALCANZADO</b>					Medio

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema pre creado por el docente D11 es el siguiente:

PROBLEMA PRE
<p>En un examen tipo test de 30 preguntas se obtienen 2 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,5 por cada respuesta incorrecta. Si un estudiante ha sacado un puntaje mayor o igual a 20 puntos y respondió a lo mucho 25 preguntas</p> <p>a) Representa de manera gráfica el conjunto solución que representa a las posibles cantidades de preguntas respondidas de manera correcta e incorrecta</p> <p>b) ¿Cuántas respuestas correctas y respuestas incorrectas podría haber tenido el estudiante en su examen?</p>

**RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA PRE**

Sean:  
 Respuestas correctas:  $x$   
 Respuestas incorrectas:  $y$

$x \geq 0$   
 $y \geq 0$   
 $2x - 0,5y \geq 20$   
 $x + y \leq 25$

$x$	$y$
0	-40
10	0

$x$	$y$
0	25
25	0

**RESPUESTAS**

a) Representa de manera gráfica el conjunto solución

b) Podría haber tenido desde 10 hasta 25 respuestas correctas y desde 0 hasta 12 respuestas incorrectas.

Figura 53. Problema pre creado y resuelto por el docente D11 respecto problema del la actividad de exploración final.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 25).

Tabla 25. Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D11 respecto a la actividad de exploración final.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO										
Código del docente	D11	Problema Pre	X	Problema Pos		Características de la resolución del problema				
<p>En un examen tipo test de 30 preguntas se obtienen 2 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,5 por cada respuesta incorrecta. Si un estudiante ha sacado un puntaje mayor o igual a 20 puntos y respondió a lo mucho 25 preguntas</p> <p>Representa de manera gráfica el conjunto solución que representa a las posibles cantidades de preguntas respondidas de manera correcta e incorrecta</p> <p>¿Cuántas respuestas correctas y respuestas incorrectas podría haber tenido el estudiante en su examen?</p>	Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-	Desigualdades en las inequaciones	Estrictas	-	Región factible	Acotada	X	
	4	X	Amplias		X					
	5 o más	-	Mixtas		-					
	Conjunto solución	Cantidades discretas		X	Conjunto solución	No acotada	-		Cantidades no discretas	-
		Cantidades no discretas		-						
	Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido	
	Información	Modificación cuantitativa	X	Modificación cuantitativa	-	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1
		Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-	
		Agrega o quita información	X				Favorece la conexión con otros temas.	1	-	
		Cambia toda la información	-	Modificación cualitativa	X	Originalidad	Favorece la conexión con otras áreas	1	-	1
Conserva la información		-	Conserva el requerimiento				-	Problema presenta novedad en la información	1	
						Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	X		
					Problema diferente a los demás.	2	-			
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	X	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	-	2	
	Conserva el contexto	X				El problema tiene 2 o más requerimientos	2	X		
					<b>PUNTAJE TOTAL</b>				4	
					<b>NIVEL ALCANZADO</b>				Medio	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema pos creado por el docente D11 es el siguiente:

#### PROBLEMA POS

La empresa "Latinoamericana" tiene como política premiar a sus trabajadores con más de 15 años de servicios continuos y que no hayan tenido sanciones graves, haciéndolos accionistas de la empresa permitiéndoles comprar a lo más 40 acciones, para ello les ofrece 2 tipos de acciones Tipo "A" y tipo "B", cuyos precios actuales son de 140 dólares cada acción del tipo "A" y 90 dólares cada acción del tipo "B". Un trabajador con 18 años de servicios en dicha empresa y sin sanciones dispone de 8000 dólares en su cuenta de ahorros, decide invertir los  $\frac{3}{5}$  de sus ahorros con la idea de tener una utilidad no menor de 140 dólares mensuales, finalmente no compró más acciones del tipo "B" que del tipo "A". sabiendo que la acción del tipo "A" genera una ganancia de 7 dólares mensuales y la acción del tipo "B" genera una ganancia de 3 dólares mensuales. (ganancia estimada para este año)

- a) Representa de manera gráfica el conjunto solución que representa a las posibles cantidades de acciones de tipo "A" y de tipo "B" que pudo haber comprado el trabajador.
- b) ¿Cuántas acciones del tipo "A" y del tipo "B" pudo haber comprado el trabajador?
- c) ¿Cuántas acciones de cada tipo debe comprar para obtener la máxima ganancia mensual?
- d) Si retiramos la condición "finalmente no compró más acciones del tipo "B" que del tipo "A" ¿Cuántas acciones del tipo "A" y del tipo "B" pudo haber comprado el trabajador en esta nueva situación?



## RESOLUCION DEL PROBLEMA POS

Sean:

Acciones del tipo "A":  $x$

Acciones del tipo "B":  $y$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 140x + 90y \leq 4800 \\ x + y \leq 40 \\ x \geq y \\ 7x + 3y \geq 140 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 140x + 90y &\leq 4800 \\ 14x + 9y &\leq 480 \end{aligned}$$

x	y
0	53,33...
34,285...	0

$$x + y \leq 40$$

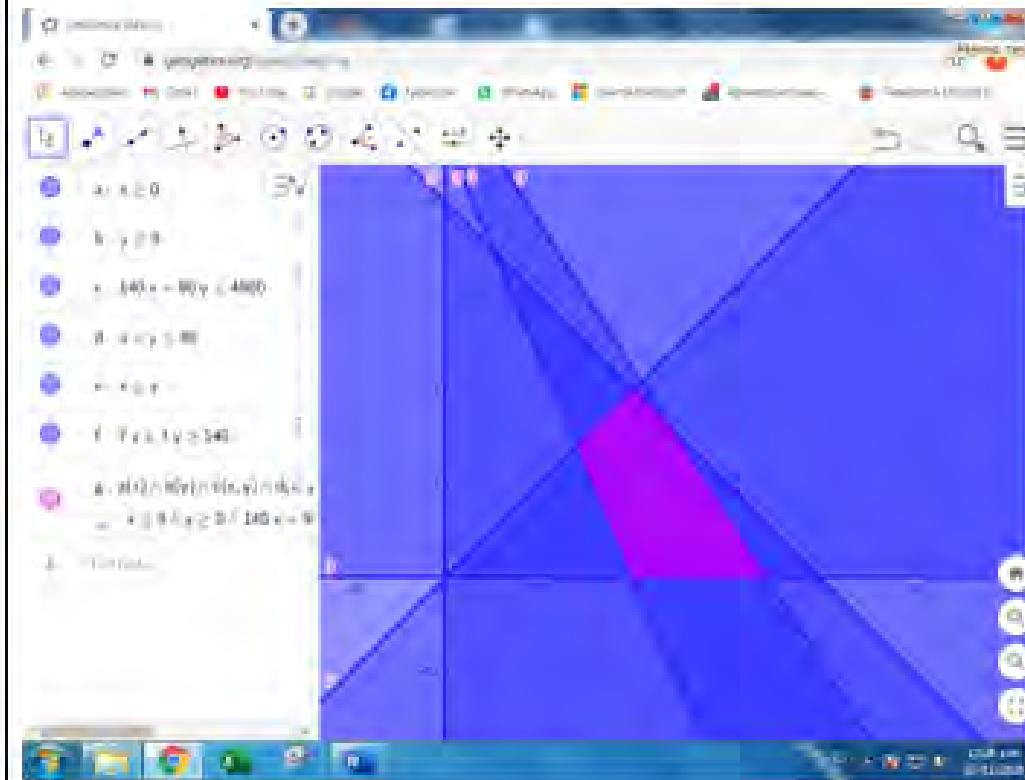
x	y
0	40
40	0

$$7x + 3y \geq 140$$

x	y
0	46,66
20	0

### RESPUESTAS

a) Representa de manera gráfica el conjunto solución



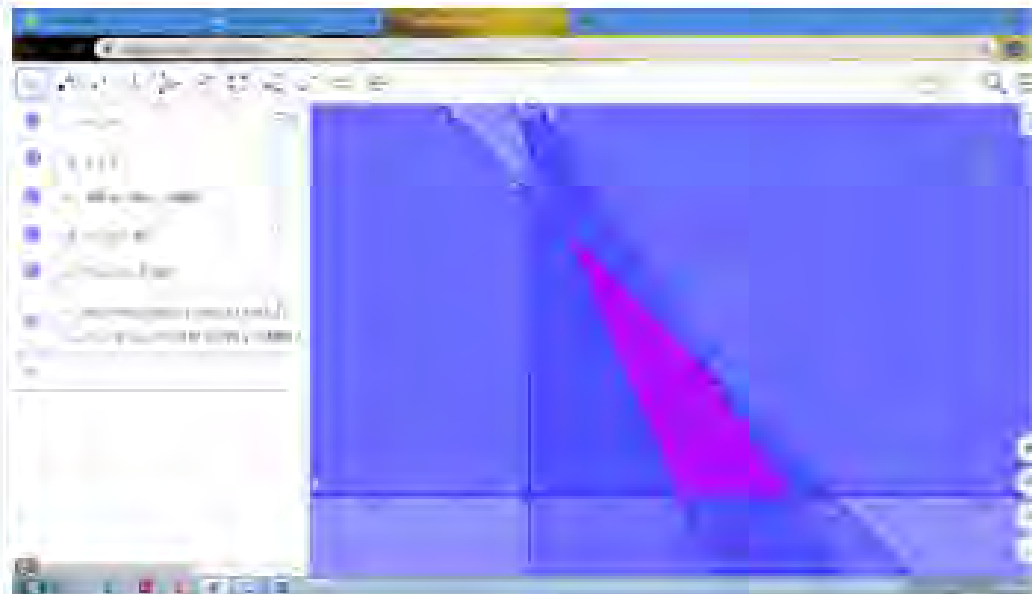
- b) Pudo haber comprado desde 20 hasta 34 acciones del tipo "A" y desde 0 hasta 20 acciones del tipo "B"
- c) Para obtener la máxima ganancia debe comprar 34 acciones de cada tipo A y 0 acciones del tipo B.

$$34(7)+3(0)=238$$
$$20(7)+3(0)=140$$
$$20(7)+20(3)=200$$
$$14(7)+14(3)=140$$

Teniendo en cuenta que los vértices son: (20; 0), (34; 0), (20;20) y (14;14)

(Introducción de la programación lineal considerando que es una aplicación de los sistemas de inecuaciones lineales.)

- d) Gráfico para la d



Pudo haber comprado desde 20 hasta 34 acciones del tipo "A" y desde 0 hasta 35 acciones del tipo "B"

Figura 54. Problema pos creado y resuelto por el docente D11 respecto problema de la actividad de exploración final.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 26).

Tabla 26. Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D11 respecto a la actividad de exploración final.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO										
Código del docente	D11	Problema Pre		Problema Pos	X	Características de la resolución del problema				
<p>La empresa “Latinoamericana” tiene como política premiar a sus trabajadores con más de 15 años de servicios continuos y que no hayan tenido sanciones graves, haciéndolos accionistas de la empresa permitiéndoles comprar a lo más 40 acciones, para ello les ofrece 2 tipos de acciones Tipo “A” y tipo “B”, cuyos precios actuales son de 140 dólares cada acción del tipo “A” y 90 dólares cada acción del tipo “B”. Un trabajador con 18 años de servicios en dicha empresa y sin sanciones dispone de 8000 dólares en su cuenta de ahorros, decide invertir los 3/5 de sus ahorros con la idea de tener una utilidad no menor de 140 dólares mensuales, finalmente no compró más acciones del tipo “B” que del tipo “A”. sabiendo que la acción del tipo “A” genera una ganancia de 7 dólares mensuales y la acción del tipo “B” genera una ganancia de 3 dólares mensuales. (ganancia estimada para este año)</p> <p>a) Representa de manera gráfica el conjunto solución que representa a las posibles cantidades de acciones de tipo “A” y de tipo “B” que pudo haber comprado el trabajador.</p> <p>b) ¿Cuántas acciones del tipo “A” y del tipo “B” pudo haber comprado el trabajador?</p> <p>c) ¿Cuántas acciones de cada tipo debe comprar para obtener la máxima ganancia mensual?</p> <p>d) Si retiramos la condición “finalmente no compró más acciones del tipo “B” que del tipo “A” ¿Cuántas acciones del tipo “A” y del tipo “B” pudo haber comprado el trabajador en esta nueva situación?</p>						Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema		3 o menos	-	
								4	-	
								5 o más	X	
						Desigualdades en las inequaciones		Estrictas	-	
								Amplias	X	
								Mixtas	-	
						Región factible		Acotada	X	
								No acotada	-	
								Cantidades discretas	X	
									-	
						Conjunto solución	Cantidades no discretas			
Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido		
Información	Modificación cuantitativa	X	Requerimiento	Modificación cuantitativa	X	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	3
	Modificación relacional	-					Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-	
	Agrega o quita información	-					Favorece la conexión con otros temas.	1	X	
	Cambia toda la información	X					Favorece la conexión con otras áreas	1	X	
				Or	Problema presenta	1	X	4		

	Conserva la información	-	Entorno	Conserva el requerimiento	-	Fluidez	novedad en la información			
							Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	X	
							Problema diferente a los demás.	2	X	
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inecuaciones con dos incógnitas	X	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	-	2
							El problema tiene 2 o más requerimientos	2	X	
	Conserva el contexto	X		Otros: Proporciones	X	<b>PUNTAJE TOTAL</b>				9
						<b>NIVEL ALCANZADO</b>				Alto

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema pre creado por el docente D13 es el siguiente:

PROBLEMA PRE
La Institución Educativa organizó un concurso de matemática en el nivel secundaria, por cada pregunta correcta le asignó 5 puntos y por pregunta incorrecta se le quita 2 puntos. Para ganar el concurso deben responder como mínimo 25 preguntas y como máximo 60. El puntaje máximo para calificar en el concurso es 50 puntos. Representa gráficamente las posibles cantidades de preguntas respondidas de manera correcta e incorrecta.

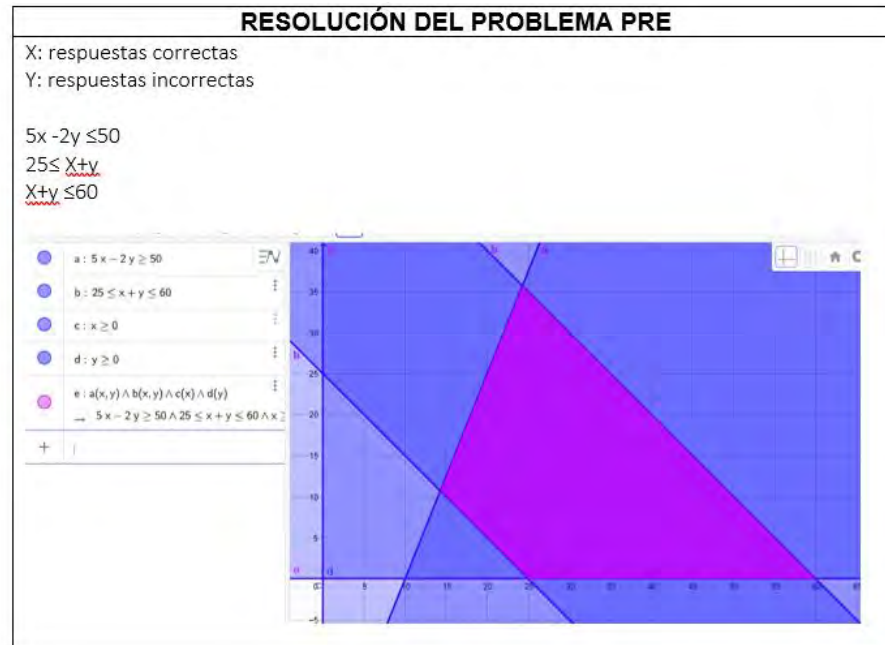


Figura 55. Problema pre creado y resuelto por el docente D13 respecto problema del la actividad de exploración final.

Al parecer tuvo en deslíz respecto al puntaje de 50 puntos, debió mencionar que ese es el puntaje mínimo para aprobar la prueba y no el puntaje máximo.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 27).

Tabla 27. Rúbrica para analizar el problema pre creado por el docente D13 respecto a la actividad de exploración final.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO										
Código del docente	D13	Problema Pre	X	Problema Pos		Características de la resolución del problema				
La Institución Educativa organizó un concurso de matemática en el nivel secundaria, por cada pregunta correcta le asignó 5 puntos y por pregunta incorrecta se le quita 2 puntos. Para ganar el concurso deben responder como mínimo 25 preguntas y como máximo 60. El puntaje máximo para calificar en el concurso es 50 puntos. Representa gráficamente las posibles cantidades de preguntas respondidas de manera correcta e incorrecta.						Cantidad de inecuaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-		
							4	-		
							5 o más	X		
						Desigualdades en las inecuaciones	Estrictas	-		
							Amplias	X		
							Mixtas	-		
						Región factible	Acotada	X		
							No acotada	-		
						Conjunto solución	Cantidades discretas	X		
							Cantidades no discretas	-		
Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido		
Información	Modificación cuantitativa	X	Requerimiento	Modificación cuantitativa	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1	
	Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-		
	Agrega o quita información	X				Favorece la conexión con otros temas.	1	-		
	Cambia toda la información	-	Modificación cualitativa	X	Origen	Favorece la conexión con otras áreas	1	-		
						Problema presenta novedad en la información	1	X	1	

	Conserva la información	-		Conserva el requerimiento	-		Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	-	
							Problema diferente a los demás.	2	-	
Contexto	Modifica a intramatemático	-	Entorno	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	X	Fluidez	El problema tiene un requerimiento	1	X	1
								El problema tiene 2 o más requerimientos	2	
	Conserva el contexto	X		Otros:	-		<b>PUNTAJE TOTAL</b>		3	
							<b>NIVEL ALCANZADO</b>		Bajo	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

El problema pos creado por el docente D13 es el siguiente:

<b>PROBLEMA POS</b>
<p>La primera etapa para ingresar a una beca para seguir estudios en el extranjero, consiste en rendir un examen de conocimientos de 50 preguntas. Para aprobar el examen, se requiere que los postulantes respondan 45 preguntas como mínimo y obtengan al menos 80 puntos. Las puntuaciones en dicho examen son del siguiente modo: 2 puntos a favor por cada respuesta correcta, una penalización de 0,5 puntos por cada respuesta incorrecta y 0 puntos por las preguntas sin contestar.</p> <p>a) Si ninguno de los que aprobaron obtuvo el mismo puntaje ¿Cuáles son las posibles combinaciones de preguntas respondidas de manera correcta e incorrecta para aprobar dicha prueba?</p> <p>b) ¿Cuántos aprobaron el examen?</p> <p>c) Si además de los requisitos anteriores se debe cumplir que la cantidad de respuestas incorrectas estuviera dada por: <math>20y \leq x + 18</math> ¿Habrá habido mayores estudiantes aprobados? Representa gráficamente.</p>

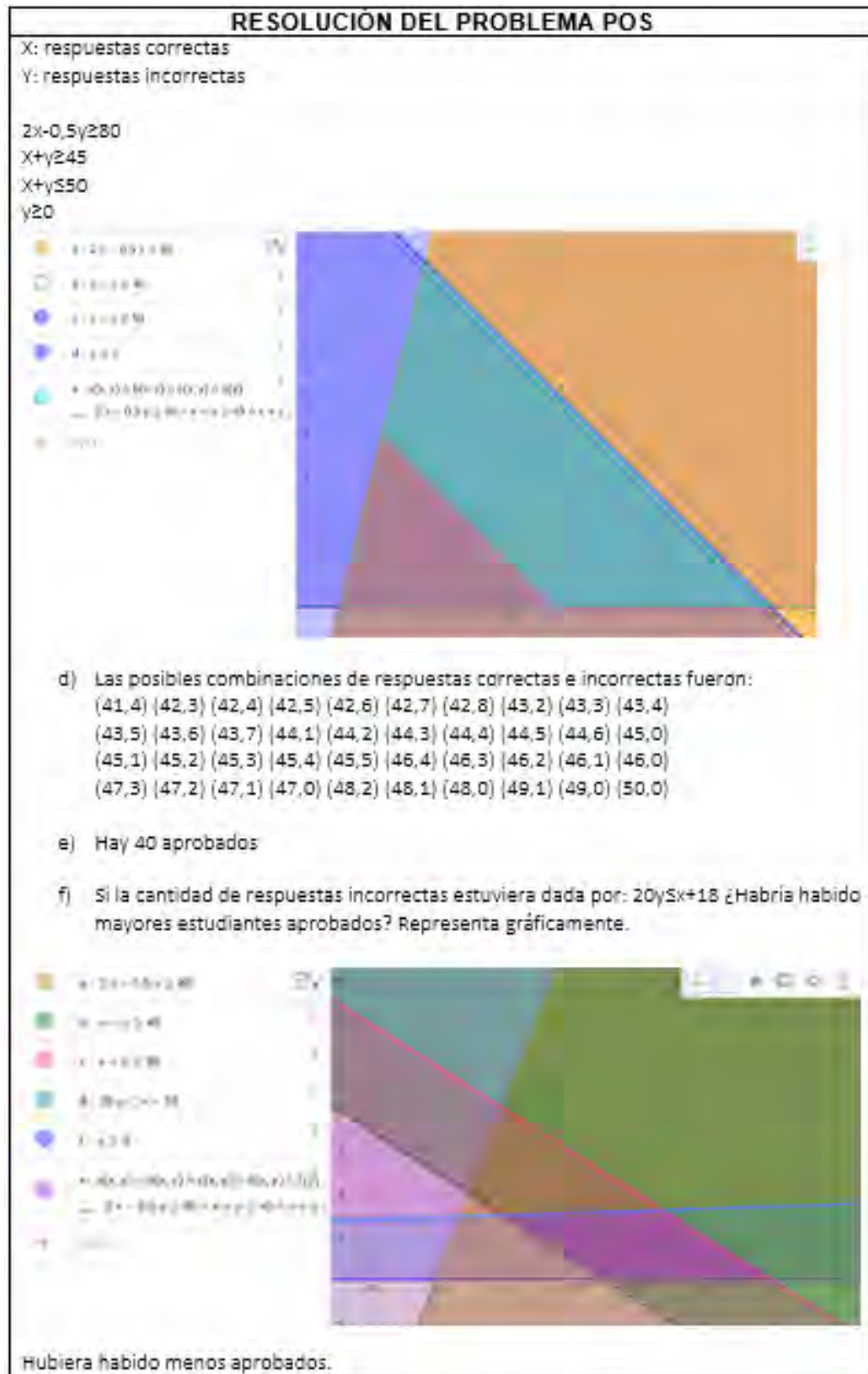


Figura 56. Problema pre creado y resuelto por el docente D05 respecto problema del la actividad de exploración final.

El problema creado se procedió a analizar con la rúbrica establecida (ver Tabla 28).

Tabla 28. Rúbrica para analizar el problema pos creado por el docente D13 respecto a la actividad de exploración final.

RÚBRICA PARA EL ANÁLISIS DEL PROBLEMA CREADO										
Código del docente	D13	Problema Pre		Problema Pos	X	Características de la resolución del problema				
<p>La primera etapa para ingresar a una beca para seguir estudios en el extranjero, consiste en rendir un examen de conocimientos de 50 preguntas. Para aprobar el examen, se requiere que los postulantes respondan 45 preguntas como mínimo y obtengan al menos 80 puntos. Las puntuaciones en dicho examen son del siguiente modo: 2 puntos a favor por cada respuesta correcta, una penalización de 0,5 puntos por cada respuesta incorrecta y 0 puntos por las preguntas sin contestar.</p> <p>a) Si ninguno de los que aprobaron obtuvo el mismo puntaje ¿Cuáles son las posibles combinaciones de preguntas respondidas de manera correcta e incorrecta para aprobar dicha prueba?</p> <p>b) ¿Cuántos aprobaron el examen?</p> <p>c) Si además de los requisitos anteriores se debe cumplir que la cantidad de respuestas incorrectas estuviera dada por: <math>20y \leq x + 18</math> ¿Habría habido mayores estudiantes aprobados? Representa gráficamente.</p>						Cantidad de inequaciones necesarias para resolver el problema	3 o menos	-		
							4	-		
							5 o más	X		
						Desigualdades en las inequaciones	Estrictas	-		
							Amplias	X		
							Mixtas	-		
						Región factible	Acotada	X		
							No acotada	-		
						Conjunto solución	Cantidades discretas	X		
							Cantidades no discretas	-		
Elementos del problema					Creatividad del problema	Puntaje por indicador		Puntaje obtenido		
Información	Modificación cuantitativa	X	Modificación cuantitativa	X	Flexibilidad	Requerimiento de dificultad gradual.	1	X	1	
	Modificación relacional	-				Requerimiento se puede responder de varias formas.	1	-		
	Agrega o quita información	X				Favorece la conexión con otros temas.	1	-		
	Cambia toda la información	-	Modificación cualitativa	X	Originalidad	Favorece la conexión con otras áreas	1	-	3	
	Conserva la información	-				Problema presenta novedad en la información	1	-		
			Conserva el requerimiento	-	Problema presenta novedad en el requerimiento.	1	X			



						Problema diferente a los demás.	2	X		
<b>Contexto</b>	Modifica a intramatemático	-	<b>Entorno</b>	Sistema de inequaciones con dos incógnitas	X	<b>Fluidez</b>	El problema tiene un requerimiento	1	-	2
							El problema tiene 2 o más requerimientos	2	X	
	Conserva el contexto	X		Otros:	-		<b>PUNTAJE TOTAL</b>			6
				<b>NIVEL ALCANZADO</b>			Medio			

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

Al realizar la sistematización de las características de los problemas creados por los docentes seleccionados, usando las categorías de la rúbrica empleada para el análisis, desde la actividad de exploración inicial hasta la actividad de exploración final, obtenemos lo siguiente:

Las características que presentan las resoluciones de los problemas creados por los docentes (ver Figura 57).

Actividades	Propuestas	Docentes participantes	CARACTERÍSTICAS DE LA RESOLUCIÓN									
			Cantidad de inequaciones			Tipos de desigualdades			Región factible		Conjunto solución	
			3 o menos	4	5 o más	Estrictas	Amplias	Mixtas	Acotada	No acotada	Cantidades discretas	Cantidades no discretas
Actividad inicial	Problema Pre	D05	X				X				X	
	Problema Pre	D11			X		X		X		X	
	Problema Pos	D13		X				X	X		X	
Episodio 1	Problema Pre	D05			X	X			X		X	
		D11		X				X	X		X	
		D13		X				X	X		X	
	Problema Pos	D05			X	X			X		X	
		D11			X	X			X		X	
		D13			X			X	X		X	
Episodio 2	Problema Pre	D05	X			X			X		X	
		D11		X				X	X		X	
		D13		X				X	X		X	
	Problema Pos	D05			X	X			X		X	
		D11			X			X	X		X	
		D13			X			X	X		X	
Actividad final	Problema Pre	D05			X			X	X		X	
		D11		X			X		X		X	
		D13			X		X		X		X	
	Problema Pos	D05			X		X		X		X	
		D11			X		X		X		X	
		D13			X		X		X		X	

Figura 57. Sistematización de características de las resoluciones de los problemas creados por los docentes en la actividad de exploración final.

Respecto a los 11 problemas pre, creados por los docentes sujetos de estudio, 2 problemas se plantean con 3 o menos inecuaciones, 5 problemas se plantean con 4 inecuaciones y 4 problemas se plantean 5 o más inecuaciones.

Respecto a los 10 problemas pos, creados por los docentes sujetos de estudio, 1 problema se plantea con 4 inecuaciones y 9 problemas se plantean con 5 o más inecuaciones. Mientras que en los problemas pre, creados por los docentes sujetos de estudio, la cantidad de inecuaciones necesarias para resolver el problema creado no son cruciales, y en los problemas pos, creados por ellos, al parecer es casi muy determinante.

Respecto al tipo de desigualdades, estas se encuentran distribuidas casi equitativamente, entre los problemas pre y pos.

Respecto a la región factible, en 20 de los 21 problemas creados, la región factible estuvo acotada. Hubo un solo problema donde el conjunto solución no correspondía a región factible, ya que en la resolución presentaba inecuaciones con una sola incógnita.

Respecto al conjunto solución, en los 21 problemas creados, los elementos del conjunto solución son cantidades discretas.

Las características que presentan los problemas creados por los docentes, respecto a los elementos de un problema según descrito por Malaspina (ver Figura 58).

Actividades	Propuestas	Docentes participantes	ELEMENTOS DEL PROBLEMA													
			Información					Requerimiento			Contexto		Entorno			
			Modificación cuantitativa	Modificación relacional	Agrega o quita	Cambia toda la información	Conserva	Modificación cuantitativa	Modificación cualitativa	Conserva	Intramate	Conserva	Sistem Inec	Otro		
Actividad inicial	Problema Pre	D05			X					X			X		X	
	Problema Pre	D11			X						X		X	X	X	
	Problema Pos	D13				X				X			X		X	
Episodio 1	Problema Pre	D05	X			X			X	X			X	X		
		D11	X			X			X	X			X	X		
		D13			X						X			X	X	X
	Problema Pos	D05					X			X				X	X	
		D11	X			X			X	X				X	X	
		D13	X		X				X	X				X	X	
Episodio 2	Problema Pre	D05	X		X					X			X	X		
		D11	X		X						X		X	X		
		D13	X			X			X	X				X	X	
	Problema Pos	D05			X				X					X	X	
		D11			X					X				X	X	X
		D13	X			X			X	X				X	X	
Actividad final	Problema Pre	D05			X					X			X	X		
		D11	X		X					X			X	X		
		D13	X		X					X			X	X		
	Problema Pos	D05			X					X				X	X	
		D11	X			X			X	X				X	X	X
		D13	X		X				X	X				X	X	

Figura 58. Sistematización de las características respecto a los elementos de los problemas creados por los docentes.

Los docentes sujetos de estudio no realizaron una modificación relacional respecto a la información del problema episodio al crear sus problemas pre y pos.

Los docentes sujetos de estudio no realizaron un cambio de contexto al problema del episodio. El contexto del problema del episodio que se propuso en la actividad de exploración final, durante el taller y en la actividad de exploración final, fueron extramatemáticos.

Hay solo un caso en el que se conserva la información en su totalidad.

Hay solo 3 casos en el que se conserva el requerimiento.

Al preguntarles sobre el contexto en el que realizaban sus problemas, ellos manifestaron que el Minedu se enfocaba en una matemática realista, y ellos estaban siguiendo esa misma línea.

Hay 6 casos en el que se introduce otro entorno, es decir, otro contenido matemático, de los cuales, en 2 de ellos hay entornos diferentes al de sistema de inecuaciones lineales, y en los otros 4, son problemas con 2 entornos.

La sistematización de los cambios que realizaron los docentes sujetos de estudio, al crear un problema, se realizó mediante unos cuadros, los cuales contemplan desde la actividad de exploración inicial hasta la actividad de exploración final.

Los cambios realizados por el docente D05 (ver Figura 59), se observa que; respecto a la información, en la mayoría de problemas creados basta con agregar o quitar parte de ellos, con respecto al requerimiento, siempre ha realizado algún tipo de modificación, predominando la modificación cualitativa.

D05		Información	Requerimiento	Contexto	Entorno
Actividad de exploración inicial	Pre	Agrega o quita	Modificación cualitativa	Conserva	Otro diferente
Episodio 1	Pre	Modificación cuantitativa/ Cambia todo	Modificación cuantitativa/ Modificación cualitativa	Conserva	Conserva
	Pos	Conserva	Modificación cualitativa	Conserva	Conserva
Episodio 2	Pre	Modificación cuantitativa/ Agrega o quita	Modificación cualitativa	Conserva	Conserva
	Pos	Agrega o quita	Modificación cuantitativa	Conserva	Conserva
Actividad de exploración final	Pre	Agrega o quita	Modificación cualitativa	Conserva	Conserva
	Pos	Modificación cuantitativa/ Agrega o quita	Modificación cualitativa	Conserva	Conserva

Figura 59. Sistematización de las características respecto a los elementos de los problemas creados por el docente D05.

Los cambios realizados por el docente D11 (ver Figura 60) se observa que, respecto a la información, en la mayoría de problemas creados hay 2 tipos de modificaciones, predominando la modificación cuantitativa; respecto al requerimiento, en la mitad de los problemas hay 2 modificaciones, predominando la modificación cualitativa.

D11		Información	Requerimiento	Contexto	Entorno
Actividad de exploración inicial	Pre	Agrega o quita	Conserva	Conserva	Conserva y añade otro
Episodio 1	Pre	Modificación cuantitativa/Cambia todo	Modificación cuantitativa/Modificación cualitativa	Conserva	Conserva
	Pos	Modificación cuantitativa/Cambia todo	Modificación cuantitativa/Modificación cualitativa	Conserva	Conserva
Episodio 2	Pre	Modificación cuantitativa/Agrega o quita	Conserva	Conserva	Conserva
	Pos	Agrega o quita	Modificación cualitativa	Conserva	Conserva y añade otro
Actividad de exploración final	Pre	Modificación cuantitativa/Agrega o quita	Modificación cualitativa	Conserva	Conserva
	Pos	Modificación cuantitativa/Cambia todo	Modificación cuantitativa/Modificación cualitativa	Conserva	Conserva y añade otro

Figura 60. Sistematización de las características respecto a los elementos de los problemas creados por el docente D11.

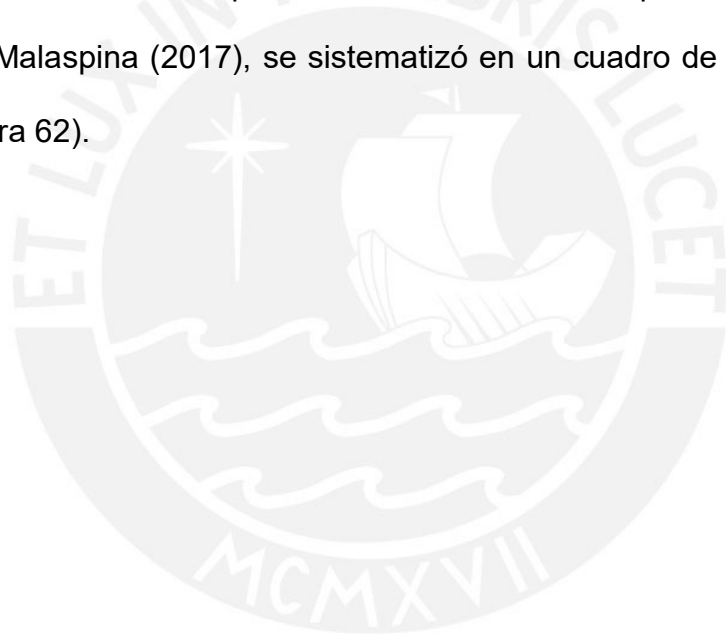
Los cambios realizados por el docente D13 (ver Figura 61), se observa que, respecto a la información, en la mayoría de problemas creados hay 2 tipos de modificaciones, predominando la modificación cuantitativa; respecto al requerimiento, en la mayoría de los problemas creados hay 2 modificaciones, predominando la modificación cualitativa. Se realiza mejor, el incremento de entorno matemático, respecto a los otros participantes.

D13		Información	Requerimiento	Contexto	Entorno
Actividad de exploración inicial	Pos	Cambia todo	Modificación cualitativa	Conserva	Otro diferente
Episodio 1	Pre	Agrega o quita	Conserva	Conserva	Conserva
	Pos	Modificación cuantitativa/Agrega o quita	Modificación cuantitativa/Modificación cualitativa	Conserva	Conserva y añade otro
Episodio 2	Pre	Modificación cuantitativa/Cambia todo	Modificación cuantitativa/Modificación cualitativa	Conserva	Conserva
	Pos	Modificación cuantitativa/Cambia todo	Modificación cuantitativa/Modificación cualitativa	Conserva	Conserva
Actividad de exploración final	Pre	Modificación cuantitativa/Agrega o quita	Modificación cualitativa	Conserva	Conserva
	Pos	Modificación cuantitativa/Agrega o quita	Modificación cuantitativa/Modificación cualitativa	Conserva	Conserva

Figura 61. Sistematización de las características respecto a los elementos de los problemas creados por el docente D13.

Según lo observado, en los problemas de los docentes hubo modificaciones con respecto a 2 elementos del problema, en la información y requerimiento, mientras que en el contexto y el entorno se han conservado en su mayoría.

Las características que presentan los problemas creados por los docentes seleccionados como sujetos de estudio en la actividad de exploración inicial, durante el taller de creación de problemas y en la actividad de exploración final, respecto a la creatividad de un problema según descrito por Malaspina (2017), se sistematizó en un cuadro de doble entrada (ver Figura 62).





Actividades	Propuestas	Docentes participantes	CREATIVIDAD DEL PROBLEMA										
			Flexibilidad			Originalidad			Fluidez				
			Requerimiento de dificultad gradual	Requerimiento que se puede responder de varias formas	Favorece la conexión con otros temas	Favorece la conexión con otras áreas	Novedad en la información	Novedad en el requerimiento	Diferente a los demás	Un requerimiento	Varios requerimientos		
Actividad inicial	Problema Pre	D05	X	X							X		
	Problema Pre	D11	X		X						X		
	Problema Pos	D13	X								X		
Episodio 1	Problema Pre	D05	X				X		X		X		
		D11	X				X	X	X			X	
		D13	X								X		
	Problema Pos	D05	X					X		X		X	
		D11	X				X	X					X
		D13	X		X		X				X		
Episodio 2	Problema Pre	D05	X	X				X	X		X		
		D11	X								X		
		D13	X					X	X	X		X	
	Problema Pos	D05	X								X		
		D11	X		X			X	X				X
		D13	X				X	X	X				X
Actividad final	Problema Pre	D05	X					X			X		
		D11	X					X				X	
		D13	X				X				X		
	Problema Pos	D05	X					X	X	X		X	
		D11	X		X	X	X	X	X	X			X
		D13	X					X	X	X			X

Figura 62. Sistematización de las características de la creatividad de los problemas creados por los docentes.

Respecto a la flexibilidad:

Todos los docentes sujetos de estudio presentaron en su requerimiento, una dificultad gradual respecto a los problemas creados pre y pos, es decir, los problemas pre presentan una menor dificultad que los problemas pos.

Hay 2 casos en que los problemas creados pueden ser desarrollados de varias formas.

Hay 4 casos en que los problemas creados favorecen la conexión con otros contenidos matemáticos.

Hay 1 caso en que el problema creado hace conexión con otra área pedagógica.

Respecto a la originalidad:

Hay 7 casos en el que los problemas creados presentaron novedad en la información, es decir, el 33,3 % del total de problemas creados.

Hay 12 casos en el que los problemas creados presentaron novedad en el requerimiento, es decir, el 57,1 % del total de problemas creados.

De los que presentaron novedad en la información y requerimiento, todos ellos fueron hechos durante el taller y en la actividad de exploración final.

Hay 8 casos en el los problemas creados fueron diferentes a los que presentaron los demás participantes, es decir, el 38,1 % de los problemas creados.

Respecto a la fluidez:

Hay 7 casos en los que presentaron varios requerimientos en los problemas creados, es decir, el 33,3 % de los problemas creados.

Hay 14 casos en lo que presentaron un solo requerimiento en los problemas creados, es decir, el 66,7 % de los problemas creados.

Para realizar la comparación en la creatividad al crear problemas por los docentes sujetos de estudio, se hizo una sistematización de los puntajes obtenidos al analizar los problemas creados en la actividad de exploración inicial, durante el taller de creación de problemas y en la actividad de exploración final. Para ello, se usó un gráfico de barras apiladas.

Respecto a la comparación de la creatividad de los problemas creados por el docente D05 (ver Figura 63), se presenta que la originalidad en los problemas creados fue mejorando durante el transcurso del taller hasta la actividad de exploración final. Respecto a la creación del problema pos, la mejora fue creciendo, ya que esto se refleja en la actividad de exploración final.

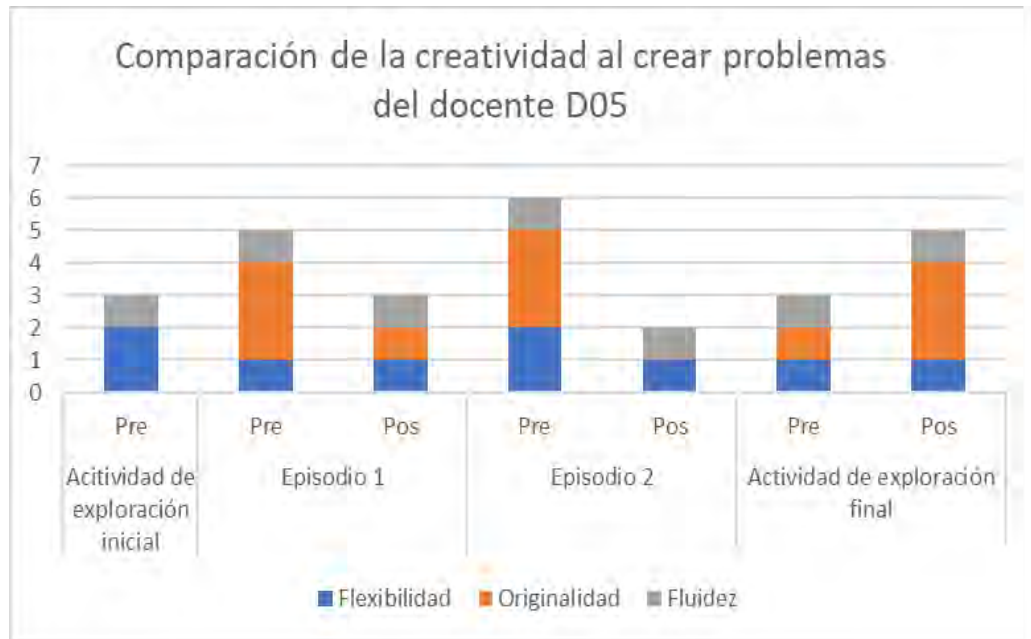


Figura 63. Comparación de las características de la creatividad en los problemas creados por el docente D05.

Respecto a la comparación de la creatividad de los problemas creados por el docente D11 (ver Figura 64), se presenta que la originalidad en los problemas creados fue mejorando durante el transcurso del taller hasta la actividad de exploración final. Al parecer la creación de los problemas pos le resultó más sencillo que crear los problemas pre. En la actividad de exploración final, llegó a una puntuación 9 de 10. La fluidez en los problemas creados aumentó y la flexibilidad estuvo mejorando.

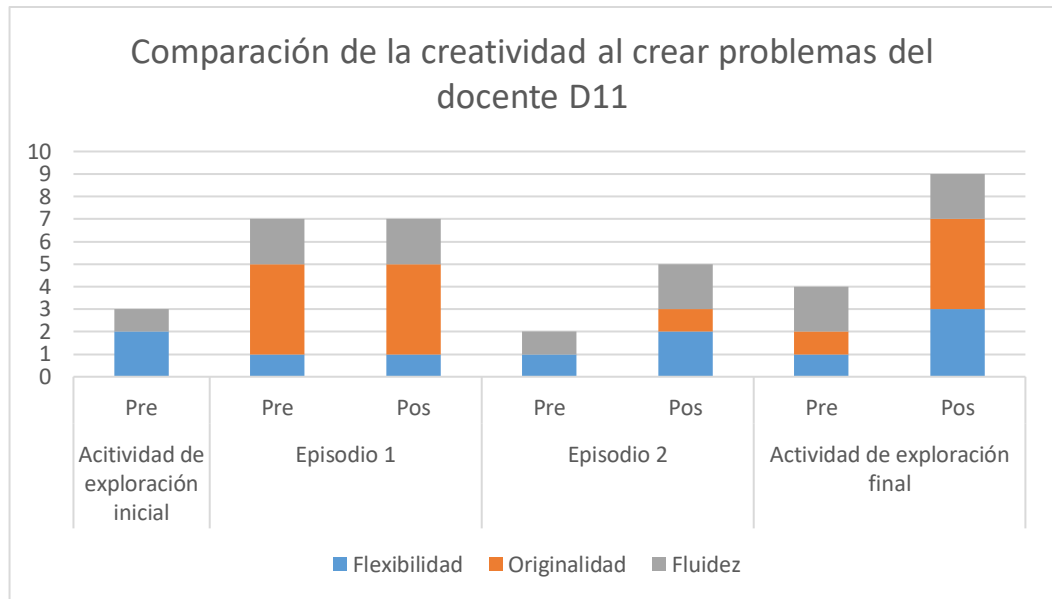


Figura 64. Comparación de las características de la creatividad en los problemas creados por el docente D11.

Respecto a la comparación de la creatividad de los problemas creados por el docente D13 (ver Figura 65), se presenta que la originalidad en los problemas creados fue mejorando durante el transcurso del taller hasta la actividad de exploración final. Respecto a la creación del problema pos, la mejora fue creciendo, ya que esto se refleja en la actividad de exploración final.

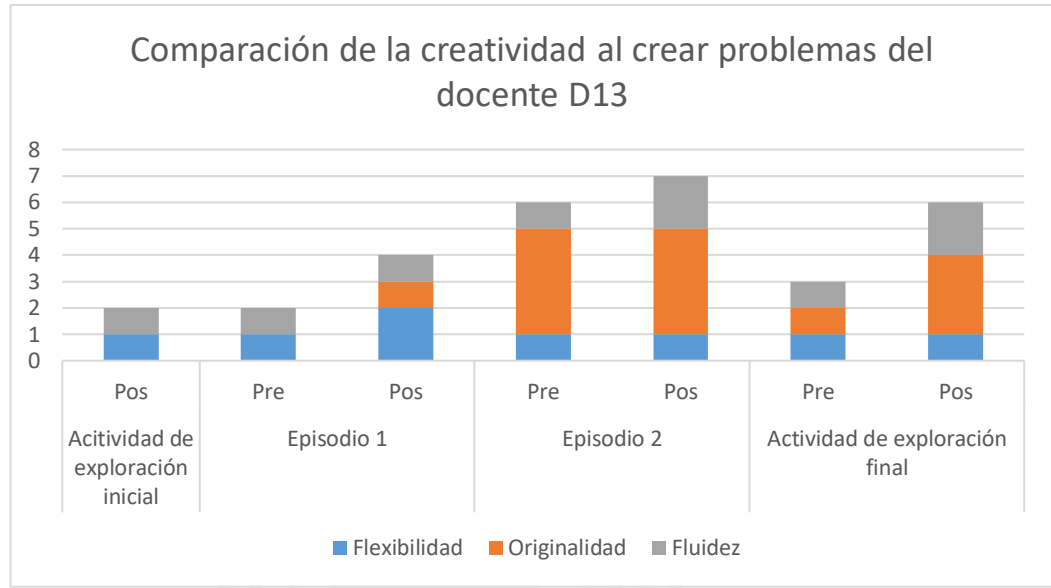


Figura 65. Comparación de las características de la creatividad en los problemas creados por el docente D13.

En los docentes sujetos de estudio, los tres componentes de la creatividad de un problema han mejorado, pero la que más resalta es la originalidad.

En general se concluye que los docentes fueron estimulados en la capacidad de crear problemas de sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

#### 4.3.7. Cuestionario de salida

El cuestionario de salida (Anexo 7) fue respondido por 6 participantes: D03, D04, D05, D11, D12 y D13. Este cuestionario tuvo cinco preguntas, con el propósito de conocer la opinión de los docentes respecto a su participación y experiencia en el taller realizado en la investigación, así como las apreciaciones respecto a la creación de problemas y a los problemas que creó en la actividad de exploración final.

En la pregunta 1, se solicitó responder: ¿Qué consideró en la creación de sus problemas para que sean considerados PRE y POS respecto al problema Episodio presentado en la exploración final? Explique.

Las respuestas de los participantes fueron las siguientes:

D03: *“Es un problema Pre porque: Es más fácil de entender para el estudiante, se le quitó algunas restricciones, y se escribió en un lenguaje o vocabulario más sencillo. Es un problema Pos porque: Considerando el problema del episodio se le añadió algo más para aumentar el grado de dificultad”.*

D04: *“Es un problema Pre porque: Es más sencillo en su resolución ya que permite comprender y facilita la resolución del problema episodio. Es un problema Pos porque: es un problema más complejo y más retador, con más condiciones planteadas que parte del problema episodio”.*

D05: *“Es un problema Pre porque: En la redacción del problema se utilizó datos numéricos enteros y la pregunta que se debe responder no demanda mucho procedimiento.*

*Es un problema Pos porque: La redacción del problema contiene datos numéricos reales y la pregunta que se debe responder demande mayor procedimiento y análisis”.*

D11: *“Es un problema Pre porque: Favorece la comprensión y la solución del problema original, es un problema nexo o puente para resolver el problema original.*

*Es un problema Pos porque: Es un problema más retador que el original, donde hay más relaciones entre los elementos de la información, podría haber más requerimientos incluso para realizar generalizaciones, se podrían incorporar otro entorno matemático”.*

D12: *“Es un problema Pre porque: Tiene menor grado de dificultad.*

*Es un problema Pos porque: Tiene mayor grado de dificultad”.*

D13: *“Es un problema Pre porque: el problema está contextualizado a la realidad del estudiante, es fácil de comprender, utiliza un lenguaje más cercano al estudiante, se trabaja con números enteros. Es muy fácil de tabular.*

*Es un problema Pos porque: Implica plantear nuevos escenarios de restricciones, más elaborado, mayor nivel de demanda cognitiva”.*



Los participantes tuvieron las siguientes consideraciones para crear su problema pre:

En el caso que el problema tenga un contexto, este debe ser cercano al estudiante. La información debe ser sencilla y comprensible, además, deben contener números enteros para que sea más sencilla al evaluar los valores en la resolución. Deben tener menos requerimientos y que el procedimiento usado en la resolución no deba de ser extensa.

Los participantes tuvieron las siguientes consideraciones para crear su problema pos:

Añadir más condiciones respecto al problema episodio y que en la información haya valores con números reales, de modo que el procedimiento utilizado en la resolución tenga mayor análisis, además, que sea considerado de alta demanda cognitiva.

Los participantes han tenido en consideración gran parte de lo que se pretende al crear un problema pre y un problema pos.

En la pregunta 2, se solicitó responder: ¿Qué importancia le da a la creación de problemas para la enseñanza de sistema de inecuaciones con dos incógnitas? Explique.

Las respuestas de los participantes fueron las siguientes:

D03: *“Ahora le doy mayor importancia, ya que, a diferencia de un sistema de ecuaciones, permite un análisis más profundo para cumplir con el requerimiento del problema”.*

D04: *“Bueno, hasta antes de los talleres poca importancia, pero ahora observo que es una muy buena estrategia para que mis estudiantes puedan aprender y recrear problemas propuestos, considero que la creación de problemas es un nivel mayor en el desarrollo de la competencia matemática y más en el campo del sistema de inecuaciones donde se puede matematizar todas las posibilidades que se tiene para una situación determinada y esto permita tomar decisiones en todo campo de acción”.*

D05: *“Sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, no solo se debe partir de expresiones algebraicas, sino que también se debe partir de situaciones problemáticas que lleve al estudiante a una comprensión para luego plasmar en expresiones algebraicas, que deberá solucionar aplicando sistema de inecuaciones. Es importante que el estudiante desarrolle esta capacidad y para ello, se debe crear problemas aplicados a un contexto real, que puedan ser aplicado en situaciones de su entorno”.*

D11: *“La creación de problemas es fundamental para la enseñanza y para el aprendizaje de sistemas de inecuaciones y cualquier otro entorno matemático, debido a que amplía el horizonte matemático de quien lo crea, desarrolla su pensamiento matemático, permite hacer*

*matemática, estimula la creatividad tanto para la creación de los problemas como para la resolución de los mismos, etc.”.*

D12: *“Tiene gran importancia, esto permite estimular la creatividad y compartir las diversas propuestas que se generan, mejorarlas en beneficio de los estudiantes”.*

D13: *“Es importante porque desarrolla la creatividad, implica el manejo de las inequaciones tanto la parte gráfica, algorítmica y de interpretación. Implica movilizar muchas capacidades”.*

Los participantes consideran de mucha importancia a la creación de problemas que involucra al sistema de inequaciones lineales. Se considera que la estrategia propuesta por Malaspina para crear problemas es muy buena, ya que estimula la creatividad en los docentes, y con respecto al sistema de inequaciones, implica el manejo de las diversas representaciones, es decir, en el cambio de registros como lo indica Duval (2006). Además, es recomendable enseñar estas estrategias a los estudiantes para que aprendan a recrear y crear problemas ya que desarrolla la competencia matemática.

En la pregunta 3, se solicitó responder: ¿Cuál de los problemas le parece más interesante crear en su labor docente, el problema pre o el problema pos? Explique.

Las respuestas de los participantes fueron las siguientes:

D03: *“Ambos me parecen interesantes. El problema pos demanda mayor tiempo y concentración, y representa mayor dificultad. En cambio, en el problema pre, me he sentido más motivada a realizarlo pues no estoy preocupada por superar al problema Episodio”.*

D04: *“Los dos tipos de problemas me parecen sumamente importantes, el pre como estrategia para llevarlos a una comprensión clara de las situaciones planteadas, y el pos para buscar los niveles más altos o retadores en sus aprendizajes”.*

D05: *“Los dos, porque se ve el desarrollo de la capacidad matemática de una menor demanda a una mayor demanda cognitiva”.*

D11: *“Ambos me parecen interesantes como educador debido que el problema pre sirve de nexo para que los estudiantes puedan comprender y dar solución a los problemas planteados originalmente, y el problema pos, reta al estudiante a resolver otros problemas, con más relaciones entre los elementos de la información, con más requerimientos que podrían presentar gradualidad e incluso realizar generalizaciones y/o demostraciones, cabe destacar que en estos problemas se pone en juego mayor creatividad, etc.”.*

D12: *“El problema pre, ya que me permite medir la capacidad de mis estudiantes, y es un referente para los problemas pos”.*

D13: *“El problema pre, puesto que a la mayor parte de los estudiantes les cuesta comprender el enunciado del problema y transformarlo a una expresión algebraica, ya que la modelación es importante en el*

*sistema de inecuaciones. Pero también el problema post es importante, porque permite relacionar y profundizar mejor los problemas, y lo usaría en algunos momentos”.*

Los participantes consideran que ambos tipos de problemas son muy interesantes. Respecto a los problemas pre, se sienten motivados en la creación, ya que en grado de dificultad no superan al problema del episodio y se tiene que redactar la información en un lenguaje más sencillo. Además, permite realizar un diagnóstico del estudiante respecto a sus saberes previos, se podría decir que corresponden a problemas con menor demanda cognitiva.

Respecto a los problemas pos, permiten cambiar el grado de dificultad y aumentar la cantidad de requerimientos, de esta manera permite relacionar y profundizar varios conceptos matemáticos, por ejemplo, en el cambio de registros. Por ello, estos problemas corresponderían a una mayor demanda cognitiva, y para crearlos se requiere de mayor concentración.

En la pregunta 4, se solicitó responder: ¿Considera que el trabajo individual, grupal y la socialización realizada en el taller, estimuló en su capacidad de crear problemas? Explique.

Las respuestas de los participantes fueron las siguientes:

D03: *“Si, ayudó bastante, el trabajo en grupo fue muy enriquecedor”.*

D04: *“Considero que fue muy importante, ya que al trabajar individualmente reconoces tu nivel de análisis y planteamiento del problema que*

*puedes alcanzar en el desarrollo del problema, pero en la discusión de grupo aclaras algunos aspectos que no habías considerado, y en forma conjunta se busca una mejor solución al problema y se mejora en el planteamiento del problema. Asimismo, estimula el interés ya que te comprometes a dar aportes que ayuden a cumplir el reto de crear el problema”.*

D05: *“Si, porque en el proceso de la creación y resolución del problema, se intercambian opiniones y formas de abordaje a estas situaciones. Por ello, la socialización resulta muy enriquecedora”.*

D11: *“Definitivamente ayudó mi capacidad de crear problemas, la estrategia utilizada fue crucial, me enfrenté a un problema que lo llamo "original" y tuve que resolverlo. Después, crear un problema pre, que principalmente favorezca la comprensión y solución. Luego, tuvimos que crear un problema pos que debía ser más retador que el "original" debido a la mayor relación entre los elementos de la información, más requerimientos, donde se debía ser más creativo, luego se enriquecía con los aportes en trabajo grupal y la socialización en la sala principal donde se recibía algunos comentarios que servían para que argumentemos sobre nuestra posición al crear dichos problemas, y también para hacer cambios con la finalidad de mejorar nuestros problemas creados por variación, a su vez al observar en sala los problemas de los otros grupos donde veíamos nuevas formas, nuevos*

*horizontes y/o estrategias que nos enriquecía la capacidad de crear problemas”.*

D12: *“Si, el punto de vista de los colegas me permitió considerar aspectos que facilitaron la resolución de los episodios planteados”.*

D13: *“Si, fue muy importante y me ayudó mucho, también tuve que repasar aspectos de conocimientos del contenido. El compartir y socializar, enriqueció mucho mi experiencia, me ha llevado a pensar, crear, representar, analizar y tomar decisiones. Muchas gracias”.*

Los participantes consideran que efectivamente, el trabajo realizado en el taller, de manera individual, grupal y esencialmente el de la socialización contribuyó en la estimulación para crear problemas, ya que se observaron diferentes maneras de pensar, diferentes puntos de vista, respecto a la redacción de la información y las posibles resoluciones, además que cada uno se compromete a realizar aportes para cumplir el objetivo. Los lleva a ser más analíticos y tomar mejores decisiones.

En la pregunta 5, se solicitó responder: ¿Qué recomendaría para una mejor implementación del taller de creación de problemas?

Las respuestas de los participantes fueron las siguientes:

D03: *“Que pueda realizarse en otra época del año, donde haya más tiempo para dedicarnos a tiempo completo (por ejemplo, los primeros días de enero). Que puedan realizarse con otros campos temáticos y otras competencias”.*

D04: *“Considero que se puede hacer una separata de todos los problemas creados y socializarlos, así como otros ejemplos de problemas que se haya creado en otros talleres, seguir trabajando con otros campos temático y se realice en forma permanente estos tipos de taller que permita el intercambio de experiencias y creaciones, como la discusión para seguir aprendiendo. Me agradó mucho el trabajo realizado”.*

D05: *“Más días (pero más distantes a los días de clases), y trabajar también otros temas que puedan complementar lo que ya se ha avanzado, como por ejemplo programación lineal”.*

D11: *“Mayor tiempo para la socialización”.*

D12: No contestó la pregunta.

D13: *“Creo que es importante un repaso disciplinar de sistema de inecuaciones, tenemos algunas falencias. Sin embargo, el taller que hemos tenido resultó ser muy productivo. He repasado estos contenidos y he comprendido mejor el sistema de inecuaciones, además de crear los problemas”.*

Las recomendaciones respecto al taller virtual que se realizó los participantes corresponden a los días en que se realizó, ya que mencionaron que sería factible que se realice cuando no se encuentren laborando en sus instituciones educativas, y que también se prolongue las



sesiones en el taller. Además, consideran que es importante un repaso preliminar sobre el tema.

### **Comentario general del Cuestionario de salida**

Los participantes que pudieron enviar el cuestionario de salida consideran que la estrategia propuesta por Malaspina para la creación de problemas es muy buena, consideran que implica aplicar varias capacidades para la creación de estos. Esta estrategia les servirá bastante respecto para aplicar en su trabajo docente y además que consideran importante introducirlas en el aula. Consideran además que, el tiempo del se debería ampliar.

En ese sentido, los participantes afirman que la estrategia EPP ha logrado estimular en cada uno de ellos, la capacidad de crear problemas respecto al sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

## CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 5.1. Conclusiones

Como hemos manifestado en nuestro trabajo de investigación, nuestro objetivo general es “Analizar cómo la estrategia EPP estimula la capacidad de crear problemas por variación, sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario”.

Para el logro de nuestro objetivo general, hemos definido tres objetivos específicos:

1. Identificar los conocimientos matemáticos y la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario, mediante una prueba de exploración inicial, antes de participar de una secuencia de actividades basada en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP).
2. Analizar los resultados al aplicar una secuencia de actividades basadas en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP) respecto a la capacidad de crear problemas por variación sobre sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario.
3. Describir los cambios en la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario al aplicar una secuencia de actividades basada en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP).

En relación a nuestro primer objetivo específico: *“Identificar los conocimientos matemáticos y la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario, mediante una prueba de exploración inicial, antes de participar de una secuencia de actividades basada en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP)”*.

En general se logró identificar que varios docentes participantes tuvieron algunas falencias respecto al objeto matemático y al realizar el cambio de registro, ya sea del lenguaje natural al lenguaje algebraico o de una representación gráfica al lenguaje algebraico. Respecto a la creación de problemas, consideraban que era suficiente quitar o agregar alguna información, y en creatividad, tuvieron un nivel bajo, ya que todos los problemas carecían de originalidad, y respecto a la fluidez y flexibilidad tenían lo mínimo.

Se puede afirmar que se alcanzó el primer objetivo específico, ya que se identificó los conocimientos del objeto matemático y la capacidad de crear problemas en los docentes participantes, sabiendo que algunos de ellos declararon que tenían conocimiento de alguna estrategia (ver Tabla 6).

En relación a nuestro segundo objetivo específico: *“Analizar los resultados al aplicar una secuencia de actividades basadas en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP) respecto a la capacidad de crear problemas por variación sobre sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario”*.

Se utilizó los criterios de una rúbrica que fue una adaptación de la que utilizó Martínez (2015) en su investigación, y mediante el punto de vista del investigador se realizó el análisis de los problemas creados por los participantes, en la actividad de exploración inicial, en el transcurso del taller y en la actividad de exploración final, todos ellos de manera cualitativa y cuantitativa. Además, se consideró los comentarios que realizaban los docentes participantes acerca de sus problemas creados.

Las entrevistas realizadas a los docentes participantes permitieron recoger las impresiones de los problemas pre y pos creados por ellos, durante el taller. Las preguntas estuvieron enfocadas en las dificultades que tenían para crear el problema, si era en el objetivo en sí de crear el problema o en la limitación respecto al conocimiento del objeto matemático.

Se puede afirmar que se alcanzó el segundo objetivo específico, ya que se analizó los resultados al aplicar una secuencia de actividades basadas en la estrategia EPP con los docentes participantes.

En relación a nuestro tercer objetivo específico: *“Describir los cambios en la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario al aplicar una secuencia de actividades basada en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP)”*.

La rúbrica empleada permitió describir cualitativa y cuantitativamente los problemas creados por los docentes participantes, a medida que se avanzaba en las sesiones, se interiorizaba el enfoque de la creación de problemas.

Para describir los cambios en la capacidad de crear problemas por variación, se utilizó la categoría “creatividad del problema” de la rúbrica, en el que se evalúa la fluidez, flexibilidad y originalidad del problema creado. Para ello, se analizó los resultados de los participantes D05, D11 y D13, durante todo el taller, desde antes de la secuencia de actividades hasta después de estas. Los gráficos de barras apiladas muestran una mejora en la creatividad, los problemas pos creados por los docentes han mejorado más que los problemas pre creados por ellos, al parecer estos últimos les fueron más complicados para la creación (ver Figura 63, 64 y 65). En general se mejoró respecto a la originalidad de los problemas, esto respecto a que presentan novedad en la información y el requerimiento, en la fluidez, cuando hay más de un requerimiento, esto específicamente cuando el problema creado es pos, y respecto a la flexibilidad hubo leves mejoras solo en dos de los tres participantes.

En conclusión, la estrategia de crear problemas por variación propuesta por Malaspina (2017) ha permitido estimular la capacidad de crear problemas respecto al sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, esto se refleja en las respuestas de los participantes en el cuestionario de salida (ver Página 176) y los resultados de las rúbricas al evaluar los problemas creados en la actividad de exploración inicial, durante el taller y en la actividad de exploración final (ver Figuras 58, 59, 60, 61 y 62).

En relación al objetivo general de la investigación: *“Analizar cómo la estrategia EPP estimula la capacidad de crear problemas por variación, sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario”*.

Al considerarse la información obtenida en el cuestionario de entrada, en la actividad de exploración inicial, en las actividades propuestas en los episodios, en la actividad de exploración final y en el cuestionario de salida y las conclusiones de los objetivos específicos, se garantiza que se logró el objetivo general.

Por lo tanto, se puede concluir que la estrategia EPP, si contribuye a la estimulación de la capacidad de crear problemas por variación sobre sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas en docentes de matemática de nivel secundario, que participan durante toda la secuencia de actividades realizadas en un taller de manera virtual.

## **5.2. Recomendaciones**

Los procesos realizados en la investigación y las conclusiones permiten realizar las siguientes recomendaciones:

1. Para investigaciones relacionadas a la creación de problemas, se recomienda sugerir una metodología y establecerla netamente para esta línea de investigación.
2. Para futuras investigaciones relacionadas a la creación de problemas aplicando la estrategia EPP en un entorno virtual, se recomienda que haya 4

sesiones de 3 horas cada una, y de esa manera dar mayor énfasis a la socialización.

3. Considerar en la primera sesión un repaso del objeto matemático dependiendo de la dificultad que se observe en los resultados de la actividad de exploración inicial o que el objeto matemático sea poco estudiado.
4. Los problemas que fueron creados por los docentes participantes, estuvieron en su totalidad, en un entorno extramatemático; esto a pesar que se reiteró en varias ocasiones que los problemas creados podrían estar en ambos entornos y que estaban en libertad de crear problemas en un entorno intramatemático. Es posible que sea necesario presentar como ejemplos de problemas pre a problemas en un entorno extramatemático y otros en un entorno intramatemático, y así poder evaluar problemas creados en diferentes entornos y observar características comunes.
5. Nuestra investigación podría considerarse una investigación a priori, es decir, el investigador asume que los problemas creados por los docentes son del tipo pre y pos, pero esto es de manera teórica. Por ello, para que una investigación en esta línea sea más completa, sería recomendable que estos problemas creados por los docentes se apliquen a estudiantes, y así se verifique verdaderamente si los problemas propuestos cumplen el objetivo de ser problema pre y problema pos.
6. Para futuras investigaciones sería recomendable además incluir una rúbrica para analizar el grado de dificultad de los problemas creados, quizás tomando como referencia a Malaspina, Torres y Campos (2018).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abu-Elwan, R. (1999). *The development of mathematical problem posing skills for prospective middle school teachers. The International conference on Mathematical Education into the 21st Century: Social challenges, issues and approaches*, 2, 1-8. Recuperado de <http://math.unipa.it/~grim/EAbu-elwan8>
- Aguilar, A. (2018). *Estimulación de la capacidad de crear problemas sobre sistemas de inequaciones lineales con dos incógnitas. Un estudio de caso en un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior* (Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú). Recuperado de <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/12178>
- Barbosa, K. (2006). *Inecuaciones: un análisis de las construcciones mentales de estudiantes universitarios* (Tesis de doctorado, Instituto Politécnico Nacional. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología avanzada). Recuperado de <https://www.repositoriodigital.ipn.mx/bitstream/123456789/11391/1/barbosa.pdf>
- Bernardis, S., Nitti, L. & Scaglia, S. (2017). Indagación de la historia de las desigualdades matemáticas. *Educación Matemática*, vol. 29, núm. 3, diciembre de 2017. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v29n3/1665-5826-ed-29-03-161.pdf>
- Bonotto, C. (2009). Working towards teaching realistic mathematical modeling and problema posing in Italian classrooms. En J. A. Fernandez y J. J. Barbarán. (2015). *Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática* (p. 37). Madrid, España: Editorial Arco.
- Editorial Santillana. (2004). *CL@VES.COM 4*. Lima, Perú: Editorial Santillana S.A.
- Editorial Santillana. (2016). *Matemática 4*. Recuperado de <https://drive.google.com/file/d/1ZuiChlfoPDxxs9sLJelA45PfJhH6FenJ/view>



- Figueroa, R. (2013). *Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables: una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas* (Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú). Recuperado de <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/4736>
- Latorre, A. (1996). Parte III Metodología constructivista-cualitativa. Parte IV Investigación Orientada a la Práctica educativa. In A. Latorre (Ed.), *Bases Metodológicas de la Investigación Educativa* (pp. 197–291). Recuperado de [https://www.academia.edu/4537791/Latorre\\_Antonio\\_Bases\\_Metodologicas\\_De\\_La\\_Investigacion\\_Educativa?auto=download](https://www.academia.edu/4537791/Latorre_Antonio_Bases_Metodologicas_De_La_Investigacion_Educativa?auto=download)
- Malaspina, U. (2013a). La creación de problemas de matemáticas en la formación de profesores. *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Montevideo. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/18892/1/Malaspina2013La.pdf>
- Malaspina, U. y Vallejo, E. (2014). Creación de problemas en la docencia e investigación. *Departamento Académico de Ciencias, Sección Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Reflexiones y propuestas en educación matemática*, 7-54.
- Malaspina, U. (2014b). Flexibilidad, originalidad y fluidez en la variación de problemas. *Unión*, (39), 135-140. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/39/archivo12.pdf>
- Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone & M. M. López-Martín (Eds.). *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/malaspina.pdf>
- Malaspina, U., Torres, C., & Campos, M. (2018). Problem posing as a tool for formative assessment: an experience with prospective teachers. In Gómez, D. M. (Ed.), *Proceedings of the First PME Regional Conference: South America*, p. 158. Rancagua, Chile: PME.

- Martínez, C. (2015). *Estrategias para estimular la creación de problemas de adición y sustracción de números naturales con profesores de educación primaria* (Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú). Recuperado de <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/6665>
- Ministerio de Educación del Perú. (2016a). *Currículo Nacional de Educación Básica*. Recuperado de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional2017.pdf>
- Ministerio de Educación del Perú. (2016b). *Programa Curricular de Educación Secundaria*. Recuperado de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programacurricular-educacion-secundaria.pdf>
- Ministerio de Educación del Perú. (2018). *Evaluación Docente*. Obtenido de Ascenso 2018 - Educación Básica. Recuperado de: <https://evaluaciondocente.perueduca.pe/concursoascenso2018/ascensoinstrumentos/>
- Ministerio de Educación del Perú. (2019). *Evaluación Docente*. Obtenido de Ascenso 2019 - Educación Básica. Recuperado de <https://evaluaciondocente.perueduca.pe/ascenso2019instrumentos/>
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Partal, D. (2016). *Matemática para bachillerato - Sistema de inecuaciones*. Recuperado de <http://www.danipartal.net/pdf/1bachTema1Teoria04.pdf>
- Pérez, J. & Durá, J. (2017). *Matemática aplicada a las ciencias sociales*. Recuperado de <https://e-ducalia.com/archivo/matesccss-2b-cast-muestra-ilovepdf-compressed-pdf.pdf>
- Rodríguez, J. J. (2018). *La creación de problemas como medio para comprender la relación de las ecuaciones cuadráticas con las funciones cuadráticas* (Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú). Recuperado de <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/13364>

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.

Torres, C. (2016). *Creación de problemas sobre funciones cuadráticas por profesores en servicio mediante una estrategia que integra nociones del análisis didáctico* (Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú). Recuperado de <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/7226>



## ANEXOS

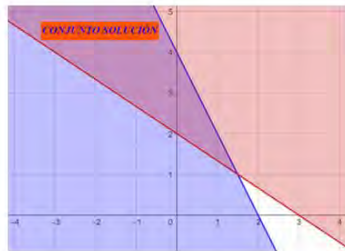
### Anexo 1. Diapositivas del taller

*Taller sobre creación de problemas con docentes de matemática de nivel secundario sobre sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas*

Neill Alexander Garces Garcia/Carolina Rita Reaño Paredes

#### SISTEMA DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

$$\begin{cases} 2x + y \leq 4 \\ 2x + 3y \geq 6 \end{cases}$$



#### OBJETIVO GENERAL DEL TALLER

Estimular la capacidad de crear problemas por variación, sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de nivel secundario.

## La Resolución de problemas en el Currículo Nacional de Educación Básica Regular (Perú)

- Competencia 23: Resuelve problemas de cantidad. (p. 133)
- Competencia 24: Resuelve problemas de regularidad. (p. 136)
- Competencia 25: Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre. (p. 141)
- Competencia 26: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización. (p. 144)

En el Programa Curricular para la Educación Secundaria (Minedu, 2016b) se señala que el marco teórico y metodológico que orienta la enseñanza y el aprendizaje del área de matemática corresponde al **enfoque Centrado en la Resolución de problemas**, algunas características son las siguientes:

- Los problemas que resuelven los estudiantes **pueden ser planteados por ellos mismos o por el docente** para promover, así, la creatividad y la interpretación de nuevas y diversas situaciones (p. 148).

### ¿Qué se entiende por Resolución de problemas?

- El Consejo Nacional de Docentes de Matemáticas (NCTM, 2000), señala que, el término “resolución de problemas” se refiere a tareas que brindan desafíos intelectuales que mejoran la comprensión y el desarrollo matemático de los estudiantes.

## Debemos resaltar que:

- Es importante que los estudiantes aprendan a resolver problemas de matemáticas,
- Pero, aún más importante es, aprender matemáticas mediante la resolución de problemas.

### Además, es necesario que:

- Los problemas sean significativos para los estudiantes.
- Los problemas sean punto de partida de las sesiones de aprendizaje.
- La resolución de problemas NO se realice mediante una exposición sobre cómo se resuelve, al contrario, estos deben servir para buscar soluciones con los estudiantes.

## La importancia de crear problemas

- El Consejo Nacional de Docentes de Matemáticas (NCTM, 1989)

“Los estudiantes deben tener algunas experiencias reconociendo y formulando sus propios problemas, actividad que es el corazón del hacer matemáticas”. (p. 138)

### Sandra Crespo (2015)

Una educación con énfasis en la creación de problemas, considera a los estudiantes como co-constructores y como participantes activos en el diseño de sus experiencias educacionales. En una clase con énfasis en la creación de problemas, los estudiantes generan problemas y preguntas tanto como el docente o los textos; ellos son estimulados a proponer preguntas que son significativas personal y socialmente.

Enseñar con énfasis en creación de problemas provee a los estudiantes de oportunidades de convertirse en productores de conocimiento y no solo ser receptores de contenidos ya conocidos. (p. 495)

## Malaspina y Vallejo (2014).



“Crear problemas es parte fundamental de la tarea docente. Cada profesor conoce la realidad específica en su aula, el entorno sociocultural y las motivaciones de sus alumnos y es un desafío a sus conocimientos y competencias didáctico- matemáticas, tanto crear secuencias de actividades y problemas adecuados para esa realidad, como estimular a sus alumnos no solo a aprender resolviendo problemas, sino a ‘ir más allá’: a aprender creando sus propios problemas”. (p. 8)

## Elementos fundamentales de un problema

(Malaspina,2017)

Información	Requerimiento	Contexto	Entorno matemático
Está constituida por los datos cuantitativos o relacionales que se dan en el problema.	Es lo que se pide que se encuentre, examine o concluya. Puede ser cuantitativo, cualitativo, gráficos o demostraciones.	Se refiere a la situación que involucra el problema. Pueden ser <u>intramatemáticos</u> y <u>extramatemáticos</u> .	Es el marco matemático en el que se ubican los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para resolver un problema, ya que un problema se puede resolver de varias maneras.

## Para crear un problema, se debe precisar algunas preguntas.

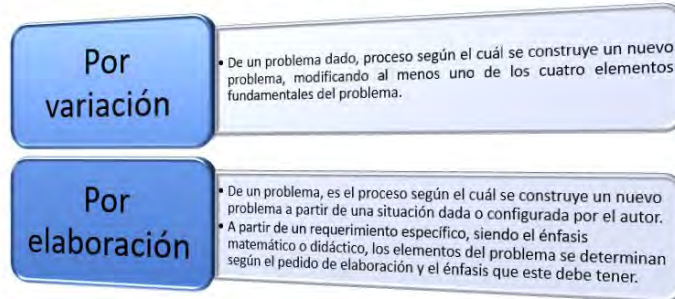
### Preguntas básicas de creación de un problema

- ¿Qué pasaría si ...?
- ¿Qué información, requerimiento, contexto y entorno matemático debo establecer?

### Preguntas básicas de refinamiento de un problema en creación

- ¿El problema es matemáticamente coherente?
- ¿El problema contribuye al aprendizaje?
- ¿El problema es significativo?
- ¿El problema estimula la intuición?
- ¿La complejidad del problema es adecuada para lo que se propone?
- ¿El enunciado es claro?

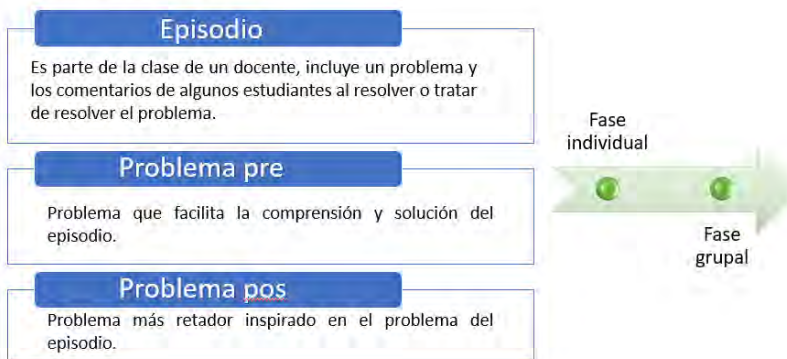
La creación de problemas de matemática es un proceso mediante el cual se obtiene un nuevo problema. Los problemas pueden crearse de dos maneras:



## Estrategias para estimular la creación de problemas



## Estrategia EPP





## Ejemplo

### PROBLEMA DADO

En la casa de Anita tienen una jarra con la que solo se puede medir exactamente 1,5 litros y otra jarra con la que se puede medir exactamente 3,5 litros. Para la fiesta de un colegio, con motivo del Día del Niño, Anita debe llevar cierta cantidad exacta de litros de chicha morada.

- A. ¿Cómo puede juntar en un bidón exactamente 13 litros de chicha morada, si para medir solamente puede usar una sola jarra o las dos, las veces que sea necesaria?
- B. ¿Cómo puede juntar en un bidón exactamente 2 litros de chicha morada, si para medir solamente puede usar una sola jarra o las dos, las veces que sea necesario?

### PROBLEMA CREADO

*¿Se puede alcanzar la cantidad 20,5l de chicha morada solo con la jarra de 1,5?*

*Se dispone de una jarra con la que se puede medir exactamente solo 1,5 litros de agua y de otra jarra con la que se puede medir exactamente solo 3,5 litros de agua.*

- a) Usando solamente estas jarras para medir, ¿cómo reunir en un balde exactamente 20,5 litros de agua?*
- b) ¿Se puede reunir en un balde exactamente 20,5 litros de agua, usando solo la jarra de 1,5 litros?*

Fuente: Taller de creación de problemas MEM 2019- Uldarico Malaspina

## Análisis de la creatividad de los problemas creados (Malaspina, 2014b)

### Flexibilidad

Cuando las modificaciones se hacen con amplitud, yendo más allá de cambios ligeros al problema.

### Originalidad

Cuando el problema presenta novedad respecto al problema dado y se distingue notoriamente de otras modificaciones.

### Fluidez

Cuando se crea más de un problema, con ideas y propuestas diferentes, a partir de la situación dada o problema dado.

## Resaltamos lo siguiente:

- Destacar la importancia de estimular la capacidad de crear problemas en docentes y estudiantes, para enseñar y aprender matemática creando problemas.
- Es importante que el docente se apropie del entorno social y motivaciones del estudiante para trabajar problemas que sean significativos para ellos.
- Es importante la formación matemática de los docentes para que la creación de problemas tenga riqueza didáctica y matemática.

## Referencias

- Bonotto, C. (2009). Working towards teaching realistic mathematical modeling and problema posing in Italian classrooms. En J. A. Fernández y J. J. Barabán. (2015). *Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática* (p. 37). Madrid, España: Editorial Arco.
- Crespo, S. (2015). A collection of problem-posing experiences for prospective mathematics teachers that make a difference. In *Mathematical Problem Posing: From Research to Effective Practice* (pp. 493-511). Springer New York.
- Malaspina, U. y Vallejo, E. (2014). Creación de problemas en la docencia e investigación. *Departamento Académico de Ciencias, Sección Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Reflexiones y propuestas en educación matemática*, 7-54.
- Malaspina, U. (2014b). Flexibilidad, originalidad y fluidez en la variación de problemas. *Unión*, (39), p.135-140. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/39/archivo12.pdf>
- Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone & M. M. López-Martín (Eds.). *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/malaspina.pdf>
- Ministerio de Educación del Perú. (2016b). Programa Curricular de Educación Secundaria. Recuperado de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programacurricular-educacion-secundaria.pdf>



## Anexo 2. Cuestionario de entrada

CUESTIONARIO DE ENTRADA			
DATOS INFORMATIVOS			
<b>APELLIDOS Y NOMBRES</b>			
<b>GRADO ACADÉMICO E INSTITUCIÓN DE EGRESO (Seleccione una opción de la lista desplegable)</b>			
	EGRESADO	INSTITUCIÓN	
BACHILLER			
MAESTRÍA			
DOCTORADO			
<b>TIEMPO DE SERVICIO EN LA DOCENCIA DEL NIVEL SECUNDARIO (Seleccione una opción de la lista desplegable)</b>			
INSTITUCIÓN	AÑOS		
Institución Educativa Privada			
Institución Educativa Nacional			
TOTAL DE AÑOS	0		
<b>PREGUNTAS SOBRE ENSEÑANZA</b>	<b>Seleccione una opción de la lista desplegable</b>	<b>OTROS, especifique</b>	
¿Cuál es la fuente principal de los ejercicios y problemas que propone a sus estudiantes?			
De los problemas que propone a sus estudiantes, ¿qué porcentaje son elaborados por usted aproximadamente?			
En los últimos 5 años, ¿enseñó el tema de sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas?			
Comente sobre su conocimiento acerca de alguna estrategia para la creación de problemas			
Explique si considera que la creación de problemas podría potenciar la enseñanza-aprendizaje de la matemática.			

### Anexo 3. Actividad de exploración inicial

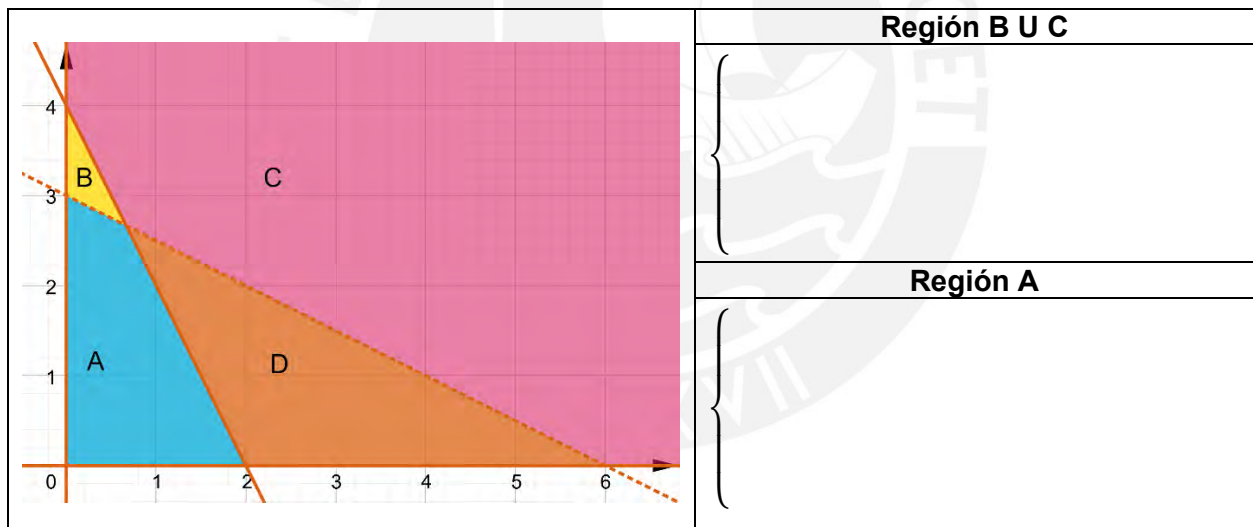
#### ACTIVIDAD DE EXPLORACIÓN INICIAL

**APELLIDOS Y NOMBRES:** \_\_\_\_\_ **Tiempo: 80 min**

**1. Define las incógnitas y escribe en un lenguaje algebraico los siguientes enunciados:**

Enunciado	Definición de incógnitas	Lenguaje algebraico
Manuel ganará por lo menos S/ 2000 en su nuevo trabajo.		
María obtuvo más de 45 puntos en una prueba que se podía obtener como máximo 60 puntos.		
Edith tiene como máximo 5 días para confeccionar camisas y pantalones. Ella trabajará 8 horas cada día y puede confeccionar una camisa en 120 minutos y un pantalón en 150 minutos.		

**2. Escriba el sistema de inecuaciones que representa a las regiones requeridas en el gráfico dado. (Considere la cantidad de inecuaciones que crea necesaria)**



**3. Agregue alguna condición a cada enunciado para que se pueda plantear mediante una inecuación, defina a las incógnitas y escriba la inecuación:**

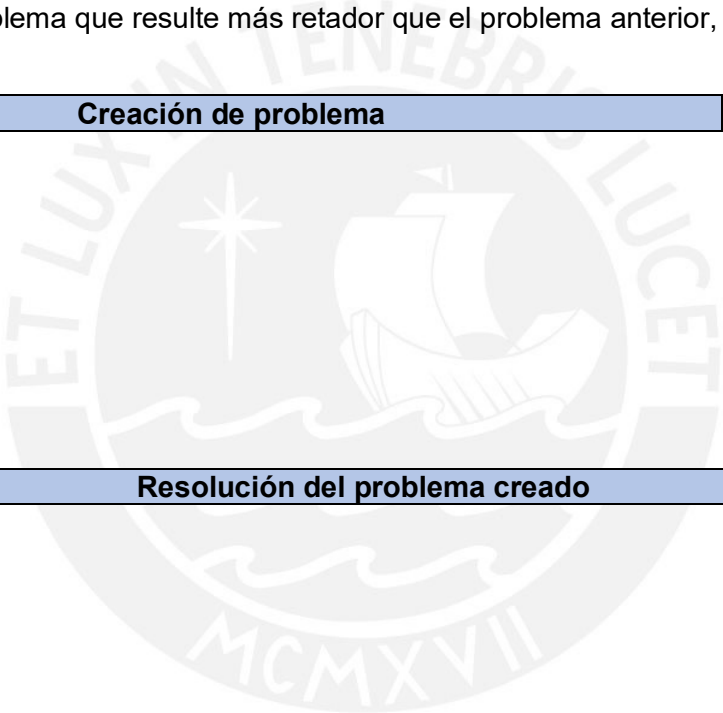
Enunciado	Condición	Definición de incógnitas	Inecuación
El precio de 1 kg de arroz es S/ 3,50 y 1 kg de azúcar es S/ 2,80.			
Manuel observó que por día compra 100 g de comida para gato y 400 g de comida para perro.			

**4. Analice el siguiente problema.**

Doña Juana es la encargada de la cocina en un restaurante. En cierto día tiene que preparar, entre otros platos, arroz con pollo y estofado. Ese mismo día se percató que no cuenta con pollo, arveja y zanahoria. Y de urgencia manda a comprar dichos ingredientes, y sólo le pudieron conseguir 10 kg de pollo, 3 kg de arvejas y 1 kg de zanahorias. Si para preparar el arroz con pollo, en su receta para 6 personas, utiliza 900 g de pollo, 150 g de arvejas y 100 g de zanahorias, y para el estofado de pollo, en su receta para 4 personas, utiliza 600 g de pollo, 200 g de arvejas y 50 g de zanahoria. ¿Cuántos platos de cada tipo se podría preparar?

Luego de analizar el problema dado, elija una de las dos opciones para realizar:

- A. Crea un problema que facilite la comprensión y resolución del problema anterior, y resuélvalo.
- B. Crea un problema que resulte más retador que el problema anterior, y resuélvalo.

Creación de problema	A	B
		

## Anexo 4. Episodio de clase n.º 1

### EPISODIO 1

Considere el siguiente episodio de una clase del docente Durand:

El docente Durand propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Una institución educativa de nivel inicial programa una visita de estudios al zoológico, donde los estudiantes podrán ir acompañados por uno de sus padres. El precio de la entrada por cada estudiante es de S/ 4 y la entrada por cada padre de familia es de S/ 8. Se contrató un bus que los llevaría al zoológico y los traerá de vuelta a la institución. El bus contaba con 50 asientos disponibles para los estudiantes y padres de familia, pero se observó que hubo algunos asientos vacíos. Para realizar el pago de las entradas, un padre realizó la recaudación del dinero respectivo, y obtuvo poco más de S/ 260. ¿Cuántos padres pudieron haber ido acompañando a sus hijos?

Después de leer el problema, algunos estudiantes comentan lo siguiente:

**Sayumi:** “Las incógnitas estarán relacionadas mediante adición y sustracción con una cantidad numérica”.

**Alexandra:** “Al haber cantidades exactas en el valor de las entradas, es posible el uso de ecuaciones”.

**Antonio:** “Deberá intervenir de algún modo el pago al autobús y la cantidad de profesoras”.

## Anexo 5. Episodio de clase n.º 2

### EPISODIO 2

Considere el siguiente episodio de una clase de la docente Grados:

La docente Grados propone a sus estudiantes el siguiente problema:

En la institución educativa parroquial “Nuestra Señora de la Misericordia” están bajo el modelo de jornada escolar completa. En el área de educación para el trabajo, exactamente la mitad de estudiantes de un aula lleva el módulo de informática y la otra mitad, lleva el módulo de confección textil. Los estudiantes de 5.º A de secundaria, que están llevando el módulo de costura, para aprovechar lo que han aprendido, se proponen a elaborar buzos y casacas con orientación de su profesor y sus productos los venderán en la feria que realizará la institución. Los buzos y casacas que elaborarán serán de un mismo diseño cada uno de ellos y usarán tela de color azul y blanco. Las telas se venden en rollos de 1,50 m de ancho, y el docente del curso les indicó que, para elaborar el buzo necesitarán 1 m de tela azul y 8 cm de tela blanca, y para la elaboración de una casaca necesitarán 80 cm de tela azul y 30 cm de tela blanca. Al comprar los dos colores de telas y repartirlas equitativamente a cada estudiante, les tocó menos de 8,50 m de la tela azul y menos de 1,30 m de tela blanca. Debido a la complejidad de realizar cada prenda, los estudiantes deciden el tipo que desean realizar.

Si ningún estudiante de dicha aula se quedó sin realizar por lo menos una prenda, y al tiempo previsto para realizar la venta en la feria, cada uno de ellos realizó una combinación diferente de cantidades de buzos y casacas. ¿Cuántos estudiantes hay en dicha sección?

Después de leer el problema, algunos estudiantes comentan lo siguiente:

**Manuel:** “Al indicar que la mitad del aula lleva el módulo de confección, entonces la cantidad de estudiantes de dicha aula es una cantidad par”.

**Edith:** “La aparición de datos decimales complejizarán el desarrollo del sistema”.

**Maria:** “No estoy seguro si las incógnitas serán la cantidad de tela azul y blanca o la cantidad de casacas y buzos”.

## Anexo 6. Actividad de exploración final

### EXPLORACIÓN FINAL

APELLIDOS Y NOMBRES: \_\_\_\_\_ Tiempo: 50 min

#### 1. Se plantea el siguiente episodio de clase.

La primera etapa para acceder a una beca para poder seguir estudios en el extranjero, consiste en rendir un examen de conocimientos de 50 preguntas. Para aprobar el examen, se requiere que los postulantes respondan 40 preguntas como mínimo y obtengan al menos 70 puntos. Las puntuaciones en dicho examen son del siguiente modo: 2 puntos a favor por cada respuesta correcta, una penalización de 0,5 puntos por cada respuesta incorrecta y 0 puntos por las preguntas sin contestar. Representa de manera gráfica el conjunto solución que representa a las posibles cantidades de preguntas respondidas de manera correcta e incorrecta para aprobar dicha prueba.

- A. Crea un problema pre, el cual facilite la comprensión y solución del problema del episodio y resuélvalo
- B. Crea un problema pos, el cual resulte más retador que el problema del episodio y resuélvalo.

<b>PROBLEMA PRE</b>
<b>RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA PRE</b>
<b>PROBLEMA POS</b>
<b>RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA POS</b>



## Anexo 7. Cuestionario de salida

<b>CUESTIONARIO DE SALIDA</b>					
<b>APELLIDOS Y NOMBRES</b>					
<b>¿Qué consideró en la creación de sus problemas para que sean considerados Pre y Pos respecto al problema Episodio presentado en la exploración final? Explique</b>					
Es un problema Pre porque:					
Es un problema Pos porque:					
<b>¿Qué importancia le da a la creación de problemas para la enseñanza de sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas? Explique</b>					
<b>¿Cuál de los problemas le parece más interesante crear en su labor docente, el problema pre o el problema pos? Explique</b>					
<b>¿Considera que el trabajo individual, grupal y la socialización realizadas en el taller, estimuló en su capacidad de crear problemas? Explique</b>					
<b>¿Qué recomendaría para una mejor implementación del taller de creación de problemas?</b>					