

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**

**ESCUELA DE POSGRADO**



**CONTROL DE ROBOTS MÓVILES AUTÓNOMOS EN FORMACIÓN  
USANDO EL ESQUEMA LÍDER-SEGUIDOR**

Tesis para optar el grado de Magíster en Ingeniería de Control y Automatización que  
presenta:

**Paul Anthony Alfaro Purisaca**

**ASESOR: Antonio Manuel Morán Cárdenas**

Diciembre, 2020

## Resumen

El concepto de robots trabajando en conjunto viene siendo cada vez más popular gracias a los avances tecnológicos de la autonomía en robots y a la reducción de riesgos al momento de realizar tareas peligrosas para los seres humanos. Debido a esto se propone el desarrollo de dos sistemas de control para la formación de robots móviles autónomos, que pueden ser utilizados en distintos ámbitos como operaciones militares, búsqueda y rescate, vigilancia, reconocimiento de terrenos y/u objetos en específico, exploración de nuevos hábitats, entre otros. Existen tres tipos de soluciones propuestas en la literatura, estos son la estrategia de estructuras virtuales, la basada en comportamientos y el método líder-seguidor, el cual se va a emplear en esta tesis. Se centrará en el modelamiento, inicialización y control de robots no holonómicos en formación, siguiendo a un robot líder el cual guiará al grupo a través de una trayectoria definida. Se usará el modelo Ackerman de robots móviles junto con la teoría de Linealización por Aproximación y Linealización Entrada-Salida para controlar a cada robot utilizando conjuntos de ecuaciones diferenciales que modelan a la formación. Estas ecuaciones utilizan la distancia y el ángulo de visibilidad entre un líder y su seguidor para determinar cómo se moverán al momento de llegar a su posición dentro del grupo. Finalmente se realizan simulaciones con el software MATLAB variando en formaciones y trayectorias, para analizar la estabilidad y validar el comportamiento de los sistemas diseñados, encontrando a grandes rasgos que ambos controladores son efectivos en realizar la formación deseada desde sus posiciones iniciales, evitando colisiones. Adicionalmente, el grupo de robots es guiada por el robot líder sin inconvenientes, manteniendo estable la estructura de la formación.

# Índice

<b>1</b>	<b>Estado de Arte</b>	<b>1</b>
1.1	Introducción . . . . .	1
1.2	Robots Móviles Tipo Carro . . . . .	4
1.3	Formación de Robots Móviles Tipo Carro . . . . .	5
1.4	Controladores para Formación de Robots Tipo Carro . . . . .	10
1.5	Objetivos de la Tesis . . . . .	14
1.5.1	Objetivos Generales . . . . .	14
1.5.2	Objetivos Específicos . . . . .	14
<b>2</b>	<b>Modelamiento del Comportamiento del Robot Líder Tipo Ackerman</b>	<b>15</b>
2.1	Introducción . . . . .	15
2.2	Modelo del Robot Móvil tipo Ackerman . . . . .	15
2.3	Planeamiento de la Trayectoria Deseada . . . . .	18
2.3.1	Controlador de Linealización Entrada-Salida . . . . .	18
2.3.2	Sistema de Control del Robot Líder . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Modelamiento del Comportamiento de los Robots Seguidores Tipo Ackerman</b>	<b>24</b>
3.1	Introducción . . . . .	24
3.2	Modelamiento de la Formación . . . . .	25
3.3	Estrategias de Control Propuestas . . . . .	27

3.3.1	Linealización por aproximación.....	28
3.3.2	Linealización Entrada-Salida .....	29
3.4	Algoritmo de Control.....	31
3.5	Evasión de Colisiones .....	31
<b>4</b>	<b>Simulaciones y Resultados</b>	<b>33</b>
4.1	Introducción .....	33
4.2	Trayectoria Lineal.....	34
4.2.1	Formación en Línea Horizontal .....	34
4.2.2	Formación en Forma de V.....	40
4.3	Trayectoria Circular .....	46
4.3.1	Formación en Línea Horizontal .....	46
4.3.2	Formación en Forma de V.....	52
4.4	Respuesta al Ruido en Sensores.....	57
4.5	Respuesta a Perturbaciones.....	57
4.6	Comparación entre Controladores Diseñados.....	61
4.7	Propuesta de Implementación .....	61
	<b>Conclusiones</b>	<b>63</b>
	<b>Recomendaciones</b>	<b>65</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>66</b>

# Índice de figuras

1.1 Brazos Robot tipo KUKA en línea de ensamblaje. Fuente: <a href="https://www.rhpaenews.com/los-robots-en-la-industria-automovilistica-inteligentes-moviles-colaborativos-y-adaptables/">https://www.rhpaenews.com/los-robots-en-la-industria-automovilistica-inteligentes-moviles-colaborativos-y-adaptables/</a> . . . . .	2
1.2 Robot Cirugano teleoperado [1] . . . . .	2
1.3 Robot Curiosity [1] . . . . .	3
1.4 Grupo de exploración en formación [2] . . . . .	6
1.5 Escenarios donde se mantiene la formación [3] . . . . .	8
1.6 Esquema Líder-Seguidor propuesto por He y Wang [4] . . . . .	8
1.7 Pasos para generar formación y seguir trayectoria con estructuras virtuales [3] . . . . .	9
1.8 Formación usando la estrategia basada en el comportamiento [5] . . . . .	10
1.9 Montaje Experimental de dos Robots en Formmación [6].....	11
1.10 Montaje Experimental de Robots Cooperando para subir un cuesta empinada [7] .....	12
2.1 Modelo Bicycle del Robot tipo Ackerman. Fuente: Propia .....	17
2.2 Robot Líder siguiendo trayectoria horizontal. Fuente: Propia.....	22
2.3 Robot Líder siguiendo trayectoria circular. Fuente: Propia.....	23
3.1 Grupo de ‘ $n$ ’ robots en modelo bicicleta ubicados aleatoriamente. Fuente: Propia .....	25

3.2	Tipos de Formación [3] .....	25
3.3	Formación conformada por un Líder y un Seguidor. Fuente: Propia.....	26
4.1	Tipos de formaciones para las simulaciones realizadas. Fuente: Propia .....	34
4.2	Trayectoria Lineal de la Formación en Línea Horizontal utilizando Linealización por Aproximación. Fuente: Propia.....	35
4.3	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia .....	36
4.4	Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	37
4.5	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	37
4.6	Trayectoria Lineal de la Formación en Línea Horizontal utilizando Linealización Entrada-Salida. Fuente: Propia.....	38
4.7	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia .....	39
4.8	Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	39
4.9	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	40
4.10	Trayectoria Lineal de la Formación en V utilizando Linealización por Aproximación. Fuente: Propia .....	41
4.11	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia .....	42
4.12	Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	42
4.13	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	43
4.14	Trayectoria Lineal de la Formación en V utilizando Linealización Entrada- Salida. Fuente: Propia .....	44
4.15	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia .....	44
4.16	Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	45
4.17	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	45
4.18	Trayectoria Circular de la Formación en Línea Horizontal utilizando Linealización por Aproximación. Fuente: Propia.....	47
4.19	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia .....	48
4.20	Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	48

4.21	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia . . .	49
4.22	Trayectoria Circular de la Formación en Línea Horizontal utilizando Linealización Entrada-Salida. Fuente: Propia.....	50
4.23	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia .....	50
4.24	Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	51
4.25	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	51
4.26	Trayectoria Circular de la Formación en V utilizando Linealización por Aproximación. Fuente: Propia.....	53
4.27	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia .....	53
4.28	Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	54
4.29	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	54
4.30	Trayectoria Circular de la Formación en V utilizando Linealización Entrada-Salida. Fuente: Propia .....	55
4.31	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia .....	56
4.32	Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	56
4.33	Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia .....	57
4.34	Desempeño del Controlador de Linealización por Aproximación frente al Ruido. Fuente: Propia .....	58
4.35	Desempeño del Controlador de Linealización Entrada-Salida frente al Ruido. Fuente: Propia.....	58
4.36	Trayectoria frente a una perturbación de 5m en el instante $t=20s$ utilizando Linealización por Aproximación. Fuente: Propia.....	59
4.37	Desempeño del Controlador de Linealización por Aproximación frente a una perturbación de 5m en el instante $t=20s$ . Fuente: Propia.....	59
4.38	Trayectoria frente a una perturbación de 5m en el instante $t=20s$ utilizando Linealización Entrada-Salida. Fuente: Propia .....	60
4.39	Desempeño del Controlador de Linealización Entrada-Salida frente a una perturbación de 5m en el instante $t=20s$ . Fuente: Propia.....	60



# Índice de tablas

1.1 Estructuras de robots móviles con ruedas [8] . . . . .	4
4.1 Comparación de los controladores para distintas trayectorias .....	61



# Índice de algoritmos

3.1	Algoritmo para lograr la formación de un robot seguidor $k$ .....	31
3.2	Algoritmo para evitar colisiones del robot número tres.....	32



# Lista de Acrónimos

**AUV** Autonomous Underwater Vehicle (Submarino Autónomo).

**ROV** Remotely Operated Vehicle (Vehículo Operado Remotamente).

**UAV** Unmanned Aerial Vehicle (Vehículo Aéreo No Tripulado).

**UGV** Unmanned Ground Vehicle (Vehículo Terrestre No Tripulado).

**USV** Unmanned Surface Vehicle (Vehículo de Superficie No Tripulado).

**WLAN** Wireless Local Area Network (Red de Área Local Inalámbrica).



# Capítulo 1

## Estado de Arte

### 1.1 Introducción

En estos tiempos la robótica ayuda en gran manera a distintas áreas como la industrialización de las empresas manufactureras o intervenciones quirúrgicas en una operación rigurosa. Se tienen pues brazos robóticos para ensamblaje de automóviles (Figura 1.1), envasar distintos productos, soldar componentes de montaje superficial en la industria electrónica o capaces de realizar una cirugía remotamente. Estos tipos de robots trabajan a velocidad, precisión y exactitud superhumanas, llegando a realizar las tareas específicas de manera más eficiente, reduciendo riesgos que para un ser humano sería muy complicado de realizar [1,9].

Por otro lado, un solo robot no sería capaz de realizar una tarea compleja, como la de vigilancia de un espacio determinado, sin complicar cada vez más el diseño del robot con tal de cumplir con los requerimientos deseados. Por lo que se programan varios robots para trabajar formados y sincronizados de tal manera de agilizar los procesos de fabricación. Sin embargo, se tiene una desventaja, y es su falta de movilidad. Un brazo robot solo tendrá un alcance limitado por donde está anclado para realizar los trabajos para los que fue diseñado [8].

A diferencia de los brazos robots, los robots móviles tienen la capacidad de ubicarse en el lugar donde se les fue asignado dentro de la planta de producción para realizar las tareas que se requieran. Un robot móvil puede movilizarse usando distintos

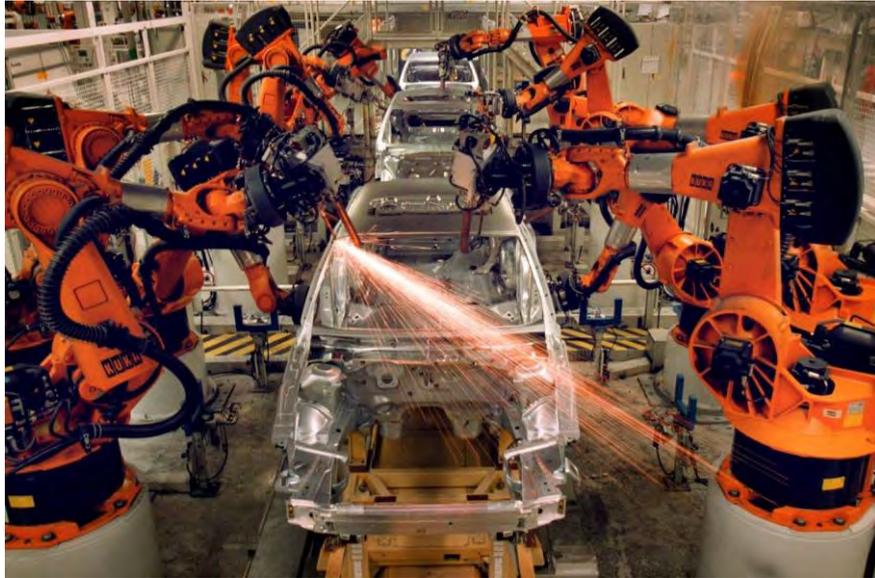


Figura 1.1: Brazos Robot tipo KUKA en línea de ensamblaje.

Fuente: <https://www.rhpaenews.com/los-robots-en-la-industria-automovilistica-inteligentes-moviles-colaborativos-y-adaptables/>

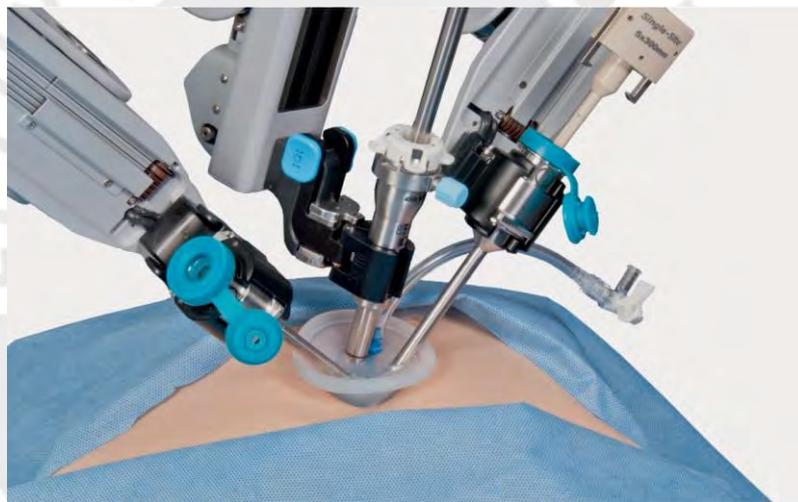


Figura 1.2: Robot Cirujano teleoperado [1]

medios, pueden desplazarse usando patas o ruedas por la tierra, alas con rotores y hélices por el aire o usando propulsores para viajar por el agua.

Tenemos los robots móviles operados remotamente (ROVs) como el de la Figura 1.2. Estos robots no cuentan con autonomía propia, es decir, necesitan de una persona que los controle para que puedan operar. Se tienen también los robots con un control híbrido, que pueden tomar decisiones propias siempre que el operador lo permita, y las acciones complejas las realiza la persona autorizada. En este caso se tiene como ejemplo el robot Curiosity que ayudó a los científicos a explorar la superficie de Marte. El robot era capaz de movilizarse por si solo por la irregularidad de la superficie

marciana pero un operador era el que proveía las coordenadas a donde se tenía que dirigir (Figura 1.3).



Figura 1.3: Robot Curiosity [1]

Por otro lado, tenemos los robots móviles completamente autónomos. Estos pueden tomar sus propias decisiones en cuanto a como van a realizar su recorrido, que acciones harán para cumplir con su meta. Un caso especial de estos tipos de robots móviles es el de los robots móviles terrestres o UGV (Unmanned Ground Vehicle). Estos se pueden clasificar dependiendo de las siguientes características [10]:

- El propósito del desarrollo, por lo general cuando se requiere un determinado rendimiento de una aplicación específica.
- La razón específica para elegir UGV como solución. Esto puede ser porque se van a utilizar en ambientes peligrosos, ya que se requiere durabilidad o hay un límite de espacio.
- Los retos tecnológicos que se propone, relacionando funcionalidad, rendimiento y costo.
- El área donde se va a operar. Si va a operar en el fondo del océano, en una carretera, o en la superficie lunar, por ejemplo.
- Qué tipo de locomoción se va a utilizar. Ruedas o patas son los medios más utilizados para locomoción al momento.
- Cómo se va a determinar el camino que va a recorrer. Que tipos de técnicas de navegación y control se van a emplear.

## 1.2 Robots Móviles Tipo Carro

El método de locomoción mayormente utilizado es el de ruedas, esto ya que proporciona buena estabilidad y eficiencia. En la siguiente tabla encontramos las estructuras más comunes de los robots tipo carro.

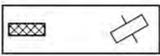
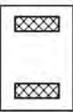
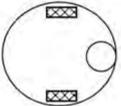
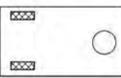
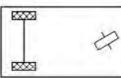
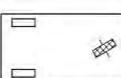
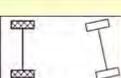
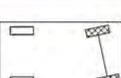
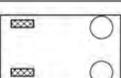
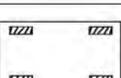
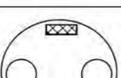
# ruedas	Estructura	Característica	Ejemplos
2		Dirección delantera y tracción posterior	Bicicleta, Motocicleta
		Tracción diferencial	Robot Personal Cyb
3		Dos ruedas diferenciales centradas de tracción y una tercera punto de contacto	Normad Scout, SmartRob
		Una rueda omnidireccional en un extremo con dos ruedas con tracción independientes	Muchos robots para interiores
		Dos ruedas de tracción conectadas y una delantera de dirección	Minitractor Piaggio
		Una rueda de dirección y tracción delantera, con dos ruedas libres atrás	Neptune, Hero-1
4		Dos ruedas de tracción trasera y dos ruedas de dirección delantera	Robots con conducción trasera
		Dos ruedas de tracción y dirección delanteras	Robots con conducción delantera
		En un extremo dos ruedas de tracción diferencial, y en el otro dos omnidireccionales	Robot Charlie
		Cuatro ruedas omnidireccionales	Carnegie Mellon Uranus
		Dos ruedas diferenciales centradas de tracción y dos como puntos de contacto	Kephera, Hyperbot Chip

Tabla 1.1: Estructuras de robots móviles con ruedas [8]

Debido a que los robots móviles con ruedas están diseñados de tal manera que siempre sus ruedas mantengan contacto con el suelo, el balance no es un problema.

Debido a esto las investigaciones se centran principalmente en la estabilidad, maniobrabilidad, tracción y control.

La tracción y la estabilidad están estrechamente relacionados con el tipo de terreno en donde trabajará el robot móvil diseñado. Aunque se puede lograr estabilidad estática con mínimo tres ruedas, un robot Cye (robot de tracción diferencial Tabla 1.1) puede lograr la misma estabilidad en pisos lisos. Adicionalmente si se requiere mejorar la estabilidad, es posible agregar más ruedas; sin embargo, se requerirá una suspensión con mayor flexibilidad para terrenos difíciles.

Por otro lado, la controlabilidad y maniobrabilidad se relacionan en cómo se requiere que sea el movimiento del robot móvil lo que incrementará la complejidad del diseño. Controlar un robot omnidireccional de cuatro ruedas o un robot diferencial, que poseen una maniobrabilidad elevada, resulta difícil y menos preciso ya que se requiere un análisis adicional. En el omnidireccional se requiere analizar las velocidades rotacionales y de traslación para poder controlar las ruedas, en el diferencial es necesario mantener la misma velocidad en ambas ruedas lo que es complicado al momento de la implementación. Un robot tipo Ackerman tiene menos maniobrabilidad a costa de tener un control con mejor precisión debido a su modelo sencillo.

No es posible maximizar todas las características simultáneamente. En este trabajo se utilizarán robots tipo carro o tipo Ackerman señalado en la Tabla 1.1. Este tipo de robots de cuatro ruedas son mundialmente populares ya que es el medio de transporte más conocido por la humanidad, debido a la efectividad que proporciona al momento realizar un recorrido y su fácil controlabilidad.

### **1.3 Formación de Robots Móviles Tipo Carro**

La tendencia de realizar formaciones en la naturaleza se observa en gran medida ya que al agruparse y enseñar a hacerlo ayuda a los animales de distintas maneras. Agrupándose, los animales pueden minimizar los encuentros contra depredadores y hasta hacerles frente si es necesario. Pueden estar más alertas al dividir el enfoque de cada individuo en grupo para detectar depredadores y encontrar con mayor facilidad

nuevas fuentes de alimento, ya que trabajando en grupo pueden capturar sus presas que serían imposibles si trabajan solos. Un ejemplo se puede ver en la Figura 1.4 en el que un grupo de cuatro individuos realizan un trabajo de exploración en el que cada uno se centra en observar porciones del área pequeñas para que en conjunto se tenga una “visión de 360°”, cosa que un individuo solo le costaría mucho más realizar.

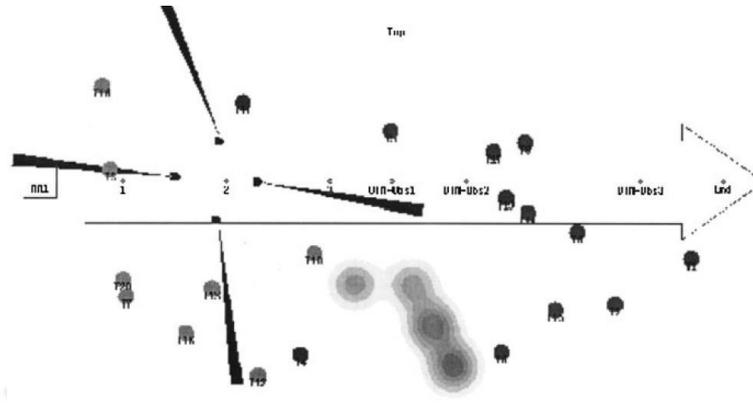


Figura 1.4: Grupo de exploración en formación [2]

En [2], Balch nos dice que el comportamiento de realizar formaciones surge como combinación del deseo de estar en formación y simultáneamente mantener una distancia de separación entre cada miembro. En [11], Brooks, Maes, Mataric y More proponen usar la inteligencia colectiva biológica como fuente de inspiración para sistemas de robots móviles, lo que nos dice que el trabajo en formaciones de robots reduce en gran medida el número de problemas fundamentales que impiden implementar robots móviles en la vida real de manera sencilla. Por lo que investigaciones en robótica buscan realizar estudios en biología ya que el comportamiento de las formaciones puede beneficiar a las tácticas de formación. Los sistemas de formación son de interés principalmente por estas razones [12]:

- Una tarea puede ser muy compleja (o imposible) si un simple robot quisiera realizarla, o el desempeño sería mucho mayor al utilizar múltiples robots.
- Construir y utilizar múltiples robots simples puede ser más barato, fácil, flexible y tolerante a fallos que utilizar un solo robot para cada tarea por separado.
- El enfoque constructivo inherente a la cooperación en la robótica móvil puede proporcionar información en problemas fundamentales en las ciencias sociales y ciencias de la vida.

En [3], Liu y Bucknall realizan un estudio crítico de los trabajos existentes en el área y discuten problemas emergentes para futuras investigaciones. Basándonos en esto, nos damos cuenta que hay mucho interés proyectado en múltiples estudios que se pueden encontrar en la literatura en relación con la formación de robots móviles: vehículos terrestres autónomos, vehículos aéreos no tripulados, vehículos submarinos autónomos, y satélites por decir algunos estudiados.

Existen muchos tipos de estructuras para trabajar el control de formaciones, al igual que múltiples sistemas de control propuestas en la literatura. Principalmente las estructuras de formaciones tenemos el método líder-seguidor, estrategias basadas en el comportamiento y el enfoque de estructuras virtuales. Para mantener la formación se evalúan los siguientes escenarios que pueden verse con mayor detalle en la Figura 1.5:

- (a) *Generar la Formación y mantenerla*: desde ubicaciones iniciales al azar, cada robot debe lograr llegar a su posición en la formación y poder mantenerla para continuar y cumplir con los objetivos requeridos.
- (b) *Mantener la formación siguiendo una trayectoria*: la formación debe estar rigurosamente estable mientras siguen trayectorias predefinidas.
- (c) *Variación en la estructura de la formación y regeneración*: además de mantener la formación siguiendo trayectorias, la estructura debe ser flexible para que se ajuste y reconfigure evitando obstáculos.

En el método líder-seguidor se tiene un robot principal que se le asigna la posición de líder, el cual decidirá las trayectorias a seguir por la formación actuando como referencia para los demás robots seguidores. Hay ocasiones en las que, para aumentar la robustez, se considera un líder virtual para que todos los robots de la formación pasen a ser seguidores. En la Figura 1.6, He y Wang proponen un esquema Líder-Seguidor de vehículos de superficie no tripulados (USVs) donde el objetivo del sistema de control es mantener la formación siguiendo la trayectoria de referencia, evitando colisiones entre cada vehículo con el líder.

En el enfoque de estructuras virtuales se trata a la formación como un cuerpo rígido donde las trayectorias a recorrer se asignan a todo el grupo en conjunto y la formación se mantiene minimizando el error entre la posición actual y la posición deseada de toda

la formación. En la Figura 1.7, Liu nos explica los pasos que realiza una formación de este tipo para llegar a la posición deseada y seguir una trayectoria.

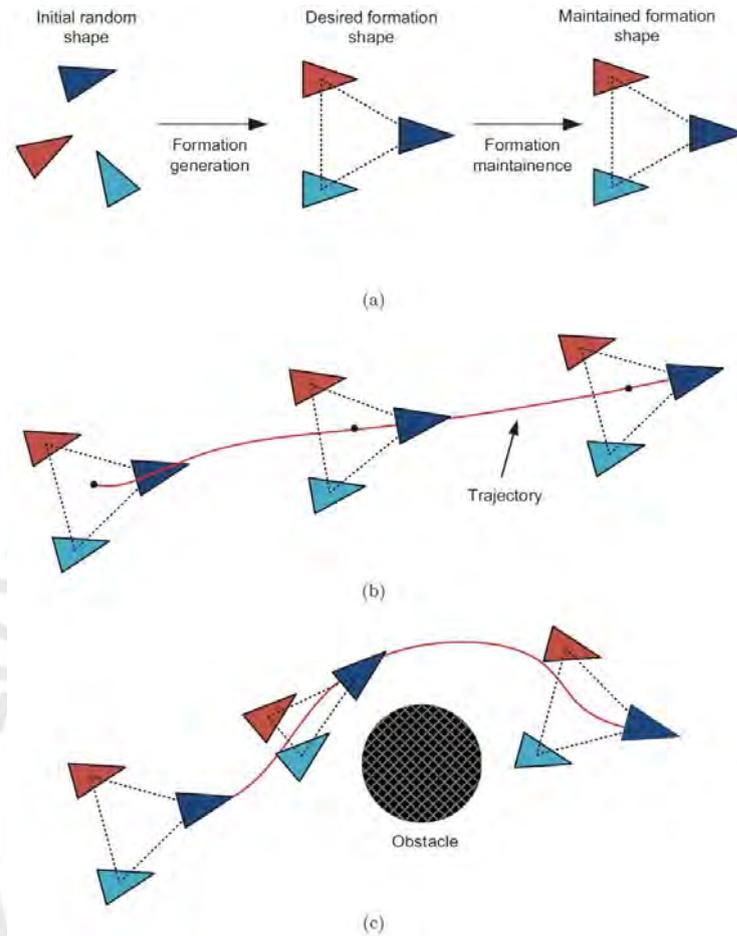


Figura 1.5: Escenarios donde se mantiene la formación [3]

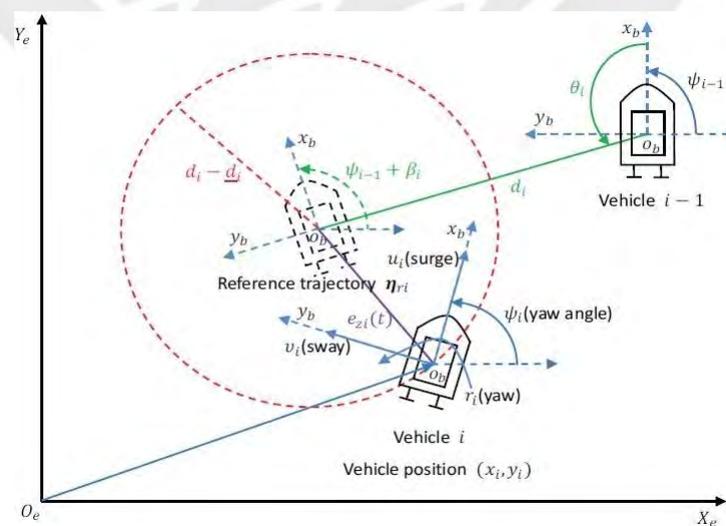


Figura 1.6: Esquema Líder-Seguidor propuesto por He y Wang [4]

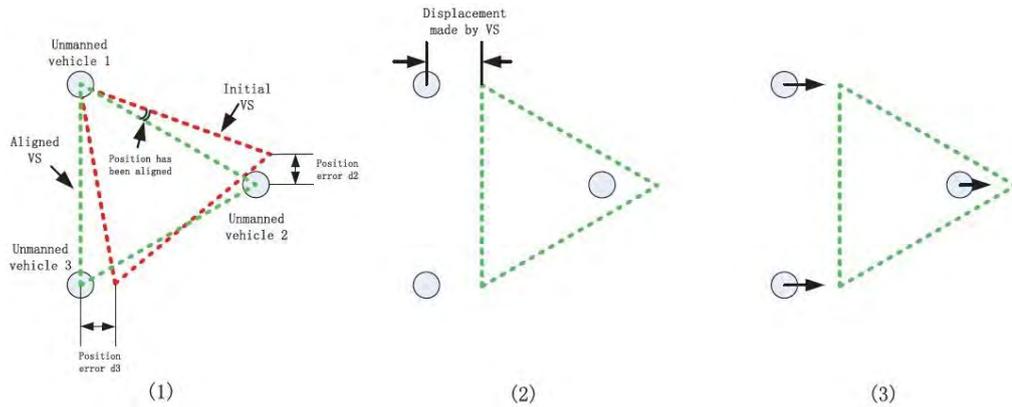


Figura 1.7: Pasos para generar formación y seguir trayectoria con estructuras virtuales [3]

- (1) El triángulo rojo es la posición inicial de la formación y el triángulo verde es la posición deseada minimizando el error en la posición.
- (2) Una vez realizada la formación, se procede a mover la estructura a la siguiente posición.
- (3) Se mueve toda la formación de acuerdo a la trayectoria deseada.

Finalmente, se cuenta con las estrategias basadas en el comportamiento donde cada robot en formación analiza la importancia relativa de distintos comportamientos significativos como evitar colisiones, mantener la formación, etc. En [5], Nursyeha utiliza esta estrategia para mandar robots en formación a detectar fugas de gas donde las acciones a valorar por la formación es moverse hacia el objetivo y mantener la formación. En cada instante de tiempo se asignan pesos a cada acción determinando cual es más importante y moviendo cada robot de la forma adecuada.

En el presente trabajo se utilizará la estructura líder-seguidor para asegurar la estabilidad de la formación debido a su sencillo diseño e implementación. Se empleará un algoritmo para evitar colisiones, cuya característica principal es la versatilidad que otorga a la asignación del robot líder donde este puede variar de acuerdo a la trayectoria que está siguiendo cada robot. Por último, la trayectoria planificada de la formación será asignada por el robot líder para cumplir con los objetivos que se requieran.

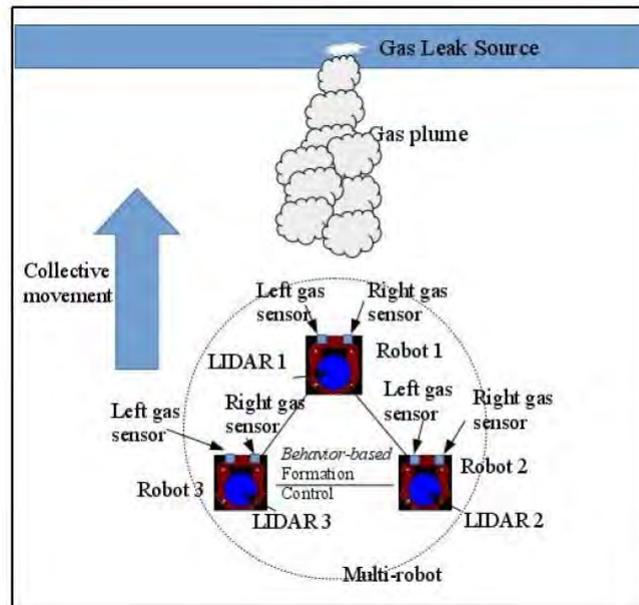


Figura 1.8: Formación usando la estrategia basada en el comportamiento [5]

## 1.4 Controladores para Formación de Robots Tipo Carro

La formación de robots es un problema desafiante para robots móviles, por lo que distintos enfoques se pueden encontrar en la literatura. Muchas de las propuestas para el control de formaciones no están basadas en sistemas dinámicos ni en teoría de control, principalmente debido a la complejidad de los sistemas con múltiples robots y peor aun considerando robots móviles no-holonómicos [13]. En este trabajo para asegurar la estabilidad del sistema se utilizarán las herramientas de sistemas dinámicos y teoría de control.

Generalmente el control de las formaciones se basa en control centralizado o descentralizado. En el tipo de control centralizado se cuenta con un supervisor que monitorea y controla a todos los robots del sistema para que puedan ubicarse en las posiciones deseadas dentro de la formación. Esta estrategia de control puede ser un buen método cuando se trabajan con grupos pequeños de robots con un controlador y un sensor cada uno, esto ya que a medida que va aumentando la cantidad de robots integrantes, irá en aumento la cantidad de procesamiento debido a la información que le llega y las coordinaciones que tendrá que realizar un computador supervisor

centralizado.

En [6], De La Cruz y Carelli nos muestran una formación compuesta por dos robots móviles, Figura 1.9. Se observa que el robot líder es el que realiza el procesamiento de la trayectoria para el control de la formación a realizar. Se obtienen buenos resultados al momento de realizar lo que se requiere; sin embargo, si se requiere agregar más robots eso consideraría aumentar la capacidad de procesamiento del supervisor centralizado para que realice la tarea eficientemente.



Figura 1.9: Montaje Experimental de dos Robots en Formación [6]

El tipo de control descentralizado surge al intentar copiar el comportamiento del mundo animal, como ya se explicó con anterioridad. Lo que busca pues este tipo de control es lograr que cada individuo en formación pueda realizar tareas sencillas ya que se busca que cada robot esté compuesto con lo mínimo necesario para funcionar autónoma y asincrónicamente, enviando pequeños paquetes de información localmente para que interactúen entre cada uno y puedan realizar tareas complejas. Por lo que el tipo de control descentralizado es el más adecuado para controlar una gran cantidad de individuos de un grupo de robots en formación.

Los automóviles realizan una formación de fila cuando hay tráfico en una autopista para mejorar la eficiencia del transporte, los tanques realizan formaciones para maximizar su efecto en la batalla, los aviones se forman en “V” como las aves para aumentar la eficiencia del vuelo y hasta los satélites realizan formaciones en el espacio para aumentar su alcance [14]. Debido a todo esto el control de formaciones no solo se implementa en UGVs, sino también en Submarinos Autónomos (AUVs), Vehículos Aéreos No Tripulados (UAVs) y Satélites.

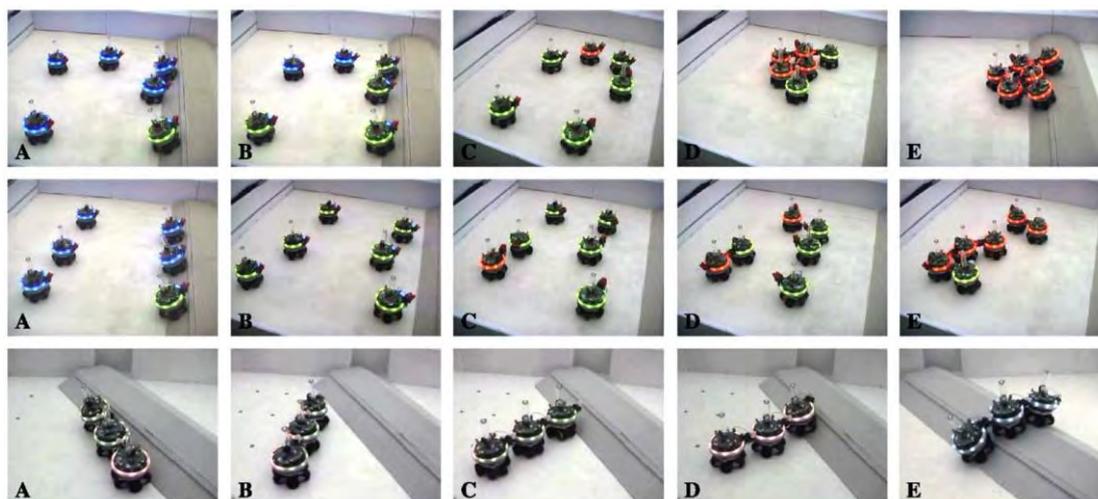


Figura 1.10: Montaje Experimental de Robots Cooperando para subir un cuesta empinada [7]

El avance en investigaciones de inteligencia colectiva para robots en formación se basa en que estos cooperen para realizar una tarea específica. Para lograr esto se visualizan los sistemas, para modelarlos e implementarlos posteriormente. Algunas implementaciones que se encuentran en la literatura son las siguientes [12]:

- En control de tráfico múltiples robots evitan un colisión entre ellos ya que se mueven en un mismo ambiente. Esto puede resolverse tomando en cuenta reglas de tránsito, prioridades o distintas arquitecturas de comunicación. Podría proponerse también un planeamiento de la trayectoria a recorrer; sin embargo, esto se dificultaría a medida que se va aumentando la cantidad de individuos dentro de la formación.
- Manipulación Cooperativa (Box-Pushing) se basa en la cooperación entre individuos de un grupo para realizar trabajos que individualmente no pueden realizar. La manipulación de grandes objetos de forma cooperativa puede realizarse sin que cada robot tenga conocimiento de la existencia del otro, o por ejemplo en [7], O'Grady implementa estrategias de auto agrupación entre robots para que puedan realizar tareas como subir colinas, cruzar agujeros o ejercicios de rescate (Figura 1.10) en la que cada robot necesita del otro para poder realizar la tarea satisfactoriamente.

- En búsqueda y recolección se busca que grupos de robots trabajen recolectando objetos esparcidos para limpieza de un área, cosechando o realizando búsqueda y rescate. Estas tareas pueden ser realizadas individualmente o en conjunto inspirados en los comportamientos biológicos estudiados para sistemas de cooperación entre robots.
- Otras tareas que han tomado relevancia son sistemas de seguridad con múltiples robots, detección y desactivación de minas terrestres, soportes estructurales basados en robots, ensamblar objetos usando múltiples robots, entre otros.

En la actualidad, para implementar los métodos de control centralizados y/o descentralizados explicados se utilizan distintas técnicas de la teoría de control. El diseño del controlador se va a basar en si se desea trabajar en todo el rango de trabajo o alrededor del punto de operación. Debido a esto, lo que más se encuentra en la literatura son los controladores no lineales, ya que ofrecen la capacidad de control en todo el rango de operación. Entre ellos se tienen los controladores de linealización por realimentación, controladores de regímenes deslizantes y controladores neuro difusos.

El siguiente trabajo se enfoca en los robots móviles tipo carro o "Ackerman" que se caracterizan por utilizar cuatro ruedas como medio de locomoción, pudiendo tener tracción en uno o ambos ejes y movimiento libre en el eje sin tracción [15]. En conjunto, estos robots móviles, realizarán formaciones siguiendo el esquema líder-seguidor para realizar distintas tareas que se requieran según la aplicación de cada proyecto.

En este trabajo nos centraremos en la estructura de control descentralizado para lograr formaciones con distintos patrones. Para esto cada robot móvil funcionará con su propio algoritmo de control y compartirán la menor cantidad de información posible entre ellos. Para la estabilización de la formación se desarrollará dos tipos de controladores, uno basado en linealización por aproximación y otro en linealización por realimentación. El robot líder solo se centrará en seguir la trayectoria planeada ya que la generación y el mantenimiento de la formación dependerán totalmente de los robots seguidores.

## **1.5 Objetivos de la Tesis**

### **1.5.1 Objetivos Generales**

Diseño de sistemas de control para robots autónomos capaces de realizar formaciones siguiendo a un líder.

### **1.5.2 Objetivos Específicos**

Para poder alcanzar este objetivo es necesario realizar los siguientes trabajos de investigación y desarrollo:

- Modelar el comportamiento del robot líder.
- Modelar el comportamiento dinámico de los robots seguidores en el esquema líder-seguidor.
- Diseñar dos estrategias de control para lograr la formación con los robots seguidores, realizando distintos patrones geométricos.
- Proponer una estrategia para evitar colisiones entre robots.
- Analizar las distintas estrategias de control diseñadas para comparar desempeños ante distintas condiciones de operación.
- Simular el comportamiento de los robots ante las distintas estrategias encontradas considerando alguna perturbación y ruido.
- Proponer una posible solución de implementación de los sistemas diseñados.

## Capítulo 2

# Modelamiento del Comportamiento del Robot Líder Tipo Ackerman

### 2.1 Introducción

Para realizar el diseño del sistema de control para la formación de robots es necesario realizar el análisis cinemático del robot líder y de los seguidores para obtener la relación entre los parámetros geométricos de la formación y las restricciones que se tienen, como el considerar la característica no holonómica del tipo de robot utilizado.

El diseño del sistema de control se dividirá en dos etapas. La primera se realiza en este capítulo, en el cual se realizará el análisis cinemático del robot tipo Ackerman para poder diseñar el controlador necesario para que pueda guiar a la formación por una trayectoria planeada. La segunda etapa se describirá en el Capítulo 3, el cual se basa en el análisis de los robots seguidores para lograr la formación requerida.

### 2.2 Modelo del Robot Móvil tipo Ackerman

Se observaron distintos tipos de robots móviles en la sección 1.2 que varían en estructura de acuerdo a las necesidades que se tengan. En este trabajo se emplean robots con conducción trasera tipo Ackerman, estos tienen tracción trasera y la dirección se maneja con el eje delantero.

Para realizar el diseño de un sistema de control se necesitan realizar simulaciones considerando las características únicas y restricciones de la estructura del robot móvil que se utiliza, para esto se realiza lo que se conoce como un análisis cinemático.

El análisis cinemático de un robot móvil tipo Ackerman asume algunas restricciones importantes para el funcionamiento:

- El robot móvil se mueve a bajas velocidades para que reaccione de manera adecuada y evitar que patine. En este caso se limitará la velocidad máxima del robot a 3 m/s.
- Las ruedas del robot no deslizan al momento de realizar giros, debido a la restricción de velocidad mencionada.

Este tipo de vehículos pueden moverse para adelante y para atrás efectivamente; sin embargo, para moverse lateralmente es donde se tienen problemas ya que es imposible a menos que se realicen maniobras complejas. Es así que en cualquier instante de tiempo se puede controlar la aceleración hacia adelante/atrás y la aceleración rotacional, pero no la aceleración lateral. Por lo que este tipo de vehículos y/o robots se les conoce como no holonómicos. La restricción no holonómica se puede representar con la siguiente ecuación:

$$\dot{y} \cos(\varphi) - \dot{x} \sin(\varphi) = 0 \quad (2.1)$$

El análisis cinemático del robot Ackerman se basa en el modelo bicicleta como se observa en la Figura 2.1, donde la posición del robot  $(x, y)$  se ubica en el centro de la llanta trasera,  $\delta$  nos indica el ángulo de giro del timón,  $\varphi$  es el ángulo que forma el vehículo con el eje de referencia 'X' horizontal y  $L$  es el largo del robot móvil.

Esta estructura proporciona una baja maniobrabilidad gracias a su Centro de Rotación Instantáneo (ICR por sus siglas en inglés) y su restricción no holonómica. Sin embargo, tiene una aceptable estabilidad y un modelo simple que ayuda a su controlabilidad.

Usando geometría en la Figura 2.1, y considerando las restricciones, se puede

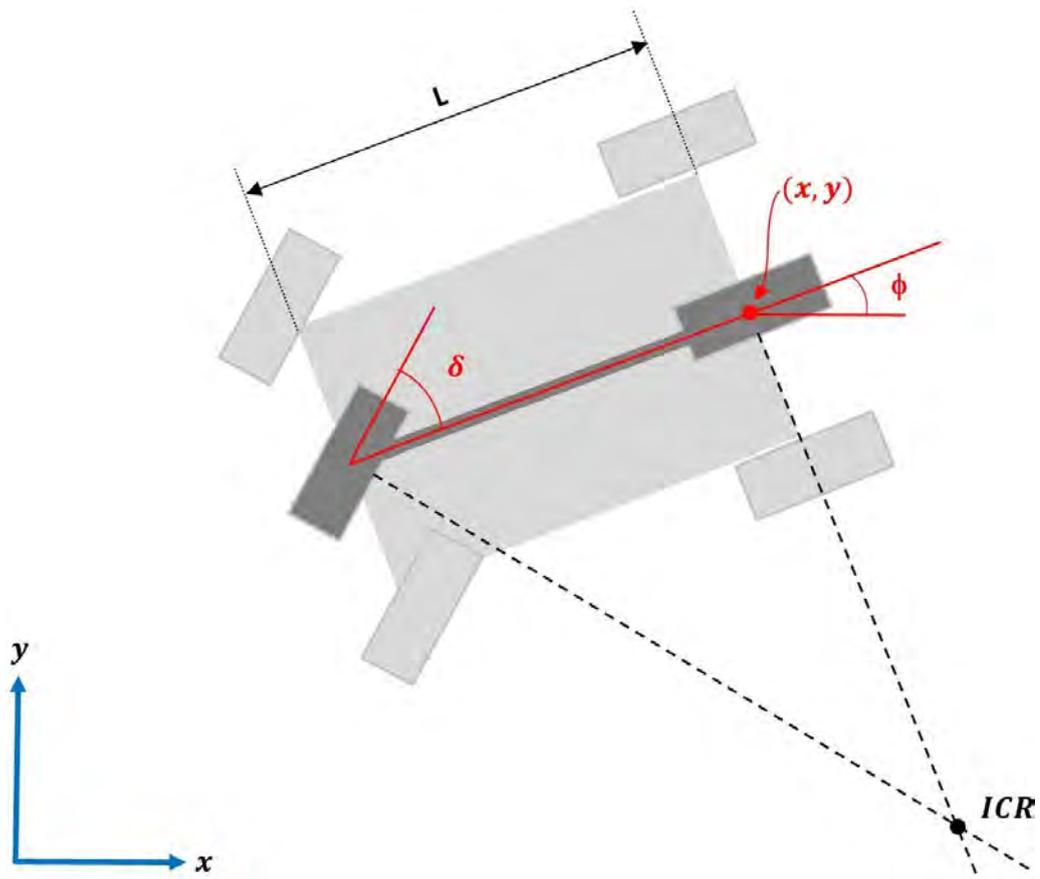


Figura 2.1: Modelo Bicicle del Robot tipo Ackerman. Fuente: Propia

obtener el modelo de las ecuaciones de movimiento en tiempo continuo mostrado en (2.2) donde  $v$  representa la velocidad en reversa.

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= v \cos(\varphi) \\
 \dot{y} &= v \sin(\varphi) \\
 \dot{\varphi} &= -\frac{v}{L} \tan(\delta)
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

El vector de estado está definido por 'X' y el vector de control 'U' está conformado por la velocidad del vehículo  $v$  y el ángulo del timón  $\delta$  medido según la orientación del vehículo.

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \varphi \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} v \\ \delta \end{bmatrix}$$

Donde el ángulo  $\delta$  y la velocidad  $v$  tienen valores máximos y mínimos que dependen de las restricciones propias de la estructura del robot móvil utilizada. Conociendo cuales son las variables de entrada y salida se puede empezar con el diseño del sistema de control deseado.

## 2.3 Planeamiento de la Trayectoria Deseada

### 2.3.1 Controlador de Linealización Entrada-Salida

En la literatura existen distintas soluciones para poder controlar un robot móvil y que se mueva a un lugar específico, siguiendo una trayectoria deseada. El presente trabajo se basa principalmente en garantizar la estabilidad de la formación y pueda moverse cumpliendo los objetivos deseados. Sin embargo, debido a que el líder es el encargado de guiar a toda la formación, se explicará todo el proceso del planeamiento de la trayectoria que seguirá la formación en conjunto.

Debido a que el enfoque principal del presente trabajo es el logro y la estabilización de la formación, el controlador del robot líder puede ser implementado de distintas maneras. Sin embargo, entre las dos estrategias de control que se proponen para la formación, se opta por el control diseñado con Linealización Entrada-Salida para el robot líder, basándose en trabajos pasados como en [15–17]. Se elige esta opción debido a su versatilidad y amplio rango de trabajo en cuanto a las no linealidades presentes.

El método de Linealización Entrada-Salida se aplica a un sistema no lineal para obtener un sistema espacio-estado y poder aplicar teoría de sistemas lineales para el diseño del controlador. Se tiene el sistema no lineal de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{n \times 1} &= F(x)_{n \times 1} + G(x)_{n \times 1} \cdot u_{1 \times 1} \\ y_{1 \times 1} &= h(x)\end{aligned}\quad (2.3)$$

donde  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_n]^T$

Para aplicar el método, se busca derivar la salida hasta que aparezca la señal de control  $u$ . Para esto se realiza el proceso:

$$\dot{z} = \frac{\partial h}{\partial x} [f(x) + g(x) \cdot u] = L_f h(x) + L_g h(x) \cdot u \quad (2.4)$$

Donde  $L_f h(x)$  es llamada la Derivada Engañosa o Lie Derivative de  $h$  con respecto a  $f$ . Se tiene la derivada engañosa de orden 'k' con respecto a  $h$  y a  $f$  representada de la siguiente manera:

$$L_f^k h(x) = L_f(L_f^{k-1} h(x)) \quad (2.5)$$

Se deriva consecutivamente hasta encontrar la señal de control  $u$ :

$$\dot{z}_k = L_f^k h(x) + L_g L_f^{k-1} h(x) \cdot u, \text{ siendo } k \leq n \quad (2.6)$$

Se busca pues convertir el sistema no lineal a uno lineal de la forma:

$$\dot{Z} = A \cdot Z + B \cdot v \quad (2.7)$$

donde  $Z_{k \times 1}$  es el vector de estados para un sistema de orden  $k$ :

$$Z = \begin{matrix} \Sigma & & & & \Sigma_T \\ h(x) & L_f h(x) & L_f^2 h(x) & \dots & L_f^{k-1} h(x) \end{matrix}$$

Aplicando la teoría de sistemas lineales podemos obtener la señal de control  $v$ , del nuevo sistema lineal, de la siguiente manera:

$$v - v^* = -K(Z - Z^*) \quad (2.8)$$

Donde  $v^*$  y  $Z^*$  son los valores en estado estable del sistema estudiado. La matriz de ganancias  $K$  se puede hallar utilizando teoría de control óptimo, minimizando la función de costos (2.9) con la Ecuación de Riccati (2.10):

$$J = \int_0^{\infty} \left( \frac{1}{2} x^T Q x + \frac{1}{2} u^T R u \right) dt \quad (2.9)$$

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (2.10)$$

$Q$  y  $R$  son matrices diagonales distintas de cero, de orden  $k \times k$ . Finalmente, la ganancia del controlador lineal será del mismo orden que  $Z$  y tendrá la siguiente forma:

$$K = R^{-1} B^T P \quad (2.11)$$

Asumiendo que  $v^* = 0$  y  $Z^* = 0$ , y si el sistema es linealizable con este método, se obtiene la expresión de la señal de control  $u$  del sistema no lineal inicial:

$$u = \frac{v - L_f^k h(x)}{L_g L_f^{k-1} h(x)} \quad (2.12)$$

siendo:

$$v = \dot{z}_k = -K Z$$

### 2.3.2 Sistema de Control del Robot Líder

Aplicando lo que se vio en la sección 2.3.1, se puede diseñar un sistema de control para que el robot líder siga una trayectoria definida y guiar a toda la escuadra de robots seguidores, utilizando el modelo cinemático del Robot tipo Ackerman mostrado con el sistema no lineal 2.2.

Se puede demostrar que el sistema del Robot Ackerman tiene un grado relativo de dos, ya que no es posible controlar todas las variables que posee el vector de estados a la vez con un solo controlador. En este caso se requiere que la formación siga una línea recta horizontal y una trayectoria circular para evaluar el desempeño del sistema de control diseñado. Para el robot líder se controlará las variables de posición ‘ $y$ ’ y el ángulo ‘ $\varphi$ ’ de inclinación del vehículo, teniendo el siguiente sistema no lineal:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \sin(\varphi) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{v}{L} \end{bmatrix} \tan(\delta) \quad (2.13)$$

El robot líder se moverá a velocidad constante en reversa y se controlará el ángulo de giro del timón para que el vehículo cumpla realizando el recorrido. Sin embargo, para reducir la complejidad del sistema se utilizará la señal de control:

$$u = \tan(\delta)$$

Linealizando el sistema, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \quad (2.14)$$

donde:

$$z_1 = y$$

$$z_2 = \dot{z}_1 = \sin(\varphi)$$

$$\dot{z}_2 = -\frac{v^2}{L} \cos(\varphi) u = v$$

La señal de control  $u$  tendrá la forma:

$$u = \frac{L}{v^2} \cdot \frac{k_1(y - y^*) + k_2 v \{\sin(\varphi) - \sin(\varphi^*)\}}{\cos(\varphi)} \quad (2.15)$$

Siendo  $y^*$  y  $\varphi^*$  los valores deseados en estado estable.

En las Figuras 2.2 y 2.3 podemos ver el comportamiento del robot líder al seguir una trayectoria horizontal en el eje X positivo y una trayectoria circular, respectivamente. Se prueba desde distintas posiciones iniciales viendo que el sistema de control diseñado responde correctamente. Estas serán las mismas trayectorias que la formación deberá seguir para poder observar la funcionabilidad del sistema de control diseñado para la formación. Cabe resaltar que el líder solo estará a cargo de guiar a la formación a través de estas dos trayectorias, y son los robots seguidores los responsables de mantener la formación siguiendo al robot líder.

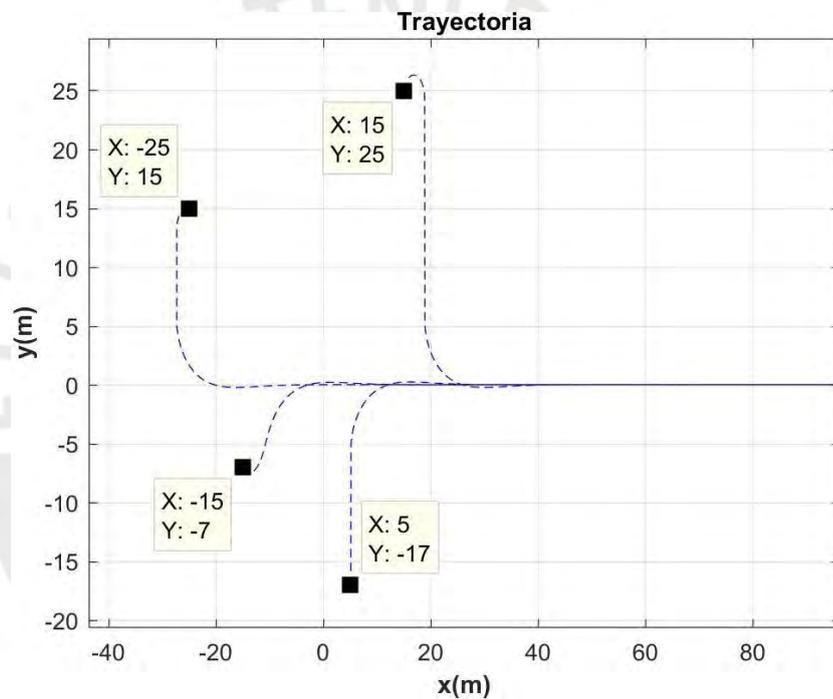


Figura 2.2: Robot Líder siguiendo trayectoria horizontal. Fuente: Propia

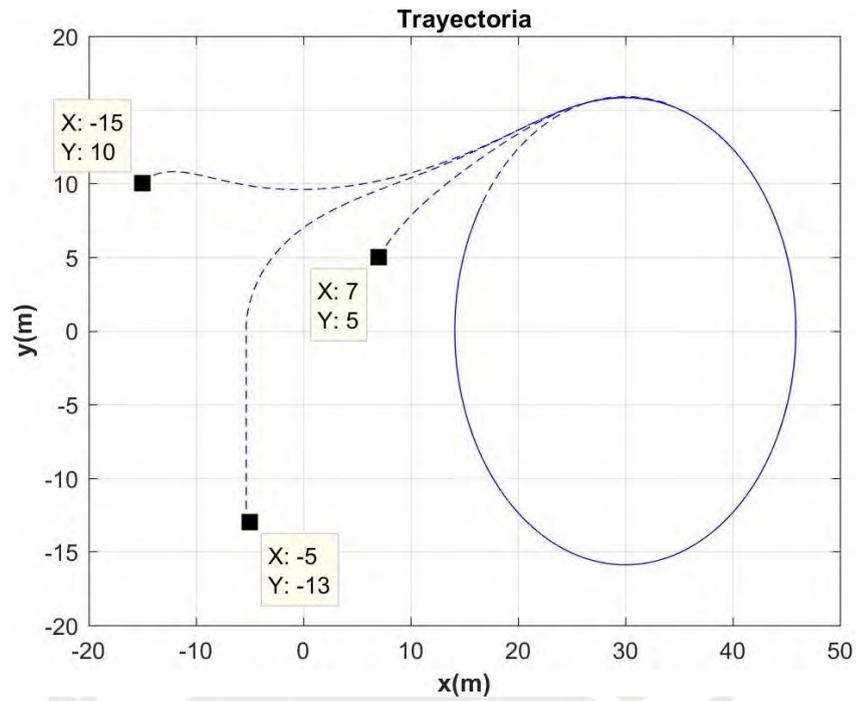
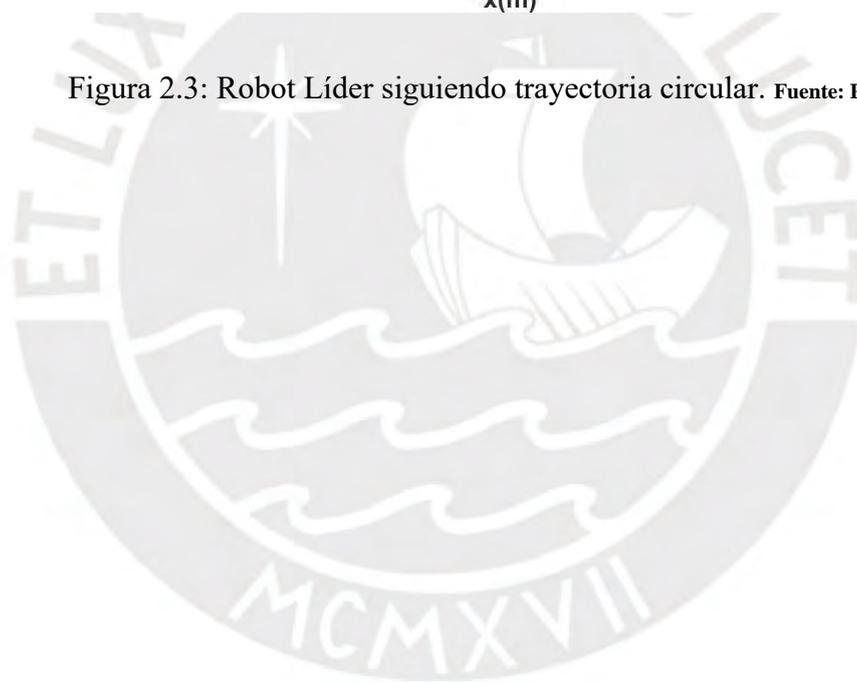


Figura 2.3: Robot Líder siguiendo trayectoria circular. Fuente: Propia



## Capítulo 3

# Modelamiento del Comportamiento de los Robots Seguidores Tipo Ackerman

### 3.1 Introducción

Con el método líder-seguidor con control descentralizado, el robot líder se encarga de mantener la trayectoria, y los seguidores de evitar colisiones y mantener la formación. Para realizar esto es indispensable realizar el análisis cinemático de la estructura de la formación ya que, si se aplica directamente el modelo del robot tipo Ackerman a cada robot seguidor, estos no podrán seguir correctamente al líder al no tener información de la trayectoria planeada.

En este capítulo se realizará el análisis cinemático de la formación a partir del modelo bicicleta del robot tipo Ackerman. Se obtendrá el sistema no lineal que cada robot seguidor tendrá para que pueda formarse siguiendo al robot líder. Cada robot tendrá una posición inicial aleatoria, como se muestra en la Figura 3.1 para un grupo de ' $n$ ' robots, para así determinar el comportamiento y la eficiencia de los controladores diseñados.

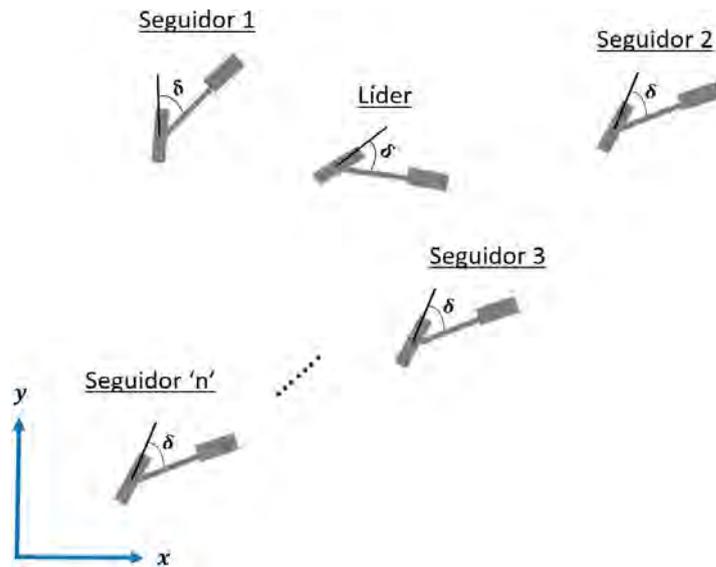


Figura 3.1: Grupo de 'n' robots en modelo bicicleta ubicados aleatoriamente. Fuente: Propia

### 3.2 Modelamiento de la Formación

Para lograr que cada robot vaya a su posición designada en la formación, se realizará el análisis cinemático de cada par de robots ya que cada robot seguidor tendrá una distancia y un ángulo de desfase con el robot líder que serán constantes para lograr diferentes tipos de formaciones como las mostradas en la Figura 3.2.

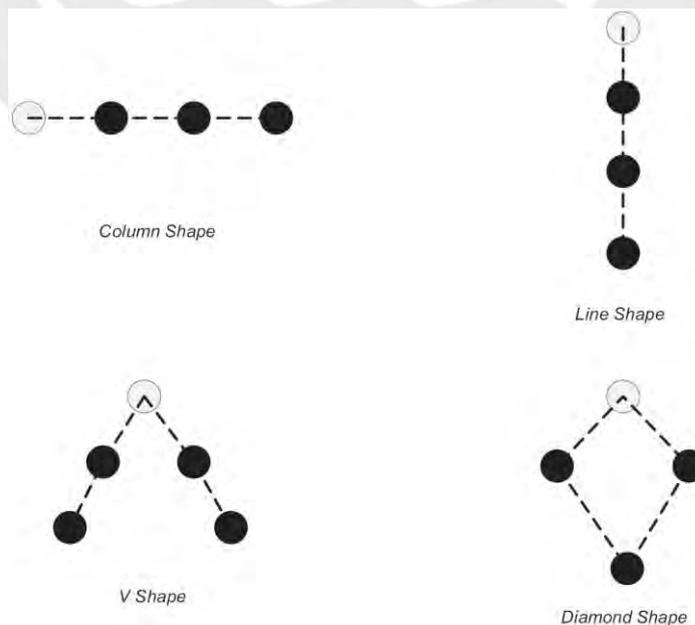


Figura 3.2: Tipos de Formación [3]

Se empezará analizando un par de robots, el líder y un seguidor, como los mostrados en la Figura 3.3 donde los robots están representados con el modelo bicicleta para robots tipo Ackerman.

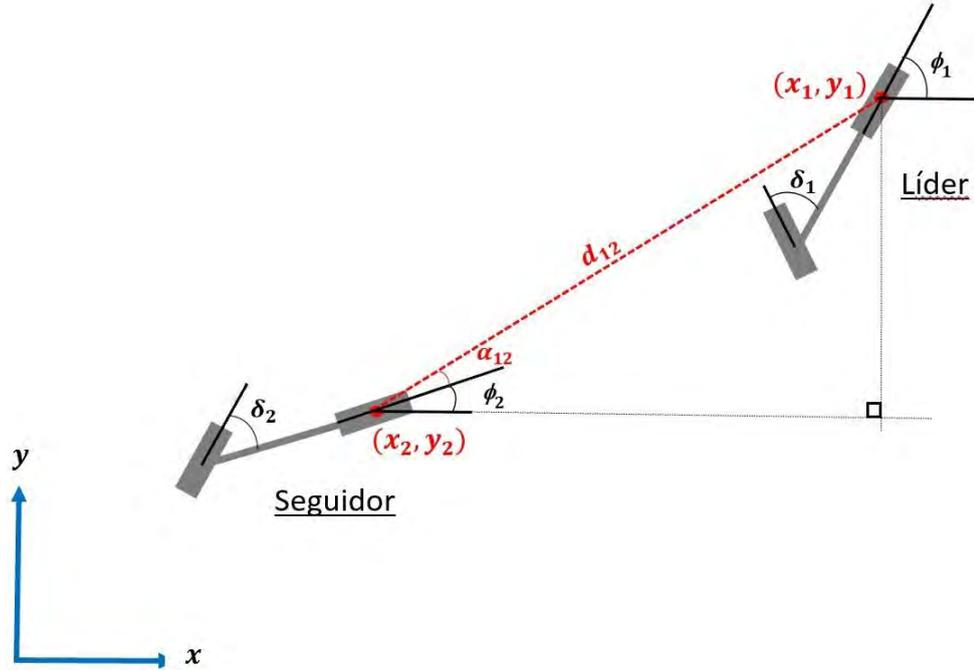


Figura 3.3: Formación conformada por un Líder y un Seguidor. Fuente: Propia

De la Figura 3.3 se deduce las ecuaciones cinemáticas que rigen el comportamiento del robot seguidor para mantener una distancia ( $d_{12}^*$ ) y un ángulo deseado ( $\alpha_{12}^*$ ) con respecto al líder. El sistema no lineal es el siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{d}_{12} &= \frac{v_1 \beta_1 - v_2 \beta_2}{d_{12}} \\ \dot{\alpha}_{12} &= \frac{v_1 \beta_3 - v_2 \beta_4}{d_{12}^2} + \frac{v_2}{L} \tan \delta_2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde:

$$\beta_1 = (x_1 - x_2) \cos \varphi_1 + (y_1 - y_2) \sin \varphi_1$$

$$\beta_2 = (x_1 - x_2) \cos \varphi_2 + (y_1 - y_2) \sin \varphi_2$$

$$\beta_3 = (x_1 - x_2) \sin \varphi_1 - (y_1 - y_2) \cos \varphi_1$$

$$\beta_4 = (x_1 - x_2) \sin \varphi_2 - (y_1 - y_2) \cos \varphi_2$$

Si se requiere agregar más robots seguidores a la formación, es necesario generalizar el modelo cinemático (3.1) para así poder tener un sistema de ecuaciones que describan el movimiento de cada robot seguidor. El sistema generalizado es:

$$\begin{aligned}\dot{d}_{jk} &= \frac{v_j \beta_{1i} - v_k \beta_{2i}}{d_{jk}} \\ \dot{\alpha}_{jk} &= \frac{v_j \beta_{3i} - v_k \beta_{4i}}{d_{jk}^2} + \frac{v_k}{L} \tan \delta_k\end{aligned}\tag{3.2}$$

donde:

$$\beta_{1i} = (x_j - x_k) \cos \varphi_j + (y_j - y_k) \sin \varphi_j$$

$$\beta_{2i} = (x_j - x_k) \cos \varphi_k + (y_j - y_k) \sin \varphi_k$$

$$\beta_{3i} = (x_j - x_k) \sin \varphi_j - (y_j - y_k) \cos \varphi_j$$

$$\beta_{4i} = (x_j - x_k) \sin \varphi_k - (y_j - y_k) \cos \varphi_k$$

El líder de la formación siempre tendrá la posición número uno, teniendo como coordenadas  $(x_1, y_1)$  como se ve en la Figura 3.3. Siguiendo lo descrito en el modelo (3.2), el robot seguidor 'k' puede tomar como líder a seguir al robot número uno o líder principal, así como también a cualquier robot seguidor con un orden mayor al de el mismo que es 'k'.

Se puede observar que el robot seguidor puede elegir al líder que convenga según la formación que se esté realizando. Esta característica será muy importante para el algoritmo de evasión de colisiones que se explicará más adelante.

### 3.3 Estrategias de Control Propuestas

Para el diseño de los sistemas de control propuestos se trabajará con el modelo cinemático generalizado para un robot seguidor 'k' siguiendo a su robot líder 'j', visto en (3.2). Se diseñarán dos tipos de controladores aplicando los métodos de linealización de sistemas no lineales de Linealización por Aproximación y Linealización Entrada-Salida. Cabe resaltar que cada robot contará con su propio

controlador para conseguir estabilizar la formación deseada y seguir la trayectoria brindada por el robot líder principal.

### 3.3.1 Linealización por aproximación

Se cuenta con un sistema no lineal de la forma:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (3.3)$$

Es posible linealizar el sistema alrededor del punto de operación  $f(x^*, u^*)$ , teniendo la siguiente aproximación lineal del sistema:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.4)$$

Donde A y B pueden encontrarse utilizando Linealización Jacobiana:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x^*, u^*} = A, \quad \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x^*, u^*} = B \quad (3.5)$$

Con el nuevo Sistema Espacio-Estado (3.4) podemos minimizar la función de costos (2.9) con la Ecuación de Riccati (2.10), vistas en el Capítulo 2, para encontrar la matriz  $K$  de ganancias del controlador diseñado.

Aplicando esta teoría al sistema líder-seguidor general encontrado (3.2) para cada un robot seguidor arbitrario ‘ $k$ ’, se considerará como punto de operación una formación tipo línea horizontal, donde cada una de las siguientes variables son consideradas en estado estable:

$$\begin{aligned} y_j^* &= y_k^* = 0 & \varphi_j^* &= \varphi_k^* = 0 \\ v_j^* &= v_k^* = v & \tan(\delta_j^*) &= \tan(\delta_k^*) = 0 \\ d_{jk}^* &= x_j^* - x_k^* & a_{jk}^* &= 0 \end{aligned}$$

Se obtienen las siguientes derivadas que conforman las matrices A y B, siendo la señal de control  $u = [v_k \tan(\delta_k)]^T$  y el vector de estados  $x = [d_{jk} \ a_{jk}]^T$ :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \dot{d}_{jk}}{\partial d_{jk}} \Big|_{x^*, u^*} &= 0 & \frac{\partial \dot{d}_{jk}}{\partial a_{jk}} \Big|_{x^*, u^*} &= 0 \\
 \frac{\partial \dot{a}}{\partial d_{jk}^{jk}} \Big|_{x^*, u^*} &= 0 & \frac{\partial \dot{a}}{\partial a_{jk}^{jk}} \Big|_{x^*, u^*} &= 0 \\
 \frac{\partial \dot{d}_{jk}}{\partial v_k} \Big|_{x^*, u^*} &= -1 & \frac{\partial \dot{d}_{jk}}{\partial \tan(\delta_k)} \Big|_{x^*, u^*} &= 0 \\
 \frac{\partial \dot{a}}{\partial v_k} \Big|_{x^*, u^*} &= 0 & \frac{\partial \dot{a}}{\partial \tan(\delta_k)} \Big|_{x^*, u^*} &= \frac{\bar{v}}{\bar{L}}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Con las componentes de las matrices A y B encontradas en (3.6), se obtiene el sistema lineal generalizado para cualquier seguidor:

$$\begin{bmatrix} \dot{d}_{jk} \\ \dot{a}_{jk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{jk} \\ a_{jk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \frac{\bar{v}}{\bar{L}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ \tan(\delta_k) \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

Adicionalmente, se hallan las ganancias del controlador K para que el robot seguidor se posicione a una distancia  $d_{jk}$  y un ángulo  $a_{jk}$  desde el seguidor 'k' hacia el líder asignado 'j'.

$$\begin{bmatrix} v_k - v_k^* \\ \tan(\delta_k) - \tan(\delta_k^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{jk} - d_{jk}^* \\ a_{jk} - a_{jk}^* \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

Nótese que el vector de control deseado en estado estable es  $u^* = [v_k^* \ \tan(\delta_k^*)]^T$ .

### 3.3.2 Linealización Entrada-Salida

Se aplicará la misma teoría vista para el controlador del robot líder en la sección 2.3.1, donde se explicó la Linealización Entrada-Salida para el diseño del sistema de control deseado.

Analizando el sistema líder-seguidor generalizado encontrado en 3.2, se obtienen las ecuaciones para las variables de estado  $d_{jk}$  y  $a_{jk}$ :

$$\begin{aligned}\dot{d}_{jk} &= u_1 = -k_1(d_{jk} - d_{jk}^*) \\ \dot{a}_{jk} &= u_2 = -k_2(a_{jk} - a_{jk}^*)\end{aligned}\quad (3.9)$$

Donde  $d_{jk}^*$  y  $a_{jk}^*$  serán la distancia y el ángulo en estado estable desde el seguidor 'k' hacia el líder asignado 'j'. El sistema linealizado será el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{d}_{jk} \\ \dot{a}_{jk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{jk} \\ a_{jk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}\quad (3.10)$$

Igualando la ecuación (3.9) con el modelo general (3.2) podemos encontrar las expresiones que rigen el comportamiento de la señal de control  $u = [v_k \tan(\delta_k)]^T$ :

$$\begin{aligned}v &= \frac{v_j[(x_j - x_k) \cos \varphi_j + (y_j - y_k) \sin \varphi_j] + k_1 d_{jk}(d_{jk} - d_{jk}^*)}{(x_j - x_k) \cos \varphi_k + (y_j - y_k) \sin \varphi_k} \\ \tan(\delta_k) &= \frac{\{-k_2 d_{jk}^2 (a_{jk} - a_{jk}^*) - v_j[(x_j - x_k) \sin \varphi_j - (y_j - y_k) \cos \varphi_j] + v_k[(x_j - x_k) \sin \varphi_k - (y_j - y_k) \cos \varphi_k]\}L}{d_{jk}^2 v_k}\end{aligned}\quad (3.11)$$

Al igual que con el controlador de Linealización por Aproximación, las componentes del vector de ganancias  $K$  se hallan con la teoría de control óptimo visto anteriormente, resolviendo la Ecuación de Riccati (2.10) para minimizar la Función de Costos (2.9). Manipulando las matrices  $Q$  y  $R$  se encuentran los valores  $k_1$  y  $k_2$  del controlador diseñado que estabilizará la formación deseada.

### 3.4 Algoritmo de Control

Se presenta el algoritmo de control para ambos tipos de controladores diseñados:

---

**Algoritmo 3.1** Algoritmo para lograr la formación de un robot seguidor  $k$

---

- 1: Se inicializa robot seguidor  $k$
  - 2: Se inicializa robot  $j$  como el líder del robot  $k$
  - 3: El vector de estados del robot  $k$  es:  $x = [d_{jk} \ a_{jk}]^T$
  - 4: Se inicializa controlador
  - 5: **while** Líder principal en movimiento **do**
  - 6:   Lee posición relativa de los robots en el grupo
  - 7:   Evalúa posibles colisiones
  - 8:   Controlador calcula  $v_k$  y  $\delta_k$  para cumplir la formación requerida o evitar colisiones
  - 9: **end while**
- 

Cabe resaltar que el algoritmo 3.1 es el que tiene programado todos los robots seguidores para que estos puedan cumplir satisfactoriamente con la tarea de lograr la formación y mantenerla estable.

### 3.5 Evasión de Colisiones

Para evitar las colisiones entre robots en la formación se propone un algoritmo basado en prioridades. El líder principal, robot número uno, siempre tendrá la prioridad ya que este solo se encarga de guiar a todo el grupo sin realizar ningún intercambio de información con algún robot seguidor. Así el controlador del robot líder solo se encarga de que este vaya siguiendo la trayectoria deseada logrando minimizar la cantidad de información que tenga que manejar.

El robot seguidor número dos solo estará pendiente del robot número uno, el líder, evitando cualquier posible colisión que pueda ocurrir entre ambos. A partir del robot seguidor número tres se empieza a utilizar el algoritmo, el cual tiene como característica principal la posibilidad que tiene cada robot seguidor de cambiar el líder que tiene asignado. Es así que el robot tres cambiará de líder de acuerdo a la formación

que se requiera realizar y también para evitar colisiones con el robot dos y el robot uno.

Si se asume que el robot número tres tiene como líder predefinido al robot número dos, entonces el robot tres tendrá un vector de estados que relacione la distancia y el ángulo de este con su líder ( $x = [d_{23} \ a_{23}]^T$ ), siguiendo los modelos linealizados encontrados en (3.7) y (3.10). Entonces el controlador evitará una posible colisión entre estos dos robots mientras se forman y siguen al líder principal por la trayectoria planeada. Para evitar una colisión entre el robot uno (líder principal) y el robot tres en este caso, este último cambiará el controlador que utiliza modificando su líder, pasando a ser el robot uno. Entonces el nuevo vector de estados del robot tres será ( $x = [d_{13} \ a_{13}]^T$ ). El Algoritmo 3.2 explica de mejor manera los pasos que se realizan para evitar colisiones.

En general, cualquier robot seguidor adicional seguirá el mismo algoritmo, siempre teniendo en cuenta a los demás robots que tiene mayor prioridad para evitar cualquier colisión. En el caso particular del último robot seguidor, este tendrá la menor de las prioridades por lo que estará pendiente de todos los demás robots en la formación para evitar colisiones entre el mismo y cualquier otro robot.

---

**Algoritmo 3.2** Algoritmo para evitar colisiones del robot número tres

---

- 1: Se inicializa robot seguidor 3
  - 2: Se inicializa robot 2 como el líder del robot 3
  - 3: El vector de estados del robot 3 es:  $x = [d_{23} \ a_{23}]^T$
  - 4: El controlador del robot 3 evita cualquier colisión con el robot 2
  - 5: **if** ¿Hay una posible colisión con el robot 1? = **true then**
  - 6:   El vector de estados del vector 3 es:  $x = [d_{13} \ a_{13}]^T$
  - 7:   El controlador del robot 3 evita cualquier colisión con el robot 1
  - 8: **end if**
  - 9: Retorna al paso 3 y continua analizando si hay posibles colisiones con el robot 1
- 

Para asegurar la efectividad del algoritmo se asume que la distancia ( $d_{jk}$ ) entre cada robot será mayor que dos veces el largo de cada robot ( $d_{jk} > 2L$ ).

# Capítulo 4

## Simulaciones y Resultados

### 4.1 Introducción

En este capítulo se presentan los resultados de simulación de dos tipos de formación de robots, conformada por tres robots; sin embargo, se puede implementar aumentando la cantidad de robots en la formación sin problemas. Se empleará un ambiente de simulación implementado en MATLAB, donde la formación deberá seguir dos trayectorias planeadas distintas. Se centrará en determinar la efectividad de los sistemas de control diseñados, enfocándose en el control de la formación que realizarán los robots seguidores.

Como se indicó anteriormente, el líder principal se encargará de seguir una determinada trayectoria o ir a una posición deseada. Esto puede ser implementado con cualquier tipo de controlador, pero se utilizará el controlador por linealización entrada-salida visto en el capítulo 2.

Se realizarán pruebas con dos trayectorias definidas en el robot líder, estas son una trayectoria lineal y otra circular. Para realizar las pruebas del seguimiento de las trayectorias se utilizarán las formaciones en línea horizontal y la de forma de V, como se ve en las Figuras 4.1(a) y 4.1(b) respectivamente. Cada formación será implementada con los dos tipos de controladores explicados en el Capítulo 3, en cada trayectoria planeada.

Se realizarán pruebas para evaluar el rechazo al ruido y perturbaciones. Adicional-

mente, se presentará un cuadro comparativo de ambos controladores para analizar su desempeño. Finalmente, se proporcionará una propuesta de implementación con robots móviles autónomos.

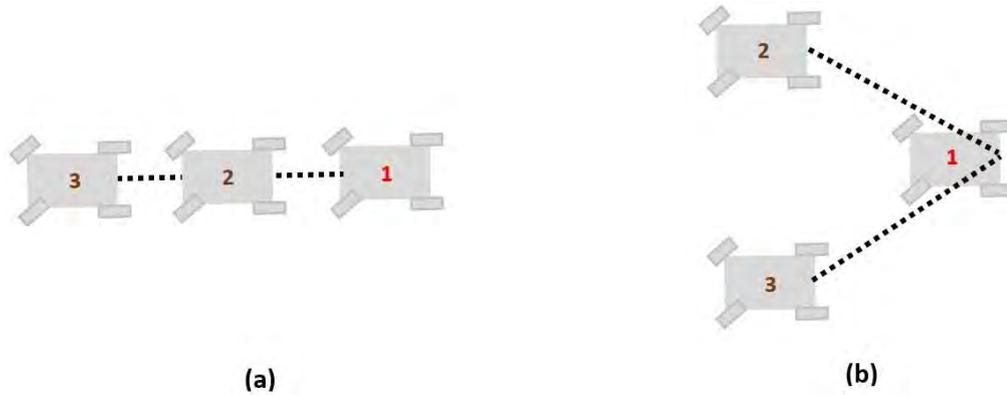


Figura 4.1: Tipos de formaciones para las simulaciones realizadas. Fuente: Propia

## 4.2 Trayectoria Lineal

En este caso, el robot líder guiará a la formación a través de una línea horizontal sobre el Eje X positivo, utilizando el controlador diseñado en el Capítulo 2. Para lograr esto las variables en estado estable del líder principal deben ser las siguiente:

$$y_1^* = 0 \quad \varphi_1^* = 0 \quad \tan(\delta_1^*) = 0 \quad (4.1)$$

### 4.2.1 Formación en Línea Horizontal

Para lograr la formación horizontal se propone que cada robot debe estar espaciado una distancia de 6 metros y el ángulo relativo de uno respecto de otro debe ser  $0^\circ$ , utilizando el controlador basado en Linealización por Aproximación visto en 3.3.1. Esta información es ingresada a cada robot móvil mediante las variables deseadas en estado estable:

$$\begin{aligned}
 d_{12}^* &= 6 & a_{12}^* &= 0^\circ \\
 d_{23}^* &= 6 & a_{23}^* &= 0^\circ \\
 d_{13}^* &= 12 & a_{13}^* &= 0^\circ
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

La Figura 4.2 nos muestra el recorrido que realiza cada robot móvil para llegar a su posición dentro de la formación y en conjunto seguir la trayectoria horizontal guiada por el robot líder 1. La posición inicial de cada uno de los miembros del grupo se escogió al azar y se muestran en (4.3) , ya que esta posición no afecta el comportamiento de la formación.

$$\begin{aligned}
 (x_{1_0}, y_{1_0}) &= (-13, -10)m \\
 (x_{2_0}, y_{2_0}) &= (6, 6)m \\
 (x_{3_0}, y_{3_0}) &= (-9, -6)m
 \end{aligned}
 \tag{4.3}$$

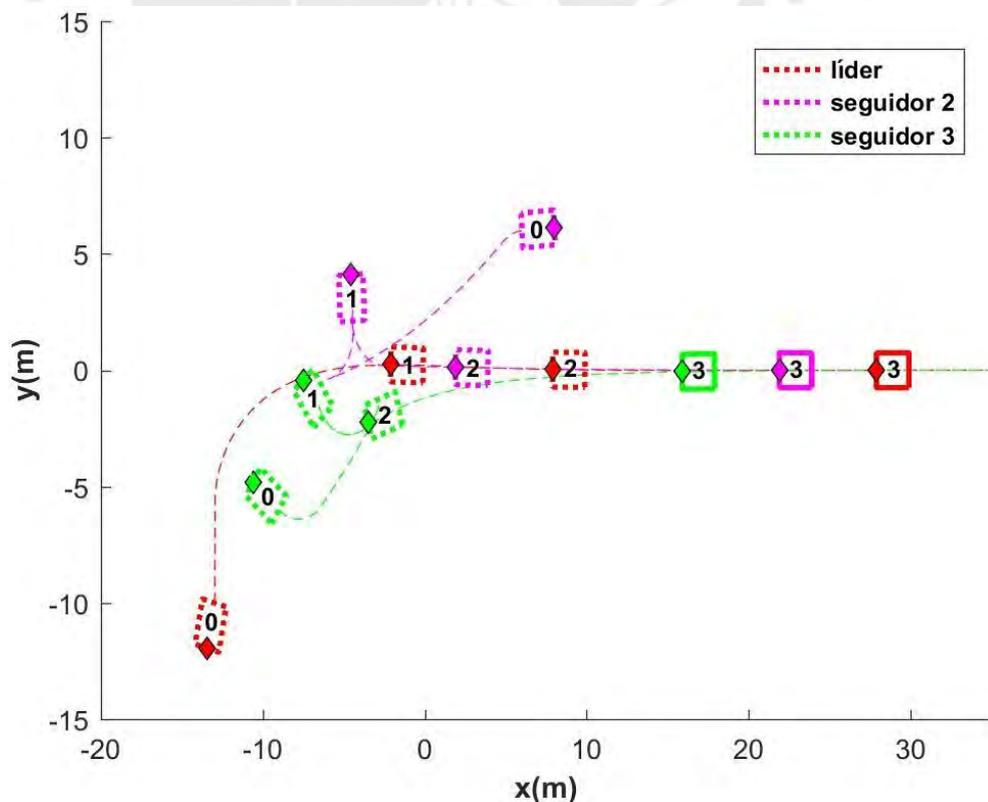


Figura 4.2: Trayectoria Lineal de la Formación en Línea Horizontal utilizando Linealización por Aproximación. Fuente: Propia

En las Figuras 4.3, 4.5 y 4.4 se observan las variables de estado utilizando distintos líderes para cada robot seguidor. Vemos pues que cada robot se mueve de tal forma que llega a su posición deseada vista en (4.2) y logra mantenerla a través del tiempo, mientras se mueven en conjunto.

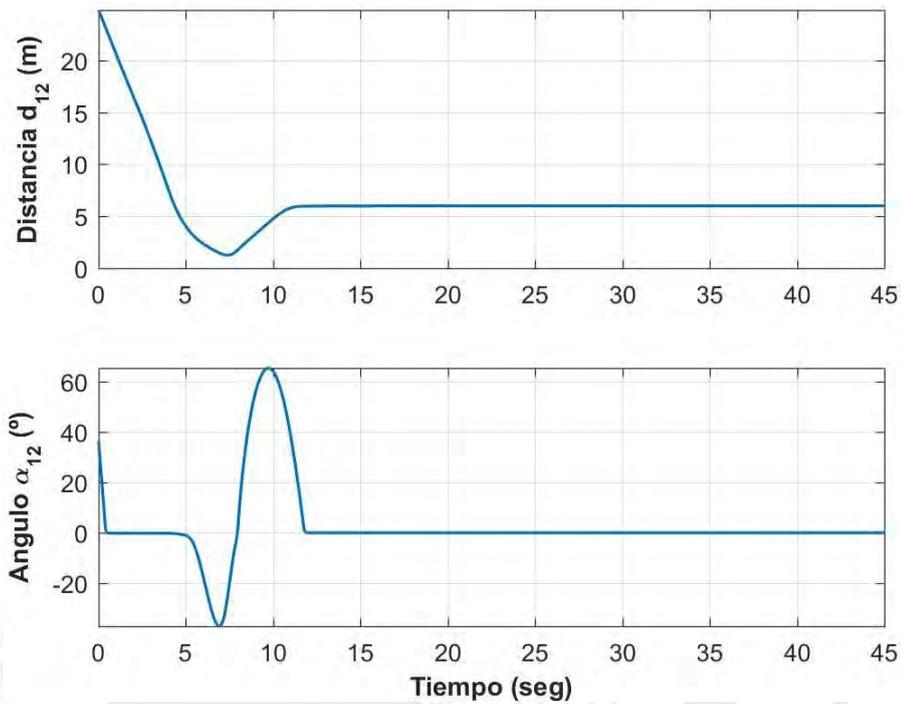


Figura 4.3: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia

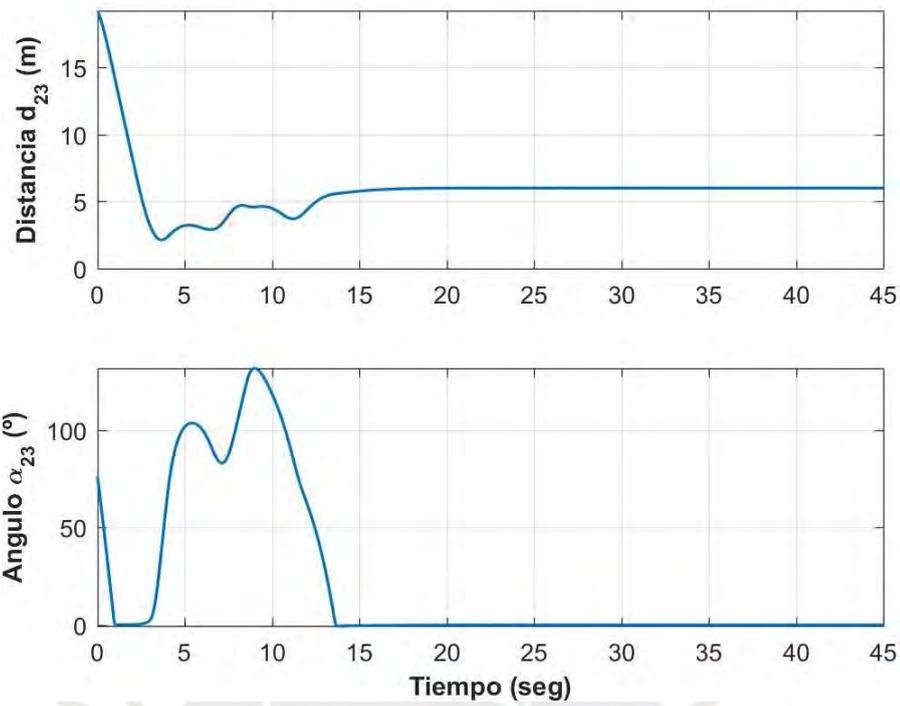


Figura 4.4: Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia

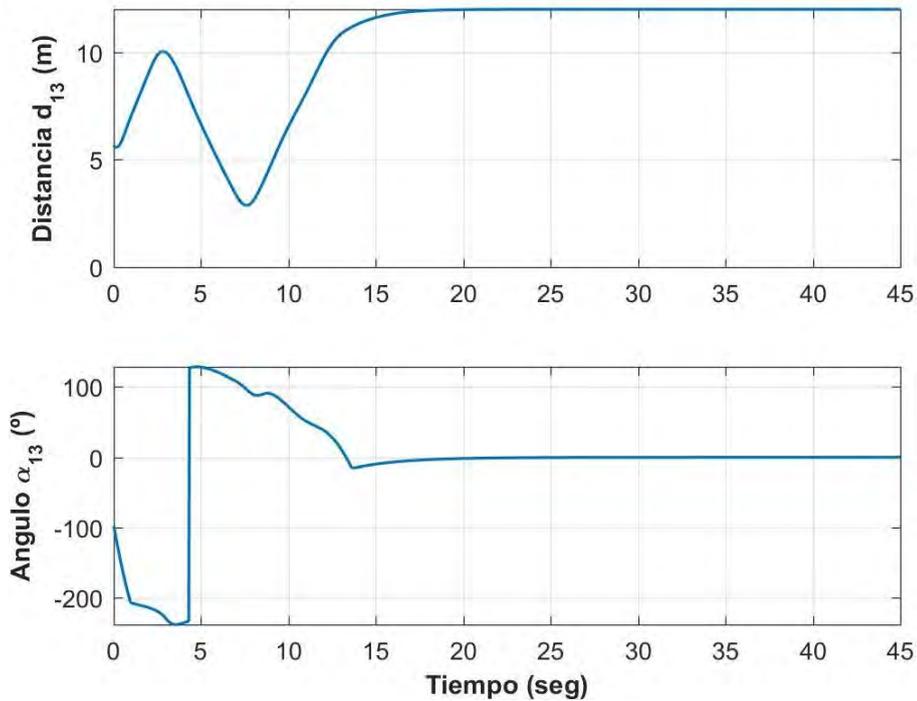


Figura 4.5: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia

Se realizan pruebas utilizando el controlador basado en Linealización Entrada-

Salida, teniendo el mismo tipo de formación y posiciones iniciales de cada robot vistas en (4.3). La Figura 4.6 muestra el comportamiento de la formación utilizando este nuevo controlador.

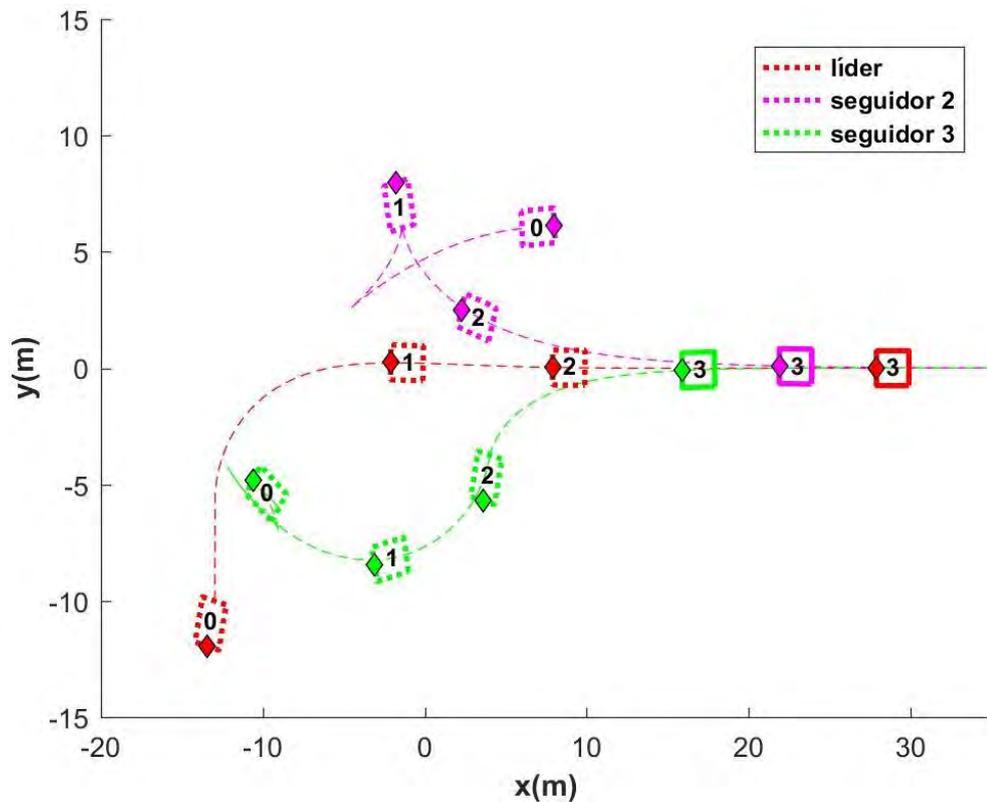


Figura 4.6: Trayectoria Lineal de la Formación en Línea Horizontal utilizando Linealización Entrada-Salida. Fuente: Propia

Las Figuras 4.7, 4.8 y 4.9 nos muestran las variables de estado utilizando el controlador por Linealización Entrada-Salida en cada robot seguidor, donde los estados deseados siguen siendo los mismo que se indican en (4.2).

Se observa la eficacia de ambos controladores con mínimas diferencias, logrando tener cada robot correlativo una distancia de separación de 6 metros y completamente en orientación horizontal con respecto al eje de coordenadas con el que se trabaja, una vez que ya se encuentran en formación, siguiendo al líder.

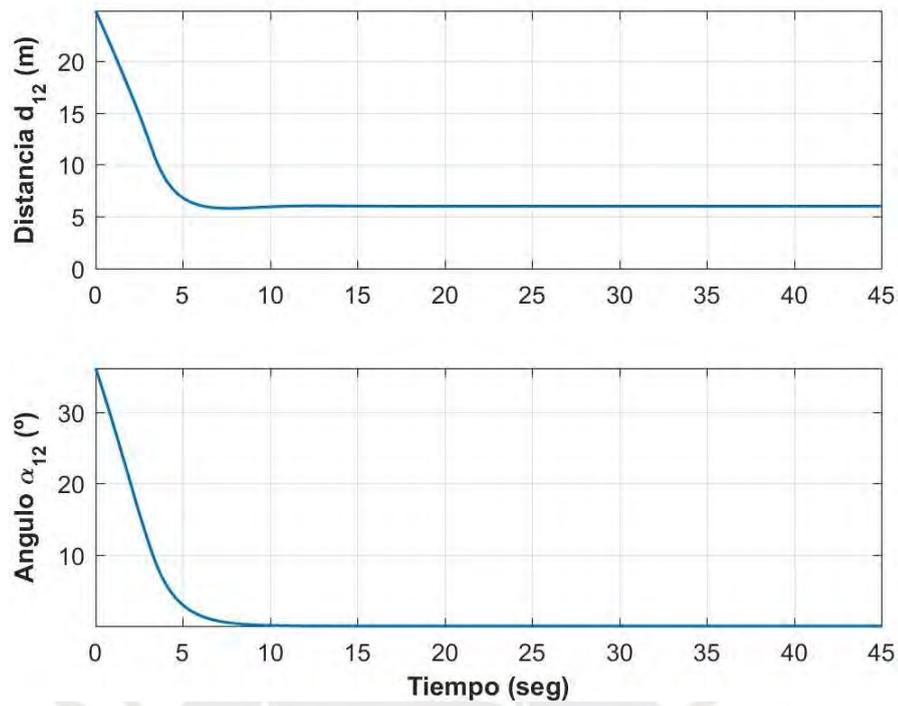


Figura 4.7: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia

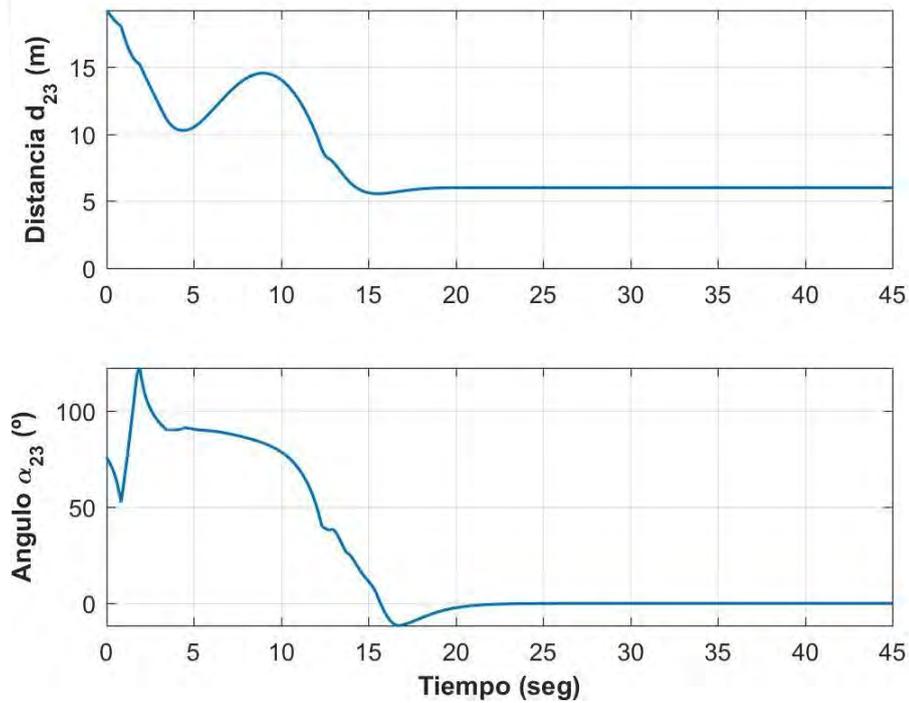


Figura 4.8: Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia

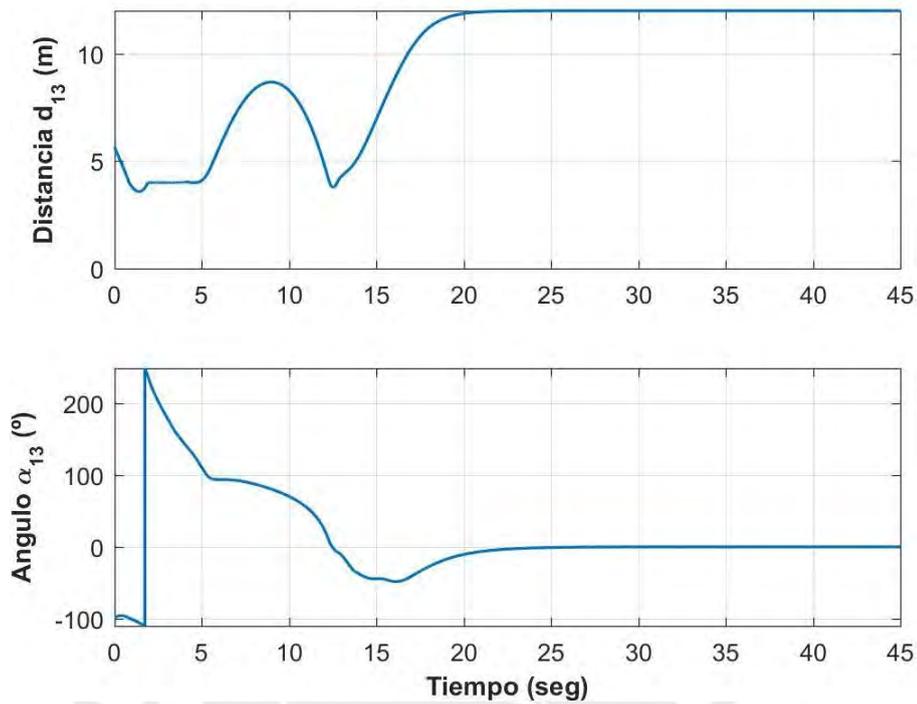


Figura 4.9: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia

#### 4.2.2 Formación en Forma de V

En este caso se realizará un Formación en V o Triangular ya que se formará un triángulo isósceles de lado 6m y ángulo  $45^\circ$ , cuando la formación ya se encuentre en estado estable. Se realizaron pruebas con el controlador basado en Linealización por Aproximación para que cada robot seguidor llegue a la formación siguiendo las variables deseadas:

$$\begin{aligned}
 d_{12}^* &= 6 \quad \alpha_{12}^* = -45^\circ \\
 d_{23}^* &= 6\sqrt{2} \quad \alpha_{23}^* = 90^\circ \\
 d_{13}^* &= 6 \quad \alpha_{13}^* = 45^\circ
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

En esta sección se utilizarán posiciones iniciales distintas mostradas en (4.5). La formación seguirá siguiendo una trayectoria horizontal, hacia el eje X positivo.

$$\begin{aligned}
 (x_{1_0}, y_{1_0}) &= (-25, 15)m \\
 (x_{2_0}, y_{2_0}) &= (6, -8)m \\
 (x_{3_0}, y_{3_0}) &= (-15, 6)m
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

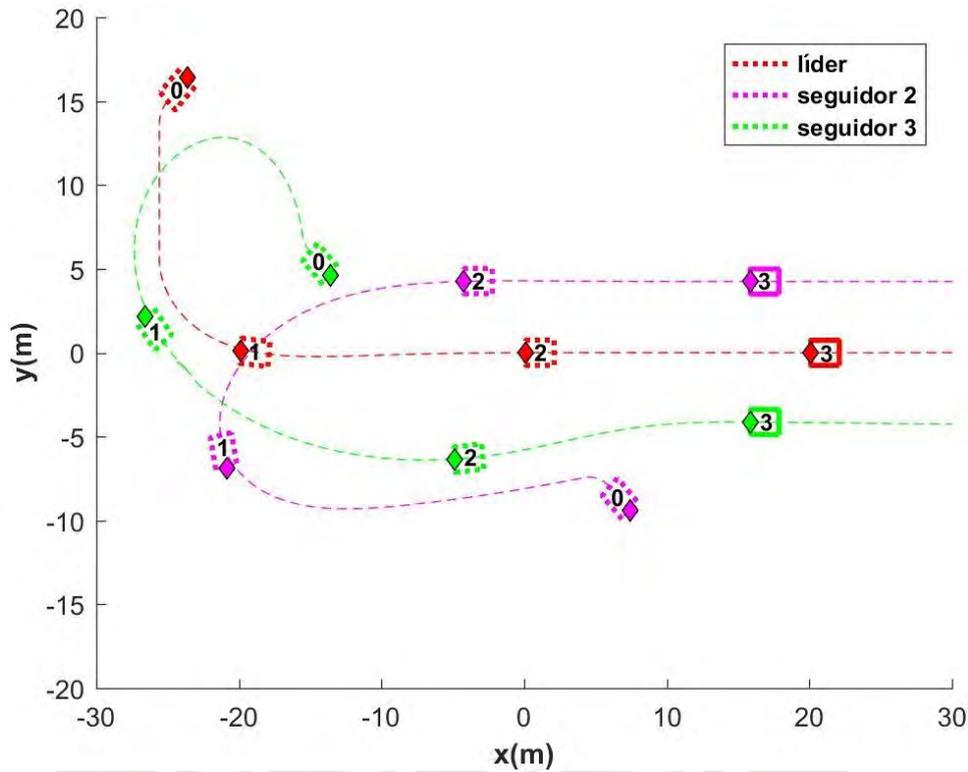


Figura 4.10: Trayectoria Lineal de la Formación en V utilizando Linealización por Aproximación. Fuente: Propia

En la Figura 4.10 observamos la trayectoria que realiza cada robot móvil para completar la formación y finalmente seguir la línea horizontal marcada por el líder. Con las Figuras 4.11, 4.12 y 4.13 se corrobora que la formación se logró satisfactoriamente y se mantiene estable. Para el ángulo  $\alpha_{23}$ , en la Figura 4.12, se observa que toma un valor negativo cuando en estado estable debe ser  $90^\circ$ . Esto se debe a que según los cálculos que realiza el controlador, se toma en cuenta el mismo ángulo expresado como el negativo del conjugado ( $90^\circ = -270^\circ$ ).

Nótese que, aunque se basó en un punto de operación para el modelamiento del sistema, el cual fue  $d_{jk}^* = d$  y  $\alpha_{jk}^* = 0^\circ$ , si las variables de estado deseadas para la formación se mantienen dentro del rango, el controlador sigue funcionando correctamente.

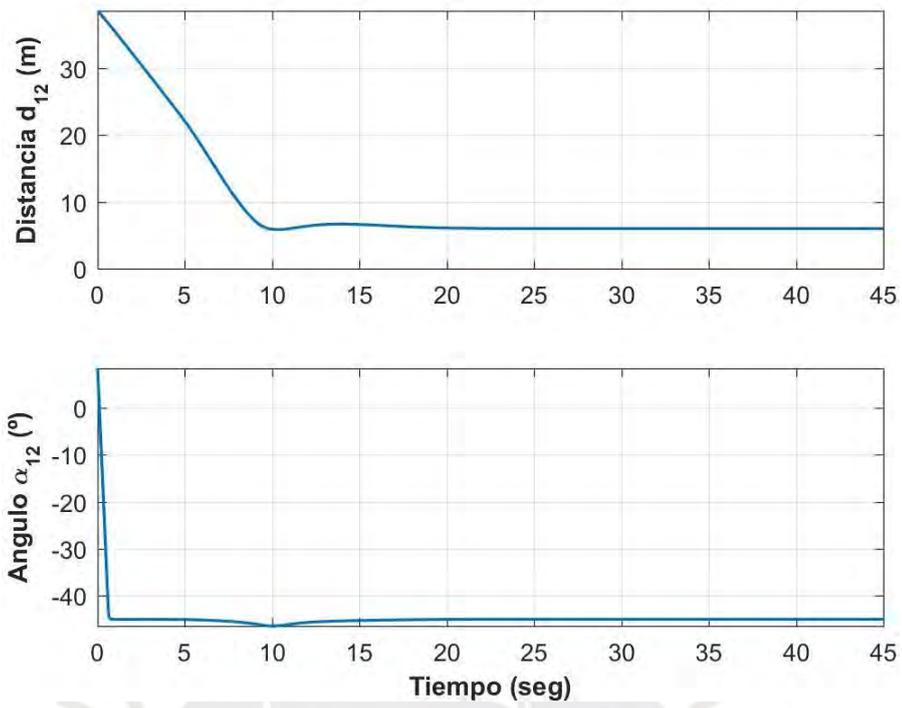


Figura 4.11: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia

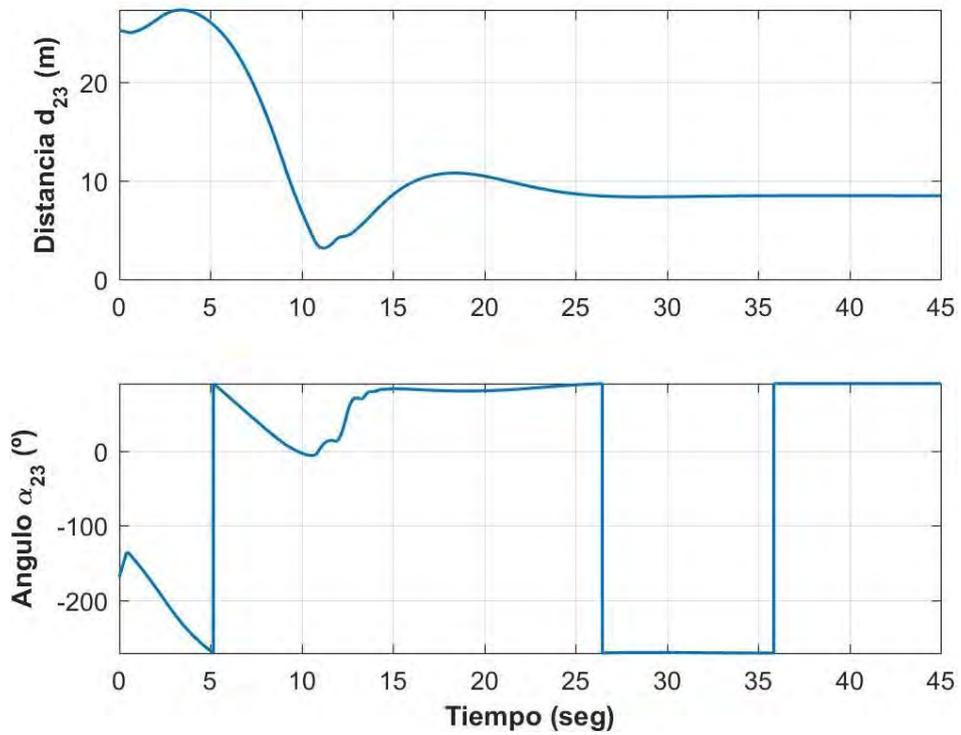


Figura 4.12: Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia

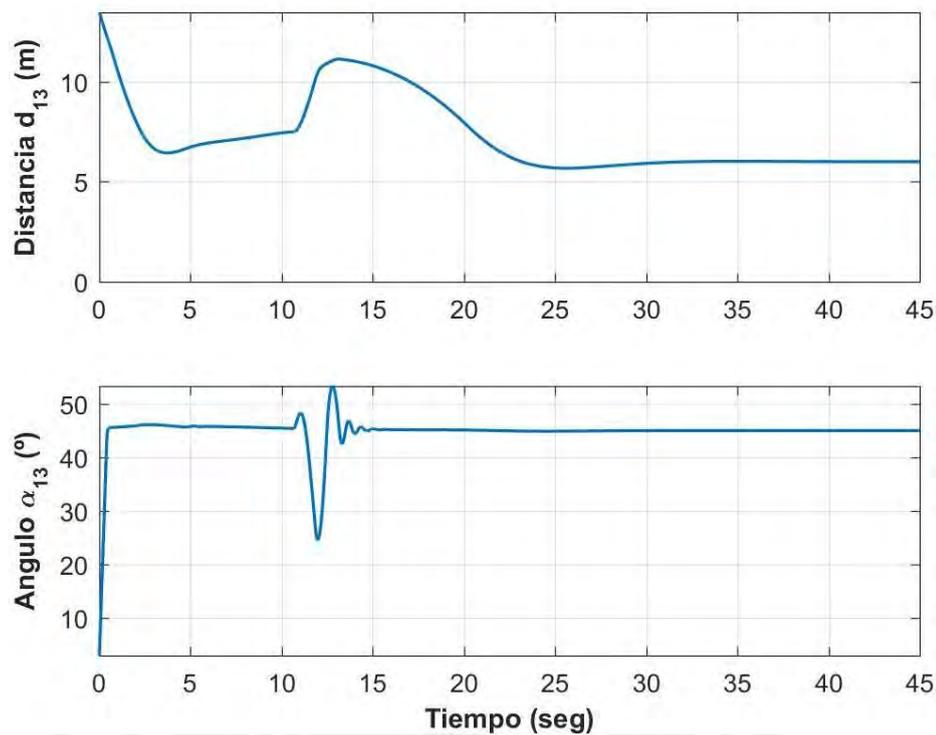


Figura 4.13: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia

En la Figura 4.14 se observa el comportamiento de cada robot de la formación para llegar a las posiciones deseadas cambiando el controlador al basado en Linealización Entrada-Salida. Las Figuras 4.15, 4.16 y 4.17 nos corroboran la estabilidad del sistema una vez los robots ya están formados.

Para poder realizar una comparación, se toman las mismas posiciones iniciales (4.5) y la formación tendrá las mismas características del triángulo isósceles descrito. Notamos que, utilizando este tipo de controlador, los ángulos deseados ( $\alpha_{jk}$ ) se mantienen en los valores deseados y pasan a ser negativos por periodos de tiempo cuando la formación ya está establecida.

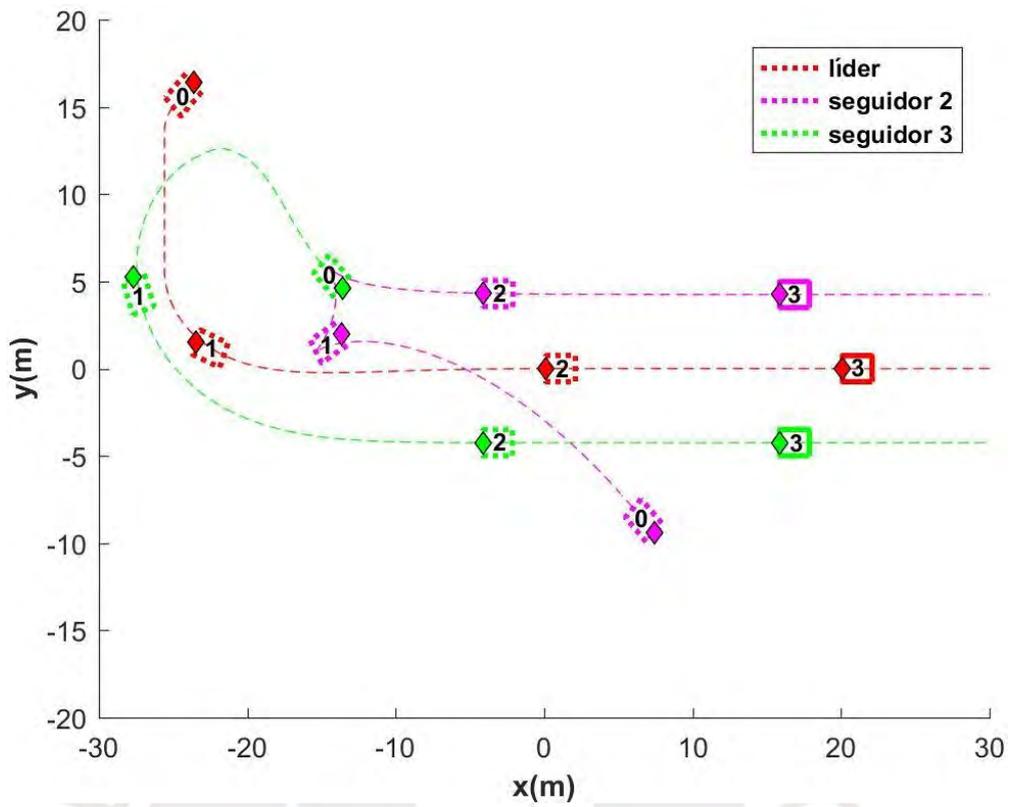


Figura 4.14: Trayectoria Lineal de la Formación en V utilizando Linealización Entrada-Salida. Fuente: Propia

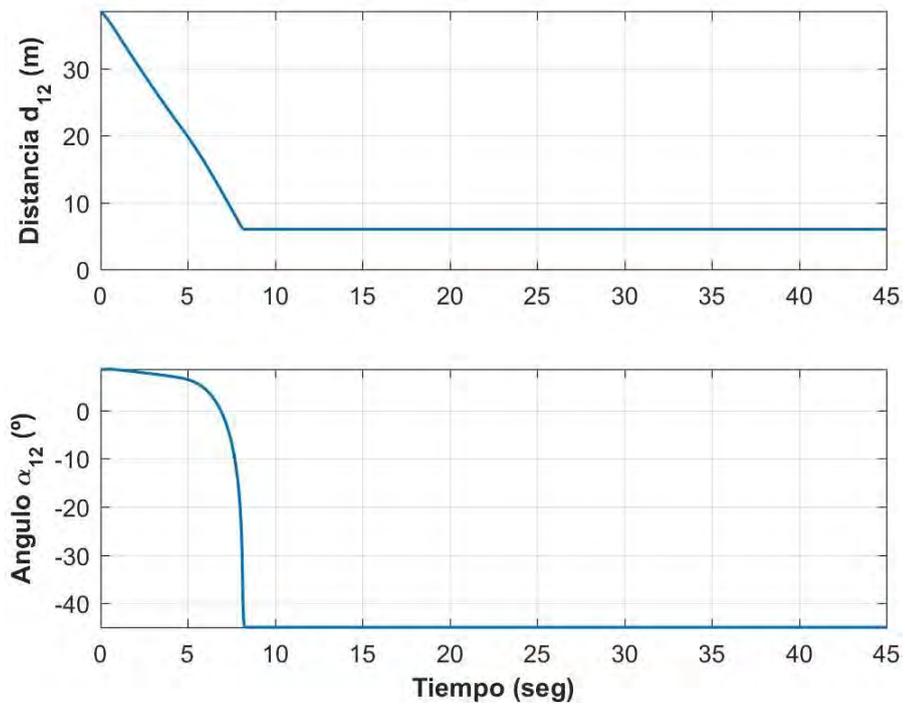


Figura 4.15: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia

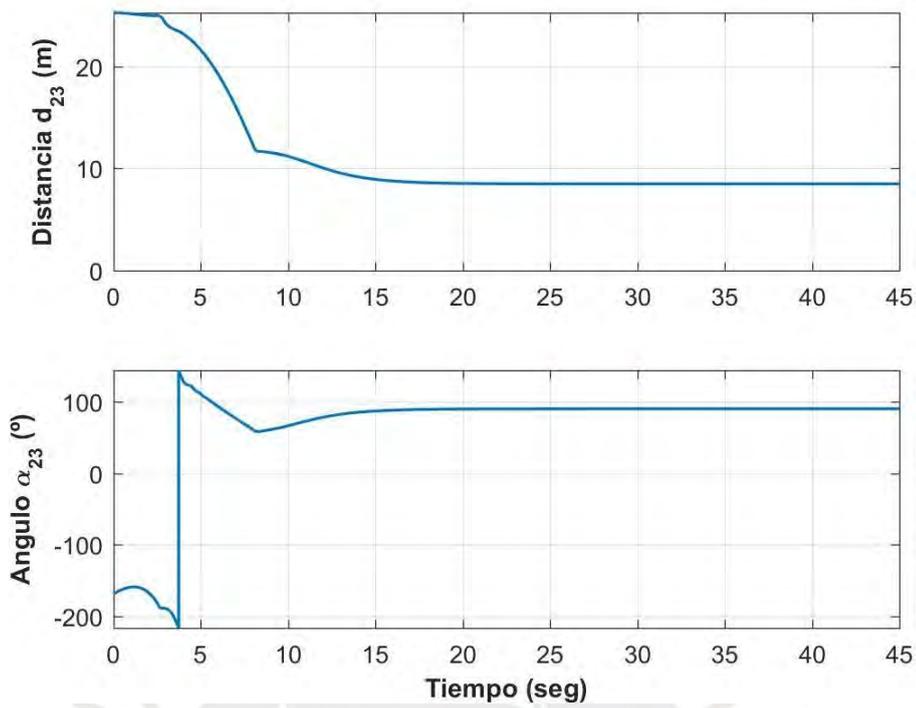


Figura 4.16: Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia

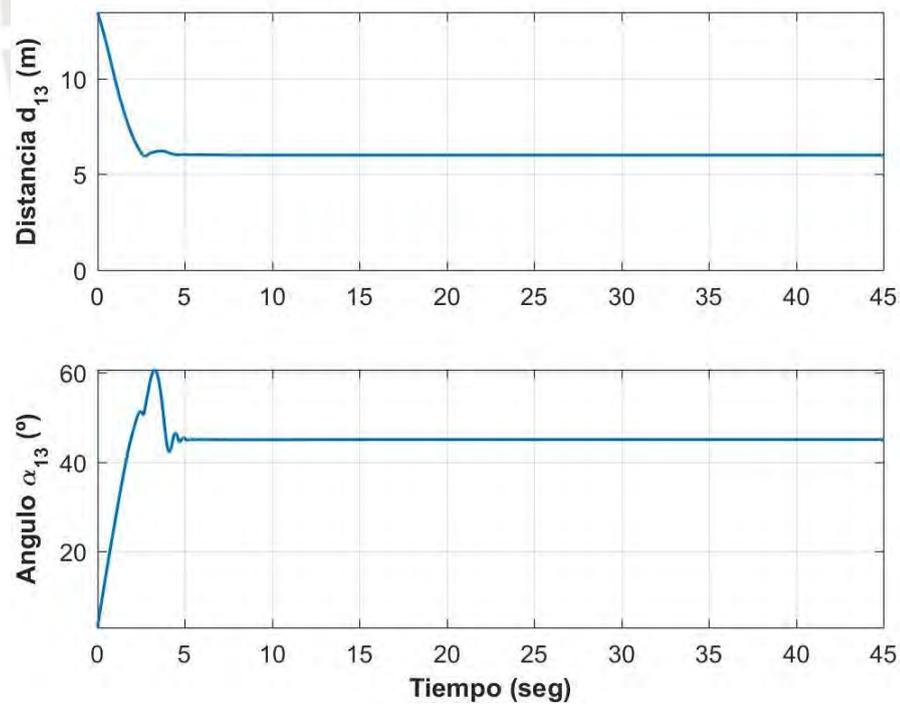


Figura 4.17: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia

## 4.3 Trayectoria Circular

Para que el robot líder guie a la formación siguiendo una trayectoria circular, las variables deseadas en estado estable cambian. Analizando con un poco de geometría, se encuentra que los valores deseados deben ser los mostrados en (4.6) para lograr la trayectoria deseada. Se considera un círculo de radio 15m para la trayectoria y el centro de este se encuentra a 30m sobre el eje de abscisas, de la posición actual del robot móvil:

$$\begin{aligned}y_1^* &= \sqrt{\frac{Ry_1}{(30-x_1)^2 + y_1^2}} \\ \varphi_1^* &= \arctan\left(\frac{30-x_1}{y_1}\right) \\ \tan(\delta_1^*) &= \arctan\left(\frac{L}{R}\right)\end{aligned}\tag{4.6}$$

donde L es el largo del robot móvil y R el radio del círculo que se toma como base para la trayectoria a seguir por la formación.

### 4.3.1 Formación en Línea Horizontal

Para lograr que los robots seguidores sigan uno detrás del otro al líder a través de la trayectoria circular se tiene que analizar la distancia ( $d_{jk}$ ), que es una recta, para que se aproxime a un arco de circunferencia. Para esto se considera el menor valor posible de  $d_{jk}$ , entre dos robots consecutivos, el cual es el valor de 2 veces la longitud de un robot móvil según nos dice el algoritmo de evasión de colisiones. Por otro lado, para el valor deseado del ángulo  $\alpha_{jk}$  se hallan realizando un análisis geométrico a un par líder-seguidor cuando ya están en formación:

$$\begin{aligned}d_{12}^* &= 4 & \alpha_{12}^* &= \arcsin\left(\frac{d_{12}^*}{2R}\right) \\ d_{23}^* &= 4 & \alpha_{23}^* &= \arcsin\left(\frac{d_{23}^*}{2R}\right) \\ d_{13}^* &= 8 & \alpha_{13}^* &= \arcsin\left(\frac{d_{13}^*}{2R}\right)\end{aligned}\tag{4.7}$$

En la Figura 4.18 tenemos los recorridos que realizan cada robot móvil desde su posición inicial (4.8), hasta que se encuentran en la posición deseada en la formación

siguiendo la trayectoria planeada por el robot líder. Cabe resaltar que en esta ocasión se utiliza el controlador diseñado con la teoría de Linealización Aproximada.

$$\begin{aligned}(x_{1_0}, y_{1_0}) &= (-7, 13)m \\(x_{2_0}, y_{2_0}) &= (3, -5)m \\(x_{3_0}, y_{3_0}) &= (-5, 7)m\end{aligned}\tag{4.8}$$

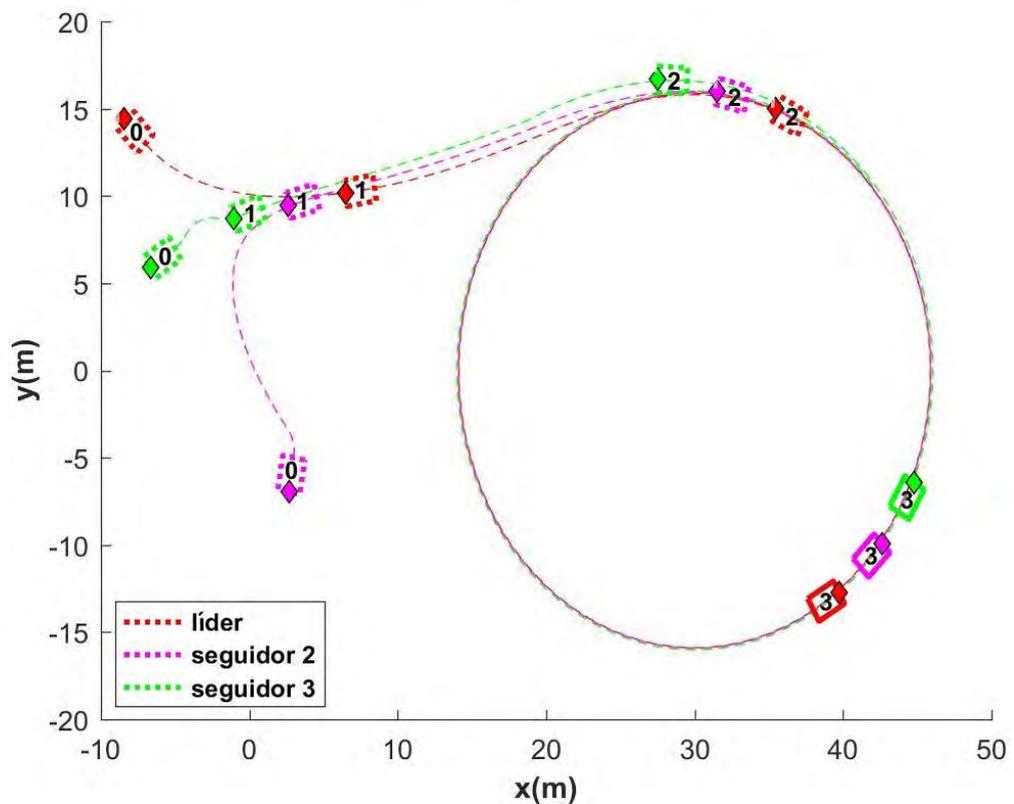


Figura 4.18: Trayectoria Circular de la Formación en Línea Horizontal utilizando Linealización por Aproximación. Fuente: Propia

Las Figuras 4.19, 4.20 y 4.21 nos muestran las variables de estado de los robots seguidores dependiendo de qué líder se le haya asignado a cada uno. Observamos la eficiencia del controlador diseñado al mantener estable la formación cuando siguen la trayectoria circular. Nótese que, aunque la linealización se basó en seguir una trayectoria en línea horizontal, al cambiarse se verifica que no influye en la estabilidad de la formación.

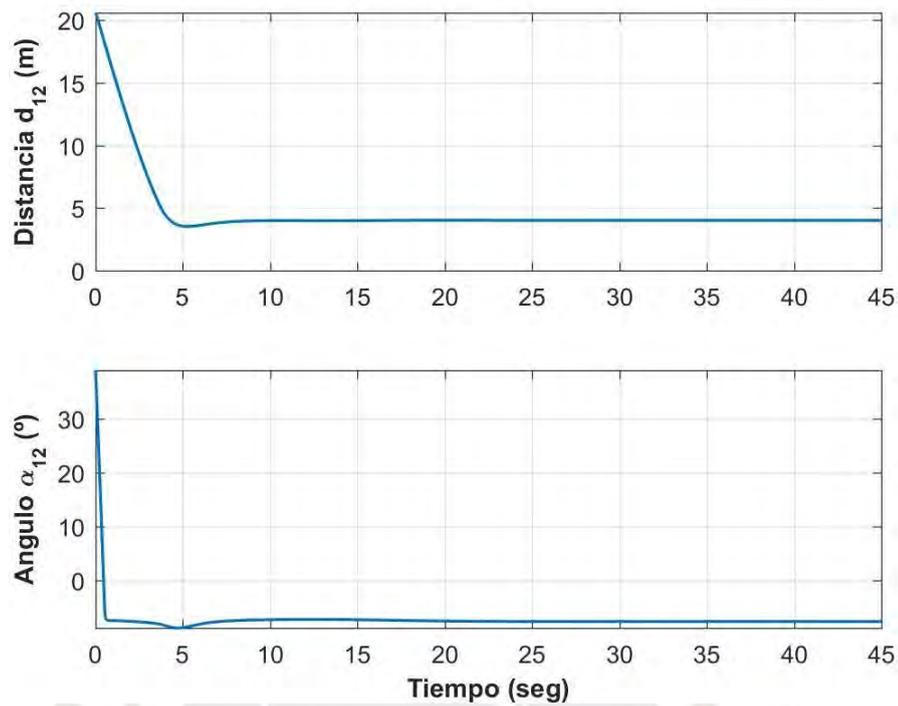


Figura 4.19: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia

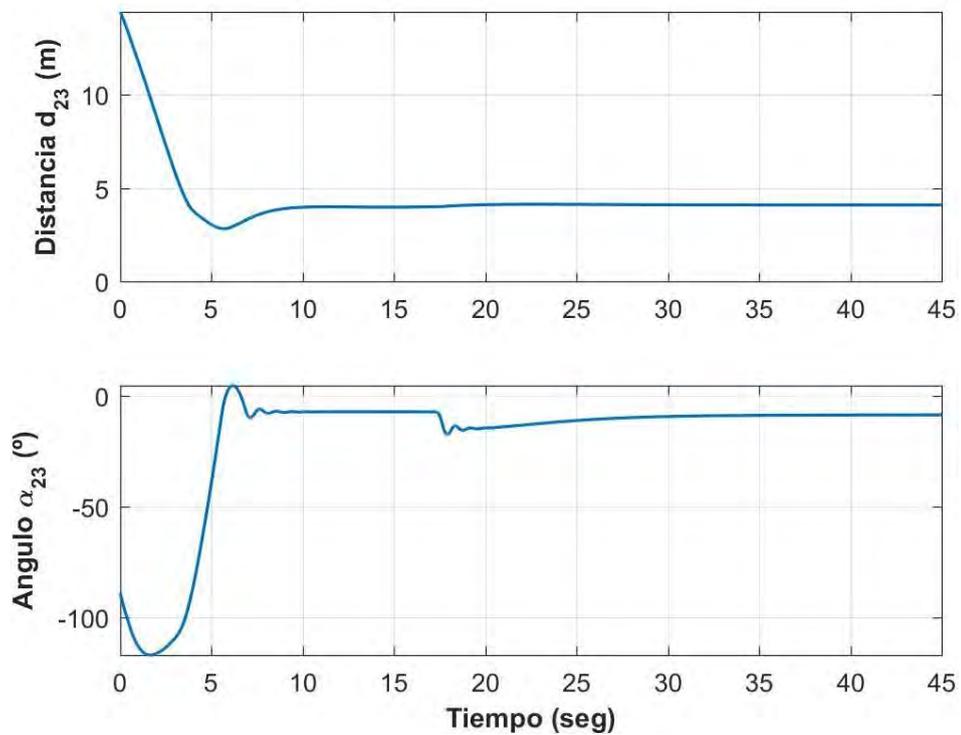


Figura 4.20: Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia

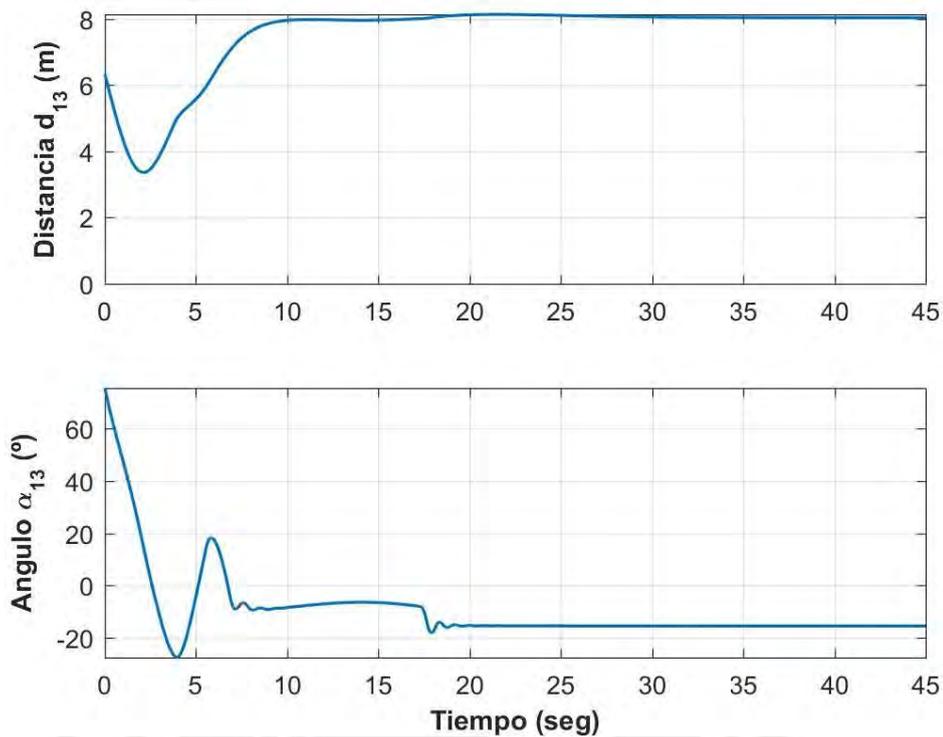


Figura 4.21: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia

La Figura 4.22 se basa en la implementación de los controladores diseñados con Linealización Entrada-Salida, viendo la trayectoria de cada robot para formarse y seguir al líder principal. Se consideran las mismas posiciones iniciales (4.8) para comparar los comportamientos utilizando ambos controladores.

Con las Figuras 4.23, 4.24 y 4.25 se corrobora nuevamente la estabilidad de la formación siguiendo la trayectoria circular. A diferencia del controlador de linealización por aproximación, el controlador basado en linealización entrada-salida no trabaja alrededor de un punto de operación por lo que tiene un rango de trabajo mayor.

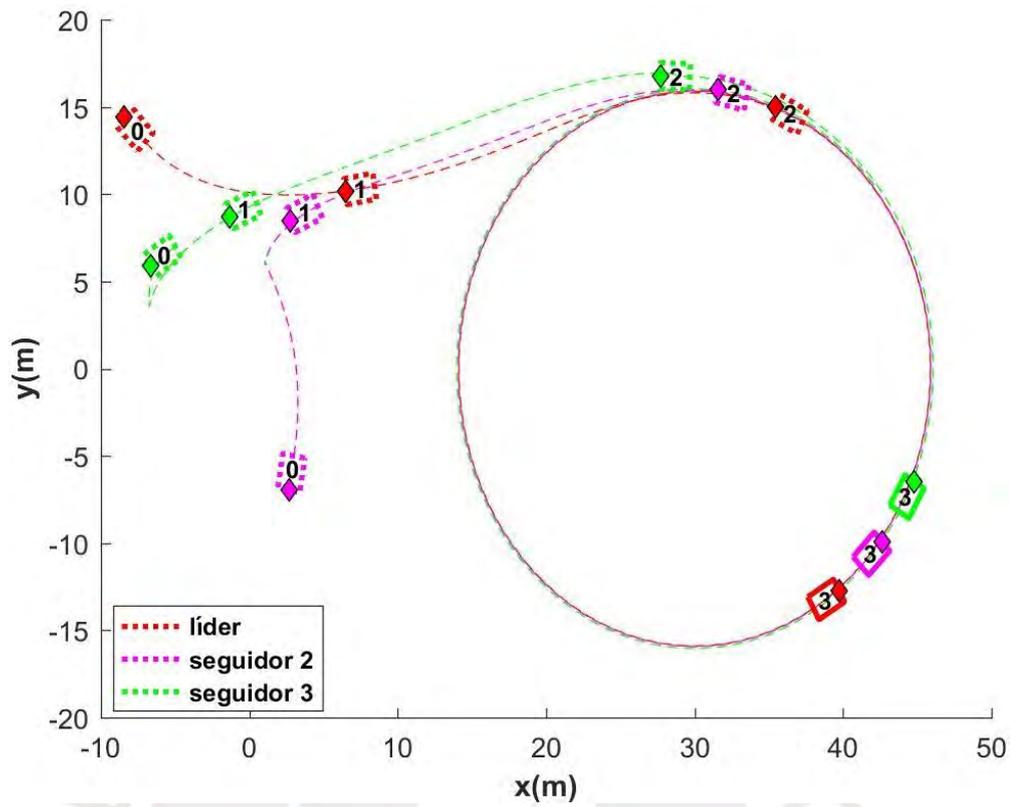


Figura 4.22: Trayectoria Circular de la Formación en Línea Horizontal utilizando Linealización Entrada-Salida. Fuente: Propia

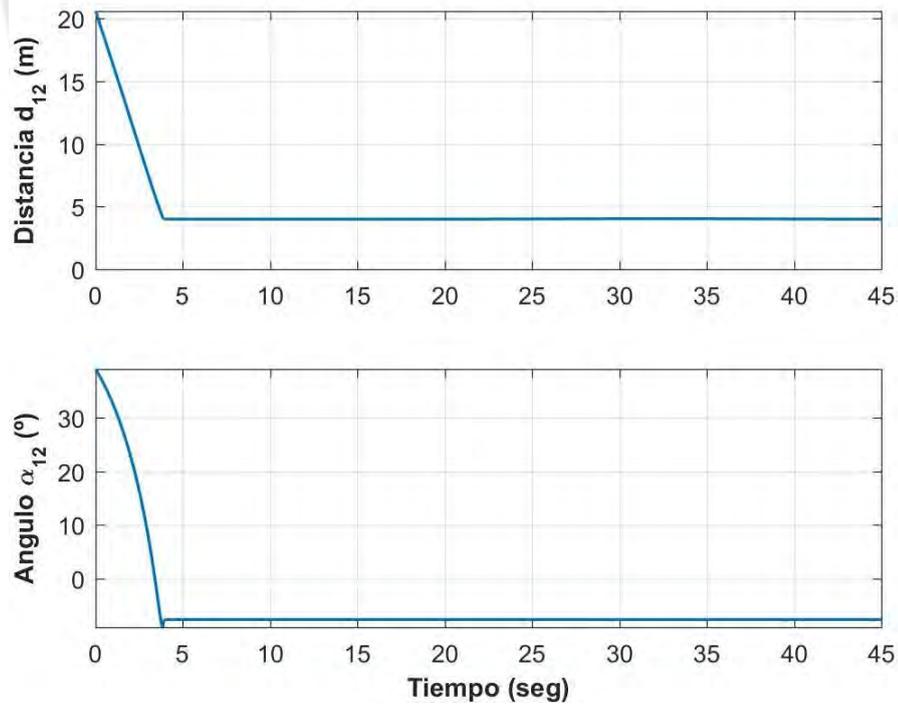


Figura 4.23: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia

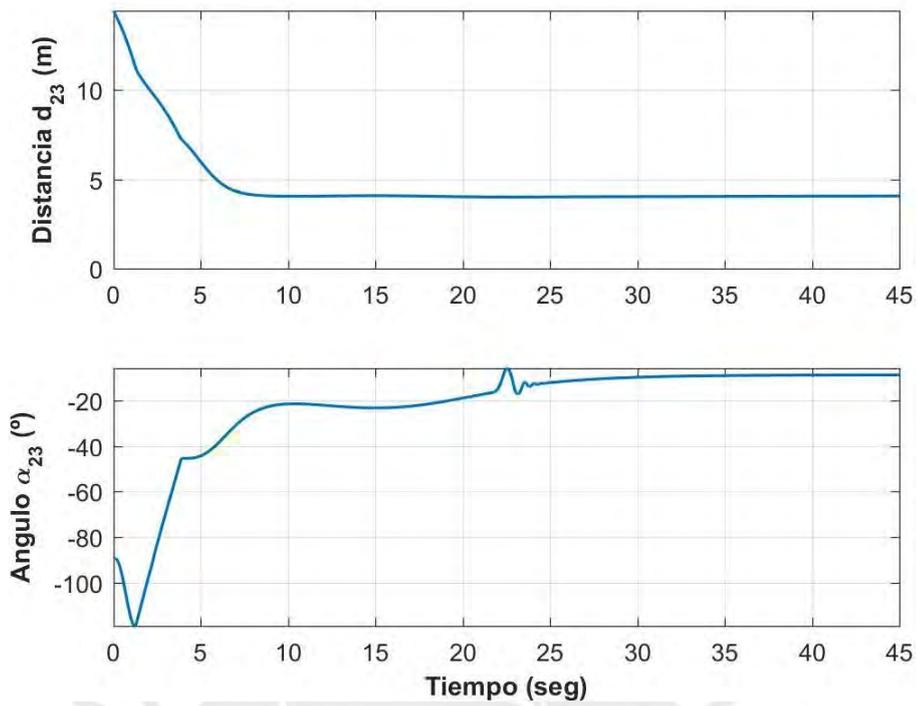


Figura 4.24: Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia

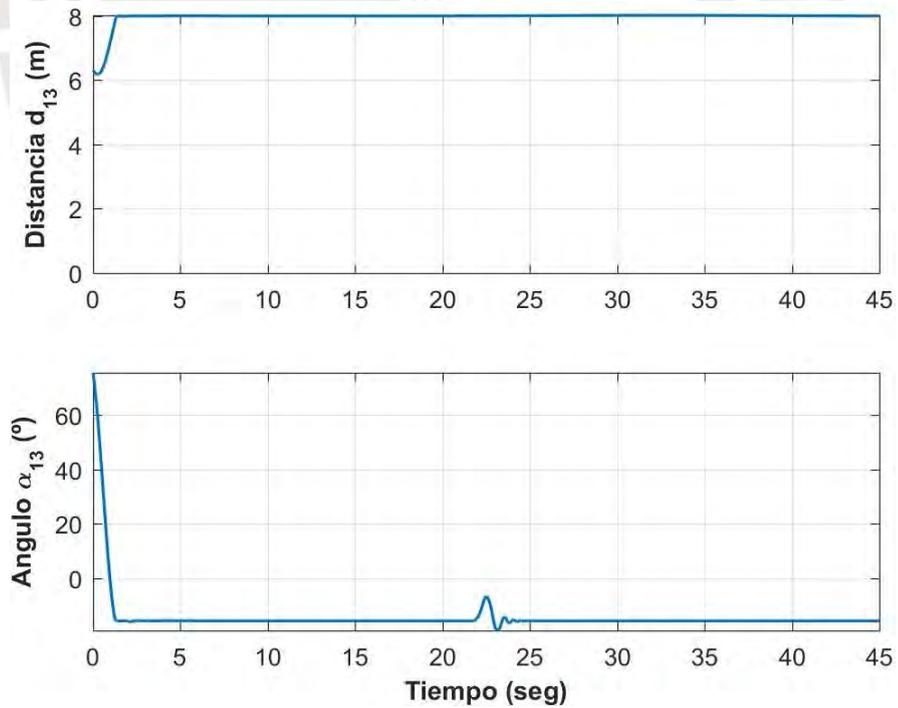


Figura 4.25: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia

### 4.3.2 Formación en Forma de V

Para la formación en V, se tomarán las mismas características vistas en la sección 4.2.2, donde los robots se forman siguiendo la estructura de un triángulo isósceles de la 6m y ángulo 45°. Se tiene pues los mismos valores para las variables de estado deseadas vistas en (4.4).

Se varían las posiciones iniciales de cada robot móvil para tener variedad en las pruebas que se han realizado y poder hacer comparaciones entre los controladores diseñados. En este caso se toman las posiciones iniciales:

$$\begin{aligned}(x_{1_0}, y_{1_0}) &= (-16, 13)m \\(x_{2_0}, y_{2_0}) &= (-12, -5)m \\(x_{3_0}, y_{3_0}) &= (-8, 18)m\end{aligned}\tag{4.9}$$

En la Figura 4.26 se presenta la trayectoria circular recorrida por los tres robots en formación, considerando la inicialización desde sus puntos de partida y utilizando el controlador basado en linealización por aproximación. A diferencia de lo visto en la sección 4.3.1, en esta ocasión los robots seguidores no deben seguir la misma circunferencia que recorre el líder ya que estos tendrán una distancia y un ángulo definido, por el tipo de formación que se va a realizar. Cada robot seguidor tiene su propia trayectoria circular para lograr obtener la formación en V siguiendo al líder.

Con las Figuras 4.27, 4.28, 4.29 comprobamos que cada robot se alinea en la formación de manera correcta. Como ya se explicó, aunque para el diseño de los controladores se utilizó modelo linealizado alrededor de un punto de operación, mientras se trabaje en la vecindad de este, la formación se mantendrá estable siguiendo cualquier trayectoria.

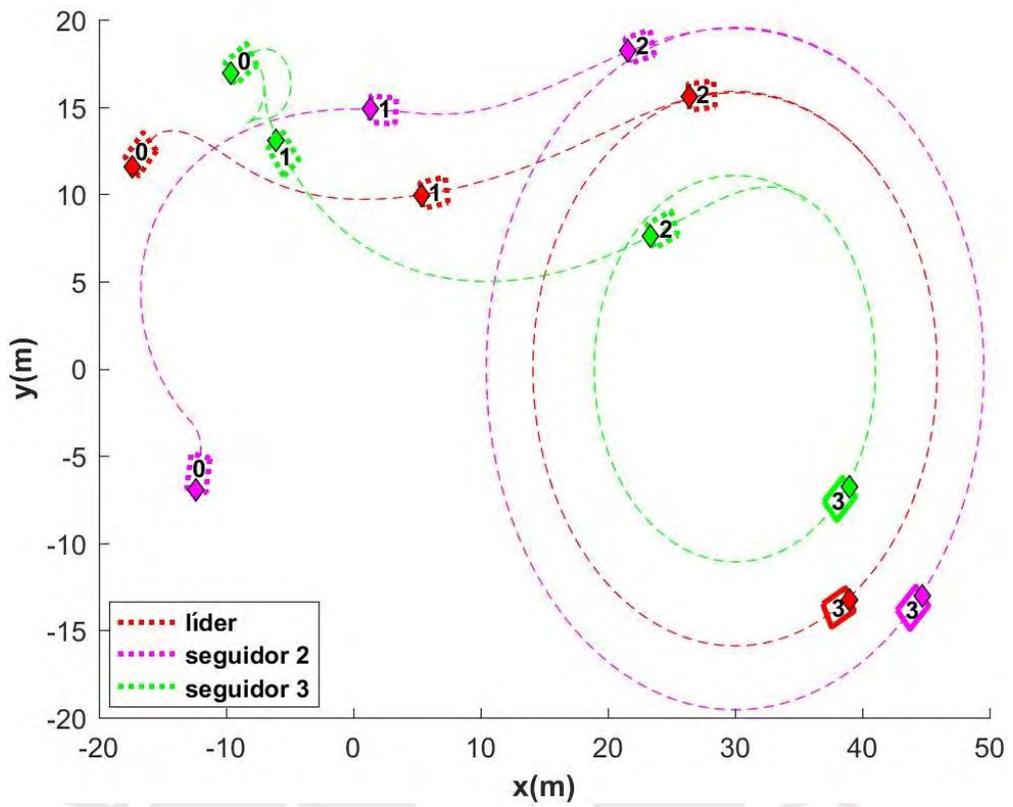


Figura 4.26: Trayectoria Circular de la Formación en V utilizando Linealización por Aproximación. Fuente: Propia

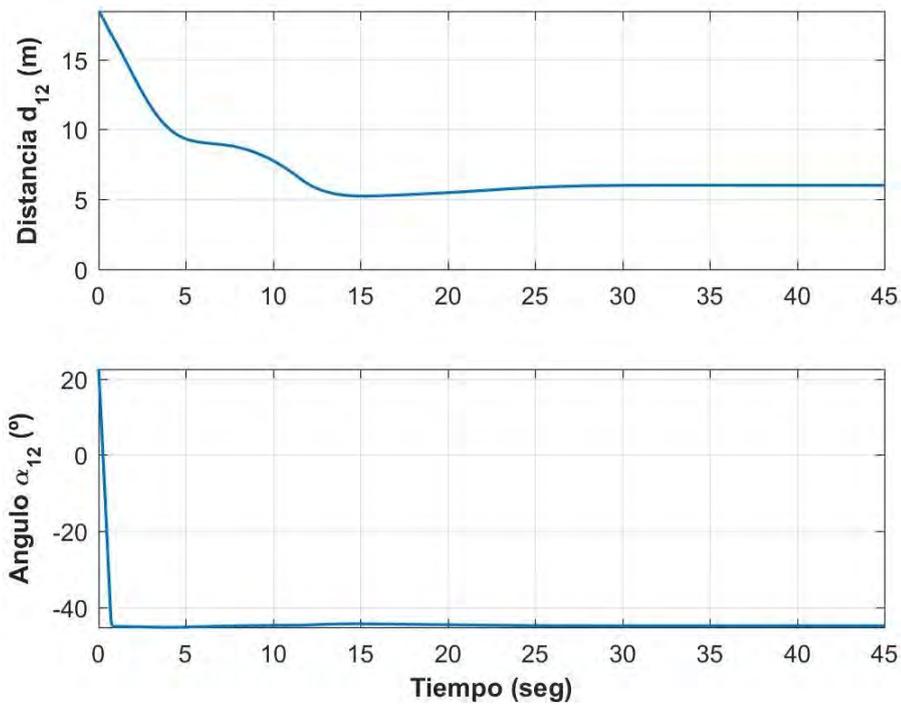


Figura 4.27: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia

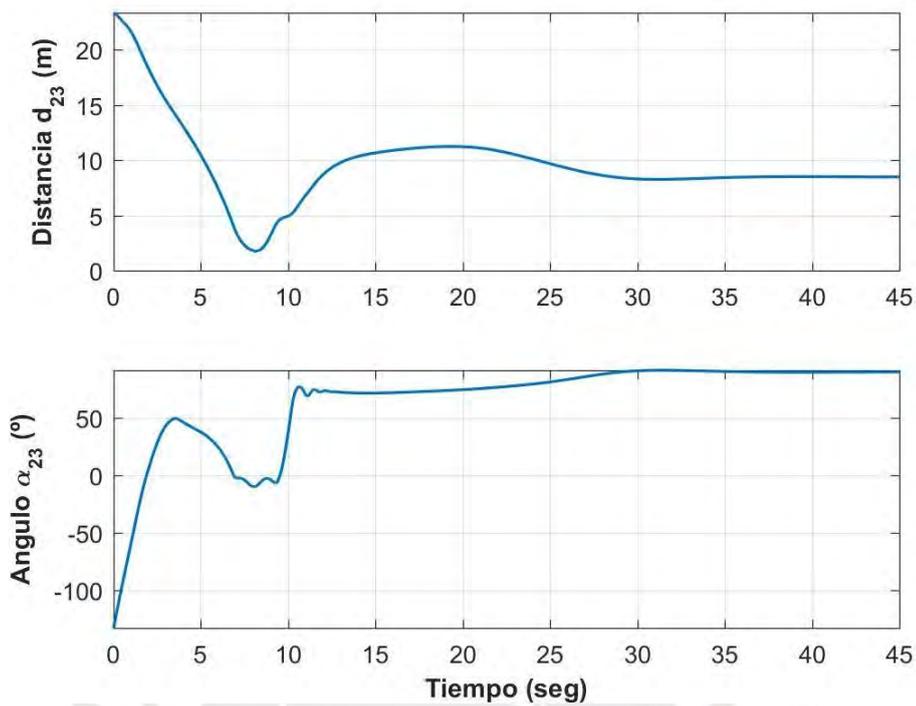


Figura 4.28: Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia

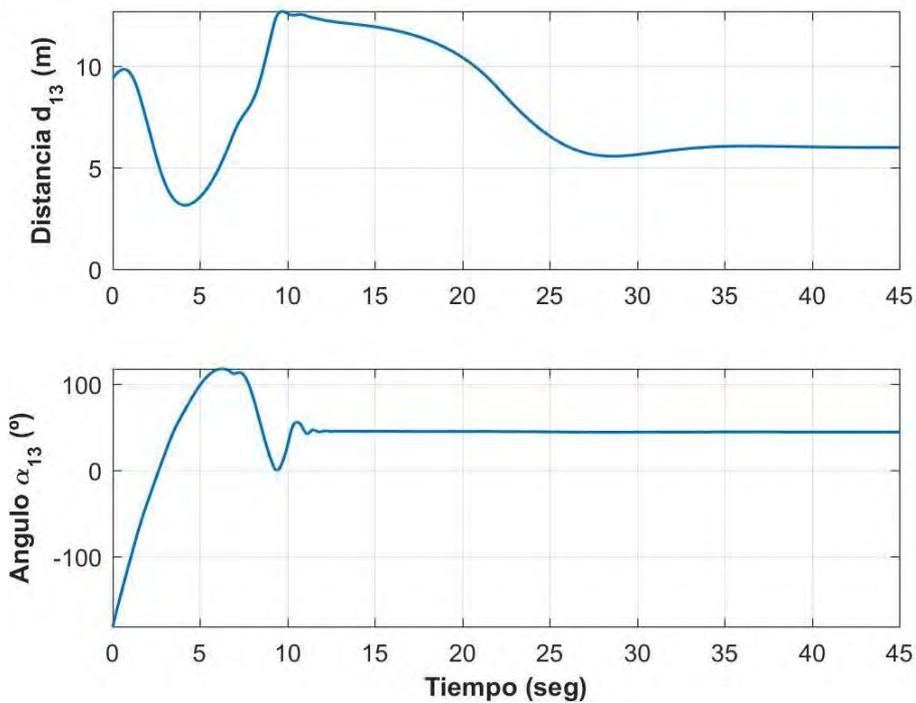


Figura 4.29: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia

La Figura 4.30 nos muestra las misma trayectoria recorrida por la formación

usando las mismas posiciones iniciales (4.9); sin embargo, ahora se utiliza los controladores basados en linealización entrada-salida.

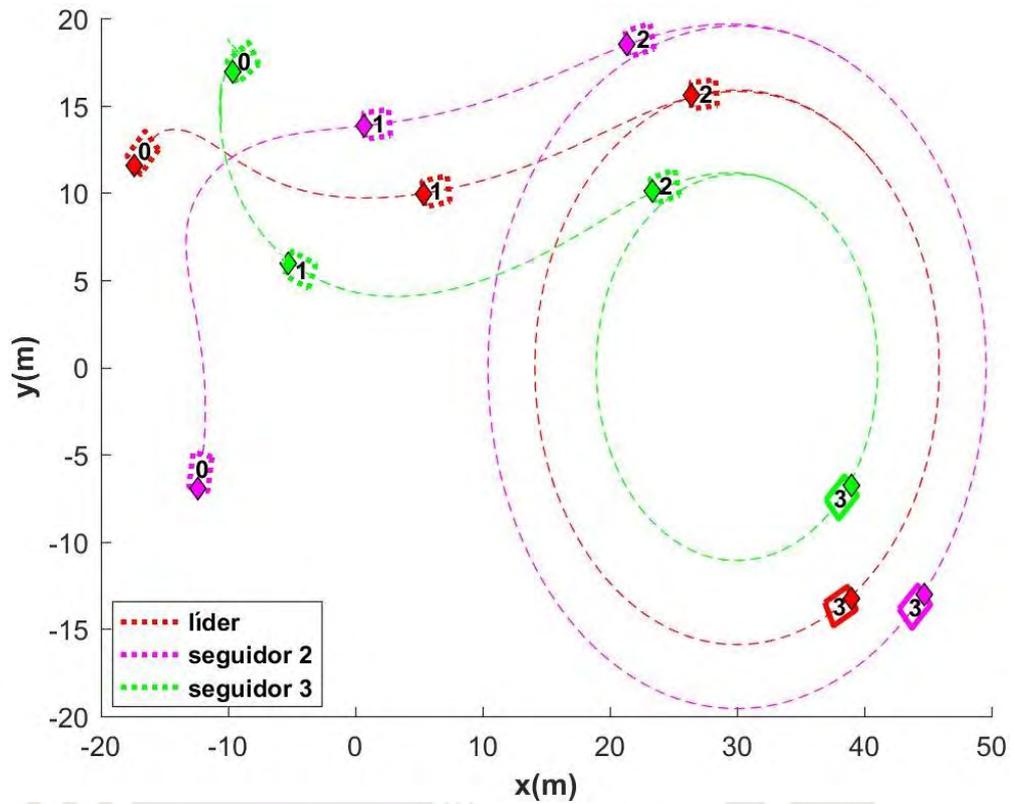


Figura 4.30: Trayectoria Circular de la Formación en V utilizando Linealización Entrada-Salida. Fuente: Propia

Aunque con pequeñas diferencias, las respuestas vistas en las variables de estado, en las Figuras 4.31, 4.32 y 4.33, se asemejan mucho a las que se obtuvo con el controlador de linealización por aproximación. De igual manera se observa que la formación se estabiliza y cumple en seguir satisfactoriamente la trayectoria circular.

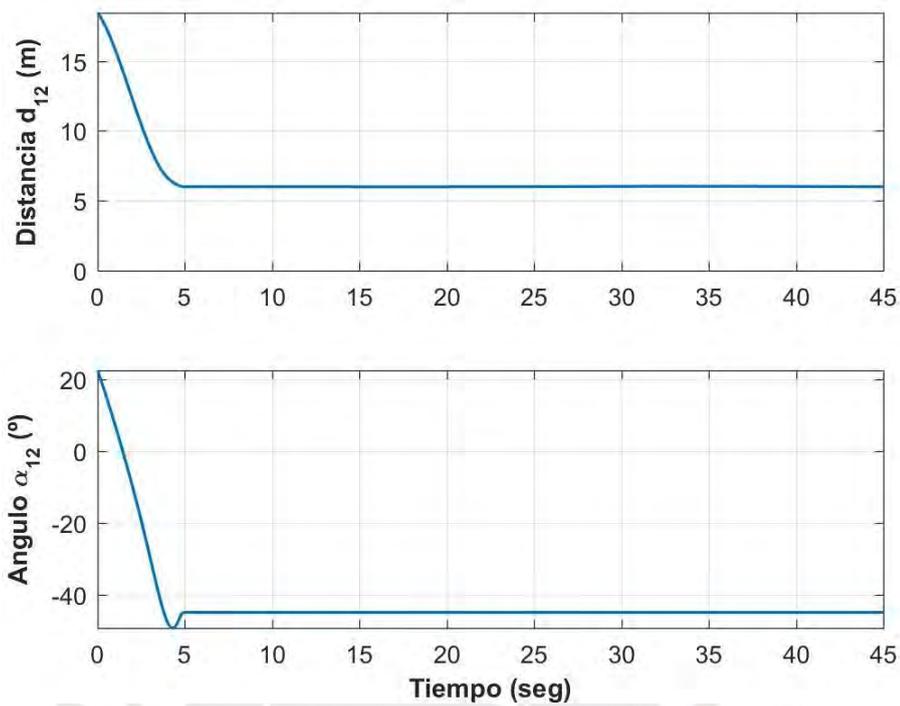


Figura 4.31: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 2. Fuente: Propia

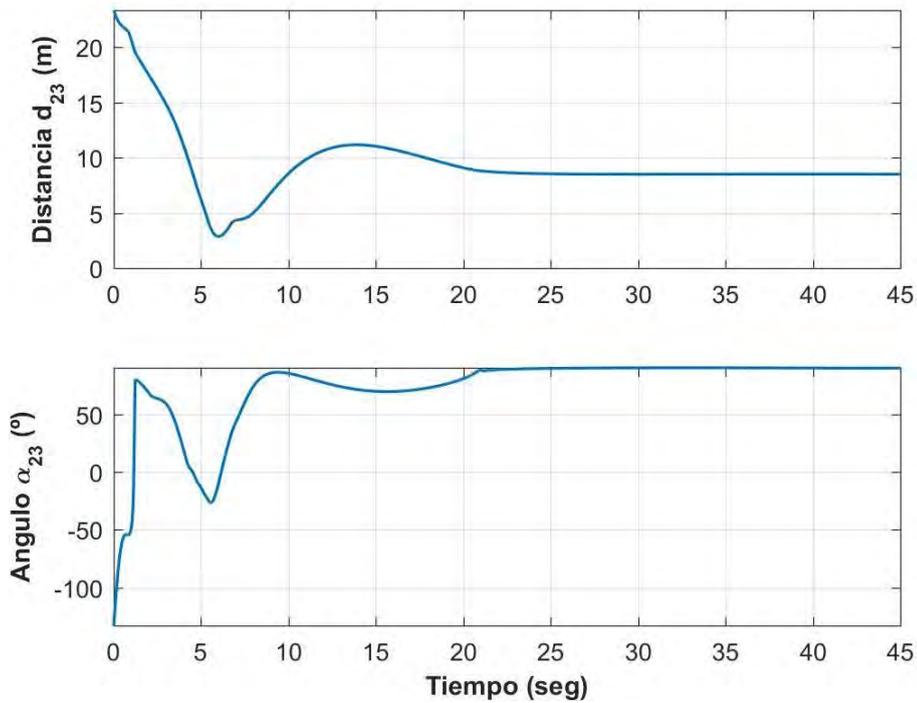


Figura 4.32: Variables de Estado considerando Líder 2 y Seguidor 3. Fuente: Propia

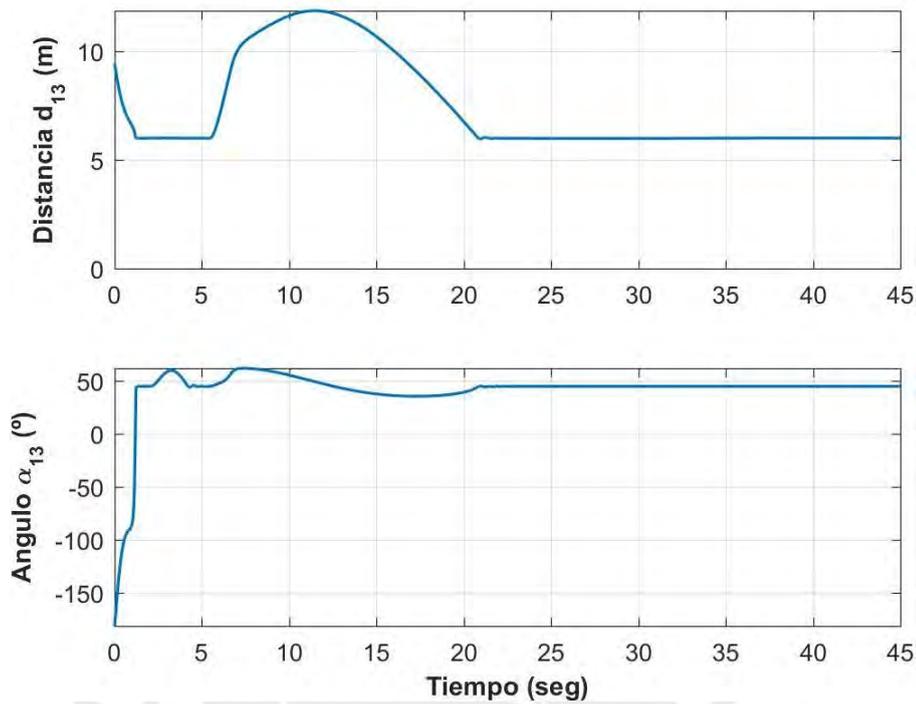


Figura 4.33: Variables de Estado considerando Líder 1 y Seguidor 3. Fuente: Propia

#### 4.4 Respuesta al Ruido en Sensores

En las Figuras 4.34 y 4.35 se muestra el desempeño de los dos controladores diseñados frente a un ruido blanco gaussiano con  $\mu = 0$  y  $\sigma^2 = 0.2$ . Se observa que se logra y se mantiene estable la formación en el tiempo.

#### 4.5 Respuesta a Perturbaciones

El comportamiento de la formación y el desempeño de los dos controladores diseñados ante una perturbación se muestra en las Figuras 4.36, 4.37, 4.38 y 4.39. Para la simulación, la perturbación se consideró como el movimiento abrupto del robot seguidor 2 cinco metros fuera de la formación ya establecida en el instante  $t = 20$ s.

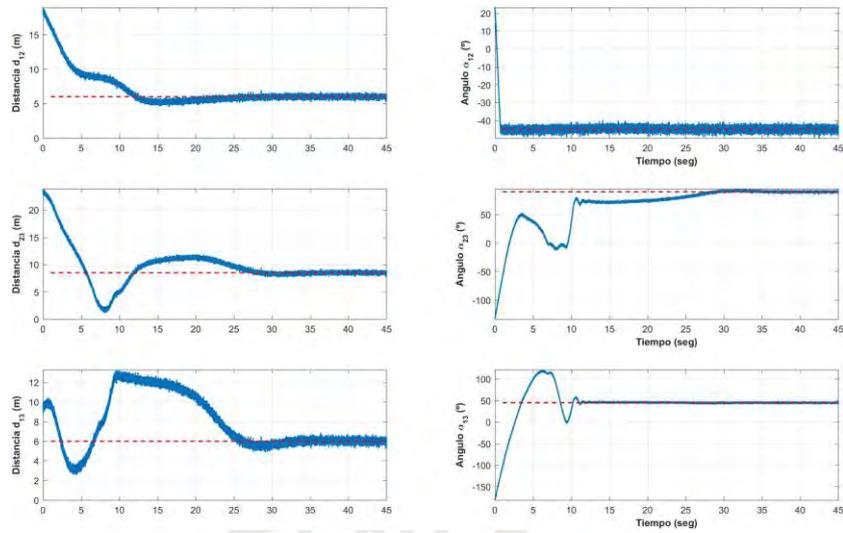


Figura 4.34: Desempeño del Controlador de Linealización por Aproximación frente al Ruido. Fuente: Propia

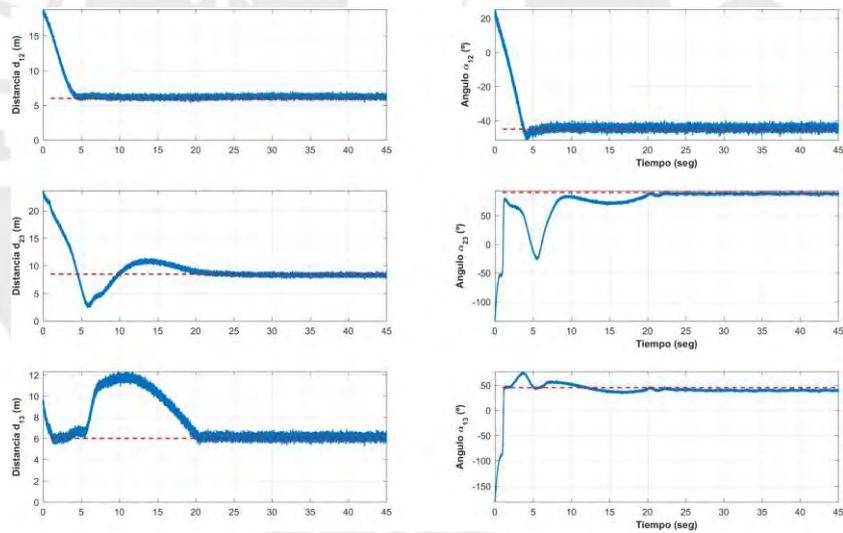


Figura 4.35: Desempeño del Controlador de Linealización Entrada-Salida frente al Ruido. Fuente: Propia

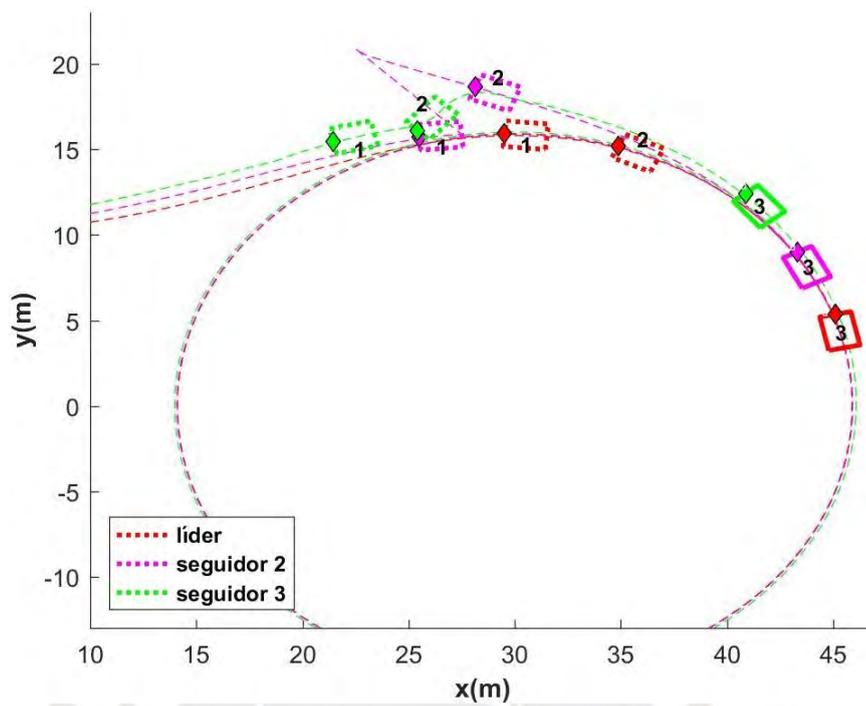


Figura 4.36: Trayectoria frente a una perturbación de 5m en el instante  $t=20s$  utilizando Linealización por Aproximación. Fuente: Propia

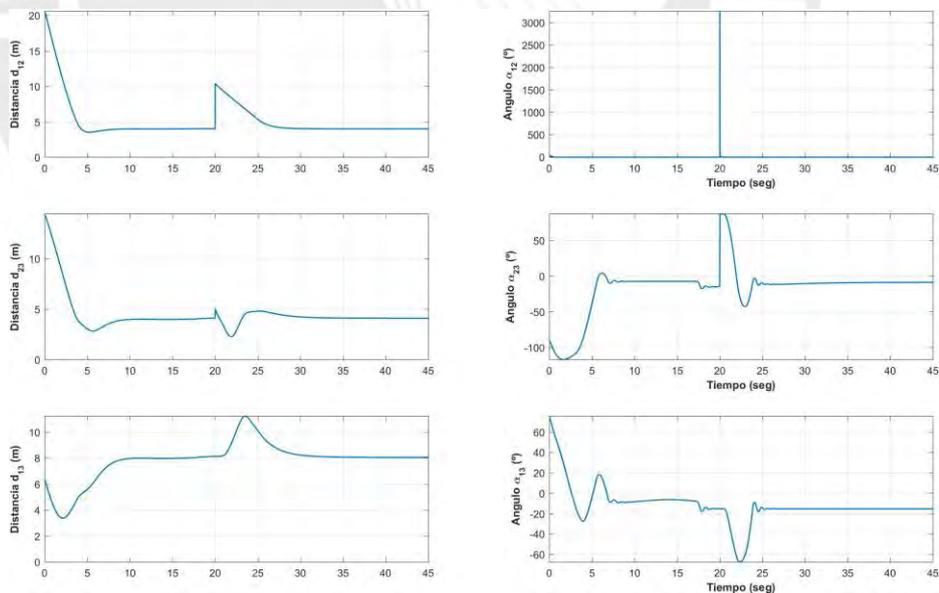


Figura 4.37: Desempeño del Controlador de Linealización por Aproximación frente a una perturbación de 5m en el instante  $t=20s$ . Fuente: Propia

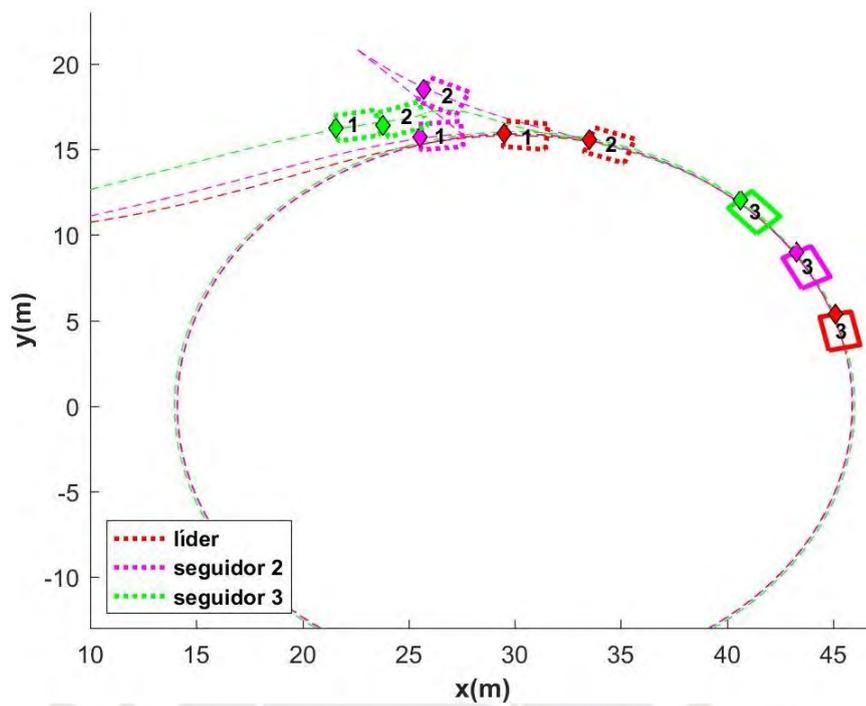


Figura 4.38: Trayectoria frente a una perturbación de 5m en el instante  $t=20s$  utilizando Linealización Entrada-Salida. Fuente: Propia

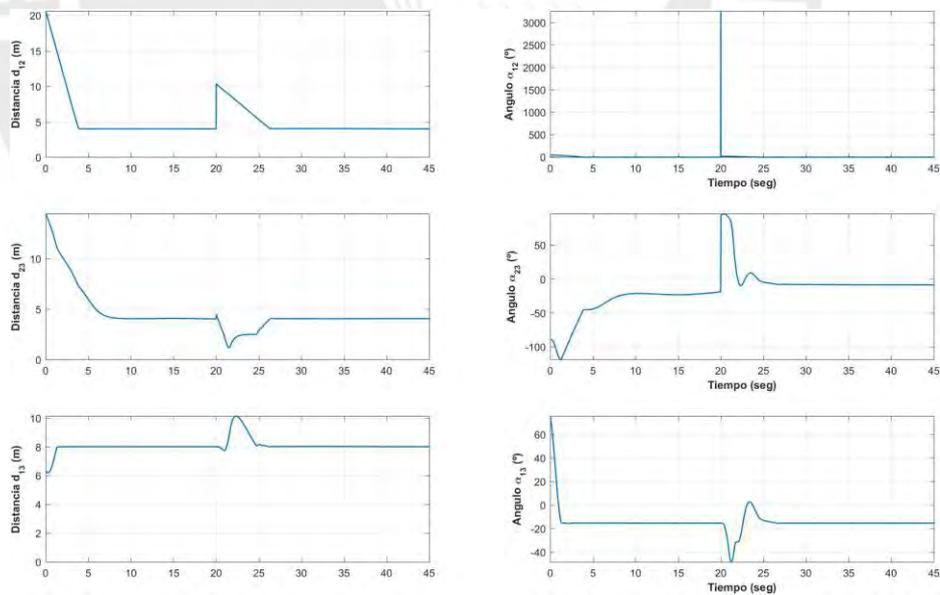


Figura 4.39: Desempeño del Controlador de Linealización Entrada-Salida frente a una perturbación de 5m en el instante  $t=20s$ . Fuente: Propia

## 4.6 Comparación entre Controladores Diseñados

El desempeño de los dos controladores diseñados, tanto el de Linealización por Aproximación como el de Linealización Entrada-Salida, se muestra en la Tabla 4.1. Se realizaron las pruebas para las trayectorias en línea recta y circular, manteniendo una formación horizontal y en V respectivamente.

Los datos analizados son el error en estado estable ( $e_{ss}$ ) el cual está en porcentaje, el tiempo de establecimiento ( $t_{establecimiento}$ ) medido en segundos y por último el ángulo de visibilidad máximo ( $\alpha_{max}^*$ ) que permite cada controlador sin afectar la formación.

	Linealización por Aproximación		Linealización Entrada-Salida	
	Trayectoria Línea	Trayectoria Circular	Trayectoria Línea	Trayectoria Circular
$e_{ss}$ (%)	0	0.12	0	0.42
$t_{establecimiento}$ (s)	17.25	37.46	20.11	23.43
$\alpha_{max}^*$ (°)	±63		±85	

Tabla 4.1: Comparación de los controladores para distintas trayectorias

## 4.7 Propuesta de Implementación

El controlador estará basado en ROS (Robot Operation System) instalado en un Raspberry Pi. El lenguaje a utilizar será el C++, el cual es uno de los lenguajes principales con el que se programa en ROS y que ha demostrado un mejor desempeño. El controlador recibirá señales de distintos sensores, entre los cuales tenemos un LIDAR que nos brindará la distancia  $d_{jk}$  y el ángulo de visibilidad  $\alpha_{jk}$  entre el seguidor  $k$  y un líder determinado  $j$ . También se obtiene el ángulo de inclinación  $\varphi_k$  a través de un acelerómetro. Por último, dependiendo del tipo de controlador a utilizar, es necesario que se comparta la información del ángulo de giro de cada robot que conforma la formación. Para esto se utiliza una red WLAN, red de área local inalámbrica, por donde se enviará esta información.

Tomando el caso específico simulado de un grupo de 3 robots, la información que recibe el controlador del robot seguidor 3 es la siguiente:

- LIDAR:  $[(d_{13} - d_{13}^*) \quad (d_{23} - d_{23}^*)]^T$  y  $[(a_{13} - a_{13}^*) \quad (a_{23} - a_{23}^*)]^T$
- Acelerómetro:  $\varphi_3$
- Red WLAN:  $[\varphi_1 \quad \varphi_2]^T$

Finalmente, el controlador envía las señales de velocidad  $v_k$  y de ángulo de giro  $\delta_k$  para que el robot seguidor Ackerman pueda moverse cumpliendo con la formación indicada.

Cabe resaltar que para el caso específico del robot líder solo se necesita saber la posición de este robot, la cual se obtiene directamente del LIDAR con el acelerómetro. Con esto el robot tiene la información necesaria para guiar a la formación a través de la trayectoria deseada.

En la Figura 4.40 se muestra el diagrama de bloques de una posible solución para un robot seguidor  $k$  en una formación de  $n$  robots.

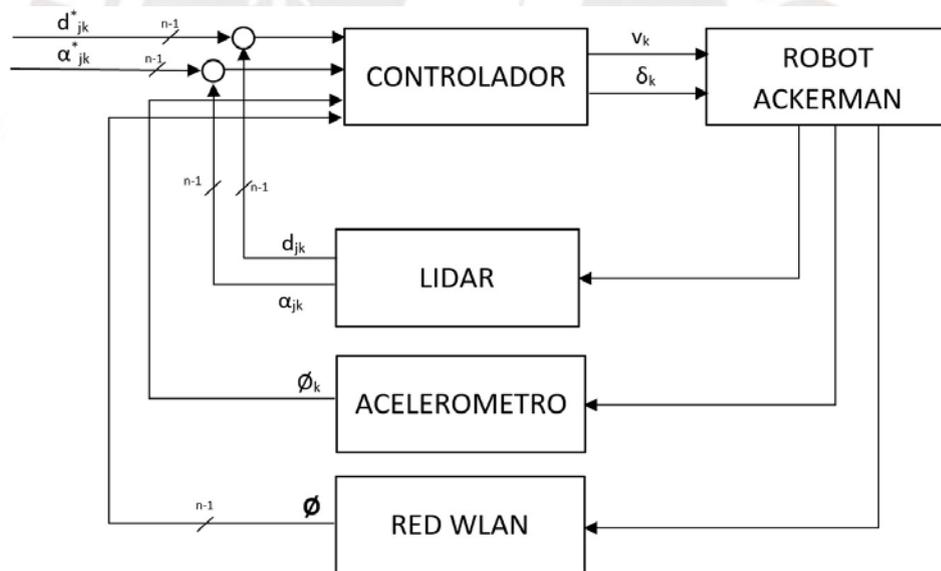


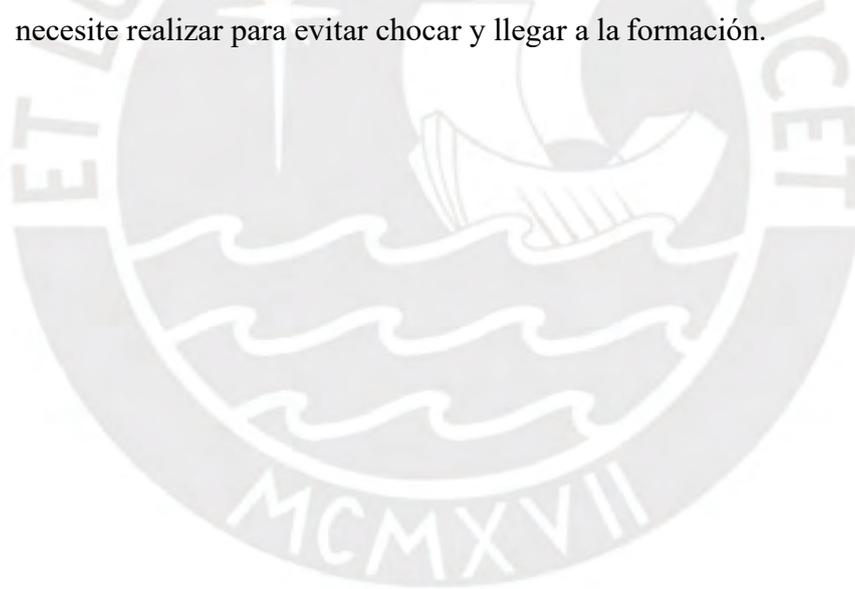
Figura 4.40: Diagrama de Bloques de implementación. Fuente: Propia

# Conclusiones

- Se diseñó un sistema de control para el robot líder basado en Linealización Entrada-Salida, capaz de guiar a toda la formación a través de distintas trayectorias. El análisis del desempeño de este controlador se ha realizado en otros trabajos [15–17], donde se observa que se logra obtener un error en estado estacionario de cero.
- Se diseñaron dos sistemas de control utilizando el modelo no lineal de la estructura líder-seguidor para formaciones. Los modelos fueron linealizados mediante los métodos de Linealización por Aproximación y Linealización Entrada-Salida, en los cuales se basó cada controlador para su diseño. Ambos controladores logran estabilizar satisfactoriamente la formación, observándose errores en estado estable muy próximos a cero. Aunque se observa en promedio un tiempo de establecimiento mayor para el caso de Linealización por Aproximación, ambos controladores son efectivos en inicializar y formar a los robots móviles.
- Los diseños de los controladores se basaron principalmente en el modelo matemático del robot móvil tipo Ackerman, tanto para el robot líder como para el logro de la formación con los robots seguidores.
- Para el diseño basado en Linealización por Aproximación en los robots seguidores, se consideró un punto de operación de  $d$  metros para la distancia  $d_{jk}^*$  y un ángulo de visión de  $0^\circ$  para  $\alpha_{jk}^*$ . En la formación en V se probó con un  $\alpha_{jk}^*$  de  $45^\circ$ , trabajando sin problemas. Sin embargo, para ángulos de visibilidad mayores, mayores a  $63^\circ$  o menores a  $-63^\circ$ , el controlador diseñado empieza a fallar. Con el diseño por Linealización Entrada-Salida, se tiene un rango de

trabajo mayor, abarcando la posibilidad de tener ángulos de visibilidad entre  $\pm 85^\circ$  para la formación en V.

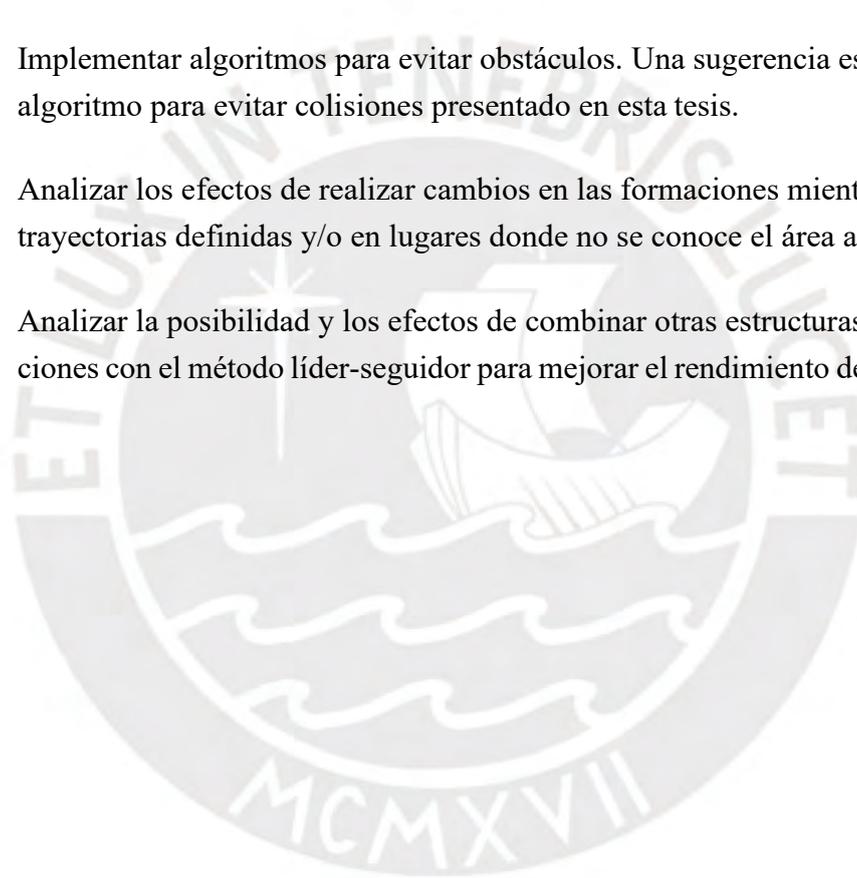
- Cualquier tipo de formación puede ser generada siempre que se cuente con las variables deseadas  $d_{jk}^*$  y  $a_{jk}^*$ . Se resalta que si se utiliza Linealización por Aproximación y se requiere una formación con ángulos de visibilidad fuera del rango de  $\pm 63^\circ$ , se debe considerar otro punto de operación para la linealización del modelo a analizar.
- Debido a que la presente tesis se basa en realizar la formación satisfactoriamente siguiendo al robot líder, se consideró que este viaje siempre a velocidad constante  $v = 2m/s$ . Por otro lado, los robots seguidores si tienen la habilidad de avanzar o retroceder para que así puedan evitar colisiones y puedan llegar a formarse en el menor tiempo posible. Por lo tanto, un robot seguidor puede alcanzar como máximo velocidades de  $v_{max} = \pm 3m/s$ , de acuerdo con lo que necesite realizar para evitar chocar y llegar a la formación.



# Recomendaciones

Próximas investigaciones podrían centrarse en:

- Implementar algoritmos para evitar obstáculos. Una sugerencia es basarse en el algoritmo para evitar colisiones presentado en esta tesis.
- Analizar los efectos de realizar cambios en las formaciones mientras se siguen trayectorias definidas y/o en lugares donde no se conoce el área a recorrer.
- Analizar la posibilidad y los efectos de combinar otras estructuras de formaciones con el método líder-seguidor para mejorar el rendimiento de la formación.



# Bibliografía

- [1] P. Corke, *Robotics, vision and control: fundamental algorithms in MATLAB* § second, completely revised. Springer, 2017, vol. 118.
- [2] T. Balch and R. C. Arkin, “Behavior-based formation control for multirobot teams,” *IEEE transactions on robotics and automation*, vol. 14, no. 6, pp. 926–939, 1998.
- [3] Y. Liu and R. Bucknall, “A survey of formation control and motion planning of multiple unmanned vehicles,” *Robotica*, vol. 36, no. 7, pp. 1019–1047, 2018.
- [4] S. He, M. Wang, S.-L. Dai, and F. Luo, “Leader–follower formation control of usvs with prescribed performance and collision avoidance,” *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 15, no. 1, pp. 572–581, 2018.
- [5] M. A. Nursyeha, M. Rivai, D. Purwanto *et al.*, “Lidar equipped robot navigation on behavior-based formation control for gas leak localization,” in *2020 International Seminar on Intelligent Technology and Its Applications (ISITIA)*. IEEE, 2020, pp. 89–94.
- [6] C. De La Cruz and R. Carelli, “Dynamic modeling and centralized formation control of mobile robots,” in *IECON 2006-32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics*. IEEE, 2006, pp. 3880–3885.
- [7] R. O’Grady, R. Groß, A. L. Christensen, and M. Dorigo, “Self-assembly strategies in a group of autonomous mobile robots,” *Autonomous Robots*, vol. 28, no. 4, pp. 439–455, 2010.
- [8] R. Siegwart, I. R. Nourbakhsh, and D. Scaramuzza, *Introduction to autonomous mobile robots*. MIT press, 2011.

- [9] W. A. Grubbs, “Telerobotic surgery system for remote surgeon training using remote surgery station and party conferencing and associated methods,” Oct. 27 2016, uS Patent App. 15/138,427.
- [10] D. W. Gage, “A brief history of unmanned ground vehicle (ugv) development efforts,” in *Unmanned Systems*. Citeseer, 1995.
- [11] R. A. Brooks, P. Maes, M. J. Mataric, and G. More, “Lunar base construction robots,” in *EEE International Workshop on Intelligent Robots and Systems, Towards a New Frontier of Applications*. IEEE, 1990, pp. 389–392.
- [12] Y. U. Cao, A. S. Fukunaga, and A. Kahng, “Cooperative mobile robotics: Antecedents and directions,” *Autonomous robots*, vol. 4, no. 1, pp. 7–27, 1997.
- [13] R. Carelli, C. De la Cruz, and F. Roberti, “Centralized formation control of non-holonomic mobile robots,” *Latin American applied research*, vol. 36, no. 2, pp. 63–69, 2006.
- [14] H. Yamaguchi, T. Arai, and G. Beni, “A distributed control scheme for multiple robotic vehicles to make group formations,” *Robotics and Autonomous systems*, vol. 36, no. 4, pp. 125–147, 2001.
- [15] L. M. Enciso Salas, “Diseño de un sistema de navegación autónomo para robots móviles usando fusión de sensores y controladores neuro difusos,” 2015.
- [16] E. Bejar and A. Morán, “Reverse parking a car-like mobile robot with deep reinforcement learning and preview control,” in *2019 IEEE 9th Annual Computing and Communication Workshop and Conference (CCWC)*. IEEE, 2019, pp. 0377–0383.
- [17] L. A. Velasco Mellado, “Diseño de un sistema de control basado en linealización por realimentación para un robot móvil tipo ackerman con velocidad variable y movimiento en doble sentido describiendo trayectorias óptimas,” 2017.
- [18] H. Yamaguchi, “Adaptive formation control for distributed autonomous mobile robot groups,” in *Proceedings of International Conference on Robotics and Automation*, vol. 3. IEEE, 1997, pp. 2300–2305.

- [19] R. Grandi, R. Falconi, and C. Melchiorri, "Coordination and control of autonomous mobile robot groups using a hybrid technique based on particle swarm optimization and consensus," in *2013 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*. IEEE, 2013, pp. 1514–1519.
- [20] M. Asif, M. J. Khan, and A. Y. Memon, "Integral terminal sliding mode formation control of non-holonomic robots using leader follower approach," *Robotica*, vol. 35, no. 7, pp. 1473–1487, 2017.
- [21] A. M. Cardenas, J. G. Rázuri, D. Sundgren, and R. Rahmani, "Autonomous motion of mobile robot using fuzzy-neural networks," in *2013 12th Mexican International Conference on Artificial Intelligence*. IEEE, 2013, pp. 80–84.
- [22] S.-J. Chang and T.-H. S. Li, "Design and implementation of fuzzy parallel-parking control for a car-type mobile robot," *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 34, no. 2, pp. 175–194, 2002.
- [23] L. Consolini, F. Morbidi, D. Prattichizzo, and M. Tosques, "Leader–follower formation control of nonholonomic mobile robots with input constraints," *Automatica*, vol. 44, no. 5, pp. 1343–1349, 2008.
- [24] J. P. Desai, J. Ostrowski, and V. Kumar, "Controlling formations of multiple mobile robots," in *Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 98CH36146)*, vol. 4. IEEE, 1998, pp. 2864–2869.
- [25] M. Defoort, T. Floquet, A. Kokosy, and W. Perruquetti, "Sliding-mode formation control for cooperative autonomous mobile robots," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, no. 11, pp. 3944–3953, 2008.
- [26] A. De Luca, G. Oriolo, and C. Samson, "Feedback control of a nonholonomic car-like robot," in *Robot motion planning and control*. Springer, 1998, pp. 171–253.
- [27] A. De Luca, G. Oriolo, and M. Vendittelli, "Control of wheeled mobile robots: An experimental overview," in *Ramsete*. Springer, 2001, pp. 181–226.

- [28] J. P. Desai, J. P. Ostrowski, and V. Kumar, "Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots," *IEEE transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, no. 6, pp. 905–908, 2001.
- [29] T. Dierks and S. Jagannathan, "Control of nonholonomic mobile robot formations: Backstepping kinematics into dynamics," in *2007 IEEE International Conference on Control Applications*. IEEE, 2007, pp. 94–99.
- [30] K. D. Do and J. Pan, "Nonlinear formation control of unicycle-type mobile robots," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 55, no. 3, pp. 191–204, 2007.
- [31] S. El Ferik, M. T. Nasir, and U. Baroudi, "A behavioral adaptive fuzzy controller of multi robots in a cluster space," *Applied Soft Computing*, vol. 44, pp. 117–127, 2016.
- [32] L. Dong, Y. Chen, and X. Qu, "Formation control strategy for nonholonomic intelligent vehicles based on virtual structure and consensus approach," *Procedia engineering*, vol. 137, pp. 415–424, 2016.
- [33] H. K. Khalil and J. W. Grizzle, *Nonlinear systems*. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002, vol. 3.
- [34] B.-H. Lee and H.-S. Ahn, "Distributed formation control via global orientation estimation," *Automatica*, vol. 73, pp. 125–129, 2016.
- [35] A. Mahmood and Y. Kim, "Decentralized formation flight control of quadcopters using robust feedback linearization," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 354, no. 2, pp. 852–871, 2017.
- [36] A. S. Brandão and M. Sarcinelli-Filho, "On the guidance of multiple uav using a centralized formation control scheme and delaunay triangulation," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 84, no. 1-4, pp. 397–413, 2016.
- [37] F. Mehdifar, C. P. Bechlioulis, F. Hashemzadeh, and M. Baradarannia, "Prescribed performance distance-based formation control of multi-agent systems," *Automatica*, vol. 119, p. 109086, 2020.

- [38] F. Belkhouche, K. Bendjilali, and B. Belkhouche, “Robot formation modeling and control based on the relative kinematics equations,” *International Journal of Robotics and Automation, DOI*, vol. 10, 2007.
- [39] H.-W. Lin, W.-S. Chan, C.-W. Chang, C.-Y. Yang, and Y.-H. Chang, “Adaptive neuro-fuzzy formation control for leader-follower mobile robots,” *International Journal of Fuzzy Systems*, vol. 15, no. 3, p. 359, 2013.
- [40] E. N. Moret, “Dynamic modeling and control of a car-like robot,” Ph.D. dissertation, Virginia Tech, 2003.

