

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**  
**FACULTAD DE EDUCACIÓN**



**La implementación de video-lecciones para mejorar la comprensión matemática de estudiantes de 5° grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana, en el marco de la enseñanza remota de emergencia**

**TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN CON ESPECIALIDAD EN EDUCACIÓN PRIMARIA**

**AUTOR**

García Herrera, Sergio Guillermo

**ASESOR**

Patiño Rivera, Alberto Eli

2021

## RESUMEN

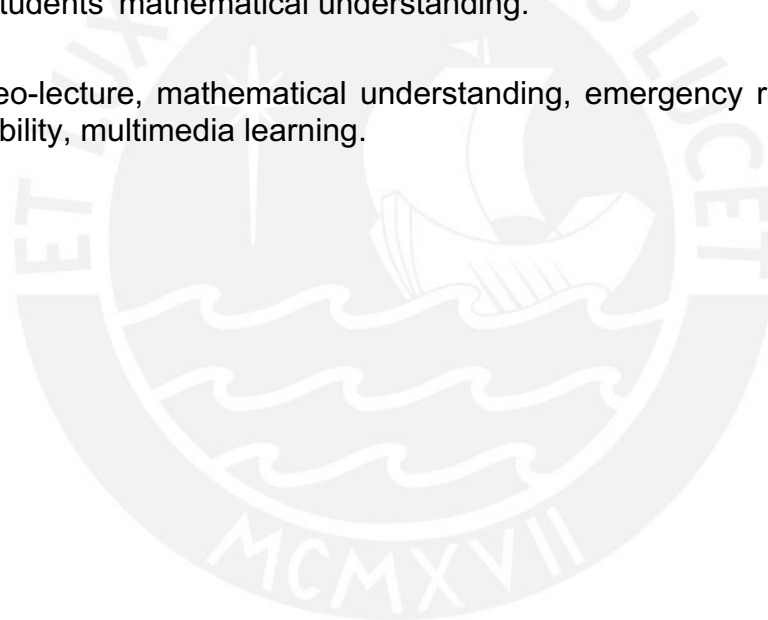
El aprendizaje de la matemática debe considerar, además de la aplicación de definiciones o procedimientos, la argumentación y justificación de dichos procesos. Sin embargo, en el contexto de la enseñanza remota de emergencia (ERE), esto supone una dificultad para estudiantes con limitaciones para acceder a clases sincrónicas no presenciales. A partir de la identificación de esta situación en un aula, surge la siguiente problemática: ¿Cómo mejorar la comprensión matemática de estudiantes de 5° grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana, en el marco de la enseñanza remota de emergencia? En base a ello, se plantea como hipótesis que la implementación de video-lecciones puede aportar a la solución del problema, por lo que el objetivo general del estudio es “implementar y evaluar video-lecciones para mejorar la comprensión matemática de estudiantes de 5° grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana, en el marco de la enseñanza remota de emergencia”. Para lograr el objetivo se ha optado por la metodología de investigación-acción y se ha seleccionado cuatro instrumentos: dos destinados a la evaluación de las video-lecciones, a partir de los criterios de idoneidad didáctica de Godino y colaboradores; y dos instrumentos para la evaluación de la comprensión matemática de los estudiantes, en base a la teoría del crecimiento de la comprensión matemática de Pirie y Kieren. Los resultados del estudio evidencian que las video-lecciones implementadas, en la medida en que cumplieron con los criterios de idoneidad didáctica, fomentaron el crecimiento de la comprensión matemática de los estudiantes.

Palabras clave: video-lección, comprensión matemática, enseñanza remota de emergencia, idoneidad didáctica, aprendizaje multimedia.

## ABSTRACT

Mathematical learning should involve, besides from the application of definitions and procedures, appropriate justification and reasoning. However, in an emergency remote teaching context, this poses a challenge for students with limited access to remote synchronous lessons. From the identification of this situation in a classroom, the following problem arises: How to improve the mathematical understanding of 5th grade students of a public school in Lima Metropolitana, within an emergency remote teaching context? Based on this, it is hypothesized that the implementation of video-lectures can contribute to solving the problem. Therefore, the general objective of the study is the implementation and evaluation of video-lectures to improve the mathematical understanding of 5th grade students of a public school in Lima Metropolitana, within an emergency remote teaching context. To fulfill that purpose, the action-research methodology has been chosen and four instruments have been selected: two for the evaluation of video-lectures, built upon Godino and collaborators' didactical suitability criteria; and two for the assessment of students' mathematical understanding, based on the Pirie-Kieren theory. The results of the study show that the video-lectures, to the extent that they met the didactical suitability criteria, fostered the growth of students' mathematical understanding.

Keywords: video-lecture, mathematical understanding, emergency remote teaching, didactical suitability, multimedia learning.



# ÍNDICE

INTRODUCCIÓN .....	6
PARTE I: MARCO CONCEPTUAL .....	9
<b>CAPÍTULO 1: VIDEO-LECCIÓN: RECURSO MULTIMEDIA VERSÁTIL Y ASÍNCRONO</b> .....	<b>9</b>
1.1. El uso del video para la educación y para el aprendizaje.....	9
1.1.1. <i>El uso del video en la educación</i> .....	9
1.1.2. <i>Elementos fundamentales del aprendizaje con videos</i> .....	10
1.2. La video-lección: ¿grabar la clase?.....	12
1.2.1. <i>¿Qué es una video lección?</i> .....	12
1.2.2. <i>¿Cuál es el rol del docente en la implementación de la video-lección?</i> ....	14
1.3. Formato de video-lección .....	15
1.3.1. <i>Imagen superpuesta</i> .....	15
1.3.2. <i>Clase grabada</i> .....	15
1.3.3. <i>Video “dibujado”</i> .....	16
1.3.4. <i>Presentación narrada</i> .....	16
1.4. Video: recurso asíncrono para la enseñanza remota .....	18
1.4.1. <i>Educación remota de emergencia: ¿solución temporal?</i> .....	19
1.4.2. <i>El uso de la video-lección en contextos de conectividad limitada</i> .....	20
<b>CAPÍTULO 2: VIDEO-LECCIÓN: RECURSO PARA LA COMPRESIÓN MATEMÁTICA</b> .....	<b>22</b>
2.1. La comprensión matemática como proceso recursivo de construcción.....	22
2.2. Consideraciones didácticas para la comprensión matemática .....	24
2.2.1. <i>Idoneidad didáctica: ¿existe una receta mágica?</i> .....	24
2.2.2. <i>Problemas: medio para el aprendizaje y la enseñanza de la matemática</i> .....	26
2.2.3. <i>Múltiples representaciones: más de una manera de simbolizar los conceptos</i> .....	27
2.3. Experiencias de enseñanza matemática a través de videos .....	29
2.3.1. <i>El uso de dibujos en la enseñanza matemática por medio de videos</i> .....	29
2.3.2. <i>Las múltiples representaciones en la enseñanza matemática con videos</i> .....	30
2.3.3. <i>Criterios de idoneidad didáctica en los videos de matemática</i> .....	31
2.4. Diseño de video-lecciones para mejorar la comprensión matemática en la enseñanza remota de emergencia .....	32
2.4.1. <i>Video-lección con múltiples formatos</i> .....	32
2.4.2. <i>Criterios de idoneidad didáctica para la video-lección</i> .....	33
PARTE II: INVESTIGACIÓN .....	36

<b>CAPÍTULO 1: DISEÑO METODOLÓGICO</b> .....	36
1.1. Método de la investigación - acción .....	36
1.2. Contexto de la investigación-acción .....	37
1.3. Problematización y Objetivos de la investigación .....	38
1.4. Plan de acción.....	38
1.5. Técnicas e instrumentos para organizar y analizar la información.....	42
1.6. Procedimientos éticos aplicados en la investigación.....	45
<b>CAPÍTULO 2: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN</b> .....	45
2.1. Identificación y definición de la problemática .....	46
2.2. Diseño del plan de acción.....	49
2.2.1. <i>Replanteando las video-lecciones.</i> .....	49
2.2.2. <i>¿Cómo evaluar la implementación?</i> .....	50
2.2.3. <i>¿Cuántos estudiantes deberían participar del estudio?</i> .....	51
2.2.4. <i>¿Qué fases considerar?</i> .....	52
2.3. Evaluación inicial.....	52
2.3.1. <i>Idoneidad didáctica (V1 y V2)</i> .....	53
2.3.2. <i>Comprensión matemática (P1 y P2).</i> .....	57
2.4. Primer ciclo de implementación.....	61
2.4.1. <i>Idoneidad didáctica (V3 y V4).</i> .....	61
2.4.2. <i>Comprensión matemática (P3).</i> .....	67
2.5. Segundo ciclo de implementación.....	71
2.5.1. <i>Idoneidad didáctica (V5 y V6).</i> .....	72
2.5.2. <i>Comprensión matemática (P4).</i> .....	77
2.6. Tercer ciclo de implementación .....	82
2.6.1. <i>Idoneidad didáctica (V7).</i> .....	82
2.6.2. <i>Comprensión matemática (P5).</i> .....	86
2.7. Dificultades y logros .....	91
<b>LECCIONES APRENDIDAS</b> .....	93
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	96
<b>ANEXOS</b> .....	108

## INTRODUCCIÓN

La pandemia del COVID-19 generó que distintos países suspendieran las actividades presenciales en las escuelas y optaran por programas de enseñanza remota de emergencia, modalidad en la que se aplican las herramientas de enseñanza disponibles para ofrecer el servicio educativo de manera rápida y confiable por un período temporal (Abreu, 2020; Cahapay, 2020; Mohmmed, et al., 2020). En este escenario, surgió la necesidad de enseñar de manera remota áreas complejas como la matemática, buscando no solo la aplicación de procedimientos sino también la justificación y el razonamiento sobre dichos procesos (Kolikant y Broza, 2011).

Esta situación fue identificada en la práctica pre-profesional realizada en una institución pública de Lima Metropolitana. En ese contexto, se utilizó WhatsApp y la plataforma web “Aprendo en Casa” (AeC) del Ministerio de Educación del Perú (Minedu, 2020c). No obstante, a pesar de la accesibilidad de la plataforma, las actividades eran presentadas sólo en formato textual, medio que, en comparación con el video, fomenta de manera limitada el aprendizaje de los procedimientos o la comprensión de los problemas (Alexander, 2013; Bottge, et al., 2003). Además, debido a las limitaciones de recursos tecnológicos de las familias, la interacción sincrónica no ofrecía la flexibilidad necesaria (Baran & AlZoubi, 2020).

A partir de esta situación, surgió la motivación principal de la investigación: implementar un recurso asíncrono que fortaleciera la comprensión matemática de los estudiantes. Además, se buscó aportar a la investigación sobre el uso de videos educativos, la didáctica de la matemática y la aplicación de las TIC en contextos de conectividad limitada.

De esta manera, el estudio partió del siguiente problema: **¿Cómo mejorar la comprensión matemática de estudiantes de 5° grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana, en el marco de la enseñanza remota de emergencia?** Posteriormente, se formuló como hipótesis que “la implementación de video-lecciones, en el marco de la enseñanza remota de emergencia, mejora la comprensión matemática de estudiantes de 5to grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana”.

En esa línea, de acuerdo a Mohmmed, et al. (2020), el desarrollo de video-lecciones en las que se sintetice el contenido de una clase puede facilitar el acceso remoto por parte de estudiantes con limitada conectividad, al generar archivos de

reducido tamaño. Además, las experiencias de Muir (2014) y Weeraratne y Chin (2018), evidencian los beneficios de los videos para la comprensión, el rendimiento y el interés por las matemáticas.

El objetivo general de la investigación es el siguiente: “Implementar y evaluar video-lecciones para mejorar la comprensión matemática de estudiantes de 5° grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana, en el marco de la enseñanza remota de emergencia”, y se formuló tres objetivos específicos asociados al diseño, aplicación y evaluación de la estrategia. En ese sentido, el estudio ha sido enmarcado en la línea de investigación “Educación y Tecnología”.

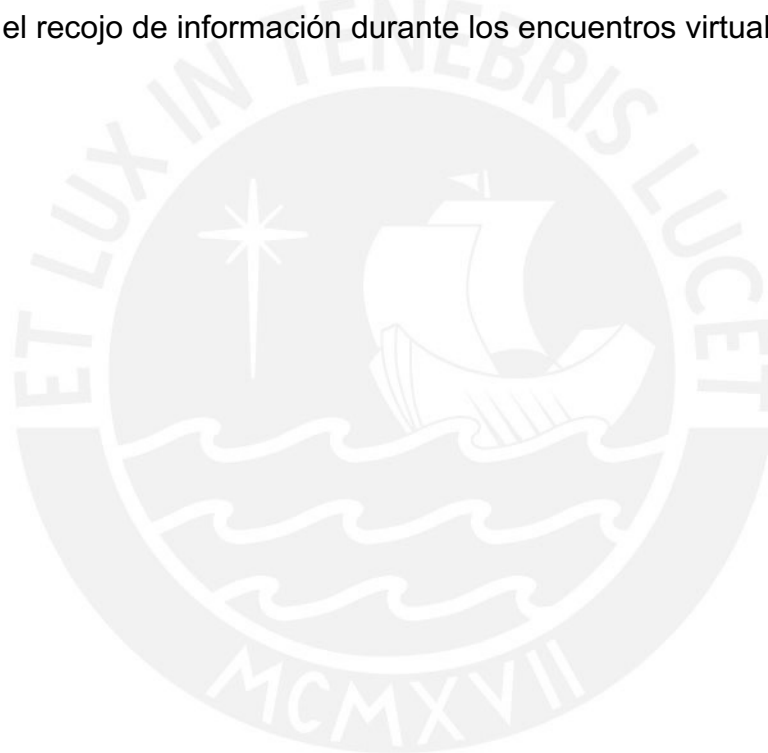
Para lograr los propósitos, se escogió la metodología de investigación-acción, por lo que el docente-investigador integró los procesos de investigación y práctica de manera cíclica, recolectando y analizando información para retroalimentar la práctica y solucionar el problema (Somekh, 1995). Además, se adoptó el enfoque cualitativo, optando por estudiar a un número reducido de individuos en un contexto particular para comprender la situación y la percepción de los sujetos implicados (Maxwell, 2008). En esa línea, de acuerdo al tipo de investigación, se elaboró un plan de acción y se seleccionó técnicas que permitieran evaluar la implementación y realizar las mejoras necesarias (Elliot, 2000).

Por un lado, se escogió el análisis documental y la entrevista, para recoger las percepciones del docente-investigador y los estudiantes respecto a las video-lecciones, a partir de la adaptación de los criterios de idoneidad didáctica de Godino (2013). Así mismo, se eligió el análisis documental y la observación, con la finalidad de evaluar la comprensión matemática de los estudiantes, en base a la teoría de Pirie y Kieren (1994). En base al análisis e interpretación de la información recogida durante el proceso de investigación-acción, se evidenció que las video-lecciones implementadas, en la medida en que cumplieron con los criterios de idoneidad didáctica, fomentaron el crecimiento de la comprensión matemática de los estudiantes del aula.

El informe ha sido estructurado en dos partes. La primera parte, referida al marco conceptual, está compuesta por dos capítulos. En el primero, se describe la video-lección y su aplicación en la enseñanza remota de emergencia, mientras que en el segundo, se define conceptos como comprensión matemática e idoneidad didáctica, y se expone algunas experiencias de enseñanza matemática a través de videos.

La segunda parte también ha sido organizada en dos capítulos. En el primer capítulo, se detalla el diseño metodológico, especificando el método y contexto del estudio, al igual que las técnicas e instrumentos seleccionados; y en el segundo capítulo, se narra cada fase de la investigación-acción, analizando la información en contraste con la teoría. Finalmente, se presenta las lecciones aprendidas durante el desarrollo del estudio, las referencias bibliográficas y los anexos.

Adicionalmente, se reconoce dos limitaciones asociadas al estudio. En primer lugar, en el marco de la enseñanza remota de emergencia, el tiempo para la elaboración de cada video-lección fue limitado. En segundo lugar, los problemas de conectividad del docente-investigador y/o de los estudiantes generaron ocasionales dificultades en el recojo de información durante los encuentros virtuales.





## **PARTE I: MARCO CONCEPTUAL**

El objetivo de esta investigación es implementar y evaluar video-lecciones para mejorar la comprensión matemática en estudiantes de 5° grado de primaria, en el marco de la enseñanza remota de emergencia. En tal virtud, en el marco conceptual se describe las características y tipos de video-lección, al igual que su uso en la enseñanza remota de emergencia; se define la comprensión matemática y las consideraciones didácticas necesarias para su desarrollo, y se expone las experiencias de enseñanza matemática a través de videos.

### **CAPÍTULO 1: VIDEO-LECCIÓN: RECURSO MULTIMEDIA VERSÁTIL Y ASÍNCRONO**

Este capítulo se inicia haciendo una revisión sobre el uso del video en educación y los principios multimedia para su aplicación; luego, se define el concepto de video-lección, el rol que el docente asume en su implementación y los formatos en que puede desarrollarse; finalmente, se describe el rol de las video-lecciones en la enseñanza remota de emergencia.

#### **1.1. El uso del video para la educación y para el aprendizaje**

El uso del video en el aula no es algo nuevo; sin embargo, a partir de las innovaciones tecnológicas y pedagógicas, y el aumento de la literatura asociada a su aplicación, el video se ha convertido en un recurso ampliamente utilizado en contextos educativos variados (Steffes y Duverger, 2012). Por ello, antes de describir los elementos principales de la video-lección, se considera importante realizar una breve revisión del uso del video en el campo educativo y la teoría que sustenta su uso para el aprendizaje.

**1.1.1. El uso del video en la educación.** La implementación de videos en el aula se remonta al uso de los cassette, grabadoras de video y los DVD. Sin embargo, a partir del desarrollo del internet y la web 2.0, los educadores tienen acceso a nuevos formatos de video, mayor literatura en relación al aprendizaje con recursos multimedia e incluso videos educativos elaborados por profesionales. Esto, sumado a la reducción en costos y mayor accesibilidad a herramientas de grabación, edición, producción y publicación, ha generado un incremento en el número de docentes que hoy en día elabora sus propios videos educativos (Steffes y Duverger, 2012; Berk, 2009; Santos Espino, Afonso Suárez & González-Henríquez, 2020).

En este contexto, los videos son utilizados, por ejemplo, para resumir las ideas principales sobre algún tema o para realizar explicaciones. Además, gracias a la

posibilidad de pausar y repetir los videos, estos pueden ser visualizados y procesados por cada estudiante de acuerdo a su ritmo de aprendizaje (De la Flor López, Ferrando & Fabregat-Sanjuan, 2016; Brecht & Ogilby, 2008). En ese sentido, como señala Hughes (2019), en comparación a una clase o exposición regular, el video puede ser editado para ser más preciso y puntual.

De hecho, hoy en día se utiliza el término *video-based learning* o aprendizaje basado en videos, para describir al proceso en el que se adquiere conocimientos, habilidades y competencias a través del uso de videos (Giannakos, Jaccheri & Krogstie, 2016; Giannakos, Chorianopoulos & Chrisochoides, 2015).

Así, los avances tecnológicos, la mayor disponibilidad de herramientas para elaborar videos y la creciente literatura respecto a su uso didáctico, han contribuido a que hoy en día se utilice los videos para resumir ideas, explicar conceptos o incluso desarrollar habilidades y competencias. No obstante, así como sucede con la enseñanza del docente, el video y su aplicación didáctica necesitan cumplir con algunos criterios y elementos que aseguren el aprendizaje de los estudiantes, los cuáles serán expuestos a continuación.

**1.1.2. Elementos fundamentales del aprendizaje con videos.** Para comenzar, es importante mencionar que, debido a que el video puede integrar los medios visuales, como texto, ilustraciones y colores; auditivos como la música y la narración; y activos, en el caso de las transiciones y animaciones, representa un tipo de multimedia, y tiene el potencial para captar distintos tipos de inteligencia y activar múltiples partes del cerebro (Allison, 2015; Berk, 2009).

En ese sentido, resulta vital describir tres elementos fundamentales del aprendizaje multimedia. En primer lugar, de acuerdo a Berk (2009), numerosas investigaciones evidencian el principio de la teoría de codificación dual, según el cual la combinación de medios auditivo-verbales y visuales-pictóricos estimula la memoria, comprensión y aprendizaje. Dicho de otra manera, como destacan Mayer (2017) y Allison (2015), al utilizar medios de comunicación de canales separados, como el verbal y el visual, se facilita el aprendizaje.

En segundo lugar, un elemento resaltado por Duffy (2008) es el carácter activo del aprendizaje con videos. Por tal razón, sugiere integrar pausas y preguntas para que el estudiante se involucre de forma activa durante la observación. En tercer lugar, Allison (2015) hace referencia a la teoría de carga cognitiva, según la cual la memoria de trabajo tiene una capacidad limitada, por lo que se puede sobrecargar debido a la

complejidad del contenido o a la información multimedia no esencial para el aprendizaje. Asimismo, para fijar la atención del estudiante, es indispensable que el video tenga contenidos precisos y una duración asequible.

Por ello, Mayer (2017) hace referencia a tres objetivos esenciales orientados a limitar dicha carga cognitiva: reducir el procesamiento no esencial, gestionar el procesamiento esencial y promover la generación de procesamiento. Para lograr el primer objetivo, Mayer sugiere respetar cinco principios: la coherencia, que implica evitar el material extra que no promueva la meta de aprendizaje; la señalización, para resaltar el material esencial; la redundancia, que significa evitar mostrar un texto escrito cuando ya se narra y grafica la información; y la contigüidad espacial y temporal, asociadas a la cercanía física y la simultaneidad con que se presenta el texto o narración y el gráfico asociado.

En relación al segundo objetivo, la gestión del procesamiento esencial, Mayer (2017) ofrece tres pautas básicas. Primero, el principio de modalidad, según el cual la narración es más útil que el texto escrito, siempre y cuando dicho texto no sea extenso. Segundo, la preparación, que implica familiarizar previamente a los estudiantes con los conceptos de la actividad; es decir, considerar sus conocimientos previos al presentar la nueva información (Bengochea y Medina, 2013). Y tercero, la segmentación, es decir, la división del video en segmentos o bloques, especialmente cuando este sea de larga duración (Duffy, 2008; Bengochea y Medina). Ahora bien, cabe resaltar que la duración estará determinada por las características de los estudiantes, y por el tipo de video que se desarrolle.

Finalmente, en relación con el tercer objetivo, la generación de procesamiento, Mayer (2017) hace hincapié en 3 puntos: personalización, voz y personificación. En esa línea, Allison (2015) y Berk (2009) resaltan la importancia de usar un lenguaje personalizado, auténtico y contextualizado. Asimismo, como destaca Mayer, se sugiere que el docente realice la narración con su propia voz y que se pueda observar sus gestos. Más aún, Draus, Curran y Trempus (2014) argumentan que la presencia del docente en el video, especialmente en contextos remotos, proporciona una noción de presencia social, lo cual afecta positivamente la experiencia del estudiante.

Así, a partir de los elementos revisados, se afirma que el video es un recurso multimedia que combina medios auditivos y visuales, procesados de manera separada, para estimular la memoria y comprensión. Sin embargo, para trabajar con esos múltiples canales, es importante no sobrecargar la memoria de trabajo, lo cual

implica priorizar y resaltar el material esencial para el aprendizaje, presentar de manera simultánea la información asociada, segmentar el contenido y usar elementos humanos.

Descritos los principios fundamentales que deben ser tomados en cuenta al integrar cualquier video en el campo educativo, se define y describe el tipo específico de video en el que se centra la presente investigación.

## **1.2. La video-lección: ¿grabar la clase?**

Las video-lecciones, también llamadas *video lectures* o *video lessons*, constituyen un importante recurso en programas de educación a distancia y educación híbrida, como en el caso de los modelos de aula invertida, en los que se envía videos de introducción o explicación para la casa y se destina el tiempo en el aula para actividades más activas (Chen y Thomas, 2020; Edwards, 2016). No obstante, existen diversas posturas respecto a la finalidad, uso y duración de este recurso, al igual que sobre el rol que el docente asume en su elaboración y desarrollo. Por ello, se revisará estas consideraciones a continuación.

**1.2.1. ¿Qué es una video lección?** Un punto de partida útil es proporcionado por Kuznekoff (2020), quien argumenta que el objetivo de la video-lección es explicar el contenido de algún curso a través recursos visuales como las presentaciones, la narración y/o la visualización del educador. No obstante, es aquí donde surge el primer punto de inflexión, respecto a la relación entre la video-lección y el videotutorial.

De acuerdo a Bengochea y Medina (2013), el videotutorial también tiene la intención de explicar los elementos principales de un contenido y puede ser elaborado por el docente. De manera similar, Chen y Wu (2015), afirman que hay video-lecciones, como las del estilo “Khan Academy”, que están basadas en tutoriales realizados con un lápiz y pizarra digital. Por el contrario, autores como Kuznekoff (2020), argumentan que, a diferencia de la video-lección, el video tutorial se concentra en el aspecto “demostrativo” o “procedimental” del contenido, en lugar de la explicación integral del concepto.

A partir de lo expuesto, se argumenta que el videotutorial es aquel video educativo en el que se explica un contenido, pero desde un punto de vista esencialmente demostrativo, generalmente haciendo uso de una pizarra digital y la narración del docente. Por su parte, la video-lección es un video educativo en el que se explica de manera integral un contenido, y que puede (o no) incluir un videotutorial que facilite realizar demostraciones de procedimientos o procesos.

Ahora bien, un segundo punto de inflexión está asociado a los contextos en los que se utiliza la video-lección. De acuerdo a Brecht y Ogilby (2008), la video-lección incluye la presentación y explicación del material del curso con ayuda del docente, y no es la grabación de la clase presencial, sino un complemento a esta.

Por su parte, Green (2015) identifica la utilidad de las video-lecciones en un modelo híbrido de aula invertida en el que los estudiantes, en lugar de atender a la clase de manera presencial, observan un video grabado sobre esta en sus hogares a su propio ritmo y desarrollan actividades colaborativas o más personalizadas en el aula. Por último, Kuznekoff (2020) y Chen y Wu (2015), utilizan el término video-lección *online*, argumentando que este recurso puede ser implementado en la educación en línea, ofreciendo la oportunidad de que los estudiantes puedan ver y escuchar la clase como si estuvieran en el aula.

Sobre la base de estas perspectivas, y teniendo en consideración el contexto de la presente investigación, se sostiene que la video-lección, si bien puede ser utilizada como complemento de la clase presencial, resulta especialmente útil en contextos híbridos, para facilitar actividades colaborativas y activas en las sesiones presenciales, o en los contextos no presenciales en los que no es posible o deseable asistir físicamente.

Finalmente, se identifican puntos de vista diversos en relación a la duración de la video-lección. Así, Ozan y Ozarslan (2016) recomiendan una duración de no más de 10 minutos, para que puedan ser más fácilmente comprendidas. Por su parte, Brame (2016) sugiere un máximo de 6 minutos, aunque menciona que se puede utilizar más de un video por lección.

A partir de esta disyuntiva, Slemmons, et al. (2018) desarrollan una investigación con estudiantes de 7° y 9°, comparando el uso de una video-lección conformada por un video de 20 minutos y la misma video-lección dividida en dos bloques de 10 minutos cada uno, y concluyen que dicha segmentación fomentó la retención de información en el largo plazo, al igual que la concentración de los estudiantes. De acuerdo con ello, se argumenta que, en los últimos grados de primaria, la video-lección debe estar dividida en bloques de no más de 10 minutos, y se sugiere que el número de bloques que se desarrolle no sea mayor a dos.

Asimismo, se define la video-lección como un video o una secuencia de videos en los que se explica un contenido o concepto a través de recursos audiovisuales como diapositivas, pizarras (físicas o digitales), narraciones y/o la visualización del

docente. De esta forma, si el contenido así lo requiere, la video-lección puede incluir un videotutorial para presentar demostraciones o procedimientos.

Además, si bien este recurso puede ser utilizado de forma complementaria en contextos presenciales, es particularmente útil en modalidades no presenciales o híbridas. Así, habiendo definido la video-lección, se procede a explorar las múltiples posturas relacionadas al rol que el docente asume en su implementación.

**1.2.2. ¿Cuál es el rol del docente en la implementación de la video-lección?** Como destacan Chorianoopoulos (2018) y Alpert (2016) la video-lección puede ser desarrollada por otro educador distinto al docente del curso, en cuyo caso se puede acceder a dicho recurso a través de plataformas como YouTube; o puede ser creada y producida por el docente. En esa línea, Kim y Thayne (2015) argumentan que, en contextos *online*, la presencia del docente en el video puede fortalecer la relación estudiante-docente y proporcionar una noción de presencia social. Más aún, como señala Alpert (2016), si el video es diseñado por el propio docente, este puede ser personalizado de acuerdo a los objetivos propuestos para la actividad y las características particulares de los estudiantes.

A partir de estos argumentos, se considera recomendable optar por una video-lección elaborada por el docente a cargo de los estudiantes. En ese caso, de acuerdo a Alpert (2016), el docente asume tres funciones fundamentales. En primer lugar, debe escribir un guion que incluya los elementos didácticos, visuales y auditivos; noción compartida por Bengochea y Medina (2013). En segundo lugar, debe dirigir el video, lo que implica tomar decisiones respecto al estilo y edición del video, teniendo en consideración la perspectiva de los estudiantes. En tercer lugar, debe grabarlo y editarlo, recortando algunas partes no esenciales e insertando recursos visuales y efectos que permitan enfatizar en los aspectos clave (Alpert, 2016).

Asimismo, Alpert (2016) añade que el docente puede también asumir un rol protagónico en el video. En ese sentido, su participación posibilita la conexión personal entre los estudiantes, el video y el docente, fomentando así el aprendizaje y la motivación. Para ello, lo ideal es que la participación del profesor sea visual, aunque se considera también válido que acompañe solo a nivel auditivo en la narración.

De esta forma, se reconoce que el docente tiene la posibilidad de buscar video-lecciones en repositorios en línea; sin embargo, se recomienda que sea él mismo quien las elabore, para así poder personalizarlas de acuerdo a las características de

sus estudiantes y las metas de aprendizaje. Por lo tanto, el profesor requiere guionizar, grabar, editar y participar a nivel narrativo y/o visual de las video-lecciones.

De esta manera, se ha definido y descrito la video-lección, sus características y el rol que el docente asume en su implementación; sin embargo, cabe resaltar que existe más de un tipo de video-lección, cada una con sus respectivas fortalezas y debilidades.

### **1.3. Formatos de video-lección**

Como menciona Chorianopoulos (2018), algunos ejemplos de video-lección incluyen las grabaciones directas de la clase en el aula, grabaciones de pantalla acompañadas de narración, videos animados, entre otros. Al respecto Gilardi, et al. (2015), utiliza el término “formato” para referirse a la manera en que se presenta la video-lección y la forma en que se integran sus elementos: presentación, elementos gráficos, animaciones, audio, video del docente, etc.

En esa línea, a partir de los aportes de Chen y Wu (2015), Santos Espino, et al. (2020), Gilardi, et al., (2015), Chen y Thomas (2020), y Chorianopoulos (2018), se puede identificar cuatro formatos principales de video-lección. Cabe mencionar que, en línea con el objetivo y contexto de la presente investigación, se toma en cuenta aquellos formatos que no requieren una alta inversión en recursos o capacitación para producción, grabación y edición.

**1.3.1. Imagen superpuesta.** En primer lugar, se describe el “*picture-in-picture*” (imagen superpuesta) como la combinación de la imagen y el audio del docente, acompañados por diapositivas. Pi, Hong y Yang (2017) destacan que la presencia del docente en este tipo de videos ofrece señales no verbales que facilitan el aprendizaje online, a partir de la teoría de presencia social; mientras que Gilardi, et al. (2015), resalta la posibilidad de apoyarse en el lenguaje corporal. De manera similar, Chen y Wu (2015), argumentan que este es el formato de video que integra mayores elementos multimedia; sin embargo, añaden que este implica un alto costo y complejidad.

**1.3.2. Clase grabada.** En segundo lugar, Chen y Wu (2015) utilizan el término “*lecture capture*” (“clase grabada”) para denominar a la grabación de una clase real del docente en el aula, en la que puede utilizar algún material de apoyo como una presentación proyectada o una pizarra. De este modo, se puede representar experiencias de aprendizaje auténticas a bajos costos de producción.

Adicionalmente, Santos Espino, et al. (2020) describen la video-lección de tipo “chalk and talk” en la que el docente se graba explicando un contenido con ayuda de una pizarra, solo que, en este caso, no se incluye a los estudiantes interactuando en la clase. A partir de esta descripción, se ha optado por considerar ambas variantes dentro del formato de “clase grabada”.

**1.3.3. Video “dibujado”.** En tercer lugar, Chen y Wu (2015) describen el video al estilo “khan”, en referencia a los videos de Khan Academy, como un tutorial “dibujado” a mano por medio de un lápiz digital y una tablet, y acompañado por narración y explicación. Al respecto, Chen y Thomas (2020), mencionan que este formato de video tiene el beneficio de poder simular el movimiento natural de la mano y narrar cada acción realizada, resaltando información visual relevante y fomentando así la atención y percepción del estudiante.

Esto está estrechamente ligado a los principios de señalización, contigüidad y personificación, en la medida en que se orienta la atención del observador hacia la información esencial en tiempo real y a través de movimientos gestuales. No obstante, un problema con este tipo de video, es que no permite organizar la información de manera jerárquica, por lo que la carga cognitiva no necesariamente se reduce (Chen y Thomas, 2020).

Cabe resaltar que este formato de video puede incluir la mano del docente mientras realiza los trazos; sin embargo, según Schroeder y Traxler (2017), pese a que ello puede fortalecer la conexión con el estudiante, también inhibe su aprendizaje. Adicionalmente, al igual que con el anterior formato, se ha considerado una variante propuesta por Santos Espino, et al. (2020) en la que, en lugar de utilizar una pizarra y lápiz digital, se hace uso de una pizarra regular y un plumón, o de lápiz y papel.

**1.3.4. Presentación narrada.** Por último, Chen y Wu (2015), denominan “*voice-over presentation*” (presentación narrada) a aquel video en el que el docente prepara una presentación con diapositivas, y graba su pantalla mientras las explica de manera oral. De hecho, para Brecht y Ogilby (2008), este tipo de video es el que mejor representa lo que es un “*video lecture*”, y puede incluir el uso de archivos asociados al curso, los cuáles pueden ser explicados por el profesor.

Ahora bien, como destacan Chen y Wu (2015), este formato corre el riesgo de percibirse de manera semejante a una clase expositiva en la que no se presenta movimiento. En ese sentido, los videos no se deben reducir a la simple grabación de diapositivas que podría desarrollarse de forma presencial; por el contrario, se tiene



que aprovechar aquellos elementos especiales que no pueden ser mostrados o explicados a través de otro medio (Alpert, 2016).

Debido a ello, Chen y Thomas (2020) mencionan que la presentación narrada también puede incorporar movimiento parcial, a través de la transición de diapositivas y animación de elementos, los cuáles pueden estar sincronizados con la narración del docente. Además, como destacan los autores, en comparación al video “dibujado”, implica menor inversión de tiempo y producción, a pesar de que la diferencia de resultados en cuanto a retención de información no es amplia.

Por otra parte, como afirman Chen y Wu (2015) y Santos Espino, et al. (2020), este formato puede también estar acompañado del video del docente en una esquina de la pantalla, lo cual resultaría beneficioso de acuerdo a la teoría de presencia social descrita anteriormente. Particularmente, de acuerdo a Pi, et al. (2017), la imagen pequeña resulta más beneficiosa, en comparación a una mediana o grande.

Sin embargo, también se identifica una serie de dificultades. Por ejemplo, Gilardi, et al. (2015), realiza un estudio sobre el formato “screencast”, variante similar a la presentación grabada, pero con la posibilidad de grabar elementos adicionales de la pantalla, y concluye que, debido al reducido tamaño del video del docente, no es posible leer su lenguaje corporal. A partir de ello, se puede deducir que una problemática similar podría generarse en la presentación narrada. De similar forma, si se incluye una tabla de contenidos visual, se corre el riesgo de provocar división en la atención del estudiante y, por lo tanto, una sobrecarga cognitiva (Chen & Wu, 2015).

A partir de la revisión de los formatos, así como los elementos multimedia descritos previamente, se ha elaborado la Tabla N° 1, en la que se compara las fortalezas y debilidades de cada tipo de video-lección. Cabe destacar que, debido a las limitaciones de la presentación narrada sin video del docente y la necesidad de participación presencial de estudiantes para la clase grabada en aula real, estos formatos no han sido considerados.

**Tabla N° 1: Fortalezas y debilidades de formatos de video-lección**

<b>Formato</b>	<b>Gestión del procesamiento</b>	<b>Presencia social</b>	<b>Costo de producción</b>	<b>Dificultad de producción</b>
Imagen superpuesta	Alta	Alta	Regular-alto	Alta
Clase grabada (sin	Regular-alta	Alta	Regular	Regular-alta

estudiantes)				
Video “dibujado” digital	Regular-alta	Regular	Regular-alto	Regular
Video “dibujado” físico	Regular	Regular	Bajo	Regular-alta
Presentación narrada (audio y video)	Regular-baja	Regular	Regular-bajo	Regular-baja

Adaptado de: Allison (2015), Chen y Thomas (2020), Chen y Wu (2015), Chorianopoulos (2018), Draus, et al. (2014), Gilardi, et al. (2015), Mayer (2017) y Santos Espino, et al. (2020).

En esa línea, se argumenta que el formato que cumple con mayor precisión con los fundamentos del aprendizaje multimedia es el de imagen superpuesta. No obstante, este tipo de video-lección es también el más costoso y difícil de producir. En contraste, la presentación narrada con audio y video es el formato menos costoso y fácil de producir; sin embargo, es también el que puntúa más bajo en los criterios multimedia.

A partir de ello, se considera importante el aporte de Bengochea y Medina (2013), quienes sugieren que, al realizar un video, el docente debe elegir el formato más adecuado de acuerdo al tema, e incluso optar por una combinación de dichos formatos. Por consiguiente, una video-lección podría integrar más de un formato, con el objetivo de cumplir con los elementos del aprendizaje multimedia, pero también limitar la dificultad y costo de producción.

Ahora bien, es relevante mencionar que el contexto y las características de los estudiantes influyen en la manera en la que se elabora la video-lección y el formato que se escoja. Por ello, en el siguiente apartado se explora cómo este recurso puede utilizarse en el marco de la enseñanza remota de emergencia.

#### **1.4. Video: recurso asíncrono para la enseñanza remota**

La enseñanza remota de emergencia (ERE), como su nombre lo indica, responde a una situación especial que no se presenta con frecuencia, pero que cuando lo hace, implica una serie de retos y desafíos, como durante el brote del SARS en China en el 2003. En dicha situación, como describe Heidinger (2015), el gobierno tuvo que habilitar clases en línea para aquellos estudiantes que tuvieran que quedarse

en casa. De manera similar, a partir del brote del COVID-19 en el 2020, muchos países optaron por la ERE (Cahapay, 2020).

En este contexto, una de las principales dificultades identificadas por Álvarez Jr. (2020) es la conectividad, puesto que la imposibilidad de conectarse a internet en el momento necesario y con una buena calidad repercute negativamente en la experiencia y el aprendizaje de los estudiantes. Es en estas situaciones en las que, como se expondrá más adelante, el video asume un rol clave para el envío de contenidos de manera asíncrona y accesible.

**1.4.1. Educación remota de emergencia: ¿solución temporal?** Es necesario considerar que la ERE surge a partir de una situación de emergencia en la que se ponen en uso todas las herramientas de enseñanza disponibles para proporcionar de manera simple, rápida, duradera y confiable una educación que normalmente sería ofrecida de manera presencial o mixta, y que volverá a la normalidad una vez termine la crisis (Abreu, 2020; Mohmmed, et al., 2020).

De esa forma, a diferencia de los modelos de educación virtual o en línea, los cuáles son planificados y diseñados de manera sistemática y que dependen de un entorno interconectado, la ERE representa una solución o alternativa temporal para proporcionar el servicio educativo durante una crisis (Abreu, 2020; Alshehri, et al., 2020). Igualmente, se diferencia de la educación a distancia (EAD) por dos razones principales: En primer lugar, porque mientras que en la EAD se concibe la “distancia” como la separación física y/o temporal y, por tanto, permite programar encuentros presenciales; en la ERE el énfasis está únicamente en la distancia física, debido a la situación de emergencia. Y, en segundo lugar, debido a que, a diferencia de la EAD, en la ERE no se cuenta con material didáctico elaborado con anticipación y adaptación a la modalidad, en línea con el carácter imprevisto de la crisis (Bozkurt y Sharma, 2020; Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, y Minedu, 2017).

En síntesis, la enseñanza remota de emergencia (ERE) constituye una alternativa temporal en la que, a través de los recursos disponibles, se proporciona el servicio educativo de manera rápida y confiable durante una crisis, con el objetivo de asegurar la continuidad de la educación, pero teniendo en cuenta que, una vez culminada la situación de emergencia, se generará un retorno a la modalidad que se desarrollaba previamente.

En consecuencia, resulta vital evaluar y tomar en cuenta el contexto y las necesidades de aprendizaje de los estudiantes al momento de tomar decisiones y planificar la estrategia de enseñanza (Talidong, 2020; Toquero, 2020). Esta información, como añade Bao (2020), es además necesaria al momento de determinar la cantidad, dificultad y extensión del contenido que se envíe a los alumnos. En esa línea, a continuación, se describe los medios utilizados para desarrollar la enseñanza y compartir el contenido en la ERE, y se sustenta el uso de la video-lección en dicho contexto.

#### **1.4.2. El uso de la video-lección en contextos de conectividad limitada.**

Para empezar, es importante diferenciar las dos maneras de comunicación, interacción y enseñanza que se pueden generar de manera no presencial: la forma sincrónica, en la que los estudiantes y docentes interactúan en tiempo real; y la asíncrona, que está programada para un determinado plazo en el que los alumnos desarrollan las actividades (Coy, 2013).

En tal sentido, en la enseñanza remota de emergencia (ERE) se puede desarrollar clases sincrónicas en línea a través de plataformas como Microsoft Teams, en las cuales los estudiantes tienen la oportunidad de plantear sus dudas u opiniones (Mohammed, et al., 2020). Sin embargo, dicho uso de plataformas de teleformación, en general, requiere de una mayor capacidad o ancho de banda, sobre todo si se usa sistemas de videoconferencia. Por ende, como describen Baran y AlZoubi (2020), en los contextos con dificultades de conexión a internet, se suele optar por la comunicación asíncrona, usando medios como el texto, el audio y el video.

Ahora bien, como resalta Alexander (2013), mientras que los medios impresos permiten enviar información solo mediante texto escrito e imágenes, el video utiliza los canales visual y auditivo para mostrar con detenimiento cada paso de la actividad. Así pues, las señales visuales, el ritmo del video y el tono de voz son algunos de los recursos que permiten presentar información adicional (Pappas, Giannakos & Mikalef, 2017).

De manera similar, Brecht y Ogilby (2008), mencionan que los videos permiten enfatizar elementos específicos del tema trabajado, en lugar de presentar de manera general el contenido, como suele suceder en los libros de texto. Asimismo, tomando en cuenta la teoría de codificación dual descrita por Allison (2015), se podría argumentar que el video representa una alternativa más efectiva e integral que los audios.

Un ejemplo del uso de este recurso en la ERE se identifica en el estudio Mohmmmed, et al. (2020), en el que, si bien se desarrollaba sesiones sincrónicas con algunos estudiantes, estas eran también grabadas y subidas a la plataforma virtual, donde otros estudiantes podían revisarlas de manera asíncrona. No obstante, debido a la dificultad para descargar los videos, los docentes optaron por elaborar vídeo-lecciones en formato de presentación narrada, para proporcionar explicaciones concisas en archivos de reducido tamaño.

Por eso, como afirman Bengochea y Medina (2013) es indispensable que el diseño de los videos permita ser visualizado en cualquier dispositivo y que sea accesible para todos los estudiantes, más allá de su situación o condición. Con base en todo lo revisado, se reconoce la utilidad de la video-lección en la ERE como recurso asíncrono con el que se puede explicar de manera resumida conceptos, y que, al ser grabado en archivos de tamaño reducido, es accesible en contextos de conectividad limitada.

Resumiendo, la video-lección es un video o secuencia de videos en la que el docente, integrando medios auditivos y visuales, presenta de manera didáctica un contenido o concepto. Se recomienda que el profesor planifique y elabore la video-lección, y que participe, de manera preferentemente visual, de la misma. Para ello, se dispone de cuatro formatos, cada uno con sus respectivas fortalezas y debilidades, los cuáles pueden ser escogidos y/o integrados de acuerdo a las posibilidades y necesidades. Adicionalmente, en el marco de la enseñanza remota de emergencia en contextos de conectividad limitada, se sugiere desarrollar video-lecciones de tamaño reducido que sean accesibles para todos los estudiantes.

Por otra parte, se debe considerar que la elaboración y el tipo de video-lección que se desarrolla está también asociado al área o curso en el que se implementa, puesto que la enseñanza de cada materia involucra una serie de consideraciones didácticas esenciales. Por ello, en el siguiente capítulo se describe los elementos didácticos necesarios para lograr la comprensión matemática y las experiencias que ya se han desarrollado respecto a la enseñanza matemática a través de videos.

## **CAPÍTULO 2: VIDEO-LECCIÓN: RECURSO PARA LA COMPRENSIÓN MATEMÁTICA**

El segundo capítulo inicia con la definición de la comprensión matemática, de acuerdo a la perspectiva considerada para la presente investigación y en línea con el contexto en el que esta toma lugar. Posteriormente, se describe tres consideraciones didácticas indispensables para la enseñanza de la matemática y se revisa algunos de los estudios sobre enseñanza matemática por medio de videos. Finalmente, se determina el diseño base para las video-lecciones por implementar.

### **2.1. La comprensión matemática como proceso recursivo de construcción**

La enseñanza y el aprendizaje de la matemática siempre han supuesto un desafío escolar. En ese sentido, como describen Kolikant y Broza (2011), los estudiantes con bajo rendimiento en esta área tienen mayores dificultades para razonar y comprender el significado de los conceptos matemáticos. Debido a ello, tienden a concentrarse más en los procedimientos que en las razones que justifican sus acciones o procesos.

A partir de esta situación, se argumenta que desarrollar la comprensión matemática es algo indispensable para todos los estudiantes. Sin embargo, este concepto ha discutido por décadas, y no existe una única postura o definición al respecto. Así, mientras que la perspectiva pragmática del enfoque onto-semiótico concibe la comprensión como una competencia que se puede utilizar en diferentes prácticas, los enfoques cognitivos la conciben como un proceso mental (Godino, Batanero y Font, 2007).

Para el presente estudio, se opta por considerar la perspectiva cognitiva. Ahora bien, debido a que la investigación se desarrolla en el marco de la enseñanza remota en contextos de conectividad limitada, en donde la interacción entre estudiantes es nula o mínima, no se considera para este estudio la teoría respecto a la comprensión colectiva (Berenson, Slaten & Tombes, 2005).

Es así que, para conceptualizar la comprensión, se ha tomado en cuenta la teoría de Pirie y Kieren (1994), en la que se concibe el crecimiento de la comprensión matemática como un proceso recursivo y dinámico compuesto por una secuencia de capas o niveles anidados, en la que cada nivel contiene a todos las anteriores y está insertado en cada uno de los posteriores. En esa línea, los autores distinguen ocho niveles:

1. Conocimiento primitivo: implica el punto de partida del estudiante, lo que puede hacer en una situación de aprendizaje a partir de sus conocimientos previos.
2. Crear la imagen: el estudiante, a partir de sus conocimientos primitivos, realiza acciones que le permiten generar imágenes mentales.
3. Comprender la imagen: se puede replicar o conservar la imagen mental, sin necesidad de involucrarse en la acción que la generó.
4. Notar la propiedad: se reconoce y combina elementos de las imágenes mentales para construir propiedades específicas a un contexto.
5. Formalizar: se abstrae cualidades comunes de conjuntos de imágenes mentales, a partir de lo cual se produce definiciones y/o algoritmos.
6. Observar: se puede expresar, estructurar y organizar las ideas y pensamiento formal en forma de teorema.
7. Estructurar: se es consciente de la relación entre los teoremas y se justifica las afirmaciones a partir de argumentos lógicos o meta-matemáticos.
8. Inventar: a partir de la nueva y estable comprensión, se crea preguntas que pueden generar nuevos conceptos.

No obstante, como destacan Pirie y Kieren (1994), el proceso de crecimiento a través de estos niveles no sucede de manera unidireccional; por el contrario, ante el surgimiento de dificultades en alguno de los niveles, el estudiante requiere regresar a un nivel anterior, identificar algún conocimiento mal entendido y, a partir de las necesidades y demandas del nivel superior, reconstruir dicho conocimiento.

En esa línea, no se considera a la comprensión como un estado que se alcanza, sino una forma de comprensión en determinado momento (Pirie y Kieren, 1994). Además, como destaca Yao (2020), la movilización de un nivel al siguiente implica un constante movimiento iterativo entre la acción, definida como una actividad en el plano físico o mental; y la expresión, es decir, el reconocimiento y articulación de la acción.

De esta forma, se concibe la comprensión como un proceso iterativo compuesto por una estructura de ocho niveles en la que el estudiante puede avanzar a un nivel superior una vez que realiza la acción asociada a dicho nivel y articula verbalmente su proceder, y donde también puede regresar a un nivel anterior para reconstruir su conocimiento.

Asimismo, se argumenta que la comprensión no es algo que se alcanza o que no se alcanza, por el contrario, es un proceso de evolución dinámica. No obstante, para que dicha movilización sea de carácter ascendente, es necesario tomar en

cuenta algunas consideraciones didácticas, las cuales son presentadas a continuación.

## **2.2. Consideraciones didácticas para la comprensión matemática**

La enseñanza de la matemática es un aspecto complejo, compuesto por numerosas perspectivas, enfoques y lineamientos; sin embargo, para fines de esta investigación, se ha considerado tres elementos, los cuáles son abordados en este apartado. En primer lugar, se define la idoneidad didáctica, como marco de referencia para evaluar el proceso de enseñanza; en segundo lugar, se ubica a los problemas como elemento central de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática; y, en tercer lugar, se expone la relevancia de las múltiples representaciones para la comprensión de conceptos matemáticos.

**2.2.1. Idoneidad didáctica: ¿existe una receta mágica?** Una teoría de instrucción requiere articular de manera integral aspectos epistémicos, ecológicos, cognitivos, afectivos, interaccionales y mediacionales; sin embargo, esta teoría no puede proporcionar una guía que funcione en cada contexto y circunstancia, sino que debe buscar desarrollar consideraciones y principios generales que puedan ser aplicados para orientar la enseñanza (Godino, 2013).

En ese sentido, la idoneidad didáctica representa el conjunto de criterios que determinan si el proceso de enseñanza fomenta la adaptación de los significados personales de los estudiantes a los significados institucionales (Godino, 2013; citado en Beltrán-Pellicer, Giacomone y Burgos, 2018). Este concepto, de acuerdo a Godino, et al. (2006), Godino, Rivas y Arteada (2012) y Godino (2013) está compuesto por 6 componentes:

- Idoneidad epistémica: representatividad entre el significado institucional implementado y el de referencia (de la academia o el currículo). Este indicador incluye la problematización, el uso de diversas representaciones, la contextualización del lenguaje, la precisión y pertinencia de las definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos, y la articulación entre los objetos matemáticos.
- Idoneidad cognitiva: cercanía entre los significados personales y los implementados. Se toma en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes, las actividades de ampliación o refuerzo propuestas, y la evaluación coherente para la toma de decisiones.



- Idoneidad afectiva: considera el interés y la motivación de los estudiantes, a través de la propuesta de situaciones asociadas a la vida real, el aprendizaje activo y el fomento de la autoestima.
- Idoneidad interaccional: implica presentar de manera clara y organizada los contenidos, identificar y resolver conflictos de significado, y promover la interacción entre pares.
- Idoneidad mediacional: involucra la disponibilidad y adecuación de los recursos manipulativos e informáticos, y del tiempo adecuado, de acuerdo a la dificultad y extensión del tema.
- Idoneidad ecológica: incluye la adaptación de los recursos didácticos a los estudiantes, el currículo y el contexto.

Cabe resaltar que, según Godino, et al. (2012), estos criterios son situados, es decir, dependen del contexto institucional y el criterio didáctico del docente. De acuerdo a ello, al desarrollarse este estudio en el marco de la enseñanza remota de emergencia, no se considera la práctica de enseñanza en la clase presencial regular, sino a través del uso asíncrono de video-lecciones, lo cual limita, por ejemplo, la socialización del conocimiento (Santos, 2018).

En esa línea, Santos (2018), con el objetivo de valorar videos educativos de matemática, adapta los criterios de idoneidad de la siguiente manera: a) coherencia título-contenido-respaldo académico (epistémica); b) habilidad didáctica del docente (cognitiva); c) presentación amena y atractiva de los contenidos (afectiva); d) consideración de posibles conflictos de significado y énfasis en la explicación de dichos temas (interaccional); e) disponibilidad de recursos materiales para la explicación del tema (mediacional); f) pertinencia del contenido de acuerdo al nivel educativo de los estudiantes (ecológica).

Sobre la base de lo expuesto, se afirma que la idoneidad didáctica es un conjunto de principios epistémicos, cognitivos, afectivos, interaccionales, mediacionales y ecológicos que permiten evaluar la efectividad del proceso de enseñanza. Sin embargo, este concepto no hace referencia a una estructura rígida; por el contrario, representa un marco flexible en el que se puede ajustar y adaptar determinados elementos de acuerdo al contexto y criterio del docente.

Pues bien, habiendo explorado algunos aspectos cognitivos, afectivos y mediacionales en el anterior capítulo; se expone, a continuación, dos elementos que conforman los componentes epistémico e interaccional y que están asociados

directamente a los objetos matemáticos y su enseñanza: los problemas y las representaciones.

**2.2.2. Problemas: medio para el aprendizaje y la enseñanza de la matemática.** Como se mencionó en el apartado anterior, la problematización es un aspecto clave de la idoneidad epistémica. Por ello, es importante iniciar por los elementos de un problema, descritos por Malaspina (2017): a) información, datos cuantitativos o relacionales; b) requerimiento, lo que se solicita a nivel cuantitativo o cualitativo; c) contexto, intra o extra matemático; y d) entorno, el marco matemático en el que están integrados los conceptos y el problema. A partir de ello, se identifica una serie de aportes en relación a la resolución de problemas, empezando por la secuencia de cuatro pasos de Polya (1945, citado en Liljedahl, et al., 2016):

1. Comprender el problema: implica reconocer la información, lo que no se sabe y se necesita saber (el requerimiento), y las condiciones planteadas en el problema.
2. Diseñar un plan: involucra identificar conexiones entre la información proporcionada y la desconocida y requerida. Para ello, se puede pensar en problemas similares al planteado o en algún teorema que podría ser útil, e incluso dividir el problema y trabajarlo por partes.
3. Implementar el plan: se desarrolla claramente el plan y se puede probar que es correcto.
4. Revisar: se evalúa la solución, tanto el resultado final como los argumentos utilizados.

No obstante, como argumenta Schoefeld (1989), la descripción de estos pasos puede no resultar suficiente para estudiantes que no dominan un conjunto significativo de estrategias. En tal sentido, las personas suelen cometer errores o aplicar acciones no adecuadas al intentar resolver un problema, y es esta realidad la que distingue al problema del ejercicio. Así pues, la resolución de problemas implica evaluar cada acción realizada e identificar y realizar los ajustes necesarios, a partir de los conocimientos previos y la comprensión de los elementos del problema.

Por otro lado, Mason, Burton y Stacey (1983) formulan una secuencia iterativa de tres fases para la resolución de problemas. La primera, la introductoria, implica reconocer la información proporcionada, identificar lo que solicita la pregunta (requerimiento), formular hipótesis y preparar las técnicas necesarias para resolverla. La segunda etapa es la del “ataque”, en la que se intenta resolver la pregunta del

problema y se reconoce y acepta los obstáculos para su resolución, los cuáles pueden requerir un regreso a la fase de entrada. Finalmente, la tercera etapa, de revisión, involucra el análisis de resultados y procedimientos.

Con base en las tres perspectivas revisadas, y tomando en consideración la teoría de Pirie y Kieren (1994), se argumenta que el estudiante, al enfrentarse a una situación problemática, no sigue un proceso unidireccional; por el contrario, se encuentra con obstáculos que requieren que regrese a un nivel de comprensión anterior, realice la reconstrucción necesaria y revise sus procesos y haga los ajustes necesarios. De esa forma, el proceso implica las siguientes etapas:

- a) Comprensión: se reconoce la información, el requerimiento y las condiciones.
- b) Preparación: se conecta la información con el requerimiento y se piensa en problemas similares, reglas útiles o maneras de dividirlo. A partir de ello, se formula hipótesis sobre cómo resolverlo y se prepara las técnicas necesarias.
- c) Aplicación: se aplica la estrategia formulada en el anterior paso, revisando cada etapa del proceso. Si se identifica un problema o error, se puede reconsiderar, volver a la anterior etapa y, en base a la información generada en el ensayo y error, aplicar otra estrategia hasta llegar a la solución. De ser necesario, se puede regresar a la fase inicial para reconstruir la comprensión inicial sobre el problema.
- d) Revisión: se evalúa la redacción, los procedimientos, argumentos y se comprueba que la solución responda al problema. De no ser así, se regresa a alguna de las etapas anteriores.

Ahora bien, para que los estudiantes puedan resolver un problema, el rol del docente al momento de diseñar y explicar el problema es clave. En esa línea, Yakubova, Hughes y Baer (2020) sugieren que, para escoger el problema, se tome en cuenta contextos reales de aplicación que les den significado y funcionalidad a los contenidos matemáticos. Además, es importante que el docente presente las reglas de manera clara, precisa y correcta, que las justifique por medio de argumentos, y que utilice distintas representaciones y lenguajes (Beltrán-Pellicer, et al., 2018).

En esa línea, el uso de múltiples representaciones en la enseñanza de la matemática resulta un recurso valioso para la resolución de problemas y el desarrollo de la comprensión de los estudiantes, y será abordado a continuación.

**2.2.3. Múltiples representaciones: más de una manera de simbolizar los conceptos.** Para comenzar, es importante recordar que los conceptos matemáticos,

como señalan Oviedo, et al. (2012), no son objetos reales, sino entidades abstractas, por lo que se requiere de diversas representaciones para poder comprenderlos. En ese sentido, Ozel y Ozel (2020) definen las representaciones como “constructs that symbolize or correspond to real-world mathematical entities, features, or connections” [constructos que simbolizan o corresponden a entidades, características o conexiones matemáticas] (p. 1).

Asimismo, Oviedo, et al. (2012) y Duval (2006) mencionan que las representaciones pueden ser clasificadas de acuerdo al registro en el que operan (verbal, aritmético, algebraico, icónico, etc.). De esta forma, se puede usar representaciones concretas (manipulativas), gráficas o abstractas (a través de la notación) para que el estudiante relacione el contenido aprendido entre una representación y otra, construya sus propias representaciones, y desarrolle así una comprensión más profunda (Godino, et al., 2012; Ozel y Ozel, 2020).

A partir de este concepto, se ha formulado estrategias como la secuencia de enseñanza concreta-representativa-abstracta (CRA), que inicia con la manipulación concreta, seguida de la representación gráfica o semiconcreta, y finalmente, la notación abstracta. De esta manera, la fase manipulativa incluye el uso de objetos concretos o digitales como bloques de números o barras de fracciones; en la fase gráfica se visualiza objetos similares a los manipulados previamente; y en la abstracta se puede utilizar números o símbolos. Además, los autores destacan dos consideraciones.

En primer lugar, afirman que los materiales manipulativos utilizados deben ser accesibles para los estudiantes, pues son ellos quienes los usarán para practicar. En segundo lugar, mencionan que las notaciones abstractas también pueden ser presentadas durante las anteriores fases para que los estudiantes puedan realizar mayores conexiones (Yakubova, et al., 2020). En esa línea, resulta importante considerar el aporte de Duval (2006), quien argumenta que la comprensión matemática implica poder realizar transiciones entre más de un registro de representación, pero sin cambiar el objeto matemático.

Sobre la base de las ideas revisadas, se sostiene que el uso de múltiples representaciones, especialmente cuando estas son presentadas desde lo concreto hacia lo abstracto, fomenta la comprensión matemática de los estudiantes. Sin embargo, un aspecto importante a considerar es que el estudiante también debe interactuar con las representaciones que el docente utilice; en ese sentido, en

contextos de enseñanza no presencial, el docente requiere evaluar los recursos disponibles en casa, y escoger formas de representación acorde a ello.

Así, se ha puesto en evidencia que el cumplimiento de los criterios didácticos está asociado al contexto y la manera en que se desarrolla la enseñanza. En consecuencia, para el diseño y aplicación de video-lecciones efectivas, se considera importante considerar las experiencias y estudios que ya han sido realizados respecto a la enseñanza de matemática por medio de videos, asunto que será abordado en el siguiente apartado.

### **2.3. Experiencias de enseñanza matemática a través de videos**

En el marco de la presente investigación, desarrollada en un contexto de enseñanza remota de emergencia con estudiantes con limitada conectividad, la comunicación es principalmente asíncrona, lo cual limita la interacción entre pares. No obstante, pese a dichas circunstancias, se argumenta que las video-lecciones pueden incorporar determinados elementos multimedia y didácticos que mejoren la comprensión de los estudiantes.

Para justificar este punto, es importante revisar algunas experiencias que ya se han desarrollado sobre la enseñanza matemática a través de videos, las cuáles han sido organizadas de acuerdo a tres temas: el uso de dibujos, las múltiples representaciones y los criterios de idoneidad didáctica.

#### ***2.3.1. El uso de dibujos en la enseñanza matemática por medio de videos.***

Una de las experiencias más reconocidas de uso de videos para enseñar matemática es la de Khan Academy, plataforma con videotutoriales cortos en los que se explican conceptos y procedimientos a través de una pizarra digital y la explicación del educador (Light y Pearson, 2014). En esa línea, tanto Muir (2014) como Weeraratne y Chin (2018) desarrollan estudios sobre su uso para la demostración de conceptos y procedimientos matemáticos.

En el caso de Muir (2014), el estudio se desarrolló con estudiantes de 5° a 9° grado, quienes manifestaron que los videos, a través del ritmo de explicación, el uso de dibujos y ejemplos, y la posibilidad de pausar y repetir, los ayudaron a comprender mejor y tener mayor interés por el tema. Sin embargo, como limitación, mencionaron que las explicaciones no estaban adaptadas a sus necesidades y que no había oportunidad para interactuar con el contenido o formular preguntas. Por su parte, la investigación de Weeraratne y Chin (2018) se desarrolló con alumnos de 9° grado,

quienes, al utilizar los videos como complemento a la clase regular, mejoraron su rendimiento académico en matemáticas.

De manera similar, Rodríguez Licea, López Frías y Mortera Gutiérrez (2017), proponen videos, aunque no de Khan Academy, desarrollados por el docente que integran el “dibujo” físico y la grabación de pantalla para demostrar contenidos conceptuales y procedimentales de geometría a estudiantes de 2° grado de secundaria en una modalidad híbrida, generando mejora en la comprensión de los contenidos conceptuales y procedimentales.

A partir de estos ejemplos, se argumenta que el uso de dibujos en las video-lecciones influye positivamente en la comprensión matemática y el rendimiento de los estudiantes; pero, como detalla Kay (2014) se debe asegurar que, al dibujar, la letra se mantenga legible, en cuanto a palabras y símbolos, y que se resalte la información clave. Igualmente, se recomienda que los videos sean desarrollados por el docente, con la finalidad de personalizarlos.

Por otro lado, frente a la limitada interacción disponible en el marco de la ERE en contextos de conectividad limitada, se sugiere que los videos integren pausas y preguntas para limitar el carácter pasivo del recurso, y que su uso sea complementado con algún canal de comunicación (correo electrónico, mensajería) en el que los estudiantes puedan formular preguntas sobre el tema.

**2.3.2. Las múltiples representaciones en la enseñanza matemática con videos.** Por otra parte, los videos pueden incorporar estrategias de representación. Por ejemplo, Hughes (2019) realiza una intervención por medio de videos modelados en primera persona, similares a las video-lecciones de “dibujado” físico, pero haciendo uso de objetos manipulativos. En esta experiencia, se logra enseñar conceptos y procedimientos sobre simplificación de fracciones a estudiantes de 5° a 9° grado con dificultades de aprendizaje asociadas a la matemática.

De forma similar, Yakubova, et al. (2020) proponen el uso de la secuencia CRA en los videos modelados para la enseñanza de matemática a estudiantes con autismo. Para este fin, sugieren que el docente muestre, desde la perspectiva de primera o tercera persona, la manipulación de objetos concretos como bloques o varillas, e incluso objetos manipulativos digitales.

En base a las dos experiencias descritas, se identifica la importancia de utilizar la representación concreta, como medio de descubrimiento y puente para acceder a representaciones gráficas y abstractas. No obstante, para el caso de la presente

investigación se debe recordar que los objetos manipulativos que utilice el docente deben estar disponibles también para los estudiantes (Yakubova, et al., 2020). Por ello, en el marco de la ERE, las video-lecciones deben considerar el uso de manipulativos físicos o digitales siempre y cuando se tenga conocimiento de que los estudiantes cuentan o pueden acceder a dichos medios en casa.

**2.3.3. Criterios de idoneidad didáctica en los videos de matemática.** En relación a la idoneidad didáctica y su consideración en la enseñanza matemática a través de videos, se identifica el trabajo de Ruiz-Reyes, et al. (2017), quienes analizan la idoneidad de un conjunto de video-lecciones de diversos formatos sobre probabilidad en el nivel primaria. Al finalizar el estudio, concluyen que los videos presentaron conceptos precisos (idoneidad epistémica) y favorecieron la motivación por el tema (afectiva). Sin embargo, identificaron el uso de términos de notación matemática con la que los estudiantes no estaban familiarizados (idoneidad cognitiva).

Por su parte, Velasco, Montiel y Ramírez (2018) identifican una relación positiva entre videos e idoneidad afectiva para la enseñanza de sustracción y multiplicación a alumnos de 2° grado de primaria. En esa línea, los estudiantes mostraron mayor seguridad respecto a sus conocimientos al ver los videos y, aquellos que los visualizaron más de una vez, lograron mejorar considerablemente su desempeño.

Por lo tanto, se argumenta que el uso de videos, y video-lecciones, debido a su carácter multimedia y potencialmente atractivo, fomenta la motivación e interés de los estudiantes por los conceptos matemáticos y puntúa positivamente en el criterio de idoneidad afectiva. Ahora bien, en la investigación de Ruiz-Reyes, et al. (2017) se menciona que la idoneidad interaccional está condicionada a cómo se organice el trabajo en el aula para la identificación y corrección colaborativa de errores de significado. Sin embargo, esta interacción presencial y en tiempo real no es viable de acuerdo al contexto del presente estudio.

Frente a esta situación, vale la pena recordar el aporte de Santos (2018), quien, con el objetivo de evaluar videos educativos de matemáticas, adapta el criterio de idoneidad interaccional de modo que se prevea la aparición de posibles conflictos de significado y que se enfatice en su explicación durante el video. De forma complementaria, Kay (2014) sugiere dividir el problema en pasos y explicar el razonamiento de cada uno.

Así, considerando los tres grupos de experiencias descritas, se considera que la video-lección, en el marco de la enseñanza remota de emergencia y con el objetivo

de mejorar la comprensión matemática, debe ser desarrollada por el docente e incorporar: a) dibujos con letra clara, b) representaciones concretas, siempre y cuando sean accesibles para los estudiantes, c) pausas y preguntas, d) lenguaje comprensible, e) explicaciones precisas sobre aquellos temas en los que es posible que los estudiantes tengan dificultades y, f) un canal de comunicación complementario al video mediante el cual se pueda formular preguntas hacia el docente.

#### **2.4. Diseño de video-lecciones para mejorar la comprensión matemática en la enseñanza remota de emergencia**

En este apartado se formula, a partir de todos los aportes revisados en ambos capítulos, un diseño para la elaboración de video-lecciones que permitan mejorar la comprensión matemática en la ERE, con énfasis en los contextos con conectividad limitada. Para ello, primero, se define el formato de video-lección escogido y, segundo, se describe los elementos de idoneidad didáctica que se deberá considerar.

**2.4.1. Video-lección con múltiples formatos.** En línea, con lo mencionado por Bengochea y Medina (2013), el docente debe optar por un formato o una combinación de formatos, de acuerdo a los requerimientos del tema. Asimismo, al momento de elegir el o los estilos, se debe tomar en cuenta los criterios considerados en la Tabla N° 1: gestión del procesamiento, presencia social, costo y dificultad de producción. Sobre la base de ello, el diseño de la video-lección, en la presente investigación, combina dos formatos: presentación narrada con visualización del docente, y video “dibujado”.

En primer lugar, como afirman Chen y Thomas (2020), la presentación narrada es un formato que no requiere de una alta inversión de tiempo o dinero para la producción. Además, pese a que no iguala los niveles de señalización y personificación de otros formatos, puede incluir movimiento parcial por medio de transiciones y animaciones.

Asimismo, a partir de lo descrito por Chen y Wu (2015), Santos Espino, et al., (2020) y Pi, et al. (2017), la presentación narrada, al incluir la imagen del docente, fomenta la presencia social. Cabe mencionar que no se incluirá una tabla de contenidos en el video, para no sobrecargar la memoria de trabajo de los estudiantes y utilizar demasiados recursos visuales (Chen y Wu; Allison, 2015).

En segundo lugar, se ha optado por el video “dibujado” porque complementa las limitaciones de señalización de la presentación narrada y porque implica un nivel regular de complejidad y costos (Chen y Thomas, 2020). De igual manera, pese a no



incluir la imagen del docente, esto no resulta problemático porque sí se cuenta con este elemento en el primer formato.

Así, los estudiantes se pueden concentrar exclusivamente en la demostración de los procedimientos matemáticos, ámbito en el que el video “dibujado” ha probado ser efectivo (Muir, 2014; Weeraratne y Chin, 2018). En este caso, se ha escogido la variante de tipo “digital”, para limitar la dificultad al momento de grabar, con excepción de las situaciones en las que se utilice representaciones concretas.

De esta forma, se sostiene que la presentación narrada y el video “dibujado” pueden integrarse de manera complementaria en la elaboración de las video-lecciones, sin implicar una alta demanda de tiempo o recursos. A continuación, se expone los principios didácticos que deben considerarse al momento de su diseño.

**2.4.2. Criterios de idoneidad didáctica para la video-lección.** Como se mencionó en apartados anteriores, el proceso de enseñanza de la matemática requiere de principios generales que la orienten, como aquellos desarrollados en la idoneidad didáctica (Godino, 2013). Sin embargo, como menciona Godino, et al. (2012), los elementos de cada idoneidad deben estar adaptados al contexto educativo y al criterio del docente, como lo ejemplifica Santos (2018) en su análisis de videos de matemática. A partir de esta noción, se ha elaborado la Tabla N° 2, en la que se organiza las ideas expuestas en los dos capítulos de acuerdo a los componentes de idoneidad didáctica, y considerando el contexto del estudio.

**Tabla N° 2: Diseño base de video-lección para la comprensión matemática en la ERE**

Idoneidad	Elementos considerados
Idoneidad epistémica	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La presentación y explicación de los contenidos del video están en línea con el significado institucional, es decir, con los conceptos y competencias presentes en el currículo educativo y en los estándares de aprendizaje nacionales.</li> <li>- Se utiliza una situación problemática contextualizada y real.</li> <li>- Se hace uso de múltiples registros y representaciones, integrando lo manipulativo, gráfico, abstracto y verbal, de acuerdo al tema y los materiales disponibles.</li> <li>- Las reglas (definiciones, proposiciones y procedimientos) son presentadas de manera precisa y justificadas por medio de argumentos.</li> <li>- Se utiliza un lenguaje contextualizado y comprensible para los estudiantes.</li> </ul>
Idoneidad cognitiva	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Los conceptos presentados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, lo cual implica una cercanía entre los significados personales y los implementados (enseñados).</li> </ul>

---

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La notación matemática utilizada es conocida por los estudiantes.</li> <li>- Se fomenta la conexión de los nuevos conceptos con los conocimientos previos.</li> <li>- Se genera y gestiona adecuadamente el procesamiento, previniendo la sobrecarga cognitiva.</li> </ul>
--	---

---

Idoneidad afectiva	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las situaciones problemáticas están relacionadas a la vida de los estudiantes.</li> <li>- Se integran pausas y preguntas para fomentar el aprendizaje activo.</li> <li>- La integración de recursos auditivos, verbales y visuales promueve el interés y motivación de los estudiantes, su memoria y comprensión.</li> <li>- La presencia del docente en el video promueve la relación con el estudiante y mejora su experiencia de aprendizaje no presencial.</li> <li>- El docente demuestra una actitud positiva y entusiasta respecto al tema.</li> </ul>
--------------------	--

---

Idoneidad interaccional	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La información es presentada de manera clara, organizada y legible.</li> <li>- La secuencia didáctica de la lección, a partir del proceso de resolución de problemas definido, promueve la identificación y resolución de conflictos de comprensión.</li> <li>- Se profundiza y hace énfasis en aquellos conceptos o procedimientos que puedan causar confusión o malentendido a los estudiantes.</li> </ul>
-------------------------	---

---

Idoneidad mediacional	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El uso de recursos manipulativos es planteado de acuerdo a la disponibilidad de los estudiantes.</li> <li>- Los videos son grabados en un formato que permite ser observado en equipos computacionales de escritorio y móviles.</li> <li>- El tiempo de la video-lección está asociado a la complejidad y extensión del tema.</li> <li>- La video-lección es segmentada en uno o dos videos de hasta 10 minutos.</li> <li>- Durante la elaboración de la video-lección se asegura que esta pueda ser grabada y enviada en archivos de tamaño reducido (menos de 80 MB).</li> </ul>
-----------------------	---

---

Idoneidad ecológica	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las video-lecciones son diseñadas a partir de los temas y contenidos semanales de la estrategia “Aprendo en Casa” (AeC), y de acuerdo al grado en el que se encuentran los estudiantes.</li> <li>- Los temas abordados forman parte de las experiencias de AeC, por lo que tienen relación con los contenidos desarrollados en otros cursos.</li> </ul>
---------------------	--

---

Adaptado de: Allison (2015), Duffy (2008), Duval (2006), Godino, et al. (2006), Godino, et al. (2012), Godino (2013), Mayer (2017), Mohammed, et al. (2020), Pirie y Kieren (1994), Santos (2018), Vygotsky y Kozulin (2011).

En síntesis, el diseño de las video-lecciones debe contemplar la elección de temas de acuerdo a la estrategia “Aprendo en Casa”, al igual que el nivel y los conocimientos previos de los estudiantes. Para ello, se requiere partir de situaciones

problemáticas contextualizadas y relacionadas a sus vidas que sean explicadas y resueltas de manera clara y activa. Asimismo, se necesita una explicación clara, lógica y adecuada de los contenidos a través de múltiples representaciones, haciendo énfasis en aquellos conceptos de mayor complejidad. Por último, las video-lecciones deben ser segmentadas en uno o dos videos de hasta 10 minutos y grabadas en archivos de tamaño reducido.

De esta forma, se ha expuesto los principales teóricos respecto a aprendizaje multimedia, enseñanza remota de emergencia, comprensión matemática y didáctica de la matemática considerados para la implementación de las video-lecciones. Enseguida, se presenta la segunda parte del estudio, asociada a los aspectos metodológicos y los resultados.



## **PARTE II: INVESTIGACIÓN**

La segunda parte de la investigación ha sido organizada en dos capítulos. En el primero, se expone el diseño, considerando aspectos metodológicos, contextuales y éticos, además de los instrumentos de planificación de la intervención y recojo y análisis de información. En el segundo, se narra y analiza cada fase del proceso de investigación-acción, contrastando la información con la teoría al respecto.

### **CAPÍTULO 1: DISEÑO METODOLÓGICO**

El primer capítulo se inicia con la sustentación del método seleccionado y la descripción del contexto en el que tiene lugar el estudio. Luego, se expone el problema, hipótesis y objetivos de la investigación, y el plan de acción elaborado a partir de dichos elementos. Por último, se justifica las técnicas e instrumentos seleccionados y se menciona los procedimientos éticos aplicados.

#### **1.1. Método de la investigación-acción**

La metodología escogida es la investigación-acción (I-A), en la cual los procesos de investigación y práctica, en lugar de desarrollarse de manera secuenciada, son integrados y aplicados de manera cíclica, de modo que la información obtenida durante el proceso de indagación puede utilizarse para retroalimentar, informar y ajustar la práctica (Bradley-Levine, Smith y Carr, 2009; Somekh, 1995).

Cabe destacar que este método, aplicado al campo educativo, implica que el investigador desempeñe también una función profesional como docente, desarrollando el estudio en el contexto auténtico de su aula o escuela, identificando una situación problemática, recolectando, analizando e interpretando información, y formulando soluciones para la mejora del aprendizaje (Elliot, 2007; Marton, Cheung y Chan, 2019; Somekh, 1995).

De esta forma, el presente estudio constituye una investigación-acción en la medida en que el investigador se desempeña como docente practicante en el aula en la que ha identificado la situación problemática. Así, a partir de dicho problema, ha recolectado y analizado información, y ha formulado un plan de acción, con constantes propuestas de mejora, que permitan ajustar y mejorar su práctica de enseñanza, proporcionando una solución al problema detectado.

Por otra parte, cabe resaltar que, en línea con el método seleccionado, el enfoque adoptado es el cualitativo, en el que se estudia a un número reducido de

individuos en un contexto con circunstancias particulares para así comprender de manera más profunda el fenómeno y la práctica educativa (Maxwell, 2008).

## **1.2. Contexto de la investigación-acción**

La investigación se desarrolla en una institución educativa ubicada en la avenida principal de una zona urbanizada y localizada cerca de servicios de salud, seguridad y cultura, al igual que a otras escuelas. La institución atiende a estudiantes del nivel primaria y tiene una amplia infraestructura que incluye pabellones con dos pisos, servicios higiénicos, patios, biohuerto, aula de innovación pedagógica, laboratorio, secretaría, entre otras áreas; además de servicios de luz, agua e internet.

Esta escuela tiene como misión desarrollar competencias, capacidades y conocimientos innovadores; fomentar la valoración de la identidad personal, social y cultural; y empoderar a los estudiantes a lograr aprendizajes con el apoyo de su familia y comunidad. En tal sentido, algunos de los valores esenciales en la institución son la equidad, inclusión educativa, calidad de la enseñanza; para lo cual requiere de educadores capacitados y comprometidos con el desarrollo integral de los estudiantes.

En cuanto al aula en la que tuvo lugar el estudio, se trata del 5° grado “B”, salón en que el investigador se desempeñó como docente practicante y que estuvo a cargo de la profesora “R”. El grupo estuvo constituido por 29 estudiantes, 10 mujeres y 19 varones, de entre 10 y 11 años aproximadamente.

Cabe destacar que la investigación-acción fue desarrollada durante el 2020, año en el que, a partir de la pandemia del COVID-19, la institución educativa optó por trabajar de acuerdo al programa enseñanza remota del Ministerio de Educación, por medio de la estrategia Aprendo en Casa y utilizando diversos medios de comunicación (Minedu, 2020c). En esa línea, para identificar la forma de comunicación más adecuada, se contactó a los padres de familia por medio de llamadas telefónicas y servicios de mensajería, y se envió encuestas digitales.

En base a la información recogida, que indicaba que la gran mayoría de estudiantes tenía acceso a internet y que todos podían ingresar a la página web de Aprendo en Casa y a WhatsApp, se decidió complementar el material de la plataforma web con videos y cuestionarios digitales enviados por medio de un grupo de WhatsApp. Posteriormente, conforme se registró mayor información sobre la disponibilidad horaria y de dispositivos electrónicos, se organizó encuentros sincrónicos semanales por medio de Zoom y WhatsApp. De esta manera, se logró que

casi todos los estudiantes pudieran seguir la ruta de la web de Aprendo en Casa y desarrollar las actividades.

No obstante, a partir de lo evaluado en sus evidencias de aprendizaje diarias y su desempeño en los espacios sincrónicos, se detectó una situación problemática asociada a las dificultades de comprensión de los conceptos matemáticos que se revisaban semana tras semana.

### **1.3. Problematicación y objetivos de la investigación**

En línea con lo expuesto anteriormente, la investigación parte del siguiente problema: “¿Cómo mejorar la comprensión matemática de estudiantes de 5° grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana, en el marco de la enseñanza remota de emergencia?”

A partir de ello, se formuló la hipótesis de investigación: “La implementación de video-lecciones, en el marco de la enseñanza remota de emergencia, mejora la comprensión matemática de estudiantes de 5to grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana”.

En base al problema y la hipótesis de investigación, se planteó el siguiente objetivo general: “Implementar y evaluar video-lecciones para mejorar la comprensión matemática de estudiantes de 5° grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana, en el marco de la enseñanza remota de emergencia”.

Asimismo, se formuló tres objetivos específicos para enfocar la investigación:

- Diseñar video-lecciones para mejorar la comprensión matemática de estudiantes de 5° grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana, en el marco de la enseñanza remota de emergencia
- Aplicar video-lecciones para mejorar la comprensión matemática de estudiantes de 5° grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana, en el marco de la enseñanza remota de emergencia
- Evaluar el efecto de las video-lecciones en la comprensión matemática de estudiantes de 5° grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana, en el marco de la enseñanza remota de emergencia

### **1.4. Plan de acción**

Para cumplir con los objetivos y comprobar la hipótesis de la investigación, se elaboró un plan de acción inicial (Tabla N° 3). Esto requirió la coordinación con el asesor del docente-investigador para la definición de las estrategias de aplicación y

evaluación de la implementación, tomando en cuenta las limitaciones que había para realizar observaciones o entrevistas presenciales.

**Tabla N° 3: Plan de acción inicial**

N°	Fecha	Estrategias	Recursos	Instrumentos
1	Agosto, Setiembre: semanas 1 y 2	Diseño base para las video-lecciones: a partir de la revisión teórica sobre aprendizaje multimedia, enseñanza remota de emergencia y didáctica de la matemática, se organiza las pautas de diseño de acuerdo a los componentes de la idoneidad didáctica, considerando el objetivo y el contexto de la investigación.	Fuentes bibliográficas asociadas al tema de investigación	
2	Setiembre: semanas 3 y 4	Evaluación inicial: se evalúa la comprensión matemática de los estudiantes antes de la implementación de las video-lecciones elaboradas a partir del diseño base. Para ese fin, por medio de los encuentros virtuales semanales que se tiene con los estudiantes vía Zoom o WhatsApp, se presenta un problema sobre el tema revisado la semana anterior, el cual debe ser resuelto por los estudiantes. Al finalizar, se les invita a participar y compartir su desarrollo y justificación. Además, se les solicita enviar fotos del desarrollo de los problemas, las cuales son también revisadas.	Fotos de problemas desarrollados Videoconferencia	Matriz de análisis documental 1 Cuaderno de campo
3	Setiembre: semanas 4 y 5 Octubre: semana 1	Implementación de video-lecciones diseñadas para la explicación de las actividades de matemática.		
4	Setiembre: semana 5 Octubre: semanas 1	Evaluación de la implementación: Se continúa evaluando la resolución de problemas por parte de los estudiantes y la explicación de sus procesos por medio de las	Fotos de problemas desarrollados Videoconfe-	Guion de entrevista Matriz de análisis

y 2	videoconferencias. Adicionalmente, se complementa esta evaluación con la aplicación de una entrevista semiestructurada en la que se recoge las percepciones de los estudiantes sobre el efecto de las video-lecciones sobre su comprensión matemática.	rencia Llamada telefónica Consentimiento informado	documental 1 Cuaderno de campo
-----	---	--	-----------------------------------

Adaptado de: Aguilar, 2014 (citado en Diaz, Suárez y Flores, 2016).

Ahora bien, hay que recordar que, como señalan Somekh (1995) y Bradley-Levine, Smith y Carr (2009), en la investigación-acción los procesos de investigación y práctica, en lugar de desarrollarse de manera secuenciada, son integrados y aplicados de forma cíclica, de modo que la información obtenida durante el proceso de indagación puede utilizarse para retroalimentar, informar y ajustar la práctica. En esa línea, Elliot (2000) añade que se puede identificar dificultades en la implementación y formular modificaciones o cambios en el plan de acción.

De esta manera, antes y durante la aplicación del plan inicial, se formuló una serie de ajustes y modificaciones. Para ello, se coordinó tanto con el asesor como el informante del docente-investigador y se definió el plan de acción final (Tabla N° 4). En esta estructura modificada, se consideró el uso de una segunda matriz de análisis documental, con la que, a partir de los criterios de idoneidad didáctica adaptados en el diseño base (Tabla N° 2), el docente-investigador pudiese evaluar sus propias video-lecciones.

En segundo lugar, debido al carácter cíclico del método de investigación-acción, se optó por segmentar la implementación en ciclos, de modo que se pudiera recoger y analizar información durante el proceso. Por último, ya durante la fase de implementación, se decidió programar un ciclo de aplicación adicional, en el que se considerase tanto la información recogida hasta ese momento, como la retroalimentación del asesor y el informante.

**Tabla N° 4: Plan de acción final**

N°	Fecha	Estrategias / acciones	Recursos	Instrumentos
1	Agosto, Setiembre: semanas 1	Diseño base para las video-lecciones: a partir de la revisión teórica sobre aprendizaje multimedia, enseñanza remota	Fuentes bibliográficas de asociadas al	



	y 2	emergencia y didáctica de la matemática, se organiza las pautas de diseño de acuerdo a los componentes de la idoneidad didáctica, considerando el objetivo y el contexto de la investigación.	tema de investigación	
2	Setiembre: semanas 3 y 4	<p>Evaluación inicial: se evalúa la comprensión matemática de los estudiantes antes de la implementación de las video-lecciones elaboradas a partir del diseño base.</p> <p>Para ese fin, por medio de los encuentros virtuales semanales que se tiene con los estudiantes vía Zoom o WhatsApp, se presenta un problema sobre el tema revisado la semana anterior, el cual debe ser resuelto por los estudiantes.</p> <p>Al finalizar, se les invita a participar y compartir su desarrollo y justificación. Además, se les solicita enviar fotos del desarrollo de los problemas, las cuales son también revisadas.</p> <p>Adicionalmente, el investigador realiza una evaluación de las video-lecciones.</p>	<p>Fotos de problemas desarrollados;</p> <p>Videoconferencia</p> <p>Video-lecciones previas</p>	<p>Matriz de análisis documental 1 y 2</p> <p>Cuaderno de campo</p>
3	Setiembre: semanas 4 y 5 Octubre: semana 1	<p>1° ciclo de implementación: se elabora y envía las video-lecciones a partir del diseño base.</p> <p>El recojo y análisis de información es similar al de la evaluación inicial, pero se integra además una entrevista semiestructurada en la que se recoge las percepciones de los estudiantes sobre la idoneidad didáctica de las video-lecciones.</p>	<p>Fotos de problemas desarrollados</p> <p>Videoconferencia</p> <p>Video-lecciones</p> <p>Llamada telefónica</p>	<p>Matriz de análisis documental 1 y 2</p> <p>Cuaderno de campo</p> <p>Guion de entrevista</p>
4	Octubre: semanas 1 a 3	<p>2° ciclo de implementación: a partir del análisis de la información recogida durante el primer ciclo de implementación, se diseña y envía nuevas video-lecciones.</p> <p>Se mantiene el mismo sistema de recojo y análisis de información que en el 1° ciclo.</p>	<p>Fotos de problemas desarrollados</p> <p>Videoconferencia</p> <p>Video-lecciones</p>	<p>Matriz de análisis documental 1 y 2</p> <p>Cuaderno de campo</p>

			Llamada telefónica	Guion de entrevista
5	Octubre: semanas 4 a 5	3° ciclo de implementación: a partir del análisis de la información recogida durante la primera implementación, se diseña y envía una última video-lección. Se utiliza la estrategia de recojo y análisis de información aplicada en la evaluación inicial.	Fotos de problemas desarrollados Videoconferencia Video-lecciones	Matriz de análisis documental 1 y 2 Cuaderno de campo

Adaptado de: Aguilar, 2014 (citado en Díaz, et al., 2016).

Asimismo, como menciona Elliot (2000), el investigador requiere de técnicas de supervisión que permitan evidenciar los efectos y la calidad de la acción implementada desde múltiples puntos de vista, y así plantear correcciones al plan de acción. Por ende, la aplicación del plan de acción requirió de la selección y el diseño de técnicas e instrumentos para el recojo y análisis de información, considerando criterios de validez esenciales.

### **1.5. Técnicas e instrumentos para organizar y analizar la información**

Para la selección y el desarrollo de las técnicas e instrumentos (Tabla N° 5) fue necesario desarrollar un proceso de coordinación con el asesor y el informante del docente-investigador, para así recibir retroalimentación y hacer los ajustes necesarios para cumplir con los criterios de validez y los objetivos de la investigación.

En primer lugar, se consideró el uso del análisis documental, proceso en el que, según Bowen (2009), se evalúa de manera sistemática documentos impresos o digitales que incluyen tanto texto como imágenes. Esta técnica se utilizó con dos finalidades: analizar la idoneidad didáctica de las video-lecciones desde la percepción del docente-investigador, y evaluar la comprensión matemática de los estudiantes a partir de sus evidencias escritas. Para ello, se diseñó dos matrices de análisis documental (anexos 1 y 2).

En segundo lugar, se planteó el uso de la entrevista, técnica que, según Díaz-Bravo, et al. (2013), permite obtener información más detallada y profunda, en este caso, sobre la percepción de los estudiantes respecto a la idoneidad didáctica de las video-lecciones. En esa línea, se optó por utilizar un guion semiestructurado (anexo 3) con preguntas definidas con anterioridad, pero cuya formulación y profundización varían de acuerdo al entrevistado (Blasco y Otero, 2008).

Por último, se propuso la aplicación de la observación participante, con el objetivo de observar, describir e interpretar lo que sucede en un contexto y cómo los sujetos actúan en él, para lo cual se utilizó el cuaderno de campo (anexo 4) como instrumento (Kemp, 2001; Phillippi y Lauderdale, 2018). En ese sentido, el objetivo fue recoger información sobre las evidencias orales de comprensión matemática de los estudiantes.

Cabe señalar que, en línea con el contexto de aislamiento social, la observación fue desarrollada de manera virtual, por medio de videoconferencias vía Zoom y videollamadas vía WhatsApp. Por ello, como señala Suárez-Vergne (2020), se debe tener en cuenta que el concepto de “campo”, no está únicamente determinado por aspectos geográficos y que el espacio virtual también representa un espacio real.

**Tabla N° 5: Matriz de instrumentos**

<b>Instrumento</b>	<b>Motivo de selección</b>	<b>¿Para qué se aplicará? ¿Qué información se espera recolectar?</b>	<b>¿A quién se aplicará?</b>	<b>Fecha de aplicación</b>
Matriz de análisis documental 1	Permite registrar, describir y analizar documentos, en este caso, las fotos de los problemas desarrollados	Se registrará las evidencias fotográficas de los problemas resueltos por los estudiantes durante las videoconferencias. A partir de ello, se busca analizar el componente de “acción” en los niveles de comprensión matemática (Pirie y Kieren, 1994).	8 estudiantes	Setiembre: semanas 3 a 5. Octubre: semanas 1 a 5.
Matriz de análisis documental 2	Permite registrar, describir y analizar las video-lecciones elaboradas.	Se registrará las video-lecciones previas y las aplicadas durante la implementación y se evaluará si es que estos recursos cumplen con los criterios de idoneidad didáctica formulados en el marco conceptual.	Docente - investigador	Setiembre: semanas 3 a 5. Octubre: semanas 1 a 5.
Cuaderno de campo	Permite registrar lo que sucede en la videoconferencia, durante y después	Se registrará información sobre el proceso de resolución de problemas durante las videoconferencias.	8 estudiantes	Setiembre: semanas 3 a 5. Octubre:

	de la resolución del problema planteado.	A partir de ello, se busca complementar el análisis de las evidencias de los estudiantes, con su articulación y justificación verbal, es decir con el componente de “expresión” de la comprensión matemática (Pirie y Kieren, 1994).	semanas 1 a 5.
Guion de entrevista semiestructurada	Permite una interacción tanto planificada como flexible en la que se puede obtener información sobre la percepción de los estudiantes respecto a las video-lecciones.	Se aplicará durante la implementación, para recoger las percepciones de los estudiantes respecto a la idoneidad didáctica de las video-lecciones.	8 estudiantes Setiembre: semanas 4 a 5. Octubre: semanas 1 a 3.

Adaptado de: Aguilar, 2014 (citado en Díaz, et al., 2016).

Adicionalmente, con la finalidad de organizar mejor la información y facilitar el análisis, se definió el siguiente libro de códigos:

- Estudiante: Es “n°”.
- Video-lección: V “n°”.
- Problema: P “n°”.
- Análisis documental: A
- Observación: O
- Entrevista: E “n°”
- Nivel de comprensión matemática: N “n°”

Posteriormente, para el análisis e interpretación de la información se consideró los ciclos de evaluación e implementación y se narró el proceso de investigación-acción a partir de los datos obtenidos y la teoría al respecto. Para ello, fue necesario organizar la información recogida en cada fase de acuerdo a las dos principales categorías de la investigación.

La primera categoría es la idoneidad didáctica de las video-lecciones; es decir, el conjunto de criterios epistémicos, cognitivos, afectivos, interaccionales, mediacionales y ecológicos que aseguran su efectividad. Para el análisis de esta

categoría se recogió, por medio del análisis documental y la entrevista, las percepciones del docente-investigador y los estudiantes sobre las video-lecciones, y se interpretó dicha información en luz de los referentes teóricos.

La segunda categoría corresponde a la comprensión matemática de los estudiantes respecto a los conceptos abordados en las video-lecciones. Para la interpretación de esta categoría, se recogió evidencias escritas y orales de los estudiantes, a través del análisis documental y la observación, para posteriormente contrastar la información y analizar la evolución de su comprensión matemática.

Cabe resaltar que, para desarrollar el proceso de análisis, se tomó en cuenta las recomendaciones del asesor y el informante respecto a la selección de evidencias, la definición de niveles de comprensión matemática, la organización de los apartados, entre otros aspectos.

### **1.6. Procedimientos éticos aplicados en la investigación.**

Por otro lado, es indispensable exponer los principios éticos planteados para la investigación, en línea con el método desarrollado. En primer lugar, se trató con respeto la identidad y privacidad de los participantes, manteniendo en privado sus datos personales, y entregando consentimientos informados (anexo 5) a los padres de los estudiantes, debido a su condición de menores (Martín, 2013).

Asimismo, se aseguró que las actividades tuvieran como finalidad beneficiar a los participantes y aportar nueva información al área de conocimiento de la investigación, evitando poner en desventaja a algún participante sin su conocimiento y consentimiento (Martín, 2013; Tripp, 2005). Por último, se limitó el sesgo interno que pudiera tener el investigador al desarrollar el estudio en el aula en la que ejerce su docencia (Carr-Chellman, 2000).

## **CAPÍTULO 2: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN**

El segundo capítulo, orientado al análisis e interpretación, ha sido organizado de acuerdo al proceso de investigación-acción desarrollado en el aula. En ese sentido, se inicia con la identificación y definición de la problemática. Posteriormente, se narra los procesos de diseño del plan de acción y evaluación inicial. Finalmente, se describe y analiza los tres ciclos de implementación desarrollados, y se expone las principales dificultades y logros.

## 2.1. Identificación y definición de la problemática

Ante la pandemia del COVID-19, la propuesta aplicada en la institución educativa fue la del programa de enseñanza remota de emergencia del Ministerio de Educación del Perú, haciendo uso de la radio, la TV y el internet, de acuerdo a las posibilidades de las familias (Minedu, 2020c). Para ello, se le indicó a cada docente de la institución que se contactase con cada familia para explicar en qué consistía el programa, titulado “Aprendo en Casa” (AeC), tarea en la que también apoyó el docente-investigador.

A través de este proceso, se comunicó a las familias que se crearía un chat grupal por medio de WhatsApp, aplicación de bajo costo y fácil manejo que permite la comunicación entre personas que tengan disponible un smartphone y conexión a internet, y que permite crear grupos en los que se comparta contenido y genere diálogos (Bouhnik & Deshen, 2014). Ahora bien, como mencionan Bouhnik y Deshen (2014), el envío de mensajes a altas horas de la noche o la recepción de muchos mensajes puede ser incómodo; por ello, fue necesario crear normas iniciales para el funcionamiento del grupo (Anexo 6).

En paralelo, se envió un cuestionario de Google Forms (anexo 7), con la finalidad de recoger información asociada a la conectividad de cada familia. A partir de ello, se identificó que, si bien el 93% de familias tenía acceso a internet (fijo o móvil) y el 97% contaba con un celular y TV en casa, solo el 59% contaba con algún dispositivo de cómputo de escritorio o tablet (anexo 8). Estas cifras, que fluctuaron a lo largo del año, reflejan cómo los problemas de acceso a los recursos tecnológicos necesarios para aprender de manera remota se agudizan en los países en vías de desarrollo (Asanov, et al., 2021).

En base a los resultados, se contactó a aquellos padres que manifestaban no tener internet y se descubrió que sí podían acceder a la página web de Aprendo en Casa (AeC) y a WhatsApp, debido al bajo consumo de datos móviles de dichas plataformas. Así pues, se decidió que el trabajo fuera solo a través de la web, de acuerdo al escenario “con conectividad” de AeC (Minedu, 2020b).

Sin embargo, al cabo de algunos días surgió un problema. Algunos padres manifestaban que la ruta de trabajo con los documentos de actividades y recursos no era clara, mientras que otros afirmaban que, ante la ausencia de una impresora y sin la posibilidad de salir a imprimir debido a la cuarentena, las lecturas no siempre eran legibles desde el celular. A partir de ello, se identificó la necesidad de complementar

las actividades de la plataforma, en línea con lo sugerido por el Ministerio de Educación (Minedu, 2020c).

Así, tomando en consideración que no todas las familias tenían internet fijo o una conexión estable, y que no siempre se contaba con un dispositivo en casa con el cual acceder a internet, se priorizó la comunicación asíncrona, en búsqueda de mayor flexibilidad en la interacción con el contenido (Baran & AlZoubi, 2020). Además, tomando en cuenta los aportes de Alexander (2013) sobre las limitaciones de las instrucciones impresas (escritas) en cuanto al aprendizaje del procedimiento, se optó por desarrollar videos en los que se sintetizara y adaptara las actividades de Aprendo en Casa, y enviarlos por medio del grupo de WhatsApp.

No obstante, como mencionan Mohmmed, et al. (2020), descargar videos sobre clases enteras puede ser complicado cuando la conexión no es de alta calidad. Debido a ello, se optó por desarrollar videos de “presentación narrada” utilizando las aplicaciones “Presentaciones de Google” para diseñar diapositivas y “Screencast-O-Matic” para grabar la pantalla mientras se narraba y explicaba las actividades de manera resumida, de modo que el tamaño del archivo fuese reducido.

De esta manera, los estudiantes podrían acceder a los videos en el momento en el que tuviesen disponible un equipo móvil o PC o el apoyo de sus padres, y serían capaces de pausar, retroceder o volver a ver los videos (Rosengrant, 2012, Yoon y Sneedon, 2011; citados en Dove y Dove, 2015).

Ahora bien, como mencionan Bouhnik y Deshen (2014), el manejo de grupos de WhatsApp de más de 15 participantes puede ser complicado e incluso estresante para los docentes. Aparte, debido al constante flujo de mensajes, algunos padres y niños manifestaron tener dificultades en ponerse al día y encontrar los videos en el chat grupal. Ante esta situación, se decidió crear otro grupo de WhatsApp adicional, de modo que el primer grupo se convirtiera en un espacio de diálogo abierto y el segundo grupo funcionara a modo de plataforma de aprendizaje, donde solo los docentes podrían enviar videos, cuestionarios y otros recursos (anexo 9).

Por otro lado, como destaca Coy (2013), a diferencia de la comunicación asincrónica, la interacción sincrónica permite comunicarse en tiempo real y tiene niveles más altos de espontaneidad y presencia social. En esa línea, reconociendo la importancia de habilitar estos espacios, se realizó una encuesta vía Google Forms (anexo 10) sobre las aplicaciones y horarios disponibles.

Con base en ello, se organizó el aula en 4 grupos de menos de 10 estudiantes cada uno, dos que accedieran vía Zoom y dos vía WhatsApp una vez por semana. De esta forma, se configuró un sistema de enseñanza que combinaba la comunicación asíncrona, por medio de las actividades de la web de AeC y los videos, con encuentros sincrónicos a través de Zoom y WhatsApp.

Sin embargo, conforme avanzaron las semanas se identificó dos elementos problemáticos asociados al área de matemática. En primer lugar, las evidencias de aprendizaje de los estudiantes presentaban errores frecuentes en las tareas de aplicación autónoma. En segundo lugar, durante las videoconferencias, una proporción significativa de alumnos no eran capaces de recordar las definiciones de determinados conceptos matemáticos o de justificar sus procedimientos, a pesar de los videos que se elaboraban sobre cada sesión.

Así, se identificó la siguiente problemática: ¿Cómo mejorar la comprensión matemática de estudiantes de 5° grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana, en el marco de la enseñanza remota de emergencia? Era claro que los videos, tal y como estaban siendo diseñados, no estaban funcionando, pero ¿eso significaba que los videos no eran un recurso efectivo para enseñar matemática en el contexto de ERE?

A partir de esa reflexión, se formuló dos ideas. Primero, el video desarrollado no podía ser una réplica de la actividad escrita (PDF) de Aprendo en Casa, pues es un medio distinto, con sus propias características, tipos y teorías de aprendizaje al respecto. Segundo, cada área del saber, como la matemática, requiere de un sustento teórico y didáctico para facilitar el aprendizaje de los estudiantes.

En base a ello, se planteó la siguiente hipótesis: “La implementación de video-lecciones, en el marco de la enseñanza remota de emergencia, mejora la comprensión matemática de estudiantes de 5to grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana”. Ahora bien, como se expresa en los objetivos específicos de la investigación, la implementación de esta propuesta implicó tres procesos: diseño, aplicación y evaluación, los cuales son abordados en los siguientes apartados.



## 2.2. Diseño del plan de acción

**2.2.1. Replanteando las video-lecciones.** Como se mencionó anteriormente, para que la implementación de los videos fuera efectiva, se requería tomar en consideración referentes teóricos tanto del campo multimedia como del de la matemática. De esa manera, lo primero que se hizo fue elaborar un marco teórico que considerara ambos aspectos.

La revisión teórica comenzó con el uso del video en la educación. A través de esta búsqueda, se identificó que el término más adecuado para el tipo de video que se pretendía desarrollar era el de “video-lección”, y se diferenció los diversos formatos por los que se podía optar. Sobre esta base, se optó por combinar dos tipos de video-lección: la presentación narrada, en la que se elabora una presentación y se graba la pantalla junto a la narración y visualización del docente; y el video “dibujado”, en el que se utiliza una pizarra digital para realizar principalmente demostraciones y procedimientos (Chen y Wu, 2015).

En tal sentido, se buscó mantener los costos y dificultad de producción en un nivel regular o bajo, pero sin descuidar la generación y gestión de procesos (Chen y Thomas, 2020; Mayer, 2017). Para ello, siguiendo la pauta de Alpert (2016), se necesitó acceder a herramientas de edición, optando por la suscripción al plan Deluxe de Screencast-O-Matic, con una inversión de 20 dólares anuales. Además, para poder realizar los dibujos y trazos, se utilizó la aplicación Google Dibujos. Adicionalmente, se optó por utilizar el *touchpad* de la laptop en lugar de adquirir un lápiz digital.

De esta forma, se definió, a partir de los elementos de aprendizaje multimedia, el formato de video-lección a utilizar y los recursos necesarios, pero todavía se requería de pautas didácticas. En este punto, fue clave el concepto de idoneidad didáctica, el cual determina seis principios generales para orientar la enseñanza (Godino, 2013). Así, fue posible categorizar otros aspectos teóricos de la didáctica de la matemática y del aprendizaje multimedia en alguno de los seis criterios, y elaborar un diseño base para la elaboración de las video-lecciones (Tabla N° 2).

Posteriormente, en línea con el objetivo de la investigación, fue necesario elegir el concepto de comprensión matemática que se iba a considerar, optando por la teoría del crecimiento de la comprensión matemática de Pirie y Kieren (1994), a partir de la cual se formuló las estrategias para evaluar la implementación.

**2.2.2. ¿Cómo evaluar la implementación?** La teoría de Pirie y Kieren (1994) concibe el crecimiento de la comprensión como un proceso dinámico en el que el estudiante se moviliza entre ocho niveles. Como añade Yao (2020), dicha movilización implica una complementariedad entre la acción, referida al plano físico o mental, y la expresión, asociada a la articulación verbal de la acción. En esa línea, se decidió considerar el recojo y análisis de información procedente de evidencias escritas y orales.

No obstante, ante la imposibilidad de tener encuentros presenciales, se tomó en cuenta los espacios sincrónicos que se había habilitado vía Zoom y WhatsApp, y se diseñó la siguiente secuencia:

- a) Presentar un problema matemático, asociado al tema de la semana previa, para asegurar que aquellos estudiantes con retraso puedan haber revisado la actividad.
- b) Después de leerlo en voz alta, proporcionar un tiempo determinado para que los estudiantes intenten resolverlo de manera autónoma.
- c) Terminado este tiempo, invitar a cada estudiante a socializar sus estrategias y procedimientos realizados, registrar sus justificaciones en el cuaderno de campo y ofrecer retroalimentación durante el proceso.
- d) Finalmente, terminada la sesión, solicitar el envío de fotos sobre el proceso realizado por cada estudiante, en las que se diferencie el avance realizado de manera autónoma y grupal, para el posterior análisis documental.

Cabe destacar que, debido al limitado tiempo dedicado a cada tema, la adaptación a la modalidad remota y el nivel educativo de los estudiantes, solo se considera para el análisis los cinco primeros niveles de Pirie y Kieren, de manera similar a como lo hicieron García-Amadeo, Muñoz-Catalán y Carrillo (2018) en su investigación.

De esta manera, se determinó la estrategia inicial para el recojo y análisis de información sobre la comprensión matemática de los estudiantes. Sin embargo, al compartir dicha secuencia con el asesor y, posteriormente, con el informante, se formuló algunos ajustes, como la extensión del tiempo de la reunión de 45 minutos a una hora, la inclusión de una sección de reflexiones en el cuaderno de campo y la definición más precisa de los niveles de comprensión matemática en la matriz de análisis.

Además, pese a que era indispensable evaluar la finalidad de la intervención, el desarrollo de la comprensión matemática, también era necesario evaluar la estrategia de intervención, la aplicación de las video-lecciones. Por lo tanto, se recurrió a los componentes de idoneidad didáctica descritos anteriormente, y se decidió considerar tanto la perspectiva del docente-investigador, mediante el análisis documental, como la de los estudiantes, por medio de una entrevista.

En esa línea, los aportes del asesor fueron claves para la definición de la estructura y las preguntas de la entrevista, y la revisión del informante sobre los criterios de idoneidad epistémica fue necesaria durante cada fase de la implementación.

**2.2.3. ¿Cuántos estudiantes deberían participar del estudio?** Habiendo determinado los aspectos que se pretendía evaluar y los instrumentos necesarios para ello, el siguiente paso era seleccionar a los estudiantes que participarían del estudio. Para este fin, se usó cinco criterios de selección. En primer lugar, era necesario que los alumnos estuviesen al día con las actividades de Aprendo en Casa o con máximo una semana de retraso, debido a que las video-lecciones y los encuentros sincrónicos se realizaban a partir de dichas actividades.

En segundo lugar, se requería que participaran de las videoconferencias, para así poder recoger la información necesaria. Más aún, al dialogar con el asesor al respecto, se consideró importante, en tercer lugar, seleccionar igual cantidad de estudiantes por cada medio de acceso a videoconferencias (Zoom y WhatsApp), con el fin de incluir alumnos con distinto nivel de conectividad.

En cuarto lugar, se trató de limitar el sesgo interno, y escoger estudiantes que mostraran diversos niveles de rendimiento académico y participación en clase. Por último, en quinto lugar, se definió el número de alumnos que se debería seleccionar para la investigación. Para ello, fue necesario revisar otras investigaciones que utilizaran el enfoque de Pirie y Kieren para estudiar la comprensión matemática. Por ejemplo, se identificó que Duzenli y Bulut (2018) seleccionaron a un estudiante para su estudio, Villa-Ochoa, Jaramillo y Esteban (2011) consideraron a cuatro estudiantes, y Nopa, Suryadi y Hasanah (2019) seleccionaron a dos.

A partir de estos referentes, y reconociendo la complejidad de aplicar múltiples entrevistas, observaciones y análisis de evidencias fotográficas y audiovisuales, se consideró seleccionar a un número no mayor de diez estudiantes, escogiendo finalmente a ocho.

**2.2.4. ¿Qué fases considerar?** En base a todo lo expuesto anteriormente, se formuló un plan de acción inicial de 5 semanas (Tabla N° 3), compuesto por tres fases: evaluación inicial (semanas 1 y 2), implementación (semanas 2, 3 y 4) y evaluación de la implementación (semanas 3, 4 y 5). No obstante, este plan atravesó dos cambios importantes.

El primer cambio se ejecutó durante la fase de evaluación inicial, y estuvo motivado por dos factores. Primero, se identificó que los temas de AeC comenzaron a ser abordados por dos semanas consecutivas, por lo que se consideró conveniente extender la fase de implementación a cuatro semanas, y así poder abordar dos temas completos. Segundo, y más importante todavía, la investigación-acción tiene un carácter cíclico en el que se requiere analizar la información y retroalimentar la práctica durante el proceso (Somekh, 1995).

Por consiguiente, a sugerencia del asesor, se decidió dividir la fase de implementación en dos ciclos, de modo que, al finalizar el primero, se pudiese analizar la información recogida y realizar los ajustes necesarios. Esto significó que las entrevistas a estudiantes no podían realizarse solo al final de la implementación, sino también durante el proceso.

Más adelante, ya durante la implementación, se ejecutó el segundo cambio, a sugerencia del asesor e informante del docente-investigador. De acuerdo a ello, se extendió la implementación una semana más, con el objetivo de considerar no solo la información recogida hasta ese momento, sino también la retroalimentación del informante, especialmente en relación a la idoneidad epistémica de las video-lecciones.

De este modo, el plan de acción culminó con la siguiente estructura (Tabla N° 4): evaluación inicial (semanas 1 y 2), primer ciclo de implementación (semanas 2, 3 y 4), segundo ciclo de implementación (semanas 4, 5 y 6) y tercer ciclo de implementación (semanas 7 y 8). A continuación, se narra y analiza cada una de estas fases, considerando los dos aspectos principales del estudio: la idoneidad didáctica de las video-lecciones y la comprensión matemática de los estudiantes.

### **2.3. Evaluación inicial**

Para la evaluación inicial, se analizó dos video-lecciones (V1 y V2) que todavía no habían sido elaboradas a partir del diseño base y que, por tanto, no tomaban en cuenta los referentes teóricos revisados. En esta fase se abordó el tema de magnitudes proporcionales, definidas por Carranza y Molina (2006), como variables

que, al dividirse una con la otra, generan una razón constante (k). Dicho de otra manera, al tomar dos pares de valores numéricos de medidas de dos magnitudes proporcionales, se generan fracciones equivalentes (Burgos y Godino, 2020).

**2.3.1. Idoneidad didáctica (V1 y V2).** En esta etapa, la evaluación de la idoneidad didáctica se realizó por medio de la matriz de análisis documental 2, en la que se consideran los seis componentes de idoneidad, además de la producción.

En primer lugar, en relación a la **idoneidad epistémica**, el concepto presentado en la V1 no se ajustó al significado de referencia, pues las magnitudes del problema no mantuvieron la misma constante, y en la conclusión (Figura N° 1) se definió la proporcionalidad sin hacer referencia a la razón, las fracciones equivalentes o al mismo factor por el que se multiplica o divide cada magnitud (Carranza y Molina, 2006; Burgos y Godino, 2020).

**Figura N° 1: Problema y conclusión - V1**



Tomado de: Minedu (2020a).

En cuanto a la V2, en esta sí se partió de una situación (Figura N° 2) que contextualizó adecuadamente el concepto y en la que se identificó la necesidad de aplicar el concepto matemático (Godino, et al., 2012). En este problema se utilizó un problema de valor faltante en el que 3 era a 10 como x era a 70, y se recurrió a procedimientos aritméticos de multiplicación por un mismo factor para averiguar el valor de x (Burgos y Godino, 2020).

**Figura N° 2: Problema - V2**

Los estudiantes de quinto grado de las secciones "A" y "B" investigaron el origen de las vacunas. De ellos, solo 3 de cada 10 estudiantes buscaron información en fuentes confiables como el Ministerio de Salud, la Organización Mundial de la Salud (OMS), la Organización Panamericana de la Salud (OPS) y universidades. Si el total del número de estudiantes que buscaron información acerca del origen de las vacunas asciende a 70, ¿cuántos buscaron información en fuentes confiables?

Tomado de: Minedu (2020a).

Para ello, se utilizó una tabla de proporcionalidad, instrumento destacado por Burgos y Godino (2020) por su potencial apoyo para la conexión entre los significados aritméticos y algebraicos, y para generar ideas en relación a los valores de la tabla y su relación. Sin embargo, esto no fue aprovechado, pues no se hizo énfasis sobre aspectos como la igualdad de razones, y tampoco se utilizó registros algebraicos o icónicos para facilitar la conversión entre representaciones (Duval, 2006).

En segundo lugar, en cuanto al aspecto **cognitivo**, el concepto presentado en la V1, además de no ajustarse al significado institucional, se encontraba en la zona de desarrollo real de los alumnos, y no en la potencial, pues, como sostienen Vygotsky y Kozulin (2011), se concentró en procesos que ellos podían realizar de manera autónoma, como contar de uno en uno en una tabla (Figura N° 3).

**Figura N° 3: Tabla - V1**

N.º de días después del solsticio de invierno	1	2				
N.º de minutos que aumentaron con luz solar	1	2				
Tiempo con luz solar (horas y minutos)	10 horas y 37 minutos	10 horas y 38 minutos				

Tomado de: Minedu (2020a).

Por el contrario, en la V2 los estudiantes podrían haber entendido el significado de “3 de cada 10” o reconocido que, si el total era 70, entonces el número 3 debería incrementarse, pero necesitaban comprender que dicho crecimiento debía ser proporcional. En esa línea, la distancia entre el significado personal de los estudiantes y el implementado fue razonable (Godino, et al., 2007).

No obstante, pese a haber trabajado este concepto en actividades anteriores, no hubo referencia a dichas experiencias. Además, si bien se hizo énfasis en el factor común por el que se tenían que multiplicar ambas magnitudes, no se hizo mención de la razón constante que se mantiene en el proceso (Carranza y Molina, 2006). En consecuencia, no se fomentó la acción a partir de los conocimientos primitivos o la formalización del concepto matemático (Pirie y Kieren, 1994).

Asimismo, en lo que respecta al manejo de la carga cognitiva (Figura N° 4), en ambas video-lecciones se identificó ocasiones en las que, ante la longitud del texto, se invitó a poner pausa para leerlo, y en las que se utilizó el círculo amarillo del cursor

o el lápiz rojo para señalar o resaltar elementos, respetando así los principios de señalización y modalidad (Allison, 2015). Sin embargo, también hubo múltiples momentos en los que se narró la misma información presentada como texto y sin apoyo gráfico, lo cual puede haber generado que los alumnos se concentraran más en adaptar su lectura al ritmo de la narración que al contenido en sí mismo (Mayer, 2017).

Adicionalmente, si bien hubo actividades de refuerzo que abordaban adecuadamente el concepto, estas no fueron profundizadas durante las video-lecciones, y algunas abordaron el concepto de manera imprecisa o no tenían relación con el tema, representando tareas no esenciales que no aportan al propósito de aprendizaje (Berk, 2009).

**Figura N° 4: Ejemplos de gestión de la carga cognitiva - V1 y V2**

• Ahora, revisa y efectúa la siguiente resolución. Presta mucha atención:

**Primero.** Identifica qué nos pide resolver el problema: ¿Cuánto tiempo con luz solar (horas y minutos) tuvimos en el sexto día después del solsticio de invierno?

**Segundo.** Para dar respuesta a la pregunta, debes calcular el tiempo aproximado con (luz solar) que tuvimos en el solsticio de invierno.

- Elige la operación que te permitiría realizar el cálculo del tiempo:

24 horas + 13 horas 24 minutos      24 horas - 13 horas 24 minutos

23 horas + 13 horas 24 minutos

- Explica, de forma oral, por qué elegiste esa operación.

**Cuarto, analiza la tabla anterior que completaste y responde:**

- ¿Qué valores obtuviste para cada magnitud al multiplicarla por 4 y por 6?
- ¿Cuál es el factor por el que multiplicaste para obtener 70 como el valor del total de estudiantes que investigaron?
- ¿A cuánto asciende el número de estudiantes que buscaron información en fuentes confiables cuando el número total de estudiantes es 70?

**Finalmente,** responde la pregunta: ¿Cuántos buscaron información en fuentes confiables?

- Si el total de estudiantes asciende a 70, entonces el número de estudiantes que buscó información en fuentes confiables es \_\_\_\_\_.

Como se sabe, en una tabla de proporcionalidad, los valores de las magnitudes se multiplican por un mismo factor para mantener la proporcionalidad de sus valores. En este caso, los factores fueron 2, 3, 4, 5, 6 y 7.

Adaptado de: Minedu (2020a).

En tercer lugar, respecto a la **idoneidad afectiva**, el problema de la V1 requería calcular la luz solar de una fecha específica, lo cual no representa una situación auténtica para el estudiante y no evidencia la utilidad del concepto (Godino, 2013). En contraste, en la V2 se solicitó averiguar cuántos estudiantes buscaban información en fuentes confiables, involucrando asuntos como las vacunas y la OMS, presentando así una situación no solo interesante sino también asociada al contexto real (Sfard, 2001).

Ahora bien, pese a que se integró pausas para leer los problemas, también se podría haber incluido espacios para la reflexión o predicción de una acción (Duffy, 2008). Asimismo, si bien la voz del docente estuvo presente y el lenguaje fue casual y cercano, este no se visualizó, por lo que se limitó la comunicación no verbal complementaria y el involucramiento del estudiante (Gilardi, et al., 2015).

En cuarto lugar, en relación al componente **interaccional**, las secuencias de ambas video-lecciones consideraron los siguientes elementos: presentación de la

meta, lectura del problema, invitación a la resolución autónoma, demostración de la estrategia, problemas de aplicación, socialización en familia y reflexiones finales (AV1; AV2). En esa línea, se destinó espacios para la descripción del objetivo de aprendizaje y la autoevaluación (Bengochea y Medina, 2013).

Además, en la V1 se consideró una fase de elección y justificación de la estrategia, mientras que en la V2 se resaltó los datos clave del problema y se enfatizó oralmente en el hecho de que “de ese total (70), 3 de cada 10 buscaron información en fuentes confiables” (AV2). De esta manera, se buscó prevenir potenciales conflictos de significado o solucionar aquellos que pudieran surgir en el proceso (Godino, 2013; Santos, 2018).

Cabe mencionar que hubo momentos en ambas video-lecciones en los que no se respetó los principios de contigüidad temporal o espacial (Figura N° 5), al presentar las tablas u operaciones antes de ser narradas o señalar información muy distante, o en los que el tamaño de la letra limitó la legibilidad (Chen y Thomas, 2020; Kay, 2014; Mayer, 2017). Por tanto, la interacción del estudiante con el contenido se vio afectada.

**Figura N° 5: Ejemplo - contigüidad - V2**

Tercero, completa la tabla de proporcionalidad del paso anterior.

Como se sabe, en una tabla de proporcionalidad, los valores de las magnitudes se multiplican por un mismo factor para mantener la proporcionalidad de sus valores. En este caso, multiplicaremos por los siguientes factores 2, 3, 4, 5, 6 y 7 a las dos magnitudes. Esto permitirá determinar los valores proporcionales en la tabla. Tenemos:

N.º de estudiantes que buscaron información en fuentes confiables	3	6				18	
N.º total de estudiantes que investigaron	10	20	30				70

El diagrama muestra flechas que conectan los valores de la primera fila con los de la segunda fila, indicando los factores de multiplicación necesarios para mantener la proporcionalidad:  $\times 2$ ,  $\times 4$ ,  $\times 6$ ,  $\times 3$ ,  $\times 5$ ,  $\times 7$ .

Tomado de: Minedu (2020a).

En quinto lugar, sobre la **idoneidad mediacional**, no se usó ningún recurso manipulativo y el tiempo destinado al concepto, considerando la imprecisión conceptual de la V1, no fue suficiente para lograr los objetivos (Godino, et al., 2006). Además, la V2, debido a su duración superior a 11 minutos, debió haber sido segmentada. Pese a ello, se destaca el tamaño menor a 45MB de ambos videos, que fomenta el acceso de todos los estudiantes al contenido (Bengochea y Medina, 2013).



En sexto lugar, en cuanto a la **idoneidad ecológica**, ambas video-lecciones presentaron de manera casi exacta las actividades de Aprendo en Casa sobre las que fueron elaboradas, abordando la competencia asociada a regularidad, equivalencia y cambio (Minedu, 2016). Por ende, se integraron a la experiencia interdisciplinar de la semana en que fueron elaboradas y se adecuaron al proyecto educativo y al contexto de enseñanza remota (Godino, et al., 2007).

Sin embargo, mientras que en la V1 no hubo énfasis en la formación social, profesional o ética de los estudiantes, en la V2, a través de la situación planteada, se promovió la formación en indagación, responsabilidad y cuidado (AV1; AV2). Por último, en relación a la **producción**, las video-lecciones fueron desarrolladas en alrededor de una hora y media cada una, debido a que muchas de las imágenes, tablas y recursos utilizados fueron tomados de las fichas de actividades de Aprendo en Casa (Minedu, 2020a).

**2.3.2. Comprensión matemática (P1 y P2).** Para la evaluación de la comprensión matemática sobre magnitudes proporcionales se propuso el desarrollo de dos problemas (P1 y P2), abordados en dos encuentros sincrónicos (O1 y O2), en los que se registró tanto las evidencias escritas de los estudiantes, como su justificación oral. Esta información fue triangulada y posteriormente analizada de acuerdo a los niveles de Pirie y Kieren (1994), que fueron codificados como se mencionó en la sección del diseño.

Para la primera semana se propuso el **problema 1** (Figura N° 6), en el que el número de guitarras y el precio constituyeron las magnitudes proporcionales, a partir de las cuáles se formuló una serie de preguntas.

#### **Figura N° 6: Problema 1**

*Tomás tiene una tienda en la que ofrece diversas guitarras al mismo precio. El martes vendió cuatro guitarras por 660 soles. Mañana, planea venderle trece guitarras a un colegio.*

- *En comparación con la venta del martes, ¿obtendrá más o menos dinero en la venta de mañana? ¿Cuánto obtendrá?*
- *¿Cuál es la relación entre el número guitarras que vende Tomás y el dinero que obtiene de la venta?*
- *¿Cuándo dos magnitudes son proporcionales?*

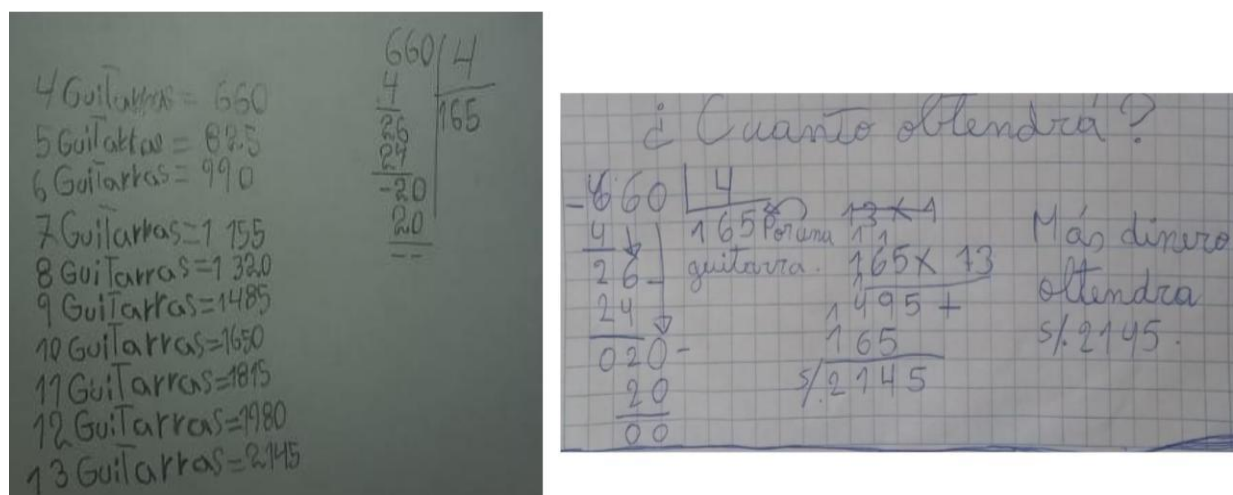
Elaboración propia.

Para resolverlo, los 8 estudiantes dividieron el costo de 4 guitarras entre 4 y utilizaron la adición consecutiva o la multiplicación para averiguar el costo de 13

guitarras (Figura N° 7). El uso de estas estrategias fue justificado por algunos alumnos, durante la socialización (O1): “660 entre 4 (Es5). ¿Por qué dividiste? (D). Para saber cuánto cuesta una guitarra (Es5) ... Yo hice por las 4, 660 entre 4 y me dio 165 (Es7) ... También entre 4 (Es8).

De esta manera, se movilizaron en los dos primeros niveles de Pirie y Kieren (1994), ya que, a partir de sus conocimientos primitivos (N1) respecto a la división y costo de bienes, realizaron acciones para crear imágenes mentales sobre las magnitudes implicadas en el ejemplo (N2).

**Figura N° 7: Ejemplos - estrategias iniciales - P1**



Izquierda: Es1. Derecha: Es8. Elaboración propia.

Llegado a este punto del problema, Es3, Es5 y Es6 no lograron responder autónomamente a las preguntas adicionales. No obstante, durante la socialización (O1), Es3 y Es5 fueron capaces de desligarse del ejemplo particular, formular ideas sobre el concepto de proporcionalidad (N3) y, con la guía del docente, iniciar el proceso de construcción de propiedades (N4), señalando que ambas magnitudes subían juntas y bajaban juntas (Arenas, 2018).

Por otro lado, Es1, Es4 y Es8 respondieron a las preguntas adicionales, evidenciando generar imágenes mentales que, aunque imprecisas, hicieron referencia al concepto (N3) sin depender de la acción particular (Pirie y Kieren, 1994). En este sentido, según Es1, las magnitudes eran dividir y multiplicar; de acuerdo a Es4, las magnitudes estaban “relacionadas en la cantidad”; y, según Es8, se relacionaban porque un día vendió menos y otro día más (AP1).

En contraste, Es2 describió autónomamente la relación entre las magnitudes de la situación de la siguiente forma: “cuánto más guitarras vende, más dinero gana,

cuánto menos vende menos dinero gana”. Más aún, Es7 la definió como una relación directamente proporcional, pues ambas magnitudes aumentan o disminuyen al mismo tiempo (AP1).

De esta forma, ambos estudiantes generaron imágenes independientes de los procesos de multiplicación y división realizados (N3) e iniciaron el proceso de construcción de propiedades (N4) (Arenas, 2018). Sin embargo, estas todavía no fueron específicas y generalizables, lo cual se evidenció al preguntarle a Es7 sobre cómo calcular directamente el costo de 8 guitarras sabiendo el precio de 4 y su respuesta asociada a la multiplicación del costo unitario en lugar de la multiplicación de ambas magnitudes por 2 (O1).

La siguiente semana se planteó el **problema 2** (Figura N° 8), en el que, a partir de la cantidad de dinero gastada por una familia en 4 meses, se solicitó averiguar lo gastado en un año y en un mes. Además, previo al desarrollo del problema, se aclaró que la familia gastaba cada mes la misma cantidad de dinero.

#### Figura N° 8: Problema 2

*Debido a los efectos de la pandemia, la familia de Rosa ha decidido elaborar su presupuesto familiar. Ellos han visto que gastan 328 soles cada 4 meses en medicinas.*

- *¿Cuánto gastan al año en medicinas?*
- *¿Cuánto gastan al mes en medicinas?*

Elaboración propia.

En este caso, las estrategias fueron más diversas. Es1, Es2, Es4, Es5 y Es6 y Es8 dividieron el gasto de 4 meses entre 4, y lo multiplicaron por 12 para hallar el gasto anual, con la excepción de Es8, quien realizó la multiplicación por 365 (AP1). Por ejemplo, Es2 justificó su procedimiento afirmando que dividió 384 entre 4 meses para averiguar lo que gastó en un mes, y luego lo multiplicó por 12 meses y obtuvo 984 (O2). De esta manera, los estudiantes aplicaron sus conocimientos previos (N1) y generaron imágenes (N2) (Berenson, et al., 2005).

Por su parte, Es3, movilizándose en los mismos niveles, elaboró una tabla de proporcionalidad hallando el costo correspondiente a 1 mes, 2 meses... hasta llegar a 12 meses (AP2). No obstante, durante la socialización, se preguntó sobre cómo calcular el gasto de 8 meses, sabiendo que el de 4 meses era 328. Ante ello, respondió “multiplicar 328 x 8”, en lugar de 328 x 2 o 82 x 8 (O2). Por lo tanto, todavía no había

reconocido las propiedades de sus propias imágenes mentales (N3), acción necesaria para alcanzar la comprensión de imagen (Londoño, Jaramillo y Esteban, 2017).

Ahora bien, cabe resaltar que Es4 y Es5, además de calcular el costo unitario y luego realizar la multiplicación, aplicaron otras estrategias complementarias (Figura N° 9). Es5 elaboró una tabla de proporcionalidad, y completó el gasto de 8 y 12 meses directamente, posiblemente duplicando y triplicando el gasto de 4 meses. Por su lado, Es4 duplicó el gasto de 4 meses para hallar el de 8 meses, pero, al calcular el gasto de 12 meses, volvió a duplicar el gasto de 8 meses, como si calculara el de 16 meses (AP2).

**Figura N° 9: Ejemplos - estrategias P2**

Cantidad de meses	4	8	12			
Cantidad de dineros	328	656	984			

328 = 4 meses	328 x	656 x
656 = 8 meses	$\frac{2}{656}$	$\frac{2}{1312}$
1312 = al año		

Izquierda: Es5. Derecha: Es4. Elaboración propia.

De similar manera, durante la socialización, Es1 propuso triplicar el gasto de 4 meses para hallar el de 12 meses, aunque no fue capaz todavía de realizar el procedimiento de manera inversa (O2). En esa línea, junto a Es2, señalaron que las magnitudes proporcionales aumentan o disminuyen de manera simultánea pero no hicieron mención del factor común o la razón constante.

Por último, si bien E7 no envió su evidencia escrita, sí participó de la sesión y, con el apoyo visual de la tabla de proporcionalidad, sugirió multiplicar por 2 el gasto de 4 meses para hallar el gasto de 8 meses (O2). De este modo, Es5, Es4, Es1, Es2 y Es7 reconocieron (N3) y contrastaron aspectos de sus imágenes mentales para construir métodos (N4) para hallar el valor de una de las magnitudes (Berenson, et al., 2005).

Con base en lo expuesto, se sostiene que las video-lecciones de la evaluación inicial fueron accesibles para todos los estudiantes, sencillas de producir y estuvieron integradas a la experiencia semanal de AeC. No obstante, el concepto trabajado en la V1 no estuvo ajustado al significado de referencia, ubicado en la zona de desarrollo potencial, o basado en una situación auténtica. Esto sí se cumplió en la V2, pero la explicación se limitó a los planos simbólico y verbal, y no incluyó una fase de revisión.

Además, hubo múltiples momentos en los que no se respetó los principios de modalidad, coherencia, señalización, contigüidad, preparación y segmentación. Adicionalmente, el involucramiento del estudiante se fomentó sólo en los momentos de lectura y la presencia social se limitó a la voz del docente. A raíz de estos factores, la comprensión de los estudiantes sobre el concepto de magnitudes proporcionales se movilizó en la primera sesión hasta el nivel de comprensión de imagen (N3); y en la segunda, entre los niveles de creación de imagen (N2) y notación de propiedad (N4). Terminada la fase de evaluación inicial, se dio inicio a la fase de implementación, organizada en tres ciclos.

#### **2.4. Primer ciclo de implementación**

Para el primer ciclo de implementación se evaluó dos video-lecciones (V3 y V4) que sí estuvieron ajustadas al diseño base formulado a partir de la revisión teórica. En este ciclo se abordó el concepto de fracciones, definidas por Markarian (2004a) como representaciones de números racionales de la forma  $a/b$ , donde  $a$  y  $b$  son números enteros y  $b$  es distinto de cero.

Al respecto, si bien autores como Gallardo, Gonzáles y Quispe (2008), diferencian cinco significados de fracción: parte-todo, cociente, medida, razón y operador; Markarian (2004b) argumenta que, la fracción, como representación de un número racional, es un ente en sí mismo que está detrás de todos los contextos de uso y permite dividir un todo (cualquier ente, plural o singular, que sea divisible) en partes iguales (subdividir) y tomar determinada cantidad de esas subdivisiones.

**2.4.1. Idoneidad didáctica (V3 y V4).** Para el análisis de la idoneidad didáctica, además del análisis documental, se aplicó una entrevista semiestructurada (E1) con la que se registró las percepciones de los estudiantes. Posteriormente, se contrastó los datos recogidos con ambas técnicas y se analizó la información a partir de los seis criterios de idoneidad y la producción.

En primer lugar, en relación al aspecto **epistémico**, se propuso problemas (Figura N° 10) en los que se consideró un todo (1kg de azúcar en la V3 y 1 vaso de agua en la V4) y se tomó determinadas partes de este todo para formar números racionales. No obstante, se utilizó la representación de “número mixto”, considerada por Markarian (2004b) como una clasificación imprecisa, en la medida en que no se alinea con su representación verbal. Esto se evidenció en la V3, al escribir “3 1/2 kg”, pero referirse a dicha cantidad como “tres kilogramos y medio” (AV3).

**Figura N° 10: Situaciones problemáticas - V3 y V4**

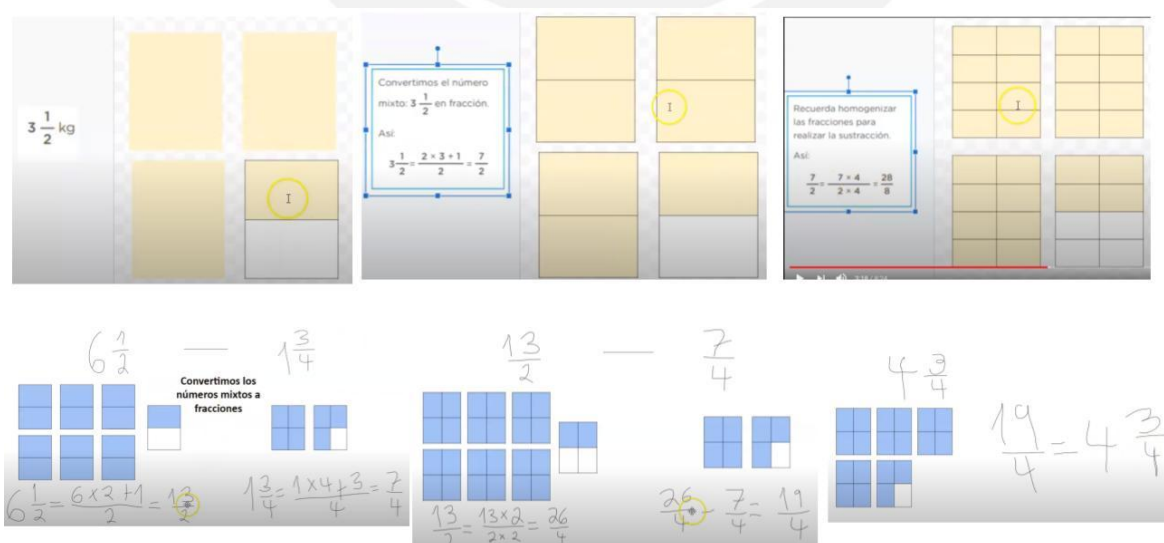
Victoria ha investigado que el consumo excesivo de azúcar es dañino para la salud, pues los consumidores de azúcar en exceso podríamos ser vulnerables a enfermedades como el COVID-19. Por ello, junto a su familia, decidieron usar menos azúcar en la preparación de sus bebidas. Antes, durante la semana, consumían  $3\frac{1}{2}$  kg de azúcar más. Si antes consumían  $3\frac{1}{2}$  kg, ¿cuántos kilogramos de azúcar consumen ahora?

Santiago ha investigado que el bajo consumo de agua es dañino para la salud, pues puede generar cansancio, dolor de cabeza o mal humor. Por ello, ha incrementado su consumo de agua, y ahora toma  $6\frac{1}{2}$  vasos de agua todos los días. Si ahora toma  $1\frac{3}{4}$  vasos de agua más que antes, ¿cuántos vasos de agua consumía antes?

Arriba: V4. Abajo: V3. Adaptado de: Minedu (2020a).

Asimismo, se registró algunas incoherencias iniciales al momento de realizar las representaciones icónicas, pues se representó  $1/2$  vaso pintando la mitad superior, insinuando que el vaso estaría al revés, y se dividió otro vaso en cuatro partes a modo de cuadrícula, no reflejando así la representación concreta real (Yakubova, et al., 2020). Pese a ello, el procedimiento ejecutado fue, en general, adecuado (Figura N° 11). Para iniciar, se realizó una conversión desde la representación entero-fracción a la de fracción por medio de los dibujos y fórmulas, señalando que “como en cada vaso hay 2 mitades, multiplicamos la cantidad de vasos por 2... y le sumamos el 1 que ya tenemos, y eso nos da 13” (AV4).

**Figura N° 11: Procedimiento de resolución - V3 y V4**



Arriba: V3. Abajo: V4. Adaptado de Minedu (2020a).

Luego, se amplificó la primera fracción, con el objetivo de que esta y la segunda fracción fueran homogéneas, afirmando que “hemos multiplicado por un número arriba y por un número abajo, y el número no ha cambiado” (AV3). Por último, se ejecutó la resta, convirtiendo el resultado de representación fraccionaria a entero-fracción, por medio de la visualización gráfica y la división (AV3; AV4).

En base a este proceso, se argumenta que la situación permitió aplicar el concepto matemático, y los procedimientos y argumentos, apoyados por la representación gráfica, fueron claros y adecuados (Godino, et al., 2012). No obstante, algunas definiciones no fueron precisas y se usó lenguaje no cotidiano como “homogeneizar” o “amplificar”, lo cual puede haber limitado la movilización hacia el nivel de formalización (Pirie y Kieren, 1994). Al respecto, 5 de los 8 estudiantes señalaron que siempre o casi siempre entendían la razón por la que se desarrollaba cada paso de la estrategia, pero los otros 3 destacaron que a veces sí y a veces no (E1).

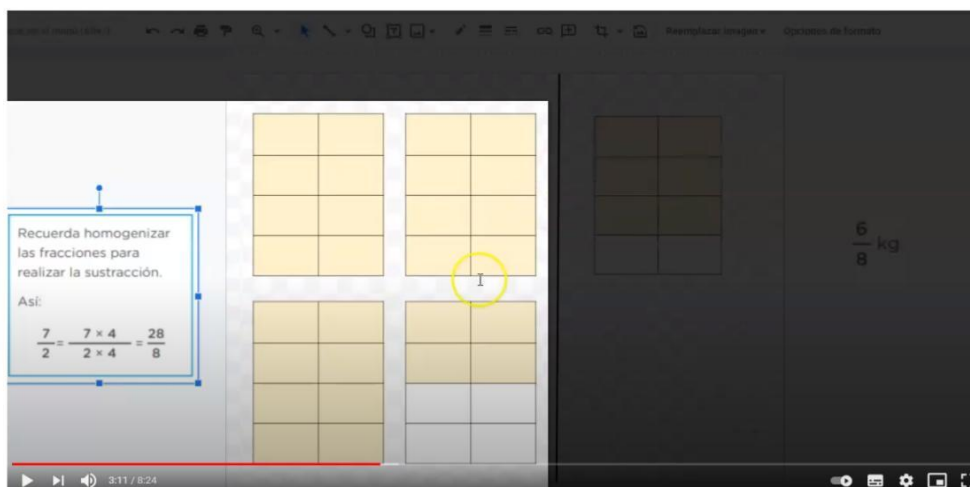
En segundo lugar, en cuanto a la **idoneidad cognitiva**, la mayoría de estudiantes reconocían previamente lo que las fracciones y los enteros representaban; sin embargo, el concepto de fracciones equivalentes no era dominado por la mayoría, por lo que el significado implementado (operaciones con fracciones heterogéneas) era distante de los significados personales de los estudiantes (Godino, et al., 2007). En consecuencia, solo un estudiante describió como sencillo el tema desarrollado, mientras que cuatro lo calificaron como regular y tres como difícil (E1).

Además, si bien hubo una recuperación de saberes previos en la V3, no se realizó una conexión entre dicha video-lección y la V4, lo cual puede haber dificultado la adquisición de nueva información y generado mayor carga cognitiva (Allison, 2015). Esto se reflejó en los testimonios de los estudiantes, quienes citaron como conocimientos previos a la multiplicación y la división en lugar de las fracciones (E1). Por ejemplo, una estudiante manifestó que “intentaba resolverlo con lo tenía, no era mucho lo que había aprendido en este tiempo” (E1Es8), y otro comentó que le costaba motivarse cuando no entendía (E1Es4).

En contraste, un aspecto en el que se observó una mejora significativa fue en la gestión de la carga cognitiva (Figura N° 12). Esto se constató en el uso de palabras clave al momento de describir la secuencia, el oscurecimiento de información no esenciales y en la combinación de narración y gráficos durante el uso de la pizarra

digital, aplicando así los principios de señalización, coherencia, modalidad y redundancia que describe Mayer (2017).

Figura N° 12: Ejemplo de gestión de la carga cognitiva - V3



Adaptado de: Minedu (2020a).

En tercer lugar, en lo concerniente al componente **afectivo**, ambas video-lecciones abordaron temas cotidianos asociados al cuidado de la salud que pueden haber resultado interesantes para los estudiantes; sin embargo, no evidenciaron la utilidad del concepto (Godino, 2013), pues frases como “6/8 de kg de azúcar” o “1 1/3 vasos de agua” son muy poco utilizadas (AV3; AV4).

Así, varios estudiantes mencionaron que les habían parecido interesantes las situaciones (E1). No obstante, la percepción de un alumno evidencia que el atractivo de la situación no siempre implica que se entienda el concepto: “interesantes, sobre los vasos de agua, que no entendí nada (E1Es5)”.

Ya durante la resolución de los problemas, se reconoce la incorporación de preguntas de comprensión y preparación, las cuales, de acuerdo a las entrevistas (E1), fomentaron que los estudiantes les pusieran pausa a los videos y reflexionaran, como sugiere Duffy (2008). De hecho, a través de la entrevista, se identificó que un estudiante solo escuchaba los videos y fue recién, a partir de la inclusión de estas preguntas, que comenzó a leer partes del video e implicarse de manera más activa (E1Es1”).

A pesar de ello, solo 3 de 8 estudiantes calificaron la video-lección como entretenida o muy entretenida, mientras que 5 la calificaron como normal. En tal sentido, todos coincidieron en que las partes más entretenidas involucraban las explicaciones en la pizarra (E1). Estos resultados concuerdan con lo identificado por

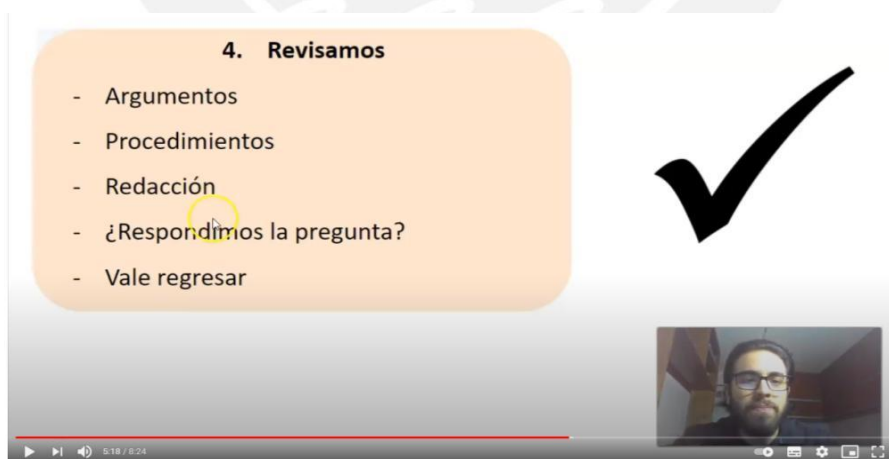


Giannakos, et al. (2015), quienes observaron que las partes del video más atractivas para los estudiantes son aquellas en las que se proporciona la solución para la actividad, y con el estudio de Chen y Thomas (2020), en el que se evidencia que los videos “dibujados” captan más la atención que los de presentación narrada.

Asimismo, otra incorporación realizada fue la integración del video del docente en una esquina de la pantalla (Figura N° 13), con el objetivo de fomentar la conexión docente-estudiante y ofrecer información no verbal complementaria (Alpert, 2016; Gilardi, et al., 2015). Esta acción fue percibida como positiva por cuatro de los estudiantes y neutral por tres de ellos (E1). Por ejemplo, un alumno comentó que le parecía bien porque así entendía mejor que antes (E1Es8) y otro mencionó que era como si la clase se estuviera dando directamente (E1Es2).

En cuarto lugar, en relación a la **idoneidad interaccional**, en ambas videolecciones se utilizó una secuencia similar a la descrita en la fase de evaluación inicial. No obstante, a diferencia de las anteriores, en la V3 y V4 se realizó un subrayado e identificación de datos y requerimiento del problema, y se representó gráficamente la situación (AV3; AV4), aspecto destacado por una estudiante como una forma de identificar “lo que era antes lo que era después, y que cantidad comía antes y ahora” (E1Es3). De esa manera, se buscó proporcionar el tiempo suficiente para la fase “introdutoria” que describen Mason, et al. (1983).

**Figura N° 13: Fase de revisión y video del docente - V3**



Elaboración propia.

Además, se incluyó una fase de revisión (Figura N° 13), aunque para esta parte podría haberse regresado a la pizarra para observar la estrategia aplicada. De

cualquier forma, estas nuevas fases (preparación y revisión) fueron mencionadas por dos estudiantes como las más útiles para la comprensión del tema (E1Es1; E1Es3).

Igualmente, se detectó mayor claridad en la presentación, al incrementar el tamaño de la letra, en línea con lo sugerido por Kay (2014) respecto a la legibilidad. Al respecto, cinco estudiantes mencionaron que no tuvieron problemas para leer (E1), aunque otros mencionaron que todavía había ocasiones en que la letra era “chiquita” por lo que tenían que ir al PDF para agrandar la pantalla o ponerse lentes (E1Es3; E1Es5).

En ese sentido, también se ha identificado que, en la V4, a partir de la evaluación de las actividades de ampliación desarrolladas por los estudiantes en la V3, se le pudo haber dedicado algunos minutos a aclarar errores observados y destinado mayor tiempo a las explicaciones, para prevenir situaciones como las narradas: “explicó muy rápido o con muy pocas palabras” (E1Es7) y “lo primero que veo y me confundo ya no sé qué hacer” (E1Es6).

En quinto lugar, sobre el aspecto **mediacional**, se mantuvo la carencia de recursos manipulativos y, si bien se mencionó el uso de fracciones recortables accesibles para los estudiantes por medio de sus cuadernos de trabajo, no se le puso suficiente énfasis al recorte y tratamiento de dicho recurso (AV3; AV4). Esto se contradice con lo sugerido por Ozel y Ozel (2020), quienes afirman que los estudiantes necesitan primero usar objetos concretos antes de pasar al plano simbólico, en especial cuando se aborda las fracciones.

Por otro lado, ambas video-lecciones tuvieron un tamaño de alrededor 40MB cada una (AV3; AV4). En esa línea, 4 estudiantes mencionaron que no hubo dificultades al descargar los videos, mientras que los demás citaron el espacio de almacenamiento del celular como el principal problema, aunque no de alta complicación (E1). Además, la mayoría de estudiantes consideró que la duración de cada video-lección, que no superó los dos bloques de 10 minutos planteados, era regular, y una manifestó que, más allá de la duración, le importaba que pudiera comprender bien (E1Es8).

En sexto lugar, en lo que respecta al componente **ecológico**, ambas video-lecciones buscaron fomentar la formación en salud y nutrición, en línea con las necesidades sociales en un contexto de pandemia (Godino, 2013). No obstante, la manera en que se integraron al componente curricular difirió. Por un lado, en la V3 se trabajó la actividad propuesta ese día en Aprendo en Casa; por el otro lado, la V4 fue

diseñada por el docente-investigador de acuerdo a la experiencia de aprendizaje de las últimas semanas (AV3; AV4).

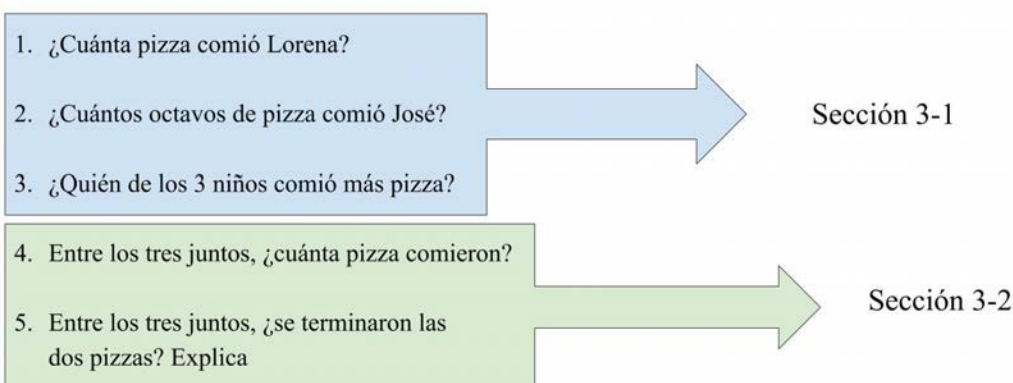
Así pues, si bien ambas video-lecciones se adaptaron al contexto de enseñanza remota y abordaron la misma competencia, la V4 no estuvo en línea con la programación educativa de esa semana (Godino, et al., 2007). A pesar de ello, todos los estudiantes manifestaron que las V3 y V4 les ayudaron a resolver las actividades de matemática de AeC, resaltando la explicación de pasos a seguir y el acceso a mayor información para resolver los ejercicios (E1).

Finalmente, en cuanto a la **producción**, la elaboración de las video-lecciones 3 y 4 requirió más del doble de tiempo que las dos primeras, debido a que se ajustó cada cuadro de texto y tipo de letra para mejorar la lectura, se integró mayor movimiento, y se incluyó la imagen del docente y la pizarra digital. Esta mayor complejidad generó, además, algunos errores de edición identificados por una estudiante: “usted está hablando una cosa, y luego el video como se corta y luego el video sigue, y eso me parece raro (E1Es8). A pesar de estas dificultades, se evidencia mejoras en las video-lecciones, las cuales influyeron en la comprensión de los estudiantes.

**2.4.2. Comprensión matemática (P3).** La evaluación de la comprensión matemática se realizó a partir de un problema (P3) dividido en dos secciones (Figura N° 14), con distintas preguntas abordadas en dos sesiones sincrónicas (O3; O4).

**Figura N° 14: Problema 3**

*José, Camila y Lorena compraron dos pizzas. José ha comido  $\frac{1}{4}$  de pizza, Camila ha comido  $\frac{3}{8}$  de pizza y Lorena ha comido el doble que José.*



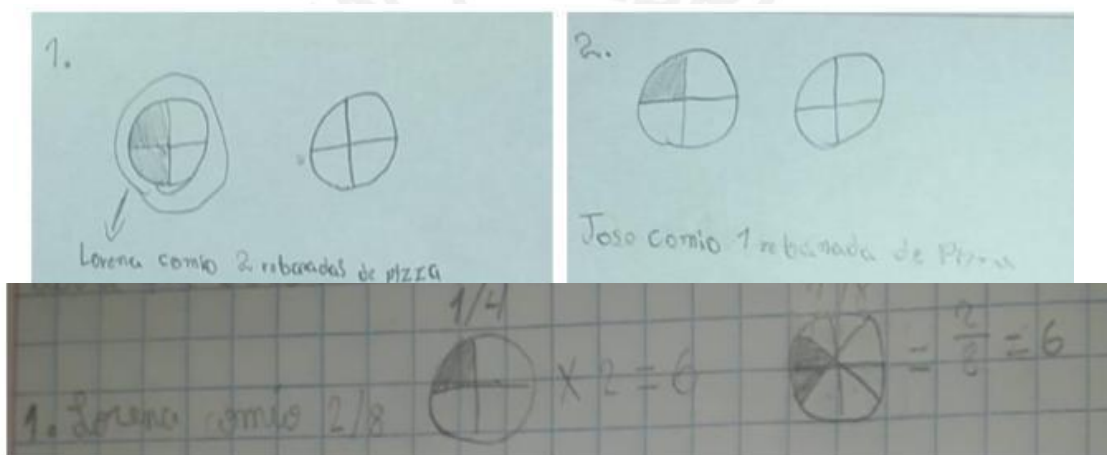
Elaboración propia.

Para la resolución de la sección **3-1** del problema, cinco estudiantes utilizaron representaciones gráficas (Figura N° 15), dos de ellos con dificultades. Este fue el

caso de Es1, quien no diferenci6 los cuartos de los octavos y utiliz6 el t6rmino rebanadas en lugar de alguno asociado al objeto matem6tico, evidenciando limitaciones para examinar su imagen mental (N3) (Meel, 2003).

Por su parte, Es4 grafic6  $1/4$ , pero, al multiplicarlo por 2, escribi6  $2/8$ , multiplicando tanto las partes tomadas como las subdivisiones. As6, se evidencia una atenci6n sobre elementos del objeto matem6tico, como el numerador y el denominador (N3), pero sin poder construir una propiedad sobre el mismo (N4) (Pirie y Kieren, 1994). M6s adelante, al graficar octavos, identific6 que Jos6 hab6a comido  $2/8$ , lo cual era correcto; sin embargo, a trav6s del chat de Zoom volvi6 a comentar que  $1/4 \times 2$  era  $2/8$  (O3).

Figura N° 15: Estudiantes con dificultades - P3 secci6n 3-1



Arriba: Es1. Abajo: Es4. Elaboraci6n propia.

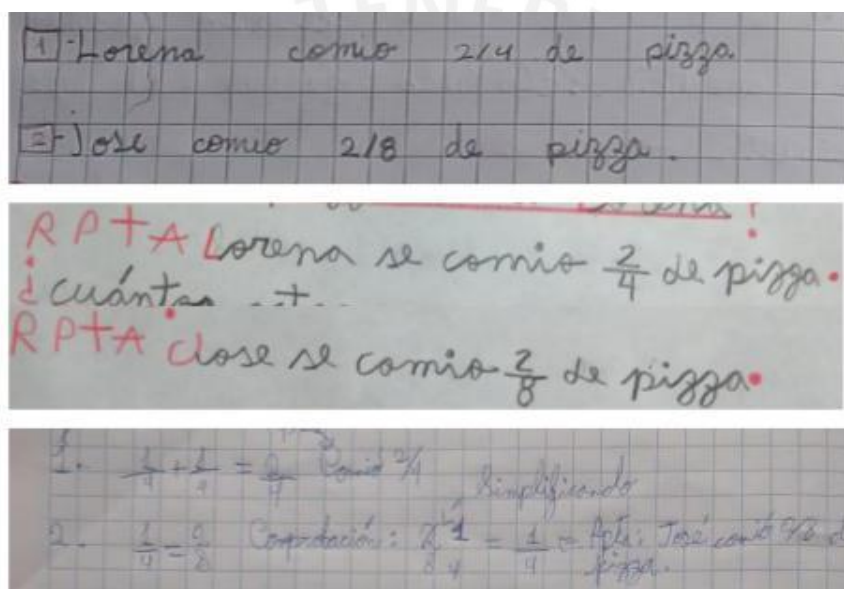
Por el contrario, Es2, Es5 y Es8, a partir de sus gr6ficos, fueron capaces de identificar que el doble de  $1/4$  es  $2/4$  (AP3). Es2 mencion6 que dividi6 la pizza en 4 y pint6 dos cuartos, pues sum6 un cuarto m6s un cuarto que son dos cuartos (O3). Adem6s, junto a E5, reconocieron que  $1/4$  es igual a  $2/8$  (AP3). En esa l6nea, en la medida en que construyeron m6todos (N4) para sumar fracciones homog6neas y hallar fracciones equivalentes, ambos alumnos se encontraron en el nivel de notaci6n de propiedad (Berenson, et al., 2005).

Por otro lado, hubo tres estudiantes que utilizaron 6nicamente representaciones simb6licas (Figura N° 16). Uno de ellos respondi6 correctamente las preguntas 1 y 2, pero no ofreci6 explicaci6n adicional y tampoco respondi6 a las otras preguntas (AP3Es6). Posteriormente, durante la socializaci6n, le cost6 mucho

comprender la equivalencia entre  $1/4$  y  $2/8$ , a pesar de que se estaba mostrando una representación gráfica de ambas figuras (O3Es6).

De manera similar, Es3 respondió adecuadamente a las preguntas 1 y 2, pero mencionó que Lorena fue la que comió más pizza, y que entre los 3 comieron  $8/15$  (AP3). Ahora bien, durante el momento de socialización y a partir de los gráficos, pudo reconocer que  $2/4$  de la pizza era igual a la mitad (O3). A partir de ello, se argumenta que Es6 y Es3 estuvieron en el proceso de análisis de ideas y determinación de características (N3) y, con la guía del docente, iniciaron el proceso de construcción de propiedad (N4) (Meel, 2003).

Figura N° 16: Ejemplos de estrategias simbólicas - P3 sección 3-1



Arriba: Es3. Medio: Es6. Abajo: Es7. Elaboración propia.

Por último, Es7 justificó su respuesta a la primera pregunta por medio de una adición ( $1/4 + 1/4 = 2/4$ ) y multiplicó por 2 al numerador y denominador de una fracción para hallar una fracción equivalente. Más aún, mencionó que  $1/4$  era igual a  $2/8$ , y lo justificó de la siguiente manera: “simplifiqué los  $2/8$  y me salió  $1/4$  y así comprobé que eso era correcto” (O3). En ese sentido, no sólo identifica una fracción equivalente a otra o se aplica un proceso de amplificación o simplificación (N4), sino que se concibe al concepto de fracción de manera formal (N5), sin hacer referencia una idea o acción en particular (Arenas, 2018).

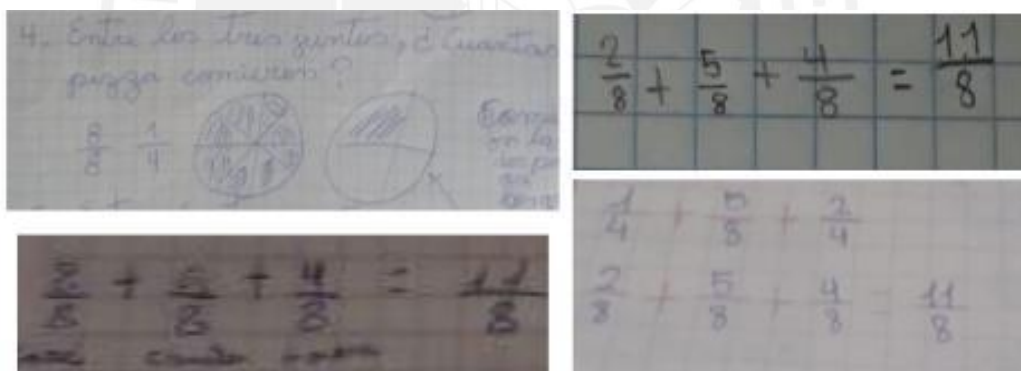
En relación a la segunda sección (3-2) del problema, se identificó a tres estudiantes que continuaron presentando dificultades. Este fue el caso de Es1, quien al discutir sobre equivalencia de fracciones señaló: “por lo que veo el 4 que está debajo

del 2, ahora a mi derecha está ahora 8, así que supongo que el 2 se vuelve ahora 4” (O4); pero que no fue capaz de aplicar esto en su propio trabajo.

Por su parte, Es3, aún con la visualización gráfica, afirmó con inseguridad la equivalencia entre  $1/4$  y  $2/8$  (O4). De similar forma, Es6 pudo graficar adecuadamente cada fracción e identificar la mayor, pero, al momento de sumar las tres cantidades, obtuvo  $1 \frac{1}{3}$  en lugar de  $1 \frac{3}{8}$  (AP3). Por tanto, ambos estudiantes continuaban analizando sus imágenes mentales en búsqueda de propiedades (N3) (García-Amadeo, et al., 2018).

Por otro lado, cinco alumnos presentaron un mejor desempeño (Figura N° 17). Entre otros, Es8 sumó tres fracciones, obteniendo  $8/8$  y  $1/4$  (AP3). Así, fue capaz de aplicar un método (N4) para sumar fracciones homogéneas ( $3/8 + 5/8$ ) aunque no pudo generalizar esta regla (N5) a otros contextos, como con fracciones heterogéneas (Duzenli y Bulut, 2018). Vale señalar que, durante la videollamada, ella resaltó que tuvo confusiones con el orden de las preguntas, lo que puede haber dificultado la articulación de sus ideas (O4).

**Figura N° 17: Ejemplos de estudiantes operando con fracciones - P3 sección 3-2**



Arriba-izquierda: Es8. Arriba-derecha: Es4. Abajo-izquierda: Es2. Abajo-derecha: Es5.

Elaboración propia.

Por su lado, Es2, Es4 y Es5 homogeneizaron tres fracciones para poder sumarlas, desarrollando así un método para dicha tarea (N4) (Berenson, et al., 2005). Este manejo sobre fracciones equivalentes también se evidenció en la siguiente interacción (O4): “(se dibuja  $2/8$  para representar lo que comió Lorena). He pintado  $2/8$ . ¿Estás de acuerdo? (D) Sí, pero no es lo que comió Lorena (Es2). Muy bien, ¿por qué dices eso? (D) Porque Lorena comió  $2/4$ , que es igual a  $4/8$  (Es2)”.

De hecho, Es2, además de sumar las fracciones, realizó la conversión entre representación fraccionaria y representación entero-fracción, utilizando una división

para hallar tanto la parte entera como la fraccionaria, proceso que fue también ejecutado por Es7 (Figura N° 18). Así pues, para la conversión, ambos estudiantes formularon algoritmos (N5) (Pirie y Kieren, 1994).

**Figura N° 18: Conversión fracción a entero-fracción - P3 sección 3-2**

The figure consists of two photographs of handwritten mathematical work. The top photograph shows a student's work on a whiteboard. The equation  $\frac{2}{5} + \frac{5}{3} + \frac{4}{3} = \frac{11}{3} = 3 \frac{2}{3}$  is written in black marker. The bottom photograph shows a student's work on a green grid. The same equation  $\frac{2}{5} + \frac{5}{3} + \frac{4}{3} = \frac{11}{3} = 3 \frac{2}{3}$  is written in blue ink.

Arriba: Es2. Abajo: Es7. Elaboración propia.

De esta manera, se argumenta que las video-lecciones del primer ciclo fueron accesibles y estuvieron ajustadas, en su mayoría, al significado de referencia, el cual fue explicado por medio de representaciones verbales, abstractas e icónicas. Asimismo, se registró una mejora en la segmentación, señalización, coherencia, modalidad y redundancia, especialmente a partir del uso de la pizarra digital; y en la incorporación de preguntas reflexivas, una fase de revisión y el video del docente.

Sin embargo, las situaciones problemáticas no resultaron auténticas y no involucraron el uso de objetos manipulativos. Además, pese a la complejidad de operar con fracciones heterogéneas, en la V4 no se realizó la conexión con los conocimientos previos necesaria ni la profundización en conflictos de significado generados la semana previa. A partir de estas video-lecciones, los estudiantes alcanzaron como máximo, en la primera sesión, los niveles de comprensión de imagen (N3) y notación de propiedad (N4); y en la segunda sesión, los de comprensión de imagen (N3) y formalización (N5). A continuación, se expone el siguiente ciclo de implementación, que se nutrió de algunos de los resultados ya presentados.

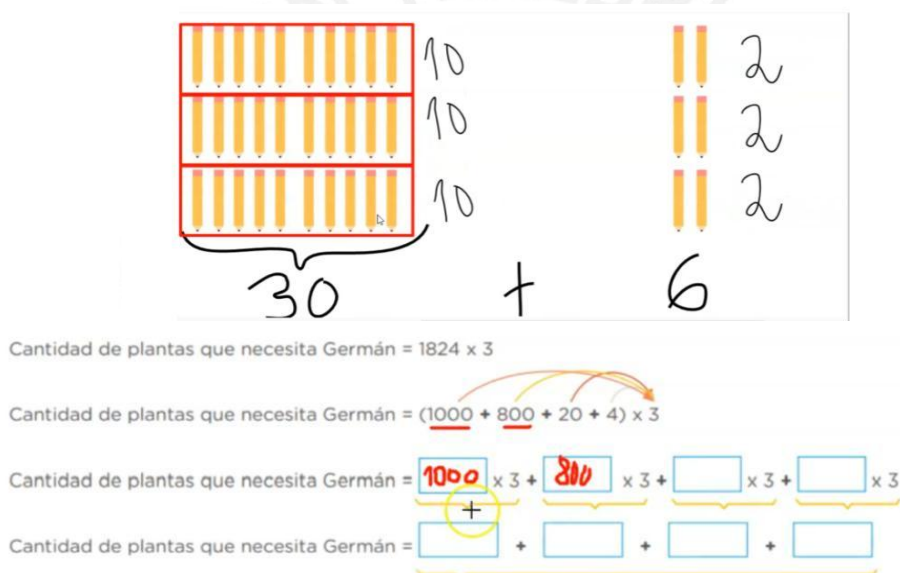
## **2.5. Segundo ciclo de implementación**

Al igual que en el primer ciclo de implementación, para el segundo ciclo se desarrolló y aplicó dos video-lecciones (V5 y V6), esta vez relacionadas al concepto de multiplicación con números racionales, específicamente a partir de dos axiomas: asociatividad y distributividad. En ese sentido, de acuerdo a Carranza, et al. (2008), la asociatividad implica que  $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$  y la distributividad define que  $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ . De esta forma, estas propiedades permiten cambiar los

agrupamientos y utilizar la descomposición al momento de desarrollar multiplicaciones.

**2.5.1. Idoneidad didáctica (V5 y V6).** Para el análisis de las video-lecciones, se contrastó la información recogida por medio del análisis documental y las entrevistas (E2). En primer lugar, con respecto a la **idoneidad epistémica**, se usó expresiones gráficas y simbólicas, articulando distintos registros de representación para fomentar una visión global del objeto matemático (Oviedo, et al., 2012). Esto fue destacado por los estudiantes como las partes más entretenidas de los videos (E2). Sin embargo, esta variedad de representaciones fue utilizada principalmente para los ejemplos, y no para la resolución de los problemas (Figura N° 19).

Figura N° 19: Uso de representaciones - V5



Arriba: Ejemplo introductorio. Abajo: resolución del problema central. Adaptado de: Minedu (2020a).

Asimismo, en cuanto al ajuste al significado de referencia, componente esencial según Godino, et al. (2007), se respetó la lógica de ambas propiedades, pero el orden utilizado en la representación gráfica y la simbólica no fue el mismo. Así, mientras que en la V5 se expuso gráficamente 3 veces 12 lápices ( $3 \times 12$ ), se descompuso el 12 en  $10 + 2$  y se planteó que “ $3 \times (10 + 2) = 3 \times 10 + 3 \times 2$ ”; de manera simbólica se escribió “ $(10 + 2) \times 3 = 10 \times 3 + 2 \times 3$ ”. De forma similar, en la V6 se presentó 20 veces 6,5 y luego se dividió el 20 en dos grupos de 10, justificando que “ $(2 \times 10) \times 6,5 = 2 \times (10 \times 6,5)$ ”; no obstante, a nivel simbólico se escribió “ $6,5 \times 20 = 6,5 \times (10 \times 2)$ ”.

Más aún, al desarrollar la asociatividad en  $2 \times 6 \times 3$ , se afirmó “y por propiedad asociativa, nosotros podemos comenzar por esta parte ( $2 \times 6$ ) o por el  $6 \times 3$ , porque



todas son multiplicaciones, el orden de los factores lo podemos mover sin alterar el producto”. En ese sentido, se evidencia una definición inexacta del axioma asociativo, de acuerdo a lo planteado por Carranza, et al. (2008).

Por otro lado, en relación a las situaciones problemáticas (Figura N° 20), en la V5 se utilizó un problema que contextualiza la multiplicación, pero en el que no se justifica el uso de la propiedad distributiva, pues se podría multiplicar directamente  $1824 \times 3$  (AV5). En cambio, en la V6 sí tenía sentido utilizar la descomposición y posterior asociatividad para operar, debido a la facilidad de multiplicar un número racional con representación decimal por una potencia de 10 (AV6).

**Figura N° 20: Situación problemática V5 y V6**

Tres estudiantes de la región Ucayali conversaron por teléfono y compartieron su deseo por promover la siembra de bambú en las parcelas de sus padres. Lee lo que dicen y responde la siguiente pregunta: ¿Cuántas plantas de bambú necesitan Juan y Germán?

Necesito 1824 plantas de bambú

Yo el triple de la cantidad de plantas de bambú que necesita Victoria.

Yo la cuarta parte de la cantidad de plantas de bambú que necesita Victoria.

Victoria

Germán

Juan

En los últimos años, aumentó significativamente la producción de ladrillos artesanales en el Perú, debido al incremento en la construcción de viviendas. El papá de Juan tiene un horno artesanal con una capacidad para 6,5 millares de ladrillos. Él fabrica dicha cantidad de ladrillos en una sola horneada, usando leña equivalente a 6 árboles grandes, los cuáles son talados en los bosques cercanos, haciendo que estos se deforesten progresivamente. Si desde el mes de enero a agosto del año pasado usó 20 veces el horno en toda su capacidad, ¿cuántos millares de ladrillos produjo desde enero hasta el mes de agosto?, ¿cuántos árboles se tuvieron que talar de enero hasta agosto para usarse como leña?, ¿qué opinas sobre la cantidad de árboles usados como leña desde enero al mes de agosto?, ¿cómo crees que afecta al ecosistema y a nuestra salud?

Arriba: V5. Abajo: V6. Elaboración propia.

En segundo lugar, en cuanto al componente **cognitivo**, los problemas planteados requerían la aplicación de multiplicaciones entre dos números naturales y entre un número natural y uno racional de representación decimal, funciones que la mayoría de estudiantes podía realizar autónomamente. Además, meses atrás, se había desarrollado una actividad previa asociada a la propiedad distributiva, aunque en la V5 no se recuperó esta experiencia.

En contraste, en la V6 sí se retomó lo desarrollado en la V5, presentando los gráficos trabajados y conectándolos con los nuevos temas. Igualmente, hubo breves

repasos sobre la multiplicación y la descomposición, realizando lo que Pirie y Kieren (1994) definen como “*folding back*”, es decir, regresar a niveles previos de comprensión para poder consolidar dichas nociones y construir nuevas ideas. En esa línea, una estudiante manifestó que utilizó sus conocimientos previos sobre descomposición de números que recordó a partir de la observación (E2Es4).

Con base en lo descrito, se argumenta que la aplicación de las propiedades asociativa y distributiva sería posible con ayuda del docente; por lo tanto, estaría ubicada en la zona de desarrollo potencial (Vygotsky y Kozulin, 2011). Así pues, hubo igual cantidad de estudiantes que calificaron como difícil, regular o fácil el tema; sin embargo, todos coincidieron en que el aspecto que más complejo no era la propiedad en sí, sino el trabajo con representaciones decimales (E2).

Esta tarea se simplificó, además, a través de una adecuada señalización por medio de imágenes y narración al inicio, y la pizarra digital (Allison, 2015). Pese a ello, la representación gráfica y la simbólica se realizó una después de la otra y con cierta separación espacial, lo cual puede haber dificultado la conexión entre ambos procesos (Mayer, 2017).

En tercer lugar, en relación a la **idoneidad afectiva**, la situación problemática de la V5 podría haber sido de interés, en un inicio, para aquellos interesados en la siembra y las plantas; sin embargo, el desarrollo del problema no dependió de estos contenidos y la situación no estuvo adaptada al contexto urbano y familiar de los alumnos (AV5). En el caso de la V6, se incluyó preguntas de reflexión respecto a la deforestación, pero estas no fueron enfatizadas durante la resolución (AV6). A pesar de esto, a 7 de los 8 estudiantes les parecieron interesantes los problemas, aludiendo al proceso de resolución y al tema de la tala de árboles (E2).

Por otra parte, se incrementó las pausas destinadas no solo a leer o reflexionar sino también para formular estrategias y elegir opciones, especialmente antes de la aplicación de la estrategia (AV5; AV6). Al respecto, todos los estudiantes mencionaron que utilizaron estos momentos para leer, anotar datos y subrayar ideas, indicadores asociados a una visualización activa (Brame, 2016; Duffy, 2008).

Asimismo, el video del video del docente fue ligeramente más grande y más claro, especialmente en la V5 (Figura N° 21), por lo que se fomentó la presencia social y se facilitó la lectura del lenguaje no verbal (Draus, et al. 2014). En esa línea, todos los estudiantes calificaron positivamente dicho recurso, aunque resaltaron que no era necesario que apareciera todo el tiempo, pues podría impedir ver los números (E2).

Por ello, es también importante, considerar la ubicación estratégica del video del docente en la pantalla (Kuznekoff, 2020).

Figura N° 21: Ejemplo video del docente - V5



Elaboración propia.

En cuarto lugar, en lo relativo a la **idoneidad interaccional**, en ambas videolecciones se mantuvo una secuencia similar a la del ciclo anterior. Sin embargo, se identificó mayor énfasis dedicado a la identificación de datos y requerimientos, la formulación de estrategias autónomas, la selección de representaciones gráficas, y la comprobación de la aplicación de las propiedades por medio de los algoritmos conocidos.

Estos elementos tuvieron la intención de exponer de manera comprensible los temas más complicados y disminuir los potenciales conflictos semióticos de los estudiantes (Godino, et al., 2007; Santos, 2018). En relación a ello, la mayoría de alumnos destacó que, si había algo que no entendían, volvían a ver el video o consultaban con algún familiar, aunque esto no fue tan mencionado como en el primer ciclo (E2).

Además, para la revisión, se mostró una síntesis de toda la estrategia aplicada (Figura N° 22), en línea con las sugerencias de Mason, et al. (1983) y Polya (1945, citado en Liljedahl, et al., 2016) respecto al momento final de la resolución de un problema. No obstante, debido a la cantidad de información mostrada, el tamaño de la letra fue muy pequeño y dificultó la lectura, situación que también se produjo al mostrar la situación problemática de la V6, debido a su extensión.

En quinto lugar, en cuanto al aspecto **mediacional**, dos estudiantes manifestaron tener un poco de dificultades en relación a la descarga de los videos,

debido a la inestabilidad del internet fijo, la necesidad de usar megas y el tiempo de espera para tener el celular disponible, aunque mencionaron que estos factores no fueron limitantes para la visualización (E2Es8; Es2Es1).

**Figura N° 22: Síntesis de la resolución - V6**

**Datos:**

- Número de veces en las que el horno fue usado de enero a agosto: 20 veces.
- Cantidad de ladrillos producidos en cada horneada: 6,5 millares.
- Cantidad de árboles usados por horneada: 6 árboles.

**Requerimiento:**

Hallar la cantidad de millares de ladrillos producidos de enero a agosto.  
Hallar la cantidad de árboles talados de enero a agosto para usarse como leña.  
Dar mi opinión sobre la situación y plantear los posibles impactos en el ecosistema.

**Estrategia:**

- Representamos los datos del problema.
- Multiplicar la cantidad de ladrillos producidos en cada horneada (6,5) por las veces que se utilizó (20).
- Multiplicar la cantidad de árboles usados por cada horneada (6) por las veces que se utilizó (20).

**Recursos:** gráficos, operaciones.

**3. Aplicación**

6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.
6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.
6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.
6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.	6,5 millares de lad.
6 árboles	6 árboles	6 árboles	6 árboles	6 árboles
6 árboles	6 árboles	6 árboles	6 árboles	6 árboles
6 árboles	6 árboles	6 árboles	6 árboles	6 árboles
6 árboles	6 árboles	6 árboles	6 árboles	6 árboles

20 veces por 6,5 millares de ladrillos.

$$20 \times 6,5$$

$$= 2 \times 10 \times 6,5$$

$$= 2 \times 65$$

6 árboles x 20 veces

$$6 \times 20$$

$$6 \times 10 \times 2$$

$$60 \times 2$$

La cantidad de ladrillos producidos desde enero hasta el mes de agosto fue \_\_\_\_\_ millares.  
Desde el mes de enero hasta agosto, se quemaron \_\_\_\_\_.  
Opino que \_\_\_\_\_.  
Esto afecta \_\_\_\_\_.

Elaboración propia.

Adicionalmente, un estudiante quiso no sólo visualizar sino también descargar la video-lección en su laptop, pero inicialmente no pudo debido a que WhatsApp requiere que el video primero “cargue” (E2Es6). Esto se solucionó por medio de una consulta telefónica y con el posterior envío de un breve videotutorial al respecto. De esta manera, a pesar de algunas dificultades, no se perjudicó o limitó el acceso de aquellos estudiantes que no tienen equipos de escritorio o tablets en casa, lo cual es un potencial riesgo para la enseñanza remota de emergencia en países en desarrollo (Álvarez Jr., 2020).

Por otro lado, de manera similar a anteriores fases, no se incluyó recursos concretos; sin embargo, en la V5 se utilizó representaciones pictóricas asociadas a objetos reales y al alcance de los estudiantes (lápices), acción que no se evidenció en la V6 (AV5; AV6). Por lo tanto, no se presentó modelos manipulativos, pero sí visualizaciones gráficas (Godino, et al., 2013).

Asimismo, se cumplió con la organización sugerida por Slemmons, et al. (2018) de dos bloques de cerca de 8 minutos por cada video-lección, duración con la que los estudiantes estuvieron de acuerdo (AV5; AV6; E2). No obstante, se argumenta que el aprendizaje de las propiedades asociativa y distributiva con números racionales

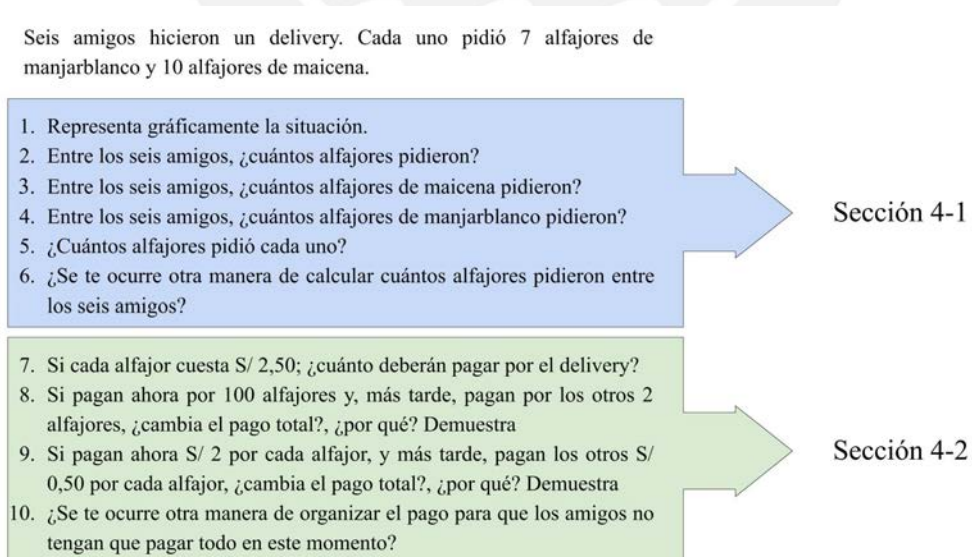
aplicada tanto en la multiplicación como en la división requería de por lo menos una actividad más.

En sexto lugar, sobre la **idoneidad ecológica**, se identifica que ambas video-lecciones fueron adaptaciones de actividades propuestas en Aprendo en Casa y fomentaron, por medio de la traducción de situaciones, uso de estrategias y argumentos, el desarrollo de la competencia de resolución de problemas de cantidad (Minedu, 2016). Al respecto, la mayoría de estudiantes mencionó que, a partir de la observación de las video-lecciones, pudieron resolver las actividades con mayor facilidad, sea que las visualizaran antes, durante o después del desarrollo de la actividad (E2).

Finalmente, la **producción** de estas video-lecciones fue igual de compleja que las del anterior ciclo. Esto se debió a que, si bien ya se había desarrollado una plantilla de presentación con la que se facilitó la incorporación de textos y títulos, hubo mayores elementos gráficos y dibujos, los cuales son más complicados de realizar con el *touchpad* de la laptop que con un lápiz digital.

**2.5.2. Comprensión matemática (P4).** Para la evaluación de la comprensión matemática, se continuó con la estrategia del primer ciclo, analizando evidencias escritas y orales respecto a un problema (Figura N° 23) dividido en dos secciones trabajadas en dos sesiones sincrónicas (O5 y O6).

**Figura N° 23: Problema 4**



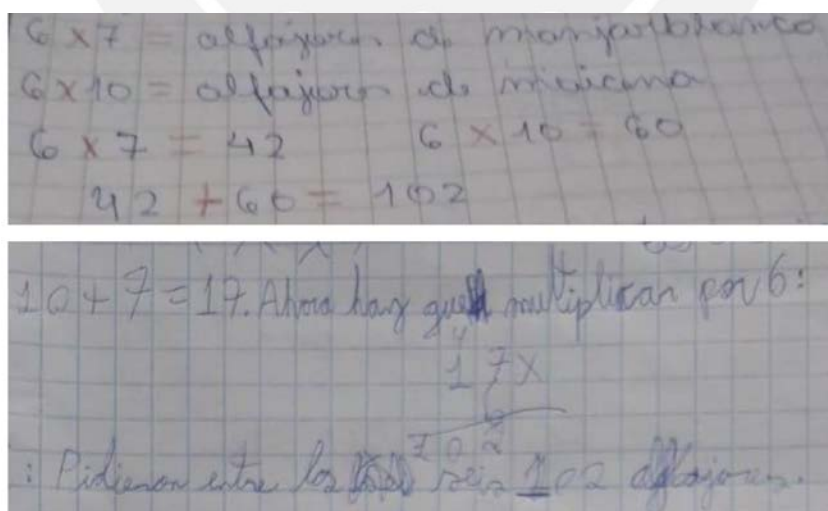
Elaboración propia.

Además, para que los estudiantes tuvieran suficiente tiempo para resolver el problema, se optó por priorizar las preguntas respecto a la distributividad. En esa línea, como indican Kinzer y Stanford (2013), la propiedad distributiva es un concepto clave para la comprensión de la descomposición multiplicativa o la multiplicación por números iguales o menores que 0.

Así, para la resolución de la primera sección del problema 4 (4-1), los estudiantes iniciaron representando de diversas maneras la situación, utilizando barras (Es1) o dibujos (Es2, Es3, Es4, Es7, Es8). Cabe resaltar que Es5 no respondió a esa pregunta y Es6 no envió la foto de su resolución y tampoco pudo justificar oralmente sus ideas por problemas de conexión (AP4).

Para la segunda pregunta, se identificó dos métodos para calcular la cantidad total (Figura N° 24). Por un lado, Es1, Es3 y Es5 calcularon primero el total de alfajores de cada sabor y sumaron ambas cantidades; es decir, utilizaron la operación:  $(a \times b) + (a \times c)$ . Como explicó Es3: “multipliqué los alfajores de manjar que son 7 por los 6 niños y en la segunda multipliqué 10 alfajores por los 6 niños, y los sumé los resultados” (O5). Por el otro lado, Es2 y Es7 calcularon primero el total de alfajor por persona y posteriormente multiplicaron esto por seis, es decir:  $(b + c) \times a$ . Cabe destacar que Es8 escribió la respuesta correcta pero no la acompañó del procedimiento, y Es4 interpretó erróneamente la pregunta (AP4).

**Figura N° 24: Métodos para calcular el total - P4 sección 4-1**



Arriba:  $(a \times b) + (a \times c)$  - Es5. Abajo:  $(b + c) \times a$  - Es7. Elaboración propia.

Posteriormente, con el objetivo de aplicar la propiedad distributiva, se propuso el desarrollo de las preguntas 3, 4 y 5, en las que se invitó a calcular el total de cada

sabor de alfajor ( $a \times b$ ) y ( $a \times c$ ), y el total de alfajores por estudiante ( $b + c$ ). No obstante, en esta sesión el docente-investigador tuvo problemas con el funcionamiento de la laptop y con la conexión, lo cual dificultó la explicación inicial y limitó el tiempo de resolución del problema. A raíz de ello, si bien los estudiantes pudieron responder las preguntas intermedias, generando y manipulando sus imágenes mentales (N2; N3), no lograron evidenciar de manera autónoma la construcción de la propiedad (Berenson, et al., 2005).

Pese a ello, durante la socialización realizada con uno de los grupos, se registró la siguiente interacción (O5): “el 17, ¿cómo podría descomponerlo? (D)  $10 + 7$  (Es2) Ok, tenemos entonces que  $17 \times 6 = (10+7) \times 6$ , ¿estás de acuerdo? (D)... Sí (Es4). Ok, y ¿cómo se podría hacer esta multiplicación cuando ya he descompuesto el 17? (D)  $10 \times 6$  y  $7 \times 6$  (Es4). Ajá, y faltaría algo más para completar... (D) Se suman (otra estudiante) ... ¿Tú qué dices? Sí (Es2)”. Por ende, se evidencia que Es2 y Es4 conservaron y analizaron las imágenes respecto a descomposición y multiplicación, aún sin la acción de separar los alfajores o agruparlos (N3) y que se encontraron en el proceso de construir la propiedad distributiva aplicada al ejemplo específico (N4) (Pirie y Kieren, 1994).

Por el contrario, Es7 reconoció de manera autónoma la propiedad utilizada (O5): “hicieron casi de la misma manera, la diferencia es que en una se usó la propiedad distributiva (Es7). ¿Cómo así? (D) En vez de multiplicar  $17 \times 6$ , el 17 lo descompuso, multiplicó  $7 \times 6$ ,  $10 \times 6$  y el resultado los sumó (Es7)”. De este modo, se evidencia la combinación de imágenes para construir una propiedad y aplicarla a un contexto específico (N4) (Pirie y Kieren, 1994).

La siguiente semana, para la segunda parte del problema 4 (**4-2**), se integró un factor racional con representación decimal, lo cual implicó un nivel adicional de complejidad. Para su resolución, todos los estudiantes multiplicaron el total de alfajores (102) por el precio de cada uno (2,50), obteniendo 255 soles, con la excepción de Es3 quien tuvo problemas al ubicar la coma (AP4). De cualquier manera, los estudiantes se involucraron en una acción (N2) multiplicativa a partir de sus conocimientos previos (N1) (Yao, 2020).

A partir de ello, se planteó una descomposición del primer factor (102), en  $100 + 2$ , y se preguntó si  $(100 \times 2,50) + (2 \times 2,50)$  sería igual al producto inicial de  $102 \times 2,50$ . Frente a ello, Es1 afirmó que no y graficó la situación, evidenciando y explicando cómo el total se mantendría en 255 (Figura N° 25).

Figura N° 25: Gráfico de Es1 - Problema 4 sección 4-2



Elaboración propia.

Por su parte, Es2, Es4 y Es5 respondieron lo mismo y lo demostraron de manera simbólica, multiplicando  $2,50 \times 2$  y  $100 \times 2,50$  y sumando ambas cantidades (AP4). Sin embargo, cuando se les preguntó por qué no había cambiado el costo, Es4 afirmó “porque salió el mismo resultado”, mientras que Es2 reconoció que era “porque es la misma cantidad (de alfajores)” (O6).

Por otro lado, Es8 argumentó que la cantidad no cambió porque “al final pagará lo mismo, solo que en partes separadas” y Es7 mencionó que “no hay cobro por delivery y es la misma cantidad de alfajores del principio” (AP4). Además, Es7 añadió que “es como si lo colocarás en partes la cantidad y por eso no cambia” (O6). En base a ello, se considera que los anteriores estudiantes, con la excepción de Es4 quien todavía se mantiene dependiente a la acción realizada, generaron imágenes sobre el concepto de descomposición y distributividad (N3) (Yao, 2020).

Para la tercera pregunta, se propuso descomponer el segundo factor de la multiplicación ( $2,50$ ) en  $2 + 0,50$  y se planteó la misma interrogante respecto al cambio del costo. Nuevamente, Es1 respondió que no, pues, aunque pagaran 200 soles y después 55, seguiría siendo 255 (AP4) y añadió que seguía “descompuesto” (OP6). Por su lado, Es2 y Es7 también respondieron que no (Figura N° 26), aunque uno lo demostró por medio de una operación y el otro lo justificó señalando que “no cambia, porque es lo mismo solo lo dividieron el dinero” (AP4). De esta forma, los tres estudiantes, a partir del contraste entre las imágenes generadas, identificaron propiedades que buscan generalizar (N4) (Arenas, 2018).



Figura N° 26: Ejemplos de notación de propiedad - Problema 4 sección 4-2

RPTA: No cambio, porque se paga lo mismo

$$\begin{array}{r} 102 \times \\ 2 \\ \hline 204 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 102 \times \\ 2,50 \\ \hline 255 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 204 + \\ 51 \\ \hline 255 \end{array}$$

3 No, porque en la primera, solo  
 iba dividendo el dinero por 100,  
 cambio 200 (en 2000) nada

Demostración:

$$\begin{array}{r} 102 \times \\ 2 \\ \hline 204 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 102 \times \\ 2,50 \\ \hline 255 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 204 + \\ 51 \\ \hline 255 \end{array}$$

Izquierda: Es2. Derecha: Es7. Elaboración propia.

Ahora bien, Es5 también desarrolló esa estrategia, pero cometió un error al ubicar la coma y no llegó al resultado. No obstante, durante la socialización, sí recordó que para operar  $(100 + 2) \times 2,50$  el 100 y el 2 debían multiplicarse cada uno por 2,50 (O6). En esa línea, pudo reemplazar las imágenes sobre la acción particular y orientarlas el concepto de distributividad (N3) (Arenas, 2018). Por el contrario, dos estudiantes no fueron capaces de realizar esto: Es3 afirmó que la cantidad sí aumentaba, porque  $100 + 2 = 102$ ,  $102 + 102 = 204$ ; y Es6 mencionó que el pago total cambiaba porque  $2,50 \times 2 = 5$  soles y  $255 - 5 = 250$  soles (AP4).

Finalmente, cabe resaltar que, de manera autónoma, solo dos estudiantes llegaron a la cuarta pregunta: Es1, quien no reconoció otra manera de calcular el total; y Es7, quien sugirió pagar primero la mitad de los alfajores, es decir, descomponer el 102 en  $51 + 51$  (AP4). Así, pudo abstraer un método común y le otorgó funcionalidad, aspectos característicos de la formalización (N5) (García-Amadeo, et al., 2018).

En suma, se considera que las video-lecciones del segundo ciclo presentaron el concepto, en su mayoría, ajustado al significado de referencia y adaptado a la zona de desarrollo potencial de los estudiantes. Asimismo, se mantuvo los niveles de presencia social y de carga cognitiva, se involucró más al estudiante y las explicaciones consideraron posibles conflictos de significado.

Ahora bien, pese a utilizar representaciones de múltiples registros, estas no siempre estuvieron coordinadas y la definición de asociatividad no fue precisa. Además, las situaciones problemáticas no fueron auténticas y solo en el caso de la V6 se contextualizó el uso de los axiomas. A partir de estos factores, la comprensión alcanzó los niveles de comprensión de imagen (N3) y notación de propiedad (N4) en

ambas sesiones. No obstante, es importante considerar que, en la V6 el énfasis estuvo en la asociatividad más que en la distributividad; y, en segundo lugar, la segunda sección del problema involucró el uso de números racionales, tarea compleja para los estudiantes.

## 2.6. Tercer ciclo de implementación

El tercer ciclo de implementación implicó la aplicación de una video-lección (V7) en la que se abordó dos representaciones de los números racionales: las fracciones y los decimales. Específicamente, se trabajó números racionales que pudiesen ser representados con expresiones decimales finitas, por ejemplo  $1/2 = 0,5$  o  $1/4 = 0,25$  (Carranza y Molina, 2006).

**2.6.1. Idoneidad didáctica (V7).** Para el análisis de idoneidad de la video-lección 7 se utilizó la matriz de análisis documental 2, generada a partir de los seis criterios de idoneidad didáctica y la producción del recurso.

En primer lugar, en lo concerniente a la **idoneidad epistémica**, se propuso una situación problemática asociada a las medidas de longitud expresadas con representaciones decimales, fraccionarias, verbales, entre otras (Figura N° 27). De esta manera, como sugiere Markarian (2004a, 2004b), se conectó las nociones de medición con las de fraccionamiento, partiendo de un todo (en este caso el metro), dividiéndolo y tomando cuantas subdivisiones se requiera.

**Figura N° 27: Situación problemática - V7**

Nombre / Mes	Mayor salto de setiembre	Mayor salto de octubre
<b>Antonio</b>	1,50 m	1,75 m
<b>Mariana</b>	Un metro y un cuarto	Un metro y medio

¿Quién logró saltar mayor distancia en setiembre? ¿Y en octubre?

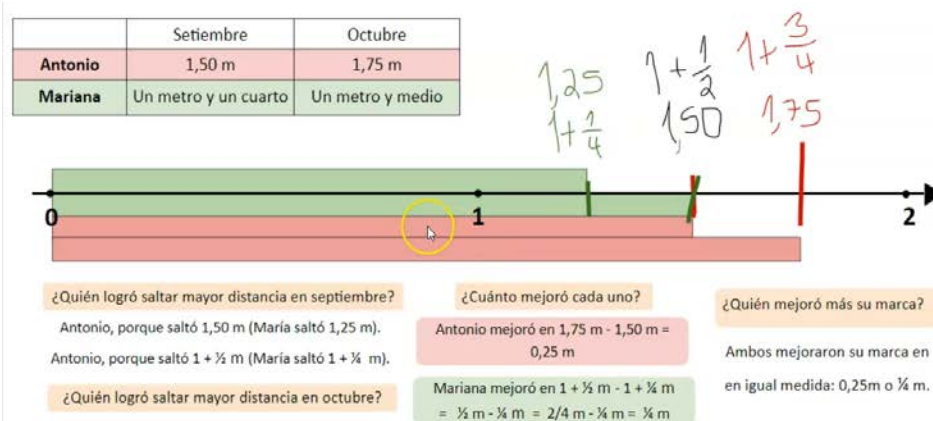
¿Cuánto mejoró cada uno? ¿Quién mejoró más su marca?

Elaboración propia.

Para su resolución, se usó una recta numérica y se ubicó cada una de las 4 medidas (Figura N° 28), exponiendo la correspondencia entre los números racionales y los puntos en la recta (Markarian, 2004c). Para ese fin, se insertó barras que fueron subdivididas y coloreadas para representar fracciones y divisiones, y se escribió de manera paralela múltiples expresiones simbólicas para representar los mismos números (AV7).

A raíz de ello, se procedió a responder las preguntas, utilizando barras de distintos colores para comparar y restar las medidas correspondientes, con el apoyo simbólico respectivo. Se señaló, verbigracia, que 1,50 m es más que 1,25 m y que  $1 + \frac{1}{2}$  m es más que  $1 + \frac{1}{4}$  m.

Figura N° 28: Procedimiento y representaciones - V7



Elaboración propia.

De hecho, se utilizó no sólo múltiples registros, sino que se usó y articuló más de una representación por cada registro (Duval, 2006; Oviedo, et al., 2012). Inclusive, la notación fue escrita de acuerdo al color de los gráficos referentes, para así fomentar la conexión entre lo icónico y lo simbólico (Yakubova, et al., 2020). Posteriormente, se presentó las conclusiones. Para ello, se usó gráficos e ideas clave y se explicó que diferentes fracciones y decimales podían representar a un mismo número racional, se repasó los significados de denominador (las partes en las que se divide el todo) y numerador (las partes que se toman), y se demostró que era posible tomar más partes de las que se habían dividido, como en  $\frac{6}{4} = 1 + \frac{2}{4}$  (Markarian, 2004b).

En esa línea, las actividades propuestas fomentaron que los estudiantes crearan y comprendieran sus imágenes mentales, que las contrastaran y analizaran para formular reglas y propiedades, y que llegaran a la formalización (Meel, 2003; Pirie y Kieren, 1994). Cabe resaltar que también se expuso tres maneras de comprobar la equivalencia entre dos fracciones (amplificación, simplificación y productos cruzados), pero dicha explicación se limitó al plano simbólico, ofreciendo una visión parcial sobre dichos procedimientos (Oviedo, et al., 2012).

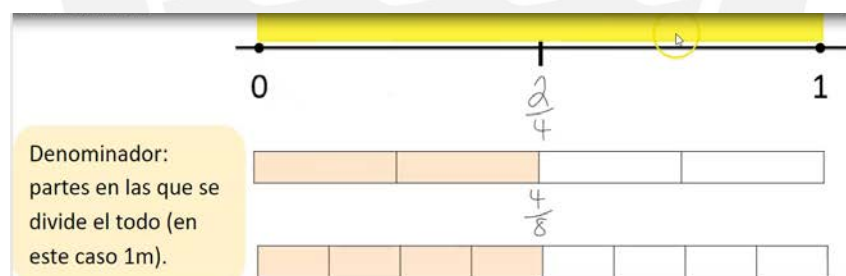
En segundo lugar, en cuanto a la **idoneidad cognitiva**, se considera que las conversiones y comparaciones entre representaciones fraccionarias y decimales de números racionales conocidos, con el soporte gráfico utilizado, se encontraban en la

zona de desarrollo potencial de los estudiantes, pues dichas representaciones ya eran manejadas autónomamente por los estudiantes de manera separada y en su vida cotidiana (Vygotsky y Kozulin, 2011).

Aún más, el tema de fracciones y decimales había sido abordado el mes pasado, y dichas experiencias fueron repasadas al inicio de la video-lección, para fomentar el uso de los conocimientos previos como recursos para resolver los problemas planteados (Liljedahl, et al., 2016). Así también, las actividades de aplicación, que incluyeron preguntas sobre adición y conversión de números racionales, y creación de preguntas, aportaron a desarrollar fluidez entre las representaciones y a la capacidad para crear problemas (Ozel y Ozel, 2020; Malaspina, 2017).

Otro punto a destacar fue el manejo de la carga cognitiva (Figura N° 29), pues se fomentó el uso de imágenes y narración, incluso para la presentación de la situación problemática y las conclusiones, aplicando los principios de redundancia y modalidad (Mayer, 2017). Adicionalmente, por medio de los gráficos, colores y trazos, se señaló y se sincronizó los elementos clave, limitando la presentación de información no esencial (Allison, 2015; Chen y Thomas, 2020).

**Figura N° 29: Ejemplo de gestión de la carga cognitiva - V7**



Elaboración propia.

En tercer lugar, sobre el aspecto **afectivo**, la situación problemática permitió valorar la utilidad de las múltiples representaciones de números racionales, para expresar las medidas de longitud u otros tipos de medidas, componente de idoneidad afectiva señalado por Godino (2013). De igual modo, el tema pudo ser de interés para aquellos interesados en la actividad física dentro de casa, por lo que se integró el contenido a situaciones reales (Yakubova, et al., 2020).

Asimismo, el video del docente fue un poco más grande que en anteriores videos, permitiendo identificar mejor el lenguaje no verbal, pero sin que la imagen ocupe mayor parte de la pantalla que la necesaria (Pi, et al., 2017). Incluso, en una

parte del video (Figura N° 30), se mostró la imagen completa del docente promoviendo así, la noción de presencia social (Draus, et al., 2014). En esa línea, se ha identificado también el uso de más gestos faciales y corporales, y una mejor entonación, elementos que ofrecen información adicional (Giannakos, et al. (2015).

Figura N° 30: Video del docente en pantalla completa - V7



Elaboración propia.

Además, se incluyó preguntas de reflexión no solo en las fases de comprensión y preparación, sino también durante la construcción de los gráficos, incluyendo interrogantes como: “si esto era un metro 50, esto un metro 75, y esto es un cuarto menos, ¿cuánto sería?” (AV7). No obstante, este carácter activo se redujo al momento de responder las preguntas y presentar las conclusiones, ya que no se incluyó pausas o espacios de reflexión o participación (Brame, 2016; Duffy, 2008).

En cuarto lugar, sobre la **idoneidad interaccional**, destaca la autenticidad de la estrategia, presentada como un conjunto de ideas que podrían aplicarse y no como una guía predeterminada, pues esto es lo que diferencia a un problema de un ejercicio (Schoefeld, 1989). Igualmente, se realizó una presentación comprensible y con especial énfasis en los temas más complejos (las conversiones), previniendo y solucionando potenciales conflictos de significado (Godino 2013; Santos, 2018). Adicionalmente, toda la información gráfica y simbólica de la aplicación fue organizada en una sola diapositiva; aunque, debido a la cantidad de información, la letra fue muy pequeña (AV7).

En quinto lugar, en relación al componente **mediacional**, se propuso el uso de barras recortables de fracciones, disponibles en los cuadernos de trabajo de los estudiantes. Asimismo, para la parte práctica se invitó a buscar objetos reales y se usó un manipulativo concreto al alcance de los estudiantes (talco) para ejemplificar la tarea y ayudar a comprender los números racionales (Hughes, 2019).

Por otra parte, no hubo dificultades en descargar la V7 en equipos de escritorio o en un dispositivo móvil. En tal sentido, pese a ser más larga que previas video-lecciones, esta no superó el límite propuesto de 80MB y limitó así potenciales problemas de descarga y reproducción asociadas a la enseñanza remota con conectividad limitada (Mohammed, et al., 2020).

No obstante, respecto a la duración, si bien se cumplió con segmentar la video-lección en videos de menos de 10 minutos, el tiempo total superó el que se había planteado, a partir de los estudios de Ozan y Ozarslan (2016) y Slemmons, et al. (2018). En esa línea, se podría haber optado por presentar las tres maneras para comprobar y demostrar la equivalencia de fracciones en otro momento, y así reducir la duración de la video-lección.

En sexto lugar, en lo relativo a la **idoneidad ecológica**, la video-lección se integró a la experiencia de aprendizaje semanal de Aprendo en Casa, fomentando el cuidado de la salud por medio de la actividad física en casa e integrándose a la modalidad educativa del contexto (Godino, et al., 2007). Además, en la video-lección se consideró las cuatro capacidades de la competencia asociada a las cantidades (Minedu, 2016). Sin embargo, no se alineó a la actividad o el concepto propuesto ese día o esa semana en Aprendo en Casa, lo cual tuvo algunas consecuencias no planificadas, como se expondrá en el siguiente apartado.

Por último, en relación a la **producción**, se incorporó más elementos gráficos, como barras de colores o anotaciones en la pizarra, y la actividad fue aproximadamente un 50% más larga que las anteriores. Del mismo modo, se incluyó una parte del video en la que apareció el docente en un entorno natural, lo cual demandó mayor tiempo de edición (Santos Espino, et al., 2020). Debido a estos factores, esta video-lección tardó alrededor de 10 horas en elaborarse, en comparación al promedio de 4 horas de las anteriores. Al respecto, Brecht y Ogilby (2008) mencionan que el tiempo de producción puede duplicarse cuando los archivos y el material todavía no han sido diseñados, como fue el caso de la V7.

**2.6.2. Comprensión matemática (P5).** Para la evaluación de la comprensión matemática en este ciclo se planificó, inicialmente, desarrollar una única sesión sincrónica. No obstante, poco antes de la sesión, se identificó que solo 4 de los 8 estudiantes seleccionados habían visualizado la video-lección 7 (Es4, Es5, Es6 y Es8).

Así, pese a que se envió un mensaje a los padres de familia solicitando su apoyo para el desarrollo de la actividad, es posible que, al no ser parte de las actividades de Aprendo en Casa, no lo hayan considerado como algo indispensable. Debido a ello, se dividió el problema 5 (Figura N° 31) en dos partes, trabajadas en dos encuentros sincrónicos (O7 y O8). Cabe destacar que, a partir de problemas de comprensión sobre la organización de la sala, se optó por incluir un dibujo de referencia.

**Figura N° 31: Problema 5**

Su sala tiene una longitud de 4 metros. Sin embargo, hay una mesa de un metro y un cuarto de longitud, y una silla de medio metro de longitud. Ambas cosas ocupan parte de la longitud de la sala.

1. Representa gráficamente la situación.
2. ¿Cuántos cuartos de metro de longitud tiene la silla?
3. ¿Cuántos cuartos de metro de longitud tiene la mesa?

Sección  
5-1

4. ¿Cuántos metros de longitud tienen la mesa y la silla juntas? (expresalo con decimales y con fracciones)
5. ¿Es cierto que la mesa y la silla juntas ocupan más de un medio de la longitud de la sala? ¿Por qué?

Sección  
5-2

Mat chico: 1,75 m de longitud  
Mat grande: 2,50 m de longitud

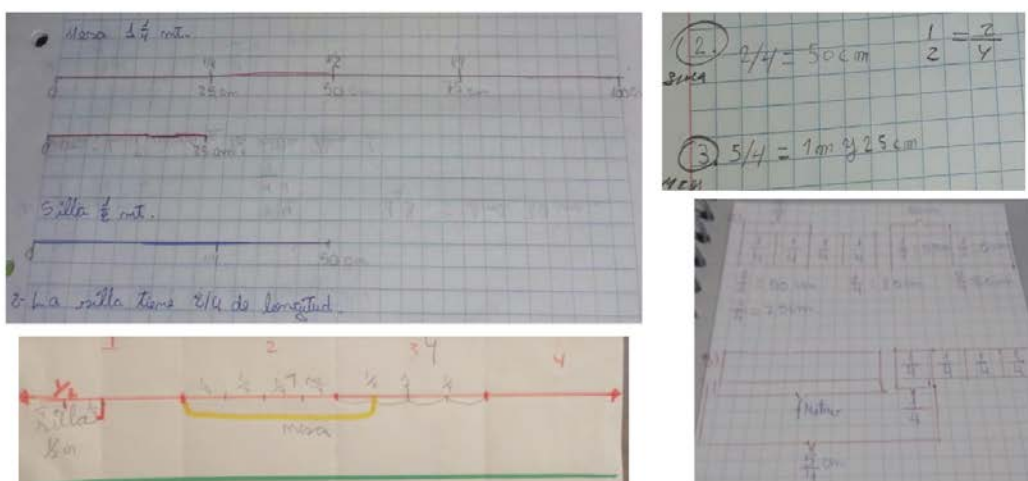
6. ¿Qué mat le conviene comprar a Antonio? ¿Por qué?

Elaboración propia.

A pesar de ello, hubo dos estudiantes que presentaron problemas en la primera sección del problema 5 (**5-1**). Este fue el caso de Es3, quien señaló que ambos objetos medían medio metro y un metro respectivamente y que juntos formarían “1 1m” (AP5). De manera similar, Es1 operó las medidas usando los centímetros, pero no hizo referencia a las fracciones (AP5). No obstante, en la socialización, manifestó “25 centímetros es 1/4, con otro cuarto de 25 sería 50cm” (O7). Por tanto, a diferencia de su Es3, Es1 logró formar una imagen sobre el concepto de fracciones y su relación con los centímetros (N3) (Pirie y Kieren, 1994).

En contraste, los otros seis estudiantes, entre los que estaban los cuatro que habían visualizado la V7, no tuvieron dichas dificultades (Figura 32). Por ejemplo, Es2 y Es6 representaron la sala, la mesa y la silla utilizando rectas numéricas y marcando las fracciones correspondientes. Como mencionó uno de ellos “tenemos un metro que lo partimos a la mitad, y para llegar al cuarto... lo volvemos a partir y salen los cuartos” (O7Es6). Basándose en ello, detallaron las longitudes de  $\frac{2}{4}$  y  $\frac{5}{4}$  de cada uno de los objetos, y mencionaron que su suma sería  $\frac{7}{4}$  (AP5).

Figura N° 32: Ejemplos de aplicación del concepto - P5 sección 5-1



Arriba-izquierda: Es2. Arriba-derecha: Es4. Abajo izquierda: Es6. Abajo-derecha: Es5.

Elaboración propia.

Cabe mencionar que Es6, quien tuvo un mejor desempeño que en ciclos previos, mencionó que había seguido el ejemplo del docente para medir objetos de su casa. En esa línea, como detalla Hughes (2019) los videos de modelaje con objetos reales fomentan la comprensión de los números reales, especialmente en el caso de estudiantes con dificultades de aprendizaje, como Es6.

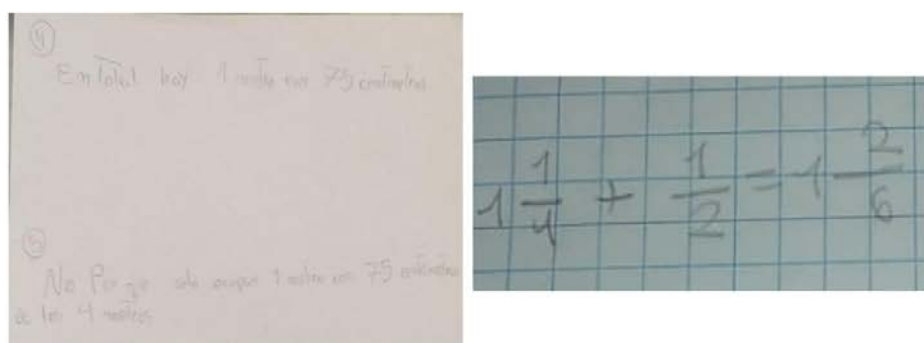
Por su parte, Es5 utilizó una barra dividida en cuatro partes iguales para graficar  $\frac{2}{4}$  de la silla y dos barras para representar 1 metro +  $\frac{1}{4}$  de la mesa, y verbalizó su proceso manifestando (O7): “hice 2 barritas... una entera y una en cuartos (Es5). Cuéntame, ¿qué representa cada barrita? (D) Un metro (Es5). Entonces, ¿qué tomaste de este metro (el segundo)? (D) Un cuarto (Es5). Además, expresó que los dos objetos juntos medirían  $1 \frac{3}{4}$  o 1,75.

De manera similar, Es4 argumentó que  $\frac{2}{4}$  era igual a 50cm y, a partir de ello, señaló que la mesa y la silla juntas medirían  $\frac{7}{4}$  o 1 metro 75 (AP5), mientras que Es7 calculó los cuartos de metro de la silla señalando que “si un metro tiene cuatro cuartos, significa que medio metro son 2 metros” (O7). Por último, Es8 debido a problemas de conectividad, pensó que la mesa era la que medía 4 metros, pero aun así halló la equivalencia en cuartos tanto de la mesa ( $\frac{16}{4}$ ) como de la silla ( $\frac{2}{4}$ ). De igual forma, identificó que la silla mediría  $\frac{2}{4}$  y que juntas medirían  $\frac{9}{2}$  o 4,50 metros (AP5). De esta manera, los seis estudiantes conectaron sus imágenes mentales (N3) sobre metros, medios, cuartos y fracciones homogéneas para desarrollar operaciones de conversión y adición (N4) (Meel, 2003).



La siguiente semana, para la resolución de la segunda sección del problema (5-2), los ocho estudiantes ya habían observado la video-lección 7, pero todavía dos de ellos presentaron dificultades. En esa línea, si bien Es3 logró traducir el ejemplo a una adición con representaciones entero-fracción y fracción, no la operó adecuadamente y, por problemas de conectividad, no pudo justificar su proceso; mientras que Es1 todavía no hizo referencia de manera autónoma a las fracciones o los decimales en sus procedimientos (Figura N° 33).

**Figura N° 33: Estudiantes con dificultades - P5 sección 5-2**



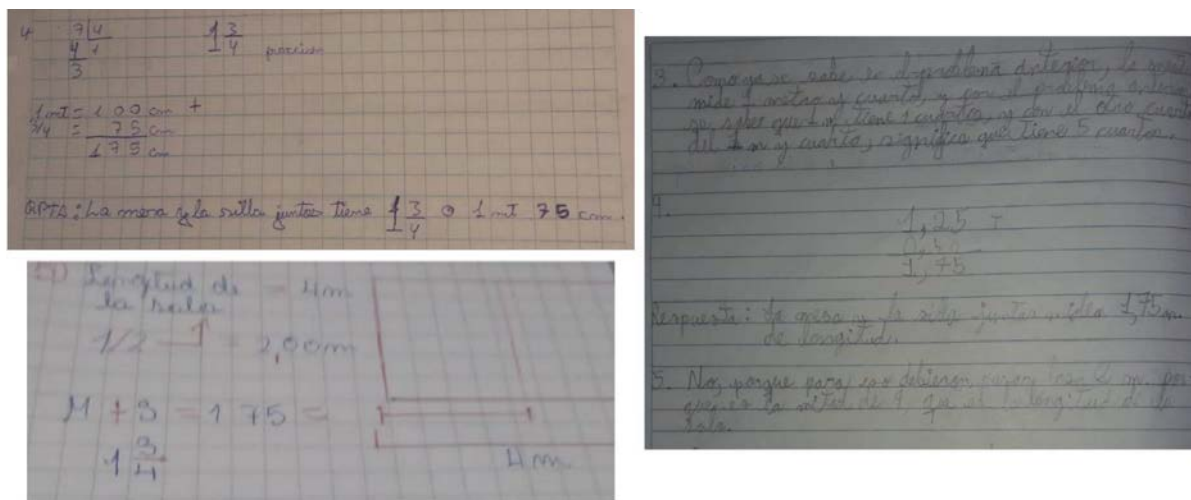
Izquierda: Es1. Derecha: Es3. Elaboración propia.

En contraste, tres estudiantes continuaron combinando aspectos de sus imágenes para elaborar propiedades, reglas y métodos (N4), aunque todavía no pudieron generalizarlas o desligarse de imágenes o acciones particulares (Arenas, 2018; Meel, 2003; Pirie y Kieren, 1994). Por ejemplo, Es4 afirmó que  $7/4$  es igual a 1 metro 75cm; sin embargo, junto a Es8, mencionó que convenía comprar el mat chico, pero no lo justificó adecuadamente. Recién durante la socialización, al proponerle que comprobara si entraría el mat grande, Es4 respondió “no entra, es 4 metros 25”, mientras que Es8 lo justificó por medio de llamada telefónica debido a sus problemas de conectividad (O8). Por su parte, Es6 requirió del apoyo gráfico para responder a la pregunta, representado ambos mats y probando a ver si es que “encajarían” en los cuatro metros que había trazado.

Finalmente, tres estudiantes lograron generalizar las propiedades de las fracciones (N5) y aplicarlas en distintos contextos (Figura N° 34) (Arenas, 2018; Duzenli y Bulut, 2018). De esa manera, Es5 sumó  $1 + 1/4 + 2/4$  y obtuvo  $1 \frac{3}{4}$ , y mencionó que  $1/2$  de la sala de 4m sería 2m (AP5). Igualmente, Es7 señaló que “1 metro 25 que es un metro y un cuarto, más 0,50 que es igual a medio metro, es igual a 1 metro 75” (O8) y que deberían haber pasado los 2m, porque es la mitad de 4, para ser más que un medio de la sala (AP5). Por último, Es2, convirtió  $7/4$  a  $1 \frac{3}{4}$  y a 175cm

y afirmó que “no es cierto, porque un medio de la longitud de la sala es igual a 2 metros y la mesa con las sillas miden 1 metro con 75cm” (O8).

**Figura N° 34: Aplicación de racionales en distintas situaciones - P5 sección 5-2**



Arriba-izquierda: Es2. Abajo-izquierda: Es5. Derecha: Es7. Elaboración propia.

Así pues, se argumenta que la V7 se ajustó al significado de referencia y articuló múltiples registros de representación, incluyendo el concreto, para explicar las reglas y argumentos de manera precisa. Además, partió de una situación auténtica que evidenció la aplicación del concepto y conectó la nueva información con los conocimientos previos, e integró elementos que limitaron la carga cognitiva, incrementaron la presencia social e involucraron más al estudiante.

No obstante, estos factores disminuyeron al momento de responder las preguntas y mostrar las conclusiones. Asimismo, se considera que, debido a su extensión y complejidad, la V7 podría haberse dividido en dos video-lecciones articuladas, lo cual habría también reducido los tiempos de producción. Finalmente, la video-lección no se integró a la actividad o experiencia de Aprendo en Casa, lo cual, en retrospectiva, generó duda en los estudiantes sobre si era una actividad necesaria de realizar.

Producto de esta situación, cuatro de los ocho estudiantes vieron la V7 antes de la primera sesión sincrónica, y evidenciaron movilizarse hasta los niveles de notación de propiedad (N4) y formalización (N5). De aquellos que no vieron la V7 desde un inicio, dos alcanzaron el nivel de notación de propiedad (N4) en la primera semana y el de formalización (N5) en la segunda. Sin embargo, los otros dos, aun habiendo visto la video-lección para la segunda sesión, solo llegaron a la comprensión de imagen (N3).

De esta forma, se ha narrado y analizado el proceso de investigación-acción desarrollado, el cual involucró una serie de dificultades y logros que son sintetizados en el siguiente apartado.

## **2.7. Dificultades y logros**

El proceso de investigación-acción y, por ende, la implementación de las video-lecciones tuvo dos dificultades principales. En primer lugar, en el contexto de la enseñanza remota de emergencia y de acuerdo al programa Aprendo en Casa, la relación de actividades de cada semana era publicada el fin de semana previo, lo cual proporcionaba entre 2 y 6 días para elaborar las video-lecciones, proceso que involucraba la revisión teórica, generación del guion y los recursos, grabación y edición.

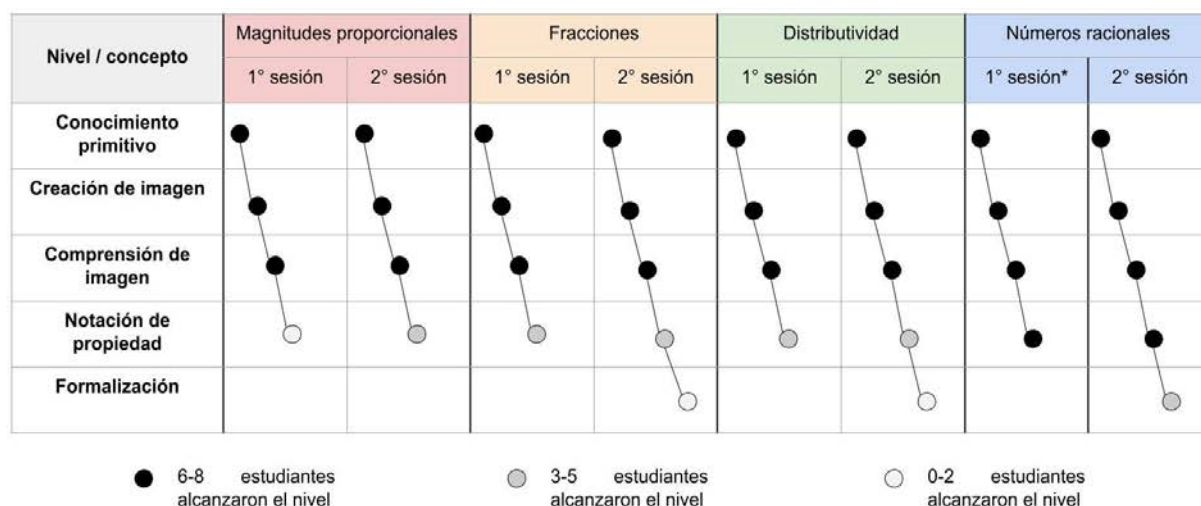
En segundo lugar, la inestabilidad de la conexión y la disponibilidad variable de un dispositivo fueron factores que a algunos estudiantes les dificultaron poder conectarse o interactuar durante algunas de las sesiones sincrónicas, limitando su comprensión de los problemas planteados y su capacidad para justificar oralmente sus procesos.

No obstante, pese a estas dificultades, se ha identificado también cinco logros principales: Primero, el desarrollo de un diseño base para las video-lecciones, el cual integró y articuló los referentes teóricos revisados a partir de los criterios de idoneidad didáctica. Segundo, y relacionado a lo mencionado, el constante proceso de reflexión, evaluación y recojo de información que permitió mejorar de manera constante el diseño.

Tercero, la elaboración de video-lecciones que combinaron la presentación narrada con video del docente, el video “dibujado” digital e incluso, en una ocasión, el modelado en tercera persona; y que cada semana se acercaron más al estándar propuesto. Cuarto, el hecho de que todos los estudiantes seleccionados, más allá de sus condiciones de conectividad y el tipo de dispositivo, pudieran acceder a las video-lecciones.

Y quinto, el crecimiento en la comprensión matemática de los estudiantes sobre los conceptos abordados en las video-lecciones, el cual se puede observar en la Figura N° 35. En ese sentido, como señalan Pirie y Kieren (1994), se puede utilizar un diagrama para representar el crecimiento en la comprensión como este es observado por el docente. En este caso, se ha adaptado el esquema propuesto por Towers (1998), con el objetivo de poder contrastar la evolución en cada concepto matemático.

**Figura N° 35: Diagrama de crecimiento de la comprensión matemática**



Adaptado de: Pirie y Kieren (1994) y Towers (1998).

Cabe resaltar que, como se mencionó anteriormente, solo se ha analizado la movilización a través de los primeros cinco niveles y, para poder visualizar con mayor facilidad la evolución, se ha integrado la movilización de los 8 estudiantes, como se indica en la leyenda del gráfico.

De esta manera, se ha narrado el proceso de investigación-acción, describiendo y analizando la información recogida en cada fase, y exponiendo los principales logros y dificultades. A partir de esta experiencia, se ha logrado importantes aprendizajes, los cuales son presentados en la siguiente sección.

## LECCIONES APRENDIDAS

1. La comprensión matemática es un proceso complejo cuya evolución y crecimiento está determinado por el contexto, el nivel de los estudiantes, el concepto matemático abordado y las actividades y recursos didácticos. En ese sentido, la acción del estudiante no es suficiente para evidenciar la comprensión, pues es necesario también la articulación y justificación de dicha acción.
2. Las video-lecciones implementadas, en el marco de la enseñanza remota de emergencia, tuvieron un efecto positivo en la comprensión matemática de los estudiantes sobre los conceptos abordados. Cabe resaltar que dicho impacto positivo estuvo asociado a la rigurosidad en el cumplimiento de los criterios de idoneidad didáctica.
3. El carácter cíclico de la investigación-acción permitió recoger y analizar información durante cada fase de la implementación. Con base en ello, se pudo identificar efectos, percepciones y dificultades, y así formular los ajustes necesarios en el plan de acción, la estrategia y el diseño de las video-lecciones. Asimismo, la información obtenida durante el proceso cíclico se usó para retroalimentar y reajustar la práctica didáctica.
4. Las video-lecciones posibilitan el acceso asíncrono de estudiantes con conectividad limitada al contenido, utilizando aplicaciones accesibles como WhatsApp y asegurando que el tamaño del archivo sea reducido. Sin embargo, es recomendable enviar tutoriales respecto a la adecuada descarga y eliminación de videos, con el objetivo de preservar el espacio de almacenamiento de los dispositivos de los estudiantes y/o padres de familia.
5. La video-lección puede ser desarrollada por el propio docente, adaptando el contenido de acuerdo a las características de sus estudiantes, utilizando recursos informáticos y manipulativos a su alcance, y asumiendo las funciones de guion, grabación y edición. En esa línea, las primeras video-lecciones requieren de mayor tiempo de producción debido a la carencia de plantillas, pero, cuando estas se generan y perfeccionan, se reduce progresivamente la inversión de tiempo.
6. Es posible generar una video-lección a partir de la adaptación de material curricular o didáctico textual. No obstante, de optar por esta opción, es vital evaluar previamente la idoneidad epistémica, cognitiva e interaccional de dicho material y realizar los ajustes necesarios.

7. El contenido de la video-lección debe estar adaptado al significado de referencia, reflejado no solo en las pautas curriculares sino también en los referentes teóricos. Para su explicación, se requiere el uso articulado de representaciones de diversos registros, reglas y argumentos precisos y claros, y lenguaje conocido por el estudiante.

8. Se tiene que asegurar la cercanía entre el conocimiento inicial del estudiante y el que se propone desarrollar en la video-lección, y se requiere conectar esas ideas o experiencias previas con la nueva información, para así construir una comprensión más sólida. Por lo tanto, es indispensable realizar evaluaciones diagnósticas y formativas de manera constante.

9. Para no sobrecargar la memoria de trabajo, es necesario priorizar el material esencial para el objetivo de aprendizaje y resaltarlo, acompañar los gráficos de narración, utilizar textos cuando la información sea extensa, y coordinar aquellos recursos visuales y auditivos que estén asociados. Asimismo, la letra debe ser legible incluso en dispositivos con pantallas pequeñas.

10. Las video-lecciones deben incluir problemas que evidencien la utilidad del concepto, fomenten su aplicación y estén asociadas a situaciones auténticas. Para su resolución, se requiere del análisis y comprensión del problema, el ensayo y error, y la reflexión y revisión. Además, es necesario involucrar al estudiante de manera activa usando pausas y preguntas.

11. Los problemas deben involucrar procesos como la creación y análisis de imágenes mentales, la construcción de propiedades y reglas, y su generalización. Igualmente, se debe considerar actividades de ampliación y refuerzo que permitan el retorno a niveles previos de comprensión para fortalecer dichas capas y facilitar la movilización hacia niveles superiores. Adicionalmente, la conclusión de la video-lección debe permitir la identificación y solución de conflictos de significado, y fomentar la formalización.

12. Si bien se sugiere que la duración sea la mínima necesaria para lograr el objetivo de aprendizaje, esto depende de la complejidad del tema y el nivel de los estudiantes. En tal sentido, pese a que se recomienda segmentar la video-lección en bloques de no más de 10 minutos, esto no significa que no se pueda articular múltiples video-lecciones para el aprendizaje de un concepto complejo, en línea con las demandas curriculares e institucionales.

13. La aparición visual del docente, especialmente en modalidades no presenciales como la ERE, le proporciona un sentido de presencia social y conexión a los estudiantes, y ofrece información no verbal complementaria. Sin embargo, esto debe ser integrado estratégicamente durante la video-lección, para no dividir la atención visual del estudiante.

14. Se puede elaborar video-lecciones de diverso tipo, de acuerdo a la disponibilidad de tiempo y recursos, las competencias digitales del docente, el contenido por enseñar y las características de los estudiantes. Por ejemplo, la video-lección de presentación narrada constituye un formato de bajo costo y dificultad de producción, pero con carencias en riqueza multimedia. Así, si bien se puede incluir efectos que incrementen la gestión y generación del procesamiento cognitivo, se requiere de un formato que la complemente y permita mostrar procedimientos y demostraciones, como el video “dibujado” o el de modelado.

15. El video “dibujado” permite representar de manera gráfica y simbólica diversos conceptos matemáticos. Para su elaboración, es posible utilizar el *touchpad* de la laptop como lápiz digital y así limitar el costo; no obstante, la dificultad y el tiempo que toma realizar los trazos de esta manera se incrementa. Para las demostraciones con objetos manipulativos, se puede utilizar el video de modelado en primera o tercera persona, siempre y cuando los recursos concretos estén también al alcance de los estudiantes.

16. Como recomendaciones para futuras investigaciones sobre el tema, se sugiere: a) estudiar el uso de formatos con similar balance de fortalezas y debilidades que los seleccionados, como la clase grabada o el video dibujado “físico”; b) realizar estudios sobre el tema en contextos de educación en línea, a distancia o híbrida, incorporando una modalidad asíncrona-sincrónica y considerando la construcción social del conocimiento; c) estudiar la evolución de la comprensión matemática de un concepto a lo largo del tiempo y evaluar una o dos idoneidades con mayor profundidad; d) indagar respecto al uso de otras plataformas como YouTube, Facebook, Google Classroom, y herramientas como manipulativos informáticos o pizarras digitales más complejas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abreu, J. L. (2020). Tiempos de Coronavirus: La Educación en Línea como Respuesta a la Crisis. (Spanish). *Revista Daena (International Journal of Good Conscience)*, 15(1), 1–15. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=edo&AN=144462776&lang=es&site=eds-live&scope=site>
- Allison, C. (2015). *The use of instructional videos in K-12 classrooms | A mixed-method study*. (Tesis de doctorado). Recuperado de <http://pqdtopen.proquest.com/#viewpdf?dispub=3688706>
- Alshehri, Y., Mordhah, N., Alsibiani, S., Alsobhi, S. y Alnazzawi, N. (2020) How the Regular Teaching Converted to Fully Online Teaching in Saudi Arabia during the Coronavirus COVID-19. *Creative Education*, 11, 985-996. Recuperado de <https://www.scirp.org/journal/paperinformation.aspx?paperid=101435>
- Alpert, F. (2016). Revitalizing the Live Lecture Class With Instructor-Created Videos. *SAGE Open*, 6(4), 1-12. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=edb&AN=120625421&lang=es&site=eds-live&scope=site>. Accessed July 14, 2020.
- Alexander, K. P. (2013). The Usability of Print and Online Video Instructions. *Technical Communication Quarterly*, 22(3), 237–259. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1080/10572252.2013.775628>
- Alvarez Jr., A. V. (2020). The phenomenon of learning at a distance through emergency remote teaching amidst the pandemic crisis. *Asian Journal of Distance Education*, 15(1), 144–153. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.5281/zenodo.3881529>
- Arenas, J. (2018). *Compresión del concepto de fracción como razón a través del modelo de Pirie y Kieren* (Tesis de maestría). Recuperado de <http://200.4.134.60/handle/uagro/459>
- Asanov, I., Flores, F., McKenzie, D., Mensmann, M., y Schulte, M. (2021). Remote-learning, time-use, and mental health of Ecuadorian high-school students during the COVID-19 quarantine. *World Development*, 138, 105225. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1016/j.worlddev.2020.105225>
- Bao, W. (2020). COVID-19 and online teaching in higher education: A case study of Peking University. *Human Behavior & Emerging Technologies*, 2(2), 113–115. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1002/hbe2.191>
- Baran, E. y AlZoubi, D. (2020). Human-Centered Design as a Frame for Transition to Remote Teaching during the COVID-19 Pandemic. *Journal of Technology and Teacher Education*, 28(2), 365-372. Recuperado de <https://www.learntechlib.org/primary/p/216077/>.



- Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B., y Burgos, M. (2018). Online educational videos according to specific didactics: the case of mathematics / Los Vídeos educativos en línea desde las didácticas específicas: el caso de las matemáticas. *Cultura y Educación*, 30(4), 633–662. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1080/11356405.2018.1524651>
- Bengochea, L. y Medina, J. (2013). El papel de los videotutoriales accesibles en el aprendizaje del futuro. En: M. Córdova y L. Bengochea (Eds.) *V Congreso Internacional sobre aplicación de tecnologías de la información y comunicaciones avanzadas* (pp. 80-87). Recuperado de [http://www.esvial.org/wp-content/files/Videotutoriales\\_BengocheaMedina.pdf](http://www.esvial.org/wp-content/files/Videotutoriales_BengocheaMedina.pdf)
- Berenson, S., Slaten, K. y Tombes, S. (2005). A conceptual framework for studying teacher preparation: the pirie-kieren model, collective understanding, and metaphor. En: H. L. Chick. y J. L. Vincent (Eds.) *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2 (pp. 289-296). Recuperado de <https://www.emis.de/proceedings/PME29/PME29RRPapers/PME29Vol2DroujkovaEtAl.pdf>
- Berk, R. A. (2009). Multimedia Teaching with Video Clips: TV, Movies, YouTube, and mtvU in the College Classroom. *International Journal of Technology in Teaching & Learning*, 5(1), 1–21. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=edo&AN=47027811&lang=es&site=eds-live&scope=site>
- Blasco, T, y Otero, L. (2008). Técnicas conversacionales para la recogida de datos en investigación cualitativa: La entrevista (I). *Nure Investigación*, 33, 1-5. Recuperado de <http://www.nureinvestigacion.es/OJS/index.php/nure/article/view/408/399>
- Bouhnik, D., y Deshen, M. (2014). WhatsApp Goes to School: Mobile Instant Messaging between Teachers and Students. *Journal of Information Technology Education*, 13, 217–231. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.28945/2051>
- Bowen, G. A. (2009). Document Analysis as a Qualitative Research Method. *Qualitative Research Journal (RMIT Training Pty Ltd Trading as RMIT Publishing)*, 9(2), 27–40. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.3316/QRJ0902027>
- Bozkurt, A., y Sharma, R. C. (2020). Emergency remote teaching in a time of global crisis due to CoronaVirus pandemic. *Asian Journal of Distance Education*, 15(1), 1-6. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.5281/zenodo.3778083>
- Bradley-Levine, J., Smith, J., y Carr, K. (2009). The Role of Action Research in Empowering Teachers to Change Their Practice. *Journal of Ethnographic & Qualitative Research*, 3(3), 152–161. Recuperado de

<http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=a9h&AN=39755816&lang=es&site=ehost-live>

- Brame, C. J. (2016). Effective Educational Videos: Principles and Guidelines for Maximizing Student Learning from Video Content. *CBE Life Sciences Education*, 15(4). Recuperado de <https://www.lifescied.org/doi/pdf/10.1187/cbe.16-03-0125>
- Brecht, H. D., y Ogilby, S. M. (2008). Enabling a Comprehensive Teaching Strategy: Video Lectures. *Journal of Information Technology Education*, 7, 71-86. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=a9h&AN=36071708&lang=es&site=eds-live&scope=site>.
- Burgos, M. y Godino, J. (2020). Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad: Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria. *AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática*, 18, 1–20. Recuperado de [http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Burgos\\_Godino\\_AIEM\\_2020.pdf](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Burgos_Godino_AIEM_2020.pdf)
- Cabañas, J. (2013). *La plataforma Khan Academy para la enseñanza de las matemáticas en 1o de la ESO* (Tesis de maestría). Recuperado de <https://reunir.unir.net/handle/123456789/1806>
- Cahapay, M. B. (2020). A reconceptualization of learning space as schools reopen amid and after COVID-19 pandemic. *Asian Journal of Distance Education*, 15(1), 269–276. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.5281/zenodo.3892969>
- Carr-Chellman, A. A. (2000). Distance Education: A Reflective Action Research Project and Its Systemic Implications for Higher Education. *Systemic Practice and Action Research*, 13(4), 587. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1023/a:1009501716697>
- Carranza, C. y Molina, A. (2006). *Tópicos de Aritmética y Álgebra*. Recuperado de <https://ideasyapuntes.files.wordpress.com/2019/02/topicos-art-alg-pdf-completo.pdf>
- Chen, H.-T. M., y Thomas, M. (2020). Effects of lecture video styles on engagement and learning. *Educational Technology Research and Development: A Bi-Monthly Publication of the Association for Educational Communications & Technology*, 68, 2147-2164. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1007/s11423-020-09757-6>
- Chen, C.-M., y Wu, C.-H. (2015). Effects of different video lecture types on sustained attention, emotion, cognitive load, and learning performance. *Computers & Education*, 80, 108–121. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1016/j.compedu.2014.08.015>

- Chorianopoulos, K. (2018). A Taxonomy of Asynchronous Instructional Video Styles. *International Review of Research in Open & Distance Learning*, 19(1), 294–311. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=edo&AN=128623269&lang=es&site=eds-live&scope=site>
- Coy, K. (2013). *Online instruction with universal design for learning in the synchronous k-8 classroom* (Tesis de doctorado). Recuperado de <https://pqdtopen.proquest.com/doc/2001577107.html?FMT=ABS>
- De la Flor López, S., Ferrando, F., y Fabregat-Sanjuan, A. (2016). Learning/training video clips: an efficient tool for improving learning outcomes in Mechanical Engineering. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 13(1), 1. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1186/s41239-016-0011-4>
- Díaz-Bravo, L., Torruco-García, U., Martínez-Hernández, M., y Varela-Ruiz, M. (2013). La entrevista, recurso flexible y dinámico. *Investigación en educación médica*, 2(7), 162-167. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/3497/349733228009.pdf>
- Díaz, C., Suárez, G. y Flores, E. (2016). *Guía de investigación en educación*. Recuperado de [https://cdn02.pucp.education/investigacion/2016/06/21165057/GUIA-DE-INVESTIGACION-EN-EDUCACION\\_21\\_11\\_16.pdf](https://cdn02.pucp.education/investigacion/2016/06/21165057/GUIA-DE-INVESTIGACION-EN-EDUCACION_21_11_16.pdf)
- Draus, P. J., Curran, M. J., y Trempus, M. S. (2014). The Influence of Instructor-Generated Video Content on Student Satisfaction with and Engagement in Asynchronous Online Classes. *Journal of Online Learning & Teaching*, 10(2), 240–254. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=eue&AN=97080959&lang=es&site=eds-live&scope=site>.
- Duffy, P. (2008). Engaging the YouTube Google-Eyed Generation: Strategies for Using Web 2.0 in Teaching and Learning. *Electronic Journal of E-Learning*, 6(2), 119–129. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=eue&AN=34632391&lang=es&site=eds-live&scope=site>.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131. Recuperado de <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s10649-006-0400-z.pdf>
- Duzenli, N. y Bulut, S. (2018). A New Form of Understanding Maps: Multiple Representations with Pirie and Kieren Model of Understanding. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 26(6), 1–21. Recuperado de <https://openjournals.library.sydney.edu.au/index.php/CAL/article/view/12454>

- Edwards, S. (2016). *Elementary Students' And Teachers' Perceptions Of Flipped Mathematics Lessons* (Tesis de doctorado). Recuperado de <https://dune.une.edu/cgi/viewcontent.cgi?referer=&httpsredir=1&article=1093&context=theses>
- Elliot, J. (2000). Guía práctica para la investigación-acción. En: *El cambio educativo desde la investigación-acción* (pp. 88-96). Recuperado de [http://repositorio.unellez.edu.ve/terepaima/blog/9388032\\_9a4d264aed.pdf](http://repositorio.unellez.edu.ve/terepaima/blog/9388032_9a4d264aed.pdf)
- Elliot, C. (2007). Action Research: Authentic Learning Transforms Student and Teacher Success. *Journal of Authentic Learning*, 4(1), 34–42. Recuperado de <https://dspace.sunyconnect.suny.edu/bitstream/handle/1951/41487/4%20Elliot%20Action%20Research%20p%2034-42.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Gallardo, J., Gonzáles, J-L. y Quispe, W. (2008). Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(3), 355 - 382. Recuperado de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-24362008000300003](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000300003)
- García-Amadeo, G., Muñoz-Catalán, M. y Carrillo Yañez, J. (2018). El papel del folding back en el proceso de comprensión del concepto de área: un estudio de caso. *Enseñanza de las ciencias*, 36(3), 79-98. Recuperado de <https://ddd.uab.cat/record/199293>
- Giannakos, M. N., Chorianopoulos, K., y Chrisochoides, N. (2015). Making Sense of Video Analytics: Lessons Learned from Clickstream Interactions, Attitudes, and Learning Outcome in a Video-Assisted Course. *International Review of Research in Open & Distance Learning*, 16(1), 260–282. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=edo&AN=101143722&lang=es&site=eds-live&scope=site>.
- Giannakos, M. N., Jaccheri, L., y Krogstie, J. (2016). Exploring the relationship between video lecture usage patterns and students' attitudes. *British Journal of Educational Technology*, 47(6), 1259–1275. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1111/bjet.12313>
- Gilardi, M., Holroyd, P., Newbury, P., y Watten, P. (2015). The effects of video lecture delivery formats on student engagement. En: *2015 Science & Information Conference (SAI)*. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=edb&AN=110298456&lang=es&site=eds-live&scope=site>.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111–132. Recuperado de <http://www.centroedumatematica.com/Cuadernos/CuadernosCompletos/Cuaderno11.pdf>

- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 39(1–2), 127. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252. Recuperado de <https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/idoneidad-didactica.pdf>
- Godino, J. D., Rivas, H., y Arteaga, P. (2012). Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. (Spanish). *Revista Práxis Educativa*, 7(2), 331–354. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.5212/PraxEduc.v.7i2.0002>
- Green, T. (2015). Flipped Classrooms: An Agenda for Innovative Marketing Education in the Digital Era. *Marketing Education Review*, 25(3), 179–191. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1080/10528008.2015.1044851>
- Heidinger, L. (2015). *English for everyone: distance english video instruction for remote students* (Tesis de maestría). Recuperado de <http://scholarworks.csun.edu/handle/10211.3/147709>
- Hughes, E. M. (2019). Point of View Video Modeling to Teach Simplifying Fractions to Middle School Students With Mathematical Learning Disabilities. *Learning Disabilities -- A Contemporary Journal*, 17(1), 41–57. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=eue&AN=136665750&lang=es&site=eds-live&scope=site>.
- Kay, R. H. (2014). Developing a Framework for Creating Effective Instructional Video Podcasts. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 9(1), 22–30. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=edo&AN=94709629&lang=es&site=eds-live&scope=site>
- Kemp, E. (2001). Observing practice as participant observation--linking theory to practice. *Social Work Education*, 20(5), 527–538. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1080/02615470120072823>
- Kim, Y., y Thayne, J. (2015). Effects of learner–instructor relationship-building strategies in online video instruction. *Distance Education*, 36(1), 100–114. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1080/01587919.2015.1019965>
- Kinzer, C. y Stanford, T. (2013). The Distributive Property: The Core of Multiplication. *Teaching Children Mathematics*, 20(5), 302-309. Recuperado de <https://www-jstor-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/stable/pdf/10.5951/teacchilmath.20.5.0302.pdf?refreqid=excelsior%3A8e7015a4832d6433064372d9bd30410c>

- Kolikant, Y. y Broza, O. (2011). The effect of using a video clip presenting a contextual story on low-achieving students' mathematical discourse. *Educational Studies in Mathematics*, 76(1), 23. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=edsjsr&AN=edsjsr.41486151&lang=es&site=eds-live&scope=site>.
- Kuznekoff, J. H. (2020). Online Video Lectures: The Relationship Between Student Viewing Behaviors, Learning, and Engagement. *AURCO Journal*, 26, 33–55. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=edo&AN=143181442&lang=es&site=eds-live&scope=site>.
- Light, D., y Pierson, E. (2014). Increasing Student Engagement in Math: The Use of Khan Academy in Chilean Classrooms. *International Journal of Education & Development Using Information & Communication Technology*, 10(2), 103–119. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=edo&AN=96680203&lang=es&site=eds-live&scope=site>.
- Liljedahl, P., Santos Trigo, L. M., Malaspina, U., y Bruder, R. (2016). *Problem Solving in Mathematics Education*. Recuperado de <https://link-springer-com.ezproxybib.pucp.edu.pe/content/pdf/10.1007%2F978-3-319-40730-2.pdf>
- Londoño, R., Jaramillo, C. y Esteban, P. (2017). Estudio comparativo entre el modelo de van-Hiele y la teoría de Pirie y Kieren. Dos alternativas para la comprensión de conceptos matemáticos. *Revista logos ciencia y tecnología*, 9(2), 121-133. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6457533>
- Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html)
- Markarian (2004a). Rompiendo unidades II. *Correo del maestro*, (97), 3-9.
- Markarian (2004b). Rompiendo unidades III. *Correo del maestro*, (98), 1-7.
- Markarian (2004c). Rompiendo unidades III. *Correo del maestro*, (99), 1-11.
- Martín, S. (2013). Aplicación de los principios éticos a la metodología de la investigación. *Enfermería en Cardiología*, (58-59), 27-30. Recuperado de [https://www.enfermeriaencardiologia.com/wp-content/uploads/58\\_59\\_02.pdf](https://www.enfermeriaencardiologia.com/wp-content/uploads/58_59_02.pdf)
- Marton, F., Cheung, W. y Chan, S. (2019). The object of learning in action research and learning study. *Educational Action Research*, 27(4), 481-495. Recuperado de <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/09650792.2018.1489873?needAccess=true>

- Mason, J., Burton, L., y Stacey, K. (1982). *Thinking mathematically*. Recuperado de <http://mehrmoammadi.ir/wp-content/uploads/2019/11/Thinking-Mathematically.pdf>
- Massut Bocklet, M. F. y Rosich, N. (2018). Los videos tutoriales, en casa; la tarea, en clase: Matemáticas con Flipped Classroom. (Spanish). *Revista Internacional de Educación y Aprendizaje*, 6(1), 43–50. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=eue&AN=135875762&lang=es&site=eds-live&scope=site>.
- Maxwell, J. (2008). Designing a qualitative study. *The SAGE handbook of applied social research methods*, 2, 214-253. Recuperado de <https://pdfs.semanticscholar.org/9629/dd56998cc5e553f0e5070814177ecc0b1c48.pdf>
- Mayer, R. E. (2017). Using multimedia for e-learning. *Journal of Computer Assisted Learning*, 33(5), 403–423. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1111/jcal.12197>
- Meel, D. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: Comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la Teoría APOE. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(3), 221-278. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33560303>
- Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Programa Curricular de Educación Primaria*. Recuperado de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-nivel-primaria-ebr.pdf>
- Ministerio de Educación del Perú. (2020a). *Aprendo en Casa*. Recuperado de <https://aprendoencasa.pe/#/>
- Ministerio de Educación del Perú. (2020b). *Orientaciones generales para la estrategia “Aprendo en Casa”*. Recuperado de <https://resources.aprendoencasa.pe/perueduca/orientaciones-generales/generales-docentes.pdf>
- Ministerio de Educación del Perú. (2020c). *Resolución viceministerial N° 097-2020-MINEDU por la cual se establece las disposiciones para el trabajo remoto de los profesores que asegure el desarrollo del servicio educativo no presencial de las instituciones y programas educativos públicos, frente al brote del COVID-19*. Recuperado de <https://bit.ly/2LoFHdO>
- Mohammed, A. O., Khidhir, B. A., Nazeer, A., y Vijayan, V. J. (2020). Emergency remote teaching during Coronavirus pandemic: the current trend and future directive at Middle East College Oman. *Innovative Infrastructure Solutions*, 5(3), 1-11. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1007/s41062-020-00326-7>

- Muir, T. (2014). Google, Mathletics and Khan Academy: students' self-initiated use of online mathematical resources. *Mathematics Education Research Journal*, 26(4), 833. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1007/s13394-014-0128-5>
- Nopa, J., Suryadi, D. y Hasanah, A. (2019). The 9th grade students' mathematical understanding in problem solving based on Pirie-Kieren theory. En: *Journal of Physics: Conference Series (ICMScE 2018)*. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/331668034\\_The\\_9\\_th\\_grade\\_students'\\_mathematical\\_understanding\\_in\\_problem\\_solving\\_based\\_on\\_Pirie-Kieren\\_theory](https://www.researchgate.net/publication/331668034_The_9_th_grade_students'_mathematical_understanding_in_problem_solving_based_on_Pirie-Kieren_theory)
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, y Ministerio de Educación del Perú. (2017). *Docentes y sus aprendizajes en modalidad virtual*. Recuperado de <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000260919>
- Oviedo, L., Kanashiro, A., Bnzaquen, M. y Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Revista Aula Universitaria*, 13, 29-36. Recuperado de <https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/publicaciones/index.php/AulaUniversitaria/article/download/4112/6207/>
- Ozan, O., y Ozarslan, Y. (2016). Video lecture watching behaviors of learners in online courses. *Educational Media International*, 53(1), 27–41. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?>
- Ozel, S., y Ozel, Z. E. Y. (2020). *Symbolic mathematics*. Salem Press Encyclopedia of Science. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=ers&AN=94982065&lang=es&site=eds-live&scope=site>
- Pappas, I. O., Giannakos, M. N., y Mikalef, P. (2017). Investigating students' use and adoption of with-video assignments: lessons learnt for video-based open educational resources. *Journal of Computing in Higher Education: Research & Integration of Instructional Technology*, 29(1), 160. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1007/s12528-017-9132-6>
- Phillippi, J., y Lauderdale, J. (2018). A Guide to Field Notes for Qualitative Research: Context and Conversation. *Qualitative Health Research*, 28(3), 381–388. <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1177/1049732317697102>
- Pi, Z., Hong, J., y Yang, J. (2017). Does instructor's image size in video lectures affect learning outcomes? *Journal of Computer Assisted Learning*, 33(4), 347–354. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1111/jcal.12183>
- Pirie, S. y Kieren, T. (1994). Growth in Mathematical Understanding: How Can We Characterise It and How Can We Represent It? *Educational Studies in Mathematics*, 26(2/3), 165. Recuperado de



<http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=edsjsr&AN=edsjsr.3482783&lang=es&site=eds-live&scope=site>.

- Rodríguez Licea, R. A., López Frías, B. S., y Mortera Gutiérrez, F. J. (2017). El video como Recurso Educativo Abierto y la enseñanza de Matemáticas. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 19(3), 92–100. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.24320/redie.2017.19.3.936>
- Ruiz-Reyes, K., Contreras, J. M., Arteaga, P. y Oviedo, K. (2017). Análisis semiótico de videos tutoriales para la enseñanza de la probabilidad en educación primaria. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html)
- Santos, J. (2018). *Valoración de videotutoriales de matemáticas disponibles en internet. Nuevos instrumentos para el análisis de los procesos educativos* (Tesis de doctorado). Recuperado de [http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/tesis/tesis\\_Santos.pdf](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/tesis/tesis_Santos.pdf)
- Santos Espino, J. M., Afonso Suárez, M. D., y González-Henríquez, J. J. (2020). Video for teaching: classroom use, instructor self-production and teachers' preferences in presentation format. *Technology, Pedagogy & Education*, 29(2), 147–162. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1080/1475939X.2020.1726805>
- Sfard, A. (2001). Learning mathematics as developing a discourse. En R. Speiser, C. Maher, y C. Walter (Eds.), *Proceedings of 21st Conference of PME-NA* (pp. 23–44). Columbus, Ohio. Recuperado de <https://ymath.haifa.ac.il/images/stories/part3/teachers/articles/english/sfard1.pdf>
- Schoenfeld, A. (1987). Polya, Problem Solving, and Education. *Mathematics Magazine*, 60(5), 283. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.2307/2690409>
- Schroeder, N. L., y Traxler, A. L. (2017). Humanizing Instructional Videos in Physics: When Less Is More. *Journal of Science Education and Technology*, 26(3), 269. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1007/s10956-016-9677-6>
- Slemmons, K., Anyanwu, K., Hames, J., Grabsky, D., Mlsna, J., Simkins, E. y Cook, P. (2018). The Impact of Video Length on Learning in a Middle-Level Flipped Science Setting: Implications for Diversity Inclusion. *Journal of Science Education and Technology*, 27(2), 1-11. Recuperado de <https://bit.ly/2XbnmqZ>
- Somekh, B. (1995). Development in Social Endeavours: a position paper on action research methodology. *British Educational Research Journal*, 21(3), 339-355. Recuperado de <https://bera-journals.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1080/0141192950210307>

- Steffes, E. M., y Duverger, P. (2012). Edutainment with Videos and its Positive Effect on Long Term Memory. *Journal for Advancement of Marketing Education*, 20(1), 1–10. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=bth&AN=108725534&lang=es&site=eds-live&scope=site>
- Suárez-Vergne, Á. (2020). Comunidades Proscritas. Una Reflexión Sobre Las Posibilidades De La Etnografía Virtual. *Athenea Digital (Revista de Pensamiento e Investigación Social)*, 20(1), 1–15. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.5565/rev/athenea.2236>
- Talidong, K. J. B. (2020). Implementation of emergency remote teaching (ERT) among Philippine teachers in Xi'an, China. *Asian Journal of Distance Education*, 15(1), 196–201. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.5281/zenodo.3881825>
- Toquero, C. M. D. (2020). Emergency remote teaching amid COVID-19: The turning point. *Asian Journal of Distance Education*, 15(1), 185–188. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.5281/zenodo.3881748>
- Towers, J. (1998). *Teachers' interventions and the growth of students' mathematical understanding* (Tesis de doctorado). Recuperado de <https://open.library.ubc.ca/cIRcle/collections/ubctheses/831/items/1.0054923>
- Tripp, D. (2005). Action research: a methodological introduction. *Educação e Pesquisa*, 31(3), 1-25. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/237316452\\_Action\\_research\\_a\\_methodological\\_introduction](https://www.researchgate.net/publication/237316452_Action_research_a_methodological_introduction)
- Velasco, A., Montiel, S. y Ramírez, S. (2018). Los videos educativos como herramienta disruptiva para apoyar el proceso de aprendizaje de algoritmos de resta y multiplicación en estudiantes de segundo grado de primaria. *Revista Educación*, 42(2), 1-32. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=440/44055139009>
- Villa-Ochoa, J., Jaramillo, C. y Esteban, P. (2011). Aspectos emergentes en la comprensión de la tasa de variación. En: *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM)*. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/293333507\\_Aspectos\\_emergentes\\_en\\_la\\_comprension\\_de\\_la\\_tasa\\_de\\_variacion](https://www.researchgate.net/publication/293333507_Aspectos_emergentes_en_la_comprension_de_la_tasa_de_variacion)
- Vygotsky, L. S., y Kozulin, A. (2011). The Dynamics of the Schoolchild's Mental Development in Relation to Teaching and Learning. *Journal of Cognitive Education & Psychology*, 10(2), 198–211. <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1891/1945-8959.10.2.198>
- Weeraratne, B., y Chin, B. (2018). Can Khan Academy e-learning video tutorials improve mathematics achievement in Sri Lanka? *International Journal of Education & Development Using Information & Communication Technology*,

14(3), 93–112. Recuperado de <http://search.ebscohost.com.ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login.aspx?direct=true&db=edo&AN=133863350&lang=es&site=eds-live&scope=site>.

Yakubova, G., Hughes, E. M., y Baer, B. L. (2020). Supporting students with ASD in mathematics learning using video-based concrete-representational-abstract sequencing instruction. *Preventing School Failure*, 64(1), 12–18. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1080/1045988X.2019.1627999>

Yao, X. (2020). Characterizing Learners' Growth of Geometric Understanding in Dynamic Geometry Environments: a Perspective of the Pirie–Kieren Theory. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 6, 293-319. Recuperado de <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1007/s40751-020-00069-1>



## ANEXOS

### Anexo 1: Matriz de análisis documental 1

#### 1. Objetivo del análisis

Analizar el nivel de comprensión matemática de los estudiantes a partir de las evidencias de resolución de problemas (acción).

#### 2. Definición de criterios por analizar

Estudiante:

Problema:

Nivel de comprensión	Descripción del nivel	Ejemplos de acuerdo al concepto	Evidencia fotográfica	Descripción
<b>Conocimiento primitivo</b>	Uso de los conocimientos previos sobre el tema para resolver un problema que involucra un nuevo conocimiento matemático.			
<b>Crear la imagen</b>	Generación de imágenes mentales (representaciones pictóricas o verbalizadas) a partir de una acción. Esta generación se basa en los conocimientos primitivos.			
<b>Comprender la imagen</b>	Generación de imágenes mentales sin necesidad de la acción o de trabajar un ejemplo particular. Se cambia las imágenes asociadas al ejemplo por imágenes mentales del objeto matemático.			
<b>Notar la propiedad</b>	Reconocer, relacionar y combinar elementos o aspectos de imágenes mentales. Construir propiedades específicas del concepto (se pueden			

	ignorar otros elementos del concepto). Se puede explicar el método para verificar la conexión entre imágenes.			
<b>Formalizar</b>	Abstraer cualidades comunes de conjuntos de imágenes mentales. Producir definiciones y algoritmos matemáticos más generales.			
<b>Observar</b>	Estructurar y organizar ideas y pensamiento formal en forma de teorema. Deducir patrones y regularidades.			
<b>Estructurar</b>	Relacionar teoremas. Justificar afirmaciones a partir de argumentos lógicos o meta-matemáticos. Se explica por medio de un sistema axiomático.			
<b>Inventar</b>	Crear preguntas que pueden generar nuevos conceptos, más allá del dominio inicial de investigación.			

## Anexo 2: Matriz de análisis documental 2

### 1. Objetivo del análisis

Analizar las video-lecciones elaboradas por el docente-investigador, de acuerdo a los componentes de la idoneidad didáctica

### 2. Definición de criterios por analizar

Estudiante:

Video-lección:

Componente	Aspectos	Descripción / Análisis
<b>Idoneidad epistémica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Presentación y explicación en línea con el significado institucional de referencia.</li> <li>- Se proponen situaciones problemáticas que contextualicen el concepto matemático y requieran de la justificación y problematización del estudiante.</li> <li>- Uso de múltiples representaciones y expresiones (oral, escrita, simbólica, gestual, gráfica, etc.) y conversiones entre ellas.</li> <li>- Reglas (conceptos-definiciones, proposiciones y procedimientos) y argumentos precisos, claros y acorde al nivel.</li> </ul>	
<b>Idoneidad cognitiva</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Conceptos en zona de desarrollo potencial.</li> <li>- Se incluye actividades de ampliación y refuerzo.</li> <li>- Los estudiantes tienen los conocimientos previos necesarios (preparación).</li> <li>- Carga cognitiva: coherencia, señalización, redundancia, principio de modalidad...</li> </ul>	
<b>Idoneidad afectiva</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Situación problemática que permite valorar la utilidad de la matemática en la vida cotidiana y profesional a la vida de los estudiantes.</li> <li>- Integración de pausas y preguntas (participación).</li> <li>- Tema de interés/motivación para los estudiantes.</li> <li>- Presencia social (voz, personificación, lenguaje).</li> <li>- Actitud positiva, amena, entusiasta.</li> </ul>	
<b>Idoneidad interaccional</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Información clara/legible, organizada (contigüidad temporal y espacial).</li> <li>- Presentación adecuada (organizada, velocidad de voz, etc.).</li> <li>- Secuencia didáctica fundamentada (permite identificar y resolver conflictos; no magistral).</li> </ul>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Profundización en conceptos potencialmente problemáticos.</li> </ul>	
<b>Idoneidad mediacional</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso de recursos manipulativos e informáticos (disponibles y adecuados).</li> <li>- Video reproducible en soporte web o móvil y en cualquier horario.</li> <li>- Tiempo acorde al tema y objetivo.</li> <li>- Segmentación.</li> <li>- Tamaño del archivo.</li> </ul>	
<b>Idoneidad ecológica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Relación con Aprendo en Casa.</li> <li>- Relación con el currículo.</li> <li>- Los contenidos contribuyen con la formación social, profesional y moral de los estudiantes.</li> <li>- Relación con otras áreas</li> </ul>	
<b>Producción</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Costo de producción.</li> <li>- Dificultad de producción</li> </ul>	



### Anexo 3: Guion de entrevista semiestructurada

#### 1. Situación de la entrevista

- a) Características del contexto en el que se realiza la entrevista: Llamada telefónica
- b) Descripción del momento de entrevista: durante la implementación de las video-lecciones

#### 2. Objetivo de la entrevista:

Identificar las percepciones de los estudiantes sobre la idoneidad didáctica de las video-lecciones

#### 3. Aspectos sobre los que se entrevistará:

Aspectos de la entrevista	Preguntas de la entrevista
Formato de la video-lección	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué opinas de mi aparición en el video?</li> <li>- La video-lección integró dos tipos de video: la presentación narrada que es cuando mostraba mis diapositivas, y el video “dibujado”, que es cuando utilizaba la pizarra.</li> <li>- Siendo 1 muy bajo y 5 muy alto: ¿Cómo calificarías, del 1 al 5, la presentación narrada como ayuda (apoyo) a tu comprensión del tema?</li> <li>- Siendo 1 muy bajo y 5 muy alto: ¿Cómo calificarías, del 1 al 5, la presentación de video “dibujado” como ayuda (apoyo) a tu comprensión del tema?</li> <li>- Nombra un aspecto positivo y uno negativo de cada tipo de video.</li> <li>- ¿Qué opinas de la combinación de los dos tipos de video?</li> </ul>
Idoneidad epistémica	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Los problemas iniciales te ayudan a comprender más sobre las fracciones? ¿Por qué?</li> <li>- En la video-lección se utilizó varias maneras de representar los temas:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- dibujos y gráficos</li> <li>- números o signos</li> <li>- explicación verbal</li> </ul> </li> <li>- Siendo 1 el que menos ayudó y 3 el que más ayudó, ¿cómo ordenarías estos tres recursos?</li> <li>- ¿Qué opinas de la combinación de las representaciones?</li> <li>- Sobre las estrategias y los pasos que se siguieron para desarrollar el problema:               <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Nunca entendí porque se seguían.</li> </ol> </li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"> <li>b) Pocas veces entendí porque se seguían.</li> <li>c) A veces entendí porque se seguían, pero a veces no me quedaba claro.</li> <li>d) Casi siempre entendí porque se seguían.</li> <li>e) Siempre entendí porque se seguían.</li> </ul>
Idoneidad cognitiva	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Los temas del video te parecieron: <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Muy difíciles</li> <li>b) Difíciles</li> <li>c) Regulares</li> <li>d) Sencillos</li> <li>e) Muy sencillos</li> </ul> </li> <li>- ¿Requeriste utilizar tus conocimientos previos para resolver las actividades? ¿Piensas que esto te ayudó?</li> <li>- Del 1 al 5, ¿cuánto esfuerzo tuviste que realizar para observar los videos?</li> </ul>
Idoneidad afectiva	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cuando en el video habían invitaciones a hacer algo (poner pausa, reflexionar sobre algo, etc.) ¿qué hacías?</li> <li>- Las video-lecciones te parecieron: <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Muy aburridas</li> <li>b) Aburridas</li> <li>c) Normales</li> <li>d) Entretenidas</li> <li>e) Muy entretenidas</li> </ul> </li> <li>- ¿Por qué?</li> <li>- En la video-lección se utilizaron varios elementos: problemas, imágenes, gráficos, etc. ¿Qué elemento te interesó o motivo más?</li> </ul>
Idoneidad interaccional	<p>Al momento de leer las letras y símbolos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) No se podían leer frecuentemente</li> <li>b) A veces no se podían leer</li> <li>c) Siempre se pueden leer</li> <li>- ¿Recuerdas los pasos que se siguieron para resolver el problema? ¿Cómo eran?</li> <li>- Cuando estabas viendo el video, ¿hubo algún momento en el que no comprendiste algo? ¿Qué hiciste? ¿Qué pasó después?</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Al momento de descargar el video: <ul style="list-style-type: none"> <li>a) No pude descargarlo.</li> <li>b) Tuve muchas dificultades (tiempo, espacio, etc.).</li> <li>c) Tuve alguna dificultad.</li> <li>d) No tuve ninguna dificultad.</li> </ul> </li> </ul>

<p>Idoneidad mediacional</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las video-lecciones te parecieron:</li> <li>a) Muy cortas</li> <li>b) Cortas</li> <li>c) Regulares</li> <li>d) Largas</li> <li>e) Muy largas</li> <li>- ¿Por qué?</li> </ul>
<p>Idoneidad ecológica</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Las video-lecciones te ayudaron a resolver las actividades de matemática de Aprendo en Casa? ¿Cómo?</li> <li>- En este tiempo de educación remota (a distancia) ¿piensas que las video-lecciones son un recurso útil? ¿Por qué?</li> </ul>

#### 4. Cronograma:

TAREAS	FECHAS
1) Aplicación del primer ciclo de entrevistas (8)	lunes 28 de setiembre - sábado 3 de octubre
2) Aplicación del segundo ciclo de entrevistas (8)	lunes 12 - sábado 17 de octubre

## Anexo 4: Cuaderno de campo

### 1. Datos generales del observador

- a) Nombre y apellido: Sergio García
- b) Institución a la que pertenece: Pontificia Universidad Católica del Perú

### 2. Datos generales del grupo o persona(s) a observar

- a) Institución educativa a la cual pertenece(n): I.E. 1012 Andrés Bello
- b) Niveles educativos de la I.E.: Primaria
- c) Aula/grado/sección: 5° B
- d) Número de alumnos en el aula: 29
- e) Edad promedio: 11
- f) Género: Mixto

### 3. Situación de la observación

- a. Curso o área curricular en el cual se observa: Matemática
- b. Características del contexto en el que se observa:

Videoconferencia por medio de Zoom y WhatsApp. Los estudiantes tienen la opción de prender su cámara y su micrófono de acuerdo a la necesidad de la actividad y su comodidad.

- c. Descripción de la actividad/ momento de observación:

Sesión de refuerzo y retroalimentación de matemática. Se muestra un problema sobre el mismo tema que la semana pasada, el cual deberá ser desarrollado por los estudiantes. Al finalizar el desarrollo, se invita a los estudiantes a participar y compartir sus resoluciones, y se les retroalimenta.

### 4. Objetivo de la observación:

Recoger información sobre el nivel de comprensión matemática de los estudiantes a partir de la articulación y justificación de los problemas resueltos (expresión).

### 5. Aspectos a observar:

Aspectos a observar	Ítems de observación (descripción del nivel)
Conocimiento primitivo	Uso de los conocimientos previos sobre el tema para resolver un problema que involucra un nuevo conocimiento matemático.

<b>Crear la imagen</b>	Generación de imágenes mentales (representaciones pictóricas o verbalizadas) a partir de una acción. Esta generación se basa en los conocimientos primitivos.
<b>Comprender la imagen</b>	Generación de imágenes mentales sin necesidad de la acción o de trabajar un ejemplo particular. Se cambia las imágenes asociadas al ejemplo por imágenes mentales del objeto matemático.
<b>Notar la propiedad</b>	Reconocer, relacionar y combinar elementos o aspectos de imágenes mentales. Construir propiedades específicas del concepto (se pueden ignorar otros elementos del concepto). Se puede explicar el método para verificar la conexión entre imágenes.
<b>Formalizar</b>	Abstraer cualidades comunes de conjuntos de imágenes mentales. Producir definiciones y algoritmos matemáticos más generales.
<b>Observar</b>	Estructurar y organizar ideas y pensamiento formal en forma de teorema. Deducir patrones y regularidades.
<b>Estructurar</b>	Relacionar teoremas. Justificar afirmaciones a partir de argumentos lógicos o meta-matemáticos. Se explica por medio de un sistema axiomático.
<b>Inventar</b>	Crear preguntas que pueden generar nuevos conceptos, más allá del dominio inicial de investigación.

## 6. Cronograma:

TAREAS		FECHAS
Primera observación (evaluación inicial)	Observación 1 - grupo 1 Observación 1 – grupo 2 Observación 1 – grupo 3 Observación 1 - grupo 4	Viernes 11 de setiembre - sábado 12 de setiembre
Segunda observación (evaluación inicial)	Observación 2 - grupo 1 Observación 2 - grupo 2 Observación 2- grupo 3 Observación 2 - grupo 4	Viernes 18 de setiembre – sábado 19 de setiembre

Tercera observación (1° ciclo de implementación)	Observación 3 - grupo 1 Observación 3 - grupo 2 Observación 3 - grupo 3 Observación 3 - grupo 4	Viernes 25 de setiembre – sábado 26 de setiembre
Cuarta observación (1° ciclo de implementación)	Observación 4 - grupo 1 Observación 4 - grupo 2 Observación 4 - grupo 3 Observación 4 - grupo 4	Viernes 2 de octubre – sábado 3 de octubre
Quinta observación (2° ciclo de implementación)	Observación 5 - grupo 1 Observación 5 - grupo 2 Observación 5 - grupo 3 Observación 5 - grupo 4	Viernes 9 de octubre – sábado 10 de octubre
Sexta observación (2° ciclo de implementación)	Observación 6 - grupo 1 Observación 6 - grupo 2 Observación 6 - grupo 3 Observación 6 - grupo 4	Viernes 16 de octubre – sábado 17 de octubre
Séptima observación (3° ciclo de implementación)	Observación 7 - grupo 1 Observación 7 - grupo 2 Observación 7 - grupo 3 Observación 7 - grupo 4	Viernes 30 de octubre – sábado 31 de octubre
Octava observación (3° ciclo de implementación)	Observación 8 - grupo 1 Observación 8 - grupo 2 Observación 8 - grupo 3 Observación 8 - grupo 4	Viernes 6 de noviembre– sábado 7 de noviembre

## CUADERNO DE CAMPO

DATOS GENERALES			
<b>Nombre completo del observador:</b>		<b>Institución a la que pertenece:</b>	

<b>Nombre de la I.E:</b>				<b>CÓDIGO</b>
<b>Nivel educativo:</b>		<b>Edad/Grado y sección:</b>		
<b>Espacio de la observación:</b>				
<b>Hora de inicio de la observación:</b>		<b>Hora de fin de la observación:</b>	<b>Fecha de observación:</b>	

	<b>EVIDENCIAS</b>
Descripción general	
Reflexión	
Hallazgos	
Aspectos por mejorar	

## **Anexo 5: Modelo de consentimiento informado**

### **Consentimiento Informado para Participantes de Investigación**

El propósito de esta ficha de consentimiento es proveer a los apoderados de los participantes en esta investigación con una clara explicación de la naturaleza de la misma, así como de su rol en ella como participantes.

La presente investigación es conducida por Sergio Guillermo García Herrera, estudiante de noveno ciclo de la Facultad de Educación de la Pontificia Universidad Católica del Perú, en el marco del proceso de titulación por medio de tesis. En este sentido, la meta de la investigación es “Implementar video-lecciones para mejorar la comprensión matemática de estudiantes de 5° grado de primaria de un colegio público de Lima Metropolitana, en el marco de la enseñanza remota de emergencia”.

Si usted accede a que su hijo(a) participe en este estudio, se le pedirá colaborar con dos actividades. La primera será una entrevista vía telefónica, la cual durará aproximadamente 30 minutos, y tendrá el objetivo de recoger las percepciones de su hijo(a) sobre el efecto de las video-lecciones en su comprensión matemática.

Lo que se converse durante estas sesiones se grabará, de modo que el investigador pueda transcribir después las ideas que su hijo(a) haya expresado. Sin embargo, la información que se recoja será confidencial, y su nombre será codificado para proteger su identidad y conservar el anonimato. Asimismo, si durante la entrevista alguna de las preguntas le parece incómoda, puede hacérselo saber al investigador o no responderlas.

La segunda actividad en la que se solicita su colaboración es durante las videoconferencias. En este espacio, se planteará un problema matemático, y se invitará a los estudiantes a intentar resolverlo de manera autónoma. A partir de ello, se requiere que su hijo(a) o usted envíe una foto de la resolución del problema, sea que se logró completarlo con éxito o no, pues su avance y anotaciones serán de suma utilidad para la investigación.

Además, durante la videoconferencia, se llevará nota de las explicaciones de su hijo(a) respecto a la resolución del problema. Es importante resaltar que sus comentarios no serán evaluados con fines académicos o escolares, y serán utilizados únicamente para los propósitos de la investigación.

La participación en este estudio es estrictamente voluntaria. Si tiene alguna duda sobre este proyecto, puede hacer preguntas en cualquier momento durante su

participación en él. Así también, puede finalizar la participación de su hijo(a) en cualquier momento del estudio sin que esto represente algún perjuicio para él o ella.

Desde ya le agradecemos su participación.

Acepto que mi hijo(a) participe en esta investigación, conducida por Sergio Guillermo García Herrera. He sido informado(a) sobre el objetivo de la investigación y las actividades que se desarrollarán para recoger la información.

Reconozco que la información que mi hijo(a) provea en el curso de esta investigación es estrictamente confidencial y no será usada para otro propósito fuera de los de este estudio sin mi consentimiento. He sido informado de que puedo hacer preguntas sobre el proyecto en cualquier momento y que puedo retirarme del mismo cuando así lo decida, sin que esto perjudique a mi hijo(a).

Entiendo que una copia de esta ficha de consentimiento me será entregada, y que puedo pedir información sobre los resultados del estudio cuando este haya concluido. Para ello, puedo contactar a Sergio Guillermo García Herrera al teléfono 979203920.

-----

Nombre del participante (hijo/a)	Firma del apoderado del participante	Fecha
----------------------------------	--------------------------------------	-------



## Anexo 6: Normas iniciales para el grupo de WhatsApp

**Grupo WhatsApp del salón**

1. ¿Para qué sirve este grupo?
  - Para **comunicados importantes** por parte del **docente** de aula.
  - Para **consultas** generales sobre **actividades escolares** o fechas.
2. ¿Para qué **no** es este grupo?
  - Para consultas particulares sobre su hijo/a.
  - Para conversar sobre el docente o sobre algún otro padre/madre o alumno.
  - Para compartir videos, imágenes, memes, cadenas o algún otro contenido que no responda a las funciones del grupo.
  - Para coordinar eventos.
3. Puntos importantes:
  - **Horario:** 8:00am - 4:00 pm.
  - Para cualquier **consulta personal**, siempre existen **canales de comunicación privados**, como el teléfono, el WhatsApp personal o el correo.
  - No toda la información que se comparte en el grupo es veraz, por ello, **esperar a la comunicación oficial** del docente de aula u otra autoridad.
  - Evitar usar mayúsculas en todas las letras de las oraciones.

## Anexo 7: Cuestionario inicial sobre conectividad

### Datos sobre familiares

Les agradecemos respondan a este breve cuestionario, gracias.

**\*Obligatorio**

1. Apellidos y nombre del niño/a \*

\_\_\_\_\_

2. ¿Tiene acceso a internet en casa? \*

Marca solo un óvalo.

Sí

No

3. ¿Con qué dispositivos cuentan en casa? (puede marcar más de uno) \*

Selecciona todos los que correspondan.

Teléfono fijo

Celular

PC

Impresora

TV

Laptop

Radio

Ninguno de los anteriores

4. ¿Tiene correo electrónico? \*

Marca solo un óvalo.

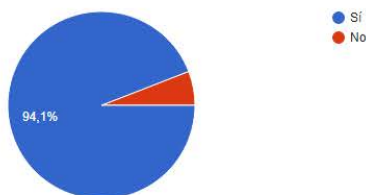
Sí

No

## Anexo 8: Resultados del cuestionario inicial sobre conectividad

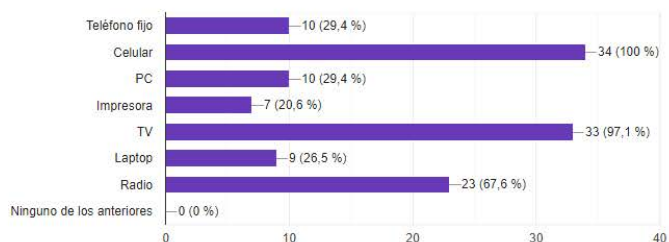
¿Tiene acceso a internet en casa?

34 respuestas



¿Con qué dispositivos cuentan en casa? (puede marcar más de uno)

34 respuestas



## Anexo 9: Normas para el segundo grupo de WhatsApp



### ¿Para qué se ha creado este grupo?

- Comunicados oficiales.
- Videos diarios sobre las actividades de Aprendo en Casa.
- Cuestionarios semanales sobre los temas de Aprendo en Casa.
- Encuestas sobre posibles actividades que podamos desarrollar para mejorar el aprendizaje.

### Puntos importantes:

- El chat será solo administrado por los docentes, cualquier duda podrán comunicarla por el grupo "Avancemos 5° B" o de manera privada.
- Los videos son material de apoyo para comprender las actividades del día, no son tarea extra.
- Los cuestionarios no son para calificar, permiten revisar la comprensión de los temas, y ayudan a los estudiantes a autoevaluarse.

## Anexo 10: Encuestas sobre encuentros sincrónicos

### Encuesta - Encuentros virtuales

Buenos días. En busca de mejorar el aprendizaje en el aula, hemos desarrollado esta encuesta.

1. Apellidos y nombres de su hijo(a)

\_\_\_\_\_

2. Marque la opción que se adecúe más a sus posibilidades:

*Marca solo un óvalo.*

- Tengo zoom y puedo utilizarlo.  
 No tengo zoom pero podría descargarlo.  
 No es posible descargar zoom pero puedo trabajar con WhatsApp.

### Encuesta - Horario encuentros virtuales

Buenos días. En busca de mejorar el aprendizaje en el aula, hemos desarrollado esta encuesta.

*\*Obligatorio*

1. Apellidos y nombres del alumno \*

\_\_\_\_\_

2. Esta encuesta busca identificar horarios en los que los estudiantes puedan conectarse a un encuentro virtual vía Zoom o WhatsApp. Cada encuentro está programado para 30-40 minutos, pero debido a que es posible que no todos puedan a la misma hora, les pedimos marcar todos los horarios disponibles para a partir de ello organizar grupos y turnos:

*Marca solo un óvalo.*

- He leído este enunciado.

3. Marque las opciones en las que el alumno podría conectarse a un encuentro virtual (no marque la preferida, sino todas las que sean posibles):

*Selecciona todos los que correspondan.*

- Viernes entre 10am y medio día.  
 Viernes entre 5pm y 7pm.  
 Sábado entre 10am y 12pm.  
 No hay disponibilidad en ninguno de los anteriores horarios.

