

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE POSGRADO



**ESTIMULACIÓN DE LA CAPACIDAD CREADORA DE PROBLEMAS POR
VARIACIÓN, SOBRE PROPORCIONALIDAD, EN DOCENTES DE
MATEMÁTICA DE LAS CARRERAS DE COMUNICACIONES DE UNA
UNIVERSIDAD PRIVADA DE LIMA.**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER EN
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

AUTOR

DOUGLAS ALCIDES POMALAYA VELASQUEZ

ASESORA

CAROLINA RITA REAÑO PAREDES

JUNIO, 2020

RESUMEN

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo general analizar si la estrategia Episodio, Problema Pre y Problema Pos (EPP) de Malaspina (2017), estimula la capacidad de crear problemas por variación sobre proporcionalidad, en un grupo de docentes de las carreras de comunicaciones de una universidad privada en Lima. Esta investigación, se justifica debido a que existen diversos trabajos nacionales e internacionales que anteceden al nuestro abordando la creación de problemas, en particular, la creación de problemas por variación. Para alcanzar el objetivo propuesto, se implementó un taller de creación de problemas en la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC). Para ordenar la información presentada en esta investigación, se sigue las fases contempladas en la Metodología Cualitativa de Latorre (1996). Consideramos como sujetos de estudio a dos docentes asistentes a todas las secuencias de actividades propuestas en el taller. Además, para entender y analizar los problemas creados por estos docentes, se recurre a entrevistas y al análisis de su producción mediante rúbricas adaptada de los trabajos de Matínez (2015) y Aguilar (2018), teniendo en cuenta la flexibilidad, originalidad y fluidez según lo trabajado en Malaspina (2014). Para identificar si la estrategia EPP cumple con el objetivo planteado, se examinó las rúbricas de una prueba diagnóstica, de un episodio de clase y una prueba de salida aplicados antes, durante y después del taller respectivamente. De esta manera, se logra evidenciar cambios favorables en los problemas creados por los docentes. Finalmente, se concluye que la estrategia EPP logra estimular la capacidad de crear problemas por variación sobre proporcionalidad en los sujetos de estudio de esta investigación.

Palabras clave: Proporcionalidad; creación de problemas; calidad de un problema; creatividad.

ABSTRACT

The present research work has the general objective of analyzing whether the Episode, Pre problem and Pos problem (EPP) strategy of Malaspina (2017), stimulates the ability to problems posing by variation on proportionality, in a group teachers of the communications degrees from a private university in Lima. This research is justified due to the fact that there are various national and international works that precede ours, addressing the problem posing, in particular, the problem posing by variation. To achieve the proposed objective, a problem posing workshop was implemented at the Peruvian University of Applied Sciences (UPC). To order the information presented in this investigation, the phases contemplated in the Qualitative Methodology of Latorre (1996) are followed. We consider as study subjects two teachers attending all the sequences of activities proposed in the workshop. In addition, to understand and analyze the problem posing by these teachers, interviews and analysis of their production are used through headings adapted from the work of Matínez (2015) and Aguilar (2018), taking into account flexibility, originality and fluidity according to what worked in Malaspina (2014). To identify if the EPP strategy meets the stated objective, we examined the rubrics of a diagnostic test, a class episode and an exit test applied before, during and after the workshop respectively. In this way, it is possible to show favorable changes in the problems created by teachers. Finally, it is concluded that the EPP strategy manages to stimulate the ability to problem posing by variation over proportionality in the study subjects of this research.

Keywords: Proportionality; problem posing; quality of problem posed; creativity.

Dedicatoria:

A mis adorados padres: Alcides Pomalaya Contreras y Modesta Velasquez Pozo. Gracias por su inmenso apoyo incondicional, que Dios les siga dando salud.

A mis hermanas: Gina, Lizeth y Giovana. Gracias por estar siempre a mi lado.

A la memoria de mis abuelos: Dionisia Pozo y Manuel Pomalaya quienes seguramente se hubiesen alegrado muchísimo por este logro conseguido. Que Dios los tenga en su gloria.

A mis sobrinas: Akemi y Luciana por sus ocurrencias y por ser la alegría de la casa.



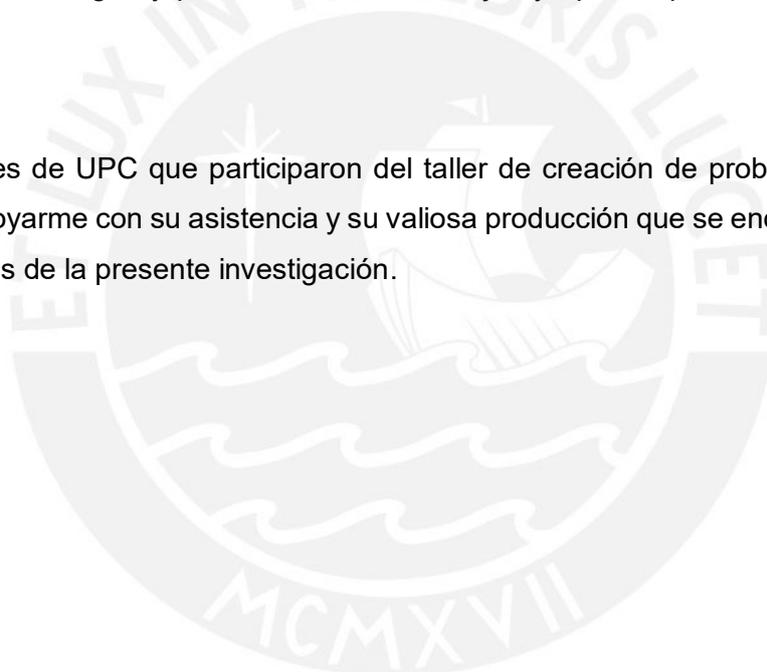
AGRADECIMIENTOS

A mi asesora de tesis Mg. Carolina Rita Reaño Paredes, por su guía, paciencia, tiempo y dedicación en favor de la orientación y elaboración de la presente tesis.

A los profesores de la maestría, por transmitir sus valiosos conocimientos para nuestra formación como estudiantes de la maestría.

A los profesores que conforman la Línea de investigación sobre creación de problemas, por ser un ejemplo a seguir y por sus valiosos consejos y aportes para la elaboración de esta tesis.

A los docentes de UPC que participaron del taller de creación de problemas, por darse un tiempo en apoyarme con su asistencia y su valiosa producción que se encuentra en el análisis y conclusiones de la presente investigación.



ÍNDICE

CAPITULO I: PROBLEMÁTICA	1
1.1 Investigaciones de referencia.....	1
1.2 Justificación	8
1.3 Pregunta y objetivos de la investigación.....	13
CAPITULO II: ESTUDIO DE LA PROPORCIONALIDAD.....	14
2.1 Aspectos matemáticos de la proporcionalidad	14
2.2 Clasificación de problemas de proporcionalidad:	15
2.3 Revisión de textos universitarios	16
CAPITULO III: MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO.....	22
3.1 Acerca de la creación de problemas	22
3.2 Metodología y procedimientos.....	29
CAPITULO IV: PARTE EXPERIMENTAL Y ANALISIS DE LA INVESTIGACIÓN	42
4.1 Datos informativos de los docentes participantes del taller:	42
4.2 Implementación de la prueba diagnóstica:	45
4.3 Implementación de Episodio de clase:	49
4.4 Implementación de la Prueba de salida:.....	51
4.5 Docentes sujetos de estudio:	53
4.6 Producción de los sujetos de estudio	54
CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	102
5.1 Conclusiones:	102
5.2 Recomendaciones:	105
REFERENCIAS	106
ANEXOS.....	109

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Problema Mr. Tall / Mr. Short.....	2
Figura 2. Uso de la regla de tres	2
Figura 3. Uso de relación de proporciones	2
Figura 4. Razonamiento proporcional incorrecto	3
Figura 5. Definición de Razón.....	16
Figura 6. Ejemplos de razón.....	17
Figura 7. Ejemplos de proporción	17
Figura 8. Definición de variación directa.....	18
Figura 9. Definición de variación directa en relación de una potencia.....	18
Figura 10. Definición de variación inversa.....	19
Figura 11. Definición de proporción	19
Figura 12. Actividad de clase sobre proporcionalidad	20
Figura 13. Ejemplo para emplear proporcionalidad	20
Figura 14. Cantidad finita de puntos	25
Figura 15. Plaza llena de manifestantes	26
Figura 16. Patio de un colegio.....	27
Figura 17. Esquema de la estrategia EPP	27
Figura 18. Pregunta 1 de la prueba diagnóstica	45
Figura 19. Respuesta del docente D03 a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica	46
Figura 20. Pregunta N° 2 de la Prueba diagnóstica.....	46
Figura 21. Pregunta 3 de la prueba diagnóstica	48
Figura 22. Problemas creados por el docente D03 en la prueba diagnóstica	48
Figura 23. Episodio de clase	49
Figura 24. Prueba de salida	52
Figura 25. Respuesta del docente D02 a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica	54
Figura 26. Respuesta del docente D02 a la pregunta 2 de la prueba diagnóstica	55

Figura 27. Problema creado por el docente D02 en respuesta a la pregunta N° 3 de la prueba diagnóstica.....	56
Figura 28. Problema Pre creado por el grupo N°1 en base al Episodio de clase	59
Figura 29. Problema Pos creado por el grupo N°1 en base al Episodio de clase	63
Figura 30. Problema Pre creado por el docente D02 en base a la Prueba de salida.....	67
Figura 31. Problema Pos creado por docente D02 en base a la Prueba de salida	71
Figura 32. Evolución del puntaje total obtenido en cada problema creado por el docente D02	74
Figura 33. Comparación de los indicadores de calidad de los problemas creados por el docente D02	75
Figura 34. Respuestas del docente D04 a la pregunta N°1 de la Prueba diagnóstica	77
Figura 35. Respuesta del docente D04 a la pregunta N°2 de la Prueba diagnóstica.....	78
Figura 36. Problema creado por el docente D04 en respuesta a la pregunta N°3 de la Prueba diagnóstica.....	78
Figura 37. Problema Pre, creado por el grupo N°2 en base al Episodio de clase	82
Figura 38. Problema Pos, creado por el grupo N° 2 en base al Episodio de clase	85
Figura 39. Problema Pre, creado por el docente D04 en base a la Prueba de salida.....	89
Figura 40. Problema Pos, creado por el docente D04 en base a la Prueba de salida	93
Figura 41. Evolución del puntaje total obtenido en cada problema creado por el docente D04	96
Figura 42. Comparación de los indicadores de calidad de los problemas creados por el docente D04	98
Figura 43. Respuesta de los docentes participantes al taller respecto a la pregunta N°1 del cuestionario de salida.....	99
Figura 44. Respuestas de los docentes participantes del taller respecto a la pregunta N° 2 del cuestionario de salida.....	100
Figura 45. Respuestas de los docentes participantes del taller respecto a la pregunta N°3 del cuestionario de salida.....	101
Figura 46. Respuestas de los docentes participantes del taller respecto a la pregunta N° 4 del cuestionario de salida.....	101

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Competencias docentes de los profesores UPC	9
Tabla 2. Universidades en las que se enseña el tema de proporcionalidad	11
Tabla 3. Sesiones de clase en donde se enseña la proporcionalidad.....	12
Tabla 4. Proceso de la investigación cualitativa.....	31
Tabla 5. Diseño de la sesión.....	33
Tabla 6. Instrumentos de recojo de información	36
Tabla 7. Aspectos a considerar para analizar la calidad del problema creado por variación	37
Tabla 8. Calificación cualitativa de un problema creado por variación.....	38
Tabla 9. Rúbrica para analizar los problemas creados por variación.....	39
Tabla 10. Resultados de la ficha: Datos informativos	42
Tabla 11. Rúbrica para analizar el problema creado por el docente D02 en base a la Prueba diagnóstica.....	58
Tabla 12. Rúbrica para analizar el Problema Pre creado por el docente D02 en base al Episodio de clase	62
Tabla 13. Rúbrica para analizar el Problema Pos creado por el docente D02 en base al Episodio de clase	66
Tabla 14. Rúbrica para analizar el Problema Pre creado por el docente D02 en base a la Prueba de salida.....	70
Tabla 15. Rúbrica para analizar el Problema Pos creado por el docente D02 en base a la Prueba de salida.....	73
Tabla 16. Calidad alcanzada en cada problema creado por el docente D02 según el puntaje obtenido	75
Tabla 17. Rúbrica para analizar el problema creado por el docente D04 en base a la Prueba diagnóstica.....	81
Tabla 18. Rúbrica para analizar el Problema Pre creado por el docente D04 en base al Episodio de clase	84
Tabla 19. Rúbrica para analizar el Problema Pos creado por el docente D04 en base al Episodio de clase	88

Tabla 20. Rúbrica para analizar el Problema Pre creado por el docente D04 en base a la Prueba de salida..... 92

Tabla 21. Rúbrica para analizar el Problema Pos creado por el docente D04 en base a la Prueba de salida..... 95

Tabla 22. Calidad alcanzada en cada problema creado por el docente D04 según el puntaje obtenido 97



CAPITULO I: PROBLEMÁTICA

1.1 Investigaciones de referencia

Iniciamos nuestra investigación presentando como sustento científico, algunos trabajos que anteceden el nuestro, de tal manera que nos den un mejor panorama de la problemática que existe en torno a la creación de problemas de proporcionalidad por parte de docentes en actividad; y cómo la creación de problemas por variación, a través de las estrategia EPP (Episodio, Problema pre, Problema Pos), puede ser de mucha utilidad para estimular la capacidad creadora de problemas de buena calidad para su respectiva implementación en el aula.

Investigaciones relacionadas al objeto matemático razones y proporciones.

Dentro de estas investigaciones, tenemos la de Rivas, Godino y Castro (2012) la que tiene como objetivo desarrollar el conocimiento para la enseñanza de la proporcionalidad en futuros maestros. Para estructurar el análisis en la investigación, se usa una herramienta del marco teórico del EOS que es el Análisis epistémico y esta herramienta se pone en práctica a través de una *Guía para el reconocimiento de Objetos y Significados* (GROS), esta comprende la “identificación de los diferentes objetos matemáticos (elementos lingüísticos, conceptos, procedimientos, proposiciones, argumentos), en correspondencia con sus respectivos significados, puestos en juego en la resolución de un problema matemático [...] (Rivas *et al.*, 2012, p. 564). La investigación es de tipo cualitativa-descriptiva y la metodología es el estudio de casos.

En esta investigación participó un grupo de cuatro futuras maestras de primaria, correspondiente al segundo año de la carrera de magisterio. El proceso de recolección de la información obtenida se obtuvo durante el desarrollo de tres sesiones.

La primera sesión corresponde a resolver un problema, de manera individual, sobre proporciones conocido como *Mr. Tall / Mr. Short*. La segunda sesión se realizó, de manera grupal, el análisis epistémico del problema y su resolución. La tercera sesión se realizó el análisis de tres tipos de respuestas dadas por alumnos del sexto grado de primaria. Se implementa una tabla adaptada de Khoury (citado en Rivas *et al.*, 2012) en el que se clasifican los niveles de razonamiento proporcional. Estos son: Nivel I (Ilógico), Nivel A (Aditivo), Nivel TR (Transicional), Nivel R (Razón).

A continuación, se presenta el problema *Mr. Tall / Mr. Short*, diseñado por Karplus (citado en Rivas *et al.*, 2012)

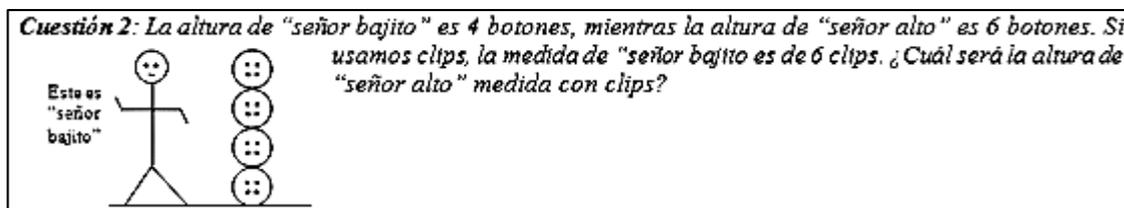


Figura 1. Problema *Mr. Tall / Mr. Short*

Fuente: Rivas *et al.* (2012, p.568)

Los resultados analizados se basan en cuatro respuestas presentadas por las futuras maestras, dos son con regla de tres simple, una de relación de proporción y en otra se usa un razonamiento aditivo y no un razonamiento proporcional.

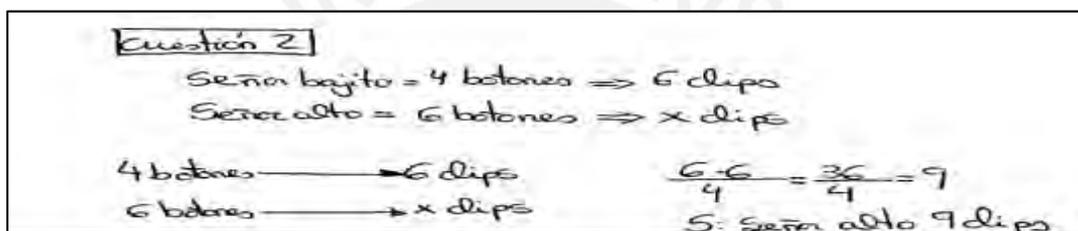


Figura 2. Uso de la regla de tres

Fuente: Fuente: Rivas *et al.* (2012, p.570)

Fueron dos respuestas correctas en base a la regla de tres, una de ellas como se muestra en la Figura 2. Rivas *et al.* (2012), clasifica el razonamiento proporcional de estas futuras maestras en el Nivel TR (Transicional) explicando que, si bien el uso de reglas les permite llegar a la solución correcta, poco o nada contribuye al reconocimiento de los significados que están detrás de su procedimiento o solución, esto en base a que se les pide explicar la existencia de la relación (razón) constante entre los botone y los clips y estas no llegan a enunciar de manera específica los términos de esta relación ni los valores de la razón (2 botones por 3 clips).

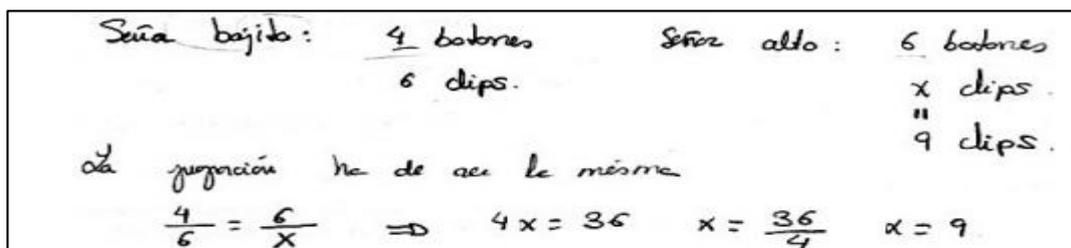


Figura 3. Uso de relación de proporciones

Fuente: Fuente: Rivas *et al.* (2012, p.570)

Con respecto a la solución mostrada en la Fig. 3 se observa un procedimiento correcto que, según Rivas *et al.* (2012), aparenta un razonamiento proporcional del Nivel R (Razón); sin embargo, precisan que en el análisis epistémico respectivo no se manifiesta dicho nivel.

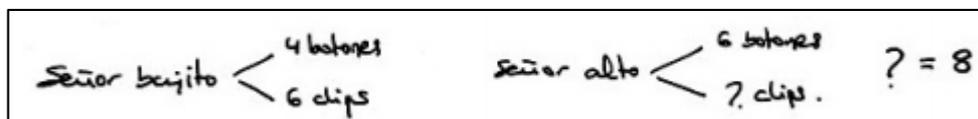


Figura 4. Razonamiento proporcional incorrecto

Fuente: Fuente: Rivas *et al.* (2012, p.570)

La solución presentada en la Figura 4 es errada, y se evidencia un nivel A (Aditivo).

Cabe mencionar que el análisis en esta investigación no sólo se basa en la solución de las futuras maestras, sino también en un análisis epistémico y en la valoración de ellas con respecto a las respuestas al mismo problema, pero esta vez de estudiantes del 6° grado.

Como conclusiones, se menciona que el reconocimiento de los objetos identificados a través de la GROS, permitió a las futuras maestras, reconocer proposiciones y elaborar argumentos que van más allá de la aplicación de reglas en la resolución de problemas de proporcionalidad. Además, permitió a los investigadores observar conductas que informan sobre el nivel de razonamiento proporcional.

Para nuestra investigación creemos pertinente tener una clasificación similar para poder identificar los niveles de razonamiento proporcional de los docentes participantes al taller que se implementará.

Otra investigación es la de García y Romero (2014) quienes tienen como objetivo modelizar el aprendizaje profundo de las razones y proporciones a partir de la resolución de problemas. La metodología de la investigación es de carácter mixto, pues se realizaron análisis de corte cualitativo y cuantitativo de la información recolectada.

La investigación, se desarrolla con estudiantes de noveno grado de la Institución Ciudadela Cuba en la ciudad de Pereira, Colombia, con estudiantes cuyas edades oscilan entre 15 y 16 años de edad. Además, como marco teórico se apoya de algunos conceptos de Duval como son: la aprehensión y las representaciones semióticas.

La recolección de información se desarrolló a través de entrevistas y 4 cuestionarios que fueron implementados en el transcurso de 4 semanas. Se adapta una rúbrica que, según los autores, permite la valoración del aprendizaje de las razones y proporciones en los niveles bajo, medio y alto. Cada uno con un rango de puntuación de 0 a 17 para el nivel bajo, de 18 a 30 para el nivel medio y de 31 a 39 para el nivel alto.

Según Richard (citado en García y Romero, 2014) afirma que aprendizaje en profundidad implica una comprensión y consistencia de las ideas, es decir, no debe haber contradicciones en el conocimiento en una persona, porque este conocimiento es limitado. En esta investigación el autor emplea como unidad de análisis el aprendizaje profundo de las razones y proporciones y su relación con la resolución de problemas. La investigación se estructura mediante una Unidad didáctica que, según García (citado en García y Romero, 2014) consiste en un conjunto de actividades la cual generan un aprendizaje. Los elementos de una unidad didáctica son: objetivos, trabajo cooperativo, estructura, contenidos y retroalimentación.

En esta investigación, los resultados del análisis cuantitativo se dan por medio de gráficos porcentuales y tablas con puntuación según las escalas establecidas por las autoras, por ejemplo, tenemos un gráfico que compara los promedios obtenidos por los estudiantes en el cuestionario inicial y el cuestionario final. Notándose un aumento en el nivel de aprendizaje de las razones y proporciones. Los resultados de análisis cualitativo se dan a través de las valoraciones que dan las autoras, según los datos obtenidos con los diferentes instrumentos y técnicas empleadas, entre estas se observa que algunos estudiantes muestran dificultades al no poder representar las diferentes representaciones semióticas de las razones y proporciones

Como conclusiones, se menciona que el uso de problemas cotidianos a través de la unidad didáctica, permite el aprendizaje profundo de las razones y proporciones, pues los estudiantes llegan a reconocer las múltiples formas de representar un mismo objeto matemático, así como lograr su aprehensión de estos objetos. Esto gracias a las intervenciones didácticas del docente y al trabajo cooperativo. Además, menciona que la resolución de problemas permitió reflexionar sobre los distintos caminos que se pudo haber tomado para llegar a la solución de la misma.

De esta investigación destacamos la importancia que tiene la resolución de problemas de razones y proporciones por parte de los estudiantes para lograr el aprendizaje de dicho objeto matemático; también destacamos la intervención del docente como un mediador para estimular la cooperación entre estudiantes para lograr un mejor resultado.

Investigaciones relacionadas a la creación de problemas con profesores en actividad.

En la actualidad existen muchas investigaciones que abordan la resolución de problemas como un método efectivo para el aprendizaje de las matemáticas, así como también existen investigaciones que abordan la creación de estos. Creemos que ser un buen creador de problemas requiere tener un cierto grado de estímulo para hacerlo. En ese sentido, “desarrollar la capacidad de crear problemas, para alumnos y profesores, es contribuir a desarrollar las capacidades de formular (se) preguntas e identificar problemas” (Malaspina, 2013, p.130).

Según Malaspina (2018) No existe recetas para crear ni resolver problemas de matemáticas. Lo fundamental es la creatividad y los conocimientos matemáticos; además, el autor considera necesario desarrollar pistas y estrategias para crear problemas.

El enfoque de creación de problemas toma relevancia, pues existen investigaciones que se basan en ello para obtener algunos resultados, ya sea en estimular la capacidad de crear problemas o de aprender algún concepto matemático. A continuación, presentamos algunas investigaciones con este enfoque.

Martínez (2015) hizo un estudio cuyo objetivo fue estimular la capacidad de crear problemas por variación con profesores de educación primaria de una escuela estatal ubicada en la ciudad de Huaral en Perú. La autora busca contribuir a la mejora de la enseñanza y aprendizaje de la adición y sustracción de los números naturales, en base a ello, implementa la estrategia EPP (Episodio, Problema pre, Problema pos) basado en el enfoque de creación de problemas de Malaspina (2013), su investigación es de tipo cualitativa y se basa en la metodología etnográfica de Arnal, la cual, según la autora, es pertinente pues ayuda a estructurar mejor su trabajo y se adapta mejor al describir las prácticas pedagógicas de los profesores participantes de su investigación.

Para el recojo de información, implementa una secuencia de actividades a través de talleres en los que participaron los profesores de educación primaria, ya antes mencionados. Para estos talleres, Martínez (2015) presenta cuatro episodios de clase cada uno con objetivos específicos.

Para el análisis de su investigación se implementa una rúbrica cuyo diseño es adaptado de Ayllón (citado en Martínez, 2015), los criterios descriptivos de la rúbrica como la flexibilidad, originalidad y fluidez son adaptados de Malapina (2014) y asigna el calificativo de 1 a 4 puntos según considere la calidad del problema creado.

Como conclusión se destaca que la capacidad creadora de los participantes se incrementó con la estrategia EPP implementada y además se sentían más seguros a través de la

autoconfianza para crear nuevos problemas. Esto se pudo identificar y describir gracias a la rúbrica implementada.

Por otro lado, Rodríguez (2018) busca contribuir, a que los profesores de educación secundaria en servicio comprendan la relación que existe entre las ecuaciones y funciones cuadráticas esto a través del enfoque de la creación de problemas de Malaspina (2017). La investigación es de tipo cualitativa y la metodología usada es el estudio de Caso.

El autor, implementa un taller sobre creación de problemas a docentes de matemática del nivel secundario en un colegio particular de la ciudad de Huaura, Perú. En este taller se pone en práctica los métodos de creación de problemas por variación y elaboración de Malaspina (2017) de este modo, se presenta un episodio de clase que muestra la relación entre ecuaciones y funciones cuadráticas.

Como conclusiones, resalta que los participantes de su estudio manejan bien los conceptos de ecuación cuadrática y función cuadrática cuando se les presenta tareas relacionados a estos objetos matemáticos de manera separada; sin embargo, sus respuestas eran deficientes en las tareas en donde debían relacionar ambos objetos matemáticos. Otra conclusión que el autor afirma es que “al pasar las diferentes fases de la estrategia EPP, la mayoría de los profesores lograron mejorar su percepción y comprensión de las relaciones entre las ecuaciones y funciones cuadráticas” (p. 108). Además, también concluye que con las fases de la estrategia SPP se evidenció una mejor percepción de los profesores sobre la relación entre estos dos objetos matemáticos ya antes mencionados.

Otra investigación en base a la creación de problemas es la de Aguilar (2018) quien tiene como objetivo analizar, en base al Enfoque de creación de problema de Malaspina (2017), cómo es que la estrategia EPP estimula la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas. Al respecto la investigadora manifiesta que los docentes de matemática, en este caso docentes de los primeros ciclos de educación superior de una universidad particular de Lima, Perú “deben de considerar las dificultades que presentan sus estudiantes con respecto a los conocimientos previos [...] para crear problemas adecuados y relevantes para la trayectoria de aprendizaje del objeto matemático escogido” (pp. 5-6). Al detectar estas dificultades, la autora manifiesta que se pueden proponer problemas que vayan acorde a las necesidades los estudiantes.

La autora utiliza en su investigación el enfoque de creación de problemas de Malaspina (2017) y también desde la perspectiva del modelamiento de Hansen y Hana (citados en Aguilar, 2018). La investigación es de tipo cualitativa y el método utilizado es el de estudio de casos.

En la parte experimental y el análisis de los resultados se detalla la secuencia de las actividades presentadas en el taller que constó de tres sesiones en donde presentó dos episodios de clase dirigido a docentes de matemáticas de los primeros ciclos de educación superior, además implementa una rúbrica adaptada de Martínez (2018).

Como conclusiones destaca que antes de implementar la secuencia de actividades se notó que los docentes tienen conocimiento del objeto matemático estudiado; sin embargo, su capacidad creadora de problemas es limitado. También destaca que las rúbricas le permitieron describir cuantitativamente la calidad de problemas creados, cuyos criterios, señala la autora, sirvieron para hacer una evaluación objetiva de las producciones de los docentes participantes de taller. Por último, la autora señala que las fases de la estrategia EPP para crear problemas por variación les permitió a los docentes, estimular su capacidad de crear problemas sobre el objeto matemático estudiado.

Por medio de las investigaciones antes mencionadas, notamos la importancia que tiene la creación de problemas por variación según Malaspina (2017) ya que nos permite contar con alguna estrategia ya sea EPP o SPP que estimulen la capacidad de crear problemas por variación o elaboración respectivamente y además ir madurando los conceptos que van a intervenir en nuestro problema creado, que para nuestra investigación será la proporcionalidad.

1.2 Justificación

Investigaciones como la de Malaspina (2017), Martínez (2015), Rodríguez (2018), Aguilar (2018) coinciden sobre la necesidad de que el docente desarrolle la capacidad de crear problemas teniendo en cuenta el entorno de los estudiantes, para así el alumno sea consciente de la conexión que existe entre las matemáticas que aprende y su realidad, esto implica ir más allá de los problemas típicos que aparecen en los libros de textos. En ese sentido coincidimos con Malaspina (2017) quien afirma “Crear problemas de matemáticas a partir de situaciones reales, contribuirá a tener una mirada más analítica de la realidad, que será útil no solo en el campo de las matemáticas” (p. 3).

Además, Malaspina (2017) considera:

Si bien la importancia de la creación de problemas y de su inclusión en los procesos de aprendizaje ha sido destacada desde antaño, recién en la última década se le está prestando atención como campo de investigación y se están resaltando las grandes potencialidades de su inclusión en los procesos de aprendizaje en los diversos niveles educativos (p. 1).

Dado que la creación de problemas se estudia en diversos niveles educativos, nosotros creemos conveniente estudiarlo en la educación superior. En ese sentido, los sujetos de estudio en esta investigación son un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC), estos docentes están sujetos al marco legal establecido en la Ley N° 30220 dada por el Congreso de la República del Perú, titulada Ley Universitaria y publicada el 9 de julio del 2014 en el diario oficial El peruano. El cual, en su artículo 87, inciso 87.4 se afirma que los docentes deben “perfeccionar permanentemente su conocimiento y su capacidad docente y realizar labor intelectual creativa” (Congreso de la República, 2014, p. 527242).

Además, los docentes de UPC deben de cumplir con las exigencias del modelo educativo de la institución en la que laboran. El modelo educativo UPC está basado en un aprendizaje por competencias, es decir, se tiene al estudiante como protagonista de su propio aprendizaje. Esto es un gran reto para los docentes, que tienen en sus manos la responsabilidad de hacer que los estudiantes aprendan por sí mismo, esto implica que los docentes dominen algunas herramientas didácticas para lograr el autoaprendizaje de sus estudiantes. Según lo establecido por la nueva ley universitaria y por el manual del docente UPC 2018, se considera como una herramienta didáctica a los problemas que el docente plantea en clase para que los estudiantes construyan su conocimiento sobre un determinado objeto matemático. Para nuestro caso: la proporcionalidad.

A continuación, presentamos las competencias que deben tener los docentes de UPC, sujetos de nuestra investigación.

Tabla 1. Competencias docentes de los profesores UPC

Perfil de competencias docentes			
Competencia en el área Didáctica	Competencia en el área Innovación	Competencia en el área Personal	Competencia en el área de Gestión
Es capaz de diseñar y facilitar sesiones de clase, así como evaluar logros de aprendizaje mediante el uso de herramientas metodológicas y técnicas didácticas que favorecen el proceso de enseñanza – aprendizaje.	Es capaz de integrar de manera creativa y pertinente herramientas tecnológicas, estrategias metodológicas y materiales versátiles que favorecen alcanzar el logro de aprendizaje en el estudiante.	Es capaz de crear una cultura de enseñanza – aprendizaje basada en el respeto, donde interviene la comunicación, el trabajo en equipo y la democracia, favoreciendo el desarrollo integral del docente y los estudiantes.	Es capaz de gestionar y planificar el proceso de aprendizaje, atendiendo las necesidades propias de cada individuo y la diversidad del grupo; tomando en cuenta una gran variedad de estrategias, recursos didácticos y manejo de información.

Fuente: Adaptado del Manual docente UPC-2018.

Estas competencias están vinculadas a la capacidad de creación de herramientas y estrategias didácticas para el aprendizaje de los estudiantes. Esto se complementa en Malaspina (2013) quien considera que existen razones didácticas por las cuales se debe fomentar la creación de problemas; tanto para la enseñanza como para el aprendizaje. Algunas de estas son:

-En la enseñanza:

- Proponer problemas cercanos a las motivaciones de los alumnos.
- Proponer problemas que recojan las iniciativas, percepciones o interrogantes de los alumnos, que contribuyan a aclarar o ampliar sus ideas sobre un determinado tema de matemática.

- Llenar el vacío que hay en la mayoría de textos de matemática.
- Tener problemas adecuados para aplicar las teorías sobre educación matemática como la TSD, TAD y el EOS.

-En el aprendizaje:

- Motivar más el estudio, fortalecer la capacidad de resolver problemas y de formularse preguntas.
- Adquirir una formación matemática más sólida, dado que esta es una experiencia que va más allá de lo operativo y los problemas tipo.
- Establecer conexiones con otros campos del conocimiento y desarrollar la creatividad.

Por todo lo visto anteriormente, creemos necesario estimular la capacidad creadora del docente en base a los problemas que este pueda producir para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en particular de la proporcionalidad que es uno de los contenidos que se llevan en el primer ciclo de las carreras de comunicaciones en la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas.

Por otro lado, con respecto a las proporciones. Godino y Batanero (2002) afirman:

El razonamiento proporcional se considera como uno de los componentes importante del pensamiento formal adquirido en la adolescencia. Las nociones de comparación y covariación están en la base subyacente al razonamiento proporcional, siendo a su vez los soportes conceptuales de la razón y la proporción. El desarrollo deficiente de estas estructuras conceptuales en los primeros niveles de la adolescencia obstaculiza la comprensión y el pensamiento cuantitativo en una variedad de disciplina que va desde el álgebra, la geometría y algunos aspectos de la biología, la física y la química (p. 431).

Estas deficiencias que mencionan Godino y Batanero (2002) se evidenciaron en los trabajos de García y Romero (2014) y Sanchez (2013) quienes abordaron esta problemática con estudiantes. Sin embargo, estas deficiencias no sólo las tienen los estudiantes sino también algunos docentes que enseñan esta materia, como se evidenció en el trabajo de Rivas, Godino y Castro (2012).

Según Reyes (2013) La proporcionalidad, “es un tema que recorre desde la educación básica y llega hasta la educación superior bajo modalidades interesantes en las ciencias y las técnicas” (p. 17).

En base a ello, es común encontrar temas que involucren proporcionalidad, en los sílabos de los diferentes programas de educación superior de Perú. Estos, se dictan en los primeros ciclos de universidades como: La Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC),

Pontificia Universidad Católica del Perú (PUPC), Universidad Tecnológica del Perú (UTP). A continuación, en la Tabla 2 mostramos en qué cursos y en qué carreras de las universidades antes mencionadas, se dictan los temas que involucran la proporcionalidad.

Tabla 2. Universidades en las que se enseña el tema de proporcionalidad

Universidad	Carreras	Curso/Ciclo	Temas
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC)	Comunicación y periodismo, Comunicación Audiovisual, Comunicación y Marketing,	Matemática Básica para comunicadores. (1er ciclo)	-Razones y proporciones. -Análisis de proporcionalidad: regla de tres simple, aumento y descuentos porcentuales, comparación de ofertas comerciales.
Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP)	Artes Escénicas, Historia, Derecho, Ciencias Políticas, Antropología, Diseño Industrial, Lingüística.	Matemática Básica. (1er ciclo)	-Razones y proporciones. -Escalas -Porcentajes y sus aplicaciones
	Arquitectura	Matemática 1 (1er ciclo)	
Universidad Tecnológica del Perú (UTP)	Administración y Negocios, Comunicación Audiovisual, Derecho, Diseño Gráfico.	Nivelación de matemática (1er ciclo)	-Razones y proporciones

Fuente: Elaboración propia

Dado que nuestros sujetos de estudio son docentes de primer ciclo de UPC, mostraremos una tabla (Tabla 3) donde se da cuenta en qué sesiones de clase, se enseña dicho objeto matemático.

Tabla 3. Sesiones de clase en donde se enseña la proporcionalidad

Semana	Sesión presencial 1	Sesión virtual	Sesión presencial 2
3	Porcentajes, notación y cálculo. Variaciones porcentuales Análisis de tablas y gráficos con información porcentual.	Razones y proporciones.	Análisis de proporcionalidad: regla de tres simple, aumento y descuentos porcentuales, comparación de ofertas comerciales IGV-UIT.

Fuente: Adaptado del Plan calendario del curso Matemática Básica para Comunicadores UPC 2019-02

Según lo mostrado en la tabla 3, las proporciones se enseñan en la tercera semana de iniciado el semestre, sin embargo, esto no quiere decir que el tema de proporciones ya no se vea más, dado que, es un tema que se relaciona con otros objetos matemáticos. Por ejemplo, Malaspina (2019) afirma:

Como la proporcionalidad directa se expresa gráficamente mediante las funciones lineales, usando estas se puede ilustrar y resolver problemas sobre porcentajes (...). Es una oportunidad para mostrar las conexiones intra matemáticas entre los objetos matemáticos porcentaje, proporcionalidad, ecuaciones lineales y función lineal. (p. 193).

En base a todo lo visto anteriormente, consideramos pertinente y justificada nuestra investigación sobre la estimulación de la capacidad de crear problemas por variación que involucren proporcionalidad.

1.3 Pregunta y objetivos de la investigación

¿Podrá la estrategia EPP (Episodio, Problema Pre, Problema Pos) estimular la capacidad de crear problemas por variación, sobre proporcionalidad, en un grupo de docentes de las carreras de comunicaciones de una universidad privada de Lima?

Objetivo General:

Analizar si la estrategia EPP (Episodio, Problema Pre, Problema Pos) estimula la capacidad de crear problemas por variación, sobre proporcionalidad, en un grupo de docentes de las carreras de comunicaciones de una universidad privada de Lima.

Objetivos Específicos:

Para alcanzar el objetivo general, planteamos los siguientes objetivos específicos:

- Identificar la capacidad de crear problemas por variación de los docentes de las carreras de comunicaciones, sobre problemas de proporcionalidad, al aplicar una prueba diagnóstica antes del inicio de un taller de creación de problemas.
- Describir los cambios que se manifiestan en la capacidad de crear problemas por variación de los docentes de las carreras de comunicaciones, sobre problemas de proporcionalidad, luego de aplicar la estrategia EPP en base a un episodio de clase dado durante un taller de creación de problemas.
- Describir los cambios que se manifiestan en la capacidad de crear problemas por variación de los docentes de las carreras de comunicaciones, sobre problemas de proporcionalidad, al aplicar una prueba de salida al término de un taller de creación de problemas.

CAPITULO II: ESTUDIO DE LA PROPORCIONALIDAD

En este capítulo presentaremos aspectos matemáticos de la proporcionalidad. Además, haremos una revisión de los principales textos universitarios usados por los estudiantes que llevan el tema de proporcionalidad en su curso de matemática.

2.1 Aspectos matemáticos de la proporcionalidad

En relación al objeto matemático proporcionalidad, se tomará en como referencia a Borowski y Borwein (2002) y a Clapham y Nicholson (2009).

Con respecto a la definición de razón, Borowski y Borwein (1989) definen:

Razón, n. un COCIENTE o PROPORCIÓN de dos números, magnitudes, cantidades o expresiones, como una medida relativa de dos clases; por ejemplo, la razón entre el lado de un cuadrado con su respectiva diagonal es $1:\sqrt{2}$. (p. 490)

La notación matemática para la razón de dos magnitudes a y b es la siguiente:

$$a:b \quad \text{ó} \quad \frac{a}{b}, \text{ donde } b \neq 0$$

En el mismo sentido Borowski y Borwein (1989) definen:

Proporción, 1: una relación LINEAL entre dos variables cuantitativas o sus inversas; cuyos elementos, correspondientes de dos conjuntos que están en proporción tienen una razón constante. 2: Una relación entre cuatro números o cantidades, en el cual, la razón del primer par es igual a la razón del segundo. (p.474)

Adicionalmente, Clapham y Nicholson (2009) afirman que:

Si dos cantidades x e y están relacionadas por una ecuación $y = kx$, donde k es una constante, entonces se dice que y es (directamente) proporcional a x , y se puede escribir como $y \propto x$. La constante k es la constante de proporcionalidad. También se dice que y varía directamente con x . Cuando se traza y con respecto a x , el gráfico resultante es una línea recta que parte desde el origen de coordenadas. Si $y = k/x$, entonces y es inversamente proporcional a x . Esto se escribe como $y \propto 1/x$, y se dice que y varía inversamente a x . (p.223).

Proporcionalidad como un modelo funcional

Para presentar a la proporcionalidad como un modelo funcional, recurrimos a Lima et al. (2000). Según el autor, la función lineal es el modelo matemático para los problemas de proporcionalidad.

Supongamos que la magnitud y está en función de la magnitud x , es decir $y = f(x)$

“Una proporcionalidad es una función $f : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ tal que, para cualesquiera números reales c, x . Se tiene $f(cx) = c \cdot f(x)$ (proporcionalidad directa) ó $f(x) = f(x)/c$, si: $c \neq 0$. (proporcionalidad inversa).” (Lima *et. al.* p.86)

Además, se tiene el siguiente Lema:

Lema 1: Sea $f : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ una función tal que $f(nx) = nf(x)$ para todo $x \in \mathcal{R}$ y todo $n \in \mathbb{Z}$. Entonces $f(rx) = rf(x)$ para todo $x \in \mathcal{R}$ y todo $r \in \mathbb{Q}$. En particular llamando $a = f(1)$, se tiene $f(r) = ar$ para cualquier $r \in \mathbb{Q}$.

Teorema fundamental de la proporcionalidad: Sea $f : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ una función creciente. Las siguientes afirmaciones son equivalentes:

- 1) $f(nx) = nf(x)$ todo $n \in \mathbb{Z}$ y para todo $x \in \mathcal{R}$.
- 2) Poniendo $a = f(1)$, se tiene $f(x) = ax$ para todo $x \in \mathcal{R}$.
- 3) $f(x + y) = f(x) + f(y)$ para cualquier x e $y \in \mathcal{R}$.

Corolario: Sea $f : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ una función creciente tal que $f(nx) = nf(x)$ para todo $x \in \mathcal{R}$ y todo $n \in \mathbb{Z}$. Entonces $f(cx) = cf(x)$ para todo $x, c \in \mathcal{R}$.

2.2 Clasificación de problemas de proporcionalidad:

Dentro del estudio de la proporcionalidad, consideramos importante clasificar los tipos de problemas que existen

Existe una clasificación general de problemas de proporcionalidad, esta clasificación es difundida ampliamente en la literatura y comúnmente utilizados en las investigaciones, que comprende tres categorías de problemas: (a) problemas de valor faltante, (b) problemas de comparación y (c) problemas cualitativos de predicción o de comparación (Rivas, 2013, p. 22).

A continuación, detallaremos brevemente cada uno ellos:

a) Problemas de valor faltante:

Se caracteriza por estar constituido por cuatro valores que están en relación, en las que tres de ellos son conocidos y uno desconocido. Además, dos de los valores conocidos forman una razón y el tercer valor conocido con el que falta forman otra razón. Un ejemplo para este tipo de problema es “Mr. Tall and Mr. Short” visto en Rivas, Godino y Castro (2012) el cual se encuentra detallado en los antecedentes de esta investigación.

b) Problemas de comparación:

Se caracteriza por estar constituido por cuatro o más valores, relacionados de manera multiplicativa, dos a dos, formando razones. Consiste en determinar si las razones que se forman son iguales o si una es mayor (o menor) que la otra. Uno de los problemas típicos de

este tipo es el de las mezclas, utilizados en los estudios de Karplus, Pulos y Stage, Noelting, Lamón (citados en Rivas, 2013).

c) Problemas cualitativos de predicción o de comparación:

Se caracterizan por tener una estructura parecida a problemas de valor faltante o de comparación, respectivamente, sin embargo, su solución no requiere el uso explícito de cálculos numéricos.

2.3 Revisión de textos universitarios

El estudio de la proporcionalidad, según los libros de textos revisados, parten de las definiciones de razones y proporciones. Por ejemplo, en Miller, Heeren y Hornsby (2013) definen razón de la siguiente manera:

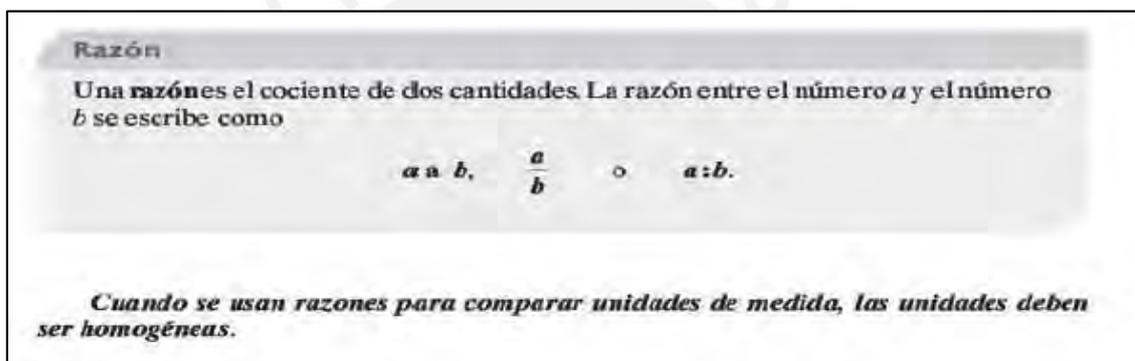


Figura 5. Definición de Razón.
Fuente: Miller et al. (2013, p.264)

Según la Figura 6, notamos que la razón la describen en base a dos cantidades sin especificar si estas cantidades provienen de magnitudes iguales o diferentes. Además, la definición sólo se reduce a unidades de medidas homogéneas con lo cual podría confundir a los estudiantes haciéndola parecer como una simple fracción. En ese sentido estamos de acuerdo con Godino y Batanero (2002) quienes afirman que “Es importante, sin embargo, estudiar con más detalle el uso que se hace al término “razón”, ya que no siempre es sinónimo de “fracción”, lo cual puede acarrear dificultades de comprensión para los estudiantes”. (p.420)

Veamos unos ejemplos de aplicación del concepto de razón. ilustrados en Miller *et al.* (2013).

EJEMPLO 1 Escritura de razones

Escriba una razón para cada frase.

a) 5 horas a 3 horas b) 6 horas a 3 días

SOLUCIÓN

a) La razón de 5 horas a 3 horas es

$$\frac{5 \text{ hr}}{3 \text{ hr}} = \frac{5}{3} \quad \text{La razón es 5 a 3.}$$

b) Para obtener la razón de 6 horas a 3 días, primero se convierten los 3 días a horas.

$$3 \text{ días} = 3 \text{ días} \cdot \frac{24 \text{ hr}}{1 \text{ día}} = 72 \text{ hr}$$

La razón de 6 horas a 3 días se obtiene como sigue.

$$\frac{6 \text{ hr}}{3 \text{ días}} = \frac{6 \text{ hr}}{72 \text{ hr}} = \frac{6}{72} = \frac{1}{12} \quad \text{La razón es 1 a 12.}$$

Figura 6. Ejemplos de razón.
Fuente: Miller et al. (2013, p.264)

Como lo habíamos advertido anteriormente, al homogenizar las unidades de medida de las magnitudes, se le da un trato de fracción. Sin embargo, Godino y Batanero (2002) señalan:

Las razones comparan entre sí objetos heterogéneos, o sea, objetos que se miden con unidades diferentes. Por ejemplo, 3 jamones por 145 euros. Las fracciones, por el contrario, se usan para comparar el mismo tipo de objetos como “dos de tres partes”, lo que se indica con $\frac{2}{3}$. Según esto la razón 3 jamones / 145 euros, no es una fracción”. (p.420)

Veamos ahora la definición de proporción que nos presenta el mismo texto universitario.

Proporción

Una **proporción** es un enunciado que dice que dos razones son iguales.

Por ejemplo,

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} \quad \text{Proporción}$$

Figura 7. Ejemplos de proporción
Fuente: Miller et al. (2013, p.264)

Según vemos en la Figura 8, la proporción la presentan como la igualdad de dos razones. Esta definición es común encontrarla de esta manera. Seguidamente, esta definición, se complementa con una generalización de los números, es decir:

En la proporción

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (b, d \neq 0)$$

a, b, c y d son términos de la proporción. Los términos a y d se conocen como extremos, mientras que los términos b y c se conocen como medios. La proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se lee “ a es a b como c es a d ”

A continuación, el libro de texto aborda la noción de “variación directa” como se muestra en la siguiente figura:

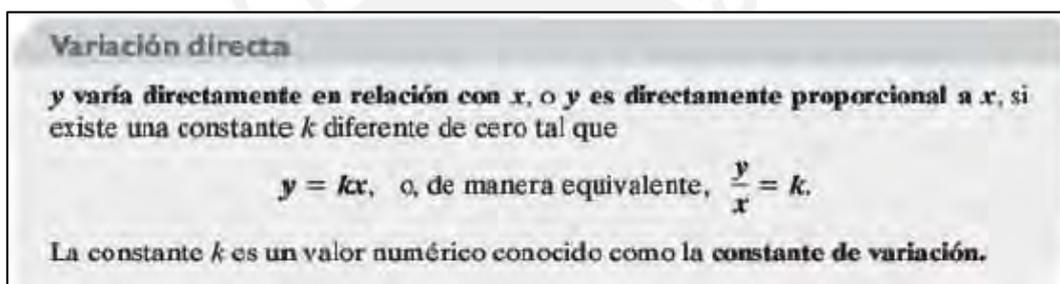


Figura 8. Definición de variación directa.
Fuente: Miller et al. (2013, p.264)

Notamos que, según la Figura 9, la definición de proporción también se aborda desde el punto de vista de las variaciones y se define una “constante de variación” que no es otra cosa que la constante de proporcionalidad.

También se tiene, complementando la definición anterior, la siguiente definición de variación directa en relación con una potencia:

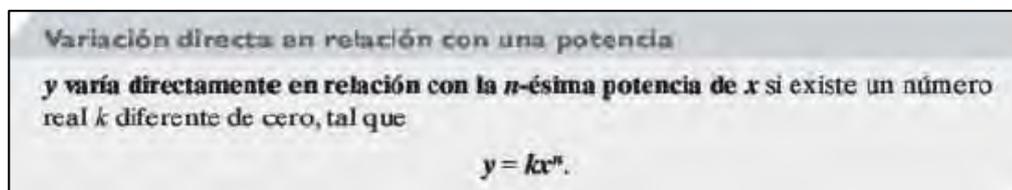


Figura 9. Definición de variación directa en relación de una potencia.
Fuente: Miller et al. (2013, p.269)

El concepto de proporcionalidad, según la Figura 10, nos permite ver que también se puede trabajar las variaciones cuando una de estas variables está elevado al cuadrado.

Por último, el texto también aborda la definición de variación inversa, según se puede apreciar a continuación:

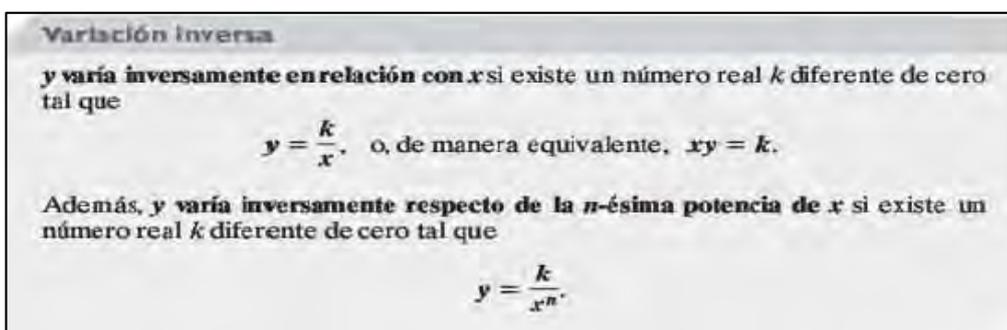


Figura 10. Definición de variación inversa.

Fuente: Miller et al. (2013, p.269)

Análogo a lo visto en la Figura 9 y Figura 10, ahora el texto define variación inversa con respecto a una variable x y luego con respecto a la potencia de la misma.

Otro libro a considerar es el que de Ugarte y Yucra (2011). Este texto, lleva como título: “Matemáticas para arquitectos”; y es de uso obligatorio para los estudiantes del primer ciclo de la carrera de arquitectura en la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP).

En el capítulo 1 del libro, específicamente en la sección 1.1 y 1.2, se trabajan las razones y proporciones. Sin embargo, cabe precisar que, en el índice del libro aparece el tema de razones, pero no hemos encontrado esta definición dentro de la sección ni en ninguna otra. Es decir, solo la usan como apoyo para la definición de proporciones y para el tema posterior que son escalas. A continuación, en la Figura 12, mostramos como estos autores abordan la definición de proporción.

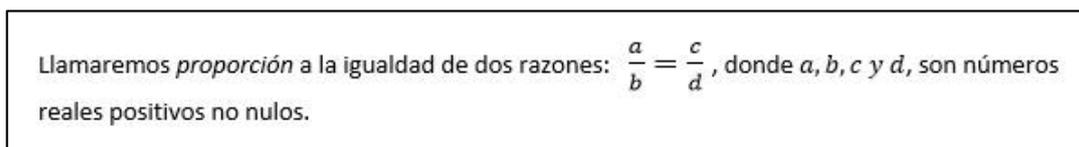


Figura 11. Definición de proporción

Fuente: Ugarte & Yucra (2011, p.14)

Según la figura anterior, notamos que la proporción se define en base a la igualdad de dos razones, sin embargo, el mismo texto no hace una definición de qué son las razones, además,

complementa la definición de proporción precisando que los números que intervienen sólo pueden ser números positivos.

Consideramos interesante, en este libro, a las actividades que tiene para que los estudiantes puedan trabajar en clase bajo la supervisión del profesor; y de esta manera, descubran por sí mismos como la proporcionalidad se encuentra en la realidad. A continuación, en la Figura 13, presentamos una de estas actividades.

Actividad 1. Corte una hoja A4 por la mitad del lado más largo y anote la razón entre la longitud del lado más largo y la longitud del lado más corto de la hoja resultante.

A continuación, responda las siguientes preguntas:

- ¿Los lados de las hojas resultantes son proporcionales?
- ¿Cuántos decimales usó para redondear el cociente entre el lado más largo y el lado más corto? ¿Por qué?
- ¿La respuesta sería la misma si se tratara de una hoja rectangular cualquiera; es decir, que no sea una hoja con formato A?

Figura 12. Actividad de clase sobre proporcionalidad
Fuente: Ugarte & Yucra (2011, p.14)

Cabe precisar que, las actividades, ejemplos y tareas en este libro, están relacionadas a desarrollar conceptos necesarios para la carrera de arquitectura. A continuación, en la Figura 14, mostramos un ejemplo que se resuelve aplicando proporcionalidad.

Ejemplo 13.

La siguiente figura es la fotografía que les tomaron Gonzalo y Gabriela al lado de un árbol. Si Gabriela mide 1,20 m y al medir con una regla la altura de Gonzalo en la foto, se obtiene 1,5 cm (compruébelo), entonces,

- Determine la altura real de Gonzalo.
- Determine la altura real del árbol.
- ¿Cuál sería su altura en la foto?



Figura 13. Ejemplo para emplear proporcionalidad
Fuente: Ugarte & Yucra (2011, p.22).

Cabe precisar que el ejemplo mostrado en la Figura 14, se encuentra en el tema de escalas, sin embargo, este tema es una aplicación de la proporcionalidad.

De los dos textos universitarios que hemos mostrado, podemos comentar que las definiciones de proporcionalidad se tratan de manera similar en ambos casos, es decir, los definen como igualdad de dos razones. Además, hemos observado que los ejemplos y ejercicios mostrados por los textos no se ajustan del todo a la realidad, es decir, aun se abordan de manera muy técnica y al ser textos de referencia usado por los docentes, los problemas creados por estos podrían estar influenciados por estos ejemplos y ejercicios, limitando así, su capacidad para crear problemas significativos para sus estudiantes.



CAPITULO III: MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO

En este capítulo, presentaremos como marco teórico al enfoque de creación de problemas, el cual viene siendo usado en diversas investigaciones como artículos científicos y tesis de maestría. Seguidamente presentaremos la metodología, la cual nos permitirá alcanzar los objetivos planteados en nuestra investigación.

3.1 Acerca de la creación de problemas

“En el siglo pasado, el reconocimiento del potencial de la creación de problemas se produjo principalmente durante tres periodos” (Kontorovich, 2009, párr. 2).

- Primer periodo, entre los años 40 y 50, cuando varias publicaciones influyentes de matemáticos destacados introdujeron la creación de problemas como parte integral de sus actividades profesionales, por ejemplo: Einstein e Infeld, Hadamard, Polya (citados en Kontorovich 2009).
- Segundo periodo, entre los años 70 y 80, los educadores matemáticos consideraron la creación de problemas como una actividad de aprendizaje potencialmente rica que podría promover el razonamiento matemático, la creatividad y las habilidades de resolución de problemas de los escolares, por ejemplo: Kilpatrick, Krutetskii (citados en Kontorovich, 2009)
- Tercer periodo, comienza en 1989 cuando la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) pidió un aumento en el uso de actividades sobre creación de problemas matemáticos en las aulas.

Según señala el autor, después de las llamadas hechas por el NCTM, se realizó un número considerable de estudios sobre creación de problemas.

¿Qué entendemos por crear problemas de matemática?

En esta investigación, consideramos adoptar la siguiente definición: “La creación de problemas matemáticos es un proceso mediante el cual se obtiene un nuevo problema a partir de un problema conocido (variación de un problema dado) o a partir de una situación dada (elaboración de un problema)” (Malaspina, 2013, p.131).

La definición, dada por Malaspina (2013), se complementa con la siguiente afirmación: “la creación de problemas se refiere tanto a la generación de nuevos problemas como a la reformulación de problemas dados. Por lo tanto, puede ocurrir antes, durante o después de la solución de un problema” (Silver, 1994, p.19).

Elementos fundamentales de un problema matemático:

Según Malaspina (2013) todo problema matemático tiene cuatro elementos fundamentales, estas son: *Información, Requerimiento, Contexto y Entorno matemático*. Estos elementos fundamentales se definen de manera más amplia en Malaspina (2017) quien las ordena y define de la siguiente manera:

- **La información:** Está formado por datos cuantitativos o relacionales que se dan en el problema.
- **El requerimiento:** Es lo que se pide que se encuentre, examine o concluya, que puede ser cuantitativo o cualitativo, incluyendo gráficos y demostraciones.
- **El contexto:** Puede ser intra matemático o extra matemático.
- **El entorno matemático:** Es el marco matemático global en el que se ubican los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para resolver el problema.

¿Qué entendemos por variación y elaboración de un problema matemático?

Los conceptos dados a continuación son recogidos de Malaspina (2017) y nos dan una definición más precisa en lo que respecta a variación y elaboración de un problema matemático.

Variación de un problema dado:

Es un proceso según el cual se construye un nuevo problema, modificando uno o más de los cuatro elementos fundamentales del problema original.

Elaboración de un problema:

Es un proceso según el cual se construye un nuevo problema, ya sea en forma libre, a partir de una situación (dada o configurada por el autor), o por un pedido específico, que puede tener énfasis matemático o didáctico.

En el primer caso, el contexto del problema se origina en la situación y no necesariamente es extra matemático; la información es obtenida es por selección o modificación de la información que se percibe en la situación; el requerimiento es una consecuencia de relaciones lógicas y matemáticas establecidas o encontradas entre los elementos de la información especificada, implícitas en el enunciado; y el entorno matemático puede ser especificado por el autor o determinarse por las diversas formas de resolver el problema.

En el segundo caso, los elementos del problema se determinan según el pedido de elaboración y el énfasis que éste deba tener. Cuando el énfasis es didáctico suele buscarse un contexto extra matemático; por ejemplo, cuando se solicita elaborar un problema que ayude

a entender la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la adición. Cuando el énfasis es matemático, el contexto suele ser intra matemático.

La estrategia EPP para la creación de problemas por variación:

Según Malaspina (2017) la estrategia EPP (Episodio, Problema Pre, Problema Pos) son los pasos o acciones que siguen los participantes tanto de manera grupal como individual que permiten crear nuevos problemas haciendo variaciones al problema original. Esta estrategia puede desarrollarse en talleres dirigido a docentes o estudiantes según sea el objetivo del investigador. Cabe precisar que en esta investigación la estrategia EPP se implementará en un taller dirigido a un grupo de docentes de primer ciclo de las carreras de comunicaciones de una universidad privada del Perú.

El procedimiento para aplicar la estrategia EPP es el siguiente: primero, se les presenta a los participantes de un taller, un *Episodio de clase* el cual consiste en un problema que presenta un profesor a sus estudiantes y que también contiene los comentarios hechos por los estudiantes al tratar de resolver el problema presentado; segundo, se pide a los participantes del taller que resuelvan el problema del episodio y que planteen un *Problema Pre* el cual consiste en un problema que facilite la comprensión y solución del problema del episodio; tercero, los participantes del taller se reúnen en grupos de máximo 4 integrantes para reflexionar y comparar sus problemas pre y así presentar un solo problema del grupo; cuarto, se socializan los problemas pre de cada grupo para recibir las recomendaciones de los demás participantes del taller y de esta manera mejorar el problema pre; quinto, se retorna al trabajo individual y se solicita la creación de un *Problema Pos* el cual consiste en un problema más retador, inspirado en el problema del episodio; finalmente se retoma el tercer y cuarto paso pero esta vez con los problemas pos.

A continuación, mostramos algunos ejemplos concretos de lo que es un *Episodio de clase*, *Problema Pre* y *Problema Pos*. Cabe precisar que estos ejemplos han sido elaborados por nuestra autoría.

Ejemplo de un Episodio de clase:

El docente Pérez propone a sus estudiantes el siguiente problema:

En la Figura 15 se muestra dos circunferencias que encierran a una cierta cantidad finita de puntos cuyos radios son $R = 6,1$ cm y $r = 1,2$ cm respectivamente. Estime la cantidad total de puntos que encierra la circunferencia de mayor radio.

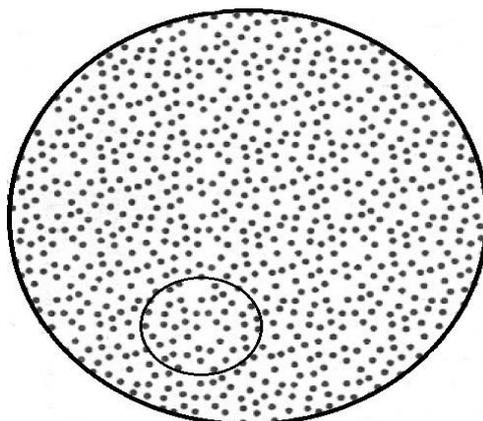


Figura 14. Cantidad finita de puntos

Fuente: Elaboración propia

Algunos estudiantes comentan:

-José: *¿Necesariamente tengo que contar todos los puntos que se encuentran dentro de la circunferencia de mayor radio?*

-Paola: *Sé que las medidas de los radios son importantes para no contar todos los puntos; sin embargo, no se me ocurre cómo pueda relacionarlos con lo que piden.*

-Fernando: *¿Pará qué me dan otra circunferencia pequeña?*

El problema propuesto por el docente Pérez junto con los comentarios de los estudiantes José, Paola y Fernando forman el *Episodio de Clase*. Cabe precisar que, el problema propuesto se resuelve manteniendo la proporción entre el cuadrado de los radios de las circunferencias mayor y menor, con la cantidad de puntos que encierra cada una de estas circunferencias. Sin embargo, no es sencillo darse cuenta de esta proporción para obtener lo pedido, así que para eso se propone un problema que facilite la comprensión del problema presentado en el *Episodio de clase*; y a este nuevo problema se le denomina Problema Pre.

Ejemplo de un Problema Pre:

En el noticiero de la noche se presentó un informe sobre una manifestación ciudadana en contra de las políticas del gobierno de una cierta ciudad. El periodista le consultó a un funcionario del gobierno municipal sobre la magnitud de la convocatoria en la plaza de la ciudad y este respondió: "Esta protesta ha sido un fracaso, no hay más de 500 personas manifestándose en la plaza ". Al mismo tiempo, en un programa radial, un funcionario de la oposición manifestaba: "La plaza del pueblo está llena de manifestantes. Al menos 1 200 personas están aquí ".

- ¿Por qué cree usted que hay diferencias significativas entre los dos informes con respecto a la estimación del número de personas en la manifestación, a pesar de que ambos funcionarios informaron sobre el mismo acontecimiento?
- En su opinión, ¿cómo se podría estimar el número de personas en una manifestación?

El periodista al tener dos respuestas tan diferentes decide estimar el número de manifestantes por sí mismo.

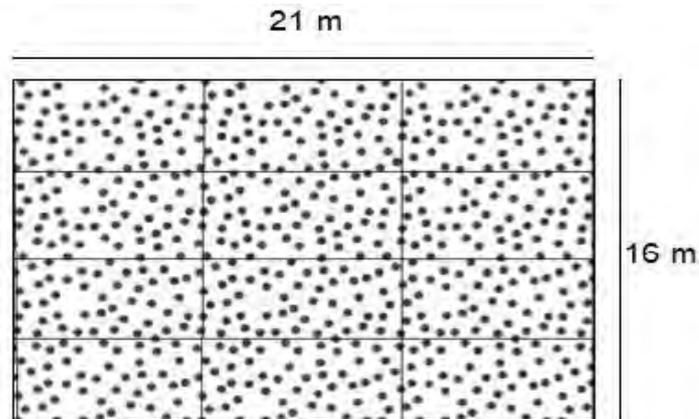


Figura 15. Plaza llena de manifestantes
Fuente: Elaboración propia

- Si usted fuese el periodista, ¿cuál sería su estimación, acerca del número de personas?

El *Problema Pre*, presentado líneas arriba, es un problema que ha sido adaptado de un contexto intra matemático a un contexto extra matemático, el cual, tiene tres requerimientos, los dos primeros son cualitativos y el último es un requerimiento cuantitativo, consideramos que este problema es más sencillo en su solución pues implica que el estudiante se dé cuenta que para hallar lo pedido basta con contar los puntos en uno de los rectángulos pequeños, luego multiplicar la cantidad de puntos en este rectángulo por la cantidad total de rectángulos que conforman la plaza (rectángulo mayor), además, emerge la idea de usar las proporciones con las áreas conocidas de los rectángulos.

Ejemplo de Problema Pos:

El patio principal de un colegio tiene pintado círculos iguales que representan los espacios de reunión en caso de sismo. El diámetro de cada uno de estos círculos mide 5 metros. Por aniversario del colegio, se construyó un escenario rectangular de 3 m x 8 m. Esa misma noche hubo un concierto y como consecuencia, el patio se llenó de alumnos, ex alumnos y profesores. La Figura 17 representa el patio del colegio en el momento en que se lleva a cabo el concierto.

- Estime la cantidad aproximada de público asistente al concierto sabiendo que las dimensiones del patio principal son 14 m x 25 m.

- Si el aforo permitido para el patio principal del colegio es de 700 personas, ¿qué comentario podría hacer al respecto?

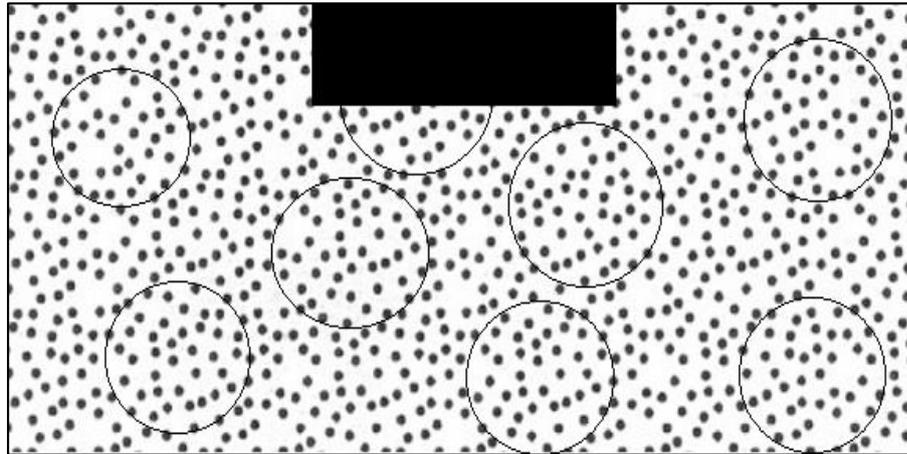


Figura 16. Patio de un colegio

Fuente: Elaboración propia

El *Problema Pos* considerado líneas arriba es un problema más retador que el problema del *Episodio de clase* y que requiere tanto del *Problema Pre* como del problema del *Episodio* para su resolución. Es un problema que tiene dos requerimientos cuantitativos ya que implican cálculos para conseguir un valor numérico. Además, su solución implica el uso de las proporciones entre la cantidad de puntos con el área que la encierra.

A continuación, mostramos un esquema que se basa en la relación y la dificultad gradual del *Episodio de clase*, *Problema Pre* y *Problema Pos*.

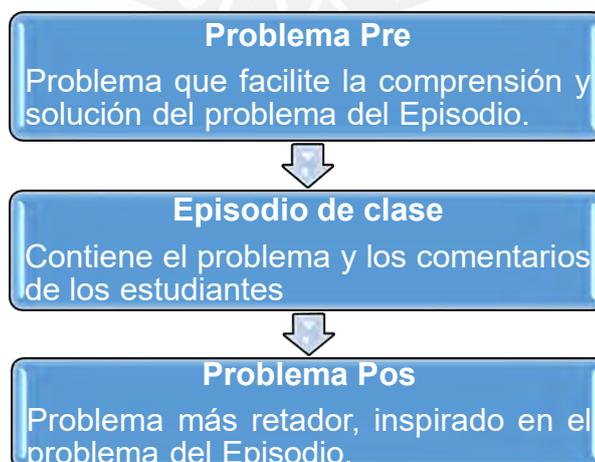


Figura 17. Esquema de la estrategia EPP

Fuente: Adaptado de Malaspina (2017, p.5)

Por lo visto anteriormente, la estrategia EPP consiste en seguir determinados pasos para crear un problema Pre y un problema Pos en base a un Episodio de clase. Estos pasos se dividen en tres etapas, los cuales, según Malaspina (2017), son: Trabajo individual, Trabajo grupal y Socialización.

Etapas para crear problemas por variación, a partir de un episodio de clase

Trabajo individual

- Buscar más de una forma de resolver el episodio de clase.
- Luego de resolver el episodio de clase, o al intentar resolverlo, plantearse preguntas como: “¿Qué pasaría si...?”. Por ejemplo, qué pasaría si la información fuera otra, si el requerimiento fuera diferente, si se considera otro entorno matemático, si se variara el contexto.

Trabajo grupal

- Compartir en grupos (preferentemente a lo más de cuatro integrantes) la solución del episodio de clase y las diversas preguntas “¿Qué pasaría si...?”, efectuadas por cada integrante del grupo.
- Seleccionar, en grupo, las preguntas; luego, analizar las posibles respuestas y decidir las modificaciones para configurar un nuevo problema. pero esta vez, de manera grupal.
- Escribir el enunciado del problema creado y examinar su claridad.
- Resolver ordenadamente el problema creado, teniendo en cuenta, la dificultad de dicho problema y el nivel educativo al que está dirigido.
- Proponer el problema a otro grupo y pedirle solución y comentarios.

Socialización

- Según la disposición del tiempo y número de grupos, exponer, hacia los demás grupos, el problema creado.
- Promover el intercambio de opiniones.
- Revisar la redacción de los problemas expuestos y hacer los ajustes que se consideren necesarios.
- Redondear ideas o conceptos matemáticos que hayan surgido a través de la socialización.

Etapas para crear problemas por elaboración, a partir de una situación dada

La situación, puede ser vinculada con la realidad (es decir, de entorno extra matemático) o de entorno intra matemático.

Trabajo individual

- Observar la situación y anotar toda la información que se vaya encontrando de la misma.
- Examinar las relaciones lógicas y matemáticas que se puede establecer con la información de la situación dada.
- Seleccionar la información que se considere relevante y modificarla si lo cree conveniente.

Trabajo grupal

- Compartir la información decidida individualmente, es decir, las relaciones lógicas y matemáticas que se haya encontrado o establecido para implementarlas en un problema que represente al grupo.
- Examinar qué requerimientos se pueden hacer a partir de la información decidida y sus relaciones lógicas y matemáticas.
- Decidir uno o más requerimientos para darle forma al problema, considerando como contexto la situación dada, o haciendo algunas modificaciones a ésta, además, de un entorno matemático acorde con el nivel educativo en el que se pretende proponer el problema creado.
- Escribir, en grupo, el enunciado del problema y examinar su claridad.
- Revisar la redacción del enunciado y hacer los ajustes que se consideren necesarios.
- Proponer el problema a otro grupo y pedirle solución y comentarios.

Socialización

- Según la disposición del tiempo y número de grupos, exponer, hacia los demás grupos, el problema creado.
- Promover el intercambio de opiniones.
- Redondear ideas o conceptos matemáticos que hayan surgido a través de la socialización.

3.2 Metodología y procedimientos

Metodología

La presente investigación es cualitativa, pues, según Hernández, Fernández y Baptista (2010) la investigación cualitativa permite analizar y describir situaciones, eventos, interacciones y conductas observadas de los individuos (sujetos de estudio). En base a ello es que

emplearemos dicha metodología en esta investigación, dado que, queremos analizar cómo la estrategia EPP estimula la capacidad de crear problemas de proporcionalidad en docentes de primer ciclo.

Además, Martínez (2006) afirma que toda investigación, en particular una investigación cualitativa, tienen dos centros fundamentales de actividades. Estos son:

- Recoger toda la información necesaria y suficiente, que permita alcanzar los objetivos planteados en la investigación y en la solución de dicho problema.
- Estructurar la información de forma lógica y coherente de acuerdo a la teoría que la sustenta.

En esta investigación, se evidencia los dos centros fundamentales explicados en Martínez (2006). La primera, está basada en el recojo de información mediante fichas que contienen secuencias de actividades, entrevistas y un cuestionario de salida. Las fichas y cuestionario de salida son aplicados en un taller dirigido a docentes de matemática de primer ciclo de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC) con el fin de recabar la información que nos permita alcanzar los objetivos (general y específicos) de nuestra investigación. La segunda, está basada en la estructuración de la información obtenida mediante la secuencia de actividades en un taller de creación de problemas, esta estructuración de la información se ordenará en base a lo propuesto por Latorre (1996) quien afirma que: “el proceso de investigación cualitativa admite una gran flexibilidad en el diseño de las distintas fases que la configuran” (p. 204). Además, afirma el autor, el proceso de investigación cualitativa admite una gran variedad de fases y la configuración de éstas, dependen del mismo investigador.

Fases de la investigación

Latorre (1996) afirma que el proceso de investigación cualitativa se puede entender en torno a la secuencia de seis fases articuladas entre sí: Fase exploratoria o de reflexión, fase de planificación, fase de entrada al escenario, fase de recogida y análisis de información, fase de retirada del escenario y fase de elaboración del informe. En la siguiente tabla (tabla 4) se muestra, en resumen, el proceso de investigación cualitativa que resume cada una de las fases antes mencionadas.

Tabla 4. Proceso de la investigación cualitativa

Exploratoria/ Reflexión	Planificación	Entrada al escenario	Recojo y análisis de información	Salida del escenario	Elaboración del informe
<ul style="list-style-type: none"> • Identificación del problema • Cuestiones de investigación • Revisión documental • Perspectiva teórica 	<ul style="list-style-type: none"> • Selección del escenario de investigación • Selección de la estrategia de investigación • Elaboración de instrumentos 	<ul style="list-style-type: none"> • Negociación del acceso • Selección de los participantes • Rol del investigador • Muestreo intencional 	<ul style="list-style-type: none"> • Estrategias de recolección • Técnicas de análisis • Rigor de los análisis 	<ul style="list-style-type: none"> • Finalización de la recopilación de información • Negociación de la retirada • Análisis intensivo de la información 	<ul style="list-style-type: none"> • Tipo de informe • Elaboración del informe

Fuente: Adaptado de Latorre (1996, p.206)

Fase exploratoria

Esta fase consiste en tomar contacto con los temas de interés del estudio de investigación. “Es, como dicen algunos autores, un calentamiento o preparar motores del equipo de investigación” (Latorre, 1996 p.205).

En esta primera fase, se hace una revisión bibliográfica y documental de nuestros antecedentes, relacionados a la enseñanza del objeto matemático proporcionalidad y creación de problemas por variación. Los antecedentes analizados, dan un sustento científico a nuestra investigación. Posteriormente, se plantea la justificación de nuestro trabajo que consiste en mostrar la relevancia de estudiar la creación de problemas de proporcionalidad y como esto se puede implementar a nivel universitario para las carreras de comunicaciones en una universidad particular.

Seguidamente, en esta fase, nos planteamos la siguiente pregunta de investigación: *¿La estrategia EPP (Episodio, Problema Pre, Problema Pos), estimula la capacidad de crear problemas por variación, sobre proporcionalidad, en un grupo de docentes de primer ciclo de las carreras de comunicaciones de una universidad privada?*

Para responder a la pregunta anterior nos planteamos el objetivo general y objetivos específicos que sirvan para poder responder a nuestra interrogante.

Finalmente, se hace referencia al marco teórico a utilizar, que para nuestro caso la de creación de problemas por variación visto en Malaspina (2017). Todo, lo anteriormente mencionado es lo que conforma nuestra fase exploratoria de nuestra investigación.

Fase de planificación

Según Latorre (1996), en esta fase se considera la selección del lugar en donde se realizará la investigación. También, se considera el diseño de la secuencia de actividades a realizar. Seguidamente consideramos a los sujetos participantes en el estudio; y finalmente, los instrumentos que se utilizarán para la recepción y análisis de la información.

Descripción del lugar donde se desarrollará la investigación

Nuestra investigación se desarrollará en una de las sedes de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC), ubicada en el distrito de San Miguel, Lima - Perú. Esta sede se creó en el año 2015 y ofrece más de veinte carreras profesionales, entre ellas las carreras de comunicaciones. La universidad, que cuenta con cuatro sedes distribuidas en cuatro distintos distritos de la capital de limeña, cuenta con una población estudiantil de aproximadamente treinta mil estudiantes entre los programas de pre grado, pos grado y EPE (carreras para gente que trabaja).

Cabe especificar que las aulas de esta universidad son ambientes amplios e iluminados. Además, cuentan con proyectores y un ambiente ventilado, lo que hace de este un lugar agradable para dictar clases o alguna capacitación para los docentes participantes.

Selección de la estrategia de investigación:

Dado que, tenemos a una de las sedes de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC) ubicada en el distrito de San Miguel, Lima – Perú, como el lugar en donde se desarrollará nuestra investigación, consideramos usar las aulas de su instalación para poder recabar la información a través de secuencias de actividades que serán implementadas en un taller sobre creación de problemas por variación, dirigido a docentes de matemáticas que trabajan en esta universidad y dictan en el primer ciclo de las carreras de comunicaciones. Al recabar la información, lo que se hará será ordenarla y analizarla para poder sacar conclusiones en base al objetivo de esta investigación.

Diseño de la secuencia de las actividades

A continuación, se detalla el diseño de cada una de las dos sesiones del “*taller de creación de problemas con docentes de matemáticas de primer ciclo de las carreras de Comunicaciones*” mediante la siguiente tabla:

Tabla 5. Diseño de la sesión

Diseño de la sesión: 12 de octubre del 2019				
Hora	Tiempo	Actividades	Materiales	Objetivo
3:00 p.m	10 minutos	Recepción. Presentación del taller, del objeto matemático y del objetivo general de la investigación.	PPT: Diapositiva	Que los participantes tengan claro cuáles son los objetivos de la investigación a los que se quiere llegar finalizado el taller.
3:10 p.m	10 Minutos	Recolección de datos informativos relevantes de cada docente participante del taller.	Ficha de datos informativos.	Recoger información relevante de cada participante para su posterior análisis.
3:20 p.m	15 Minutos	Aplicación de la prueba diagnóstico	Ficha de Prueba diagnóstico	Recoger información de cada participante sobre su capacidad actual para crear problemas.
3:35 p.m	15 Minutos	Presentación del enfoque de Creación de Problemas según Malaspina 2013 y Malaspina 2017	PPT: Diapositiva	Familiarizar a los participantes los conceptos, criterios y estrategias que se implementarán para la creación de problemas. Absolver preguntas de los docentes asistentes al Taller

3:50 p.m	20 Minutos	Actividad individual (Fase 1)	Episodio de clase	Analizar el episodio y crear un problema pre de forma individual.
4:10 pm	20 Minutos	Actividad grupal (Fase 2)	Episodio de clase	Crear, de forma grupal, un problema Pre.
4:30 pm	25 Minutos	Socialización (Fase 3)	Problema Pre creado de manera grupal	Recoger las opiniones de los demás participantes del taller para mejorar el problema pre.
4:55 pm	15 Minutos	- Actividad individual (Fase 1)	Episodio de clase.	crear un problema pos de forma individual.
5:10 pm	20 Minutos	Actividad grupal (Fase 2)	Episodio de clase	Crear, de forma grupal, un problema Pos.
5:30 pm	25 Minutos	Socialización (Fase 3)	Problema Pos creado de manera grupal.	Recoger las opiniones de los demás participantes del taller para mejorar el problema Pos.
5:55 pm	15 Minutos	Aplicación de la prueba de salida	Ficha de prueba de salida.	Recoger evidencias sobre la capacidad creadora de los docentes participantes al finalizar el taller.
6:05 pm	10 Minutos	Aplicación del cuestionario de salida.	Ficha de cuestionario de salida.	Recoger las impresiones finales de los docentes

				participantes al terminar el taller.
6:15 pm	20 Minutos	Cierre del taller	PPT: Diapositivas	Recoger las impresiones de los profesores participantes.

Participantes del estudio

En un inicio, se consideró trabajar con los docentes de matemática del primer ciclo de las carreras de comunicaciones de la UPC, dado que, en el plan de estudio del curso que ellos dictan, se encuentra el objeto matemático proporcionalidad.

Los docentes de matemática de las carreras de comunicaciones provienen de las carreras profesionales de: matemática, ingeniería y educación, algunos con maestría y doctorados, en distintas universidades de prestigio en el Perú y el extranjero. Cabe precisar que ellos reciben capacitaciones constantes que les brinda la universidad en la que trabajan, sin embargo, no habían recibido una capacitación específica sobre creación de problemas.

Se elaboró un taller sobre creación de problemas y se invitó al grupo de docentes a participar de dicho taller, sin embargo, por cuestiones de horarios e inconvenientes de índole personal, sólo asistieron cuatro docentes al taller. De esta manera, los participantes del estudio en esta investigación son ese grupo de cuatro docentes que participaron del taller.

A partir de este momento, usaremos los códigos: D01, D02, D03 y D04 para referirnos a los docentes participantes del taller de creación de problemas. Las características específicas de cada uno de estos docentes serán detalladas en el Capítulo IV de esta investigación.

Elaboración de instrumentos y materiales

Los instrumentos y materiales en esta investigación han sido adaptados de los trabajos de Aguilar (2018) y Martínez (2015) ambos trabajos son tesis de maestría publicadas en la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP).

Para esta investigación se usarán los siguientes instrumentos y materiales que serán implementados en un taller sobre creación de problemas dirigido a los docentes participantes del estudio. A continuación, se tiene los instrumentos y materiales de recojo de información:

- Presentación de diapositivas en PowerPoint en donde se muestre los objetivos de la investigación, el enfoque de creación de problemas y el episodio de clase.
- Ficha exploratoria
- Ficha de salida
- Cuestionario de salida
- Rúbrica para el análisis de la información recolectada

Tabla 6. Instrumentos de recojo de información

Instrumento de recojo de información	Anexo
<p>Datos informativos</p> <p>Ficha para recolectar datos relevantes de cada docente participante del taller.</p>	Anexo 2
<p>Prueba diagnóstico</p> <p>Prueba para identificar la capacidad de crear problemas de los docentes antes de participar en la secuencia de actividades basadas en la estrategia EPP.</p>	Anexo 3
<p>Episodio de clase – Fase 1 – Actividad individual</p> <p>Ficha para crear y resolver un problema Pre y un problema Pos de manera individual.</p>	Anexo 4
<p>Episodio de clase – Fase 2 – Actividad grupal</p> <p>Ficha para crear y resolver un problema Pre y un problema Pos de manera grupal.</p>	Anexo 5
<p>Episodio de clase – Fase 3 – Socialización</p> <p>Intercambiar experiencias e ideas con los demás participantes del taller para mejorar los problemas creados.</p>	Anexo 6
<p>Prueba de salida</p> <p>Para identificar la capacidad de crear problemas por variación luego de haber participado en las actividades del taller.</p>	Anexo 7

<p>Cuestionario de salida</p> <p>Para recoger las impresiones generales de los docentes participantes al concluir su experiencia en el taller de creación de problemas.</p>	<p>Anexo 8</p>
--	----------------

Fuente: Adaptado de Martínez (2015) y Aguilar (2018)

Rúbrica para analizar los problemas creados por variación

Para medir la calidad de un problema creado por variación, se emplea una rúbrica adaptada de la tesis de Martínez (2015). Esta nos permitirá identificar y describir la capacidad creadora de los docentes participantes del taller.

El análisis de la calidad del problema creado por variación que haremos en esta investigación, está basado en los conceptos de: flexibilidad, originalidad y fluidez según Malaspina (2014). A continuación, se muestra a detalle cada aspecto considerado para medir la calidad de un problema por variación; además, de la distribución del puntaje que le corresponde según cumpla con el indicador propuesto:

Tabla 7. Aspectos a considerar para analizar la calidad del problema creado por variación

Flexibilidad	Originalidad	Fluidez
<p>Si el problema creado por variación, refleja modificaciones con amplitud y va más allá de cambios simples y ligeros con respecto al problema inicial.</p>	<p>Si el problema creado por variación, refleja novedad con creatividad respecto al problema inicial y respecto al problema de otros docentes participantes</p>	<p>Si en el problema creado por variación, se propone más requerimientos que el problema dado inicialmente.</p>
<p style="text-align: center;">Distribución del puntaje</p> <p>Se otorga un punto (1) por cada una de las siguientes consideraciones:</p>		
<p>(1) Si considera uno o más requerimientos de dificultad gradual.</p>	<p>(1) Si es el único problema creado diferente a los demás.</p>	<p>(1) Si propone un problema con cuatro requerimientos.</p>

(1) Si el (los) requerimiento(s) puede(n) responderse de varias maneras.	(1) Si el problema es uno de los dos que se distingue de los demás.	(1) Si propone un problema con tres requerimientos.
(1) Si favorece la conexión con otros temas matemáticos.	(1) Si el problema presenta novedad en la información dada.	(1) Si propone un problema con dos requerimientos.
(1) Si favorece a la conexión con otras áreas del conocimiento.	(1) Si el problema presenta novedad en el requerimiento	(1) Si propone un problema con un requerimiento.

Fuente: Adaptado de Martínez (2015) y Aguilar (2018)

Según Martínez (2015) para obtener resultados cualitativos de la evaluación de los problemas creados por variación es necesario “establecer equivalencias entre los criterios numéricos y los cualitativos para facilitar la comprensión del análisis” (p.64). De esta manera se establecen las siguientes categorías según el puntaje alcanzado:

Tabla 8. Calificación cualitativa de un problema creado por variación

Puntaje	Calificación cualitativa de la calidad
1 - 4	Baja
5 - 8	Media
9 - 12	Alta

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

Tabla 9. Rúbrica para analizar los problemas creados por variación

RÚBRICA PARA ANALIZAR EL PROBLEMA CREADO							
Docente:		Nombre de la actividad:				Tipo de problema	
Problema creado:						Problema de valor faltante.	
						Problema de comparación.	
						Problema cualitativo de predicción o de comparación.	
						Otros:	
Elementos fundamentales del problema creado							
Información		Requerimiento		Contexto		Entorno matemático	
Modificación cuantitativa	Modificación relacional	Modificación cuantitativa	Modificación cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Proporciones	
						Ecuaciones lineales	
						Funciones lineales	
						Otros (especifique)	
Calidad del problema creado							
Flexibilidad		Originalidad		Fluidez		Puntaje total	
Hay Requerimiento(s) de dificultad gradual. () El (los) requerimiento(s) se responde(n) de varias maneras. () Favorece la conexión con otros temas matemáticos. () Favorece la conexión con otras áreas del conocimiento. ()		Es el único problema diferente a los demás. () Es uno de los dos problemas diferente a los demás. () El problema presenta novedad en la información dada. () El problema presenta novedad en el requerimiento. ()		El problema tiene un requerimiento. () El problema tiene dos requerimientos. () El problema tiene tres requerimientos. () El problema tiene cuatro requerimientos. ()			
Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Calidad alcanzada	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015) y Aguilar (2018)

Fase de entrada al escenario

Según Latorre (1996) en esta fase se negocia el acceso a la institución y a las personas implicadas.

El acceso al escenario es un proceso, en el sentido que el investigador pueda ir donde desee, observar lo que quiera, hablar con las personas que precise, obtener y leer los documentos, y hacer todo esto durante el tiempo que necesite para los propósitos de la investigación (Latorre, 1996, p.210).

En esta fase se realizó la negociación con los directivos de la universidad para obtener los permisos requeridos. Se negoció, con los docentes el día y la cantidad de horas que durará la sesión del taller de creación de problemas por variación.

En un inicio, se tenía planeado que el investigador dictara el taller y un docente, del grupo de invitados, estaría como apoyo para hacer anotaciones y observar el comportamiento de los docentes durante la implementación de las secuencias de actividades. Sin embargo, al ser pocos los asistentes (cuatro docentes), el docente de apoyo (observador) pasó a ser parte de los participantes del taller.

De este modo, el papel del investigador fue de dictar el taller y dirigir la secuencia de actividades, propiciando la interacción con todos los docentes participantes. Para la presentación de los conceptos y ejemplos sobre creación de problemas, se presentó unas diapositivas según se muestran en el Anexo 1.

Fase de recogida y análisis de la información

La implementación de las secuencias de actividades se realizó en un taller de creación de problemas que duró una sola sesión de toda una tarde, cuyo diseño se encuentra a detalle en la Tabla 5.

Según Latorre (1996) “los datos cualitativos están constituidos mayormente de palabras y acciones, en base a ello, las técnicas más útiles para recoger esta información suelen ser la observación, las entrevistas y el análisis de documentos” (p.212).

El investigador (quien dictó y dirigió el taller de creación de problemas), repartió las fichas de actividades siguiendo el tiempo establecido en el diseño de la sesión (ver Tabla 5), de esta manera se fue recogiendo la información y complementándola con las observaciones y anotaciones que él mismo hacía. Una vez de aplicado el taller, se aplicó un cuestionario de salida (ver Anexo 8) para saber cuáles eran las impresiones de los docentes participantes. Finalmente, para el análisis de toda la información recabada, nos apoyamos en: nuestro marco teórico, entrevistas a los docentes sujetos de estudio; y en nuestros antecedentes, como, por

ejemplo, los trabajos de Aguilar (2018) y Martínez (2015), que sirvieron como base de nuestra investigación.

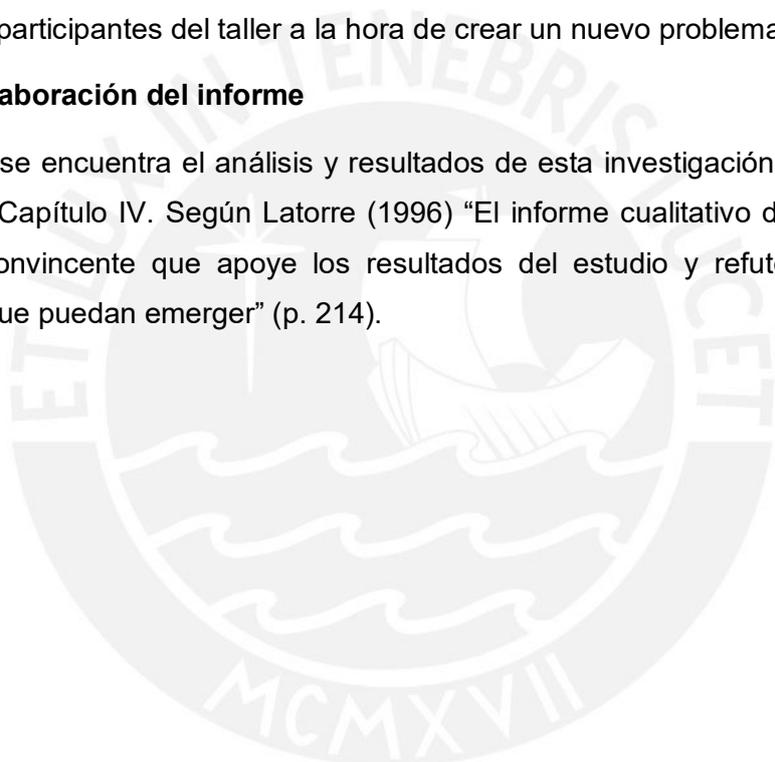
Fase de retirada del escenario

Según Latorre (1996) antes de retirarse del escenario, el investigador debe informar a las autoridades de la institución sobre la finalización del estudio realizado y debe dejar abierta la posibilidad de volver. A esto el autor lo llama: “Negociación de la retirada”.

Esta negociación de la retirada se dio en nuestra investigación, ya que, se coordinó (con los docentes participantes del taller) una entrevista basada en la elaboración del problema que elaboró cada participante. Esto, con el fin de entender la idea y las motivaciones que tuvieron los docentes participantes del taller a la hora de crear un nuevo problema por variación.

Fase de la elaboración del informe

En esta fase se encuentra el análisis y resultados de esta investigación, el cual, veremos a detalle en el Capítulo IV. Según Latorre (1996) “El informe cualitativo debe ser sólido y de argumento convincente que apoye los resultados del estudio y refute las explicaciones alternativas que puedan emerger” (p. 214).



CAPITULO IV: PARTE EXPERIMENTAL Y ANALISIS DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo, se analizará detalladamente todos los aspectos relacionados a las actividades implementadas en el taller de creación de problemas. Primero, se hará un análisis general de cada actividad, mostrando como resultado alguna de las respuestas de los docentes participantes del taller. Seguidamente, nos concentraremos en analizar a detalle las producciones de los docentes D02 Y D04. Estos resultados fueron registrados a través de los instrumentos de recojo de información según se detalla en la Tabla 6 presentada anteriormente.

4.1 Datos informativos de los docentes participantes del taller:

Fueron cuatro los docentes participantes del taller de creación de problemas de proporcionalidad, realizado el día sábado 12 de octubre del 2019. A continuación, en la Tabla 10 presentamos toda la información obtenida a través de la ficha de recolección de datos (ver anexo 2) repartida al inicio del taller a todos los docentes participantes. Seguidamente, daremos algunos alcances de lo que observamos de toda esta data presentada.

Tabla 10. Resultados de la ficha: Datos informativos

Docente participante	D01	D02	D03	D04
Carrera estudiada	Educación matemática y física	Educación matemática	Ingeniería Eléctrica	Matemática
Último grado académico alcanzado.	Magíster en enseñanza de las matemáticas.	Licenciado en educación. (Maestría en proceso)	Doctor en educación.	Bachiller en matemática. (Maestría en proceso)
Tipo de institución en donde alcanzó el último grado académico.	Universidad privada	Universidad privada	Universidad pública	Universidad pública
Tiempo de servicio en la UPC	2 años	10 meses	21 años	2 años

Tiempo de servicio en la docencia (considerando otras universidades o institutos superiores).	10 años	3 años	30 años	4 años
¿Ha recibido alguna capacitación sobre creación de problemas?	No	No	No	No
¿Cuál es la fuente principal de los ejercicios y problemas que propone a sus estudiantes?	Descargados de internet y luego modificados según el objetivo.	Archivos encontrados en internet.	Mis conocimientos y mi creatividad	Revistas, artículos, periódicos.
Porcentaje aproximado de problemas creados por su autoría	30%	5%	90%	30%
Expectativas sobre el taller de creación de problemas.	Conocer técnicas y pasos para crear problemas de forma rápida.	Aprender a crear problemas y tener insumos para mi propia investigación.	Aprender técnicas para elaborar problemas.	Aprender los pasos o técnicas que se siguen para crear problemas.

Fuente: Elaboración propia

Según lo mostrado en la Tabla 10, podemos afirmar lo siguiente:

- Los sujetos participantes del taller lo conforman un grupo heterogéneo de profesionales, en el sentido de que tienen formación académica diferente, dado que, provienen de carreras distintas (los docentes D01 y D02 provienen de la carrera de

educación, el docente D03 ha estudiado una carrera de ingeniería eléctrica; y finalmente, el docente D04 proviene de la carrera de matemática). Creemos que, al momento de crear un problema de matemática (en particular un problema de proporcionalidad), los docentes participantes podrían estar sujetos a algún tipo de influencia académica debido al tipo de formación que han tenido.

- El grado académico alcanzado por cada docente participante es distinto (dos de ellos estudian una maestría), hay desde el grado de bachiller hasta el grado de doctor. Además, el 50% proviene de alguna universidad nacional y el otro 50% de una universidad particular. Creemos que la rigurosidad matemática en su formación e incluso la calidad de enseñanza que ofrece la universidad, podrían tener una influencia al momento de plantear un problema.
- Cada docente participante del taller tiene una distinta cantidad de años de experiencia dictando dentro de la UPC; y en general, una distinta cantidad de años de experiencia en la docencia universitaria incluyendo otras universidades e institutos. Esto nos hace pensar que posiblemente haya una relación entre la cantidad de años de experiencia dictando y la capacidad de crear problemas matemáticos. Es decir, a medida que el docente cuente con más años de experiencia dictando, este tendrá, una mayor capacidad o facilidad para crear problemas de matemática.
- Según la información presentada en la Tabla 10, ningún docente, participante del taller, ha recibido alguna capacitación sobre creación de problemas. Consideramos que, esto es una problemática muy frecuente con los docentes en todo nivel, dado que, en nuestro sistema educativo no existe una cultura de capacitar al docente en creación de problemas, a pesar que se le exige al estudiante (desde la educación básica regular) a que creen sus propios problemas matemáticos según el tema estudiado.
- Según la información presentada en la Tabla 10, la mayoría de los docentes participantes del taller tienen como fuente principal de información (para plantear problemas) archivos, revistas u artículos encontrados en internet. Sólo el docente D03 afirma basarse en sus conocimientos y creatividad como fuente de información. Esto, se reafirma, al preguntarle sobre el porcentaje aproximado de problemas creados por su autoría; en ello, este docente, considera un porcentaje de 90% con lo cual esta información podría estar directamente relacionada con los años de experiencia que tiene en la docencia universitaria.
- Si bien todos los docentes participantes pueden tener distintos intereses sobre el taller dictado, como, por ejemplo, el docente D02 que está interesado en la creación de problemas para una futura investigación, en general, todos apuntan a una misma

expectativa que es aprender paso a paso las técnicas que se siguen para poder crear un problema.

4.2 Implementación de la prueba diagnóstica:

La prueba diagnóstica se realizó a inicios del taller, según el cronograma mostrado para el diseño de la sesión (ver tabla 5). Esta prueba la dieron todos los docentes participantes, sin embargo, cabe precisar que el docente D01 llegó un poco tarde y no pudo concluir con esta actividad. La prueba diagnóstica constó de tres preguntas (ver Anexo 3), las cuales presentaremos algunos comentarios generales que detallamos a continuación:

La pregunta 1 de la prueba diagnóstica (ver figura 19) nos permite saber cómo el docente participante del taller tiene interiorizado el concepto de proporcionalidad. En ese sentido, consideramos que, si el docente tiene los conceptos claros y no sólo se basa en ejemplos particulares, entonces dicho docente tendrá más herramientas para crear un problema rico en información y contenido.

A continuación, en la figura 19, mostramos la pregunta 1 de la prueba diagnóstica, luego proponemos una posible respuesta.

1. Explique con sus propias palabras cuándo dos magnitudes son proporcionales. Proponga un ejemplo.

Figura 18. Pregunta 1 de la prueba diagnóstica

La respuesta esperada a esta pregunta es la siguiente:

Dadas dos magnitudes $x \in \mathbb{R}$ e $y \in \mathbb{R} - \{0\}$, se dice que x es (directamente) proporcional a y si:

$$\frac{x}{y} = k, \text{ donde } k \text{ es una constante real}$$

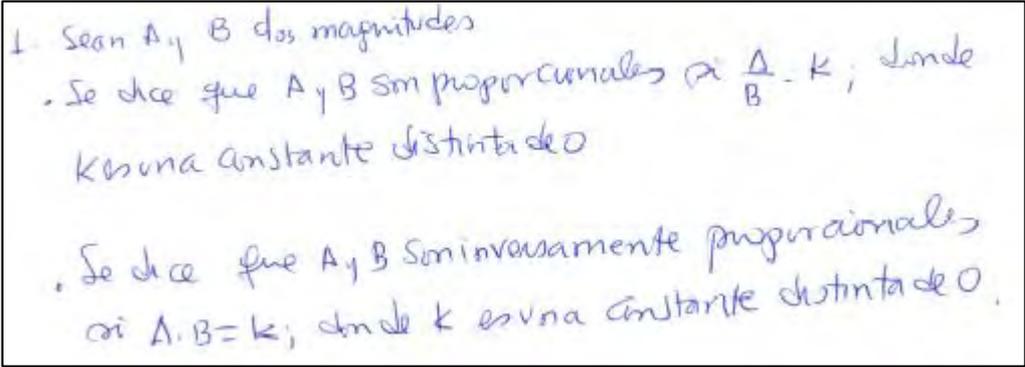
Dadas dos magnitudes $x \in \mathbb{R}$ e $y \in \mathbb{R}$, se dice que x es inversamente proporcional a y si:

$$x \cdot y = k, \text{ donde } k \text{ es una constante real}$$

Cabe precisar que, frente a esta pregunta, surgió la duda, en los participantes del taller, sobre si es que se debe responder sólo en base a la proporcionalidad directa o ambas proporcionalidades a la vez (directa e inversa). Sin embargo, se les dio la libertad de que respondan según su criterio. Como consecuencia de ello, no todos los docentes participantes respondieron de la misma forma, por ejemplo, el docente D01, D02 y D04 respondieron en

base a magnitudes directamente proporcionales, sin embargo, el docente D03 respondió en base a ambas (proporcionalidad directa y proporcionalidad inversa).

A continuación, veamos la respuesta por parte del docente D03 como se aprecia en la Figura 13.

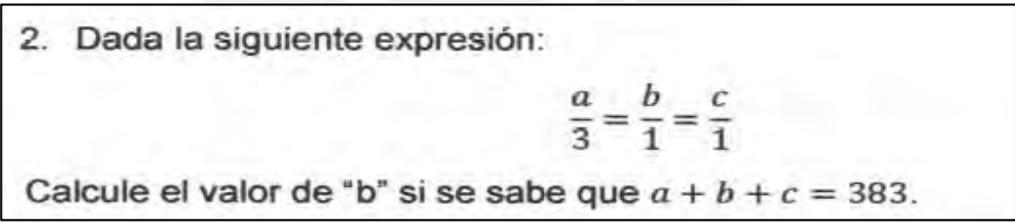


1. Sean A, B dos magnitudes
- Se dice que A y B son proporcionales si $\frac{A}{B} = k$; donde k es una constante distinta de 0.
- Se dice que A y B son inversamente proporcionales si $A \cdot B = k$; donde k es una constante distinta de 0.

Figura 19. Respuesta del docente D03 a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica

Según lo que se observa en la Figura 20, el docente D03 entiende de manera amplia la pregunta propuesta, es decir, no sólo se limita a definir magnitudes directamente proporcionales, sino que también aborda a las magnitudes inversamente proporcionales; sin embargo, no propone un ejemplo concreto. Cabe precisar que los únicos docentes que plantearon algún ejemplo para esta pregunta son los docentes D01 y D04.

En la pregunta 2 (ver Figura 21) se propone un problema de tal manera que el docente participante lo resuelva empleando el método que crea conveniente para llegar a la respuesta requerida.



2. Dada la siguiente expresión:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{1} = \frac{c}{1}$$

Calcule el valor de "b" si se sabe que $a + b + c = 383$.

Figura 20. Pregunta N° 2 de la Prueba diagnóstica

El fin de la pregunta planteada es analizar cómo los docentes abordan este tipo de preguntas ya que eso podría influir en la creación de problemas de este tipo. Otro objetivo de esta pregunta es que los participantes del taller vayan adaptándose a la estructura de este tipo de problemas pues se retomará nuevamente en la pregunta 3 de la prueba diagnóstica (ver Figura 15). Además, estará en el Episodio de Clase el cual detallaremos más adelante.

La respuesta esperada a este problema es la siguiente:

Solución 1.

Dado que

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{1} = \frac{c}{1} = k$$

Entonces, se tiene:

$$a = 3k ; b = k \text{ y } c = k$$

Luego, sumando obtenemos: $a + b + c = 5k$

Pero del dato, $a + b + c = 5k = 383$

Entonces $k = 76,6$

Piden el valor de $b = k = 76,6$

Otra forma de resolver el problema es usar las propiedades de magnitudes proporcionales.

Esto es:

Solución 2.

Dado que

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{1} = \frac{c}{1}$$

Entonces se cumple:

$$\frac{a + b + c}{3 + 1 + 1} = \frac{b}{1}$$

De donde, se obtiene:

$$b = \frac{383}{5} = 76,6$$

Con respecto a la esta pregunta, todos los docentes participantes del taller resuelven sin dificultad el problema, la técnica utilizada por todos ellos es la que se muestra en la solución 1; sin embargo, el docente D03 también resuelve el problema de la forma que indica la solución 2.

En la pregunta 3 (ver Figura 22) Se les pide a los participantes del taller crear uno o más problemas, manteniendo la estructura del problema de la pregunta 2 (ver Figura 21). El objetivo de esta pregunta es analizar mediante una rúbrica (ver tabla 9) la capacidad creadora de problemas que tienen los docentes participantes al inicio del taller.

3. Basado en la estructura del problema anterior, plantee uno o más problemas en un contexto extra matemático (las cantidades numéricas son solo referenciales, los puede variar a su criterio).

Figura 21. Pregunta 3 de la prueba diagnóstica

El objetivo de la pregunta 3 es identificar la capacidad creadora de cada participante antes de iniciar el taller de creación de problemas. La identificación de la capacidad creadora de problemas se hará en base a un análisis riguroso y utilizando los conceptos de flexibilidad, originalidad y fluidez vistos en Malaspina (2014), este análisis, también se hará en base a una rúbrica (ver Tabla 9) adaptada de Martínez (2015) y Aguilar (2018). Esta rúbrica, nos servirá para asignarle un puntaje al problema creado por el docente participante.

Otro objetivo de esta pregunta es que los participantes del taller se familiaricen desde un inicio con la creación de problemas y con la forma de abordar estos tipos de problemas, ya que, más adelante, se les pedirá a los docentes participantes, que planteen un *Problema Pre* y un *Problema Pos* en base a un Episodio de clase cuya solución está basado en la pregunta N°2 (ver Figura 21). Además, se le pide al participante que plantee uno o más problemas, dejando la cantidad a criterio de ellos mismos, ya que, esto nos sirve analizar la *fluidez* que tienen los participantes al crear sus problemas antes del inicio del taller.

Los docentes participantes D02, D03 y D04 crearon sus problemas según lo solicitado en la pregunta N°3 (ver Figura 22) de la prueba diagnóstica. El docente D01 no pudo terminar de crear un problema, ya que, lamentablemente no le alcanzó el tiempo, pues este llegó un poco tarde al taller. Los docentes D02 y D04 crearon un solo problema cada uno, sin embargo, el docente D03 planteó 2 problemas según se muestra en la Figura 16.

3.9) En un negocio Douglas, Carlos y Rolando han invertido \$38, \$33 y \$114 respectivamente. Luego de un mes logran obtener una utilidad de \$3800. ¿Cuál es la utilidad que le corresponde a Carlos?

So)

Douglas: 38	→	1	→	La utilidad será proporcional a estos números
Carlos: 33	→	1		
Rolando: 114	→	3		

→ $\frac{3800}{5} = 760$ es lo que le corresponde a Carlos

b) Douglas, Carlos y Rolando tienen \$50, \$60 y \$120. Cada uno de ellos tienen gastos que realizar: Douglas debe gastar 152 soles, Carlos ~~33~~ más y Rolando 14 más que el doble de lo que gasta Douglas.
Tipo de cambio: 1 dólar = 3,8 soles
Si con lo que C/U de ellos tiene finalmente, Douglas les propone invertir en un negocio rentando. ¿Cuánto recibirán cada uno si se tiene una utilidad de \$1000?

Figura 22. Problemas creados por el docente D03 en la prueba diagnóstica

Los problemas planteados por el docente D03 muestran la buena capacidad creadora (en términos de *flexibilidad, originalidad y fluidez*) que este tiene, pues no se limitó a crear un solo problema (como sí lo hicieron los otros docentes), sino que, se explayó a crear más. Cabe precisar que, según la información recabada de este docente, al inicio del taller (ver Tabla 10), se sabe que tiene 21 años trabajando en UPC y 30 años en total trabajando en docencia entre universidades y/o institutos. Además, afirma que aproximadamente el 90% de los problemas que plantea en el aula son de su autoría. Esto nos muestra que la experiencia y el entrenamiento que ha tenido, al plantear sus propios problemas en clase, ha permitido tener un mayor *fluidez, flexibilidad y originalidad* con respecto a los otros docentes participantes del taller.

4.3 Implementación de Episodio de clase:

Como podemos observar en el diseño de la sesión (ver Tabla 10), hubo un momento en el taller en el que se implementó el *Episodio de clase*. Primero, a todos los docentes participantes del taller se les repartió una ficha como la que se muestra en la Figura 24 y se les pidió que la leyeran y analizaran. Segundo, se les pidió que resolvieran el problema del *Episodio* de manera individual. Cabe resaltar que la solución se plantea de la misma manera como se resuelve la pregunta 2 (ver Figura 21) de la Prueba diagnóstica.

Episodio de clase

El docente Ramos propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Para obtener una buena preparación de Pisco Sour se recomienda lo siguiente: por cada tres medidas de Pisco puro, añadir una medida de zumo de limón y una de jarabe de goma. Si se tiene una copa cuya capacidad es de 383 ml.

Asumiendo que sólo se necesita de estos tres ingredientes, responda lo siguiente:

- a) ¿Cuál es la cantidad máxima (en mililitros) de zumo de limón que se debe verter en la copa vacía para preparar dicho Pisco Sour?
- b) Si las medidas en mililitros de estos ingredientes deben ser números enteros, ¿cuál debe ser la mayor cantidad de pisco puro que se debe verter en la copa vacía para preparar el Pisco Sour?

Algunos estudiantes comentan:

-María: Sé que es un problema de proporcionalidad, pero en la pregunta a) el "k" no me sale un número entero.

-Carlos: Creo que no se puede determinar ya que no me dan la equivalencia entre una medida y la cantidad de mililitros que esta ocupa en la copa.

-Raúl: Para la parte b) ¿hay varias respuestas?

Figura 23. Episodio de clase

Fuente: Elaboración propia

La solución es la siguiente:

Para tener una buena preparación de Pisco Sour se tiene los ingredientes, en la siguiente proporción:

$$\frac{\text{Pisco puro}}{3} = \frac{\text{zumo de limón}}{1} = \frac{\text{jarabe de goma}}{1} = k$$

Luego, se tiene:

$$\text{Pisco puro} = 3k$$

$$\text{zumo de limón} = k$$

$$\text{jarabe de goma} = k$$

a) Dada que la capacidad de la copa usada es de 383 ml, se tiene:

$$3k + k + k = 383$$

$$5k = 383$$

$$k = 76,6$$

$$\text{Pisco puro} = 3k = 3(76,6) = 229,8 \text{ ml}$$

$$\text{zumo de limón} = k = 76,6 \text{ ml}$$

$$\text{jarabe de goma} = k = 76,6 \text{ ml}$$

Por lo tanto, la cantidad máxima de zumo de limón que se debe verter a la copa vacía de 383ml de capacidad para preparar un Pisco Sour en dicha copa es 76,6 ml.

b) Dado que, las medidas en mililitros de cada ingrediente deben ser números enteros, entonces, una posibilidad sería redondear el valor de $k = 76,6$ hallado en el ítem a).

Si $k = 77$ as cantidades obtenidas en el ítem a) serían:

$$\text{Pisco puro} = 3(77) = 231 \text{ ml.}$$

$$\text{zumo de limón} = 77 \text{ ml.}$$

$$\text{jarabe de goma} = 77 \text{ ml.}$$

Sin embargo, al sumar todas estas cantidades nos daría:

$$231 \text{ ml} + 77 \text{ ml} + 77 \text{ ml} = 385 \text{ ml}$$

Con lo cual estaríamos sobrepasando la capacidad de la copa que es 383ml.

Así que tenemos que redondear las cantidades anteriores al número inmediato inferior (es decir $k = 76$) de esta manera, tenemos las medidas máximas de los ingredientes que se pueden verter a la copa, sin sobrepasar su capacidad.

Pisco puro = $3(76) = 228 \text{ ml}$.

zum de limón = 76 ml .

jarabe de goma = 76 ml .

Por lo tanto, la mayor cantidad entera, en mililitros, de Pisco puro que se debe verter a la copa es de 228 ml .

Luego que cada docente participante del taller analizó y resolvió de manera individual el problema del *Episodio de clase*. Se les solicitó que creen un *Problema Pre* (es decir un problema que facilite la comprensión y la solución del problema del episodio) de manera individual. Los docentes no tuvieron inconveniente en hacer lo que se les solicitó, salvo el docente D02 quien sí tuvo inconvenientes para crear su *Problema Pre* de manera individual. Seguidamente se formaron dos grupos de dos integrantes. El primer grupo estuvo conformado por los docentes D01 y D02, el segundo grupo conformado por los docentes D03 y D04. Luego de haberse formado los grupos, se les solicitó que planteen un *Problema Pre* por el grupo teniendo en cuenta los *Problemas Pre* creados anteriormente de manera individual por cada docente participante. Una vez obtenido un problema grupal, se le pidió a cada grupo comentar el problema creado por variación ante los demás participantes. Así, el grupo N°1 socializó su problema creado y los demás participantes dieron sugerencias para mejorar dicho problema. Lo mismo se hizo cuando el grupo N°2 socializó su problema creado por variación. De esta manera se obtuvieron dos *Problemas Pre* (uno por cada grupo).

4.4 Implementación de la Prueba de salida:

Siguiendo con el diseño de la sesión (ver Tabla 10), después de discutir y analizar el *Problema Pre* y *Problema Pos*, en base al *Episodio de clase* (ver Figura 24) mostrado a todos los docentes participantes del taller, se implementó una prueba de salida. El objetivo de esta prueba es medir, mediante la rúbrica, la capacidad creadora de los participantes luego de haber practicado con estrategia EPP.

Prueba de salida

Juan prepara limonada light (sin azúcar) en tres jarras distintas. Las jarras son las que se muestran en la figura 1. En la jarra 1 mezcla dos vasos de agua y uno de zumo de limón, en la jarra 2 mezcla tres vasos de agua y dos de zumo de limón y finalmente, en la jarra 3, mezcla cinco vasos de agua con tres de zumo de limón. ¿En cuál de las tres jarras el sabor a limón es menos intenso?



Figura 1

- Proponga un **Problema Pre** (problema que facilite la comprensión y solución del problema de episodio).
- Proponga un **Problema Pos** (problema más retador que el episodio). El haber resuelto el problema pre creado y el problema del Episodio, debería ayudar a resolver el Problema Pos que se proponga.

Figura 24. Prueba de salida

Fuente: Elaboración propia

El problema que se muestra en la Figura 25 ha sido diseñado pensando en la forma de los problemas anteriores (prueba diagnóstica y *Episodio de clase*), de tal manera que tenga una conexión con los problemas ya vistos y de esta manera el docente participante del taller tenga la práctica suficiente para realizar su producción final del taller. Para resolver el problema no es necesario analizar la forma de cada jarra, sino más bien, la relación entre la cantidad de zumo de limón y la cantidad de agua. Una forma de resolver el problema es como se muestra a continuación:

	Jarra 1	Jarra 2	Jarra 3
$\frac{\text{Zumo de limón}}{\text{Agua}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$

Homogenizando tenemos:

	Jarra 1	Jarra 2	Jarra 3
$\frac{\text{Zum de limón}}{\text{Agua}}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{20}{30}$	$\frac{18}{30}$

Luego, tenemos que, en la jarra 1, por cada 30 vasos de agua, 15 son de zumo de limón. En la jarra 2, por cada 30 vasos de agua, 20 son de zumo de limón. Y finalmente, en la jarra 3, por cada 30 vasos de agua 18 son de zumo de limón. Por lo tanto, el sabor a limón es menos intenso en la jarra 1.

Cabe precisar que, no todos los docentes participantes del taller realizaron la prueba de salida correspondiente al problema pre y problema pos según lo solicitado en la ficha que se muestra en la Figura 15.

4.5 Docentes sujetos de estudio:

Cabe precisar que, el docente D01 no pudo terminar de crear el problema pedido en la prueba diagnóstica ya que llegó un poco tarde al taller y el docente D03 no pudo crear los problemas que se le pedían en la prueba de salida ya que tuvo que retirarse antes de culminar el taller de creación de problemas. De esta manera se ha considerado analizar a detalle las producciones de sólo dos docentes participantes del taller.

Por lo tanto, a partir de ahora, se hará un estudio exclusivo y detallado de las producciones de los docentes D02 y D04 ya que estos fueron los que participaron de todas las secuencias de actividades que se propuso en el taller de creación de problemas. Así, podremos comparar la evolución de la capacidad creadora de problemas por variación de estos dos docentes (sujetos de estudio) participantes del taller.

Datos informativos de los docentes sujetos de estudio

El docente D02, según la información recabada en la ficha de datos informativos (ver anexo 2) ha estudiado una carrera de educación matemática, tiene el grado de bachiller y título de licenciado en educación secundaria con mención en matemática y física. Actualmente se encuentra estudiando una maestría en una universidad estatal. Sus estudios los cursó en una universidad privada del Perú. El tiempo que tiene laborando en la UPC es de 10 meses; y 3 años considerando otras universidades y/o institutos. Nunca ha recibido alguna capacitación sobre creación de problemas. La fuente principal de los problemas y/o ejercicios

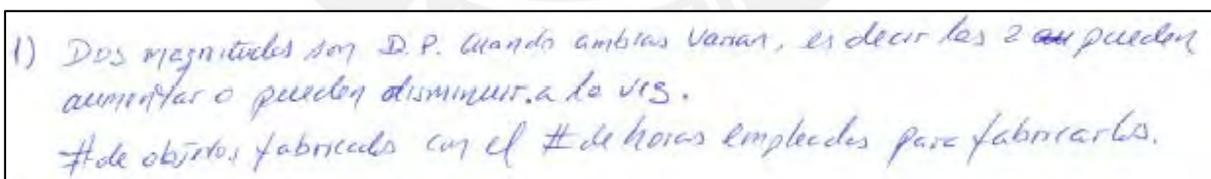
que propone a sus estudiantes son de archivos que encuentra en internet y un porcentaje muy menor, 5% planteados por él mismo (según detalla en la ficha de datos informativos). Finalmente indica que espera que el taller le sirva para aprender a plantear sus propios problemas y también como insumo para su propia investigación de maestría.

El docente D04, según la información recabada en la ficha de datos informativos (ver anexo 2) ha estudiado una carrera de matemática pura en una universidad pública del Perú, el último grado académico alcanzado por este docente es el de bachiller; sin embargo, especifica que su título universitario se encuentra en trámite y que actualmente se encuentra cursando estudios de maestría. El tiempo que tiene laborando en la UPC es de dos años; y en la docencia universitaria (considerando otras universidades y/o institutos superiores) es de 4 años en total. Nunca ha recibido alguna capacitación sobre creación de problemas. La fuente principal de los problemas y/o ejercicios que propone a sus estudiantes son de artículos de revistas, periódicos, entre otros. Además, indica que el 30% de problemas que plantea a sus estudiantes son creados por él mismo. Finalmente indica que las expectativas que tiene respecto al taller de creación de problemas es aprender los pasos o técnicas que se siguen para el planteamiento de estos.

4.6 Producción de los sujetos de estudio

Producción del docente D02 sobre la prueba diagnóstica

La respuesta a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica (mostrado anteriormente en la Figura 21 o en el Anexo 3) se muestra a continuación:



1) Dos magnitudes son D.P. cuando ambas varían, es decir las 2 ~~can~~ pueden aumentar o pueden disminuir a la vez.
de objetos fabricados con el # de horas empleadas para fabricarlos.

Figura 25. Respuesta del docente D02 a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica

Para entender el porqué de su respuesta y así enriquecer el análisis de su producción, el investigador le realizó una entrevista posterior al día del taller. La fecha y hora fue pactado previa coordinación con el docente D02; y ésta fue realizada 6 días después de participar en la sesión del taller, es decir el día viernes 18 de octubre del 2019 a las 11:00 am, el lugar de la entrevista fue en la sala de profesores de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC) sede San Miguel. Las preguntas y respuestas son las que se muestran a continuación:

Investigador: ¿Consideras que tu respuesta a esta pregunta es apropiada?

D02: No... Ahora que lo pienso, no fui muy riguroso en la definición de proporcionalidad y eso me di cuenta cuando vi que los otros participantes del taller respondieron de otra manera.... Lo que pasa es que yo enseñé también en un colegio y siempre lo planteo de esta manera, sin embargo, ya me di cuenta que no está bien.

Investigador: ¿Consideras que el ejemplo planteado es adecuado?

D02: No... porque me parece muy limitado a la definición que había planteado, además, tampoco planteo algún requerimiento o información adicional.

Según lo que se aprecia en la Figura 26, el docente D02 define magnitudes proporcionales directamente proporcionales (D.P.) de la siguiente manera: "Dos magnitudes son D.P. cuando ambas varían, es decir, las 2 pueden aumentar o pueden disminuir a la vez". Esta definición dada por el docente tiene limitaciones ya que sólo aborda la parte cualitativa de la proporcionalidad directa y no es suficiente dado que limita a la constante de proporcionalidad a ser un número positivo ($k > 0$). Esta limitación es aceptada por el mismo docente según lo visto en su respuesta al planteamiento del investigador, además se puede concluir que este docente tiene muy arraigado los conceptos de proporcionalidad directa que se manejan en las escuelas y como vimos tiene sus limitaciones. El ejemplo que propone este docente es abordado, como en su definición, solo de manera cualitativa y tiene la estructura de un problema ya que no tiene ninguno de los cuatro elementos fundamentales de un problema según lo visto en Malaspina (2017).

La solución del docente D02 a la pregunta N° 2 de la prueba diagnóstica se muestra en la Figura 27:

Handwritten mathematical solution for a proportionality problem. The work is contained within a rectangular box and shows the following steps:

$$2) \quad \frac{a}{3} = \frac{b}{1} = \frac{c}{1} = k \quad \begin{array}{l} a=3k; \\ b=k \\ c=k \end{array}$$
$$\frac{a+b+c}{3} = \frac{3k+k+k}{3}$$
$$383 = 5k$$
$$76,6 = k$$
$$b = k = 76,6$$

Figura 26. Respuesta del docente D02 a la pregunta 2 de la prueba diagnóstica

Según lo que se aprecia en la figura anterior (Figura 27), el docente D02 responde correctamente a la pregunta planteada.

Seguidamente, mostramos el problema creado por el docente D02 (ver Figura 28) en respuesta a la pregunta 3 (ver figura 22) de la prueba diagnóstica.

3) En un triángulo ABC las medidas de los ángulos son proporcionales a, 3; 1; 1 respectivamente.
Calcule el menor ángulo interno del triángulo

Figura 27. Problema creado por el docente D02 en respuesta a la pregunta N° 3 de la prueba diagnóstica

En la misma entrevista pactada con el docente D02, se le consulta lo siguiente con respecto al problema creado en la pregunta 3 vista en la Figura 28:

Investigador: ¿Cuál fue el motivo de no haber considerado un problema en el contexto extra matemático?

Docente D02: ...Creo que me concentré tanto en la actividad que no presté atención a la aclaración.

Investigador: ¿En qué te basaste para crear un problema de este tipo?

Docente D02: ...Justo venía de dictar geometría en mi colegio y fue lo primero que se me ocurrió.

Investigador: ¿Consideras que tu problema es interesante al punto de captar la atención de tus estudiantes?

Docente D02: No, creo que no porque es un problema muy sencillo y muy usual.

Según se muestra en la Figura 28, y a pesar que, en el taller se hizo la indicación de lo que es un problema de contexto extra matemático, el docente D02 crea un problema cuyo contexto es intra matemático. El *Entorno matemático* usado en este problema es la Geometría Euclidiana, presenta un requerimiento con modificaciones cuantitativas. Además, el problema es de tipo *valor faltante* pues se tiene todos los datos y se pide un valor específico (en este caso el menor ángulo del triángulo). En el problema se observan los siguientes indicadores de creatividad.

Flexibilidad: El requerimiento del problema presentado se halla sumando los ángulos internos del triángulo. No hay requerimientos de dificultad gradual dado que no hay más de uno. El problema posibilita la conexión con otros temas matemáticos en este caso los ángulos de un triángulo. Consideramos también que este problema no favorece a otras áreas del conocimiento debido a que no hay un entorno que haga referencia a una realidad cotidiana sino por el contrario tiene un Entorno extra matemático. Se le asignó un puntaje de (1).

Originalidad: Consideramos que este problema carece de originalidad dado que no es el único problema diferente a los demás pues la comparación la tenemos que hacer entre los problemas (de contexto extra matemático) de todos los docentes participantes, sin embargo, el problema planteado por este docente está en un contexto intra matemático. Del mismo modo, no es dos de los problemas diferentes a los demás. Consideramos también, que el problema no presenta novedad en la información pues mantiene la proporción como dato principal al problema planteado, sin embargo, en el requerimiento, sí la hay debido a la naturaleza misma del entorno matemático (en este caso la geometría) ya que involucra algo que no se consideró en el problema inicial. Se le asignó un puntaje de (1).

Fluidez: El problema planteado por el docente D02 contiene un solo requerimiento por el cual consideramos que no es un problema de poca fluidez. El requerimiento planteado se resuelve directamente del contexto y de la condición presentada en base a la proporción de los ángulos. Se le asignó un puntaje de (1).

Por todo lo observado y analizado respecto a la creatividad mostrada en este problema, el docente D02 alcanzó un puntaje total de 3 puntos, equivalente según lo visto en la Tabla 8, a una calificación cualitativa de calidad baja.

A continuación, se presenta la rúbrica (ver Tabla 12) donde se muestra el puntaje y calidad alcanzada del problema creado por el docente D02 .

Tabla 11. Rúbrica para analizar el problema creado por el docente D02 en base a la Prueba diagnóstica

RÚBRICA PARA ANALIZAR EL PROBLEMA CREADO							
Docente: D02		Nombre de la actividad: Pregunta 3 de la prueba diagnóstica				Tipo de problema	
Problema creado: En un triángulo ABC las medidas de sus ángulos son proporcionales a 3, 1, 1 respectivamente. Calcule el menor ángulo interno del triángulo.						Problema de valor faltante.	X
						Problema de comparación.	
						Problema cualitativo de predicción o de comparación.	
						Otros:	
Elementos fundamentales del problema creado							
Información		Requerimiento		Contexto		Entorno matemático	
Modificación cuantitativa	Modificación relacional	Modificación cuantitativa	Modificación cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Proporciones	X
						Ecuaciones lineales	
						Funciones lineales	
	X		X	X		Otros: Geometría euclidiana	X
Calidad del problema creado							
Flexibilidad		Originalidad		Fluidez		Puntaje total	
Hay Requerimiento(s) de dificultad gradual. (0) El (los) requerimiento(s) se responde(n) de varias maneras. (0) Favorece la conexión con otros temas matemáticos. (1) Favorece la conexión con otras áreas del conocimiento.(0)		Es el único problema diferente a los demás. (0) Es uno de los dos problemas diferente a los demás. (0) El problema presenta novedad en la información dada. (0) El problema presenta novedad en el requerimiento. (1)		El problema tiene un requerimiento. (1) El problema tiene dos requerimientos. (0) El problema tiene tres requerimientos. (0) El problema tiene tres requerimientos. (0)		3	
Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Calidad alcanzada	
1		1		1		CALIDAD BAJA	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015) y Aguilar (2018)

Producción del docente D02 sobre el Episodio de clase

Siguiendo con la secuencia de actividades especificado en el diseño de la sesión de la Tabla 5, se implementó la estrategia *EPP* para crear problemas por variación y se inició repartiendo, a cada docente, la ficha del Episodio de clase (ver anexo 4), luego se les pidió que la analizaran, resolvieran y crearan un problema Pre y un Problema Pos en base al Episodio mostrado, sin embargo, el docente D02 no pudo cumplir lo pedido pues tuvo dificultades en entender el problema planteado en el Episodio. Seguidamente, los docentes D01 y D02 formaron uno de los grupos (grupo 1) para crear (en base al trabajo individual de cada uno) un *Problema Pre* y un *Problema Pos* que represente la producción en conjunto del grupo. A continuación, mostramos la producción del *Problema Pre* planteado por el grupo en el que estuvo el docente D02.

Problema Pre:

Según la estrategia *EPP* cada docente deben de crear un *Problema Pre* (inspirado en el *Episodio de clase*) y luego en grupos de 2 a más deben discutir y plantear un solo problema Pre que represente el trabajo del grupo. En este, caso los docentes D01 y D02 se juntaron y formaron el grupo N°1, donde cada uno le mostró al otro integrante del grupo el problema que había planteado individualmente, sin embargo, cabe precisar que el docente D02 no pudo llegar a este paso pues no planteó un *Problema Pre* así que trabajaron en base al *Problema Pre* creado por el docente D01. Hubo un trabajo en conjunto con la participación activa de ambos docentes. Luego de haber planteado un problema grupal, se socializó con los demás docentes participantes del taller. A continuación, mostramos el *Problema Pre* creado por el grupo N°1 donde participa el docente D02:

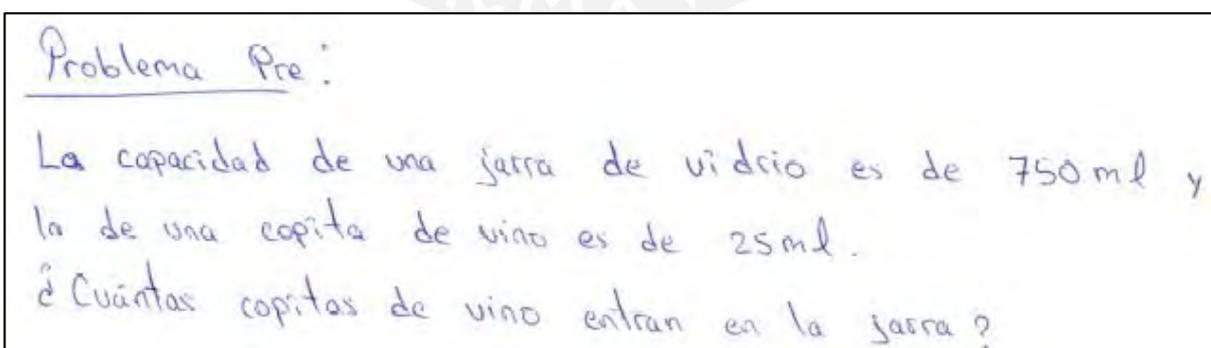


Figura 28. Problema Pre creado por el grupo N°1 en base al Episodio de clase

En otro momento, después de aplicado el taller, se coordinó con el docente D02 para poder revisar junto con él, el *Problema Pre* creado por su grupo (grupo N°1) y se le entrevistó mediante preguntas concretas para obtener información que complementa la ya obtenida mediante su problema creado y de esta manera triangular toda la información obtenida y así

analizar las dificultades que se tuvo al plantear este problema. Las preguntas y respuestas en torno al problema Pre creado por el grupo N°1 fueron las siguientes:

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es un Problema Pre?

Docente D02: Sí, porque es un problema más sencillo de resolver.

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es motivador para el estudiante?

Docente D02: Sí, porque al ser un problema sencillo de resolver los estudiantes se sentirán motivados y querrán resolver más problemas de este tipo.

Investigador: ¿Consideras que los cambios hechos al problema inicial son relevantes?

Docente D02: Sí, teniendo en cuenta que el resultado tiene que ser un problema más sencillo y que permita entender el problema del episodio.

La información que nos brinda el *Problema Pre* vista en la Figura 29 y por las respuestas del docente D02 podemos afirmar lo siguiente: El problema es de tipo valor faltante pues pide un valor numérico (en este caso, las copitas de vino que entran en la jarra), además, la información ha sufrido un cambio cuantitativo lo cual se aprecia en la capacidad de la jarra y de la copita de vino. El requerimiento, también ha sufrido un cambio cuantitativo pues se pide una cantidad específica de copitas de vino que inicialmente no estaba contemplado en el problema del *Episodio*. El contexto es extra matemático, pues se refiere a la cantidad de copas de vino se vierte en una jarra. El entorno matemático en este problema son las proporciones, sin embargo, consideramos que también se puede resolver formando una ecuación lineal.

Ahora, analicemos los siguientes indicadores de creatividad: *Flexibilidad, Originalidad y Fluidez*.

Flexibilidad: Consideramos que el problema creado es poco flexible por las siguientes razones: el problema sólo tiene un requerimiento, entonces no hay dificultad gradual, sin embargo, sí se puede responder al menos de dos maneras diferentes, una de ellas usando proporciones y la otra forma es modelarlo mediante una ecuación lineal simple, de ambas maneras se llega al mismo resultado esperado. No favorece la conexión con otros temas matemáticos y tampoco con otros otras áreas del conocimiento. Por los aspectos antes mencionados se le asigna un puntaje de (1).

Originalidad: El *Problema Pre* (propuesto por el grupo N°1) no es el único problema diferente a todos los demás problemas planteados, pues tiene aspectos que se contemplaron en otros problemas trabajados de manera individual y grupal de los otros docentes participantes. Sin embargo, sí consideramos que es uno de los dos problemas diferente a los demás. Consideramos también que el problema tiene novedad en la información dada pues presentan

la capacidad en mililitros de una copita de vino (25ml) y de una jarra (750ml), se busca equivalencia entre estos dos recipientes. Por todo lo analizado se le asigna un puntaje de (2) en originalidad.

Fluidez: Consideramos que el problema es poco fluido pues sólo tiene un requerimiento. Por ello es que se le asigna un puntaje de (1).

Por lo tanto, el grupo 1 (que tuvo como participante al docente D02) obtuvo un puntaje total de 4 puntos equivalente a una calificación cualitativa de calidad baja (ver Tabla 8). A continuación, la rúbrica presentada en la tabla 12 resume nuestro análisis correspondiente a este problema.



Tabla 12. Rúbrica para analizar el Problema Pre creado por el docente D02 en base al Episodio de clase

RÚBRICA PARA ANALIZAR EL PROBLEMA CREADO							
Docente: D02		Nombre de la actividad: Problema Pre del Episodio de clase				Tipo de problema	
Problema creado: La capacidad de una jarra de vidrio es de 750ml y la de una copita de vino es de 25ml. ¿Cuántas copitas de vino entran en la jarra?						Problema de valor faltante.	X
						Problema de comparación.	
						Problema cualitativo de predicción o de comparación.	
						Otros:	
Elementos fundamentales del problema creado							
Información		Requerimiento		Contexto		Entorno matemático	
Modificación cuantitativa	Modificación relacional	Modificación cuantitativa	Modificación cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Proporciones	X
						Ecuaciones lineales	X
						Funciones lineales	
						Otros (especifique)	
X		X			X		
Calidad del problema creado							
Flexibilidad		Originalidad		Fluidez		Puntaje total	
Hay Requerimiento(s) de dificultad gradual. (0) El (los) requerimiento(s) se responde(n) de varias maneras. (1) Favorece la conexión con otros temas matemáticos. (0) Favorece la conexión con otras áreas del conocimiento.(0)		Es el único problema diferente a los demás. (0) Es uno de los dos problemas diferente a los demás. (1) El problema presenta novedad en la información dada. (1) El problema presenta novedad en el requerimiento. (0)		El problema tiene un requerimiento. (1) El problema tiene dos requerimientos. (0) El problema tiene tres requerimientos. (0) El problema tiene cuatro requerimientos. (0)		4	
Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Calidad alcanzada	
1		2		1		Baja	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015) y Aguilar (2018)

Problema Pos:

Siguiendo la estrategia *EPP*, se solicitó a cada docente que, de manera individual, creen un Problema Pos, es decir, un problema más retador inspirado en el Problema del Episodio y acto seguido, se junten nuevamente en grupos para que planteen un Problema Pos del grupo. Los grupos fueron los mismos que se formaron en el Problema Pre, así nuevamente, el docente D02 tuvo participación en el grupo N°1 cuyo resultado fue el que se muestra a continuación en la Figura 30.

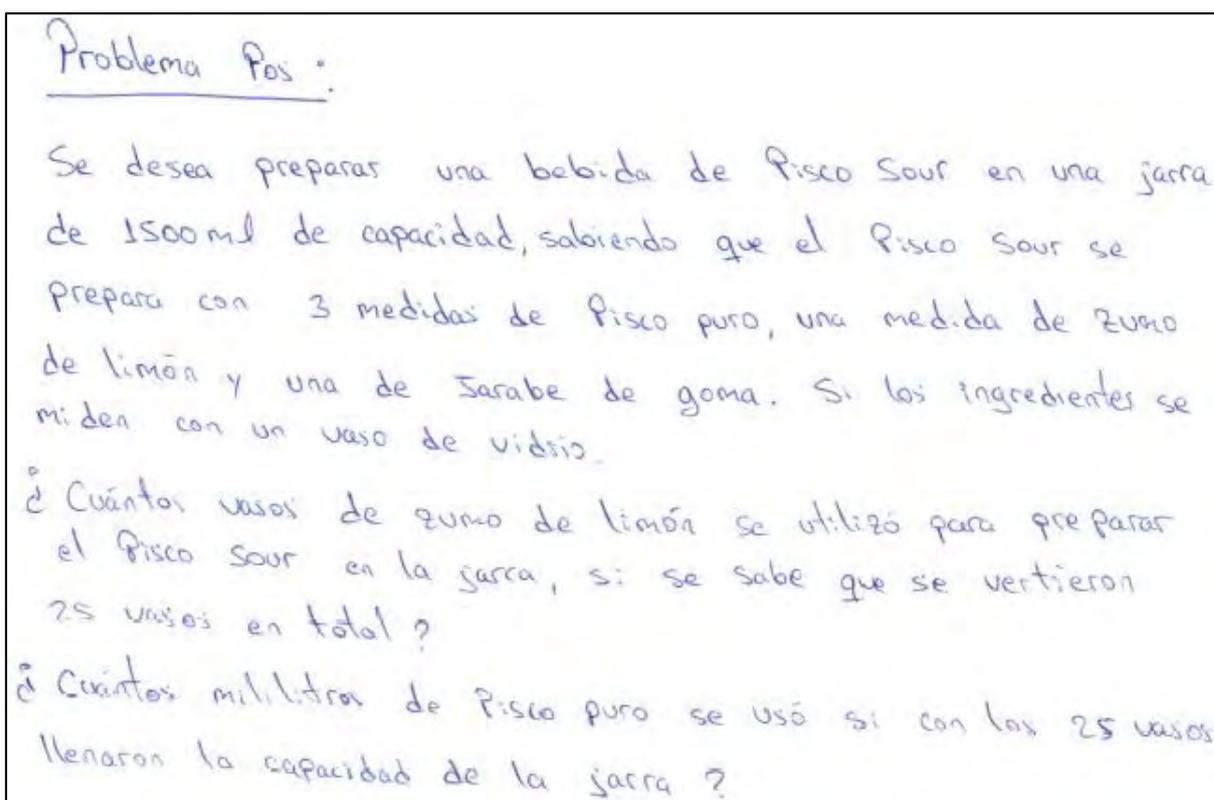


Figura 29. Problema Pos creado por el grupo N°1 en base al Episodio de clase

En otro momento, después de aplicado el taller, se coordinó con el docente D02 para poder revisar junto con él, el *Problema Pos* creado por su grupo (grupo N°1) y se le entrevistó mediante preguntas concretas para obtener información que complementa la ya obtenida por su problema creado y de esta manera triangular toda la información obtenida y así analizar las dificultades que se tuvo al plantear este problema. Las preguntas y respuestas en torno al problema Pos creado por el grupo N°1 fueron las siguientes:

Investigador: ¿ Consideras que el problema creado es un Problema Pos?

Docente D02: Sí, porque es un problema que tiene un poco más de dificultad a comparación del Problema Pre y del Episodio de clase.

Investigador: ¿ Consideras que el problema creado es motivador para el estudiante?

Docente D02: Sí, porque está dentro de un contexto cotidiano para chicos de esa edad... ¡Qué adolescente no ha probado alguna vez un Pisco Sour!

Investigador: ¿Consideras que los cambios hechos al problema inicial son relevantes?

Docente D02: Sí, si bien no hicimos cambios en la información, porque nos pareció interesante, lo hicimos en los requerimientos.

De la información que nos brinda el Problema Pos (vista en la Figura 30) y las respuestas a las preguntas planteadas al docente D02 afirmamos lo siguiente: El problema creado por el grupo N°1 es un problema de tipo valor faltante. Pues, en ambos requerimientos se pide encontrar un valor desconocido, en el primer *requerimiento* el valor faltante es cantidad de vasos de zumo de limón; y en el segundo, el valor faltante es la cantidad (en mililitros) de Pisco puro que se utilizó en la preparación de Pisco Sour. Además, podemos notar que la *información* casi no ha sufrido ningún cambio salvo las medidas, en este problema, son más concretas, pues se hacen con un vaso que tiene una cierta capacidad. En base a ello podemos afirmar que la *información* no ha sufrido cambios de forma cuantitativa pues las proporciones siguen siendo las mismas sin embargo consideramos que sí hay un cambio relacional.

Al analizar los *requerimientos*, podemos afirmar que existen modificaciones cuantitativas pues hay cantidades nuevas que no se consideraron en el problema inicial (Episodio de clase). El *entorno matemático* son las proporciones y el contexto es extra matemático, pues se mantiene casi toda la *información* basada en la preparación de un Pisco Sour a través de las medidas de sus ingredientes.

Ahora, analicemos los siguientes indicadores de creatividad: *Flexibilidad, Originalidad y Fluidez*.

Flexibilidad: Consideramos que el problema creado es medianamente flexible por las siguientes razones: el problema tiene dos requerimientos de dificultad gradual, y estos se pueden responder al menos de dos maneras diferentes, una de ellas usando proporciones y la otra forma es modelarlo mediante una ecuación lineal simple, de ambas maneras se llega al mismo resultado esperado. No favorece la conexión con otros temas matemáticos y tampoco con otros otras áreas del conocimiento debido a que la información es casi la misma. Por los aspectos antes mencionados se le asigna un puntaje de (2).

Originalidad: Consideramos que el problema creado es medianamente original por las siguientes razones: no es el único problema diferente a todos los demás problemas planteados, pues tiene aspectos que se contemplaron en otros problemas trabajados de manera individual y grupal de los otros docentes participantes. Sin embargo, sí consideramos que es uno de los dos problemas diferente a los demás. Debido a la poca información

agregada al problema inicial, consideramos que el *Problema Pos* no presenta novedad en la información. Sin embargo, sí consideramos que presenta novedad en los *requerimientos* pues se manejan cantidades no consideradas en el problema inicial. Por todo lo analizado se le asigna un puntaje de (2) en originalidad.

Fluidez: Consideramos que el problema es medianamente fluido pues presenta dos requerimientos ordenados de manera gradual. Por ello es que se le asigna un puntaje de (2).

Por todo lo analizado, el grupo N°1 (que tuvo como participante al docente D02) obtuvo un puntaje total de 6, equivalente a una calificación cualitativa de calidad media (ver Tabla 8). A continuación, la rúbrica presentada en la tabla 13 resume nuestro análisis correspondiente a este problema.



Tabla 13. Rúbrica para analizar el Problema Pos creado por el docente D02 en base al Episodio de clase

RUBRICA PARA ANALIZAR EL PROBLEMA CREADO							
Docente: D02		Nombre de la actividad: Problema Pos del Episodio de clase				Tipo de problema	
Problema creado: Se desea preparar una bebida de Pisco Sour en una jarra de 1500ml de capacidad, sabiendo que el Pisco Sour se prepara con 3 medidas de Pisco puro, una medida de zumo de limón y una de jarabe de goma. Si los ingredientes se miden en un vaso de vidrio, ¿cuántos vasos de zumo de limón se utilizó para preparar el Pisco Sour en la jarra, si se sabe que se vertieron 25 vasos en total? ¿Cuántos mililitros de Pisco puro se usó, si se sabe que los 25 vasos llenaron la capacidad de la jarra?						Problema de valor faltante.	X
						Problema de comparación.	
						Problema cualitativo de predicción o de comparación.	
						Otros:	
Elementos fundamentales del problema creado							
Información		Requerimiento		Contexto		Entorno matemático	
Modificación cuantitativa	Modificación relacional	Modificación cuantitativa	Modificación cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Proporciones	X
						Ecuaciones lineales	
						Funciones lineales	
						Otros (especifique)	
	X	X			X		
Calidad del problema creado							
Flexibilidad		Originalidad		Fluidez		Puntaje total	
Hay Requerimiento(s) de dificultad gradual. (1) El (los) requerimiento(s) se responde(n) de varias maneras. (1) Favorece la conexión con otros temas matemáticos. (0) Favorece la conexión con otras áreas del conocimiento.(0)		Es el único problema diferente a los demás. (0) Es uno de los dos problemas diferente a los demás. (1) El problema presenta novedad en la información dada. (0) El problema presenta novedad en el requerimiento. (1)		El problema tiene un requerimiento. (1) El problema tiene dos requerimientos. (1) El problema tiene tres requerimientos. (0) El problema tiene cuatro requerimientos. (0)		6	
Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Calidad alcanzada	
2		2		2		Media	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015) y Aguilar (2018)

Producción del docente D02 en base a la Prueba de salida

Analizaremos ahora, la producción del docente D02 en base a la actividad que corresponde a la prueba de salida. Esta actividad se trabajó de forma individual y, según el diseño de la sesión (ver Tabla 5) se le repartió, a cada docente participante, la ficha de Prueba de salida (ver Anexo 7). En esta ficha, se les solicitó analizar, resolver y luego crear un Problema Pre y un Problema Pos en base al episodio de clase mostrado. El objetivo de esta actividad es, como ya se mencionó antes, analizar y medir la capacidad creadora de los docentes participantes al final del taller.

A continuación, analizaremos el Problema Pre y Problema Pos creado por el docente D02.

Problema Pre:

Al momento de repartir la ficha de la actividad de la Prueba de salida se le solicitó al docente D02, como primer paso, analizar y resolver el problema del Episodio, luego se le solicitó crear un Problema Pre. El cual, tuvo como resultado el problema que se muestra en la Figura 31.

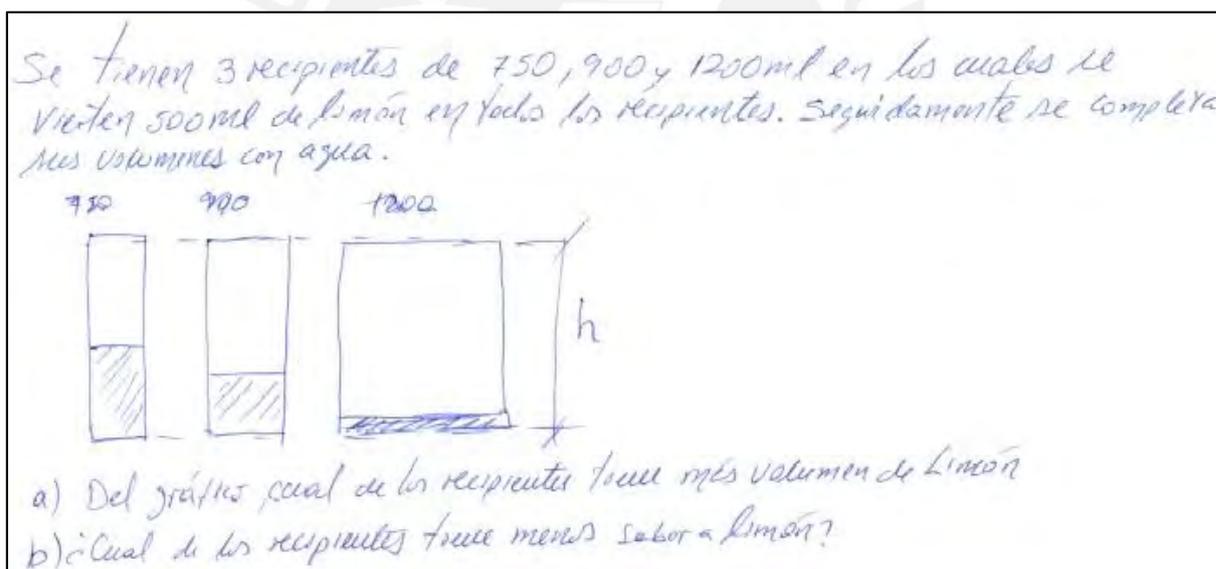


Figura 30. Problema Pre creado por el docente D02 en base a la Prueba de salida

En otro momento, después de aplicado el taller, se coordinó con el docente D02 para poder revisar junto con él, el *Problema Pre* creado por su autoría. Se le entrevistó mediante preguntas concretas para obtener información que complementa la ya obtenida por su problema creado (según se muestra en la Figura 31) y de esta manera triangular toda la información obtenida y así analizar las dificultades que se tuvo al plantear este problema. Las preguntas y respuestas en torno al Problema Pre creado por el Docente D02 fueron las siguientes:

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es un Problema Pre?

Docente D02: Sí, porque es un problema más sencillo que el problema del Episodio. Además, por la forma cómo lo he planteado, creo que ayuda a entender, al menos de forma intuitiva, el problema sobre la mezcla del agua y el limón.

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es motivador para el estudiante?

Docente D02: Sí, porque es un problema que no requiere cálculos numéricos... pienso que los estudiantes se sentirán motivados a resolver más problemas de este tipo.

Investigador: ¿Consideras que los cambios hechos al problema inicial son relevantes?

Docente D02: Sí, porque al hacer estos cambios en el problema, se genera un nuevo problema más sencillo y pienso que esto puede servir como un problema introductorio para poder abordar de la mejor manera el problema del Episodio.

Por la información que nos brinda el *Problema Pre* vista en la Figura 31 y las respuestas del docente D02, podemos afirmar lo siguiente:

El problema es de tipo cualitativo de predicción o de comparación, pues para responder los requerimientos no se necesita hacer cálculo alguno, basta con usar la intuición para llegar a las respuestas. Por otro lado, se observa que la información ha sufrido cambios cuantitativos ya que se consideran medidas específicas para cada recipiente (750ml, 900ml y 1200ml). El requerimiento también ha sufrido cambios, estos cambios son cualitativos ya que la solución no implica el uso de algoritmos o cálculos numéricos. El contexto es extra matemático y el entorno matemático son las proporciones.

Ahora, analizaremos el problema creado en base a los siguientes indicadores de creatividad: *Flexibilidad, Originalidad y Fluidez.*

Flexibilidad: Consideramos que el problema creado es medianamente flexible por las siguientes razones: el problema tiene dos requerimientos de dificultad gradual, además, estos requerimientos se pueden responder al menos de dos maneras diferentes, una es de forma cualitativa y la otra es a través de cálculos numéricos sencillos, de esta manera se llega a los mismos resultados. Consideramos que no favorece la conexión con otros temas matemáticos y tampoco con otras áreas del conocimiento. Por los aspectos antes mencionados se le asigna un puntaje de (2).

Originalidad: El problema Pre propuesto por el docente D02 no es el único problema diferente a todos los demás problemas planteados. Sin embargo, sí es uno de los dos problemas diferente a los demás. Consideramos también que el problema tiene novedad en la información pues le añade como dato adicional la capacidad de cada recipiente (175ml, 900ml y 1200 ml respectivamente) y novedad en los requerimientos pues se espera que el estudiante

razone de manera cualitativa y eso no fue contemplado en el problema inicial (problema del episodio). Por lo todos los aspectos antes mencionados, se le asigna un puntaje de (3).

Fluidez: Consideramos que el problema es medianamente fluido pues presenta dos requerimientos de manera gradual. Por ello se le asigna un puntaje de (2).

Por todo lo observado y analizado respecto a la creatividad mostrada en este problema, el docente D02 alcanzó un puntaje total de 7 puntos, equivalente según lo visto en la Tabla 8, a una calificación cualitativa de calidad media. A continuación, se presenta la rúbrica (ver Tabla 14) donde se muestra el puntaje y calidad alcanzada del problema creado por el docente D02.



Tabla 14. Rúbrica para analizar el Problema Pre creado por el docente D02 en base a la Prueba de salida

RÚBRICA PARA ANALIZAR EL PROBLEMA CREADO							
Docente: D02		Nombre de la actividad: Problema Pre de la Prueba de salida				Tipo de problema	
Problema creado: Se tienen tres recipientes de 750ml, 900ml y 1200ml en los cuales se vierten 500ml de limón (en todos los recipientes). Seguidamente se completa sus respectivos volúmenes con agua. a) Del gráfico, ¿cuál de los recipientes tiene más volumen de limón? b) ¿Cuál de los recipientes tiene menos sabor a limón?						Problema de valor faltante.	
						Problema de comparación.	
						Problema cualitativo de predicción o de comparación.	X
						Otros:	
Elementos fundamentales del problema creado							
Información		Requerimiento		Contexto		Entorno matemático	
Modificación cuantitativa	Modificación relacional	Modificación cuantitativa	Modificación cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Proporciones	X
						Ecuaciones lineales	
						Funciones lineales	
X			X		X	Otros (especifique)	
Calidad del problema creado							
Flexibilidad		Originalidad		Fluidez		Puntaje total	
Hay Requerimiento(s) de dificultad gradual. (1) El (los) requerimiento(s) se responde(n) de varias maneras. (1) Favorece la conexión con otros temas matemáticos. (0) Favorece la conexión con otras áreas del conocimiento.(0)		Es el único problema diferente a los demás. (0) Es uno de los dos problemas diferente a los demás. (1) El problema presenta novedad en la información dada. (1) El problema presenta novedad en el requerimiento. (1)		El problema tiene un requerimiento. (1) El problema tiene dos requerimientos. (1) El problema tiene tres requerimientos. (0) El problema tiene cuatro requerimientos. (0)		7	
Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Calidad alcanzada	
2		3		2		Media	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015) y Aguilar (2018)

Problema Pos:

Siguiendo el diseño de la sesión (ver tabla 5), se le solicitó al docente D02 crear un Problema Pos en base al Episodio mostrado en la Prueba de salida. El problema creado por el docente D02 se muestra a continuación en la Figura 32.

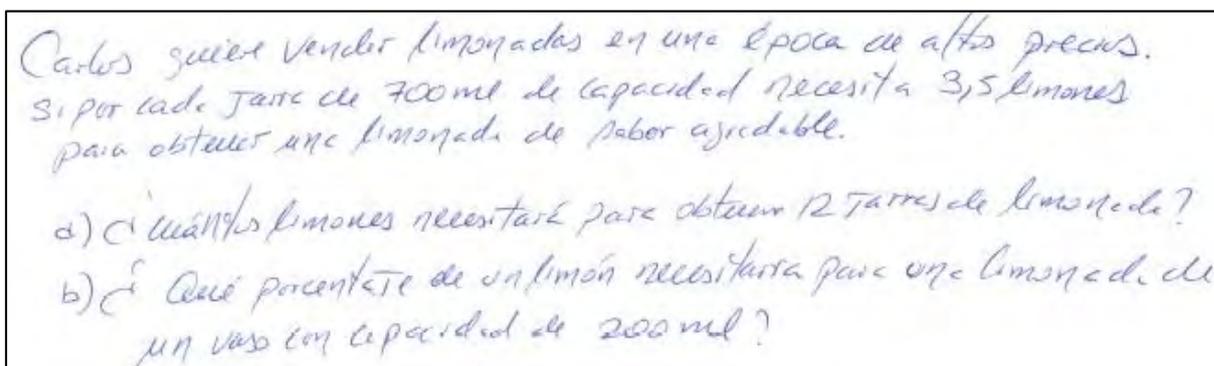


Figura 31. Problema Pos creado por docente D02 en base a la Prueba de salida

En otro momento, después de aplicado el taller, se coordinó con el docente D02 para poder revisar junto con él, el *Problema Pos* creado por su autoría. Se le entrevistó mediante preguntas concretas para obtener información que complementa la ya obtenida por su problema creado (según se muestra en la Figura 32) y de esta manera triangular toda la información obtenida y así analizar las dificultades que se tuvo al plantear este problema. Las preguntas y respuestas en torno al Problema Pos creado por el Docente D02 fueron las siguientes:

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es un Problema Pos?

Docente D02: Sí, porque es un problema más complicado que el problema del Episodio y tiene más cosas para analizar.

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es motivador para el estudiante?

Docente D02: Sí, porque es un problema de la vida cotidiana.

Investigador: ¿Consideras que los cambios hechos al problema inicial son relevantes?

Docente D02: Sí, porque al hacer estos cambios, se genera un nuevo problema que exige un poco más de análisis. Además, como ya se tiene el problema pre y el problema del Episodio entonces, el estudiante, ya va a tener más herramientas a la hora de resolverlo.

Por la información que nos brinda el *Problema Pos* vista en la Figura 32 y las respuestas del docente D02, podemos afirmar lo siguiente:

El problema es de tipo valor faltante pues en cada requerimiento se pide obtener un valor numérico desconocido. Por otro lado, se observa que la información ha sufrido una

modificación cuantitativa con respecto al problema inicial (problema del episodio). El requerimiento también ha sufrido cambios, estos cambios han sido cuantitativos. El contexto es extra matemático y los entornos matemáticos son las proporciones, ecuaciones lineales y porcentajes.

Ahora, analizaremos el problema creado en base a los siguientes indicadores de creatividad: *Flexibilidad, Originalidad y Fluidez*.

Flexibilidad: Consideramos que el problema creado es relativamente alto en flexibilidad por las siguientes razones: el problema tiene dos requerimientos de dificultad gradual, además, estos requerimientos se pueden responder al menos de varias maneras diferentes: proporciones, ecuaciones líneas, porcentajes. Consideramos que el problema creado sí favorece la conexión con otros temas matemáticos (en este caso con los porcentajes), sin embargo, no favorece la conexión con otras áreas del conocimiento. Por los aspectos antes mencionados se le asigna un puntaje de (3).

Originalidad: Consideramos que el problema creado es original por las siguientes razones: es el único problema diferente a todos los demás problemas planteados. También es uno de los dos problemas diferente a los demás. El problema tiene novedad en la información pues cambia datos que no se tenían en el problema inicial, por último, también presenta novedad en los requerimientos. Por lo todos los aspectos antes mencionados, se le asigna un puntaje de (4).

Fluidez: Consideramos que el problema es medianamente fluido pues presenta dos requerimientos de manera gradual. Por ello se le asigna un puntaje de (2).

Por todo lo observado y analizado respecto a la creatividad mostrada en este problema, el docente D02 alcanzó un puntaje total de 9 puntos, equivalente según lo visto en la Tabla 8, a una calificación cualitativa de calidad alta. A continuación, se presenta la rúbrica (ver Tabla 15) donde se muestra el puntaje y calidad alcanzada del problema creado por el docente D02.

Tabla 15. Rúbrica para analizar el Problema Pos creado por el docente D02 en base a la Prueba de salida

RÚBRICA PARA ANALIZAR EL PROBLEMA CREADO							
Docente: D02		Nombre de la actividad: Problema Pos de la Prueba de salida				Tipo de problema	
Problema creado: Carlos quiere vender limonadas en una época de alta demanda. Si por cada jarra de 700ml de capacidad necesita 3,5 limones para obtener una limonada de sabor agradable. a) ¿Cuántos limones necesitará para obtener 12 jarras de limonada? b) Qué porcentaje de un limón necesitará para preparar una limonada en un vaso con capacidad de 200ml?						Problema de valor faltante.	X
						Problema de comparación.	
						Problema cualitativo de predicción o de comparación.	
						Otros:	
Elementos fundamentales del problema creado							
Información		Requerimiento		Contexto		Entorno matemático	
Modificación cuantitativa	Modificación relacional	Modificación cuantitativa	Modificación cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Proporciones	X
						Ecuaciones lineales	X
						Funciones lineales	
X		X			X	Otros (especifique): Porcentajes	X
Calidad del problema creado							
Flexibilidad		Originalidad		Fluidez		Puntaje total	
Hay Requerimiento(s) de dificultad gradual. (1) El (los) requerimiento(s) se responde(n) de varias maneras. (1) Favorece la conexión con otros temas matemáticos. (1) Favorece la conexión con otras áreas del conocimiento. (0)		Es el único problema diferente a los demás. (1) Es uno de los dos problemas diferente a los demás. (1) El problema presenta novedad en la información dada. (1) El problema presenta novedad en el requerimiento. (1)		El problema tiene un requerimiento. (1) El problema tiene dos requerimientos. (1) El problema tiene tres requerimientos. (0) El problema tiene cuatro requerimientos. (0)		9	
Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Calidad alcanzada	
3		4		2		Alta	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015) y Aguilar (2018)

Por todo lo analizado, con respecto a la producción del docente D02 en las distintas etapas del taller, podemos notar que ha habido un progreso interesante en base a la calidad de los problemas creados por este, desde el inicio hasta finalizar el taller. A continuación, en la Figura 26, mostramos un gráfico que nos permite ver cómo ha ido evolucionando cada problema creado, en base al cada puntaje total obtenido.

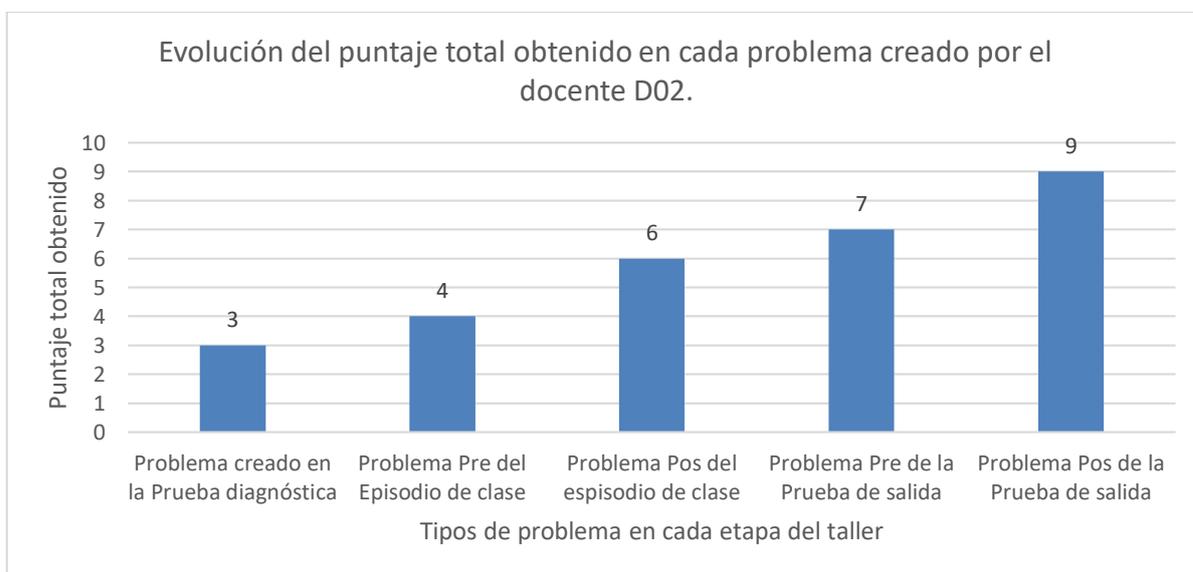


Figura 32. Evolución del puntaje total obtenido en cada problema creado por el docente D02

De la figura 33 se aprecia lo siguiente: en la Prueba diagnóstica, el docente D02 empezó creando un problema el cual después de analizarlo mediante la *flexibilidad, originalidad y fluidez*, se le asignó un puntaje de 3. Luego, al presentarle el *Episodio de clase*, se le solicita crear un Problema Pre de manera grupal donde obtiene un puntaje total de 4, seguidamente se le pide crear un *Problema Pos* con los mismos grupos y obtiene un puntaje total de 6. Finalmente, al docente se le proporciona la ficha de la Prueba de salida y se le pide crear un *Problema Pre* y uno *Pos* obteniendo puntajes de 7 y 9 respectivamente. De esta manera vemos cómo el docente D02 ha ido mejorando poco a poco a medida que se ha ido familiarizando más con la creación de problemas y con la estrategia *EPP*. A continuación, en la Tabla 16, presentamos la calidad alcanzada de cada problema creado por el docente D02.

Tabla 16. Calidad alcanzada en cada problema creado por el docente D02 según el puntaje obtenido

Docente D02	Problema creado en la Prueba diagnóstica	Problema Pre del Episodio de clase	Problema Pos del Episodio de clase	Problema Pre de la Prueba de salida	Problema Pos de la Prueba de salida
Puntaje obtenido	3	4	6	7	9
Calidad alcanzada	Baja	Baja	Media	Media	Alta

En la Tabla 16 se resume cómo ha mejorado la calidad alcanzada en cada problema que ha ido creando el docente D02 en cada etapa del taller. Ahora veamos la evolución de cada problema creado por el docente D02 según los indicadores de creatividad: *Flexibilidad*, *Originalidad* y *Fluidez* mostrados en la figura 34.

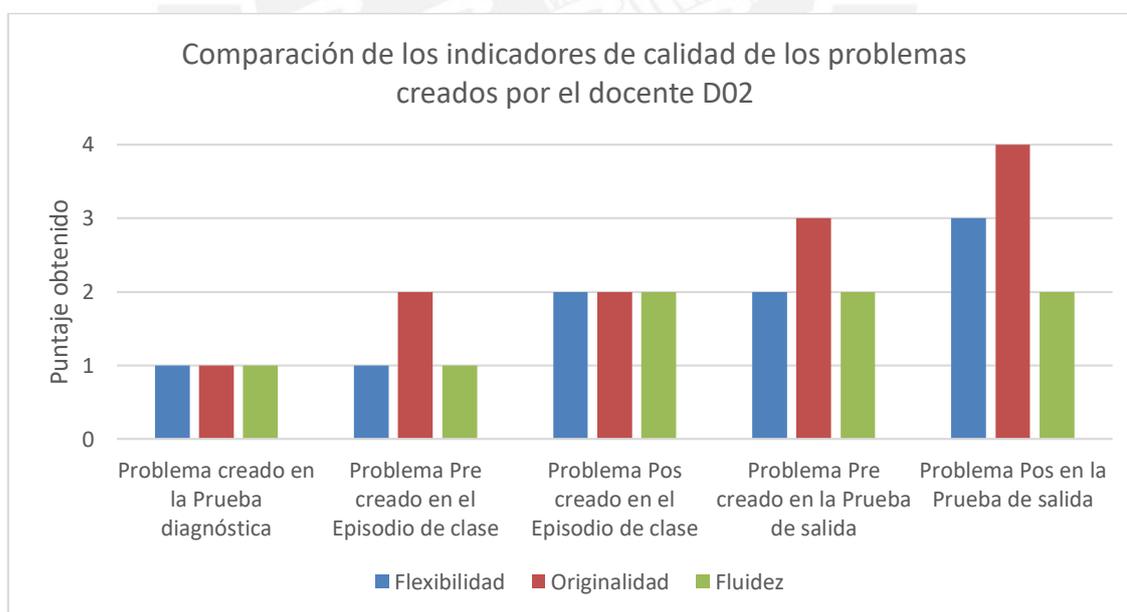


Figura 33. Comparación de los indicadores de calidad de los problemas creados por el docente D02

Según lo mostrado en la Figura 34, podemos afirmar lo siguiente: los problemas creados por variación, por parte del docente D02, fueron mejorando en *Flexibilidad*, *Originalidad* y *Fluidez*,

a medida que ha ido avanzando en cada etapa del taller, mediante la secuencia de actividades. Con respecto a la *Flexibilidad*, fue mejorando de manera progresiva. Sin embargo, aún existen algunas cosas por mejorar, por ejemplo, se le sugeriría al docente D02 crear problemas con información más relevante para los estudiantes a los que irá dirigido. Con respecto a la Originalidad, podemos afirmar que esta también fue mejorando de manera progresiva a tal punto que en el problema pos creado en la prueba de salida el docente D02 logra conectar el problema de proporciones con uno de porcentajes sin embargo se le sugeriría que los problemas que cree a futuro, tengan conexión con otras áreas del conocimiento cercana a la realidad de sus estudiantes. Por último, con respecto a la Fluidéz, el docente D02 mejoró un poco en el transcurso del taller ya que empezó planteando un problema con un solo requerimiento y terminó planteando otro con dos requerimientos de manera gradual, sin embargo, aún no muestra mucha fluidéz y se le sugeriría que aumente la cantidad de requerimientos en los problemas que cree de aquí en adelante.



Ahora, analizaremos todo lo concerniente a la producción del docente D04.

Producción del docente D04 sobre la prueba diagnóstica

La respuesta del docente D04 a la pregunta 1 de la prueba diagnóstica, mostrado anteriormente en la Figura 35, se muestra a continuación:

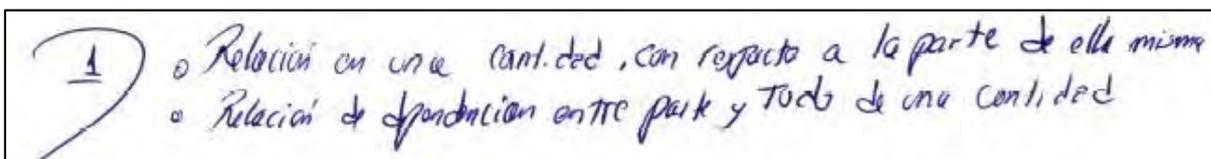


Figura 34. Respuestas del docente D04 a la pregunta N°1 de la Prueba diagnóstica

Para entender el porqué de su respuesta y así enriquecer el análisis de su producción, el investigador pacta con el docente D04 una entrevista y ésta se efectúa 5 días después de haber aplicado el taller de creación de problemas (es decir para el día jueves 17 de octubre del 2019). El lugar de la entrevista fue en la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC) en la sede San Miguel y fue a las 4:00 pm.

La transcripción de la entrevista fue la siguiente:

Investigador: ¿Consideras que tu respuesta a esta pregunta es apropiada?

D02: Bueno depende...hay estudiantes que sí lo entienden así, aunque si son de comunicaciones entonces tengo que ser más detallado.

Investigador: ¿Por qué no planteaste ningún ejemplo?

D02: Sí, eso veo, creo que se me pasó esa parte de la pregunta, estuve más concentrado pensando en la definición.

Según lo que se aprecia en la Figura 35, el docente D04 define magnitudes proporcionales directamente proporcionales (D.P.) de la siguiente manera:

“Relación de una cantidad con respecto a ella misma” y “Relación de dependencia entre parte y todo de una cantidad” Según vemos, el docente parece haber confundido el concepto de razón con el de proporción e incluso cuando se le preguntó del porqué de su respuesta no notaba aún su error. Luego se le explicó de manera precisa el concepto de proporción y el docente dio cuenta de que su definición no era la adecuada. Con respecto al ejemplo podemos notar que el docente D04 no plantea ninguno.

La solución del docente D04 a la pregunta N°2 de la prueba diagnóstica, se muestra a continuación:

2 $\frac{a}{3} = \frac{b}{1} = \frac{c}{1} = K$

- $a = 3K$
- $b = K$
- $c = K$

entonces $3K + K + K = 393$

$5K = 393$

$K = 76,6$

Rr No tener $b = 76,6$

Figura 35. Respuesta del docente D04 a la pregunta N°2 de la Prueba diagnóstica

Según lo que se aprecia en la Figura 36, el docente D04 no tuvo problemas para responder de manera correcta la pregunta N° 2 planteada en la Prueba diagnóstica (ver Figura 21).

A continuación, en la Figura 30, mostramos el problema creado por el docente D04 en respuesta a lo solicitado en la pregunta 3 de la prueba diagnóstica (ver Figura 22).

3 Se desea realizar un estudio en un gimnasio, debido a que su clientela está disminuyendo, se sabe que el total de hombres adultos que asisten al gimnasio son 300, la cantidad de mujeres adultas es 200 y la cantidad de hombres y mujeres menor de edad es 100, sabiendo que la menor de edad es el cuadruplo de la mujer menor de edad.

Se desea realizar un estudio con una muestra ¿cuál sería la muestra para el estudio?

Figura 36. Problema creado por el docente D04 en respuesta a la pregunta N°3 de la Prueba diagnóstica

Según lo mostrado en la Figura 37, no queda claro qué es lo que se pide en el problema planteado por el docente D04, además, consideramos que la información proporcionada es confusa, incompleta y no guarda conexión con el requerimiento. Se coordinó con el docente para poder plantearle algunas preguntas en base a lo visto en su problema creado. Las preguntas y posteriores respuestas del entrevistado fueron las siguientes:

Investigador: ¿Consideras que el problema creado está bien planteado?

Docente D04: Ahora que lo vuelvo a revisar me doy cuenta que no. No está planteado correctamente. Puedo ver que no he redactado todo lo que había pensado para el problema.

Investigador: ¿En qué te basaste para crear un problema de este tipo?

Docente D04: Quise utilizar el concepto de muestra representativa, basado en la proporcionalidad de una población. En este caso, de la cantidad total de asistentes al gimnasio (entre hombres y mujeres).

Investigador: ¿Consideras que tu problema es apropiado para el nivel al que va dirigido?

Docente D04: Yo creo que sí. El tema de muestra representativa se trabaja en clase y se le explica al estudiante que la proporcionalidad se mantiene con respecto a la población.

Luego de la entrevista, se le solicitó al profesor volver a plantear el problema, pero esta vez, teniendo en cuenta las correcciones del caso. El problema corregido por el docente D04 es el siguiente: *“Una muestra representativa es un subconjunto de un conjunto más grande llamado población y que mantiene la misma proporción de sus elementos. Se desea realizar un estudio estadístico en un gimnasio debido a que su clientela está disminuyendo. Para ello, se toma una muestra representativa de una población compuesta de 300 hombres y 200 mujeres. Si la muestra está compuesta de 50 personas, ¿cuántos hombres hay en dicha muestra?”*

Nuestro análisis se basará en primer problema que planteó el docente D04, es decir, según lo que se aprecia en la Figura 37.

Según lo visto en las respuestas dadas por el docente D04 y también lo que se muestra en la Figura 37, el docente en un inicio pensó el problema de una manera. Sin embargo, al momento de redactarlo, no incluyó todo lo que había pensado, teniendo como resultado un problema confuso y con una clara desconexión entre la información y el requerimiento. Consideramos que la *información* tuvo una modificación cuantitativa con respecto al problema inicial, dado que el docente le agrega datos cuantitativos no considerandos en el problema inicial. Como, por ejemplo: *“la cantidad de hombres adultos que asisten al gimnasio es 300”*; y también, *“la cantidad de mujeres adultas que asisten es 100”*. Además, al ser confusa la pregunta, pues no esta no está conectada con la información dada (ver figura 37), no resulta posible determinar si es un problema de comparación o un problema de valor faltante. El *requerimiento* ha sufrido una modificación cualitativa y el *entorno matemático* son las proporciones.

Ahora, analizaremos el problema creado en base a los siguientes indicadores de creatividad: *Flexibilidad, Originalidad y Fluidez*.

Flexibilidad: Consideramos que, al ser este un problema mal estructurado, no se puede apreciar a plenitud algún aspecto de la flexibilidad; es decir, el problema no presenta requerimientos de dificultad gradual, además, al tener un requerimiento desconectado de la información, este no se puede responder de ninguna manera. No favorece la conexión con

otros temas matemáticos ni con otras áreas del conocimiento. Por los aspectos antes mencionados se le asigna un puntaje de (0).

Originalidad: Si bien este problema está mal estructurado, consideramos que tiene indicios de originalidad por lo siguiente: es el único problema creado, diferente a los demás problemas planteados en el taller; además, el problema presenta novedad en la información. Por último, consideramos que, si bien el requerimiento presenta novedad, este carece de relevancia dado que no existe una conexión directa con la información proporcionada en el problema. Por los aspectos antes mencionados se le asigna un puntaje de (2).

Fluidez: Consideramos que el problema carece de fluidez. Pues, el único requerimiento que tiene no guarda relación a la información antes proporcionada. Por esta razón se le asigna un puntaje de (0).

Por todo lo observado y analizado respecto a la creatividad mostrada en este problema, el docente D04 alcanzó un puntaje total de 2 puntos, equivalente según lo visto en la Tabla 8, a una calificación cualitativa de calidad baja. A continuación, se presenta la rúbrica (ver Tabla 17) donde se muestra el puntaje y calidad alcanzada del problema creado por el docente D04.

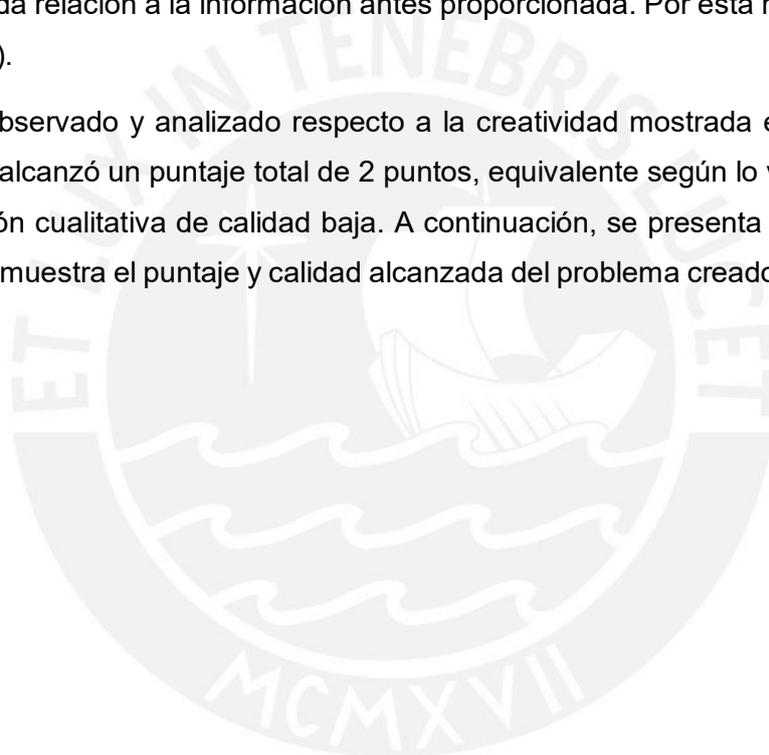


Tabla 17. Rúbrica para analizar el problema creado por el docente D04 en base a la Prueba diagnóstica

RÚBRICA PARA ANALIZAR EL PROBLEMA CREADO							
Docente: D04		Nombre de la actividad: Pregunta N°3 de la Prueba diagnóstica				Tipo de problema	
Problema creado: Se desea hacer un estudio en un gimnasio, debido a que su clientela está disminuyendo. Se sabe que el total de hombres adultos que asisten al gimnasio son 300, la cantidad de mujeres adultas son 100. Si se sabe además que los hombres menores de edad son el cuádruple de las mujeres menores de edad. Se desea realizar el estudio con una muestra. ¿Cuál sería la muestra para el estudio?						Problema de valor faltante.	
						Problema de comparación.	
						Problema cualitativo de predicción o de comparación.	
						Otros: No se puede definir	x
Elementos fundamentales del problema creado							
Información		Requerimiento		Contexto		Entorno matemático	
Modificación cuantitativa	Modificación relacional	Modificación cuantitativa	Modificación cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Proporciones	x
						Ecuaciones lineales	
						Funciones lineales	
x			x		x	Otros (especifique)	
Calidad del problema creado							
Flexibilidad		Originalidad		Fluidez		Puntaje total	
Hay Requerimiento(s) de dificultad gradual. (0) El (los) requerimiento(s) se responde(n) de varias maneras. (0) Favorece la conexión con otros temas matemáticos. (0) Favorece la conexión con otras áreas del conocimiento.(0)		Es el único problema diferente a los demás. (1) Es uno de los dos problemas diferente a los demás. (0) El problema presenta novedad en la información dada. (1) El problema presenta novedad en el requerimiento. (0)		El problema tiene un requerimiento. (0) El problema tiene dos requerimientos. (0) El problema tiene tres requerimientos. (0) El problema tiene cuatro requerimientos. (0)		2	
Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Calidad alcanzada	
0		2		0		Baja	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015) y Aguilar (2018)

Producción del docente D04 sobre el Episodio de clase

Siguiendo con la secuencia de actividades, especificada en el diseño de la sesión mostrada en la Tabla 5, se implementó la estrategia EPP para crear problemas por variación y se repartió a cada docente la ficha del Episodio de clase (ver anexo 4). Luego, se les pidió, a los docentes participantes, que analizaran el problema presentado en dicho episodio, lo resolvieran y finalmente crearan, de manera individual, un *Problema Pre* y *Problema Pos*. Seguidamente, se formaron grupos. Los docentes D03 y D04 formaron el grupo N°2 y estos presentaron un solo *Problema Pre* y *Problema Pos* del grupo.

Problema Pre:

A continuación, en la Figura 38, mostraremos el Problema Pre planteado por el grupo N°2.

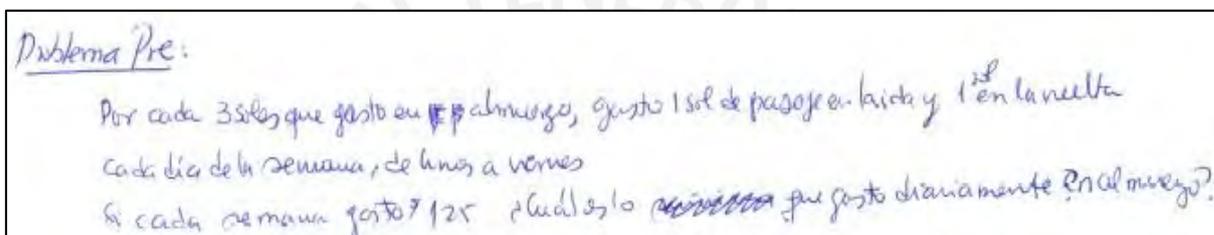


Figura 37. Problema Pre, creado por el grupo N°2 en base al Episodio de clase

El problema creado dice lo siguiente: "Por cada 35 soles que gasto en almuerzo, gasto 1 sol de pasaje en la ida y 1 sol en la vuelta cada día de la semana, de lunes a viernes. Si cada semana gasto 125 soles, ¿cuánto es lo que gasto diariamente en el almuerzo?"

En otro momento, después de realizado el taller, se coordinó con el docente D04 para poder revisar junto con él, el Problema Pre creado por el grupo N°2. Las preguntas y respuestas fueron las siguientes:

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es un Problema Pre?

Docente D04: Sí, porque el problema se resuelve de manera directa.

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es motivador para el estudiante?

Docente D04: Yo creo que sí, porque el problema está en un contexto conocido por los estudiantes, es decir, saber cuánto gastan en almuerzo es un cálculo que siempre deben hacer; y si ven, que un problema planteado se asemeja a su realidad, les llamará más la atención.

Investigador: ¿Consideras que los cambios hechos al problema inicial son relevantes?

Docente D04: Yo creo que sí, eso ayuda a que el problema sea más sencillo de resolver.

En base a la información obtenida podemos afirmar lo siguiente: El problema creado es un *problema de valor faltante*, pues se pide un valor numérico desconocido, en este caso, el gasto diario en el almuerzo. El *entorno matemático* son las proporciones; sin embargo, consideramos que también pueden ser las ecuaciones lineales. Por otro lado, *la información* ha sufrido un cambio cualitativo y cuantitativo a la vez. Cualitativo, pues el contexto ha cambiado completamente, llevando el problema inicial, sobre preparación de Pisco Sour, a un problema sobre los gastos de almuerzo diario. Cuantitativo, pues los datos numéricos que inicialmente aparecen en el problema del *Episodio de clase* han sido también modificados. El *requerimiento* (al igual que la *información*) también ha sido modificado de forma cualitativa y cuantitativa a la vez. Finalmente, el *contexto* del problema es extra matemático.

Ahora, analicemos los siguientes indicadores de creatividad: *Flexibilidad, Originalidad y Fluidez*.

Flexibilidad: Con respecto a la flexibilidad podemos afirmar lo siguiente: el problema no cuenta con requerimientos de dificultad gradual; por otro lado, consideramos que el requerimiento que tiene el problema, sí se puede resolver de varias maneras, por ejemplo, planteando una ecuación de primer grado; eso implica, que haya una clara conexión con el tema de ecuaciones lineales. Sin embargo, no hay una conexión con otras áreas del conocimiento. Por los aspectos antes mencionados, se le asigna un puntaje de (2).

Originalidad: Consideramos que el problema es original por las siguientes razones: el único problema diferente a los demás, eso implica que también sea uno de los dos problemas diferentes, planteados en base al Episodio de clase. Presenta novedad en la información dada, pues se ha cambiado todo el contexto inicial; también, presenta novedad en el requerimiento. Por los aspectos antes mencionados, se le asigna un puntaje de (4).

Fluidez: El problema sólo presenta un requerimiento. Por lo tanto, se le asigna un puntaje de (1).

Por todo lo observado y analizado, respecto a la creatividad mostrada en este problema, el docente D04 alcanzó un puntaje total de 7 puntos, esto es equivalente, según lo visto en la Tabla 8, a una calificación cualitativa de calidad media. A continuación, se presenta la rúbrica (ver Tabla 18) donde se muestra el puntaje y calidad alcanzada del problema creado por el grupo N°2, donde tuvo participación el docente D04.

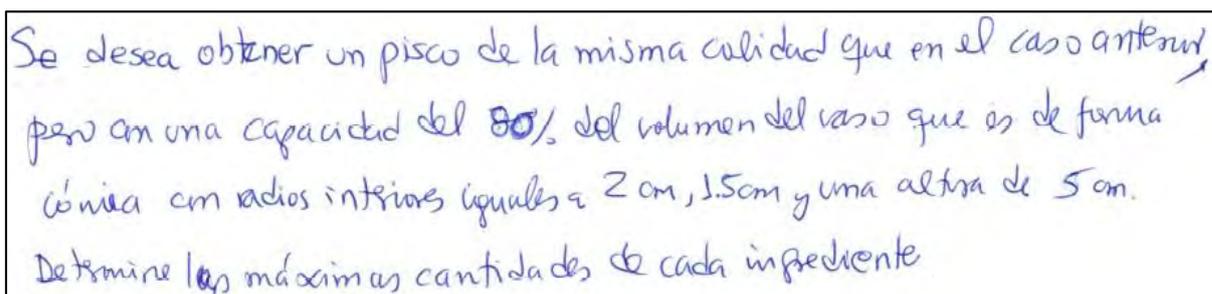
Tabla 18. Rúbrica para analizar el Problema Pre creado por el docente D04 en base al Episodio de clase

RÚBRICA PARA ANALIZAR EL PROBLEMA CREADO							
Docente: D04		Nombre de la actividad: Problema Pre del Episodio de clase				Tipo de problema	
Problema creado: Por cada 35 soles que gasto en almuerzo, gasto 1 sol de pasaje en ida y 1 sol en la vuelta cada día de la semana, de lunes a viernes. Si cada semana gastó 125 soles, ¿cuánto es lo que gasto diariamente en el almuerzo?						Problema de valor faltante.	x
						Problema de comparación.	
						Problema cualitativo de predicción o de comparación.	
						Otros:	
Elementos fundamentales del problema creado							
Información		Requerimiento		Contexto		Entorno matemático	
Modificación cuantitativa	Modificación relacional	Modificación cuantitativa	Modificación cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Proporciones	x
						Ecuaciones lineales	x
						Funciones lineales	
						Otros (especifique)	
x	x	x	x		x		
Calidad del problema creado							
Flexibilidad		Originalidad		Fluidez		Puntaje total	
Hay Requerimiento(s) de dificultad gradual. (0) El (los) requerimiento(s) se responde(n) de varias maneras. (1) Favorece la conexión con otros temas matemáticos. (1) Favorece la conexión con otras áreas del conocimiento.(0)		Es el único problema diferente a los demás. (1) Es uno de los dos problemas diferente a los demás. (1) El problema presenta novedad en la información dada. (1) El problema presenta novedad en el requerimiento. (1)		El problema tiene un requerimiento. (1) El problema tiene dos requerimientos. (0) El problema tiene tres requerimientos. (0) El problema tiene cuatro requerimientos. (0)		7	
Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Calidad alcanzada	
2		4		1		Media	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015) y Aguilar (2018)

Problema Pos:

Siguiendo la estrategia EPP, se solicitó a cada docente que, de manera individual, elaboren un Problema Pos, es decir, un problema más retador, inspirado en el Episodio de clase. Luego, nuevamente se deben juntar en grupos, para que de esta manera los docentes, presenten un solo problema Pos del grupo. Los grupos fueron los mismos que se formaron en el Problema Pre, así nuevamente, el docente D04 tuvo participación en el grupo N° 2 cuyo resultado se muestra en la Figura 39.



Se desea obtener un pisco de la misma calidad que en el caso anterior pero con una capacidad del 80% del volumen del caso que es de forma cónica con radios interiores iguales a 2 cm, 1.5 cm y una altura de 5 cm. Determine las máximas cantidades de cada ingrediente

Figura 38. Problema Pos, creado por el grupo N° 2 en base al Episodio de clase

En otro momento, después de aplicado el taller, se coordinó con el docente D04 para poder revisar junto a él, el Problema Pos creado por su grupo. Se le entrevistó mediante preguntas concretas para obtener información que complementa la ya obtenida por la Figura 39. Las preguntas y respuestas fueron las siguientes:

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es un Problema Pos?

Docente D04: ¡Por supuesto que sí! El problema tiene un grado de dificultad mayor al problema del Episodio.

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es motivador para los estudiantes a los que va dirigido?

Docente D04: Sí, porque el contexto del Pisco Sour es muy conocido para los chicos de esa edad.

Investigador: ¿Consideras que los cambios hechos al problema inicial son relevantes?

Docente D04: mmm... Ahora que lo veo con más detenimiento, me parece que no todos los cambios son relevantes, al tratar de hacer el problema un poco más complicado aumentamos datos que no sé si se apliquen en la vida real.

De la información obtenida por la entrevista al docente D04 y el problema mostrado en la Figura 39, podemos afirmar lo siguiente: El problema creado por el grupo N° 2 es un problema de tipo comparación, pues en el *requerimiento* se pide la cantidad de cada ingrediente del Pisco Sour; y estos se calculan manteniendo la proporción ya establecida en el problema del

Episodio. La *información* del problema ha sufrido un cambio cuantitativo; pues si bien es cierto que la proporción de los ingredientes del Pisco Sour se mantienen, se han agregado, algunos datos adicionales como la forma del vaso o copa en el que se prepara la bebida, las medidas de sus radios interiores y, por último, la capacidad del vaso que según el problema es de 80%. Con respecto al requerimiento, este sólo ha sufrido un ligero cambio cualitativo, pues no se ha modificado las proporciones de la bebida inicial ya que sigue siendo la misma (Pisco Sour). El *entorno matemático* son las proporciones y el *contexto* sigue siendo extra matemático.

Ahora analizaremos la Flexibilidad, Originalidad y Fluidez del problema creado.

Flexibilidad: Con respecto a la flexibilidad, se tiene lo siguiente: no hay requerimientos de forma gradual. El requerimiento se puede resolver de otras maneras, es decir utilizando otras herramientas matemáticas aparte de las proporciones. El problema favorece la conexión con otros temas matemáticos, por ejemplo, el uso de la geometría para saber el volumen del vaso que es un tronco de cono; y también, con el tema de porcentajes. Sin embargo, el problema creado, no favorece a otras áreas del conocimiento dado que sólo existen cambios cuantitativos al problema inicial del Episodio de clase. Por todos los aspectos antes mencionados, se le asigna un puntaje de (2).

Originalidad: Con respecto a la originalidad, podemos afirmar lo siguiente: es el único problema diferente a los demás debido a los nuevos datos que se han añadido al problema inicial. Es también, uno de los dos problemas diferente a los demás, esto resulta de la revisión de todos los *Problemas Pos* creados en esta etapa del taller. Además, la información dada sí presenta novedad pues, se considera la forma del vaso y las medidas de los radios interiores de sus bases. Finalmente, el problema no presenta mayor novedad en el requerimiento, dado que, este se basa en el requerimiento del problema del episodio. Por todos los aspectos antes mencionados, se le asigna un puntaje de (3).

Fluidez: El problema creado no presenta mayor fluidez dado que sólo tiene un requerimiento. Por ello se le asigna un puntaje de (1).

Por todo lo observado y analizado, el docente D04 alcanzó, junto a su grupo, un puntaje total de 6 puntos, equivalente según lo visto en la Tabla 8, a una calificación cualitativa de calidad media.

Algún comentario adicional con respecto al Problema Pos creado por el grupo N° 2 sería el siguiente: creemos que, a pesar de que los docentes aumentaron condiciones al problema inicial, no significa que el producto final sea un problema de mejor calidad que el problema Pre, dado que, si comparamos ambos problemas creados por el mismo grupo, notaremos que la calidad de estos sigue siendo la misma, incluso el Problema Pos, tiene un punto menos con respecto al puntaje total del problema Pre. Esto nos lleva a reflexionar que, no necesariamente

un problema más complicado es un problema de mejor calidad, además, creemos también que, un problema no necesariamente tiene que volverse complicado para ser más retador que el anterior.

A continuación, se presenta la rúbrica (ver Tabla 19) donde se muestra el puntaje y calidad alcanzada del problema, creado por el grupo N° 2 en el cual, el docente D04 tuvo participación.



Tabla 19. Rúbrica para analizar el Problema Pos creado por el docente D04 en base al Episodio de clase

RÚBRICA PARA ANALIZAR EL PROBLEMA CREADO							
Docente: D04		Nombre de la actividad: Problema Pos del Episodio de clase				Tipo de problema	
Problema creado: Se desea obtener un pisco de la misma calidad que el caso anterior, pero con una capacidad del 80% del volumen del vaso que es de forma cónica con radios interiores iguales a 2 cm y 1.5 cm respectivamente; y una altura de 5 cm. Determine las máximas cantidades de cada ingrediente.						Problema de valor faltante.	
						Problema de comparación.	x
						Problema cualitativo de predicción o de comparación.	
						Otros:	
Elementos fundamentales del problema creado							
Información		Requerimiento		Contexto		Entorno matemático	
Modificación cuantitativa	Modificación relacional	Modificación cuantitativa	Modificación cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Proporciones	x
						Ecuaciones lineales	
						Funciones lineales	
x			x		x	Otros (especifique)	
Calidad del problema creado							
Flexibilidad		Originalidad		Fluidez		Puntaje total	
Hay Requerimiento(s) de dificultad gradual. (0) El (los) requerimiento(s) se responde(n) de varias maneras. (1) Favorece la conexión con otros temas matemáticos. (1) Favorece la conexión con otras áreas del conocimiento.(0)		Es el único problema diferente a los demás. (1) Es uno de los dos problemas diferente a los demás. (1) El problema presenta novedad en la información dada. (1) El problema presenta novedad en el requerimiento. (0)		El problema tiene un requerimiento. (1) El problema tiene dos requerimientos. (0) El problema tiene tres requerimientos. (0) El problema tiene cuatro requerimientos. (0)		6	
Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Calidad alcanzada	
2		3		1		Media	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015) y Aguilar (2018)

Producción del docente D04 en base a la Prueba de salida

Analizaremos ahora la producción del docente D04 en base a la actividad que corresponde a la prueba de salida. Esta actividad se trabajó de forma individual y; según el diseño de la sesión (ver Tabla 5) se le repartió, a cada docente, la ficha de Prueba de salida (ver Anexo 7). En esta ficha, se les solicitó analizar, resolver y luego crear un Problema Pre y Problema Pos en base al episodio de clase mostrado en la Prueba de salida. El objetivo de esta actividad fue analizar y medir la capacidad creadora de cada docente participante al final del taller.

A continuación, analizaremos el Problema Pre y Problema Pos creado por el docente D04 en base al episodio de clase presentado en la ficha de Prueba de salida.

Problema Pre:

En la última etapa del taller, se le solicitó al docente D04 crear un Problema Pre en base al episodio de clase mostrado en la ficha de salida (ver Anexo 7). El resultado se muestra a continuación en la Figura 40.

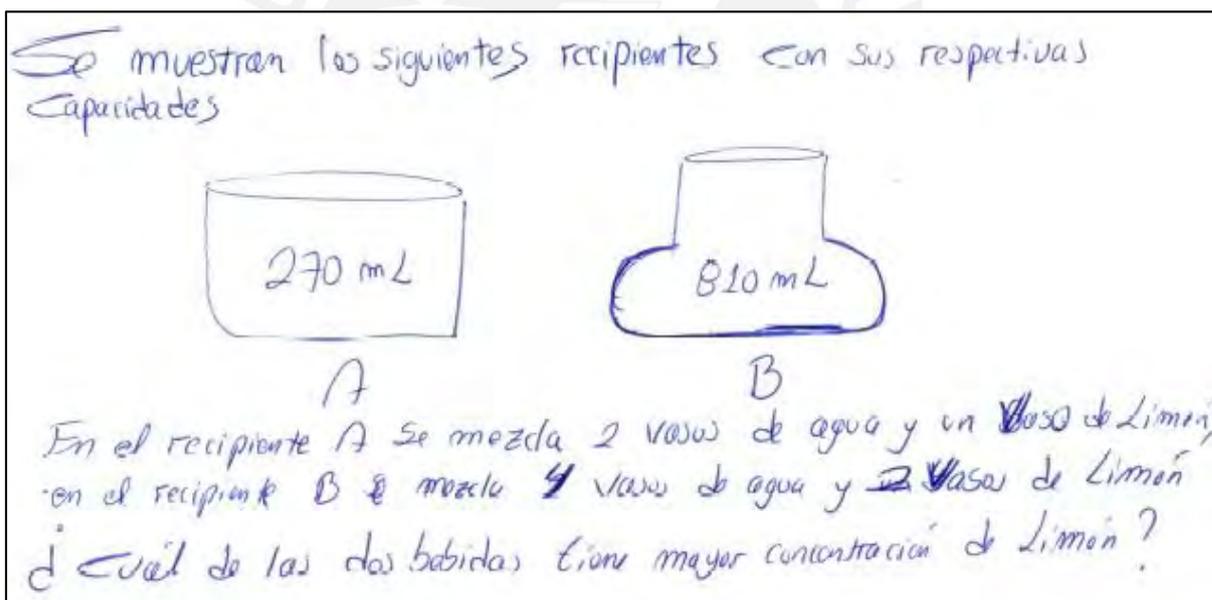


Figura 39. Problema Pre, creado por el docente D04 en base a la Prueba de salida

En otro momento, después de aplicado el taller, se coordinó con el docente D04 para poder hacerle algunas preguntas en base al Problema Pre creado por su autoría. Las preguntas planteadas; y las respuestas del docente D04 son las siguientes:

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es un Problema Pre?

Docente D04: Sí. Porque es un problema más sencillo que el problema del episodio, además si los alumnos resuelven este problema, se les hará más fácil resolver el problema del episodio ya que sirve como insumo.

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es motivador para el estudiante?

Docente D04: Yo creo que sí. Considero incluso que es un problema novedoso; ya que, no requiere hacer cálculos, sólo interviene la intuición. Esto motivaría al estudiante a resolver el siguiente problema que sería el del episodio.

Investigador: ¿Consideras que los cambios hechos al problema inicial son relevantes?

Docente D04: Yo creo que sí, dado el tipo de problema que pedían (Problema Pre).

De la información obtenida, podemos afirmar lo siguiente: El Problema Pre, creado por el docente D04 en base a la prueba de salida, muestra una cierta mejoría en estructura con respecto al problema creado por este mismo docente al iniciar el taller, puesto que la información y los requerimientos del problema guardan relación entre sí. Además, notamos que el docente ya interiorizó e hizo suyo, los conceptos de: *Problema pre* y *episodio de clase*, usados en creación de problemas según Malaspina (2017).

Sobre el problema en sí, podemos mencionar lo siguiente: es un problema de tipo cualitativo de predicción o comparación, dado que, para resolverlo, no se necesita hacer cálculos numéricos. Sino más bien, hacer uso de la intuición. Por otro lado, la *información* ha sufrido una modificación cuantitativa, ya que, se le añade un volumen específico a cada recipiente; y el *requerimiento*, una modificación cualitativa, ya que, esta vez, se pregunta sobre la bebida con más concentración de limón. Además, el contexto del problema es extra matemático. Y finalmente, el entorno matemático del problema son las proporciones.

Ahora, analicemos los siguientes indicadores de creatividad: *Flexibilidad, Originalidad y Fluidez*.

Flexibilidad: Consideramos que el problema creado es poco flexible por las siguientes razones: no hay requerimientos de dificultad gradual dado que, el problema cuenta con un solo requerimiento El requerimiento se puede responder de varias maneras, una de ellas es por simple intuición, sin embargo, otra forma sería utilizar las mismas proporciones. El problema, no favorece la conexión con otros temas matemáticos ni la conexión con otras áreas del conocimiento. Por los aspectos antes mencionados, se le asigna un puntaje de (1).

Originalidad: Consideramos que el problema creado es medianamente original por las siguientes razones: No es el único problema diferente a los demás debido a que el problema es muy similar al creado por el docente D02 visto anteriormente. Sin embargo, sí es uno de los dos problemas diferente a otros planteados en esta etapa del taller. Por otro lado, consideramos que el problema presenta novedad en la información debido a que el docente trabaja sólo con dos recipientes (a comparación de los tres que aparecen en la prueba de salida); y también, porque considera poner como dato adicional, la capacidad de cada recipiente. Por último, consideramos que el problema presenta novedad en el requerimiento

ya que cambia el sentido inicial de la pregunta. Por los aspectos antes mencionados, se le asigna un puntaje de (3).

Fluidez: Consideramos que el problema creado es poco fluido, pues presenta un solo requerimiento.

Por todo lo antes analizado, el *Problema Pre* creado, en base a la prueba de salida, por el docente D04, obtuvo un puntaje total de 4 puntos, equivalente a una calificación cualitativa de calidad media (ver Tabla 8). A continuación, en la Tabla 20 presentamos la rúbrica en la que se resume todo lo analizado referente al *Problema Pre* del docente D04.



Tabla 20. Rúbrica para analizar el Problema Pre creado por el docente D04 en base a la Prueba de salida

RÚBRICA PARA ANALIZAR EL PROBLEMA CREADO							
Docente: D04		Nombre de la actividad: Problema Pre de la Prueba de salida				Tipo de problema	
Problema creado: Se muestran los recipientes con sus respectivas capacidades. En el recipiente A se mezclan 2 vasos de agua y un vaso de limón, en el recipiente B se mezclan 4 vasos de agua y 2 vasos de limón. ¿Cuál de las dos bebidas tiene una mayor concentración de limón?						Problema de valor faltante.	
						Problema de comparación.	
						Problema cualitativo de predicción o de comparación.	x
						Otros:	
Elementos fundamentales del problema creado							
Información		Requerimiento		Contexto		Entorno matemático	
Modificación cuantitativa	Modificación relacional	Modificación cuantitativa	Modificación cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Proporciones	x
						Ecuaciones lineales	
						Funciones lineales	
						Otros (especifique)	
x			x		x		
Calidad del problema creado							
Flexibilidad		Originalidad		Fluidez		Puntaje total	
Hay Requerimiento(s) de dificultad gradual. (0) El (los) requerimiento(s) se responde(n) de varias maneras. (1) Favorece la conexión con otros temas matemáticos. (0) Favorece la conexión con otras áreas del conocimiento. (0)		Es el único problema diferente a los demás. (0) Es uno de los dos problemas diferente a los demás. (1) El problema presenta novedad en la información dada. (1) El problema presenta novedad en el requerimiento. (1)		El problema tiene un requerimiento. (1) El problema tiene dos requerimientos. (0) El problema tiene tres requerimientos. (0) El problema tiene cuatro requerimientos. (0)		5	
Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Calidad alcanzada	
1		3		1		Media	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015) y Aguilar (2018)

Problema Pos:

Siguiendo el diseño de la sesión del taller (ver Tabla 5), se solicitó al docente D04 crear un Problema Pos en base al episodio mostrado en la prueba de salida (ver Anexo 7). El problema creado por el docente D04 se muestra a continuación en la Figura 41.

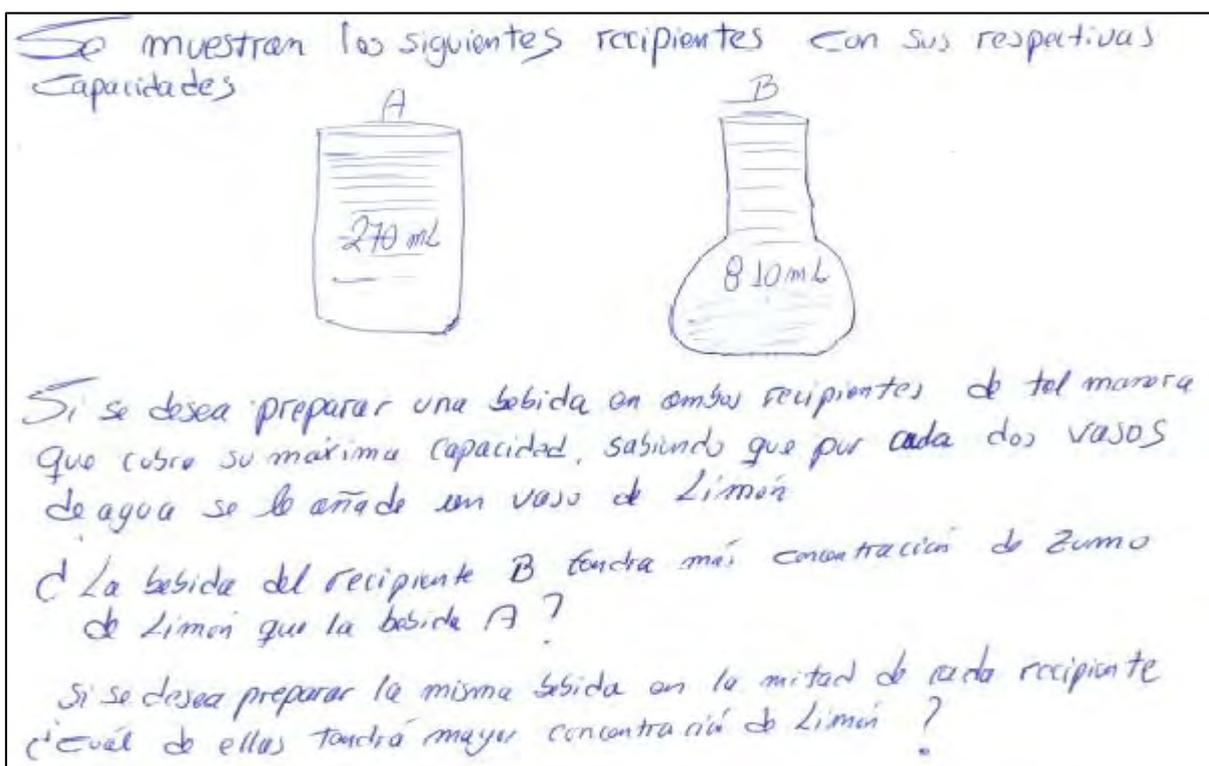


Figura 40. Problema Pos, creado por el docente D04 en base a la Prueba de salida

En otro momento, después de aplicado el taller, se coordinó con el docente para poder hacerle una entrevista en base al problema creado. Las preguntas y posteriores respuestas fueron las siguientes:

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es un Problema Pos?

Docente D04: Sí, porque es un problema que tiene más condiciones que el problema pre, incluso más requerimientos. Eso lo hace más retador para los estudiantes.

Investigador: ¿Consideras que el problema creado es motivador para el estudiante?

Docente D04: Yo creo que sí. Preparar una bebida son cosas que suceden dentro de nuestra vida cotidiana.

Investigador: ¿Consideras que los cambios hechos al problema inicial son relevantes?

Docente D04: Yo creo que sí, porque si bien el problema no exige mucho cálculo, sí exige un poco más de razonamiento.

Por la información que se puede obtener del *Problema Pos*, visto en la Figura 41; y por las respuestas brindadas por el docente D04, afirmamos lo siguiente: el problema es de tipo problema cualitativo de predicción o comparación ya que se puede resolver sin hacer ningún cálculo adicional. Con respecto a la *información* del problema, se puede observar que esta ha sufrido una modificación cuantitativa, dado que, se ha aumentado como dato la capacidad de cada recipiente. El *requerimiento* también ha sufrido cambios, estos cambios son básicamente cualitativos. El *contexto* es extra matemático. Finalmente, el *entorno matemático* son las proporciones.

Ahora, analizaremos el problema creado en base a los indicadores de Flexibilidad, Originalidad y Fluidez.

Flexibilidad: Consideramos que el problema creado es medianamente flexible por las siguientes razones: existen requerimientos de dificultad gradual, cada uno de estos se puede resolver de otras maneras. El problema no favorece la conexión con otros temas matemáticos y mucho menos con otras áreas de conocimiento. Por los aspectos antes mencionados, se le asigna un puntaje de (2).

Originalidad: el problema creado por el docente D04 no es el único diferente a los demás, dado que, tiene similitud al problema creado por el docente D02, ambos en base a la prueba de salida (ver Anexo 7). Sin embargo, sí es uno de los dos problemas diferente a los demás. Además, consideramos que el problema presenta novedad en la información ya que, en un primer momento se considera la capacidad de cada recipiente; luego, se considera la mitad de la capacidad de cada uno de estos. Finalmente, consideramos que el problema presenta novedad en los requerimientos, esto debido a que estos se basan en la nueva información añadida al problema. Por los aspectos antes mencionados, se le asigna un puntaje de (3).

Fluidez: Consideramos que el problema creado por el docente D04 es medianamente fluido pues, presenta dos requerimientos de manera gradual. Por ello se le asigna un puntaje de (2).

Por todo lo analizado, el problema del docente D04 obtuvo un puntaje total de 7 puntos, equivalente a una calificación cualitativa de calidad media (ver Tabla 8). A continuación, en la Tabla 21 presentamos la rúbrica en la que se resume todo lo analizado referente al *Problema Pos* del docente D04.

Tabla 21. Rúbrica para analizar el Problema Pos creado por el docente D04 en base a la Prueba de salida

RÚBRICA PARA ANALIZAR EL PROBLEMA CREADO							
Docente: D04		Nombre de la actividad: Problema Pos de la Prueba de salida				Tipo de problema	
Problema creado: Se muestran los recipientes con sus respectivas capacidades. Si se desea preparar una bebida en ambos recipientes de tal manera que cubra su máxima capacidad. Sabiendo que, por cada dos vasos de agua, se le añade un vaso de limón. ¿La bebida del recipiente B tendrá más concentración que la del recipiente A? Si se desea preparar la misma bebida en la mitad de cada recipiente, ¿cuál de ellas tendrá mayor concentración de limón?						Problema de valor faltante.	
						Problema de comparación.	
						Problema cualitativo de predicción o de comparación.	x
						Otros:	
Elementos fundamentales del problema creado							
Información		Requerimiento		Contexto		Entorno matemático	
Modificación cuantitativa	Modificación relacional	Modificación cuantitativa	Modificación cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Proporciones	x
						Ecuaciones lineales	
						Funciones lineales	
x			x		x	Otros (especifique)	
Calidad del problema creado							
Flexibilidad		Originalidad		Fluidez		Puntaje total	
Hay Requerimiento(s) de dificultad gradual. (1) El (los) requerimiento(s) se responde(n) de varias maneras. (1) Favorece la conexión con otros temas matemáticos. (0) Favorece la conexión con otras áreas del conocimiento. (0)		Es el único problema diferente a los demás. (0) Es uno de los dos problemas diferente a los demás. (1) El problema presenta novedad en la información dada. (1) El problema presenta novedad en el requerimiento. (1)		El problema tiene un requerimiento. (1) El problema tiene dos requerimientos. (1) El problema tiene tres requerimientos. (0) El problema tiene cuatro requerimientos. (0)		7	
Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Puntaje obtenido		Calidad alcanzada	
2		3		2		Media	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015) y Aguilar (2018)

Por todo lo analizado, en las distintas etapas del taller, con respecto a la producción del docente D04, podemos notar que su producción ha ido evolucionando progresivamente. Notemos que el docente empezó planteando un problema confuso y mal estructurado ya que, no había una conexión clara entre la información del problema y el requerimiento de este. Sin embargo, a medida que avanzábamos en el taller, el docente pudo ir mejorando estos aspectos, incluso notamos que logró interiorizar los conceptos en base a creación de problemas según Malaspina (2017), presentados en el taller. A continuación, en la Figura 35, mostramos un gráfico que nos permite ver cómo ha ido evolucionando cada problema creado por el docente D04, en base al cada puntaje total obtenido en las diferentes etapas del taller.

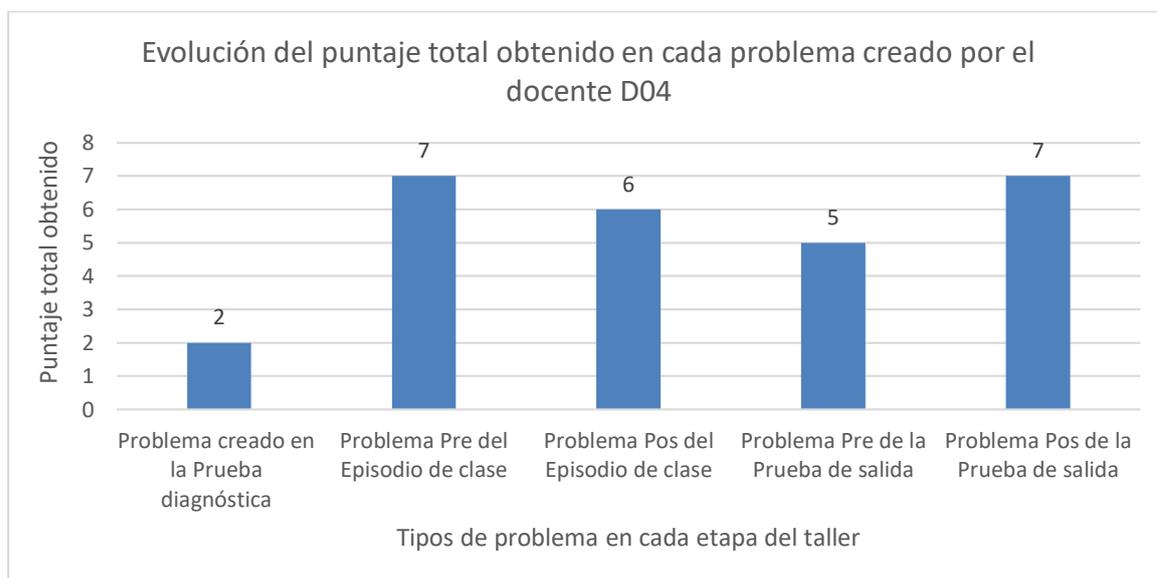


Figura 41. Evolución del puntaje total obtenido en cada problema creado por el docente D04

Según lo observado en la Figura 42, podemos mencionar lo siguiente: en la Prueba diagnóstica, el docente D04 empezó creando un problema (ver Figura 37) el cual, tuvo un puntaje total de 2. Esto, se debió principalmente, a que el problema creado por el docente no estaba bien planteado y como consecuencia no había conexión entre la información del problema y su requerimiento, lo cual hacía confuso el problema creado. En la siguiente etapa del taller, los participantes se juntaron por grupos. El docente D04 fue integrante del grupo N°2, y junto con el docente D03 plantearon un *Problema Pre* y un *Problema Pos*, en base al episodio de clase proporcionado en esta etapa del taller (ver Anexo 4) estos problemas, según podemos ver en la Figura 42, alcanzaron un puntaje total de 7 puntos y 6 puntos respectivamente. Creemos que esta actividad grupal, junto con la socialización por parte de todos los docentes participantes, ayudó a entender y a mejorar la capacidad creadora del docente D04, ya que, en la etapa final, cuando se le pidió crear nuevamente un *Problema Pre*

y un *Problema Pos*, en base a la Prueba de salida, estos tuvieron un puntaje total de 5 puntos y 7 puntos respectivamente, mejorando el puntaje obtenido al inicio del taller.

A continuación, en la Tabla 22, mostramos el puntaje obtenido y su respectiva calidad alcanzada de los problemas creados por el docente D04 en las distintas etapas del taller.

Tabla 22. Calidad alcanzada en cada problema creado por el docente D04 según el puntaje obtenido

Docente D04	Problema creado en la Prueba diagnóstica	Problema Pre del Episodio de clase	Problema Pos del Episodio de clase	Problema Pre de la Prueba de salida	Problema Pos de la Prueba de salida
Puntaje obtenido	2	7	6	5	7
Calidad alcanzada	Baja	Media	Media	Media	Media

En la Tabla 22 podemos notar lo siguiente: en general, si bien ha habido una mejora en el puntaje total obtenido en cada problema, la calidad alcanzada se ha mantenido constante a partir del segundo problema creado por el docente D04 (Problema Pre del episodio de clase). Sin embargo, cabe resaltar que, según la calificación cualitativa de la calidad de un problema visto anteriormente (ver Tabla 8), el último problema creado por el docente D04 estuvo a sólo dos puntos de alcanzar una calificación de calidad alta.

Ahora, veamos la evolución de cada problema creado por el docente D04 según los indicadores de creatividad: Flexibilidad, Originalidad y Fluidez, mostrados en la siguiente figura.

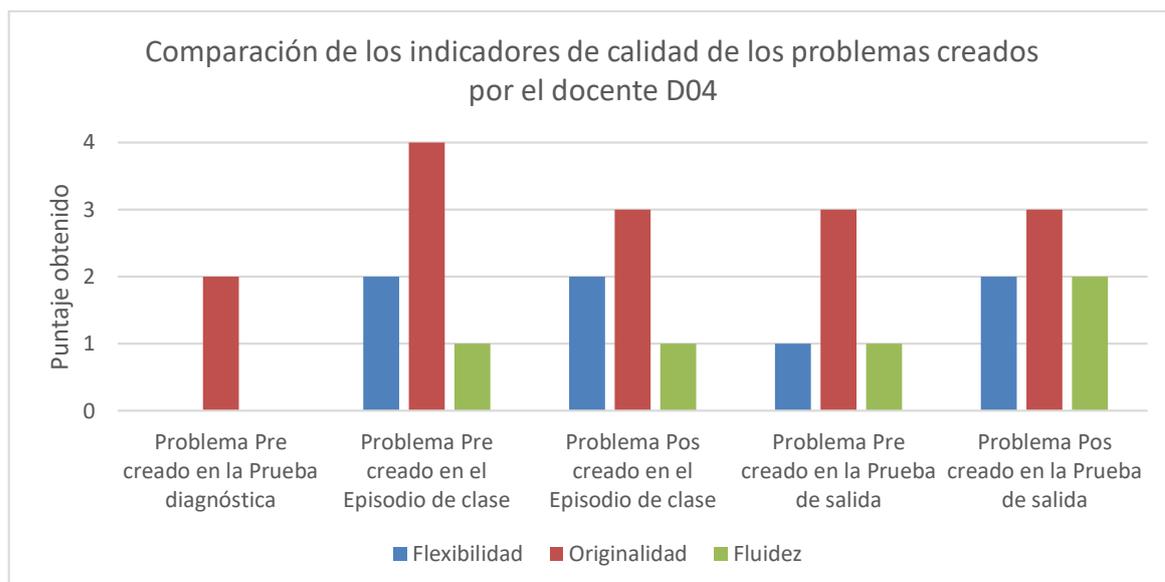


Figura 42. Comparación de los indicadores de calidad de los problemas creados por el docente D04

Según lo mostrado en la Figura 43, podemos afirmar de manera general, lo siguiente: los problemas creados por variación, por parte del docente D04, fueron mejorando poco a poco en lo que respecta a *Flexibilidad*, *Originalidad* y *Fluidez*, desde el primer problema creado, en base a la prueba diagnóstica dada al inicio del taller, hasta el último problema creado, en base a la prueba de salida dada al final del taller. Con respecto a la *Flexibilidad*, notamos que al inicio alcanzó un puntaje de 2, luego, esta mejoró hasta obtener un puntaje de 4 (en esta etapa ya se empezaba a trabajar grupalmente), posteriormente, el puntaje de la flexibilidad se mantuvo en 3 puntos hasta el final del taller. Eso nos hace suponer que en lo que respecta a flexibilidad, el docente D04 mejoró, gracias a la influencia del docente D03 (con quien formó el grupo N°2) y a la socialización al momento de explicar el problema creado por su grupo. Con respecto a la *Originalidad*, podemos afirmar que esta también fue mejorando. Dado que, al inicio del taller, el docente D04 obtuvo un puntaje de 0, esto debido a que el problema creado en ese momento no estaba bien estructurado, sin embargo, notamos que en el siguiente problema creado obtuvo un puntaje de 4. Posteriormente, se mantuvo en un puntaje de 3 hasta el final. Finalmente, notamos que, en lo que respecta a *Fluidez*, el puntaje fue mejorando, ya que, al inicio empezó con 0 puntos y al final del taller obtuvo 2 puntos.

A continuación, veamos los resultados obtenidos sobre el cuestionario de salida, tomado como última actividad del taller. En este fue respondido por todos los docentes participantes.

Cuestionario de salida

El cuestionario de salida (ver anexo 8) según el diseño de la sesión (ver tabla 5) fue implementado como la última actividad individual del taller y fue respondido por todos los docentes participantes. Este cuestionario ha sido adaptado de la tesis de Aguilar (2018), consta de cuatro preguntas y tuvo como objetivo recoger las impresiones de cada docente con respecto a su experiencia en taller de creación de problemas.

En la pregunta N°1 se solicitó responder lo siguiente: *¿cómo califica su experiencia sobre creación de problemas de proporcionalidad durante este taller?* Para marcar la posible respuesta se les presentó una escala de Likert con cinco alternativas: muy buena, buena, ni buena ni mala, mala, muy mala. Seguidamente, se les preguntó el porqué de su respuesta. A continuación, mostramos los resultados de esta pregunta:

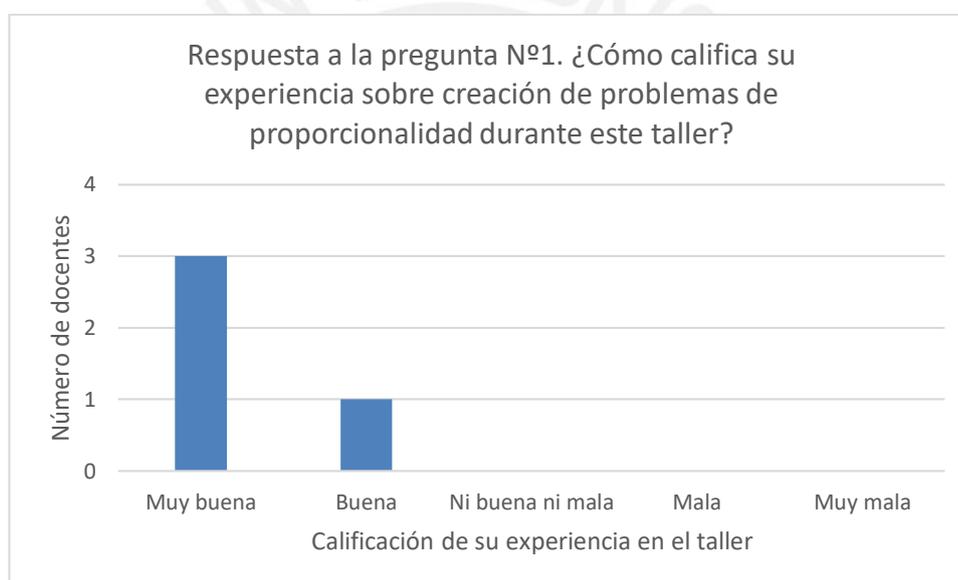


Figura 43. Respuesta de los docentes participantes al taller respecto a la pregunta N°1 del cuestionario de salida

Según el diagrama de barras mostrado en la Figura 44, la mayoría de los participantes calificaron como muy buena su experiencia sobre creación de problemas de proporcionalidad y el resto marcó la opción buena. En base a esto, podemos afirmar que a todos los docentes participantes del taller les ha gustado la experiencia de crear problemas por variación, esto en base a la estrategia *EPP* empleada las actividades pedidas.

La pregunta N°2 consta de dos partes, en la primera parte se solicitó responder lo siguiente: *¿cuál de los dos problemas le parece más interesante crear en su labor docente?* Seguidamente, como una segunda parte de la pregunta se les pide especificar el porqué de su respuesta. Para responder la primera parte de la pregunta se brindaron dos opciones: *Problema Pre* o *Problema Pos*. A continuación, mostramos los resultados de esta pregunta.

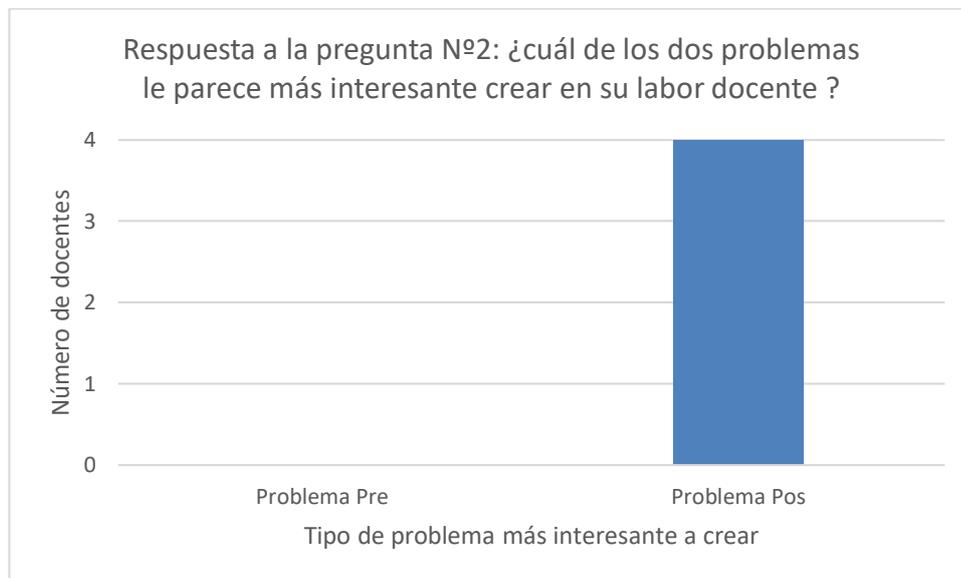


Figura 44. Respuestas de los docentes participantes del taller respecto a la pregunta N° 2 del cuestionario de salida

Según se muestra en la Figura 45, todos los docentes participantes del taller consideraron al Problema Pos como un problema más interesante. En base a este resultado, podemos afirmar que los docentes participantes al taller se sienten más cómodos haciendo variaciones a un problema de tal manera que este resulte más complicado de resolver que el problema inicial (problema del *Episodio*). Además, notamos en el taller, que estos docentes no estaban acostumbrados a variar un problema de tal manera que su solución sea más sencilla que el problema anterior y que al resolver este, permita entender el problema presentado en el *Episodio*.

En la pregunta N° 3 se solicitó responder lo siguiente: *¿qué importancia le da usted a la creación de problemas para la enseñanza de la proporcionalidad?* Para marcar la respuesta se les presentó cinco opciones en la escala de Likert las cuales fueron: Muy importante, Importante, Moderadamente importante, Poca importancia, Sin importancia. Seguidamente, se les preguntó el porqué de su respuesta. A continuación, mostramos los resultados que corresponden a esta pregunta del cuestionario de salida.

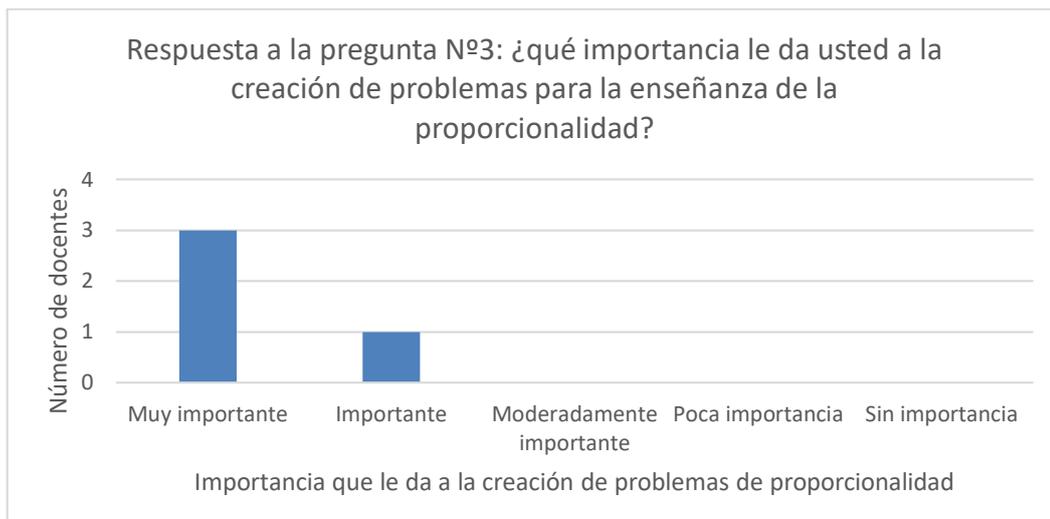


Figura 45. Respuestas de los docentes participantes del taller respecto a la pregunta N°3 del cuestionario de salida

Según se aprecia en la Figura 46, la mayoría de los docentes participantes del taller les pareció muy importante la creación de problemas de proporcionalidad.

En la pregunta 5 se solicitó responder lo siguiente: *¿considera usted que este taller ha estimulado su capacidad de crear problemas de proporcionalidad?* Para responder esta pregunta se presentó sólo dos opciones las cuales fueron: Sí y No. Seguidamente, se les pide que justifique su respuesta.

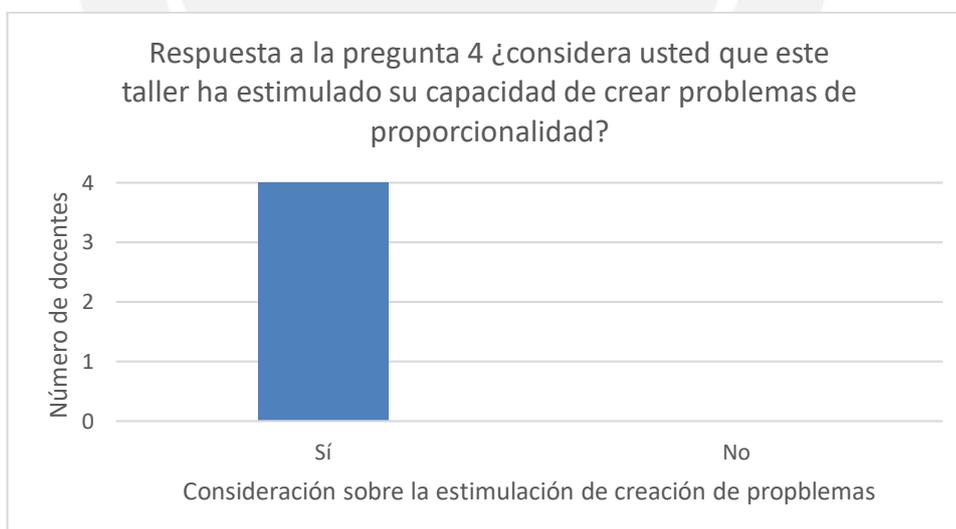


Figura 46. Respuestas de los docentes participantes del taller respecto a la pregunta N° 4 del cuestionario de salida

Según se muestra en la Figura 47, todos los dos docentes participantes consideraron que el taller (y en particular la estrategia *EPP*) ha estimulado su capacidad creadora de problemas sobre proporcionalidad.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones:

En relación al primer objetivo específico de esta investigación:

“Identificar la capacidad de crear problemas por variación de los docentes de las carreras de comunicaciones, sobre problemas de proporcionalidad, al aplicar una prueba diagnóstica antes del inicio de un taller de creación de problemas”.

En base al análisis de las respuestas obtenidas de la pregunta N° 3 planteada en la prueba diagnóstica (ver Anexo 3), se logró identificar (mediante una rúbrica) que los docentes D02 y D04 no tenían una buena capacidad de crear problemas por variación antes del inicio del taller. Dado que, obtuvieron un puntaje total de 3 y 2 respectivamente (ver tabla 11 y 17). Esto, se refleja también en la poca creatividad mostrada según flexibilidad, originalidad y fluidez analizada en los problemas creados. Según la calificación cualitativa de calidad vista en Martínez (2015) y detallada en la Tabla 8, equivale a decir que, los problemas creados por variación por parte de los docentes D02 y D04 tuvieron como resultado una calificación cualitativa de calidad baja.

Por lo anteriormente expuesto, podemos afirmar que se ha alcanzado con éxito el primer objetivo específico, dado que, se ha podido identificar la capacidad de crear problemas por variación en base al tema de proporcionalidad, que tenían al inicio del taller. Esto se pudo lograr mediante el análisis de sus respuestas a la prueba diagnóstica dada en la primera etapa del taller según la programación del diseño de la sesión (ver Tabla 5). Este análisis está basado en la rúbrica vista en la Tabla 9, adaptada de los trabajos de Martínez (2015) y Aguilar (2018).

En relación al segundo objetivo específico de esta investigación:

“Describir los cambios que se manifiestan en la capacidad de crear problemas por variación de los docentes de las carreras de comunicaciones, sobre problemas de proporcionalidad, luego de aplicar la estrategia EPP en base a un episodio de clase dado durante un taller de creación de problemas”.

Al aplicar la estrategia EPP, en base al Episodio de clase (ver anexo 4), se notó que todos los docentes participantes del taller, mostraron una buena predisposición para seguir las etapas de la estrategia, como son: el trabajo individual, el trabajo grupal y la socialización. Se formaron dos grupos (grupo N° 1 y grupo N° 2) y se analizaron los problemas creados por variación de cada uno de estos. Cabe precisar que los docentes D02 y D04 estuvieron cada uno en grupos diferentes. Se analizaron los Problemas Pre y Problemas pos de cada grupo,

mediante una rúbrica adaptada de Martínez (2015). Esta rúbrica nos permitió describir la calidad de los problemas creados en base a su flexibilidad, originalidad y fluidez. Y también en base los cambios efectuados en la información, requerimiento, contexto y entorno matemático según Malaspina (2017). Los criterios de esta rúbrica nos permitieron hacer una evaluación objetiva de las producciones de los docentes sujetos de estudio. Por otro lado, las entrevistas realizadas a los docentes nos sirvieron para entender la reflexión que tuvieron estos al momento de crear los problemas propuestos.

Los resultados obtenidos mediante el análisis del Problema Pre y Problema Pos creados por el grupo N° 1 que tiene como uno de sus integrantes al docente D02, se muestran en la tabla 12 y tabla 13 respectivamente. De ellas se puede apreciar que el puntaje de cada problema creado ha ido aumentando con respecto al anterior. De la misma manera, los resultados obtenidos al analizar el Problema Pre y Problema Pos del grupo N° 2, que tiene como uno de sus integrantes al docente D04, se muestran en la tabla 18 y tabla 19 respectivamente. Los resultados de este último grupo, también muestran una mejora en el puntaje con respecto al problema anterior.

De esta manera hemos descrito los cambios que se manifiestan al implementar al implementar la estrategia EPP mediante un episodio de clase. Por este motivo podemos afirmar que se ha alcanzado con éxito nuestro segundo objetivo.

En relación al tercer objetivo específico de esta investigación:

“Describir los cambios que se manifiestan en la capacidad de crear problemas por variación de los docentes de las carreras de comunicaciones, sobre problemas de proporcionalidad, al aplicar una prueba de salida al término de un taller de creación de problemas”.

Luego de haber aplicado la estrategia EPP en base al Episodio de clase, se solicitó a cada docente participante, crear un nuevo Problema Pre y Problema Pos, pero esta vez de manera individual y en base a una prueba de salida, el objetivo fue identificar y analizar los cambios ocurridos para luego poder describirlos.

Estos resultados, fueron mostrados a través de gráficos y tablas, de tal manera que, se pudieron apreciar los cambios ocurridos en la flexibilidad, originalidad y fluidez de cada problema creado. Identificamos que, a medida que se avanzaba en las secuencias programadas del taller, los docentes D02 y D04 iban mostrando cierta mejoría en cada uno de los indicadores de la creatividad (flexibilidad, originalidad y fluidez).

De las tabla 14 y 15 correspondientes a las rúbricas del Problema Pre y Problema Pos (respectivamente) del docente D02, podemos concluir que ha habido una cierta mejora en

cuanto al puntaje obtenido en estos problemas, ya que, el docente ha logrado obtener una calificación media para el Problema Pre que ha propuesto en esta última etapa del taller; y una calificación alta para el respectivo Problema Pos, con lo cual podríamos afirmar que ha habido un cambio favorable con este docente ya que, ha ido aumentando el puntaje obtenido en cada problema que se le ha pedido en las diferentes etapas del taller. En la figura 32, se muestra la evolución del puntaje obtenido y en ella se ve claramente cómo este docente ha ido aumentando su capacidad creadora de problemas por variación y esto implica una mejora en la calidad de los problemas creados por este.

De las tablas 21 y 22 correspondientes a las rúbricas del Problema Pre y Problema Pos (respectivamente) del docente D04, podemos concluir que ha habido una cierta mejora en cuanto al puntaje obtenido en estos problemas, obteniendo 5 puntos en el Problema Pre y 7 puntos en el Problema Pos, ello según la tabla 8, corresponde a un nivel medio y un nivel alto respectivamente, con lo cual podríamos afirmar que ha habido un cambio favorable durante las diferentes etapas del taller ya que al inicio empezó creando un problema con un puntaje de 3, el cual, según la tabla 8, corresponde a un problema de baja calidad. En la figura 41, se muestra la evolución del puntaje obtenido en cada etapa del taller y en ella se ve claramente cómo este docente ha ido aumentando su capacidad creadora de problemas por variación y eso implica una mejora en la calidad de los problemas creados por este.

Por lo anteriormente expuesto, se puede afirmar que se ha alcanzado el tercer objetivo específico, dado que, al haber aplicado la prueba de salida se ha podido describir los cambios que han ocurrido en la capacidad de crear problemas por variación de los docentes sujetos de estudio de nuestra investigación.

En relación al objetivo general de la investigación

“Analizar si la estrategia EPP (Episodio, Problema Pre, Problema Pos) estimula la capacidad de crear problemas por variación, sobre proporcionalidad, en un grupo de docentes de las carreras de comunicaciones”.

Dado que se cumplen todos los objetivos específicos planteados en esta investigación, además, debido a la naturaleza cualitativa de este trabajo y a la constante triangulación de información recogida en el taller implementado, consideramos que hemos logrado alcanzar el objetivo general de esta investigación.

Por lo tanto, podemos responder a nuestra pregunta de investigación:

¿Podrá la estrategia EPP (Episodio, Problema Pre, Problema Pos) estimular la capacidad de crear problemas por variación, sobre proporcionalidad, en un grupo de docentes de las carreras de comunicaciones de una universidad privada de Lima?

En base a los objetivos logrados, podemos afirmar que la estrategia EPP (Episodio, Problema Pre y Problema Pos) sí estimula la capacidad de crear problemas por variación, sobre proporcionalidad, en un grupo de docentes de las carreras de comunicaciones. Ello, se evidencia en las mejoras que han ocurrido con los problemas creados en cada etapa del taller de creación de problemas por los sujetos de estudio de nuestra investigación.

5.2 Recomendaciones:

Todo el proceso de investigación y las conclusiones alcanzadas, nos permiten formular las siguientes recomendaciones:

- Capacitar a los docentes, en base al enfoque de creación de problemas por variación según Malaspina (2017). Dado que, conocer los conceptos como Problema Pre y Problema Pos, además de aplicar la estrategia EPP, nos darán resultados interesantes y despertará la creatividad de los docentes.
- Para futuras investigaciones, considerar la creación de problemas por elaboración, sobre proporcionalidad, en base a la estrategia SPP (Situación, Problema Pre, Problema Pos). De esta manera tener más investigaciones sobre creación de problema y sobre el mismo objeto matemático.
- Para futuras investigaciones sobre creación de Problema Pre y/o Problema Pos, considerar un mayor número de sesiones, con el fin de obtener mayor información y tener más tiempo para la fase de socialización, que es una parte muy importante dentro de la estrategia EPP y SPP respectivamente.

REFERENCIAS

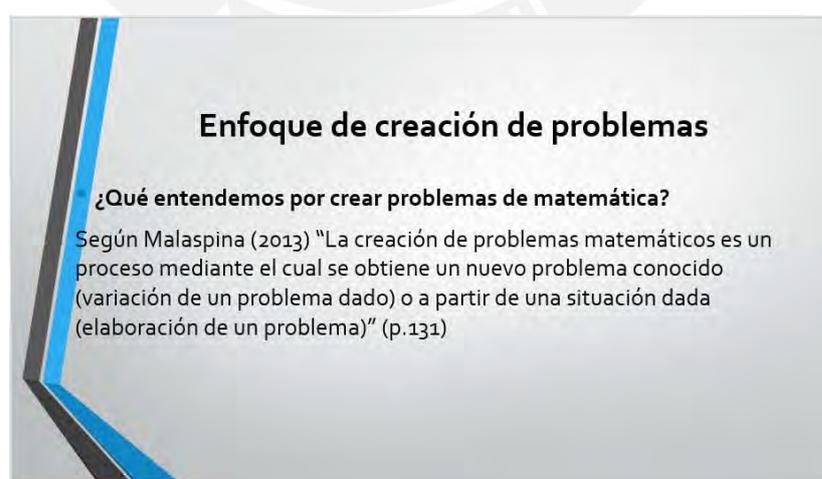
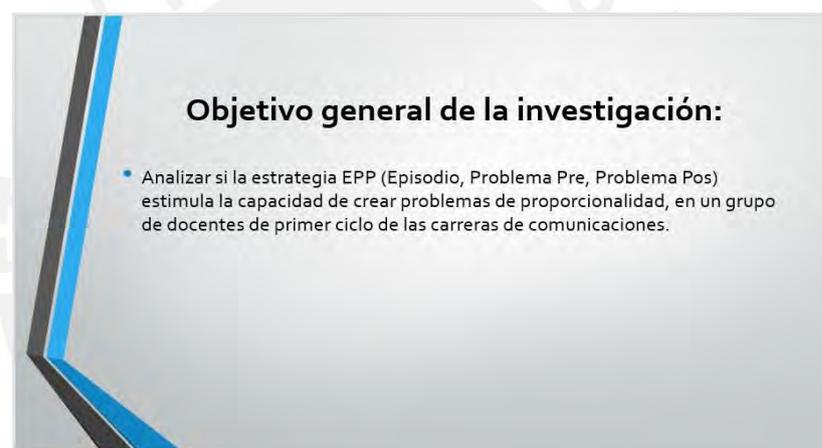
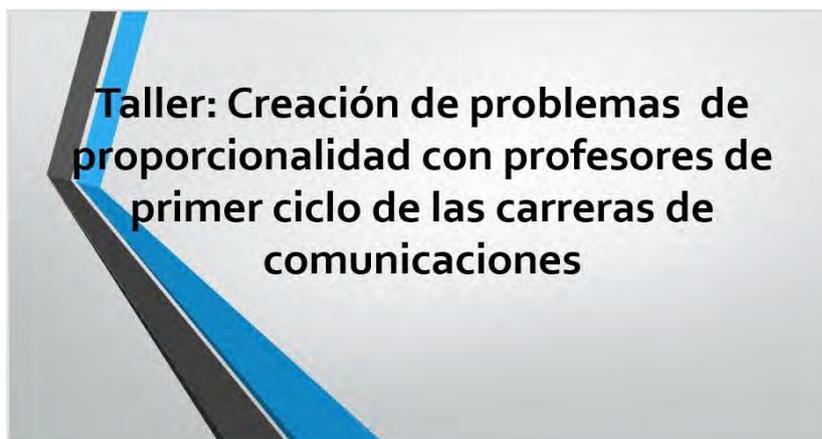
- Aguilar, A. (2018). *Estimulación de la capacidad de crear problemas sobre sistemas de inequaciones lineales con dos incógnitas. Un estudio de caso en un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior* (Tesis de maestría). Recuperado de <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/12178>
- Borowsky, E. J. & Borwein, J. M. (2002). *Collins dictionary of Mathematics*. London, UK: Harper Collin Publisher.
- Claphan, C. & Nicholson, J. (2009). *The Concise Oxford Dictionary of Mathematics*. New York. United States.
- García, C. y Romero, S. (2014). *Aprendizaje en profundidad de razones y proporciones basado en la resolución de problemas* (Tesis de maestría). Recuperado de <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/4629/3701G216.pdf>
- Godino, J. y Batanero, C. (2002). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros*. Granada: Dpto. de Didáctica de la Matemática.
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. Ed. Mc Graw-Hill Interamericana. 5ta ed., p.9.
- Kontorovich, I. (2009). Essential aspects for inclusion in future consolidated problem posing frameworks. *Proceeding of the sixth International Conference on Excellent in Academia*.
- Latorre (1996). *Bases metodológicas de la investigación educativa* (pp. 197-291). Barcelona, España: GR92. Recuperado de https://www.academia.edu/4537791/Latorre_Antonio_Bases_Metodologicas_De_La_Investigacion_Educativa
- Ley N.º 30220, Ley Universitaria. (9 de julio del 2014). Recuperado de <https://www.sunedu.gob.pe/wp-content/uploads/2017/04/Ley-universitaria-30220.pdf>
- Lima, E., Carvalho, P., Wagner, E. y Morgado, A. (2000). *La matemática de la enseñanza media*. IMCA-UNI.
- Malaspina, U. (2013). La creación de problemas matemáticos en la formación de profesores. *VII SIBEM*, pp. 129-140. Uruguay. Recuperado de <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/727.pdf>

- Malaspina, U. (2014). Flexibilidad, originalidad y fluidez en la variación de problemas. *UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (39), 135-140. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/39/archivo12.pdf>
- Malaspina, U. (2017). ¿Cómo crear problemas de matemáticas? Experiencias didácticas con profesores en formación. *UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (52), 307-313. Recuperado de <http://asenmacformacion.com/ojs/index.php/union/article/view/303/pdf>
- Malaspina, U. (2019). Porcentajes. Reflexiones en un marco de creación de problemas. *UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (55), 187-194. Recuperado de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2019/55/55_problema.pdf
- Martínez, C. (2015). *Estrategias para estimular la creación de problemas de adición y sustracción de números naturales con profesores de educación primaria* (Tesis de maestría). Recuperado de <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/6665>
- Martínez, M. (2006). La investigación cualitativa (síntesis conceptual). *Revista de investigación en psicología*, 9(1), 123-146. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/28144043_La_Investigacion_Cualitativa_Sintesis_conceptual
- Miller, C., Heeren, V., y Hornsby, J. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. México: Pearson educación.
- National Council of Teacher of Mathematics. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics.
- Oller, A. y Gairín J. (2013). La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización.
- Reyes-Gasperini, D. (2013). *La Transversalidad de la proporcionalidad*. Recuperado de http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/6586/1/images/transversalidad_smc_baja.pdf
- Rivas, A., Godino, J. y Castro, W. (2012). Desarrollo del conocimiento para la enseñanza de la proporcionalidad en futuros profesores de primaria. *Bolema*, 26(42B), 559-588. Recuperado de <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v26n42b/08.pdf>
- Rivas, A. (2013). *Análisis epistémico y cognitivos de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria* (Tesis doctoral). Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=59163>

- Rocha, T. (2014). *Identidade profissional de professores de matemática em uma comunidade de prática* (Tesis doctoral). Recuperado de http://www.uel.br/pos/mecem/arquivos_pdf/2014TESETANIAGARCIA.pdf
- Rodriguez, J. (2018). *La creación de problemas como medio para comprender la relación de las ecuaciones cuadráticas con las funciones cuadráticas* (Tesis de maestría). Recuperado de <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/13364>
- Silver, E. (1994). On mathematical problem posing. For the learning of mathematics. 19-28.
- Torres, C. (2016). *Creación de problemas sobre funciones cuadráticas por profesores en servicio mediante una estrategia que integra nociones del análisis didáctico* (Tesis de maestría). Recuperado de <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/7226>
- Ugarte, F. & Yucra, J. (2011). *Matemáticas para Arquitectos*. Lima: PUCP.
- Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas UPC. *Manual docente UPC 2018*. Recuperado de <https://sica.upc.edu.pe/sites/sica.upc.edu.pe/files/MANUAL%20DOCENTE%202018%20.pdf>

ANEXOS

ANEXO 1. Diapositivas del Taller





Con los elementos dados, podemos ahora explicitar mejor lo que entendemos por **variación** y **elaboración** de un problema según Malaspina (2013):

- ✓ **Variación** de un problema dado: proceso según el cual se construye un nuevo problema, modificando uno o más de los cuatro elementos del problema dado.
- ✓ **Elaboración** de un problema: proceso según el cual se construye un nuevo problema,
 - **A partir de una situación (dada, o configurada por el autor)**
 - ✓ El **contexto** se origina en tal situación
 - ✓ La **información** es obtenida por selección o modificación de la información que se percibe en la situación
 - ✓ El **requerimiento** es una consecuencia de relaciones lógicas y matemáticas establecidas o encontradas entre los elementos de la información especificada, dentro de un cierto **entorno matemático**.
 - **A partir de un requerimiento específico (matemático o didáctico)**

Creación, según el caso, de contexto e información adecuados.

Ejemplo (Problema creado por elaboración, a partir de una situación dada)

Situación:
María dispone de una lámina de cartulina en la cual está representado por un rectángulo de 27 cm de ancho y 36 cm de largo.

Problemas creados, por elaboración, ante una situación dada

1. ¿Cuánto debo añadir al ancho y quitar el largo para obtener un cuadrado cuya área sea la misma que la del rectángulo dibujado?
2. ¿Cuánto debo aumentar al ancho y disminuir al largo para obtener un cuadrado del mismo perímetro que el rectángulo dibujado?
3. Si el rectángulo dibujado representa el piso de un patio, donde un centímetro en el dibujo representa 100 centímetros en la realidad, ¿cuáles serán las dimensiones de las losas cuadradas más grandes que se usen sin partir, para embaldosar el patio?

Ejemplo (Problemas creados por elaboración, ante un requerimiento específico-Énfasis matemático)

Requerimiento específico:

Crear un problema que involucre el número 2019

Problemas creados, por elaboración, ante el requerimiento

1. Se tiene n enteros positivos, donde cada uno de ellos tiene dos dígitos, si el producto de esos números es múltiplo de 2019, determine el menor valor posible de n .
2. Se tiene n enteros positivos, donde cada uno de ellos tiene tres dígitos, si el producto de esos números es múltiplo de 2019, determine el menor valor posible de n .

Ejemplo (Problemas creados por elaboración, ante un requerimiento específico-Énfasis didáctico)

Requerimientos específicos

Crear problemas que ilustren una propiedad de la adición o de la multiplicación en \mathbb{N} .

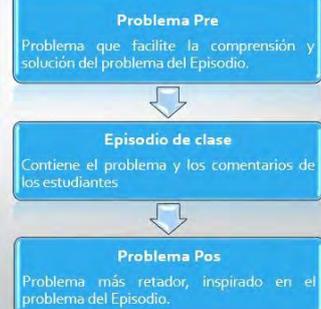
Problemas creados, por elaboración, ante el requerimiento específico

1. El lunes Jaimito fue a la bodega a comprar 3 soles de pan por la mañana; y por la tarde, compró 2 soles de mantequilla y 4 café. El martes, por indicación de su mamá, compró por la mañana 3 soles de pan y 2 soles de mantequilla; y por la tarde, 4 soles de café. ¿Es verdad que el total que Jaimito pagó el lunes es igual al total que Jaimito pagó el martes?
2. Silvia compró 3 vasos de yogurt a 2 soles cada uno y 4 cajas de jugo, también a 2 soles cada una. Obtén de dos maneras diferentes el total que debe pagar Silvia.

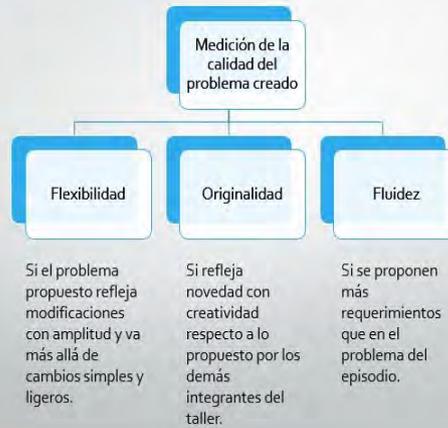
Creación de problemas por variación

• Estrategia EPP (Episodio, Problema Pre, Problema Pos):

Orientada a crear problemas por variación.



Creación de problemas por variación



Episodio de clase

El docente Ramos propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Para obtener una buena preparación de Pisco Sour se recomienda lo siguiente: por cada tres onzas de pisco puro, añadir una onza de zumo de limón y una de jarabe de goma. Si se tiene una copa cuya capacidad es de 383 ml.

Asumiendo que sólo se necesita de estos tres ingredientes, responda lo siguiente:

- ¿Cuál es la cantidad máxima (en ml.) de zumo de limón que se debe verter en la copa vacía para preparar pisco sour?
- Si las medidas (en ml.) de estos ingredientes deben ser números enteros, ¿cuál debe ser la mayor cantidad de pisco puro que se debe verter en la copa vacía para preparar el Pisco Sour.

Los estudiantes comentan:

- María: *Sé que es un problema de proporcionalidad pero en la pregunta a) el "k" no me sale un entero.*

- Carlos: *Creo que no se puede determinar ya que no me dan la equivalencia entre una onza y la cantidad de mililitros que esta ocupa en la copa.*

Raul: *¿Hay varias respuestas?*

ANEXO 2. Datos Informativos

DATOS INFORMATIVOS

APELLIDOS Y NOMBRES:

¿QUÉ CARRERA HA ESTUDIADO?

¿CUÁL ES SU ÚLTIMO GRADO ACADÉMICO ALCANZADO?

- Bachiller. Magíster. Doctor.

Especifique: _____

TIPO DE INSTITUCIÓN DONDE ALCANZÓ EL GRADO ACADÉMICO:

- Universidad estatal peruana. Universidad particular peruana.

Otro (Especifique): _____

TIEMPO DE SERVICIO EN LA DOCENCIA UNIVERSITARIA:

- Total, de años de servicio en la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC):

- Total, de años de servicio en la docencia universitaria (considerando otras universidades o institutos superiores).

¿HA RECIBIDO ALGUNA CAPACITACIÓN SOBRE CREACIÓN DE PROBLEMAS?

EN CASO SU RESPUESTA SEA AFIRMATIVA, ESPECIFIQUE CUANDO Y DONDE RECIBIÓ DICHA CAPACITACION.

¿CUÁL ES LA FUENTE PRINCIPAL DE LOS EJERCICIOS Y PROBLEMAS QUE PROPONE A SUS ESTUDIANTES?

APROXIMADAMENTE, ¿QUÉ PORCENTAJE DE LOS EJERCICIOS Y PROBLEMAS QUE PROPONE A SUS ESTUDIANTES ES CREADO POR USTED?

¿QUÉ ESPECTATIVAS TIENE DE ESTE TALLER?



ANEXO 3. Prueba diagnóstica

Taller: Creación de problemas de proporcionalidad

Apellidos y nombres: _____

Prueba diagnóstica

1. Explique con sus propias palabras cuándo dos magnitudes son proporcionales. Proponga un ejemplo.

2. Dada la siguiente expresión:

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{1} = \frac{c}{1}$$

Calcule el valor de “b” si se sabe que $a + b + c = 383$.

3. Basado en la estructura del problema anterior, plantee uno o más problemas en un contexto extra matemático (las cantidades numéricas son solo referenciales, las puede variar según su criterio).

ANEXO 4. Episodio de clase – Actividad individual

Episodio de clase

El docente Ramos propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Para obtener una buena preparación de Pisco Sour se recomienda lo siguiente: por cada tres medidas de Pisco puro, añadir una medida de zumo de limón y una de jarabe de goma. Si se tiene una copa cuya capacidad es de 383 ml.

Asumiendo que sólo se necesita de estos tres ingredientes, responda lo siguiente:

- a) ¿Cuál es la cantidad máxima (en mililitros) de zumo de limón que se debe verter en la copa vacía para preparar dicho Pisco Sour?
- b) Si las medidas en mililitros de estos ingredientes deben ser números enteros, ¿cuál debe ser la mayor cantidad de pisco puro que se debe verter en la copa vacía para preparar el Pisco Sour?

Algunos estudiantes comentan:

-María: Sé que es un problema de proporcionalidad, pero en la pregunta a) el “k” no me sale un número entero.

-Carlos: Creo que no se puede determinar ya que no me dan la equivalencia entre una medida y la cantidad de mililitros que esta ocupa en la copa.

-Raúl: Para la parte b) ¿hay varias respuestas?

ACTIVIDAD INDIVIDUAL:

- 1) Resolver el problema del episodio.
- 2) Reflexionar acerca de los comentarios de los estudiantes María, Carlos y Raúl.
- 3) Crear un Problema Pre (problema que facilite la comprensión y solución del problema del episodio).
- 4) Resolver el Problema Pre creado.

ANEXO 5. Episodio de clase – Actividad grupal 1

Episodio de clase

El docente Ramos propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Para obtener una buena preparación de Pisco Sour se recomienda lo siguiente: por cada tres medidas de Pisco puro, añadir una medida de zumo de limón y una de jarabe de goma. Si se tiene una copa cuya capacidad es de 383 ml.

Asumiendo que sólo se necesita de estos tres ingredientes, responda lo siguiente:

- a) ¿Cuál es la cantidad máxima (en mililitros) de zumo de limón que se debe verter en la copa vacía para preparar dicho Pisco Sour?
- b) Si las medidas en mililitros de estos ingredientes deben ser números enteros, ¿cuál debe ser la mayor cantidad de pisco puro que se debe verter en la copa vacía para preparar el Pisco Sour?

Algunos estudiantes comentan:

-María: *Sé que es un problema de proporcionalidad, pero en la pregunta a) el “k” no me sale un número entero.*

-Carlos: *Creo que no se puede determinar ya que no me dan la equivalencia entre una onza y la cantidad de mililitros que esta ocupa en la copa.*

-Raúl: Para la parte b) ¿hay varias respuestas?

ACTIVIDAD GRUPAL 1 (Equipos de 2 o 3 integrantes):

- 1) Intercambiar experiencias respecto a la actividad individual.
- 2) Reflexionar de manera grupal, sobre los comentarios de los estudiantes María, Carlos y Raúl.
- 3) Crear un Problema Pre de manera grupal (problema que facilite la comprensión y solución del problema del episodio).
- 4) Resolver el Problema Pre creado.
- 5) Socializar (con los demás grupos) el Problema Pre creado.

ANEXO 6. Episodio de clase – Actividad grupal 2

Episodio de clase

El docente Ramos propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Para obtener una buena preparación de Pisco Sour se recomienda lo siguiente: por cada tres medidas de Pisco puro, añadir una medida de zumo de limón y una de jarabe de goma. Si se tiene una copa cuya capacidad es de 383 ml.

Asumiendo que sólo se necesita de estos tres ingredientes, responda lo siguiente:

- a) ¿Cuál es la cantidad máxima (en mililitros) de zumo de limón que se debe verter en la copa vacía para preparar dicho Pisco Sour?
- b) Si las medidas en mililitros de estos ingredientes deben ser números enteros, ¿cuál debe ser la mayor cantidad de pisco puro que se debe verter en la copa vacía para preparar el Pisco Sour?

Algunos estudiantes comentan:

-María: *Sé que es un problema de proporcionalidad, pero en la pregunta a) el “k” no me sale un número entero.*

-Carlos: *Creo que no se puede determinar ya que no me dan la equivalencia entre una onza y la cantidad de mililitros que esta ocupa en la copa.*

-Raúl: Para la parte b) ¿hay varias respuestas?

ACTIVIDAD GRUPAL 2 (Equipos de 2 o 3 integrantes):

- 1) Crear un Problema Pos de manera grupal (problema más retador inspirado en el problema del episodio).
- 2) Resolver el Problema Pos creado.
- 3) Socializar (con los demás grupos) el Problema Pos creado.

ANEXO 7. Prueba de salida

Taller: Creación de problemas de proporcionalidad

Apellidos y nombres: _____

Prueba de salida

Juan prepara limonada light (sin azúcar) en tres jarras distintas. Las jarras son las que se muestran en la figura 1. En la jarra 1 mezcla dos vasos de agua y uno de zumo de limón, en la jarra 2 mezcla tres vasos de agua y dos de zumo de limón y finalmente, en la jarra 3, mezcla cinco vasos de agua con tres de zumo de limón. ¿En cuál de las tres jarras el sabor a limón es menos intenso?



Figura 1

- Proponga un **Problema Pre** (problema que facilite la comprensión y solución del problema de episodio).
- Proponga un **Problema Pos** (problema más retador que el episodio). El haber resuelto el problema pre creado y el problema del Episodio, debería ayudar a resolver el Problema Pos que se proponga.

ANEXO 8. Cuestionario de salida

CUESTIONARIO DE SALIDA

Apellidos y nombres: _____

Marque con un aspa (x) cualquiera de las alternativas de cada pregunta.

1. ¿Cómo califica su experiencia sobre creación de problemas de proporcionalidad durante este taller?

- Muy buena
- Buena
- Ni buena ni mala
- Mala
- Muy mala

¿Por qué?: _____

2. ¿Cuál de los dos problemas le parece más interesante crear en su labor docente?

- Problema Pre
- Problema Pos

¿Por qué?: _____

3. ¿Qué importancia le da usted a la creación de problemas para la enseñanza de la proporcionalidad?

- Muy importante
- Importante
- Moderadamente importante
- Poca importancia
- Sin importancia

¿Por qué?: _____

4. ¿Considera usted que este taller ha estimulado su capacidad de crear problemas de proporcionalidad?

- Sí
- No

¿Por qué?: _____
