

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**  
**ESCUELA DE POSGRADO**



**IMPACTO DEL INCREMENTO DE LOS LÍMITES DE INVERSIÓN  
INTERNACIONALES SOBRE LA EFICIENCIA DE LOS PORTAFOLIOS DEL  
SISTEMA PRIVADO DE PENSIONES PERUANO**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA**

**AUTOR**

Adrian Omar Mego Becerra

**ASESOR:**

Mario Eduardo Velásquez Menéndez

Diciembre, 2018

## RESUMEN

El presente documento busca analizar uno de los sectores financieros más importantes del país el cual es el Sistema Privado de Pensiones (SPP) en donde se encuentran las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFPs). Se analizará dicho sector bajo dos enfoques diferentes. El primero consiste en evaluar la eficiencia actual de las entidades a través de indicadores de desempeño, timing y selectividad y el segundo es analizar el impacto de los límites de inversión en el extranjero sobre el desempeño de las AFPs. Para ello se considerará como hipótesis de que las AFPs son ineficientes al gestionar sus portafolios de inversión y de que los límites de inversión tienen impacto sobre el desempeño de las entidades. El marco teórico empleado será el de Frontera Eficiente, Teoría de Portafolios, ratios de gestión sujeto a riesgo (Sharpe, Treynor, entre otros). Las principales conclusiones que se obtienen confirman el bajo rendimiento de las AFPs en el periodo analizado. Así mismo, se demuestra que ello no solamente es consecuencia de los límites de inversión, sino que también se puede deber a otros factores como por ejemplo la eficiencia de los administradores de las AFPs. Finalmente, se demuestra que los límites de inversión ayudan a no exponer a los aportantes a niveles de riesgo elevando.

## **AGRADECIMIENTO**

A mis padres Jonny e Hirma quienes siempre me han motivado a seguir creciendo en lo personal y profesional. Así mismo, a mi hermano Johnny Ivan por su apoyo incondicional en los buenos y malos momentos. Finalmente, agradecer a mi asesor Mario Velásquez quien supo orientarme durante toda la elaboración de la presente tesis.



# ÍNDICE GENERAL

1.	Introducción .....	8
2.	El Sistema Privado de Pensiones en el Perú.....	10
2.1.	Marco Regulatorio .....	10
2.2.	Principales Características.....	11
2.2.1.	Metodología de Aportación .....	11
2.2.2.	Número de empresas en el SPP.....	11
2.2.3.	Número de aportantes en el SPP .....	12
2.2.4.	Producto Bruto Interno y AFPs .....	13
2.3.	Inversiones en el SPP .....	15
2.3.1.	Tipo de Fondos .....	15
2.3.2.	Límites de Inversión .....	18
3.	Objetivos e Hipótesis.....	22
3.1.	Objetivos Generales.....	22
3.2.	Objetivos Específicos.....	22
3.3.	Hipótesis Principal.....	22
3.4.	Hipótesis Secundaria .....	23
4.	Revisión de Estudios Empíricos.....	24
4.1.	Estudios de Frontera Eficiente.....	24
4.2.	Estudios de Gestión de AFPs .....	26
5.	Marco Teórico .....	29
5.1.	Frontera Eficiente y Teoría de Portafolios.....	29
5.2.	Análisis Media – Varianza .....	29
5.3.	Frontera Varianza Mínima.....	30
5.4.	Frontera Eficiente .....	30
5.5.	Efecto de la correlación.....	31
5.6.	Efecto del Número de activos .....	32
5.7.	Punto óptimo de una frontera eficiente .....	32
5.8.	Indicadores de Gestión de Portafolio Ajustado por el Riesgo.....	32
5.8.1.	Medida de Sharpe .....	32
5.8.2.	Medida de Treynor .....	33

5.9.	Indicadores de Gestión por Market Timing y Selectividad .....	34
5.9.1.	Market Timing.....	35
5.9.2.	Selectividad .....	35
5.9.3.	Medida de Jensen .....	35
5.9.4.	Índice de Treynor – Mazuy.....	36
6.	Marco Metodológico .....	38
6.1.	Estimación de la Frontera eficiente .....	42
6.2.	Matriz de Correlación .....	43
6.3.	Estimación de la Tasa Libre de Riesgo.....	43
7.	Análisis y resultados consolidados .....	45
7.1.	Evidencia sobre indicadores de portafolio de las AFPs .....	45
7.1.1.	Indicadores de eficiencia en la gestión de portafolios .....	45
A.	Índice de Sharpe .....	45
B.	Índice de Treynor .....	46
7.1.2.	Indicadores de desempeño en la gestión de portafolios.....	46
A.	Índice de Jensen .....	47
B.	Índice de Treynor Mazuy.....	49
C.	Modelo EGARCH-M de CAPM .....	51
7.2.	Análisis de Fronteras Eficientes, Límites de inversión y renta estimada .....	55
7.2.1.	Análisis de asignación de los instrumentos .....	56
A.	Análisis del Periodo 1 .....	56
B.	Análisis del Periodo 2.....	57
7.2.2.	Análisis de ratios ajustados al riesgo en las Fronteras Eficientes .....	59
7.2.3.	Pérdida del monto en las prestaciones para los aportantes por límites de inversión en el extranjero.....	59
8.	Conclusiones.....	62
9.	Recomendaciones.....	63
	Referencias .....	64
	Anexos 67	
	Anexo N°1: Detalle de estimación de raíz unitaria .....	67
	Anexo N°2: Detalle de los activos que componen el portafolio actual de las AFPs .....	68
	Anexo N°3: Detalle de los activos que componen el portafolio a simular .....	74

Anexo N°4: Teoría Econométrica .....	75
Anexo N°5: Pruebas de Raíz Unitaria.....	80
Anexo N°6: Detalle de aportes con límite de inversión en el extranjero.....	81
Anexo N°7: Detalle de aportes sin límite de inversión en el extranjero .....	82



# ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Número de Empresas y Carteras administradas .....	12
Gráfico 2: Distribución de Afiliados Activos por AFP a Diciembre del 2017 .....	12
Gráfico 3: Evolución de la Cartera Administrada respecto al PBI (%).....	13
Gráfico 4: Fondos de Pensiones Internacionales públicos y privados como porcentaje del PBI al 2016.....	14
Gráfico 5: Evolución de la Cartera Administrada (Millones S/.).....	15
Gráfico 6: Evolución de la Cartera Administrada – FONDO 0 (Millones S/.).....	16
Gráfico 7 : Evolución de la Cartera Administrada – FONDO 1 (Millones S/.).....	16
Gráfico 8 : Evolución de la Cartera Administrada – FONDO 2 (Millones S/.).....	17
Gráfico 9 : Evolución de la Cartera Administrada – FONDO 3 (Millones S/.).....	17
Gráfico 10: Límite e inversiones en el extranjero.....	20
Gráfico 11: Inversiones en el extranjero según tipo de fondo .....	21
Gráfico 12: Frontera eficiente en diferentes periodos de inversión .....	24
Gráfico 13: Frontera eficiente – Rendimiento a 1 año .....	25
Gráfico 14: Fronteras eficientes robustas para multifondos .....	26
Gráfico 15: Rendimiento por tipo de legislación .....	28
Gráfico 16: Frontera Mínima – Varianza.....	30
Gráfico 17: Frontera Eficiente y Mínima Varianza .....	31
Gráfico 18: Correlación y Frontera Mínima Varianza .....	31
Gráfico 19: Portafolio óptimo bajo activos libre de riesgo.....	32
Gráfico 20: Medida de Sharpe .....	33
Gráfico 21: Medida de Treynor .....	34
Gráfico 22: Medida de Treynor – Mazuy.....	37
Gráfico 23: Evolución diaria de los activos que confirman el portafolio simulados .....	40
Gráfico 24: Retorno real y simulado mensual de los portafolios .....	41
Gráfico 25: Relación retorno riesgo anual de los activos seleccionados .....	42
Gráfico 26: Tasa Libre de Riesgo Perú.....	44
Gráfico 27: Fronteras Eficientes del Periodo 1 (04/12 – 11/14).....	56
Gráfico 28: Fronteras Eficientes del Periodo 2 (11/14 – 06/17).....	58

# ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1: Límites Operativos en el exterior como porcentaje del fondo.....	18
Cuadro 2: Límite de Inversión por Tipo de Instrumento Financiero .....	19
Cuadro 3: Criterio de Selectividad .....	27
Cuadro 4: Evidencia de Selectividad y Market Timing .....	27
Cuadro 5: Tipo de activos seleccionados .....	39
Cuadro 6: Instrumentos aplicados para la rentabilidad diaria de AFPs.....	41
Cuadro 7: Rentabilidad y Desviación Estándar por tipo de instrumento .....	42
Cuadro 8: Matriz de correlación entre los activos seleccionados.....	43
Cuadro 9: Ratios de Sharpe por AFP .....	45
Cuadro 10: Ratios de Treynor por AFP .....	46
Cuadro 11: Índices de Jensen por AFP .....	47
Cuadro 12: Índices de Treynor Mazuy por AFP.....	49
Cuadro 13: Análisis EGARCH –M por AFP .....	53
Cuadro 14: Detalle de límites y número de observaciones por periodos .....	56
Cuadro 15: Participación de Instrumentos en el Rango 3 .....	57
Cuadro 16: Participación de Instrumentos en el Rango 4 .....	58
Cuadro 17: Ratios ajustados al riesgo por límite de inversión.....	59
Cuadro 18: Base para la estimación de la remuneración de los aportantes a las AFPs .....	60
Cuadro 19: Rentas mensuales generadas .....	61



# 1. Introducción

Constantemente las AFPs han requerido que se les aumente el límite de inversión, argumentando que estos impiden una mayor diversificación, por ejemplo Marreno (2017) señala:

"El límite evita que portafolios tengan mayor exposición en el mercado internacional. Esto es negativo porque lo que termina pasando es que los portafolios no pueden diversificarse del todo y dejan de acceder mejores retornos"

Marreno, D<sup>1</sup>. (2017). Conferencia CFA Society Perú <sup>2</sup>.

Como menciona Marreno y otros altos funcionarios de las AFPs, existe un límite máximo de inversión en el extranjero el cual no permite aprovechar periodos de auge en los mercados extranjeros así como también la actual regulación obliga a las entidades a invertir en el mercado de capitales peruano, a pesar de la poca liquidez con la que cuenta. Dichas limitaciones argumentan que pueden traer como consecuencia menores rendimientos del portafolio que generan una disminución en las pensiones otorgadas a los aportantes. Por dicha razón, es relevante realizar un análisis a dicho tipo de actividad financiera, ya que las variaciones que se generen tienen impacto en todos los peruanos.

En el presente documento se evaluará dos puntos importantes los cuales son el desempeño actual del SPP y el rendimiento de las AFPs con y sin límites de inversión en el extranjero. Respecto al primero punto, se emplearán principalmente ratios de eficiencia para medición de desempeño de AFPs. Respecto al segundo punto, simulación de fronteras eficientes con y sin límites de inversión en el extranjero y el potencial retorno que se puede generar. Cabe resaltar que para dicho análisis hay que tener en cuenta la actual regulación por parte de la SBS, ente máximo encargado de supervisar el sistema financiero peruano y el Banco Central de Reserva del Perú (BCRP), el cual emite límites de inversión operativos por tipo de inversión (nacional y extranjero).

---

<sup>1</sup> Gerente de Inversiones de AFP Hábitat.

<sup>2</sup> Fuente: [www.gestion.pe/economia/mercados/afp-ampliar-limite-inversion-exterior-permitiria-aprovechar-buena-perspectiva-mundial-133698](http://www.gestion.pe/economia/mercados/afp-ampliar-limite-inversion-exterior-permitiria-aprovechar-buena-perspectiva-mundial-133698).

Debido a que existen cuatro tipos de fondos que se diferencia en los instrumentos que pueden tener en su portafolio (los cuales se comentarán posteriormente), se usará el Fondo 2 como principal fuente debido a que es el más antiguo así como también el que presenta una mayor diversidad de instrumentos en los que puede invertir y, adicionalmente, en el que están por defecto los usuarios que empiezan a aportar en las AFPs.

El periodo de análisis que se usará será el de aproximadamente diez años, partiendo desde el Enero del 2007 hasta Junio del 2017 con lo cual abarcará las regulaciones y los antecedentes más actuales que se señaló a inicios del presente capítulo así como también las crisis internacionales que se dieron y repercutieron en las AFPs.

Las principales referencias a tomar en cuenta serán los documentos de trabajo de Pereda (2007), Saldaña y Velásquez (2013) y Mendoza (2014) en donde analizan incrementos en el límite máximo de inversión en el extranjero y los beneficios que ello genera y Castillo y Lama(1998), Cano-Alva(2000) y Moncada(2015), en donde evalúan a las AFPs en base a indicadores de rendimiento. La principal metodología que los autores emplean es la Teoría de Portafolios - Markowitz (1952) así como indicadores de eficiencia como el Ratio de Sharpe (1964), Medida de Treynor (1961), Ratio de Jensen (1968 ) y Treynor – Mazuy (1966).

## **2. El Sistema Privado de Pensiones en el Perú**

En el presente capítulo se realizará una reseña del SPP, la cual abarcará desde sus orígenes en el Perú hasta sus principales características incluyendo el marco legal en la que se encuentran.

### **2.1. Marco Regulatorio**

El primer acercamiento que tuvo el Perú con el sistema de pensiones fue durante el gobierno de Juan Velasco Alvarado (1968 – 1975) mediante el Decreto de Ley N° 19990 que rigió a partir del 1° de mayo de 1973 en el que se crea el Sistema Nacional de Pensiones (SNP), el cual tenía como principal característica que los aportes de los afiliados iban a un fondo en común que se llamaba Sistema de Capitalización Individual. El régimen en mención, no tuvo éxito por lo cual se creó posteriormente, con el decreto Ley N° 25897 emitido el 6 de diciembre de 1992, el Sistema Privado de Pensiones (SPP) en donde se estableció un sistema autofinanciado en el cual cada trabajador aportaba dinero para su fondo independiente y lo hacía dueño de su aporte, no a uno en conjunto con otros aportantes como lo era inicialmente. Posteriormente, bajo el Decreto Legislativo N°25897, se permitió que los aportantes elijan los dos tipos de sistema de pensiones, ya sea bajo el esquema público a cargo de la Oficina de Normalización Previsional (ONP) o privada (AFP).

El SPP es una estructura financiera gestionada por las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP) y supervisado por la Superintendencia de Banca, Seguros y AFPs (SBS), la cual señala de manera explícita que las AFPs únicamente están dedicadas a administrar el dinero de sus afiliados cubriéndose de esa manera de posibles conflictos de interés. Cabe resaltar que el SNP, donde se encuentra la ONP, no está bajo la regulación de la SBS.

Las AFPs reportan diariamente los ingresos y egresos de los fondos a la SBS, lo que conlleva a que el ente regulador certifique que se cumpla con las normas que éste emite y de ser favorable el reporte, otorga la conformidad (se realiza de manera diaria). Cabe resaltar que dicha institución es una de las pocas que tienen ese sistema de regulación.

## **2.2. Principales Características**

Las principales características con las que cuenta el sistema privado de pensiones peruano se detallan a continuación.

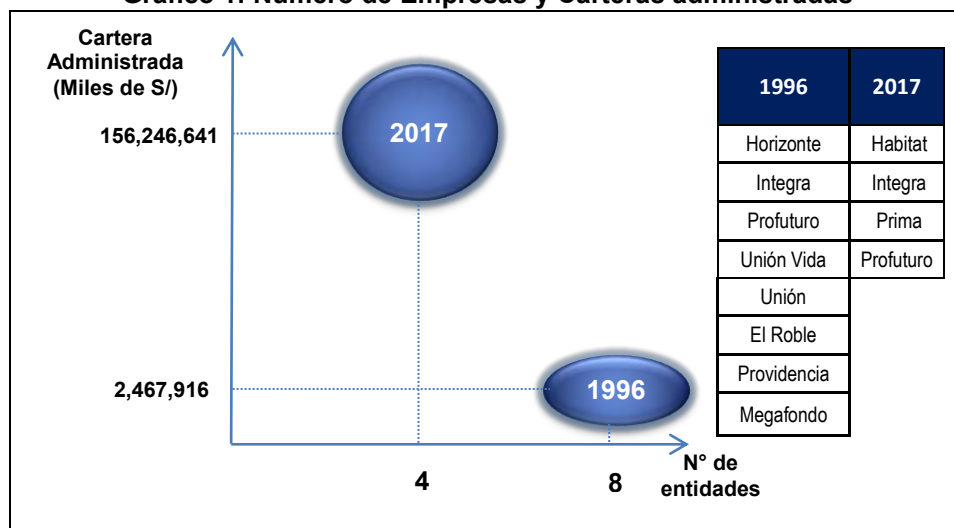
### **2.2.1. Metodología de Aportación**

La metodología que emplea el SPP es la de provisión independiente, ello consiste en que el monto que aporte el usuario se registra en una cuenta individual a su nombre. Una vez el aportante se jubile, el monto se le será otorgado como pensión de jubilación. Cabe resaltar, que en caso de que el aportante fallezca, se destinará el aporte a sus beneficiarios (familia directa). Dicha metodología permite la viabilidad del esquema de SPP, ya que en el esquema único del SNP los depósitos de los aportantes entraban a un fondo en común en donde los usuarios más jóvenes contribuyen a las pensiones de los jubilados. Ello creaba una dependencia en la que los aportantes deben ser más personas que los no aportantes, bajo el contexto de que las familias tienen una mayor cantidad de hijos y los jubilados edades avanzadas, generaba su insostenibilidad en el tiempo.

### **2.2.2. Número de empresas en el SPP**

A inicio de la creación del SPP, se contaba con 8 entidades las cuales eran: AFP Horizonte, Integra, Profuturo, Unión Vida, Unión, El Roble, Megafondo y Providencia. Con el pasar del tiempo más de la mitad de entidades dejaron de ofrecer sus servicios, mientras que otras sí quedaron hasta el día de hoy. Actualmente, existen únicamente cuatro: AFP Hábitat, Integra, Prima y Profuturo. Se observa que las AFPs que se mantienen vigentes desde la creación del sistema de pensiones son Integra y Profuturo mientras que AFP Hábitat, de origen chileno, fue la última en ingresar en el 2012 durante el gobierno de Ollanta Humala (2011-2016) con el fin de crear más competencia entre empresas de ese sector beneficiando a los aportantes.

**Gráfico 1: Número de Empresas y Carteras administradas**



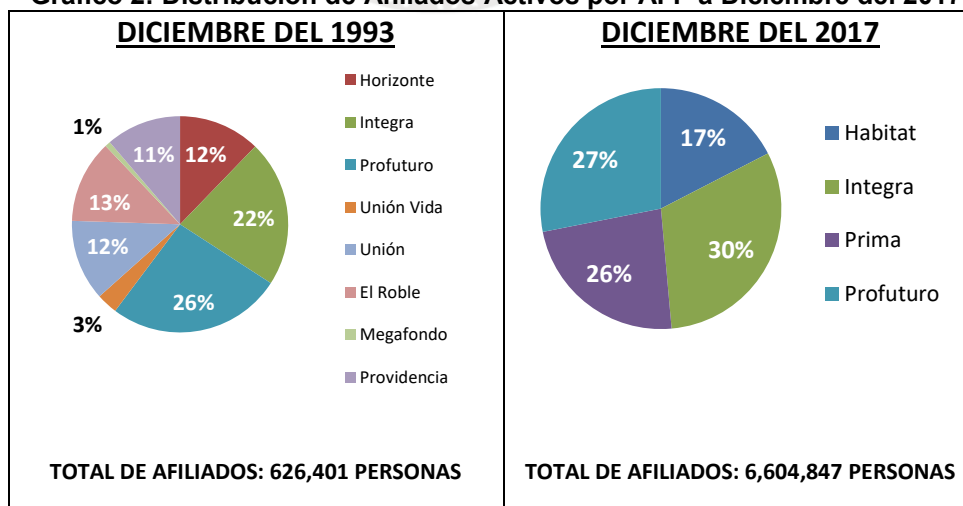
Fuente: SBS  
Elaboración propia

### 2.2.3. Número de aportantes en el SPP

Respecto al número de afiliados, durante el cierre del primer año de creación del SPP, se contaba con 624,401 personas; sin embargo, a Diciembre del 2017 se tiene 6, 604, 841 de afiliados. Ello representa cerca de un 900% de crecimiento lo cual demuestra la importancia del SPP través de los años en el Perú.

El Gráfico 2 comparativo muestra la proporción de los afiliados por empresa que había a finales de 1993 y mediados del 2017.

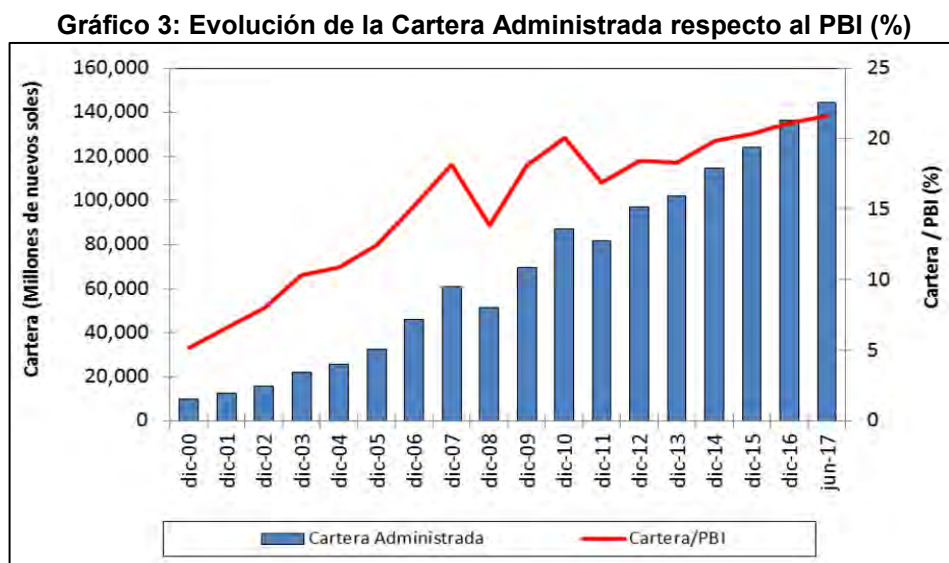
**Gráfico 2: Distribución de Afiliados Activos por AFP a Diciembre del 2017**



Fuente: SBS  
Elaboración propia

## 2.2.4. Producto Bruto Interno y AFPs

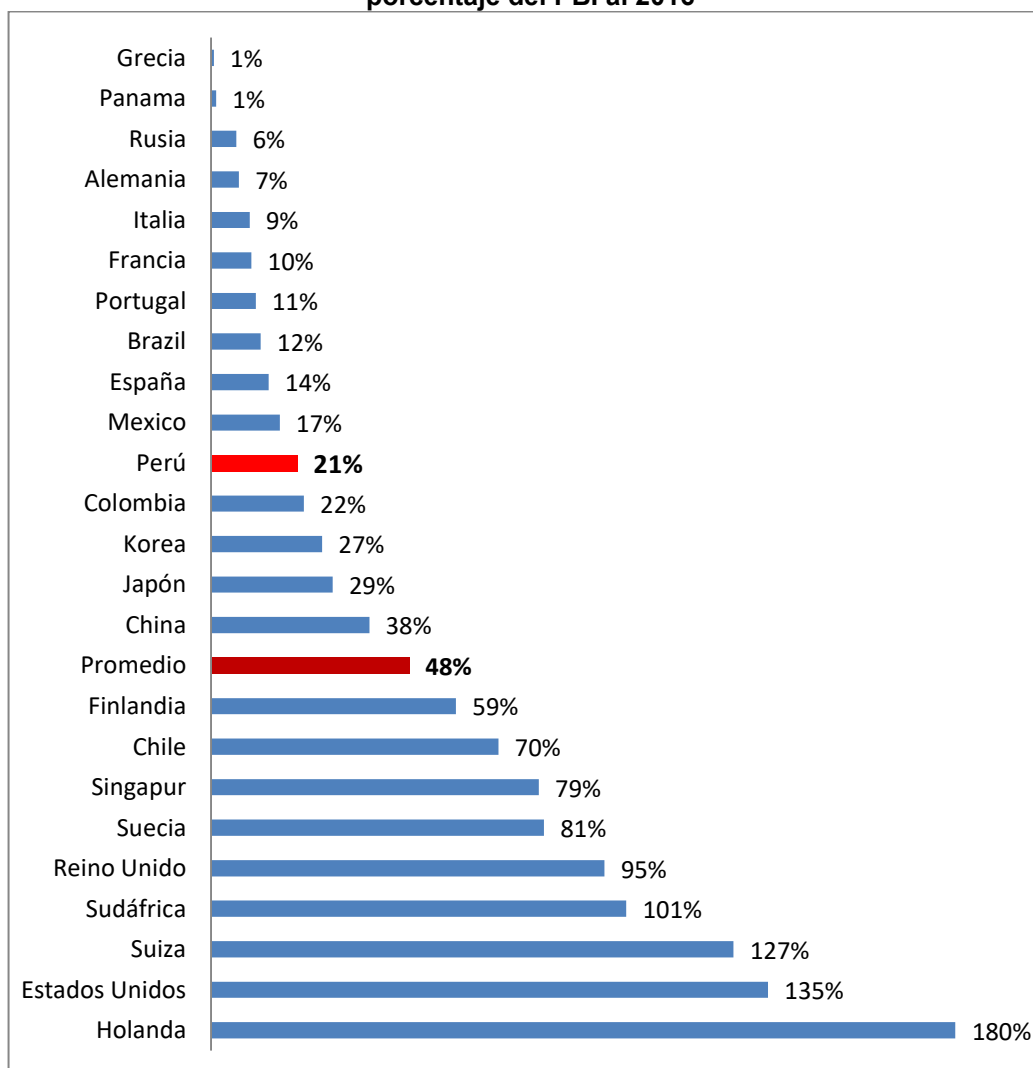
Los fondos de pensiones son de suma importancia para todos los países, ya que ayudan a sus habitantes a disponer de dinero cuando éstos se encuentren en la edad de jubilación. Una forma de cuantificar el grado de importancia de las AFPs es a través del ratio Cartera versus PBI la cual se muestra en el Gráfico 3 y en donde se puede observar un crecimiento relativo desde inicios del 2000 hasta junio del 2017.



Fuente: SBS

Sin embargo, el Perú y otros países relevantes se encuentran todavía en niveles bajos respecto a países de primer mundo con lo cual se refleja el trabajo pendiente que queda por realizar. Ello se puede observar en el Gráfico 4, de acuerdo con un análisis de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE), donde se muestra la relación fondo de pensiones y PBI de 24 importantes países (miembros y no miembros de la OCDE) en donde el promedio del ratio es cerca del 48% y que en el caso peruano se encuentra por debajo de dicho porcentaje.

**Gráfico 4: Fondos de Pensiones Internacionales públicos y privados como porcentaje del PBI al 2016**



Fuente: "Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico" (OECD), 2017  
 Elaboración: Adaptado de "Funded Pensions Indicators"

El porcentaje de los Fondos de Pensiones respecto al PBI en el caso peruano es mayor que otros países de Sudamérica como en el caso de Brasil. Cabe resaltar que ello se da debido a que en algunos países europeos y sudamericanos el aporte es voluntario y se cuenta con otros mecanismos de sistemas previsionales como los Sistemas Públicos de Pensiones, por dicha razón el ratio tiene un valor menor que el promedio.

Respecto a Holanda y Estados Unidos, ambos países cuentan con más del 130% de fondos respecto al PBI lo cual indica que sus Sistemas de Pensiones tienen un alto grado de relevancia en sus economías.

## 2.3. Inversiones en el SPP

### 2.3.1. Tipo de Fondos

Las AFPs administran 4 tipos de fondos los cuales son clasificados en:

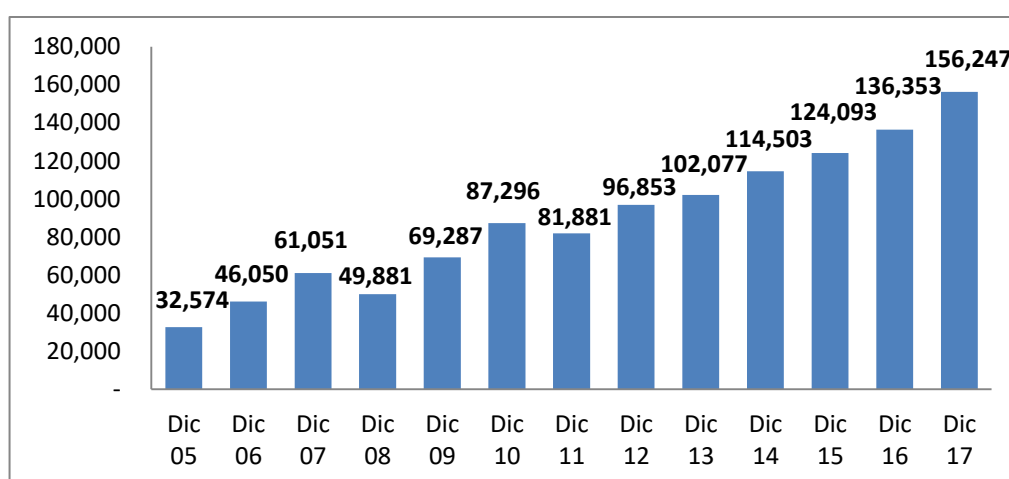
- ✓ Fondo 0 o protección de capital
- ✓ Fondo 1 o preservación de capital
- ✓ Fondo 2 o balanceado
- ✓ Fondo 3 o apreciación de capital

Estas opciones de fondos permiten una mayor variedad de alternativas al usuario para decidir en donde acumular los aportes que realice. Cada fondo presenta su propia restricción respecto a los activos en los cuales se pueden invertir según el tipo de instrumento así como también el origen de este (nacional o internacional).

Inicialmente existía únicamente el Fondo 2; sin embargo, a finales del 2005, se crearon dos fondos más los cuales se denominaron Fondo 1 y Fondo 3, permitiendo de esa manera una mayor cantidad de opciones entre los aportantes según la tolerancia al riesgo de éstos.

En el Gráfico 5 se puede observar la evolución de la cartera administrada por las AFPs. Desde el 2005 ha venido aumentando y siendo para el cierre del 2017 cuatro veces el valor inicial demostrando el comportamiento positivo del SPP peruano.

**Gráfico 5: Evolución de la Cartera Administrada (Millones S/.)**

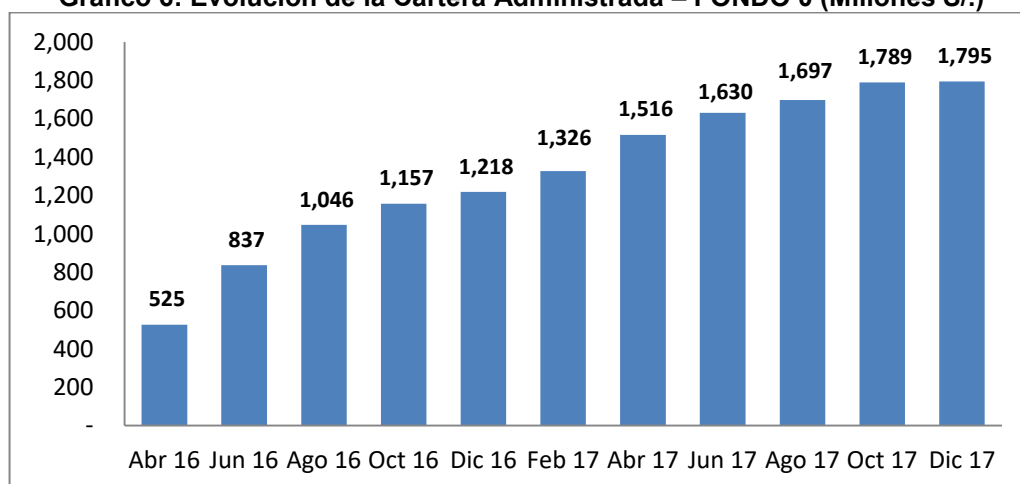


Fuente: SBS  
Elaboración propia



Respecto al Fondo 0, éste fue creado en abril del 2016, con el fin de conservar el patrimonio de las personas mayores a 65 años y que éstas decidan seguir aportando o no voluntariamente. El recibimiento de este tipo de fondo fue positivo, ya que la cartera ha estado en constante crecimiento desde su creación como se observa en el Gráfico 6, pero en menor cantidad que los demás tipos de fondos.

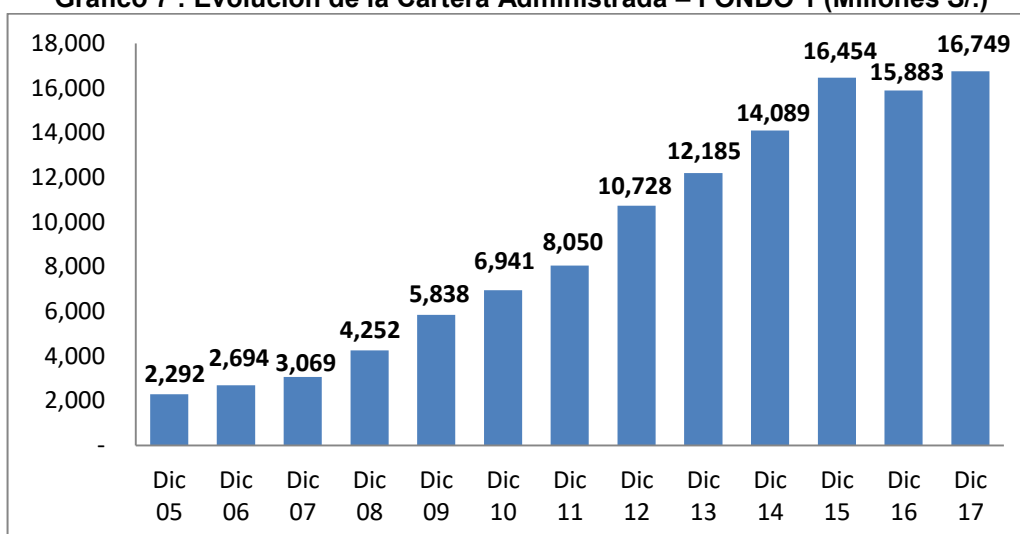
**Gráfico 6: Evolución de la Cartera Administrada – FONDO 0 (Millones S/.)**



Fuente: SBS  
Elaboración: propia

Como se mencionó anteriormente, el Fondo 1 fue creado a finales del 2005. Respecto a su crecimiento, se da de manera constante lo cual es similar al fondo 0, pero tiene una pequeña baja al cierre del 2016 y que logra recuperarse a junio del 2017.

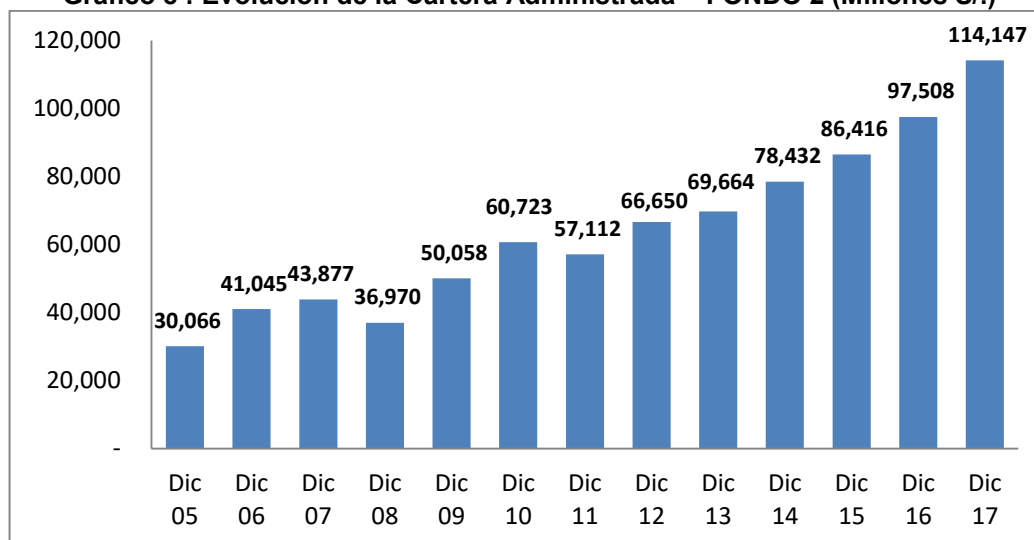
**Gráfico 7 : Evolución de la Cartera Administrada – FONDO 1 (Millones S/.)**



Fuente: SBS  
Elaboración propia

Respecto al fondo 2, éste fue el primero en crearse por lo cual es el fondo con la mayor cantidad de fondos así como también el que tiene constante aumento anual desde el cierre del 2011. Actualmente al Fondo 2 ingresan por defecto los primeros aportantes.

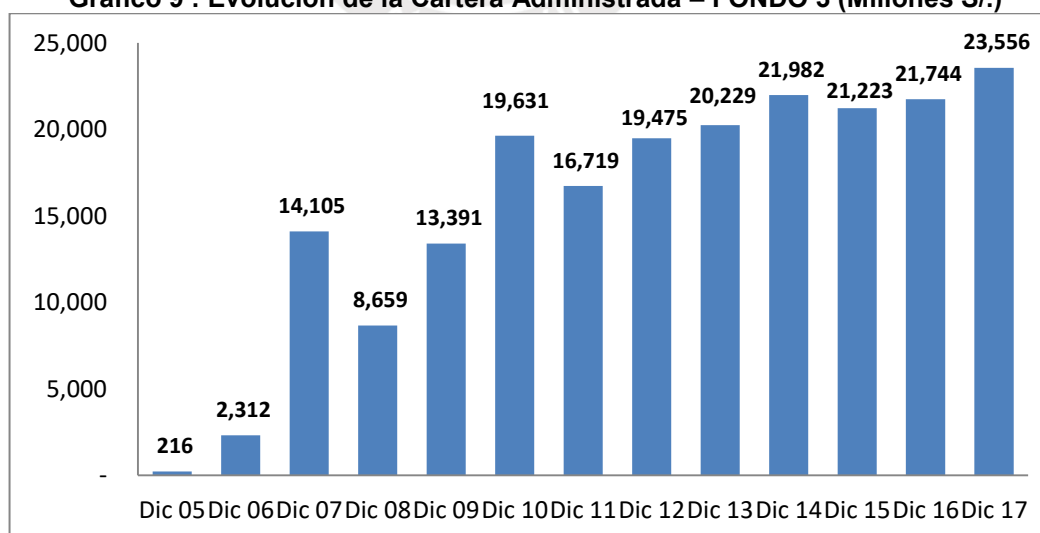
**Gráfico 8 : Evolución de la Cartera Administrada – FONDO 2 (Millones S/.)**



Fuente: SBS  
Elaboración propia

Respecto al Fondo 3, éste fue creado a finales del 2005 con el objetivo de ampliar las opciones para los aportantes considerando su nivel de tolerancia al riesgo.

**Gráfico 9 : Evolución de la Cartera Administrada – FONDO 3 (Millones S/.)**



Fuente: SBS  
Elaboración propia

### 2.3.2. Límites de Inversión

De acuerdo con el artículo 25-D, TUO de la Ley del SPP emitida por la Presidencia de la República, el BCRP es la entidad encargada de establecer los límites operativos de inversión en el extranjero. El principal motivo de su creación es para que no se vea afectada la estabilidad monetaria, debido a inversiones en el exterior. La estabilidad está relacionada con el riesgo al cual el portafolio se encuentra expuesto (también conocida como volatilidad) y su incremento puede afectar: el tipo de cambio, precios de activos financieros, tasas de interés, curvas de rendimiento y el riesgo país. (BCRP, 2007)

Sin embargo, los límites en el exterior han estado en constante aumento como se puede ver en el siguiente Cuadro:

**Cuadro 1: Límites Operativos en el exterior como porcentaje del fondo**

Fecha	Porcentaje
08/11/2006	12.0%
16/02/2007	13.5%
11/05/2007	15.0%
04/01/2008	16.0%
29/01/2008	17.0%
04/04/2008	20.0%
16/10/2009	22.0%
26/01/2010	24.0%
15/06/2010	26.0%
15/07/2010	28.0%
14/09/2010	30.0%
21/01/2013	32.0%
14/02/2013	34.0%
05/04/2013	36.0%
15/12/2013	36.5%
15/01/2014	37.0%
15/02/2014	37.5%
15/03/2014	38.0%
15/04/2014	39.0%
15/05/2014	39.5%
15/06/2014	40.0%
01/10/2014	40.5%
01/11/2014	41.0%
01/12/2014	41.5%
01/01/2015	42.0%
01/05/2017	43.0%
01/06/2017	44.0%

Fuente: BCRP

Elaboración propia

Como se puede observar, el aumento se viene dando progresivamente en el tiempo. El argumento principal que menciona el BCRP para dicho crecimiento se basa en que la cantidad de los fondos a través del tiempo tiende a ser mayor que el de las emisiones del mercado local lo cual genera los siguientes puntos:

- Concentración de inversiones en un número reducido de emisores
- Riesgo de sobre valorización de los precios de los instrumentos financieros
- Reducción en los rendimientos de mercado
- Posibilidad que los precios no reflejen el riesgo de crédito asociado a los emisores.

Respecto a los parámetros en los cuales se basan las AFPs, éstos son puestos por la SBS, la cual establece los tipos de instrumentos en los cuales se pueden invertir. De acuerdo con la Resolución N°8 – 2007, la entidad dispone de cuatro tipos de instrumentos de inversión:

- Instrumentos representativos de derechos sobre obligaciones de corto plazo o activos en efectivo (renta fija)
- Instrumentos representativos de derechos sobre obligaciones o títulos de deuda ( renta fija)
- Instrumentos representativos de derechos sobre participación patrimonial o títulos accionarios (renta variable)
- Instrumentos derivados (renta variable)
- Instrumentos alternativos<sup>3</sup>

Pero dicho comportamiento se debe en parte a las opciones de fondos que el afiliado posee, ya que permite relacionar a diferentes personas con su perfil de riesgo. En el Cuadro 2 se muestra el porcentaje de inversión por tipo de instrumento:

**Cuadro 2: Límite de Inversión por Tipo de Instrumento Financiero**

TIPO DE FONDO	RENTA FIJA	RENTA VARIABLE	PERFIL DEL AFILIADO
Fondo 0	100%	0%	Conservador
Fondo 1	90%	10%	Conservador
Fondo 2	55%	45%	Balanceado
Fondo 3	20%	80%	Crecimiento

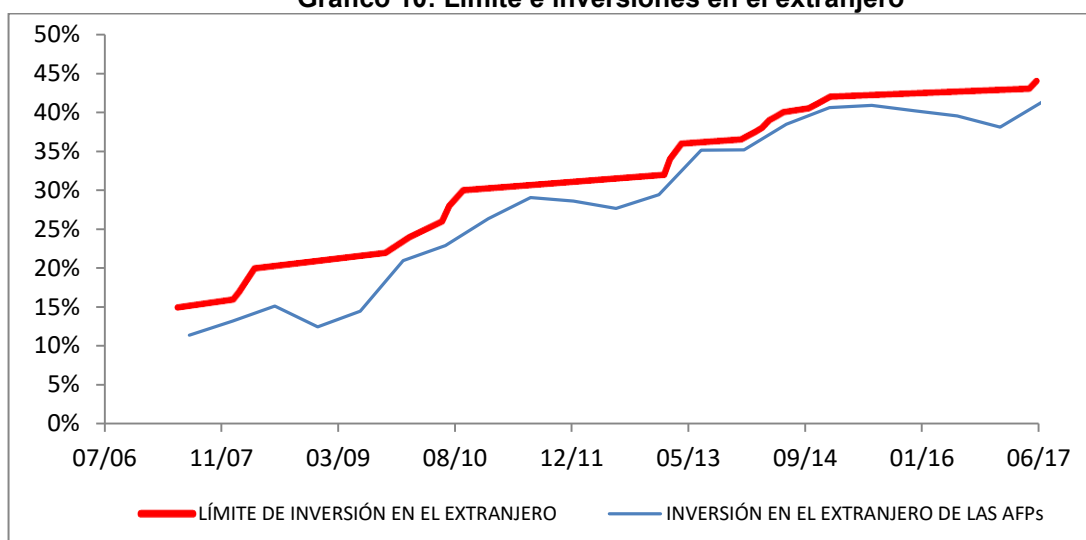
Fuente: SBS  
Elaboración propia

<sup>3</sup> Incluido en el TUO de la SBS

Cabe resaltar que los porcentajes mostrados representan la cantidad máxima que se puede invertir según el tipo de instrumento financiero; es decir, se puede tener una menor cantidad del instrumento siempre y cuando no se exceda el límite.

De acuerdo con el Cuadro 2, el Fondo 3 es el más agresivo, ya que puede tener hasta un 80% del portafolio invertido en renta variable. Por otro lado, el más conservador es el Fondo 0, debido a que únicamente se puede invertir en fondos de renta fija. En el Gráfico 10 se mostrará la evolución de las inversiones en el exterior de las AFPs a la fecha y el límite de inversión en el extranjero a la que están sujetas.

**Gráfico 10: Límite e inversiones en el extranjero**

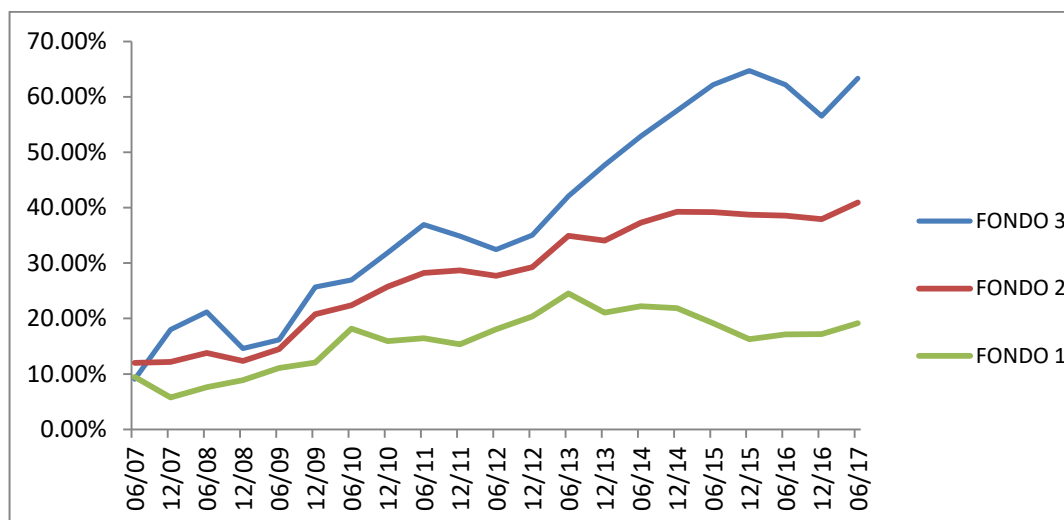


Fuente: SBS  
Elaboración propia

Como se puede observar, el total de inversiones en el extranjero que realizan las AFPs se encuentran dentro del límite de inversión, con lo cual se confirma que la gestión de los fondos va en relación con el marco regulatorio en el que se encuentran. Cabe resaltar que las restricciones establecidas por el BCRP aplican sobre la inversión total realizada por tipo de Fondo de la AFP; es decir, se suman los diferentes fondos existentes que invierten en el extranjero. Adicionalmente, cabe resaltar que no hay legislación individual.

En el Gráfico 11 se muestra las inversiones de los Fondos 1, 2 y 3 que invierten en el extranjero (el Fondo 0 no realiza inversión internacional).

**Gráfico 11: Inversiones en el extranjero según tipo de fondo**



Fuente: SBS

Elaboración propia

La cantidad máxima de inversión internacional que pueden tener las AFPs se da de manera conjunta; es decir, se totaliza las inversiones de todos los fondos con los que cuenta la AFP y sobre dicho monto se establece un único límite de inversión. Se puede apreciar que la mayor inversión en el extranjero la realiza el Fondo 3 el cual está compuesto por aproximadamente el 80% de inversión en renta variable pudiéndose inferir que la mayor cantidad de renta variable en el portafolio es de mercados internacionales, caso contrario ocurre con el Fondo 1 el cual está en su mayoría compuesto por renta fija en el mercado local.

### **3. Objetivos e Hipótesis**

#### **3.1. Objetivos Generales**

Los principales objetivos del presente documento sobre el Fondo 2 que manejan las AFPs son los siguientes:

- A. Eficiencia actual de las AFPs mediante indicadores de desempeño, timing y selectividad
- B. Impacto de los límites de inversión en el extranjero sobre el desempeño de las AFPs

#### **3.2. Objetivos Específicos**

Los objetivos específicos son los siguientes:

- A. Aplicar metodologías de optimización de portafolios compuesto con instrumentos tanto nacionales como internacionales con el fin evaluar el rendimiento de las AFPs hasta junio del 2017.
- B. Revisar la eficiencia actual de las AFPs mediante parámetros de market timing y selectividad (selección de activos).
- C. Analizar mediante indicadores la eficiencia actual de las AFPs y compararla con la eficiencia que se tendría si no hubiese límites de inversión en el extranjero.
- D. Contribuir con la tendencia de los especialistas que existe actualmente que sugieren la ampliación de los límites de inversión con el fin de favorecer a los aportantes.

#### **3.3. Hipótesis Principal**

Las hipótesis que se plantean son las siguientes:

- A. Actualmente las AFPs tienen una baja eficiencia al momento de gestionar sus portafolios de inversión
- B. Los límites de inversión impactan en el desempeño de las AFPs

### 3.4. Hipótesis Secundaria

En cuanto la hipótesis secundaria, se señalan los siguientes puntos:

- A. La relación entre los límites de inversión y el desempeño de las AFPs es inversa.
- B. Las legislaciones dadas durante el periodo de análisis (01/2007 – 06/2017) refuerzan la hipótesis principal.
- C. Si el manejo del portafolio es ineficiente entonces los resultados de market timing y selectividad también serán negativos.
- D. El contexto macroeconómico puede generar resultados atípicos a las estimaciones
- E. El profesionalismo de los administradores de las AFPs es en gran medida alta





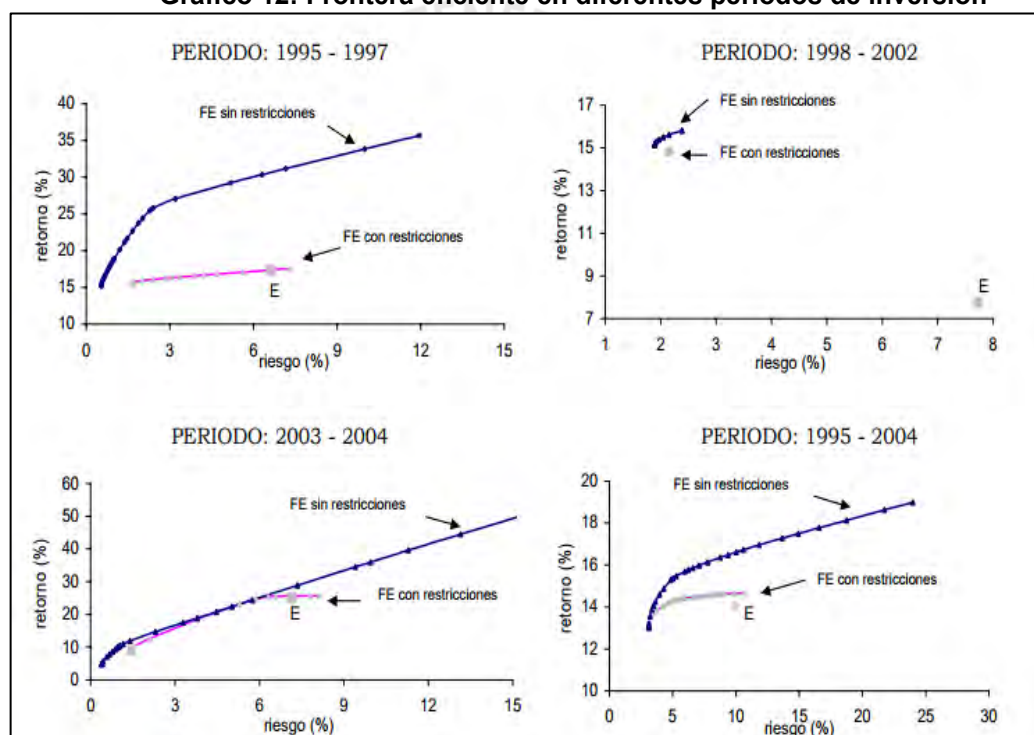
## 4. Revisión de Estudios Empíricos

### 4.1. Estudios de Frontera Eficiente

Como se mencionó Inicialmente, las principales referencias nacionales son Pereda (2007), Saldaña y Velásquez (2013) y Mendoza (2014).

Respecto a Pereda (2007), el autor buscó estimar fronteras eficientes usando los fondos de las AFP para los periodos 1995 – 2004 mediante la metodología de Markowitz logrando demostrar que el disminuir el monto máximo de inversión en el extranjero reducía el riesgo; sin embargo, también lo hacía la rentabilidad. En su análisis el autor emplea ocho diferentes activos, los cuales no diferencia entre renta fija o renta variable y la frontera eficiente la divide en 4 diferentes periodos logrando así diferenciar las fronteras eficientes con y sin restricción.

**Gráfico 12: Frontera eficiente en diferentes periodos de inversión**

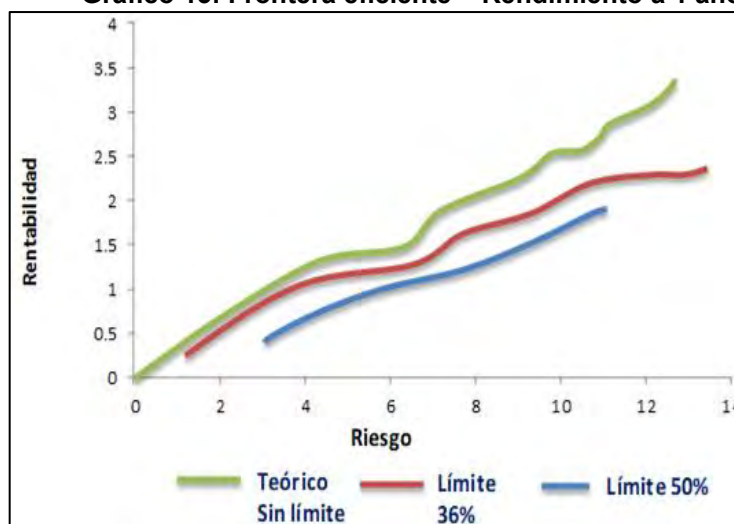


Fuente: Pereda (2007)

Finalmente, el autor recomienda a los entes reguladores, incluir indicadores de medición de riesgo como por ejemplo el ratio de Sharpe, con el fin de que exista un mayor control del nivel de exposición al riesgo de las AFP. Ello en parte se recomienda debido al constante aumento del límite de inversión en el extranjero, lo cual genera una mayor exposición al mercado internacional y un mayor riesgo relacionado a una mayor rentabilidad.

Respecto a Saldaña y Velásquez (2013), de manera similar, establecen ocho diferentes instrumentos entre los cuales se incluyen compra de divisas (EUR y USD). Así mismo, los autores emplean rentabilidades diarias argumentando que las AFPs invierten de manera activa. Otra marcada diferencia es el uso de tres tipos de frontera diferenciadas por los límites diversos de inversión en el exterior los cuales son de 0%, 36% y 50%.

**Gráfico 13: Frontera eficiente – Rendimiento a 1 año**

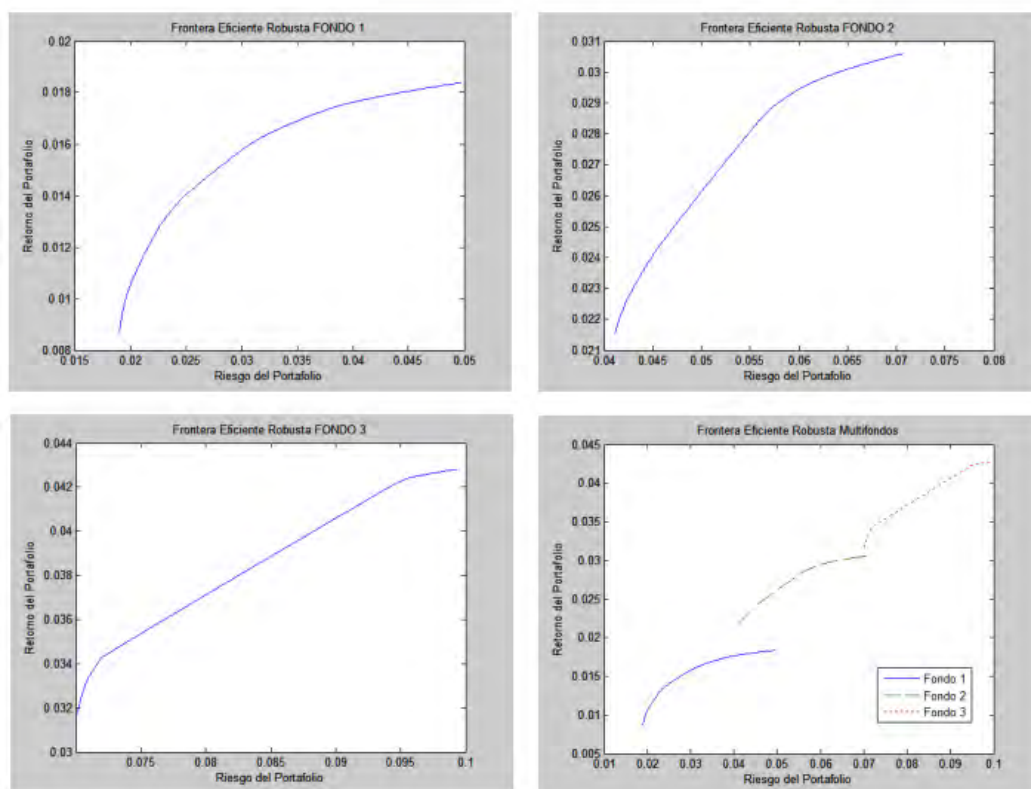


Fuente: Saldaña y Velásquez (2013)

Los autores logran evidenciar la teoría de que a mayor diversificación se permite una mayor frontera eficiente la cual está relacionado a la inversión de instrumentos extranjeros. Adicionalmente, se puede concluir que al aumentar los límites de inversión en el extranjero, se logra mayores niveles de riesgo – retorno.

Respecto a Mendoza (2014), el autor evalúa si las AFPs son financieramente eficientes en los periodos 2006 – 2011 usando como principal referencia el ratio de Sharpe argumentando que un portafolio es mejor cuando la diferencia entre el valor del ratio del mercado y del portafolio analizado sea menor. Para lograr obtener dicho valor realiza una optimización del portafolio por medio de la metodología “Encogimiento No Paramétrico” y el empleo de activos los cuales representan el universo de activos en los cuales se pueden invertir. La diferencia de este trabajo es que el autor emplea el análisis para los tres tipos de fondos existentes en ese periodo de análisis. Una de las principales conclusiones es que ninguno de los tres tipos de fondos logra una eficiencia que se esperaba.

**Gráfico 14: Fronteras eficientes robustas para multifondos**



Fuente: Mendoza (2014)

## 4.2. Estudios de Gestión de AFPs

El Centro de Estudios Monetarios de Latinoamérica (CEMLA) en marzo del 2000 publicó un análisis y evaluación del desempeño de las AFPs (1994 – 1998) en donde la edición N°52 se enfocó en la medición de la eficiencia financiera del SPP peruano.

La principal hipótesis del autor es señalar que las AFPs no cuentan con las habilidades de Market Timing y Selectividad (detalles en el Capítulo 5) a través de los índices de Treynor – Mazuy para ambos casos y el índice de Jensen para la habilidad de Selectividad.

Respecto a la Selectividad, se usó el índice de Jensen obteniendo los siguientes resultados:

**Cuadro 3: Criterio de Selectividad**

EVIDENCIA DE SELECTIVIDAD						
Indice de Jensen : $r_p - r_f = a_p + b_p (r_m - r_f) + e_p$						
INDICE ISBVL						
Periodo: Abril 1994 - Marzo 1998						
AFP	AFP	ALFA	ALFA Test - t	BETA	BETA Test - t	R Cuadrado
Horizonte	1	52.967	1.270	2.246	26.772	0.940
Integra	2	58.897	1.202	2.483	25.188	0.932
Nueva Vida	3	54.935	1.388	1.925	24.187	0.927
Profuturo	4	52.304	1.381	1.946	25.543	0.934
Unión	5	41.014	1.043	2.135	26.985	0.941

Fuente: CEMLA (2000)

En el Cuadro 3 se observa que las AFPs obtuvieron un alfa (ap) positivo<sup>4</sup> con lo que se concluye que se encuentra por encima del mercado. AFP Integra obtuvo un 58% de selectividad logrando el mejor resultado del sector.

Respecto al Market Timing<sup>5</sup>, el coeficiente (cp) es muy cercano a 0 con lo cual el documento concluye que los administradores no tienen la habilidad de anticiparse al mercado.

**Cuadro 4: Evidencia de Selectividad y Market Timing**

EVIDENCIA DE SELECTIVIDAD Y TIMING								
Indice de Treynor y Mazuy : $r_p - r_f = a_p + b_p (r_m - r_f) + c_p (r_m - r_f)^2 + e_p$								
INDICE ISBVL								
Periodo: Abril 1994 - Marzo 1998								
AFP	AFP	ALFA (Selectividad)	ALFA Test - t	BETA (Sencibilidad)	BETA Test - t	C (Timing)	C Test - t	R Cuadrado
Horizonte	1	23.541	0.737	1.503	10.729	0.0003	5.955	0.966
Integra	2	23.351	0.637	1.585	9.855	0.0004	6.262	0.964
Nueva Vida	3	40.930	1.072	1.571	9.380	0.0001	2.369	0.935
Profuturo	4	31.615	0.951	1.423	9.757	0.0002	4.020	0.952
Unión	5	17.462	0.525	1.540	10.555	0.0002	4.576	0.959

Fuente: CEMLA (2000)

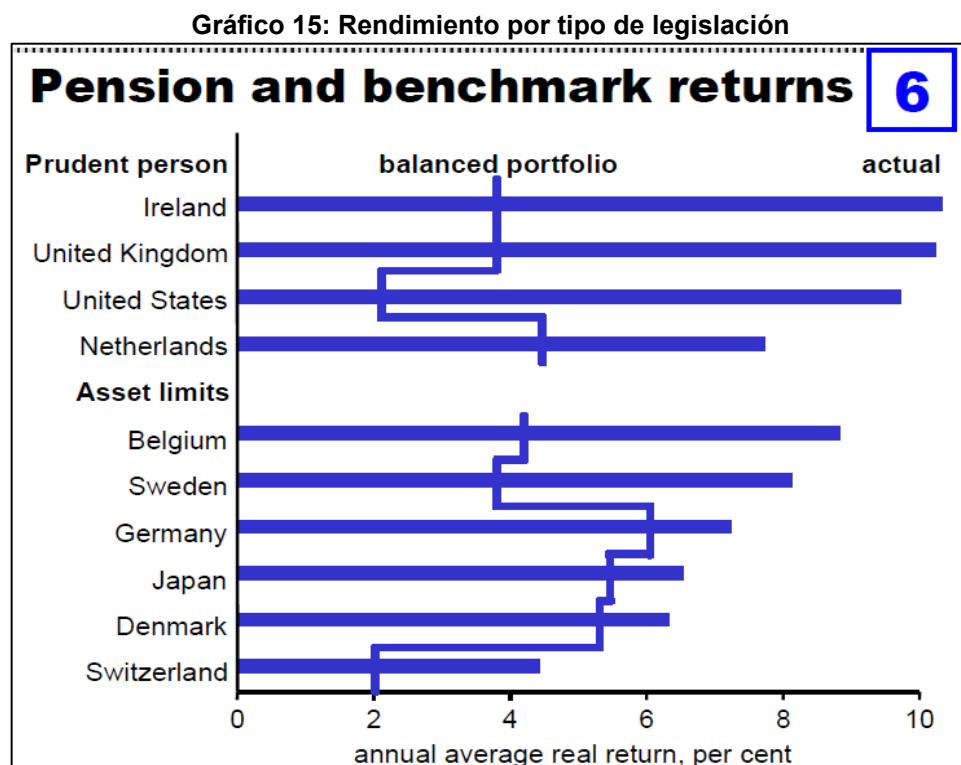
Finalmente, se recalca que la metodología de evaluación de las AFPs por parte de los usuarios que actualmente se tiene es incorrecta, ya que se enfoca únicamente en el rendimiento obtenido, sin considerar el riesgo al que incurre cada AFP para lograr el rendimiento expuesto.

<sup>4</sup> El alfa es el coeficiente que sirve de medida para el Índice de Jensen

<sup>5</sup> El gamma es el coeficiente que sirve de medida para el Índice de Treynor - Mazuy

Otra referencia a considerar es el documento de trabajo del World Bank<sup>6</sup> (2000) en donde detalla acerca de las consecuencias de los límites de inversión sobre la performance del portafolio. El estudio realiza el análisis de los distintos países en donde se tiene un SPP y las divide en dos principales grupos: sin restricción y con restricción.

En el Gráfico 15 se observa que el rendimiento de un portafolio sin restricción (prudent person) genera mayor rendimiento que un portafolio con restricción (asset limits). Adicionalmente, se encuentra una línea “balanced portfolio” el cual hace referencia al rendimiento de un portafolio equilibrado tanto en renta fija como renta variable donde se puede observar el menor rendimiento para portafolios balanceados.



Fuente: Banco Mundial (2000)

Las conclusiones a las que llega el trabajo son las siguientes:

- Los gobiernos tienen la responsabilidad de garantizar que el SPP gane rendimiento para los usuarios.
- Las restricciones son necesarias para reforzar la confianza en el nuevo sistema pero el objetivo a mediano plazo debería ser pasar a una cartera más libre

<sup>6</sup> Portfolio limits – Pension investments restrictions compromise fund performance

## 5. Marco Teórico

### 5.1. Frontera Eficiente y Teoría de Portafolios

Se busca estimar el portafolio óptimo con y sin límites de inversión mediante la aplicación del criterio de frontera eficiente mediante el modelo de Markowitz (1952) siendo la base para los modelos CAPM (Capital Asset Pricing Model) y SML (Security Market Line).

### 5.2. Análisis Media – Varianza

La fuente principal es el análisis media varianza teniendo como razón la aplicación de retornos esperados (media) y el nivel de riesgo (varianza) de las distintas opciones de inversión. Los principales supuestos para el enfoque media – varianza son los siguientes:

1. Todos los inversionistas son adversos al riesgo. Los inversionistas minimizan el riesgo para cualquier nivel de retorno esperado. Así también demandan una mayor compensación a cambio de un mayor nivel de riesgo.
2. La rentabilidad esperada, varianza y covarianza son conocidas para todos los activos (los inversionistas saben el valor futuro estos parámetros)
3. Las únicas variables en las que los inversionistas se basan son rentabilidad esperada, varianza y covarianza
4. No se consideran impuestos ni costos de transacción

Para poder realizar el cálculo del portafolio óptimo a través del análisis media – varianza, se emplean las siguientes fórmulas:

• **Rentabilidad Esperada:** Aplicada en un portafolio se emplea la media ponderada de los retornos esperados para cada activo individual incluido en el portafolio.

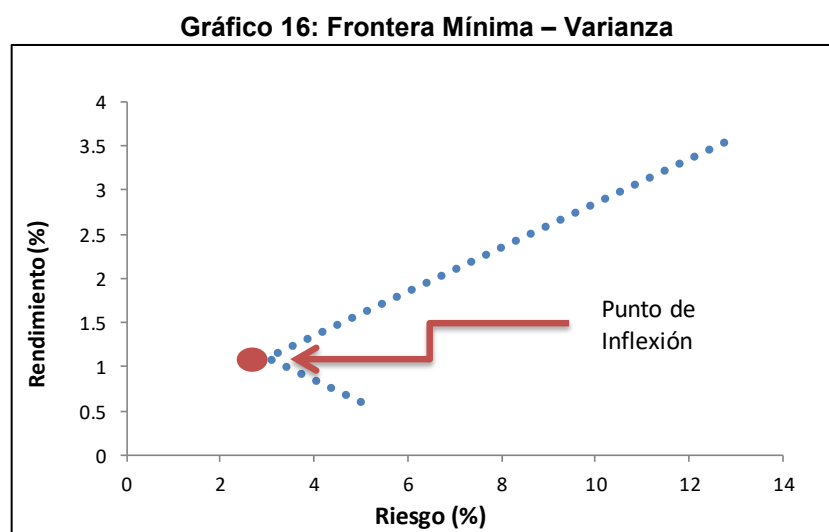
$$E[R] = \sum E[R_i] \quad (1)$$

**Varianza:** Se emplea el enfoque para varios activos mediante la siguiente fórmula:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N w_i w_j COV(R_i, R_j) \quad (2)$$

### 5.3. Frontera Varianza Mínima

El portafolio de mínima varianza es aquel que presenta la menor varianza entre todos los portafolios que se pudiesen generar con idénticos retornos esperados. La frontera se encuentra representada en el Gráfico 16 en donde se encuentran las rentabilidades de todos los portafolios mínima varianza.



Cabe resaltar que los portafolios por debajo del punto de inflexión son inferiores a los puntos cóncavos, ya que por niveles iguales de riesgo generan una menor rentabilidad y bajo el supuesto que todos los inversionistas esperan ganar más por un mayor riesgo, no invertirían en los puntos mencionados.

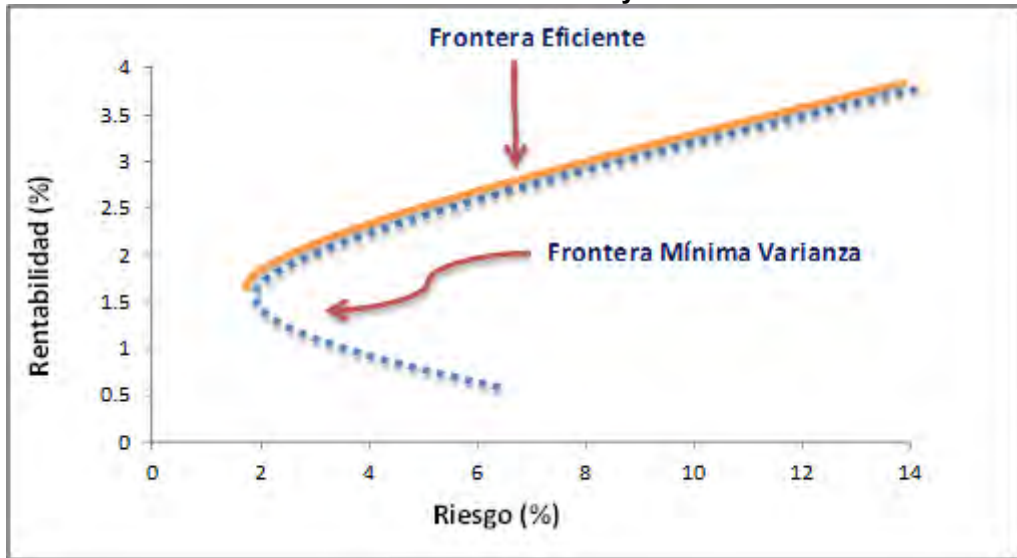
### 5.4. Frontera Eficiente

Similar a la frontera mínima varianza, pero compuesta con portafolios eficientes los cuales tienen las siguientes características:

- Mínimo riesgo de todos los portafolios con igual rentabilidad esperada.
- Máxima rentabilidad esperada para todos los portafolios con el mismo riesgo.



**Gráfico 17: Frontera Eficiente y Mínima Varianza**



Fuente: Saldaña y Velásquez (2013)

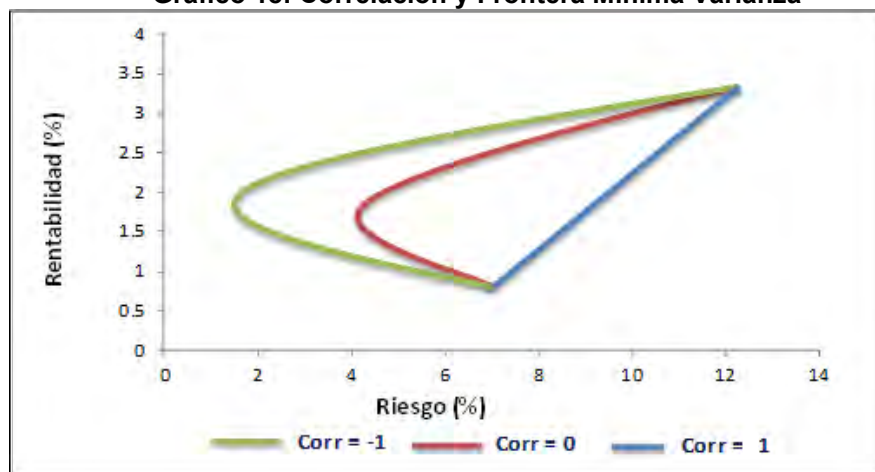
### 5.5. Efecto de la correlación

A menor correlación de los activos, mayor será los beneficios de la diversificación. Una menor correlación existe cuando dos activos no se mueven en la misma dirección lo cual ayuda a reducir la volatilidad del portafolio a un nivel menor a la suma ponderada de los componentes.

Criterios:

- No diversificación: Correlación entre activos menor a 1
- El mayor nivel de diversificación es si la correlación entre los activos es igual a -1

**Gráfico 18: Correlación y Frontera Mínima Varianza**



Fuente: Saldaña y Velásquez (2013)



## 5.6. Efecto del Número de activos

Los beneficios de la diversificación se incrementan proporcionalmente al número de activos (n) debido a que los activos individualmente pesarán menos que el portafolio en su conjunto, así los efectos de movimientos conjuntos se reducirán potenciando el efecto de la correlación (covarianza)

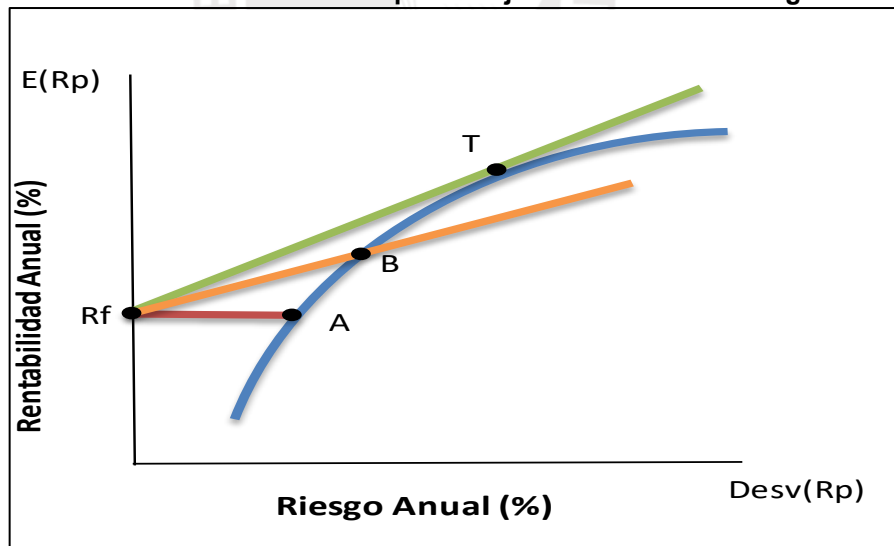
$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n} \overline{\sigma_p^2} + \frac{n-1}{n} \overline{Cov} \quad (3)$$

El número de portafolios tiene una relación inversa con la varianza del portafolio.

## 5.7. Punto óptimo de una frontera eficiente

De acuerdo a lo analizado por Castillo y Lama (1998), bajo un escenario en donde se consideran activos libre de riesgo, el portafolio óptimo se encuentra en el Punto T, debido a que dentro de las diferentes rectas que se generan a partir del rendimiento libre de riesgo (Rf) la pendiente más es la recta que pasas por el punto T.

Gráfico 19: Portafolio óptimo bajo activos libre de riesgo



Fuente: Castillo y Lama (1998)

## 5.8. Indicadores de Gestión de Portafolio Ajustado por el Riesgo

### 5.8.1. Medida de Sharpe

El ratio de Sharpe (1996) indica cual ha sido el rendimiento promedio que ha obtenido un portafolio por unidad de riesgo incurrido, utilizando como medida de

riesgo la desviación estándar de los retornos del portafolio. Matemáticamente la medida de Sharpe se calcula de la siguiente forma:

$$S_p = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma(R_p)} \quad (4)$$

En donde:

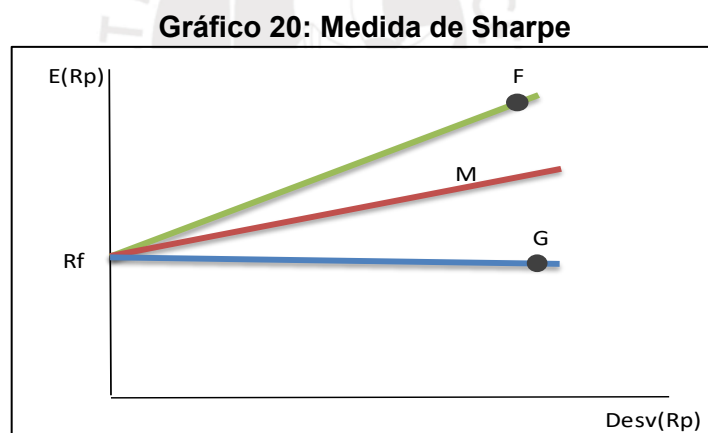
$S_p$  : Ratio de Sharpe del portafolio "p"

$E(R_p)$ : Esperado del retorno promedio del portafolio "p"

$R_f$  : Tasa libre de Riesgo

$\sigma(R_p)$  : Desviación estándar de los retornos del portafolio "p"

En el Gráfico 20 se observan 3 rectas en donde la pendiente representa el Ratio de Sharpe y la Tasa Libre de Riesgo ( $R_f$ ). La recta F muestra un mayor valor del ratio y por ende una mejor performance mientras que la recta G lo contrario.



Fuente: CEMLA (2010)

### 5.8.2. Medida de Treynor

El índice de Treynor (1965) nos permite medir el exceso del retorno de un portafolio respecto a la tasa libre de riesgo ajustada por el riesgo no diversificable

$$R_p - R_f = T_p \times \beta_p \quad (5)$$

$$T_p = \frac{R_p - R_f}{\beta_p} \quad (6)$$

En donde:

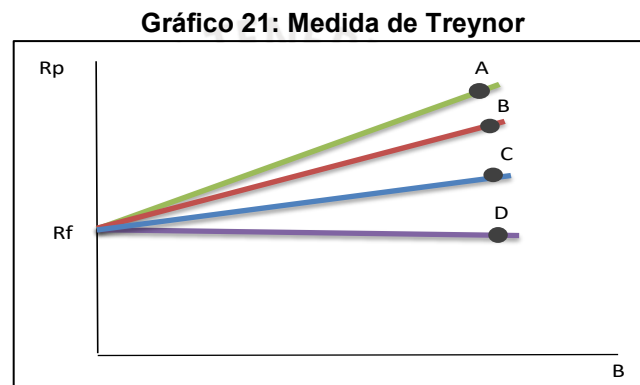
$T_p$  : Ratio de Treynor del portafolio "p"

$R_p$  : Retorno promedio del portafolio "p"

$R_f$  : Tasa libre de Riesgo

$\beta_p$  : Riesgo sistemático

El Gráfico 21 muestra 4 rectas en donde las pendientes son el ratio de Treynor las cuales presentan diferentes medidas, la recta A y B presentan misma rentabilidad; sin embargo, el nivel de riesgo es lo que les diferencia, por ello la recta A cuenta con una pendiente mayor.



Fuente: CEMLA (2010)

## 5.9. Indicadores de Gestión por Market Timing y Selectividad<sup>7</sup>

Estas dos principales características de las AFPs hacen referencia a la capacidad activa que tienen los fondos para gestionar de una manera óptima el portafolio.

Tanto el Market Timing como la selectividad tienen como principal referencia el modelo CAPM el cual es el siguiente:

$$R_p = R_f + \beta_p(R_M - R_f) + \gamma_p \quad (7)$$

En donde:

<sup>7</sup> Moncada (2015)

- $R_p$  : Retorno promedio del portafolio “p”
- $R_f$  : Tasa libre de Riesgo
- $R_M$  : Riesgo del mercado
- $\beta_p$  : Coeficiente de riesgo sistemático
- $\gamma_p$  : Término aleatorio

### 5.9.1. Market Timing

Se conoce como Market Timing a la habilidad del fondo para adelantarse de manera sistemática a los movimientos del mercado logrando así mayor rentabilidad.

### 5.9.2. Selectividad

Se conoce como Selectividad a la habilidad del fondo para seleccionar de manera correcta los activos sub o sobre valuados.

### 5.9.3. Medida de Jensen

De similar manera al índice de Treynor, el índice de Jensen (1968) nos permite medir el exceso del retorno de un portafolio respecto a la tasa libre de riesgo ajustada por el riesgo no diversificable. Para ello se toma como referencia el modelo CAPM (Ecuación 22) agregándole una variable que se denominará coeficiente de Jensen

$$R_p - R_f = \alpha_p + \beta_p(R_M - R_f) + \gamma_p \quad (8)$$

En donde:

- $\alpha_p$  : Coeficiente de Jensen
- $R_p$  : Retorno promedio del portafolio “p”
- $R_f$  : Tasa libre de Riesgo
- $R_M$  : Riesgo del mercado
- $\beta_p$  : Coeficiente de riesgo sistemático
- $\gamma_p$  : Error residual

Respecto al coeficiente de Jensen ( $\alpha_p$ ), permite realizar la comparación con el modelo CAPM con el fin de evaluar dicho rendimiento y cuantificar la Selectividad. Al presentarse un coeficiente con valores mayores a 0, ello refleja la capacidad de los gestores de los portafolios a encontrar valores subvaluados (Castillo y Lama, 1998).

#### 5.9.4. Índice de Treynor – Mazuy

El índice Treynor – Mazuy es fundamental para el análisis completo tanto de Market Timing como Selectividad:

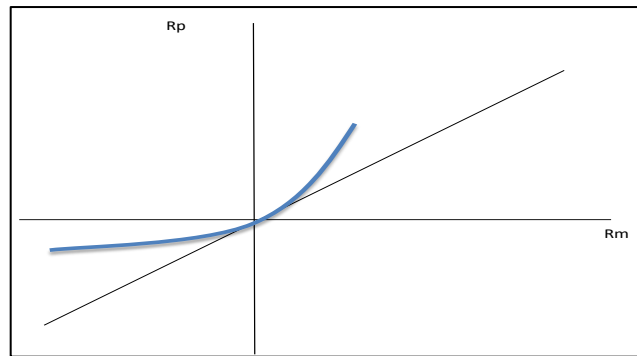
$$R_p - R_f = \alpha_p + \beta_p(R_M - R_f) + \delta(R_M - R_f)^2 + \gamma_p \quad (9)$$

En donde:

- $R_p$  : Retorno promedio del portafolio “p”
- $R_f$  : Tasa libre de Riesgo
- $R_M$  : Retorno del Mercado
- $\alpha_p$  : Índice de selectividad
- $\beta_p$  : Sensibilidad del Portafolio
- $\delta_p$  : Índice de Market Timing
- $\gamma_p$  : Error residual

El índice de Treynor – Mazuy es el índice de Treynor añadiéndole el índice de Market Timing ( $\delta_p$ ) junto con una variable cuadrática. La variable cumple la función de potenciador de la diferencia al cuadrado entre el retorno del mercado y la tasa libre de riesgo; es decir, en caso dicha variación sea positiva, se infiere que el mercado tuvo un mejor rendimiento y por ende los administradores de los portafolios aprovecharon dicho comportamiento. En caso la gestión sea positiva, el retorno presentaría una función creciente y convexa del retorno como lo muestra el Gráfico 22

**Gráfico 22: Medida de Treynor – Mazuy**



Fuente: CEMLA (2010)

En el Gráfico 22 se observa una curva convexa la cual representa la parte cuadrática de la ecuación y la forma que presenta refleja un retorno mayor del portafolio respecto del mercado. Cabe resaltar de no haber timing en la ecuación, la curva del gráfico se volvería una recta.



## 6. Marco Metodológico

El modelo lo que busca es encontrar la rentabilidad esperada (R) de un conjunto de valores (N) tomando de éstos su desviación estándar (p).

Respecto a la rentabilidad del portafolio, la fórmula se detalla a continuación:

$$\pi = \sum_{i=1}^N w_i E[R_i] \quad (10)$$

Teniendo en consideración las siguientes restricciones:

- A. La suma de los pesos de la composición debe ser 100%

$$100\% = \sum_{i=1}^N w_i \quad (11)$$

- B. Los pesos de los instrumentos deben ser como mínimo 0%<sup>8</sup>

$$w_i \geq 0 \quad (12)$$

- C. Límite de inversión en el extranjero

$$\text{Límite de inversión} \geq \sum_{i=1}^N W\_Ext \quad (13)$$

En donde W\_Ext son la cantidad máximo respecto al total del portafolio que como máximo se puede invertir en el extranjero.

Respecto a la varianza del portafolio, la fórmula se detalla a continuación:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij} \quad (14)$$

Se realizará un supuesto simplificador en búsqueda de estimar la frontera eficiente en base a portafolios que repliquen las inversiones que realizan las AFPs en la actualidad. Por ello se construirá la frontera eficiente, mediante el empleo de 8 activos financieros, similar a la cantidad de instrumentos de los documentos de Pereda y Velásquez y Saldaña, en donde se incluyen tanto activos de renta fija como de renta variable teniendo como consideración el límite de inversión al que se encuentran expuestas y en donde invierten las AFPs actualmente (Anexo 2).

---

<sup>8</sup> No se considerará posiciones cortas

En base a las consideraciones mencionadas, se optó por los siguientes instrumentos los cuales son empleados en variación diaria:

**Cuadro 5: Tipo de activos seleccionados**

ACTIVO	CLASE DE VALOR		NOMBRE
1	Renta Variable	Mercado Local	Índice Selectivo de la BVL
2		Mercado Internacional	Índice de Standard & Poor's 500
3		Mercado Internacional	Índice en Emerging Markets
4	Renta Fija	Mercado Local	S&P Peru Sovereign Bond 10+ Year Index
5		Mercado Internacional	Vanguard Short Term Bond (Corto plazo)
6		Mercado Internacional	Vanguard Total Bond (Largo plazo)

Fuente: Bloomberg y BCRP

Elaboración propia

La información presenta un valor en moneda local (PEN), una frecuencia diaria y es del periodo de 01/2007 a 06/2017 teniendo como fuente principal la plataforma Bloomberg.

La fórmula para determinar la rentabilidad diaria es la mencionada por Bailey, Richards y Tierney (2007)

$$Ri = \frac{MV_1 - MV_0}{MV_0} \quad (15)$$

En donde:

- $MV_0$ : Valor del mercado en el periodo 0
- $MV_1$ : Valor del mercado en el periodo 1

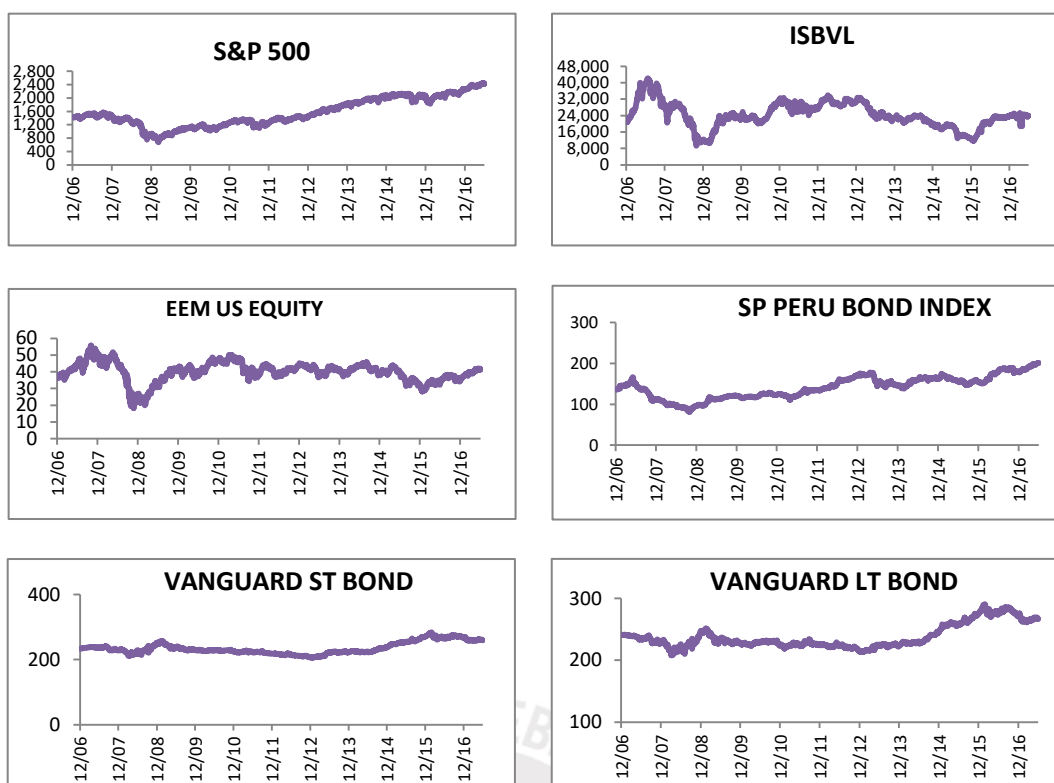
Dicha fórmula fue usada con una frecuencia diaria para así obtener la rentabilidad en el periodo mencionado. Ello se emplea para instrumentos ETF e instrumentos de renta variable<sup>9</sup>. Adicionalmente, para renta fija se emplea también la fórmula sobre los precios diarios

En el Gráfico 23 se puede observar la evolución de la rentabilidad de los instrumentos elegidos.

<sup>9</sup> En el presente documento se empleará dicha fórmula para hallar rendimiento de los activos



**Gráfico 23: Evolución diaria de los activos que confirman el portafolio simulados**

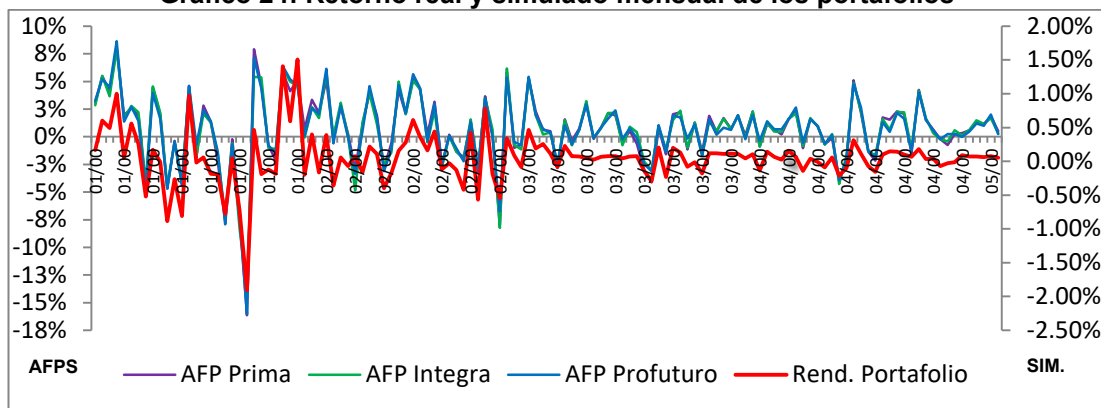


Elaboración propia

Para las fechas en donde no había valores en la base extraída de Bloomberg, se utilizó el valor anterior con el fin de poder tener una correcta base de datos y no tener valores nulos.

En el Gráfico 24 se muestra la simulación del portafolio con restricciones de los instrumentos mencionados en el Cuadro 6 conjuntamente con el rendimiento del Valor Cuota del Fondo 2 de AFP Prima, Integra y Profuturo. Cabe resaltar que las empresas en mención fueron usadas, ya que son las que con mayor información se cuenta para comparar

**Gráfico 24: Retorno real y simulado mensual de los portafolios**



Fuente: SBS

Elaboración propia

Los límites empleados y los periodos de análisis son los que se muestran en el Cuadro 15. Los portafolios óptimos con restricción de los 6 activos se encuentran con menor valor respecto a las AFPS; sin embargo presentan similar tendencia. Adicionalmente coeficiente de correlación entre los rendimientos de Prima, Integra y Profuturo son 82%, 84% y 85% respectivamente lo cual indica que están altamente correlacionados.

Por otro lado, con el fin de calcular la eficiencia de las AFPs con mayor tiempo en el mercado (Integra, Prima y Profuturo) se emplearán los indicadores mencionados en el Capítulo 5, así como también otras variables descritas en el Cuadro 6.

**Cuadro 6: Instrumentos aplicados para la rentabilidad diaria de AFPs**

ACTIVO	DETALLE
AFP Integra	Rendimiento de la AFP Integra
AFP Prima	Rendimiento de la AFP Prima
AFP Profuturo	Rendimiento de la AFP Profuturo
IGBVL	Rendimiento del Índice General de la Bolsa de Valores de Lima
BONO SOBERANO PERÚ	Rendimientos del Índice de Bonos de Mercados Emergentes- Perú emitido por el JP Morgan
BONO SOBERANO USA 10 AÑOS	Tasa de interés del Bono soberano

Fuente: Bloomberg, SBS BCRP

Elaboración propia

En donde el IGBVL representará el rendimiento del mercado, Los bonos soberanos del Perú (representados por el EMBIG) se empleará como riesgo país y el Bono Soberano USA a 10 años se elegirá como tasa libre de riesgo. Adicionalmente, se realizaron los test de raíz unitaria así como también los de autocorrelación a las

variables del Cuadro 7 (incluyendo las diferencias) con el fin de evaluar la estacionariedad de las variables para el fin econométrico en los ratios de Jensen y Treynor – Mazuy.

### 6.1. Estimación de la Frontera eficiente

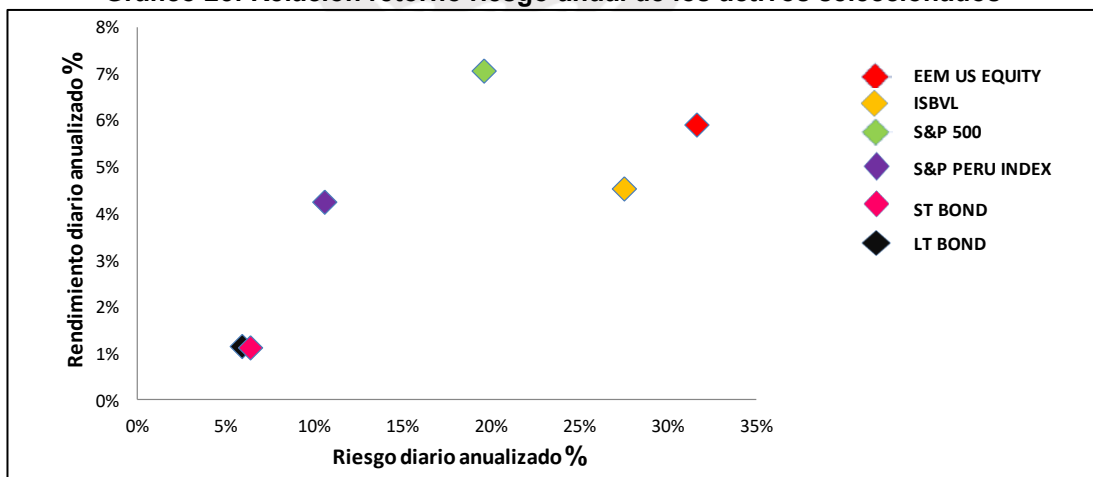
Para el cálculo de la frontera eficiente, se partió promediando el rendimiento diario de los activos multiplicado por 252 días (aproximación de días bursátiles en el año), respecto a la desviación estándar, se sacó la volatilidad de los rendimientos diarios y se ajustó por el año bursátil obteniendo así tanto rendimiento como riesgo anualizado. Los resultados se dan en el Cuadro 7.

**Cuadro 7: Rentabilidad y Desviación Estándar por tipo de instrumento**

	RENTA VARIABLE			RENTA FIJA		
	MERCADO LOCAL	MERCADO INTERNACIONAL		MERCADO LOCAL	MERCADO INTERNACIONAL	
	ISBVL	S&P 500	EEM US EQUITY	SP PERU INDEX	ST BOND	LT BOND
<b>R. ANUAL</b>	4.53%	7.06%	5.90%	4.24%	1.15%	1.12%
<b>SD ANUAL</b>	27.55%	19.61%	31.65%	10.59%	5.92%	6.39%

Adicionalmente, en el Gráfico 25 se muestra tanto los retornos como el riesgo de los seis instrumentos seleccionados para los periodos 01/2007 – 06/2017.

**Gráfico 25: Relación retorno riesgo anual de los activos seleccionados**



Elaboración propia

Como se observa, los activos con más riesgo (renta variable) son los que tienen mayor retorno lo cual está relacionado a la teoría que a mayor nivel de riesgo se espera tener un retorno mayor. Caso contrario ocurre con los activos de renta fija, ya que se encuentran en la parte inferior izquierda.

La creación del portafolio de inversión dependerá tanto de la eficiencia (nivel de rentabilidad de acuerdo al riesgo asumido) de los activos como también de cómo actúan conjuntamente (correlación).

## 6.2. Matriz de Correlación

En el Cuadro 8 se muestra las correlaciones de los ocho activos seleccionados con el fin de analizar la diversificación del portafolio

**Cuadro 8: Matriz de correlación entre los activos seleccionados**

	<i>ISBVL</i>	<i>S&amp;P 500</i>	<i>EEM US EQUITY</i>	<i>SP PERU BOND INDEX</i>	<i>ST BOND</i>	<i>LT BOND</i>
<i>ISBVL</i>	1.00	0.38	0.46	0.03	-0.31	-0.18
<i>S&amp;P 500</i>	0.38	1.00	0.86	-0.01	-0.14	-0.16
<i>EEM US EQUITY</i>	0.46	0.86	1.00	-0.01	-0.26	-0.23
<i>SP PERU BOND INDEX</i>	0.03	-0.01	-0.01	1.00	0.02	0.03
<i>ST BOND</i>	-0.31	-0.14	-0.26	0.02	1.00	0.75
<i>LT BOND</i>	-0.18	-0.16	-0.23	0.03	0.75	1.00

Elaboración propia

Los valores obtenidos ayudan a elegir la composición óptima del portafolio de acuerdo al nivel de correlación. Si la correlación está entre -1 y 0 quiere decir que los instrumentos agregan diversificación al portafolio por lo cual al momento de seleccionar ambos se estará disminuyendo el riesgo del portafolio como el caso de los Instrumentos de renta fija con los de renta variable.

## 6.3. Estimación de la Tasa Libre de Riesgo

La Tasa Libre de Riesgo se empleará en el cálculo de los ratios ajustados al riesgo. Se empleará la TLR local debido a que la mayor proporción de los activos que emplean las AFPs son por parte de instrumentos locales.

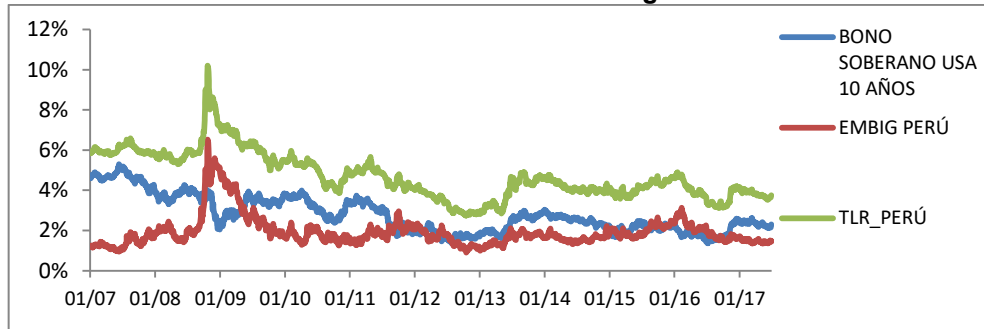
Para conseguir su valor la fórmula empleada será la siguiente:

$$TLR_{country} = r_f + r_{country} \quad (16)$$

En donde:

- $TLR_{country}$  : Tasa libre de riesgo del país analizado
- $r_{free}$  : Tasa libre de riesgo de un país de economía desarrollado
- $r_{country}$  : Riesgo del país analizado

**Gráfico 26: Tasa Libre de Riesgo Perú**



Fuente: BCRP  
Elaboración propia



## 7. Análisis y resultados consolidados

### 7.1. Evidencia sobre indicadores de portafolio de las AFPs

Los indicadores de gestión de portafolio empleados en la investigación pueden ubicarse en dos categorías. En la primera se encuentran los indicadores de Sharpe y Treynor, que muestran el grado de rendimiento que se obtiene sujeto al riesgo del portafolio. Ambos índices se sustentan en la teoría del portafolio Markowitz. En la segunda, se encuentran los indicadores de Jensen, Treynor-Mazur y el modelo EGARCH-M que explican la eficiencia en Market Timing y Selectividad mencionados en el Capítulo 5.

A continuación, se presentan de manera empírica estos cinco indicadores de portafolio para el periodo 01/2007 – 06/2017 en frecuencia mensual de las tres<sup>10</sup> AFPs con mayor tiempo en el Perú: Integra, Prima y Profuturo. Para los indicadores de desempeño se han utilizado dos metodologías: Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) y Modelo de volatilidad EGARCH.

#### 7.1.1. Indicadores de eficiencia en la gestión de portafolios

##### A. Índice de Sharpe

$$S_p = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma(R_p)}$$

**Cuadro 9: Ratios de Sharpe por AFP**

	Tasa libre de riesgo	AFP Integra	AFP Prima	AFP Profuturo
<b>Periodo</b>	Ene2007- Jun2017	Ene2007- Jun2017	Ene2007- Jun2017	Ene2007- Jun2017
<b>Observaciones</b>	126	126	126	126
<b>Promedio</b>	0.002754	0.006614	0.006739	0.006721
<b>Desv. Est.</b>	0.000668	0.030868	0.031965	0.031539
<b>Mínimo</b>	0.001574	-0.137915	-0.161342	-0.159809
<b>Máximo</b>	0.005395	0.079666	0.080381	0.086321
<b>Índice de Sharpe</b>	-	<b>0.125048</b>	<b>0.124667</b>	<b>0.125780</b>

Elaboración Propia

Mientras mayor sea el indicador de Sharpe, mejor es la eficiencia del administrador del portafolio, pues establece el rendimiento excedente que un inversionista debería

<sup>10</sup> Se empleó únicamente 3 de las 4 AFPs que existen actualmente debido a que para comparar los indicadores se tienen que tener un similar número de observaciones

tener sobre la tasa libre de riesgo. La evidencia muestra que según el índice de Sharpe la que mejor eficiencia ha tenido ha sido la AFP Profuturo y la que peor eficiencia ha tenido ha sido AFP Prima. Sin embargo, los resultados son muy similares, solo se distinguen a partir del tercer decimal.

## B. Índice de Treynor

$$T_p = \frac{R_p - R_f}{\beta_p}$$

**Cuadro 10: Ratios de Treynor por AFP**

	Tasa libre de riesgo	AFP Integra	AFP Prima	AFP Profuturo
Periodo	Ene2007-Jun2017	Ene2007-Jun2017	Ene2007-Jun2017	Ene2007-Jun2017
Observaciones	126	126	126	126
Promedio	0.002754	0.006614	0.006739	0.006721
Desv. Est.	0.000668	0.030868	0.031965	0.031539
Coef. Beta ( $\beta_p$ )	-	0.255	0.271	0.267
Índice de Treynor	-	0.015137	0.014704	0.014857

Elaboración Propia

Dentro de las tres AFPs analizadas se observa que, de manera diferente a los resultados obtenidos del Ratio de Sharpe, AFP Integra es la que ha tenido un mayor índice de las tres AFPs reflejando una mejor eficiencia en la gestión de portafolios. Asimismo, AFP Prima es la que peor gestión ha tenido durante este periodo. Sin embargo, así como en el caso del índice de Sharpe, los resultados en cuanto a magnitudes de este índice son bastante parecidos.

### 7.1.2. Indicadores de desempeño en la gestión de portafolios

Los indicadores de Jensen y Treynor- Mazuy se sustentan en el modelo CAPM por otra parte, el modelo EGARCH-M permite estimar la relación existente entre la volatilidad de una variable y su media, y es de suma utilidad para modelar la prima por riesgo de los activos financieros.

## A. Índice de Jensen

$$R_p - R_f = \alpha_p + \beta_p(R_M - R_f) + \gamma_p$$

**Cuadro 11: Índices de Jensen por AFP**

	AFP Integra	AFP Prima	AFP Profuturo
Periodo	Ene2007- Jun2017	Ene2007- Jun2017	Ene2007- Jun2017
Observaciones	126	126	126
Coef. Alfa ( $\alpha_p$ )	0.004** (0.041)	0.004** (0.033)	0.004*** (0.032)
Coef. Beta ( $\beta_p$ )	0.255*** (0.000)	0.271*** (0.000)	0.267*** (0.000)
R <sup>2</sup>	0.58	0.62	0.62
DW	2.07	2.05	1.97

Nota: Los números en paréntesis reflejan el correspondiente *p-value* estimado para ver la significancia estadística del coeficiente. \*\*\*, \*\*, \* denotan significancia al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

En el Cuadro11 se muestran los resultados obtenidos de las regresiones estimadas para las tres AFPs analizadas. Como podemos observar, el coeficiente de Jensen es positivo y estadísticamente significativo al 5% de significancia para todas las AFPs. Esto significaría que fueron eficientes en el manejo de las carteras de inversiones financieras de los fondos de pensiones, pues este indicador mide la habilidad de los gestores de portafolio para comprar a precios bajos y vender a precios altos obteniendo la máxima rentabilidad incurriendo en el mínimo riesgo. Sin embargo, en todos los casos, el coeficiente es cercano a cero lo que indica que esta eficiencia es muy cercana a cero, es decir casi no hubo selectividad de portafolio en las estrategias de inversión de las AFPs.

Los resultados muestran un coeficiente de riesgo sistemático menor a uno y estadísticamente significativo al 5% de significancia para todas las AFPs. Esto nos indica que, para el periodo de muestra, las AFPs han tenido un desempeño menor pues las variaciones en los rendimientos del fondo de pensiones de todas las AFPs son menores que las variaciones del rendimiento del mercado, es decir, no generaron exceso de retornos por encima del mercado. Por cada 1% de aumento de rentabilidad del mercado peruano, las rentabilidades son de 0.26%, 0.27% y 0.27% para AFP Integra, Prima y Profuturo respectivamente. Ninguna AFP ha podido obtener rendimientos de sus portafolios de inversiones superiores al



promedio de mercado, por consiguiente, esto condiciona el bienestar de los millones de afiliados, que se reflejarán en pensiones por niveles muy por debajo de sus expectativas.

El coeficiente de medida de bondad de ajuste de la regresión,  $R^2$ , que nos indica en qué porcentaje la variación del diferencial de la rentabilidad de las AFPs respecto a la tasa libre de riesgo es explicada por la variación del diferencial del retorno del mercado respecto a la tasa libre de riesgo, nos indica un buen ajuste del modelo para las AFPs, ya que están entre 58% y 62% para todas las AFPs.

En series de tiempo financieras, es muy común encontrar un problema de autocorrelación de las perturbaciones residuales. Según el estadístico Durbin Watson (DW) no existe autocorrelación en ninguna de las regresiones, pues este coeficiente es muy cercano a dos en todos los casos cayendo en la zona de no existencia de autocorrelación<sup>11</sup>. Para los casos de las AFPs Integra, Prima y Profuturo, el coeficiente DW son 2.07, 2.05 y 1.97, respectivamente. Las tres caen dentro de la zona  $d_U$  (1.637) y  $4 - d_U$  (2.363), zona de no autocorrelación, según un tamaño de muestra de 126 observaciones y una variable explicativa sin incluir el intercepto.

La homogeneidad de los resultados encontrados en cada una de las administradoras, puede ser explicada por la similitud de las rentabilidades reales obtenidas de cada una de las AFP en el período estudiado. Es decir, las AFPs tienen un comportamiento similar respecto a decisiones de sus inversiones.

---

<sup>11</sup> El estadístico DW solo permite detectar autocorrelación de primer orden. Se realizó las pruebas estadísticas para ver la existencia de autocorrelaciones de órdenes mayores mediante el estadístico LM de Breusch-Godfrey y se verifica que no existe autocorrelación de un orden mayor para ninguno de los modelos estimados, mediante el no rechazo de la hipótesis nula de no autocorrelación serial

## B. Índice de Treynor Mazuy

$$R_p - R_f = \alpha_p + \beta_p(R_M - R_f) + \delta(R_M - R_f)^2 + \gamma_p$$

**Cuadro 12: Índices de Treynor Mazuy por AFP**

	AFP Integra	AFP Prima	AFP Profuturo
<b>Periodo</b>	Ene2007- Jun2017	Ene2007- Jun2017	Ene2007- Jun2017
<b>Observaciones</b>	126	126	126
<b>Coef. Alfa (<math>\alpha_p</math>)</b>	0.006*** (0.002)	0.006*** (0.000)	0.006*** (0.000)
<b>Coef. Beta (<math>\beta_p</math>)</b>	0.247*** (0.000)	0.261*** (0.000)	0.258*** (0.000)
<b>Coef. Delta (<math>\delta_p</math>)</b>	-0.233*** (0.002)	-0.298*** (0.000)	-0.287*** (0.000)
<b>R<sup>2</sup></b>	0.61	0.66	0.66
<b>R<sup>2</sup>adj</b>	0.61	0.66	0.65
<b>DW</b>	2.07	1.96	1.87
<b>Estadístico F</b>	97.25 (0.000)	121.28 (0.000)	118.98 (0.000)

Nota: Los números en paréntesis reflejan el correspondiente *p-value* estimado para ver la significancia estadística del coeficiente. \*\*\*, \*\*, \* denotan significancia al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Con las regresiones del market timing de mercado se pretende comprobar si se realizó Timing de Mercado, al momento de efectuar inversiones; es decir, determinar si las decisiones de inversión realizadas fueron oportunas respecto a la compra y venta de una categoría de inversión o de una inversión específica, con el propósito de superar el rendimiento por anticiparse a los movimientos del mercado.

En el Cuadro 12 se muestran los resultados obtenidos de las regresiones. Los coeficientes alfas de Jensen ( $\alpha_p$ ) son positivos pero muy cercanos a cero, evidenciando la falta de selectividad para escoger títulos que presenten la mejor combinación del retorno y el riesgo del portafolio.

Los coeficientes betas ( $\beta_p$ ), que reflejan el impacto de riesgo sistémico sobre la variable dependiente (rendimientos de los fondos de pensiones), como el valor de beta son positivos para todas las AFP y menor a la unidad (oscilan entre 0.247 y

0.261), entonces indica que las variaciones de los rendimientos de fondos de pensiones, son menores que las variaciones del rendimiento de mercado.

Los coeficientes deltas ( $\delta_p$ ), que evidencian si los administradores de fondos de pensiones realizan Market Timing de Mercado ( $\delta_p$ ), es decir, determinan si los administradores adoptaron una estrategia de inversión basada en la predicción de las tendencias del mercado. El índice de Timing es negativo y significativo para todas las AFPs lo que en teoría indica la no existencia de timing de mercado en la gestión del fondo, pero también se puede deber a que el ratio es una medida de corto plazo, y la información empleada es de largo plazo.

En resumen, los administradores de las AFP no fueron *timer* exitosos, pero ello no solamente se puede deber a la falta de eficiencia en su gestión, sino que también se debe a la limitación con la que cuentan a la hora de elegir donde invertir. Estos resultados se tienen que analizar de una manera global, ya que cuantitativamente se refleja la falta de market timing y además cualitativamente la gestión de los portafolios de las AFPs se encuentran limitada principalmente por la inversión que se puede realizar en el extranjero, ya que en caso se busque tener un market timing exitoso bajo la compra de instrumentos extranjeros, esto se realizará de manera restringida lo cual genera que sea complicado establecer estrategias de inversión que favorezcan a la rentabilidad del portafolio.

Los coeficientes de medida de bondad de ajuste de la regresión,  $R^2$  y  $R^2$  ajustado, nos indica un buen ajuste del modelo para las AFPs, ya que están entre 61% y 66% para todas las AFPs. Se considera el  $R^2$  ajustado porque ahora contamos con más de una variable explicativa y es necesario penalizar la inclusión de variables explicativas irrelevantes. En todos los casos podemos observar que el índice de market timing no es irrelevante pues el  $R^2$  ajustado es similar al  $R^2$ .

Frente a un posible problema de autocorrelación de las perturbaciones residuales, el estadístico Durbin Watson (DW) nos revela que no existe autocorrelación en ninguna de las regresiones, pues este coeficiente cae en la zona de no existencia de autocorrelación<sup>12</sup>. Para las AFPs Integra, Prima y Profuturo, el coeficiente DW

---

<sup>12</sup> Similar a las regresiones anteriores, se realizaron las pruebas estadísticas para ver la existencia de autocorrelaciones de órdenes mayores mediante el estadístico LM de Breusch-Godfrey y se verifica que no existe autocorrelación de un orden mayor para ninguno de los modelos estimados, mediante el no rechazo de la hipótesis nula de no autocorrelación serial.

son 2.07, 1.96 y 1.87, respectivamente. Las tres caen dentro de la zona  $d_U$  (1.651) y  $4 - d_U$  (2.349), zona de no autocorrelación, según un tamaño de muestra de 126 observaciones y dos variables explicativas sin incluir el intercepto.

El estadístico F sirve para comprobar la significancia conjunta del modelo, es decir, realiza la inferencia estadística bajo la hipótesis nula de que todos los coeficientes de las variables explicativas son iguales a cero. Podemos observar en el cuadro que el p-value refleja el rechazo de la hipótesis nula a cualquier nivel de significancia, lo que indicaría que la prueba F es altamente significativa en todos los modelos econométricos.

En tal sentido, a la luz de la evidencia empírica, por los estimadores del modelo econométrico, de Timing de Mercado y sobre la hipótesis de eficiencia de los mercados financieros, estamos en condiciones de afirmar que los administradores de las AFPs, en el Perú, no han administrado eficientemente los fondos privados de pensiones, durante el período de 01/2007 - 06/2017, pero ello en el contexto de un límite de inversión restringidos sobretodo al inicio del periodo analizado (análisis de restricción que se realizará más adelante en la sección 7.2.). Esto nos permite generar el planteamiento del documento respecto a la eficiencia de este tipo de instituciones administradoras de fondos de pensiones bajo normativas de inversión en el extranjero y sus consecuencias poco satisfactorias sobre las pensiones futuras de los afiliados dado que estas instituciones no están cumpliendo el objetivo para el cual fueron creadas.

### **C. Modelo EGARCH-M de CAPM**

Partiendo del modelo planteado por Castillo y Lama (1996), se ha considerado relevante adaptar el modelo Treynor Mazuy bajo del escenario EGARCH-M. Se plantea la siguiente ecuación:

#### **Ecuación de los retornos**

$$R_p - R_f = \alpha_p + \beta_p(R_M - R_f) + \delta_p(R_M - R_f)^2 + \varphi_p\sigma_t^2 + u_t \quad (17)$$

Donde:

$$u_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim i.i.d. N(0,1), u_t \sim i.d. N(0, \sigma_t^2) \quad (18)$$

### Ecuación de la varianza

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{j=1}^q \theta_j \log(\sigma_{t-j}^2) + \sum_{i=1}^p \vartheta_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \sum_{k=1}^r \aleph_k \frac{\varepsilon_{t-k}}{\sigma_{t-k}} \quad (19)$$

En el caso particular de un EGARCH (1,1,1):

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \theta \log(\sigma_{t-1}^2) + \vartheta \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \aleph \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \quad (20)$$

En el modelo se incluye la varianza condicional como determinante de la media de los retornos, esto permite capturar la prima por riesgo y se explica porque el grado de incertidumbre del retorno de los activos varía en el tiempo, entonces la compensación requerida por las AFPs adversos al riesgo debería variar también. Incluir la varianza condicional o volatilidad es incluir una medida de riesgo como determinante de la rentabilidad de portafolio.

El impacto de la volatilidad es asimétrico cuando  $\aleph \neq 0$ , es decir, choques positivos o negativos no tienen el mismo efecto. Si  $-1 < \aleph < 0$ , choques positivos incrementan la volatilidad en menor medida que los choques negativos. Si  $\aleph < -1$ , esto indica que choques positivos reducen la volatilidad.

**Cuadro 13: Análisis EGARCH –M por AFP**

	AFP Integra	AFP Prima	AFP Profuturo
Periodo	01/2007- 06/2017	01/2007- 06/2017	01/2007- 06/2017
Observaciones	126	126	126
Ecuación de los retornos o rentabilidad			
Coef. $\alpha_p$	-0.084*** (0.000)	-0.077*** (0.000)	-0.057*** (0.001)
Coef. $\beta_p$	0.243*** (0.000)	0.257*** (0.000)	0.270*** (0.000)
Coef. $\delta_p$	-0.178*** (0.000)	-0.375*** (0.000)	-0.291*** (0.000)
Coef. $\varphi_p$	240.29*** (0.000)	284.52*** (0.000)	205.99** (0.026)
Ecuación de la varianza o volatilidad			
Coef. $\omega$	-15.027*** (0.000)	-13.129*** (0.000)	-14.483*** (0.000)
Coef. $\theta$	-0.897*** (0.000)	-0.607*** (0.000)	-0.782*** (0.000)
Coef. $\vartheta$	0.044*** (0.000)	0.081*** (0.000)	0.079** (0.016)
Coef. $\varkappa$	0.032*** (0.000)	0.031** (0.015)	0.024* (0.075)
R <sup>2</sup>	0.67	0.71	0.69
R <sup>2</sup> <i>adj</i>	0.66	0.70	0.68
DW	2.10	2.06	1.93

Nota: Los números en paréntesis reflejan el correspondiente *p-value* estimado para ver la significancia estadística del coeficiente. \*\*\*, \*\*, \* denotan significancia al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Como podemos observar, los coeficientes alphas son negativos y altamente significativos para todas las AFPs. Esto refuerza lo encontrado en las regresiones

anteriores evidenciando la ineficiencia en el manejo de las carteras de inversiones financieras de los fondos de pensiones.

Los coeficientes betas son todos positivos y altamente significativos pero menores a uno, oscilando entre 0.12 y 0.28, evidenciando la baja eficiencia de las AFPs para poder obtener rendimientos de sus portafolios de inversiones superiores al promedio de mercado local. Esto refuerza lo encontrado en las regresiones de los cuadros 12 y 13.

Los coeficientes deltas son negativos y significativos para todas las AFPs. Esto indica la no existencia de market timing de mercado en la gestión del fondo de pensiones de todas las AFPs en el Perú, lo cual puede ser debido a que el ratio es una medida de corto plazo, y la información empleada es de largo plazo (mencionado anteriormente).

La novedad de este nuevo modelo es la variable de volatilidad incluida en la ecuación de rentabilidad. Esto permite estimar la relación entre el retorno y su volatilidad, es decir, la prima por riesgo. Según los resultados, el coeficiente que acompaña a la volatilidad es positivo y significativo al 5% para las AFPs. Esto indica que estas obtuvieron retornos mayores en periodos de mayor volatilidad. Esto es un claro indicador del desempeño que tuvieron las AFPs para manejar su portafolio frente a la incertidumbre de los mercados financieros.

Lo interesante de este modelo EGARCH-M es que además de incluir a la volatilidad como variable explicativa en la ecuación de rentabilidad, permite modelar la volatilidad de manera que verifique la existencia de un efecto asimétrico de choques positivos y negativos sobre la volatilidad. Como podemos observar en los resultados, se evidencia la existencia de este efecto asimétrico, es decir, choques positivos y negativos no tienen el mismo efecto sobre la volatilidad. En todos los casos el coeficiente  $-1 < \kappa < 0$ , lo que evidencia que choques positivos incrementan la volatilidad en menor medida que los choques negativos, esto es consistente con la evidencia empírica de los mercados financieros.

Como podemos observar, las medidas de bondad de ajuste  $R^2$  y  $R^2$  ajustado, evidencian que este modelo EGARCH-M se ajusta mejor a los datos que los modelos MCO de Jensen y Treynor Mazuy. Esto era de esperarse pues según la prueba estadística LM de heteroscedasticidad condicional se evidencia la existencia

de efectos ARCH/GARCH en la rentabilidad de las AFPs. Es por ello que al tener en cuenta estos efectos las estimaciones mejoran significativamente.

El estadístico Durbin Watson nos revela que no existe autocorrelación en ninguna de las regresiones, pues este coeficiente cae en la zona de no existencia de este. Cabe resaltar que previamente se ha descartado la existencia de autocorrelación considerando un número de rezagos de 12 por tener datos en frecuencia trimestral.

Luego de realizar el análisis de la eficiencia actual de las AFPs peruanas y habiendo encontrado bajos indicadores de rendimiento, se confirma la primera hipótesis la cual señala que actualmente se tiene una baja eficiencia en la gestión del Fondo 2 por parte de las AFPs.

## **7.2. Análisis de Fronteras Eficientes, límites de inversión y renta estimada**

En esta sección se procederá a evaluar la segunda hipótesis con el fin de demostrar si los límites de inversión son en parte las causantes de la baja eficiencia de las AFPs (demostrado en la sección 7.1). Para ello se empleará las fronteras eficientes mediante simulación de portafolios óptimos (mayor rentabilidad bajo una mínima varianza).

Siguiendo con la metodología descrita en el capítulo 6, se construyeron 2 fronteras eficientes. Los principales criterios para la selección de los rangos en los que se analizarán los límites de inversión son los siguientes:

- ✓ Cantidad de datos
- ✓ Intervalos de límites de inversión
- ✓ Número de simulaciones de portafolio

En base a ello, se establecieron 2 rangos de 679 datos diarios cada uno con el fin de tener la mayor cantidad de valores posibles y evitar distorsiones por insuficiencia de información. No se empleó para el análisis los periodos de Enero 2007 a Marzo 2012, ya que contienen periodos de crisis internacional que pueden distorsionar el análisis. Por otro lado, se emplearon 3 AFPs como *benchmark* las cuales fueron elegidas debido a que presentan una mayor data histórica que permite realizar la comparación.



Respecto a los intervalos de límites de inversión, se establecieron 2 porcentajes diferentes que van desde 32% (04/2012) hasta 44% (06/2017).

**Cuadro 14: Detalle de límites y número de observaciones por periodos**

Rango	Periodo	Límite de Inversión	N° Observaciones	N° Simulaciones <sup>13</sup>
1	04/12 - 11/14	32%	679	4,000
2	11/14 - 06/17	40%	679	4,000
<b>TOTAL</b>			<b>1.348</b>	<b>8,000</b>

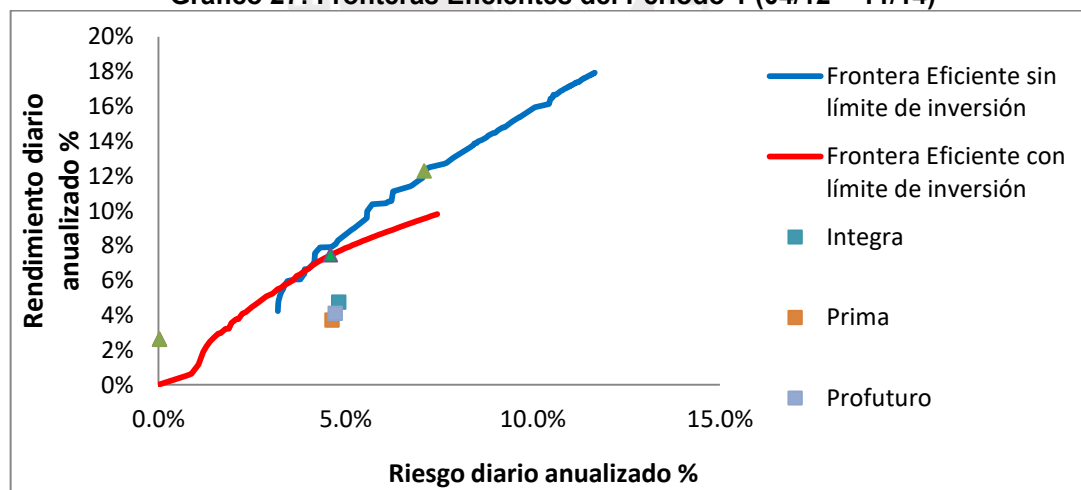
Elaboración propia

## 7.2.1. Análisis de asignación de los instrumentos

### A. Análisis del Periodo 1

En el Gráfico 27, se observa que ambas fronteras se encuentran por encima de los retornos y desviaciones estándar de las 3 AFPs evaluadas. Ello evidencia que no solamente el límite de inversión pudiese estar generando un bajo rendimiento y riesgo esperado, sino que también puede deberse a otros factores (crisis nacionales, internacionales, gestión de AFPs, etc.)

**Gráfico 27: Fronteras Eficientes del Periodo 1 (04/12 – 11/14)**



Elaboración propia

En el Cuadro 17 se muestran los resultados obtenidos dentro del primer rango ubicado entre las fechas de 02/04/2012 y 17/11/2014.

<sup>13</sup> El software que se empleó fue Crystall Ball

**Cuadro 15: Participación de Instrumentos en el Rango 3**

	PERIODO 3 (04/12 - 11/14)				
	FRONTERA EFICIENTE SIN LÍMITE DE INVERSIÓN	FRONTERA EFICIENTE CON LÍMITE DE INVERSIÓN	AFPs		
	Portafolio Óptimo	Portafolio Óptimo	Integra	Prima	Profuturo
ISBVL	0%	2%	N.A.	N.A.	N.A.
S&P 500	58%	20%			
EEM US EQUITY	0%	0%			
SP PERU INDEX	20%	66%			
ST BOND	0%	11%			
LT BOND	22%	2%			
Número de portafolios simulados	4000	4000	N.A.		
Rentabilidad	12.29%	7.460%	4.75%	3.72%	4.09%
Desviación Estándar	7.0%	6.7%	4.82%	4.64%	4.73%

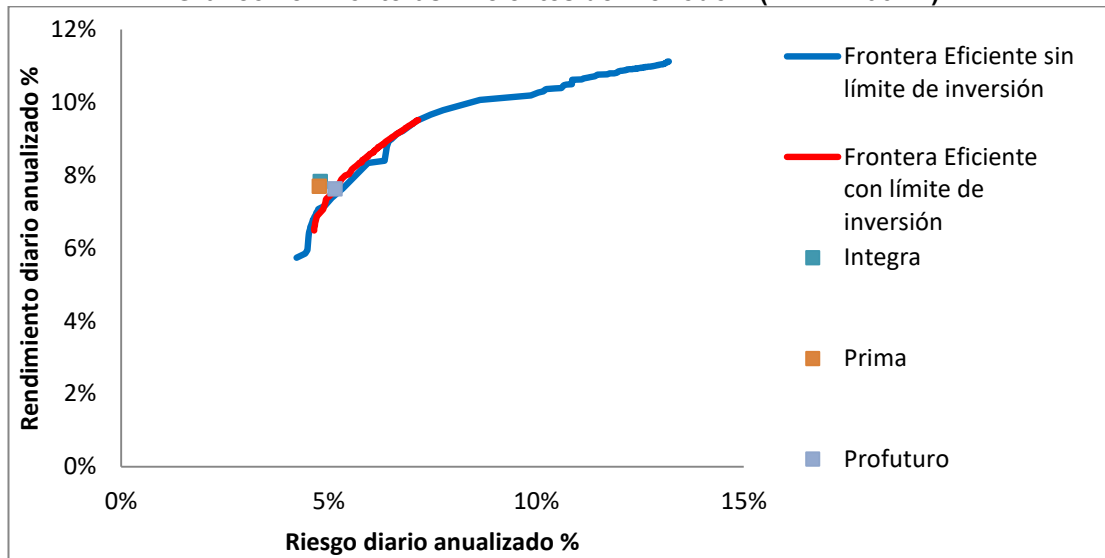
Elaboración propia

Se observa que el activo más representativo es el S&P 500 (mercado internacional) ello se debe a que en dicho periodo la crisis internacional ya no se encontraba impactando negativamente en los mercados internacionales, haciendo que los instrumentos de renta variable locales no sean empleados respecto a los internacionales. Lo mismo ocurre con los bonos, ya que en el caso del portafolio sin límite de inversión se empleó únicamente 20% del mercado local mientras que en el escenario con límite de inversión, más del 60% del portafolio se encontró en dicho instrumento. Ello explica la variación alta en cuanto a rentabilidades de ambos escenarios.

## B. Análisis del Periodo 2

En el Gráfico 28, ambas fronteras tienen similar curvatura, sin embargo, la frontera sin límite de inversión logra mayores rentabilidades potenciales, pero sujetas a mayores riesgos.

**Gráfico 28: Fronteras Eficientes del Periodo 2 (11/14 – 06/17)**



Elaboración propia

En el Cuadro 18 se muestran los resultados obtenidos dentro del cuarto rango ubicado entre las fechas de 18/11/2014 y 30/06/2017.

**Cuadro 16: Participación de Instrumentos en el Rango 4**

	PERIODO 4 (11/14 - 06/17)				
	FRONTERA EFICIENTE SIN LÍMITE DE INVERSIÓN	FRONTERA EFICIENTE CON LÍMITE DE INVERSIÓN	AFPs		
	Portafolio Óptimo	Portafolio Óptimo	Integra	Prima	Profuturo
ISBVL	0%	4%	N.A.	N.A.	N.A.
S&P 500	45%	26%			
EEM US EQUITY	0%	0%			
SP PERU INDEX	55%	56%			
ST BOND	0%	0%			
LT BOND	0%	14%			
Número de portafolios simulados	4000	4000	N.A.		
Rentabilidad	9.7%	8.41%	7.82%	7.69%	7.62%
Desviación Estándar	7.4%	5.80%	4.80%	4.78%	5.15%

Elaboración propia

Para el periodo 4, tanto de renta fija como renta variable que más se emplearon fueron el SP PERU INDEX y S&P 500 respectivamente. La diferencia más considerable se da en el instrumento de renta variable, ya que en el escenario sin

límite de inversión se emplea en mayor cantidad lo cual refleja la limitación a causa del límite máximo de inversión en el extranjero.

Finalmente, las rentabilidades de las AFPs se encuentran cerca de la frontera eficiente con lo cual se puede inferir que en dicho periodo la restricción cumplió un rol más relevante en el rendimiento de las AFPs, pero también hay que considerar que se puede alcanzar mayores rendimientos, pero se expondría a los aportantes a mayores niveles de riesgo.

### 7.2.2. Análisis de ratios ajustados al riesgo en las Fronteras Eficientes

En el cuadro 17 se presentan los 2 Periodos analizados y los ratios de eficiencia ajustados por riesgo.

**Cuadro 17: Ratios ajustados al riesgo por límite de inversión**

Rango	Periodo	Límite de Inversión	Ratio de Sharpe (Con Límite)	Ratio de Sharpe (Sin Límite)	Ratio de Treynor (Con Límite)	Ratio de Treynor (Sin Límite)
1	04/12 - 11/14	32%	1.062	1.370	0.048	0.096
2	11/14 - 06/17	40%	0.935	0.985	0.055	0.068

Elaboración propia

Se observa una mayor eficiencia en las frontera sin límite de inversión lo cual evidencia que bajo un mismo nivel de riesgo el rendimiento de esta frontera es menor que en un escenario sin límite de inversión (sujeto a mayor riesgo). Adicionalmente, se han considerado los ratios de Sharpe los cuales están representados por las rectas que intersectan a las fronteras eficientes teniendo como punto de inicio la Tasa Libre de Riesgo ajustada al contexto peruano (Capítulo 6.3). Ello da los siguientes resultados:

Complementariamente, el Ratio de Treynor tiene un significado similar al ratio anterior, debido a que hace referencia a dos escenarios en donde el que no tiene restricción brinda mejores resultados que uno en donde existe límites de inversión.

### 7.2.3. Pérdida del monto en las prestaciones para los aportantes por límites de inversión en el extranjero

El establecer límites de inversión internacionales para las AFPs genera que disminuyan las rentas que los aportantes pueden percibir, para ello, en base a los puntos óptimos establecidos en el punto 7.2.2 se buscará cuantificar la pérdida

esperada por consecuencia de que las AFPs tengan límites para invertir en el extranjero.

Para ello se empleará una estimación de la renta que se genera con límites de inversión y sin límites de inversión en el extranjero. Se tomarán en cuenta los siguientes puntos:

- Salario Estimado Anual: El monto que el contribuyente gana mensualmente
- Tasa de Aporte: Porcentaje del monto mensual que el aportante deposita a su AFP
- Rentabilidad Anual: Promedio de Rentabilidades en los 4 rangos bajo el escenario con y sin límite de inversión en el extranjero
- Años de Aporte<sup>14</sup>: Cantidad de años en donde el cliente contribuye a la AFP

**Cuadro 18: Base para la estimación de la remuneración de los aportantes a las AFPs**

CON LÍMITE DE INVERSIÓN EN EL EXTRANJERO	
Salario Estimado Mensual	3,000
Tasa de Aporte	10%
Aporte a la AFP Mensual	300
Aporte a la AFP Anual	3,600
Rentabilidad Anual	7.94%
Años de Aporte	40
SIN LÍMITE DE INVERSIÓN EN EL EXTRANJERO	
Salario Estimado Mensual	3,000
Tasa de Aporte	10%
Aporte a la AFP Mensual	300
Aporte a la AFP Anual	3,600
Rentabilidad Anual	10.98%
Años de Aporte	40

Elaboración Propia

Tomando como base los datos del Cuadro 21, se generan las bases de los Anexos 6 y 7 dando los siguientes resultados:

<sup>14</sup> Se estima que el aportante empieza a contribuir a la AFP desde los 26 años hasta una edad de 65 años

**Cuadro 19: Rentas mensuales generadas**

<b>CON LÍMITE DE INVERSIÓN EN EL EXTRANJERO</b>		
<b>Periodo faltante</b>	<b>Años</b>	<b>Renta Mensual</b>
66 - 110	45	1,833
<b>SIN LÍMITE DE INVERSIÓN EN EL EXTRANJERO</b>		
<b>Periodo faltante</b>	<b>Años</b>	<b>Renta Mensual</b>
66 - 110	45	4,275

Elaboración Propia

De acuerdo con el Cuadro 21, la variación de renta mensual entre ambos escenarios es de más del doble lo cual es un monto considerable tomando en cuenta que dicho monto será el principal ingreso de una persona de 66 a 110 años.



## 8. Conclusiones

- El análisis realizado a las 3 AFPs con mayor cantidad de información (AFP Integra, Prima y Profuturo) ha demostrado que se ha estado teniendo un desempeño bajo y ello se demuestra en los índices de eficiencia y desempeño de gestión de portafolios calculados (ratio de Sharpe, Jensen, Treynor y Treynor – Mazuy) los cuales son en su mayoría cercanos a cero. Con ello queda aprobada la primera hipótesis principal
- En el periodo 1, El rendimiento de las AFPs estuvo por debajo de las fronteras eficientes, ello puede interpretarse en que existe diversas variables que afectan el rendimiento de las AFPs y no solamente el límite de inversión en el extranjero, sino que también se tiene que contemplar otros factores como por ejemplo la eficiencia de los administradores de las AFPs. Con ello la segunda hipótesis principal queda aprobada, ya que los límites de inversión impactan mas no son los únicos causantes de las rentabilidades descritas en las 3 AFPs.
- En el periodo 2, el límite de inversión ayuda a mantener una rentabilidad óptima en niveles tolerables de riesgo, ya que, si bien se tiene menores rentabilidades, el riesgo también es menor y evitará que los aportes de los contribuyentes se encuentren afectados. Bajo dicho resultado, la segunda hipótesis principal queda aprobada, ya que sí tiene un impacto, pero positivo en el portafolio (evita exponer a los aportantes a mayores niveles de riesgo).
- Otro factor que tiene que tomarse en cuenta a favor de aumentar el límite de inversión en el extranjero es el de la diversificación, ya que el mercado extranjero genera la diversificación necesaria que repercute positivamente en el portafolio que se genera por parte de las AFPs.
- Una variación en la rentabilidad generada por las AFPs (análisis realizado en el capítulo 7.2.3) de menos de 2% (Cuadro 21) puede afectar considerablemente a los pensionados ya que ello repercute en su calidad de vida. La edad entre los 66 y 110 años es donde una de las principales fuentes de ingreso de los aportantes será las pensiones que se reciban.
- Para la simulación de los portafolios se ha considerado que únicamente el límite de inversión del Fondo 2 es el que puede alcanzar el límite de la inversión en el extranjero; sin embargo en la realidad tanto el Fondo 1,2 y 3 sumados tienen que estar sujetos al límite por lo cual se aumentaría la perdida estimada en el presente documento.

## 9. Recomendaciones

- Se recomienda una revisión constante a las AFPs no solamente en los límites de inversión, ya que como se demostró, puede existir otros factores operacionales que influyeran negativamente en el rendimiento de éstas.
- El límite de inversión no solamente restringe sino que también evita que los aportantes que expongan a riesgos mayores con lo cual se sugiere cautela al elevar los límites de inversión.
- Las AFPs deberían poder manejar eficientemente los portafolios, aún con restricciones, ya que están bajo un escenario en donde existen 4 empresas privadas en el rubro, con lo cual pueden competir con el fin de atraer a más aportantes.
- El mercado de capitales es poco líquido así como también en su mayoría minera, motivo por el cual se tiene que generar mejoras, pero sin que ello perjudique a las AFPs, sino que las medidas vayan de la mano por los organismos respectivos, ya sea la BVL como la SMV, generando así que los portafolios de las entidades inviertan localmente por voluntad propia al encontrar mejores rendimientos y no bajo obligación como se ha estado realizando a la fecha.



## Referencias

- 1) Alonso J, Sánchez R. y Tuesta D. (2014). "Un modelo para el sistema de pensiones en el Perú: Diagnóstico y recomendaciones".
- 2) BBVA. "Una Mirada al Sistema de Peruano de Pensiones". Editorial Norma. Lima – Perú. 2008. pp. 208. Banco Central de Reserva del Perú. Revista Estudios Económicos.
- 3) Cano, A y Alva, P. (2000). "Administradoras de Fondos de Pensiones Peruanas: Análisis y Evaluación del desempeño". CEMLA. Serie Cuadernos de Investigación N°52
- 4) Castillo, P. y Lama, R. (1996). "Evaluación de portafolio de inversión institucionales: fondos mutuos y fondos de pensión. Banco Central de Reserva del Perú.
- 5) Corbo, Vittorio y Schmidt – Hebbel, Klaus (2003). "Efectos Macroeconómicos de la reforma de pensiones en Chile". Princeton University.
- 6) Cordova y Cáceres (2005). "Las AFP y el Papel de los Directores Independientes". Revista Economía y Derecho. UPC. Vol. 2, N° 8. 2005. pp. 37.
- 7) Davidow, Anthony y Peterson, Anthony (2014). "A Mordern Approach to Asset Allocation and Portfolio Construction". Schwab Center for Financial Research.
- 8) Escudero, Melvin (2016). "El PBI y los cambios en las AFP". El Comercio. Opinión. Lima, 18 de junio de 2016. <<http://elcomercio.pe/economia/opinion/pbi-cambios-afp-opinion-397084>>.Consulta: 18 de Mayo de2017.
- 9) Estrada, Rosa (2015). "Estimación de la frontera eficiente para las AFP y evaluación de los multifondos: 2007 – 2012". Escuela de Posgrado. Universidad Pacífico.
- 10) Flores, Wilmer (2014). "La administración de fondos privados de pensiones y las crisis financieras: caso Perú 1993 al 2013". UNMSM
- 11) FIAP. "Multifondos: Los casos de Chile, México y Perú".FIAP. Santiago de Chile. Diciembre 2007. pp. 23.
- 12) Goodwin (2009). "The information Ratio". Financial Analyst Journal
- 13) Hoseini (2015). "Examining the Relationship between Public Funds, Private Funds Sector with Growth Rate of GDP in Iran". Journal of Management Sciences.

- 14) Jank, S. (2012). "Mutual fund flows, expected returns, and the real economy". Journal of Banking & Finance
- 15) Lahura, Erick y Vargas, Paula (2016). "Sector bancario, mercado de capitales y actividad real en el Perú". Banco Central de Reserva del Perú. Revista Estudios Económicos.
- 16) Maginn, John, Tuttle, Donald, Pinto, Jerald y McLeavey, Dennis (2007). "Managing Investment Portfolios" A Dynamic Process. Third Edition CFA Institute.
- 17) Medina, María (2016). "AFP: A la fecha 45 mil 907 afiliados solicitaron el retiro del 95,5% de sus fondos". La República. Economía. Lima, 28 de setiembre de 2016. <<http://diariocorreo.pe/economia/afp-a-la-fecha-45-mil-907-afiliados-solicitaron-el-retiro-del-95-5-de-sus-fondos-701255/>>. Consulta: 18 de Mayo de 2017.
- 18) Mendoza, Rodrigo (2014). "Eficiencia financiera en los portafolios de inversión de las AFP en el Perú: Un enfoque robusto de Multifondos". Working Paper. Banco Central de Reserva del Perú.
- 19) Moncada, Luis (2015). "Timing de mercado en el Sistema Privado de Pensiones en el Perú, durante el periodo 2006-2012". Universidad Nacional del Callao
- 20) Montoya, Carlos. "Costo de la reforma del Sistema Nacional de Pensiones: Una adaptación del modelo de generaciones traslapadas". Estudios Económicos. BCRP.
- 21) Morón, Eduardo y Carranza, Eliana. "Diez Años del Sistema Privado de Pensiones". Centro de Investigación de la Universidad del Pacífico. Lima – Perú. Diciembre 2003. pp. 161.
- 22) MEF, ONP y SBS. "Informe final de la comisión técnica de la Ley N° 28991: Plan de Mejoras al Sistema Nacional de Pensiones y al Sistema Privado de Administración de Fondos de Pensiones que Permitan Asegurar su Coexistencia en el Mediano y Largo Plazo". Lima – Perú. 2008. pp. 170.
- 23) Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2017). "Pension Market in Focus". OCDE.
- 24) Ortiz, D., Chirinos, M. y Hurtado, Y. (2010). "La frontera eficiente y los límites de inversión para las AFP: una nueva mirada"
- 25) Owusu, Asamoah y Sasu, Omari (2016). "Pension Fund Asset Allocation under the Markowitz Model: A Case of the National Pension Scheme in Ghana". Department of Mathematics, College of Science

- 26) Palomino, Selem (2016). "Tendencia y comportamiento del portafolio de inversiones de las administradoras de fondos de pensiones: el caso de las inversiones en el exterior". Pensamiento Crítico Vol. N°1.
- 27) Paz, Jorge y Ugaz, Rafael (2003). "Análisis del Sistema Privado de Pensiones desde un Enfoque de Costos Hundidos Endógenos ". Consorcio de Investigación Económica y Social. Lima, Perú.
- 28) Pereda, Javier (2007). "Estimación de la Frontera Eficiente para las AFP en el Perú y el impacto de los límites de inversión: 1995 -2004". Working Paper. Banco Central de Reserva del Perú.
- 29) Roberto Abusada, Fritz Du Bois, Morón, Eduardo y Valderrama, José. "La Reforma Incompleta. Rescatando los Noventa". Centro de Investigación de la Universidad del Pacífico. Lima – Perú. 2000. pp. 473.
- 30) Rodríguez, Eduardo y Miranda, Eduardo. "Examen Crítico de los Sistema de Pensiones: Mitos y Realidades". Editorial Universitaria. Chile. 2003. pp. 181.
- 31) Rojas, Jorge. "El Sistema Privado de Pensiones y su Rol en la Economía Peruana". CIES. Lima - Perú. 2003. pp. 118.
- 32) Saldaña y Velásquez (2013) "Evaluación de los impactos originados por los cambios en los límites de inversión en el exterior de las AFPs".
- 33) Secada, Pablo y Fuentes, Rodrigo (2013). Contribución del sistema privado de pensiones al desarrollo económico de Latinoamérica. SURA Asset Management. Colombia, México, Chile y Perú.
- 34) Solís Palomino, Diego (2015). "Portafolio Óptimo en el Escenario de Saltos Estocásticos: Aplicación a las Administradoras de Fondos de Pensiones de Perú". Tesis Magister en Economía. Escuela de Posgrado. Pontificia Universidad Católica del Perú.
- 35) Vargas Rojas, Victor (2013). "Factores macroeconómicos y de mercado de la iliquidez en el mercado bursátil peruano". Tesis Magister en Economía. Escuela de Posgrado. Pontificia Universidad Católica del Perú.
- 36) Vesga, G.(2013). "Cambios en el régimen de pensiones en Colombia y su efecto en el margen intensivo de la oferta laboral". Universidad del Rosario.
- 37) Villagómez, A. y Hernández, J. (2009). "Impacto de la reforma al sistema e pensiones en México sobre el ahorro". Economía Mexicana
- 38) World Bank, BID y OCDE (2015).Panorama de las Pensiones: América Latina y el Caribe. Washington, Estados Unidos.

# Anexos

## Anexo N°1: Detalle de estimación de raíz unitaria

El estadístico t corresponde a una prueba de hipótesis la cual cuenta con las siguientes opciones:

$H_0$ : La variable presenta raíz unitaria (no es estacionaria)

$H_1$ : La variable presenta no raíz unitaria (es estacionaria)

Generando 4 valores t en donde se tiene que seguir la siguiente estructura:

$$|t_e| < |t_3| < |t_2| < |t_1|$$

En donde:

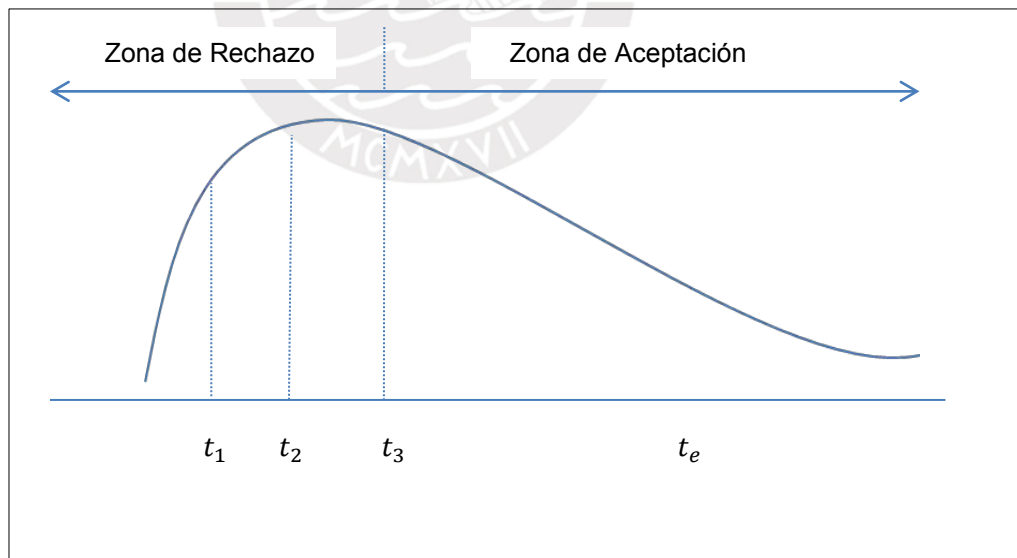
$t_e$  : t – estadístico estimado

$t_1$  : t – estadístico al 1%

$t_2$  : t – estadístico al 5%

$t_3$  : t – estadístico al 10%

### Análisis del estadístico t - Student



Elaboración propia

## Anexo N°2: Detalle de los activos que componen el portafolio actual de las AFPs

Descripción	2017*		2016		2015		2014	
	TOTAL		TOTAL		TOTAL		TOTAL	
	Monto	%	Monto	%	Monto	%	Monto	%
<b>I. INVERSIONES LOCALES</b>	<b>61 460 314</b>	<b>58.8</b>	<b>59 415 414</b>	<b>60.9</b>	<b>52 598 683</b>	<b>60.9</b>	<b>47 226 460</b>	<b>60.2</b>
<b>1. Gobierno</b>	<b>26 049 130</b>	<b>24.9</b>	<b>24 359 105</b>	<b>25.0</b>	<b>17 458 688</b>	<b>20.2</b>	<b>15 402 996</b>	<b>19.6</b>
Certificados y Depósitos a Plazo del BCRP (1)	66 261	0.1	360 418	0.4	-	-	439 606	0.6
<b>Bonos del Gobierno Central</b>	<b>25 982 869</b>	<b>24.9</b>	<b>23 998 687</b>	<b>24.6</b>	<b>17 458 688</b>	<b>20.2</b>	<b>14 961 168</b>	<b>19.1</b>
Bonos Brady	-	-	-	-	-	-	-	-
Letras del Tesoro	-	-	-	-	-	-	2 222	0.0
<b>2. Sistema Financiero</b>	<b>13 655 981</b>	<b>13.1</b>	<b>12 438 587</b>	<b>12.8</b>	<b>15 239 500</b>	<b>17.6</b>	<b>10 779 437</b>	<b>13.7</b>
<b>Certificados y Depósitos a Plazo (2)</b>	<b>6 001 968</b>	<b>5.7</b>	<b>4 593 137</b>	<b>4.7</b>	<b>8 735 928</b>	<b>10.1</b>	<b>4 964 167</b>	<b>6.3</b>
Títulos de Deuda emitidos por Organismos Internacionales en el mercado local	29 805	0.0	152 731	0.2	247 915	0.3	283 928	0.4
Títulos de Deuda emitidos por Entidades Financieras del Exterior en el mercado local	80 209	0.1	127 398	0.1	131 345	0.2	274 539	0.4
Bonos de Arrendamiento Financiero	318 165	0.3	287 307	0.3	171 266	0.2	169 661	0.2
Bonos Subordinados	2 646 983	2.5	2 483 380	2.5	2 558 584	3.0	2 074 241	2.6
Otros Bonos Sector Financiero	3 223 464	3.1	3 061 484	3.1	2 494 714	2.9	1 785 306	2.3
Letras Hipotecarias	-	-	-	-	-	-	-	-
Bonos Hipotecarios	-	-	-	-	-	-	145	0.0
Acciones y Valores representativos sobre Acciones	1 355 387	1.3	1 733 150	1.8	899 747	1.0	1 227 449	1.6
Acciones Preferentes	-	-	-	-	-	-	-	-
Certificados de Suscripción Preferente	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>3. Empresas no Financieras</b>	<b>13 158 161</b>	<b>12.6</b>	<b>13 111 714</b>	<b>13.4</b>	<b>10 556 900</b>	<b>12.2</b>	<b>12 433 938</b>	<b>15.9</b>
Papeles Comerciales	-	-	2 514	0.0	-	-	-	-
Pagarés LP	-	-	122 576	0.1	123 353	0.1	128 808	0.2
Títulos de Deuda emitidos por Entidades No Financieras del Exterior en el mercado local	770 903	0.7	772 488	0.8	730 239	0.8	838 051	1.1
Bonos de Empresas no Financieras	5 783 514	5.5	5 095 307	5.2	4 793 704	5.5	4 152 952	5.3
Bonos para Nuevos Proyectos	266 076	0.3	280 954	0.3	319 914	0.4	296 579	0.4
Bonos Estructurados	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>Acciones y Valores representativos sobre Acciones</b>	<b>6 333 223</b>	<b>6.1</b>	<b>6 833 286</b>	<b>7.0</b>	<b>4 585 030</b>	<b>5.3</b>	<b>7 017 548</b>	<b>8.9</b>
Certificados de Suscripción Preferente	-	-	-	-	-	-	-	-
Acciones de Capital por Privatización	-	-	-	-	-	-	-	-
Otros instrumentos autorizados (3)	4 446	0.0	4 590	0.0	4 661	0.0	-	-
<b>4. Administradoras de Fondos</b>	<b>4 289 749</b>	<b>4.1</b>	<b>4 445 466</b>	<b>4.6</b>	<b>4 047 639</b>	<b>4.7</b>	<b>4 091 067</b>	<b>5.2</b>
Cuotas de Fondos de Inversión	4 032 589	3.9	4 230 196	4.3	3 797 853	4.4	3 820 510	4.9
Bonos de Fondos de Inversión	-	-	-	-	-	-	-	-
Cuotas de Fondos Mutuos	257 159	0.2	215 270	0.2	249 786	0.3	270 557	0.3
<b>5. Sociedades Tituladoras</b>	<b>4 307 292</b>	<b>4.1</b>	<b>5 060 542</b>	<b>5.2</b>	<b>5 295 956</b>	<b>6.1</b>	<b>4 519 021</b>	<b>5.8</b>
Bonos de Titulización (5)	3 243 575	3.1	3 697 748	3.8	4 009 231	4.6	3 678 245	4.7
Bonos Titulizados Hipotecarios	1 063 717	1.0	-	-	-	-	-	-
Títulos con Derecho de Participación	-	-	1 362 794	1.4	1 286 725	1.5	840 777	1.1

Descripción	2017*		2016		2015		2014	
	TOTAL		TOTAL		TOTAL		TOTAL	
	Monto	%	Monto	%	Monto	%	Monto	%
<b>II. INVERSIONES EN EL EXTERIOR</b>	<b>42 777 603</b>	<b>40.9</b>	<b>36 966 044</b>	<b>37.9</b>	<b>33 491 262</b>	<b>38.8</b>	<b>30 794 082</b>	<b>39.3</b>
<b>1. Gobierno</b>	<b>126 007</b>	<b>0.1</b>	<b>572 489</b>	<b>0.6</b>	<b>32 431</b>	<b>0.0</b>	<b>288 595</b>	<b>0.4</b>
Títulos de Deuda	126 007	0.1	572 489	0.6	32 431	0.0	288 595	0.4
<b>2. Sistema Financiero</b>	<b>787 549</b>	<b>0.8</b>	<b>1 244 067</b>	<b>1.3</b>	<b>1 213 041</b>	<b>1.4</b>	<b>1 426 091</b>	<b>1.8</b>
Bonos del Sistema Financiero	454 362	0.4	689 677	0.7	754 623	0.9	935 128	1.2
Títulos de Deuda de Agencias	-	-	-	-	-	-	-	-
Títulos de Deuda Emitidos por Organismo Internacional	76 135	0.1	78 291	0.1	78 541	0.1	-	-
Certificados y Depósitos a Plazo (2) (4)	248 755	0.2	464 343	0.5	249 149	0.3	283 932	0.4
Acciones y Valores representativos sobre Acciones	8 298	0.0	11 757	0.0	130 727	0.2	207 031	0.3
<b>3. Empresas no Financieras</b>	<b>905 720</b>	<b>0.9</b>	<b>1 247 271</b>	<b>1.3</b>	<b>743 830</b>	<b>0.9</b>	<b>1 907 197</b>	<b>2.4</b>
Bonos Corporativos	738 899	0.7	963 536	1.0	629 544	0.7	1 222 790	1.6
Acciones y Valores representativos sobre Acciones	166 821	0.2	283 735	0.3	114 286	0.1	684 407	0.9
<b>4. Administradoras de Fondos</b>	<b>40 958 327</b>	<b>39.2</b>	<b>33 902 217</b>	<b>34.8</b>	<b>31 501 961</b>	<b>36.5</b>	<b>27 172 199</b>	<b>34.6</b>
Cuotas de Fondos Mutuos	40 958 327	39.2	33 902 217	34.8	31 501 961	36.5	27 172 199	34.6
Cuotas de Fondos de Inversión	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>5. Sociedades Tituladoras</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
Bonos de Titulización	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>III. OPERACIONES EN TRÁNSITO</b>	<b>303 404</b>	<b>0.3</b>	<b>1 126 371</b>	<b>1.2</b>	<b>325 709</b>	<b>0.4</b>	<b>411 755</b>	<b>0.5</b>
<b>TOTAL</b>	<b>104 541 321</b>	<b>100.0</b>	<b>97 507 829</b>	<b>100.0</b>	<b>86 415 653</b>	<b>100.0</b>	<b>78 432 297</b>	<b>100.0</b>
<b>Fondo de Pensiones</b>	<b>103 661 131</b>	<b>99.2</b>	<b>96 670 658</b>	<b>99.1</b>	<b>85 673 832</b>	<b>99.1</b>	<b>77 738 166</b>	<b>99.1</b>
<b>Encaje Legal</b>	<b>880 190</b>	<b>0.8</b>	<b>837,171</b>	<b>0.9</b>	<b>741 821</b>	<b>0.9</b>	<b>694 132</b>	<b>0.9</b>



Descripción	2013		2012		2011		2010	
	TOTAL		TOTAL		TOTAL		TOTAL	
	Monto	%	Monto	%	Monto	%	Monto	%
<b>I. INVERSIONES LOCALES</b>	<b>46 212 004</b>	<b>66.3</b>	<b>46 986 610</b>	<b>70.5</b>	<b>40 517 462</b>	<b>70.9</b>	<b>45 099 261</b>	<b>74.3</b>
<b>1. Gobierno</b>	<b>10 582 627</b>	<b>15.2</b>	<b>13 379 318</b>	<b>20.1</b>	<b>10 960 812</b>	<b>19.2</b>	<b>11 741 128</b>	<b>19.3</b>
Certificados y Depósitos a Plazo del BCRP (1)	1 319 661	1.9	1 792 300	2.7	269 889	0.5	-	-
<b>Bonos del Gobierno Central</b>	<b>9 262 966</b>	<b>13.3</b>	<b>11 587 018</b>	<b>17.4</b>	<b>10 690 924</b>	<b>18.7</b>	<b>11 741 128</b>	<b>19.3</b>
Bonos Brady	-	-	-	-	-	-	-	-
Letras del Tesoro	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>2. Sistema Financiero</b>	<b>15 548 788</b>	<b>22.3</b>	<b>10 839 556</b>	<b>16.3</b>	<b>9 844 870</b>	<b>17.2</b>	<b>11 475 053</b>	<b>18.9</b>
<b>Certificados y Depósitos a Plazo (2)</b>	<b>8 918 758</b>	<b>12.8</b>	<b>2 186 785</b>	<b>3.3</b>	<b>2 342 616</b>	<b>4.1</b>	<b>3 769 084</b>	<b>6.2</b>
Titulos de Deuda emitidos por Organismos Internacionales en el mercado local	359 095	0.5	417 334	0.6	419 526	0.7	437 432	0.7
Titulos de Deuda emitidos por Entidades Financieras del Exterior en el mercado local	349 381	0.5	380 084	0.6	447 810	0.8	649 536	1.1
Bonos de Arrendamiento Financiero	93 910	0.1	146 478	0.2	153 285	0.3	157 377	0.3
Bonos Subordinados	1 979 754	2.8	1 773 620	2.7	1 389 944	2.4	1 072 621	1.8
Otros Bonos Sector Financiero	1 860 340	2.7	2 119 969	3.2	1 524 210	2.7	1 276 266	2.1
Letras Hipotecarias	-	-	-	-	-	-	-	-
Bonos Hipotecarios	1 372	0.0	3 531	0.0	7 217	0.0	9 187	0.0
Acciones y Valores representativos sobre Acciones Acciones Preferentes	1 986 178	2.9	3 811 754	5.7	3 560 262	6.2	4 103 551	6.8
Certificados de Suscripción Preferente	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>3. Empresas no Financieras</b>	<b>12 397 450</b>	<b>17.8</b>	<b>15 904 274</b>	<b>23.9</b>	<b>14 465 745</b>	<b>25.3</b>	<b>17 595 141</b>	<b>29.0</b>
Papeles Comerciales	-	-	-	-	-	-	-	-
Pagarés LP	130 334	0.2	140 903	0.2	171 080	0.3	170 509	0.3
Titulos de Deuda emitidos por Entidades No Financieras del Exterior en el mercado local	758 284	1.1	646 395	1.0	587 773	1.0	786 707	1.3
Bonos de Empresas no Financieras	3 189 651	4.6	3 786 945	5.7	3 473 157	6.1	3 499 303	5.8
Bonos para Nuevos Proyectos	242 309	0.3	198 000	0.3	186 882	0.3	203 467	0.3
Bonos Estructurados	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>Acciones y Valores representativos sobre Acciones</b>	<b>8 076 872</b>	<b>11.6</b>	<b>11 132 031</b>	<b>16.7</b>	<b>10 046 853</b>	<b>17.6</b>	<b>12 935 155</b>	<b>21.3</b>
Certificados de Suscripción Preferente	-	-	-	-	-	-	-	-
Acciones de Capital por Privatización	-	-	-	-	-	-	-	-
Otros instrumentos autorizados (3)	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>4. Administradoras de Fondos</b>	<b>3 239 655</b>	<b>4.7</b>	<b>2 846 924</b>	<b>4.3</b>	<b>2 289 156</b>	<b>4.0</b>	<b>1 961 516</b>	<b>3.2</b>
Cuotas de Fondos de Inversión	3 146 715	4.5	2 462 762	3.7	2 065 127	3.6	1 950 211	3.2
Bonos de Fondos de Inversión	-	-	-	-	-	-	-	-
Cuotas de Fondos Mutuos	92 940	0.1	384 162	0.6	224 029	0.4	11 305	0.0
<b>5. Sociedades Tituladoras</b>	<b>4 443 485</b>	<b>6.4</b>	<b>4 016 538</b>	<b>6.0</b>	<b>2 956 879</b>	<b>5.2</b>	<b>2 326 424</b>	<b>3.8</b>
Bonos de Titulización (5)	3 658 276	5.3	3 322 789	5.0	2 557 965	4.5	2 284 342	3.8
Bonos Titulizados Hipotecarios	-	-	-	-	-	-	-	-
Titulos con Derecho de Participación	785 209	1.1	693 749	1.0	398 913	0.7	42 081	0.1

Descripción	2013		2012		2011		2010	
	TOTAL		TOTAL		TOTAL		TOTAL	
	Monto	%	Monto	%	Monto	%	Monto	%
<b>II. INVERSIONES EN EL EXTERIOR</b>	<b>23 708 621</b>	<b>34.0</b>	<b>19 503 622</b>	<b>29.3</b>	<b>16 374 753</b>	<b>28.7</b>	<b>15 642 141</b>	<b>25.8</b>
<b>1. Gobierno</b>	<b>764 648</b>	<b>1.1</b>	<b>1 230 461</b>	<b>1.8</b>	<b>699 912</b>	<b>1.2</b>	<b>1 757 892</b>	<b>2.9</b>
Títulos de Deuda	764 648	1.1	1 230 461	1.8	699 912	1.2	1 757 892	2.9
<b>2. Sistema Financiero</b>	<b>1 697 580</b>	<b>2.4</b>	<b>1 794 474</b>	<b>2.7</b>	<b>1 860 742</b>	<b>3.3</b>	<b>2 397 998</b>	<b>3.9</b>
Bonos del Sistema Financiero	1 082 203	1.6	1 507 191	2.3	838 537	1.5	878 349	1.4
Títulos de Deuda de Agencias	-	-	-	-	-	-	-	-
Títulos de Deuda Emitidos por Organismo Internacional	-	-	-	-	-	-	-	-
Certificados y Depósitos a Plazo (2) (4)	174 645	0.3	171 857	0.3	319 281	0.6	445 220	0.7
Acciones y Valores representativos sobre Acciones	440 731	0.6	115 427	0.2	702 923	1.2	1 074 429	1.8
<b>3. Empresas no Financieras</b>	<b>4 522 809</b>	<b>6.5</b>	<b>3 856 489</b>	<b>5.8</b>	<b>5 396 495</b>	<b>9.4</b>	<b>7 033 743</b>	<b>11.6</b>
Bonos Corporativos	1 546 405	2.2	1 744 292	2.6	2 130 003	3.7	2 284 008	3.8
Acciones y Valores representativos sobre Acciones	2 976 403	4.3	2 112 198	3.2	3 266 492	5.7	4 749 736	7.8
<b>4. Administradoras de Fondos</b>	<b>16 723 585</b>	<b>24.0</b>	<b>12 622 198</b>	<b>18.9</b>	<b>8 417 604</b>	<b>14.7</b>	<b>4 441 988</b>	<b>7.3</b>
Cuotas de Fondos Mutuos	16 723 585	24.0	12 622 198	18.9	8 417 604	14.7	4 441 988	7.3
Cuotas de Fondos de Inversión	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>5. Sociedades Titulizadoras</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>10 519</b>	<b>0.0</b>
Bonos de Titulización	-	-	-	-	-	-	10 519	0.0
<b>III. OPERACIONES EN TRÁNSITO</b>	<b>(257 049)</b>	<b>-0.4</b>	<b>159 279</b>	<b>0.2</b>	<b>219 584</b>	<b>0.4</b>	<b>(17 964)</b>	<b>0.0</b>
<b>TOTAL</b>	<b>69 663 576</b>	<b>100.0</b>	<b>66 649 512</b>	<b>100.0</b>	<b>57 111 799</b>	<b>100.0</b>	<b>60 723 437</b>	<b>100.0</b>
Fondo de Pensiones	69 025 340	99.1	66 021 386	99.1	56 553 250	99.0	60 117 093	99.0
Encaje Legal	638 236	0.9	628 126	0.9	558 550	1.0	606 345	1.0





Descripción	2009		2008		2007	
	TOTAL		TOTAL		TOTAL	
	Monto	%	Monto	%	Monto	%
<b>I. INVERSIONES LOCALES</b>	<b>39 287 328</b>	<b>78.5</b>	<b>32 676 386</b>	<b>88.4</b>	<b>38 460 320</b>	<b>87.7</b>
<b>1. Gobierno</b>	<b>11 585 107</b>	<b>23.1</b>	<b>10 917 209</b>	<b>29.5</b>	<b>10 864 163</b>	<b>24.8</b>
Certificados y Depósitos a Plazo del BCRP (1)	195 314	0.4	317 678	0.9	553 258	1.3
<b>Bonos del Gobierno Central</b>	<b>11 389 793</b>	<b>22.8</b>	<b>10 599 530</b>	<b>28.7</b>	<b>10 310 905</b>	<b>23.5</b>
Bonos Brady	-	-	-	-	-	-
Letras del Tesoro	-	-	-	-	-	-
<b>2. Sistema Financiero</b>	<b>8 066 534</b>	<b>16.1</b>	<b>7 321 807</b>	<b>19.8</b>	<b>7 184 667</b>	<b>16.4</b>
<b>Certificados y Depósitos a Plazo (2)</b>	<b>857 002</b>	<b>1.7</b>	<b>1 582 725</b>	<b>4.3</b>	<b>1 063 073</b>	<b>2.4</b>
Títulos de Deuda emitidos por Organismos Internacionales en el mercado local	452 761	0.9	490 312	1.3	566 490	1.3
Títulos de Deuda emitidos por Entidades Financieras del Exterior en el mercado local	874 019	1.7	976 487	2.6	812 353	1.9
Bonos de Arrendamiento Financiero	169 804	0.3	190 074	0.5	147 506	0.3
Bonos Subordinados	839 013	1.7	689 162	1.9	626 519	1.4
Otros Bonos Sector Financiero	880 115	1.8	941 088	2.5	527 424	1.2
Letras Hipotecarias	-	-	-	-	-	-
Bonos Hipotecarios	19 239	0.0	23 423	0.1	31 081	0.1
Acciones y Valores representativos sobre Acciones	3 974 581	7.9	2 419 924	6.5	3 401 602	7.8
Acciones Preferentes	-	-	8 613	0.0	8 619	0.0
Certificados de Suscripción Preferente	-	-	-	-	-	-
<b>3. Empresas no Financieras</b>	<b>16 205 199</b>	<b>32.4</b>	<b>11 603 535</b>	<b>31.4</b>	<b>17 714 249</b>	<b>40.4</b>
Papeles Comerciales	2 830	0.0	-	-	24 128	0.1
Pagarés LP	215 423	0.4	198 348	0.5	216 918	0.5
Títulos de Deuda emitidos por Entidades No Financieras del Exterior en el mercado local	719 492	1.4	667 911	1.8	-	-
Bonos de Empresas no Financieras	4 864 952	9.7	4 115 831	11.1	3 925 419	8.9
Bonos para Nuevos Proyectos	208 367	0.4	729 313	2.0	819 387	1.9
Bonos Estructurados	68 637	0.1	-	-	-	-
<b>Acciones y Valores representativos sobre Acciones</b>	<b>10 125 498</b>	<b>20.2</b>	<b>5 892 132</b>	<b>15.9</b>	<b>12 728 398</b>	<b>29.0</b>
Certificados de Suscripción Preferente	-	-	-	-	-	-
Acciones de Capital por Privatización	-	-	-	-	-	-
Otros instrumentos autorizados (3)	-	-	-	-	-	-
<b>4. Administradoras de Fondos</b>	<b>1 525 180</b>	<b>3.0</b>	<b>1 313 468</b>	<b>3.6</b>	<b>681 757</b>	<b>1.6</b>
Cuotas de Fondos de Inversión	1 474 471	2.9	1 313 468	3.6	681 757	1.6
Bonos de Fondos de Inversión	-	-	-	-	-	-
Cuotas de Fondos Mutuos	50 710	0.1	-	-	-	-
<b>5. Sociedades Titulizadoras</b>	<b>1 905 308</b>	<b>3.8</b>	<b>1 520 367</b>	<b>4.1</b>	<b>2 015 485</b>	<b>4.6</b>
Bonos de Titulización (5)	1 877 667	3.8	1 484 104	4.0	1 971 472	4.5
Bonos Titulizados Hipotecarios	27 641	0.1	36 264	0.1	-	-
Títulos con Derecho de Participación	-	-	-	-	44 013	0.1

Descripción	2009		2008		2007	
	TOTAL		TOTAL		TOTAL	
	Monto	%	Monto	%	Monto	%
<b>II. INVERSIONES EN EL EXTERIOR</b>	<b>10 387 025</b>	<b>20.8</b>	<b>4 552 587</b>	<b>12.3</b>	<b>5 338 102</b>	<b>12.2</b>
<b>1. Gobierno</b>	<b>555 808</b>	<b>1.1</b>	<b>978 333</b>	<b>2.6</b>	<b>169 702</b>	<b>0.4</b>
Títulos de Deuda	555 808	1.1	978 333	2.6	169 702	0.4
<b>2. Sistema Financiero</b>	<b>2 872 063</b>	<b>5.7</b>	<b>751 202</b>	<b>2.0</b>	<b>863 170</b>	<b>2.0</b>
Bonos del Sistema Financiero	538 258	1.1	335 335	0.9	530 450	1.2
Títulos de Deuda de Agencias	-	-	-	-	-	-
Títulos de Deuda Emitidos por Organismo Internacional	-	-	16 037	0.0	189 795	0.4
Certificados y Depósitos a Plazo (2) (4)	498 966	1.0	133 460	0.4	91 883	0.2
Acciones y Valores representativos sobre Acciones	1 834 840	3.7	266 370	0.7	51 043	0.1
<b>3. Empresas no Financieras</b>	<b>3 727 459</b>	<b>7.4</b>	<b>277 113</b>	<b>0.7</b>	<b>78 961</b>	<b>0.2</b>
Bonos Corporativos	852 931	1.7	80 599	0.2	35 984	0.1
Acciones y Valores representativos sobre Acciones	2 874 528	5.7	196 514	0.5	42 977	0.1
<b>4. Administradoras de Fondos</b>	<b>3 231 694</b>	<b>6.5</b>	<b>2 545 938</b>	<b>6.9</b>	<b>4 226 269</b>	<b>9.6</b>
Cuotas de Fondos Mutuos	3 231 694	6.5	2 419 234	6.5	4 093 441	9.3
Cuotas de Fondos de Inversión	-	-	126 704	0.3	132 828	0.3
<b>5. Sociedades Tituladoras</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
Bonos de Titulización	-	-	-	-	-	-
<b>III. OPERACIONES EN TRÁNSITO</b>	<b>383 423</b>	<b>0.8</b>	<b>(258 972)</b>	<b>-0.7</b>	<b>78 383</b>	<b>0.2</b>
<b>TOTAL</b>	<b>50 057 776</b>	<b>100.0</b>	<b>36 970 001</b>	<b>100.0</b>	<b>43 876 805</b>	<b>100.0</b>
<b>Fondo de Pensiones</b>	<b>49 573 931</b>	<b>99.0</b>	<b>36 612 583</b>	<b>99.0</b>	<b>43 426 914</b>	<b>99.0</b>
<b>Encaje Legal</b>	<b>483 844</b>	<b>1.0</b>	<b>357 418</b>	<b>1.0</b>	<b>449 891</b>	<b>1.0</b>



### Anexo N°3: Detalle de los activos que componen el portafolio a simular

Activo de Referencia	Descripción
ISBVL	Indicador del Mercado de acciones peruano. Está compuesto por quince empresas entre las cuales destaca Alicorp, Minera Cerro Verde, entre otras.
S&P 500	Indicador de la Bolsa de Valores Americana que cotiza actualmente en NYSE y NASDAQ. Está compuesta por 500 empresas las cuales poseen una capitalización como mínima de 6.1 billones de dólares.
EEM	El iShares MSCI Emerging Markets (EEM) en un ETF que busca replicar los instrumentos de renta variable que actualmente existe en los mercados emergentes.
S&P PERU BOND	Índice diseñado para registrar el desempeño de bonos peruanos con plazos de 10 años a más ( comportamiento de precio)
ST BOND	Vanguard Short Term Bond ETF es un fondo negociable que busca replica el comportamiento del Bloomberg Barclays de 1 – 5 años (comportamiento de precio)
LT BOND	Vanguard Total Market ETF fondo negociable en bolsa que se encarga de seguir rentabilidad del Bloomberg Barclays Capital Aggregate Bond Index( comportamiento de precio)

Referencia: Bloomberg

## Anexo N°4: Teoría Econométrica

### 1. Test de Estacionariedad

Las pruebas de estacionariedad son importantes para demostrar si existe una relación entre la media y varianza de los datos a través del tiempo. Con el fin de demostrar ello se realizará el test de raíz unitaria bajo 4 metodologías las cuales son:

#### 1.1. Prueba de Dickey Fuller

Este modelo se basa en el estudio que realizaron David A. Dickey y Wayne A. Fuller (1979) con el fin de analizar la distribución de estimadores autoregresivos con raíz unitaria. La ecuación principal es la autoregresiva de orden 1 en la que se tiene la siguiente representación:

$$Y_t = \delta + \theta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

En donde:

- $Y_t$  : Variable dependiente en el periodo t
- $\delta$  : Intercepto de la ecuación
- $\theta$  : Coeficiente de la variable rezagada
- $Y_{t-1}$  : Variable dependiente en el periodo t-1
- $\varepsilon_t$  : Error estocástico

La cual se puede modificar para el análisis de diferencias:

$$\Delta Y_t = \delta + (\theta - 1)Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

En donde el estadístico t presenta la siguiente composición:

$$t = \frac{(\hat{\theta}_{MCO} - 1)}{s.e.(\hat{\theta}_{MCO})} \quad (3)$$

En donde:

- $\hat{\theta}_{MCO}$  : Estimador del coeficiente de la variable rezada por Mínimos Cuadrados Ordinarios

Cabe resaltar que dicho estadístico carece de las propiedades t-student incluyendo sus valores por lo cual se emplea la tabla de valores críticos DF.

## 1.2. Prueba de Dickey Fuller Aumentada

Es un test generalizado de la prueba Dickey Fuller que incluye rezagos en las diferencias generando errores ruido blanco<sup>15</sup>. La prueba presenta la siguiente ecuación generalizada para un AR de orden "p":

$$\Delta Y_t = \delta + \pi Y_{t-1} + c_1 \Delta Y_{t-1} + \dots + c_{p-1} \Delta Y_{t-(p-1)} + u_t \quad (4)$$

Teniendo la siguiente consideración:

$$\pi = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_p - 1 = 0 \quad (5)$$

Se debe tener en cuenta que para la determinación de los rezagos se usa comúnmente los criterios de bondad de ajuste Akaike (AIC), Schwarz (SIC) y Hannan - Quinn (HQC)

### A. Criterio de Información Akaike (AIC):

El Criterio de Información Akaike (1974) es un indicador de calidad muestral de un modelo (bondad de ajuste) bajo el enfoque de penalización de excesos de parámetros ajustados. Su principal empleo es en la comparación entre diferentes modelos.

Cuenta con la siguiente ecuación

$$AIC = 2k - 2\ln(L) \quad (6)$$

En donde:

- $L$  : Función de verosimilitud
- $k$  : Número de parámetros estimados

### B. Criterio de Información Schwarz (SIC):

También conocido como el Bayesian Information Criterion (BIC), presenta similares características al AIC, pero considerando una mayor penalización por introducción de variables explicativas adicionales.

---

<sup>15</sup> Proceso estocástico en donde la media y covarianza tienen un valor de 0 a lo largo del tiempo

$$SIC = k \ln(n) - 2 \ln(L) \quad (7)$$

En donde:

- $L$  : Función de verosimilitud
- $k$  : Número de parámetros estimados
- $n$  : Número de datos

### C. Criterio de Información Hannan – Quinn (HQC):

Test similar al AIC cuya principal finalidad es la de determinar la presencia de autocorrelación en los residuos de una regresión.

$$HQC = n \times \ln\left(\frac{RSS}{n}\right) + 2 \times k \times \ln(\ln(n)) \quad (8)$$

En donde:

- $RSS$  : Suma residual de cuadrados del modelo
- $k$  : Número de parámetros estimados
- $n$  : Número de datos

### 1.3. Prueba de Dickey Fuller – GLS

Planteado por Elliot, Rothenberg y Stock (1996) los autores sugieren eliminar los componentes determinísticos a la aserie como paso previo la realización de los test RU mediante la metodología de Generalized Least Squares (GLS).

### 1.4. Prueba de Phillip - Perron

Esta prueba toma de referencia la ecuación 9 del modelo D.F, pero dándole énfasis cuando el error ( $e_t$ ) se encuentra autocorrelacionados y es heterocedástico. Tiene como principal criterio de análisis el realizar pruebas de M.C.O. al coeficiente de la variable ( $\theta_1$ ) con un ajuste debido a la autocorrelación.

### 1.5. Test de Autocorrelación

#### 1.5.1. Test de Durbin Watson (DW):

La prueba DW nos permite encontrar autocorrelación de orden 1 dentro de la regresión analizada detectando de esa manera la dependencia entre los datos y sus rezagos

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T e_t^2} \quad (9)$$

En donde:

- $e_t$  : Residuo de la observación en el periodo t
- $T$  : Número de observaciones

Se debe tener en cuenta que si el resultado si fuese cercano a 2 demostraría que no existe autocorrelación

### 1.5.2. Test de Breush - Godfrey (BG):

La prueba BG, de manera similar al DW, nos permite encontrar autocorrelación; sin embargo, se puede medir en mayores niveles.

La metodología que aplica es la de estimar una regresión auxiliar de MCO

$$y_t = \hat{\beta}' x_t + \hat{u}_t \quad (10)$$

La regresión auxiliar para orden p presentará la siguiente forma:

$$\hat{u}_t = \hat{\alpha}' x_t + \sum_{i=1}^p \hat{u}_{t-i} + \hat{v}_t \quad (11)$$

En donde:

- $\hat{u}_t$ : Residuos muestrales
- $\hat{v}_t$  : Error muestral

## 1.6. Modelo ARCH/GARCH

Generalmente en econometría estamos acostumbrados a estimar modelos lineales y lo hacemos, principalmente, utilizando el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO). Sin embargo, existen casos en donde el supuesto de homoscedasticidad no se cumple, dada la naturaleza de los datos. Esto sucede en especial en el caso de series financieras. La presencia de heteroscedasticidad no produce estimadores sesgados, sin embargo, los vuelve ineficientes.

Con ello, aparecen los modelos ARCH/GARCH como una alternativa, donde en vez de efectuar una corrección al estimador, considera a la varianza del término de error como un objeto a ser modelado. En frecuencia corta, como en el caso de series financieras, suelen aparecer episodios cortos de alta varianza, seguidos de periodos largos de baja varianza. En otras palabras, es una varianza que cambia en el tiempo y que se presenta por “bloques”.

El fin principal de los modelos ARCH/GARCH es el de predecir la varianza más que la media logrando así concentrar temporadas de alta y baja volatilidad.

### 1.6.1. Modelo GARCH

Considerando un proceso AR(p):

$$y_t = c + \varphi_1 y_{t-1} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + u_t \quad (12)$$

En donde:

$$u_t = h_t^{1/2} \varepsilon_t \quad (13)$$

Con  $E(\varepsilon_t) = 0$  y  $Var(\varepsilon_t) = 1$

Siguiendo  $u_t$  un proceso GARCH (r,m) :

$$h_t = \gamma_0 + \gamma_1 h_{t-1} + \dots + \gamma_r h_{t-r} + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m u_{t-m}^2 \quad (14)$$

Tal que:

$$\sum_{j=1}^r \gamma_j + \sum_{j=1}^m \alpha_j = 1 \quad (15)$$

Con ello,  $u_t$  y  $u_t^2$  son procesos no estacionarios.



## Anexo N°5: Pruebas de Raíz Unitaria

Se tomará como principal criterio el descrito en la ecuación 5 empleando el software Eviews 8.

Prueba de Hipótesis:

$H_0$ : La variable presenta raíz unitaria (no es estacionaria)

$H_1$ : La variable presenta no raíz unitaria (es estacionaria)

### 1. Dickey Fuller Aumentado

Estadístico Dickey Fuller Aumentado					
Variables	1%	5%	10%	Resultado	¿Se rechaza la hipótesis nula?
AFP Hábitat	2.6	2.92	3.57	5.79	Sí
AFP Integra	2.57	2.88	3.48	10.14	Sí
AFP Prima	2.57	2.88	3.48	10.42	Sí
APF Profuturo	2.57	2.88	3.48	10.01	Sí
AFP Horizonte	2.58	2.89	3.51	7.84	Sí

### 2. Dickey Fuller GLS

Estadístico Dickey Fuller GLS					
Variables	1%	5%	10%	Resultado	¿Se rechaza la hipótesis nula?
AFP Hábitat	1.61	1.94	2.61	6.99	Sí
AFP Integra	1.61	1.94	2.58	3.84	Sí
AFP Prima	1.61	1.94	2.58	3.71	Sí
APF Profuturo	1.61	1.94	2.58	3.58	Sí
AFP Horizonte	1.61	1.94	2.58	3.14	Sí

### 3. Phillips – Perron

Estadístico Phillips - Perron					
Variables	1%	5%	10%	Resultado	¿Se rechaza la hipótesis nula?
AFP Hábitat	2.59	2.93	3.57	7.81	Sí
AFP Integra	2.57	2.88	3.48	10.16	Sí
AFP Prima	2.57	2.88	3.48	10.46	Sí
APF Profuturo	2.57	2.88	3.48	10.03	Sí
AFP Horizonte	2.58	2.89	3.51	7.91	Sí

## Anexo N°6: Detalle de aportes con límite de inversión en el extranjero

CON LÍMITE DE INVERSIÓN EN EL EXTRANJERO			
Edad	Aporte anual	Rentabilidad anual	Total Acumulado
26	3,600	286	3,886
27	7,486	594	8,080
28	11,680	927	12,607
29	16,207	1,286	17,493
30	21,093	1,674	22,766
31	26,366	2,092	28,459
32	32,059	2,544	34,603
33	38,203	3,032	41,234
34	44,834	3,558	48,392
35	51,992	4,126	56,118
36	59,718	4,739	64,457
37	68,057	5,401	73,458
38	77,058	6,115	83,172
39	86,772	6,886	93,658
40	97,258	7,718	104,976
41	108,576	8,616	117,192
42	120,792	9,585	130,378
43	133,978	10,632	144,610
44	148,210	11,761	159,971
45	163,571	12,980	176,551
46	180,151	14,296	194,447
47	198,047	15,716	213,763
48	217,363	17,249	234,612
49	238,212	18,903	257,115
50	260,715	20,689	281,404
51	285,004	22,616	307,620
52	311,220	24,697	335,917
53	339,517	26,942	366,460
54	370,060	29,366	399,426
55	403,026	31,982	435,008
56	438,608	34,806	473,414
57	477,014	37,853	514,867
58	518,467	41,143	559,610
59	563,210	44,694	607,904
60	611,504	48,526	660,029
61	663,629	52,662	716,292
62	719,892	57,127	777,019
63	780,619	61,946	842,565
64	846,165	67,147	913,312
65	916,912	72,762	989,674

## Anexo N°7: Detalle de aportes sin límite de inversión en el extranjero

SIN LÍMITE DE INVERSIÓN EN EL EXTRANJERO			
Edad	Aporte anual	Rentabilidad anual	Total Acumulado
26	3,600	395	3,995
27	7,595	834	8,429
28	12,029	1,320	13,349
29	16,949	1,860	18,809
30	22,409	2,459	24,868
31	28,468	3,124	31,593
32	35,193	3,862	39,055
33	42,655	4,681	47,337
34	50,937	5,590	56,527
35	60,127	6,599	66,726
36	70,326	7,718	78,044
37	81,644	8,960	90,604
38	94,204	10,339	104,543
39	108,143	11,869	120,012
40	123,612	13,566	137,178
41	140,778	15,450	156,229
42	159,829	17,541	177,370
43	180,970	19,861	200,832
44	204,432	22,436	226,868
45	230,468	25,294	255,762
46	259,362	28,465	287,827
47	291,427	31,984	323,411
48	327,011	35,889	362,900
49	366,500	40,223	406,724
50	410,324	45,033	455,357
51	458,957	50,371	509,327
52	512,927	56,294	569,221
53	572,821	62,867	635,688
54	639,288	70,162	709,450
55	713,050	78,257	791,307
56	794,907	87,241	882,148
57	885,748	97,211	982,959
58	986,559	108,275	1,094,834
59	1,098,434	120,553	1,218,987
60	1,222,587	134,179	1,356,766
61	1,360,366	149,300	1,509,666
62	1,513,266	166,081	1,679,347
63	1,682,947	184,703	1,867,651
64	1,871,251	205,370	2,076,621
65	2,080,221	228,304	2,308,525