



PONTIFICIA **UNIVERSIDAD CATÓLICA** DEL PERÚ

Esta obra ha sido publicada bajo la licencia Creative Commons
Reconocimiento-No comercial-Compartir bajo la misma licencia 2.5 Perú.

Para ver una copia de dicha licencia, visite
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/pe/>



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



Simulación de Fábricas de Neutrinos

Tesis para Optar el Título de
LICENCIADO EN FÍSICA

Presentada por
JOEL JONES PÉREZ

Lima - Perú
Junio, 2007

Resumen

Una serie de experimentos con neutrinos ha establecido que estos tienen masa, existiendo una mezcla entre sus auto-estados de sabor. La mezcla genera una oscilación entre estos auto-estados durante la propagación de los neutrinos, descrita por una serie de parámetros y por la diferencia cuadrada de las masas.

La propuesta con mayor sensibilidad en la medición de los parámetros de oscilación radica en futuras instalaciones llamadas ‘fábricas de neutrinos’. Estas producirán un alto flujo de neutrinos a partir del decaimiento del muón, siendo capaces de medir una gran variedad de canales de oscilación.

No obstante, antes de la realización del experimento, es necesario contar con herramientas que sean capaces de predecir los eventos observados. Una vez entendidos todos los factores que participan en la generación de dichos eventos, será posible pronosticar el potencial físico de dichas instalaciones.

En este trabajo se construye una de dichas herramientas, un simulador de número de eventos, el cual podría ser usado por trabajos posteriores para realizar estudios más profundos de la física de neutrinos. El simulador pretende describir los canales de oscilación $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ y $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$, así como los equivalentes para antipartículas, los cuales son de gran importancia dentro de la física de oscilación de neutrinos.

Luego de realizar el estudio de todos los factores que influyen el número de eventos observados, el programa NuFactSim es descrito. Se presentan asimismo tablas con predicciones de los eventos observados para varios juegos de parámetros de oscilación.

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi asesor de tesis, el Prof. Alberto Gago, con quien empecé este proyecto hace ya varios años. Sus enseñanzas han sido imprescindibles para mi desenvolvimiento dentro del ámbito científico, y su apoyo constante ha sido fundamental para el desarrollo de la tesis y su presentación en eventos científicos en el Perú y en el extranjero. Quisiera agradecerle también por el oportuno planteamiento este trabajo como proyecto de tesis de Licenciatura.

Quisiera agradecer también a los miembros del jurado por la cuidadosa lectura y justa evaluación de este trabajo.

Quisiera darle un agradecimiento al Prof. Francisco De Zela, por haberme recomendado realizar este trabajo y sustentarlo a pesar de encontrarme lejos del Perú.

También quiero agradecer a Jessica y a mis padres, Don y Guadalupe, por estar siempre allí, y ayudarme con la impresión y presentación de esta trabajo. Sin ellos nunca hubiera podido comenzar.

Este trabajo fue realizado gracias al auspicio de la Dirección Académica de Investigación (DAI) de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Muchas gracias.

Agradezco también a Dios, por la incontable cantidad de oportunidades que me ha dado para mejorar.

Finalmente, quisiera agradecer a todos aquellos seres no mencionados anteriormente, cuya sola existencia facilitara de alguna manera la realización de este trabajo.

Índice general

1. Introducción	1
2. Marco Teórico	4
2.1. Mezcla de Neutrinos	5
2.1.1. Parametrización de la Matriz de Mezcla	6
2.2. El Mecanismo de Oscilación de Neutrinos	8
2.2.1. La Probabilidad de Transición en el Vacío	8
2.2.2. Efectos de Materia en la Oscilación de Neutrinos	10
2.3. Valores Observados de Parámetros de Oscilación	12
3. Estudio de Fábricas de Neutrinos	14
3.1. Producción de Neutrinos	16
3.2. Detección de Neutrinos	18
3.2.1. Detección de ν_{μ}	20
3.2.2. Detección de ν_{τ}	23
3.3. Configuración Experimental	25
4. Simulación de Fábricas de Neutrinos	26
4.1. Estructura del Programa	26
4.2. Archivos de Inicialización	29
4.2.1. Ejemplos	30
4.3. Tablas de Número de Eventos	32
5. Conclusiones Finales	37
Bibliografía	39

Índice de cuadros

3.1.	Factores de normalización para la eficiencia en la detección de muones.	21
3.2.	Niveles de <i>background</i> para los canales de oscilación detectados por un calorímetro de hierro magnetizado. Los mismos niveles son considerados para las antipartículas.	22
3.3.	Niveles de <i>background</i> para los canales de oscilación detectados por un detector de emulsiones en plomo. Los mismos niveles son considerados para las antipartículas.	25
4.1.	Número de eventos esperados en el canal $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, para distintos valores de θ_{13} y δ . Se usa $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ y $\sin^2 2\theta_{23} = 1$	34
4.2.	Número de eventos esperados en el canal $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$, para distintos valores de θ_{13} y δ . Se usa $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ y $\sin^2 2\theta_{23} = 1$	34
4.3.	Número de eventos esperados en el canal $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$, para distintos valores de θ_{13} y δ . Se usa $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ y $\sin^2 2\theta_{23} = 1$	35
4.4.	Número de eventos esperados en el canal $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$, para distintos valores de θ_{13} y δ . Se usa $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ y $\sin^2 2\theta_{23} = 1$	35
4.5.	Número de eventos esperados en los canales $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ y $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$, para distintos valores de θ_{23} . Se usa $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$, $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ y $\delta = 0^\circ$.	36

Índice de figuras

3.1. Flujo anual esperado de neutrinos a una distancia de 3000 km de la fuente, producto del decaimiento de 10^{20} muones por año. Se considera que los muones que decaen tienen una energía de 50 GeV. Las curvas sólidas (discontinuas) corresponden a ν_e ($\bar{\nu}_\mu$).	18
3.2. Sección de choque de neutrinos (curva sólida) y antineutrinos (curva discontinua), para ν_μ (arriba) y ν_τ (abajo), debido a interacción de corriente cargada a través de dispersión inelástica ‘profunda’.	19
3.3. Sección de choque de neutrinos (curva sólida) y antineutrinos (curva discontinua), debido a interacción de corriente neutra a través de dispersión inelástica ‘profunda’. El valor de la sección de choque es independiente del sabor.	20
3.4. Dependencia de $\epsilon_{\nu\beta}^{CC}$ con respecto a E'_ν , para los canales $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ y $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ (arriba) y $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ y $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ (abajo).	22
3.5. Dependencia de $\epsilon_{\nu\beta}^{CC}$ con respecto a E'_ν , para los canales $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ y $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$	24
4.1. Algoritmo que genera espectro de número de eventos en una fábrica de neutrinos, para una configuración experimental.	27

Capítulo 1

Introducción

El modelo estándar de interacciones electrodébiles (SM) representa uno de los modelos más exitosos en la historia de la ciencia. A través de él se han llegado a entender las interacciones electromagnéticas y débiles como dos aspectos de una misma teoría, y ha sido posible realizar mediciones con una precisión jamás antes vista. Como mayor ejemplo de semejante precisión está el cálculo de la constante de estructura fina, permitiendo su determinación hasta doce cifras significativas con una sólida coincidencia entre distintos experimentos [1, 2].

A pesar de semejante triunfo, la comunidad científica coincide en que el SM debe ser realmente una teoría efectiva, un aspecto a bajas energías de alguna teoría por el momento desconocida. Esto se debe a la existencia de un gran número de preguntas teóricas sin resolver, relacionadas con el problema de la jerarquía en el sector escalar [3], el número de sabores en el sector leptónico y la mezcla entre ellos [4], la generación de un potencial escalar que rompa espontáneamente el vacío [5], la unificación de las constantes de acoplamiento [6], la posibilidad de masas de Majorana para neutrinos [7, 8], entre otros.

La física de neutrinos representa una ventana hacia la física más allá del SM. Los neutrinos exhiben propiedades muy particulares con respecto a las demás partículas del SM. Además de no estar sujetos a interacciones fuertes o electromagnéticas, estas partículas tienen una masa mucho menor a las masas de los quarks o leptones cargados. La irregularidad en las masas no se restringe solamente al valor de estas, el mismo mecanismo de generación de dichas masas está puesto en duda: de añadir un estado nuevo, singulete bajo $SU(2)_L \times U(1)_Y$, con el fin de utilizar acoplamientos de Yukawa para generar la masa, sería posible utilizar los mismos estados para incluir masas de Majorana, fenómeno nunca antes visto en el SM.

Otra característica muy saltante en la física de neutrinos es la existencia de ángulos de mezcla particularmente grandes. Este factor, combinado con la leve interacción del neutrino con la materia y sus masas pequeñas, producen un fenómeno de oscilación [9, 10, 11]. En este fenómeno, un neutrino creado con un sabor determinado puede evolucionar en un neutrino de un sabor diferente, tan sólo con la propagación de este, ya sea a través del vacío o de materia.

Fue justamente la observación del fenómeno de oscilación lo que determinó que el neutrino es una partícula masiva, permitiendo asimismo la medición de los ángulos de mezcla. Actualmente se han realizado experimentos con neutrinos solares [12, 13, 14, 15, 16], neutrinos atmosféricos [17, 18, 19, 20, 21, 22], neutrinos de reactores [23, 24, 25, 26, 27, 28], y neutrinos de aceleradores [29], en los cuales se ha podido determinar de forma consistente el valor de dos de los tres ángulos de mezcla, así como el valor de las diferencias cuadradas de las masas (módulo el signo, en un caso). El único experimento que ha discrepado ha sido *LSND* [30], pero dicho resultado ha sido recientemente rechazado por *MiniBooNE* [31].

Un objetivo común de experimentos actuales y futuros es la mejor determinación de los dos ángulos de mezcla medidos, así como la medición exacta del tercero. Asimismo, se espera poder discriminar la existencia de violación CP, relacionada íntimamente con este tercer parámetro.

Entre los experimentos con flujo producido en el laboratorio se encuentran actualmente en funcionamiento *MINOS* [32] y *OPERA* [33]. El experimento de *MINOS*, propuesto en 1995, pretende medir la desaparición de ν_μ . El detector se encuentra a 735 km de la fuente de neutrinos, en Fermilab, y ya ha mostrado sus primeros resultados [34]. Por otro lado, el experimento de *OPERA* fue propuesto en 1997, con el fin de detectar oscilaciones de ν_μ a ν_τ a través de la observación directa de los τ producidos mediante corriente cargada. El detector utiliza una nueva técnica de emulsiones, y se encuentra a 732 km de la fuente del haz, ubicada en CERN.

Como es evidente, el estudio de las oscilaciones de neutrinos ha tenido, y tiene, una gran relevancia experimental. Es de esperar que el estudio de este fenómeno no se detenga en el futuro, y que cada vez nuevas instalaciones sean ideadas con el fin de descubrir el valor exacto de cada ángulo de mezcla. Actualmente se han aprobado ya tres experimentos por realizarse en un futuro cercano: *T2K* [35], *NO ν A* [36], y *Double CHOOZ* [37]. Asimismo, existen proyectos futuros que pretenden mejorar las medidas de neutrinos solares [38, 39, 40] y atmosféricos [41].

A largo plazo, por el lado de neutrinos de laboratorio, tenemos varios experimentos

propuestos con muy buenas capacidades en la medición de ángulos de mezcla y determinación de violación CP: el *SuperBeam* [42], el *Beta Beam* [43], el *Monochromatic Neutrino Beam* [44], y las *Neutrino Factories*, o fábricas de neutrinos [45].

Este trabajo se concentrará en el estudio de las fábricas de neutrinos. Estas instalaciones, basadas en el decaimiento del muón, tienen el potencial de producir un intenso haz de neutrinos, que a la vez daría la oportunidad de observar una gran cantidad de canales de oscilación. Actualmente, las fábricas de neutrinos representan la mejor propuesta en lo que respecta a experimentos de oscilación, siempre y cuando los problemas técnicos para construirlas sean resueltos. Con este fin se está llevando actualmente estudios profundos con respecto a la generación y almacenamiento de muones, que eventualmente serían usados para producir el flujo de neutrinos.

Adicionalmente a los experimentos de oscilación posibles de realizar en una fábrica de neutrinos, existen otro tipo de experimentos posibles de gran interés para la física. El haz de neutrinos se puede usar para estudiar con mayor precisión la estructura hadrónica de la materia [46], mientras que el anillo de almacenamiento de muones será útil para estudios del momento dipolar eléctrico y magnético del muón [47]. Asimismo, estudios de nueva física serán en principio realizables, tales como interacciones no-estándares [48], un nuevo mediador Z' o interacciones efectivas de cuatro fermiones [46]. Finalmente, una fábrica de neutrinos representa un paso importante en el camino hacia la construcción de un colisionador de muones [49].

En esta tesis, se buscará entender las características que definirían a una fábrica de neutrinos, con el fin de poder simular los eventos observables en un experimento de oscilación a través de una computadora. Luego del estudio del flujo, propagación y detección de los neutrinos, se mostrarán tablas de número de eventos observados.

Capítulo 2

Marco Teórico

El fenómeno de conversión de sabor entre neutrinos es descrito por el mecanismo de oscilación inducida por masa (OIM), y se obtiene al asumir una falta de coincidencia entre los auto-estados de sabor, ν_α ($\alpha = e, \mu, \tau$), y de masa, ν_i ($i = 1, 2, 3$, con masa m_1, m_2, m_3 respectivamente) de neutrinos. Como la evolución de los neutrinos está determinada por los ν_i presentes, la interferencia entre estos puede provocar que el ν_α detectado sea diferente al ν_α inicial.

La mezcla entre ν_α y ν_i será inducida por el término de masa en el lagrangiano extendido del modelo estándar, y dependerá si es de tipo Dirac o tipo Majorana. No obstante, a pesar de que ambos tipos de mezcla son diferentes, la probabilidad de oscilación generada por esta mezcla será la misma, de forma que es imposible distinguir entre ambos casos en un experimento de oscilación. Debido a ello, sólo se mostrará la mezcla de tipo Dirac.

La teoría que describe la mezcla y oscilación de neutrinos ha sido expuesta en muchos trabajos. En este trabajo nos concentraremos en lo presentado en [7, 8, 50, 51].

2.1. Mezcla de Neutrinos

Con el propósito de escribir el término de masa en el lagrangiano extendido de forma compacta, se considera:

$$\nu_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad \nu_R = \begin{pmatrix} \nu_{eR} \\ \nu_{\mu R} \\ \nu_{\tau R} \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

donde:

$$\nu_{\alpha L} = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\nu_\alpha, \quad \nu_{\alpha R} = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\nu_\alpha. \quad (2.2)$$

La interacción cargada electrodébil está especificada por el término:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} W_\mu^+ (\bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L + \bar{\nu}_{\mu L} \gamma^\mu \mu_L + \bar{\nu}_{\tau L} \gamma^\mu \tau_L) + \text{h.c.} \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} W_\mu^+ (\bar{\nu}_L \gamma^\mu L) + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde se puede apreciar que los ν_R no participan en la interacción, y:

$$L = \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

De considerar la existencia de ν_R , un término de masa en el lagrangiano de tipo Dirac tiene la forma:

$$\mathcal{L}_D = -\bar{\nu}_R M_D \nu_L + \text{h.c.}, \quad (2.5)$$

donde M_D es una matriz compleja 3×3 . La matriz M_D no es necesariamente diagonal, por lo cual será imprescindible diagonalizarla con el fin de calcular la posterior evolución de los neutrinos. Para esto es necesario realizar una transformación biunitaria:

$$M_D = V m_D U^\dagger, \quad (2.6)$$

donde V y U son matrices unitarias y m_D es una matriz diagonal. Al reemplazar (2.6) en (2.5) se llega a:

$$\mathcal{L}_D = -\bar{\nu}'_R m_D \nu'_L + \text{h.c.}, \quad (2.7)$$

donde:

$$\nu'_L = U^\dagger \nu_L, \quad \nu'_R = V^\dagger \nu_R. \quad (2.8)$$

Así como existen tres auto-estados de sabor, existirán tres auto-estados de masa¹, denotados según:

$$\nu' = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

A partir de esta transformación, se puede escribir (2.7) de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_D = - \sum_i (m_D)_i \bar{\nu}_i \nu_i, \quad (2.10)$$

con lo cual se puede afirmar que los ν_i son auto-estados de masa definida $(m_D)_i$.

Como U es una matriz unitaria, se cumple:

$$\nu_L = U \nu'_L, \quad (2.11)$$

o más bien:

$$\nu_{\alpha L} = \sum_i U_{\alpha i} \nu_{iL}, \quad (2.12)$$

donde se aprecia que los $\nu_{\alpha L}$ presentes en la interacción débil son una combinación lineal de estados con masa definida, ν_{iL} .

Cabe resaltar que los estados ν_R son mezclados por la matriz V , aunque no son de interés al no ser observables y al no participar en la mezcla de los ν_L .

2.1.1. Parametrización de la Matriz de Mezcla

Una descripción precisa de la matriz de mezcla de neutrinos U es imprescindible para realizar predicciones experimentales. Esta descripción se realiza a través de la especificación de cada uno de los términos de la matriz, considerando todas las restricciones implicadas por la unitariedad. Este trabajo utilizará la parametrización estándar [52], análoga a la parametrización de la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), que mezcla quarks [53].

Una matriz $N \times N$ tiene N^2 términos complejos, o equivalentemente, $2N^2$ elementos reales, de los cuales N^2 elementos aparecen en la forma de fases. Las restricciones de unitariedad determinan que combinaciones de N^2 parámetros describen los $2N^2$ elementos de la matriz. En el caso particular de matrices 3×3 , una parametrización

¹En general, el número de auto-estados de masa no debe ser necesariamente igual al número de auto-estados de sabor.

general está dada por:

$$U = \text{diag} (e^{i\delta_e}, e^{i\delta_\mu}, e^{i\delta_\tau}) U' \text{diag} (1, e^{i\varphi_1}, e^{i\varphi_2}) \quad (2.13)$$

donde se denota ‘diag(a, b, c)’ a una matriz diagonal 3×3 con elementos a, b y c , y donde U' tiene la forma:

$$U' = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

En este caso, s_{ij} (c_{ij}) se refiere al seno (coseno) de un ángulo de mezcla θ_{ij} , con $\{ij\} = \{12, 23, 13\}$. En U existen seis fases en total, $\delta, \varphi_1, \varphi_2, \delta_e, \delta_\mu$ y δ_τ . A la matriz U' se le conoce como matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) [10].

Considerando neutrinos de Dirac, de introducir la matriz U en el término de corriente cargada (2.3), se obtiene:

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \left(\bar{\nu}'_L \text{diag} (1, e^{-i\varphi_1}, e^{-i\varphi_2}) (U')^\dagger \text{diag} (e^{-i\delta_e}, e^{-i\delta_\mu}, e^{-i\delta_\tau}) \gamma^\mu L \right) + \text{h.c.} \quad (2.15)$$

De realizar las siguientes transformaciones:

$$e_L \rightarrow e^{i\delta_e} e_L, \quad (2.16a)$$

$$\mu_L \rightarrow e^{i\delta_\mu} \mu_L, \quad (2.16b)$$

$$\tau_L \rightarrow e^{i\delta_\tau} \tau_L, \quad (2.16c)$$

$$\nu_{1L} \rightarrow \nu_{1L}, \quad (2.16d)$$

$$\nu_{2L} \rightarrow e^{-i\varphi_1} \nu_{2L}, \quad (2.16e)$$

$$\nu_{3L} \rightarrow e^{-i\varphi_2} \nu_{3L}, \quad (2.16f)$$

se simplifica (2.15):

$$\mathcal{L}_{int}^{\text{Dirac}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \left(\bar{\nu}'_L (U')^\dagger \gamma^\mu L \right) + \text{h.c.} \quad (2.17)$$

La mezcla de neutrinos queda entonces descrita enteramente por la matriz U' , necesitando, en general, $(N - 1)^2$ parámetros de oscilación.

2.2. El Mecanismo de Oscilación de Neutrinos

2.2.1. La Probabilidad de Transición en el Vacío

Se aprecia en (2.3) que, para todo tipo de neutrinos, los componentes que participan en la interacción electrodébil son de mano izquierda, ya sea en la producción del neutrino o en su detección. Para el caso de partículas ultra-relativistas, la conservación de quiralidad cumple para términos de orden (m/E_ν) . Por ello, para neutrinos con energía $E_\nu \gg m$, se puede considerar que sólo los términos de mano izquierda son relevantes. Esto permite ignorar la estructura spinorial del neutrino y trabajar directamente con la ecuación de Klein-Gordon. La propagación de un auto-estado de masa de neutrino vendría a estar gobernada por:

$$\frac{d^2}{dt^2} \nu'_L = \left(\frac{d^2}{dx^2} - m^2 \right) \nu'_L, \quad (2.18)$$

donde ν'_L es el componente de mano izquierda de (2.9). La matriz 3×3 , m , corresponde a la matriz diagonal definida en (2.6). Por simplicidad, se tomará una solución de onda plana, denotando $\nu' = \nu'_L$:

$$\begin{aligned} \nu'(t) &= \sum_{i=1,2,3} e^{-i(E_\nu t - p_i x)} \nu_i \\ &= \sum_{i=1,2,3} e^{-i(E_\nu - p_i)x} \nu_i, \end{aligned} \quad (2.19)$$

donde $\nu'(t)$ es el estado del neutrino en el tiempo t , pudiendo ser una superposición de auto-estados de masa ν_i . Al considerar que el neutrino es una partícula ultra-relativista, se puede aproximar $t \cong x$.

Existen dos casos por considerar: aquel donde los neutrinos son producidos con energía definida, y aquel en el cual son producidos con momentum definido. Si los neutrinos son producidos con energía definida, se tiene:

$$p_i = \sqrt{E_\nu^2 - m_i^2} \approx E_\nu - \frac{m_i^2}{2E_\nu}, \quad (2.20)$$

con lo cual la función de onda es:

$$\nu'(t) = \sum_{i=1,2,3} e^{-i(m_i^2/2E_\nu)x} \nu_i. \quad (2.21)$$

En el caso en que sean producidos con momentum definido, resulta:

$$E_{\nu i} = \sqrt{p^2 + m_i^2} \approx p + \frac{m_i^2}{2p}, \quad (2.22)$$

y la función de onda se escribe:

$$\nu'(t) = \sum_{i=1,2,3} e^{-i(m_i^2/2p)x} \nu_i. \quad (2.23)$$

Al considerar que los neutrinos son partículas ultra-relativistas, es posible tomar $E_\nu = p$, de forma que las funciones de onda de neutrinos con energía definida (2.21) y de neutrinos con momentum definido (2.23) son iguales. Por este motivo se usará solamente la función (2.21) en los próximos cálculos.

El proceso de producción de un neutrino se da mediante los auto-estados de sabor. Al no medirse la masa del neutrino en ese proceso, el auto-estado de sabor corresponde a una superposición de auto-estados de masa, relacionados a través de (2.12):

$$\begin{aligned} \nu_\alpha(t) &= \sum_i U_{\alpha i} \nu_i(t) \\ &= \sum_i U_{\alpha i} e^{-i(m_i^2/2E_\nu)x} \nu_i \\ &= \sum_\beta \sum_i U_{\alpha i} e^{-i(m_i^2/2E_\nu)x} (U^\dagger)_{i\beta} \nu_\beta, \end{aligned} \quad (2.24)$$

haciendo α referencia al sabor inicial con el cual el neutrino fue producido.

Para calcular la probabilidad de medir un neutrino con sabor β dado un neutrino producido con sabor α se usa (2.24), resultando:

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= \left| \sum_i U_{\alpha i} e^{-i(m_i^2/2E_\nu)x} (U^\dagger)_{i\beta} \right|^2 \\ &= \sum_{i,j} U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} \exp \left[i \frac{m_i^2 - m_j^2}{2E_\nu} x \right] \\ &= \delta_{\alpha\beta} - \sum_{i,j} |U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}| e^{i\phi_{\alpha\beta ij}} (1 - e^{i\Delta_{ij}x}), \end{aligned} \quad (2.25)$$

con:

$$\phi_{\alpha\beta ij} = \arg(U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}) \quad (2.26)$$

$$\Delta_{ij} = \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E_\nu} = \frac{m_i^2 - m_j^2}{2E_\nu}. \quad (2.27)$$

En (2.25) se han añadido términos adicionales, tomando en cuenta que:

$$\sum_i U_{\alpha i} U_{\beta i}^* = \delta_{\alpha\beta}. \quad (2.28)$$

Al tener $\phi_{\alpha\beta ij} = -\phi_{\alpha\beta ji}^* = -\phi_{\alpha\beta ji}$, y si se consideran solamente los términos reales de la probabilidad, esta puede simplificarse:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \delta_{\alpha\beta} + 2 \sum_{j>i} |U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}| [\cos(\Delta_{ij}x + \phi_{\alpha\beta ij}) - \cos \phi_{\alpha\beta ij}] \quad (2.29)$$

donde el carácter oscilatorio del fenómeno es evidente.

Un razonamiento análogo puede llevarse a cabo en el caso de antineutrinos, en donde la probabilidad de transición resulta:

$$P_{\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta} = \delta_{\alpha\beta} + 2 \sum_{j>i} |U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*| [\cos(\Delta_{ij}x - \phi_{\alpha\beta ij}) - \cos \phi_{\alpha\beta ij}] \quad (2.30)$$

2.2.2. Efectos de Materia en la Oscilación de Neutrinos

La ecuación (2.24) para oscilaciones en el vacío describe la evolución de un neutrino producido en el auto-estado de sabor α . Los términos de la matriz de mezcla y la exponencial pueden ser escritos nuevamente:

$$\begin{aligned} R_{\alpha\beta} &= \left[U \begin{pmatrix} e^{-i(m_1^2/2E_\nu)x} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i(m_2^2/2E_\nu)x} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i(m_3^2/2E_\nu)x} \end{pmatrix} U^\dagger \right]_{\alpha\beta} \\ &= \left[U \begin{pmatrix} 1 - \frac{im_1^2}{2E_\nu}x + \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{im_2^2}{2E_\nu}x + \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{im_3^2}{2E_\nu}x + \dots \end{pmatrix} U^\dagger \right]_{\alpha\beta} \\ &= \left\{ I - \frac{ix}{2E_\nu} \left[U \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^\dagger \right] + \dots \right\}_{\alpha\beta} \\ &= \left[e^{-i(M'/2E_\nu)x} \right]_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (2.31)$$

donde I es la matriz identidad y:

$$M' = U \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^\dagger. \quad (2.32)$$

La función de onda entonces se escribe:

$$\begin{aligned} \nu_\alpha(t) &= \sum_\beta R_{\alpha\beta} \nu_\beta \\ &= \sum_\beta \left[e^{-i(M'/2E_\nu)x} \right]_{\alpha\beta} \nu_\beta, \end{aligned} \quad (2.33)$$

donde la función obtenida es solución a una ecuación tipo Schrödinger, en la cual se aproxima $t \cong x$. En este caso se puede escribir:

$$i \frac{d\nu_\alpha(t)}{dx} = \sum_\beta \left[\frac{M'}{2E_\nu} \right]_{\alpha\beta} \nu_\beta \quad (2.34)$$

con un hamiltoniano efectivo:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2E_\nu} \left[U \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^\dagger \right]. \quad (2.35)$$

El uso de la ecuación de Schrödinger para describir la propagación de neutrinos se justifica en que el fenómeno de oscilación se debe a una realización de mecánica cuántica elemental. La superposición de autoestados de masa se da ya que en el momento de la producción del neutrino la masa no es medida. Dicha superposición se propaga en el vacío sin ningún tipo de interacción, para luego ‘colapsar’ en el detector. El formalismo de mecánica cuántica de campos no es necesario para describir el fenómeno correctamente.

Es posible agregar correcciones a este tratamiento. No obstante, se ha demostrado en [54] que las correcciones usando la ecuación de Dirac son de orden $(\Delta m^2/2E_\nu)^2$, que en el límite ultra-relativista son despreciables. Las correcciones correspondientes al usar paquetes de onda en vez de ondas planas son del mismo orden. Esto le dará validez al uso del hamiltoniano efectivo, y permitirá usarlo para afrontar el caso de oscilaciones en materia, tal como se ha demostrado en [55].

Un neutrino puede interactuar con otras partículas a través de interacciones de corriente cargada (2.3) y corriente neutra. Las interacciones de corriente neutra influyen

todo sabor de neutrino de la misma manera, a diferencia de la corriente cargada, en la cual importa el sabor del neutrino. Debido a que en la materia normal se encuentran electrones, mas no muones ni taus, un ν_e será sujeto a un potencial adicional, que actuará como un índice de refracción. Este potencial modificará la amplitud de probabilidad en el caso de ν_e , añadiendo un término dentro del hamiltoniano efectivo:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}', \quad (2.36)$$

donde \mathcal{H}_0 es aquel presentado en (2.35), y \mathcal{H}' es el término adicional debido al potencial de materia. La forma de \mathcal{H}' es calculada en [56]. El término efectivo resulta ser:

$$\mathcal{H}' = \sqrt{2}G_F N_e, \quad (2.37)$$

siendo N_e la densidad electrónica del medio. Cabe añadir que este término representa una dispersión coherente frontal. Los términos incoherentes, en donde la dispersión no es elástica, presentan una atenuación despreciable del flujo de neutrinos. La ecuación de evolución efectiva para el caso de neutrinos atravezando la materia es:

$$i \frac{d\nu_\alpha(t)}{dx} = \sum_\beta \frac{1}{2E_\nu} \left[U \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^\dagger + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\alpha\beta} \nu_\beta, \quad (2.38)$$

donde $A = 2\sqrt{2}G_F N_e E_\nu$. La solución de esta ecuación va a está limitada por la dependencia de N_e en la materia, siendo en la mayoría de casos imposible de resolver analíticamente. No obstante, es posible recurrir a métodos numéricos para poder obtener valores de probabilidad.

2.3. Valores Observados de Parámetros de Oscilación

Un análisis global [57], considerando la información de todos los experimentos realizados, ha determinado límites para los parámetros de oscilación de neutrinos. Con respecto a los ángulos de mezcla, el conjunto de parámetros favorecidos es:

$$\begin{aligned} 0.29 &\leq \tan^2 \theta_{12} \leq 0.64 \\ 0.49 &\leq \tan^2 \theta_{23} \leq 2.2 \\ \sin^2 \theta_{13} &\leq 0.054, \end{aligned} \quad (2.39)$$

a un nivel de confianza de 3σ . Cabe resaltar que ningún experimento ha sido sensible a la fase de violación CP, δ , por lo cual no se tiene información sobre ella.

Por el lado de las diferencias cuadradas de masa, los parámetros que describen las oscilaciones observadas son, al mismo nivel de confianza:

$$\begin{aligned} 5.2 \times 10^{-5} &\leq \frac{\Delta m_{21}^2}{\text{eV}^2} \leq 9.8 \times 10^{-5} \\ 1.4 \times 10^{-3} &\leq \frac{|\Delta m_{32}^2|}{\text{eV}^2} \leq 3.4 \times 10^{-3} \end{aligned} \quad (2.40)$$

donde el signo de Δm_{21}^2 ha sido determinado al comparar el flujo de neutrinos considerando efectos de materia (efecto MSW). Cabe resaltar que este análisis no considera como válido el resultado de *LSND*.

En este trabajo, a menos que sea especificado lo contrario, usaremos los siguientes valores para los parámetros de oscilación:

$$\begin{aligned} \sin^2 2\theta_{12} &= 0.8 \\ \sin^2 2\theta_{23} &= 1 \\ \sin^2 2\theta_{13} &= 0.1 \\ \Delta m_{21}^2 &= 8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2 \\ \Delta m_{31}^2 &= 2.2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \\ \delta &= 0^\circ. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Capítulo 3

Estudio de Fábricas de Neutrinos

La determinación de los parámetros de oscilación se realiza a través de la medición del número de eventos. Este observable representa a la probabilidad de transición convoluída con los factores experimentales presentes. La necesidad de predecir adecuadamente estas observaciones experimentales motivan la simulación de experimentos que puedan medir los números de eventos de los canales considerados en el análisis teórico. La simulación experimental de este trabajo será dentro del contexto de las fábricas de neutrinos [45].

Los haces producidos en una fábrica de neutrinos son producidos a partir del decaimiento de un haz de muones, mediante el proceso:



por lo cual estos experimentos van a tener el potencial de observar los siguientes canales de oscilación:

$$\begin{aligned}\nu_e &\rightarrow \{\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau\} \\ \nu_\mu &\rightarrow \{\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau\} \\ \bar{\nu}_e &\rightarrow \{\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau\} \\ \bar{\nu}_\mu &\rightarrow \{\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau\}.\end{aligned}\tag{3.2}$$

Los haces de neutrinos generados a través del decaimiento del muón tienen muchas ventajas en contraste con haces producidos de otras fuentes. Una ventaja inicial radica en que este decaimiento es leptónico, por lo cual puede ser descrito exactamente mediante diagramas de Feynman. Esto permite que el flujo de neutrinos sea simulado con gran precisión. Como comparación, los experimentos actuales utilizan el decaimiento

del mesón π^+ como fuente de neutrinos, necesitando ser descrito utilizando una función de distribución de quarks. De esta manera, en la descripción del flujo entra una distribución estadística cuya forma exacta es imposible describir.

Una ventaja bastante particular radica en que el decaimiento del muón es un decaimiento puro, es decir, es el único proceso mediante el cual el muón puede decaer. Como comparación, si se considera el decaimiento del π^+ , esta partícula decae en μ^+ y en ν_μ el 99.99 % de las veces. No obstante, existe una probabilidad del 0.01 % con la cual el π^+ puede decaer en e^+ y ν_e . A pesar de que la proporción de ν_e es bastante pequeña, la aleatoriedad de su producción es suficiente para contaminar el haz producido y generar una fuente de error adicional. En experimentos actuales, la contaminación llega a ser de orden 1 %.

Finalmente, el decaimiento del muón destaca por producir neutrinos y antineutrinos en cantidades iguales a partir de un mismo flujo. Esta ventaja es importante, ya que la comparación entre flujos de neutrinos y antineutrinos ayuda a determinar la fase de violación CP, δ .

Estudios sobre fábricas de neutrinos han sido realizados en una gran cantidad de trabajos, en los cuales se han considerado detectores distintos [58, 59], distancias distintas [60, 61, 62], así como combinaciones con experimentos anteriores [63].

Un análisis detallado sobre la simulación de número de eventos puede encontrarse en [64], el cual se concentra en la medición del canal $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, así como oscilaciones de $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$. En [59, 65] se describe la medición del canal $\nu_{e,\mu} \rightarrow \nu_\tau$ en el mismo contexto, usando un detector distinto. Información sobre la detección de $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ se encuentra en [66]. Finalmente, en [67] se realiza un análisis sobre la configuración óptima para la medición de ángulos de mezcla.

La expresión para el cálculo de número de eventos, presentada en [64], considera el error debido a la resolución energética del experimento. Esta expresión representa un método global para la detección de neutrinos en cualquier canal de oscilación, y será la base de la simulación. La fórmula para simular la tasa de eventos diferencial correspondiente al canal $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$, detectado mediante la interacción ς , es:

$$\frac{dn_{\nu_\beta}^\varsigma}{dE'_\nu} = N \int \left[\underbrace{dE_\nu \phi_{\nu_\alpha}(E_\nu)}_{\text{Producción}} \underbrace{P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(E_\nu)}_{\text{Propagación}} \underbrace{\sigma_{\nu_\beta}^\varsigma(E_\nu) R_{\nu_\beta}(E_\nu, E'_\nu) \epsilon_{\nu_\beta}^\varsigma(E'_\nu)}_{\text{Detección}} \right] \quad (3.3)$$

En esta expresión denotamos por $n_{\nu_\beta}^\varsigma$ al número de eventos donde se detecta un ν_β a partir de la interacción ς , E_ν a la energía del neutrino y E'_ν a la energía reconstruída

del neutrino luego de la detección. Asimismo, ϕ_{ν_α} es el flujo de neutrinos en el auto-estado de sabor ν_α , $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}$ es la probabilidad de oscilación entre ν_α y ν_β , y $\sigma_{\nu_\beta}^\zeta$ es la sección de choque entre un ν_β y una partícula del detector a través de la interacción ζ , pudiendo ser esta una interacción de corriente cargada (*CC*) o corriente neutra (*NC*). La simulación del detector incluye la resolución energética R_{ν_β} y la eficiencia $\epsilon_{\nu_\beta}^\zeta$. Finalmente, N es una constante de normalización.

Los canales de interés en este trabajo son $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ y $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$, asumiendo el decaimiento de μ^+ (los canales conjugados se tomarán en cuenta implícitamente). La elección de canales se debe a la buena caracterización existente de detectores de ν_μ y ν_τ , proveniente de los experimentos de *MINOS* [32] y *OPERA* [33] respectivamente.

El número de eventos correspondiente a los tres canales será obtenido usando (3.3), tomando la información presentada en [64] para los dos primeros canales, y en [59] para el último. La fórmula (3.3) será utilizada también para calcular el ruido de fondo (*background*), generado por la incorrecta medición de otros canales de oscilación, representando ϵ en este caso a la incapacidad de discriminar los eventos de *background* de los eventos de interés.

En este Capítulo se describirán todos los términos que participan en la generación del número de eventos, usando principalmente la información en [58, 59, 64]. Detalles concernientes a la simulación de fábricas de neutrinos fueron presentados en [68, 69, 70], y publicados en [71].

3.1. Producción de Neutrinos

Para discutir la producción de neutrinos es necesario estudiar el decaimiento del muón, el cual es tratado en varios libros elementales de física de partículas [72, 73, 74]. Como fue mencionado anteriormente, la ventaja del flujo de las fábricas de neutrinos radica en que es posible usar estas expresiones sencillas directamente en las simulaciones.

El espectro energético de los neutrinos emitidos debido a este decaimiento se calcula con respecto al centro de masa del sistema en [74]. El flujo $\phi_{\nu_\alpha} = dN_{\nu_\alpha}/dE_\nu$, donde N_{ν_α} es el número de neutrinos emitidos, se obtiene de:

$$\frac{d^2 N_{\nu_e}}{dx d\Omega} = \frac{n_\mu}{(4\pi L)^2} [12x^2(1-x)] \quad (3.4a)$$

$$\frac{d^2 N_{\bar{\nu}_\mu}}{dx d\Omega} = \frac{n_\mu}{(4\pi L)^2} [2x^2(3-2x)] \quad (3.4b)$$

donde $x = 2E_\nu/m_\mu$, m_μ es la masa del muón, n_μ es el número total de muones que decaen y L es la distancia entre la fuente y el detector. Cabe resaltar que en este caso se ha considerado un haz de neutrinos no polarizado.

En [75] se demuestra que un *boost* puede llevar esta expresión en el sistema centro de masa al sistema laboratorio, obteniendo expresiones en función de los parámetros β , γ del *boost*, así como del ángulo φ , que es el ángulo entre la dirección del detector y la dirección del mismo *boost*. Para flujos no polarizados, $\beta \approx 1$ y φ pequeño, se pierde la dependencia angular en la expresión final del flujo.

Para considerar los efectos de la divergencia del haz de muones sobre el haz de neutrinos, en [58] se realiza este *boost* tomando φ pequeño, pero permitiendo mayores desviaciones alrededor de $\varphi = 0^\circ$. Las fórmulas en el sistema laboratorio vienen a ser:

$$\frac{d^2 N_{\nu_e}}{dyd\Omega} = \frac{24n_\mu}{\pi L^2 m_\mu^6} E_\mu^4 y^2 (1 - \beta \cos \varphi) [m_\mu^2 - 2E_\mu^2 y (1 - \beta \cos \varphi)] \quad (3.5a)$$

$$\frac{d^2 N_{\bar{\nu}_\mu}}{dyd\Omega} = \frac{4n_\mu}{\pi L^2 m_\mu^6} E_\mu^4 y^2 (1 - \beta \cos \varphi) [3m_\mu^2 - 4E_\mu^2 y (1 - \beta \cos \varphi)] \quad (3.5b)$$

donde $\beta = \sqrt{1 - m_\mu^2/E_\mu^2}$, $y = E_\nu/E_\mu$ y E_μ es la energía del muón que decae en el sistema laboratorio. Si en esta expresión se toma $\beta \approx 1$ y $\varphi \rightarrow 0^\circ$, se obtiene la forma descrita en [75].

Con el fin de limitar la dispersión del haz de neutrinos debida a la divergencia del haz de muones, estas fórmulas serán integradas bajo una distribución gaussiana, centrada en $\varphi = 0^\circ$ y con una divergencia constante. En [76] se muestra que esta divergencia debe ser menor a $1/5\gamma$ para mantener las pérdidas menores al 10%. Para un haz de muones de 50 GeV, considerando que $\gamma = E_\mu/m_\mu$, esto equivale aproximadamente a 0.4 mr. En este trabajo se toma una divergencia igual a 0.1 mr.

El flujo de neutrinos en el sistema laboratorio es mostrado en la Figura 3.1, donde se toman 10^{20} muones de 50 GeV decayendo anualmente de una fuente a 3000 km del detector. El flujo correspondiente para antineutrinos es idéntico.

Luego de la producción de los neutrinos, la probabilidad de transición se obtiene al resolver la ecuación (2.38) numéricamente para la configuración experimental correspondiente, tomando los parámetros de oscilación evaluados. El potencial de materia es tomado directamente del PREM [77].

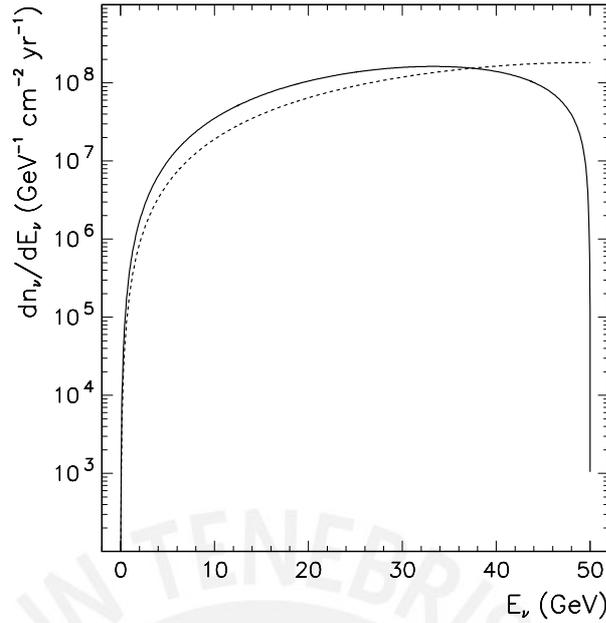


Figura 3.1: Flujo anual esperado de neutrinos a una distancia de 3000 km de la fuente, producto del decaimiento de 10^{20} muones por año. Se considera que los muones que decaen tienen una energía de 50 GeV. Las curvas sólidas (discontinuas) corresponden a ν_e ($\bar{\nu}_\mu$).

3.2. Detección de Neutrinos

La detección de los neutrinos está conformada por tres partes. La primera parte de la detección está compuesta por una serie de ‘blancos’ con los cuales el neutrino podrá interactuar. Luego de esta interacción se producirá una partícula secundaria, que podrá ser medida con instrumentos externos.

La interacción del neutrino con los blancos es descrita por la sección de choque, $\sigma_{\nu\beta}^S$. En este caso, debido a la alta energía del neutrino, las interacciones de corriente cargada consideradas se deben a la dispersión inelástica ‘profunda’ neutrino-nucleón:



donde N y X son núcleos diferentes.

La sección de choque para los sabores de neutrino de interés se muestran en la Figura 3.2. Es importante notar el límite inferior para ν_τ en 4 GeV, bajo el cual el neutrino no puede interactuar por corriente cargada al no tener suficiente energía para producir un τ . En la Figura 3.3 se muestra la sección de choque correspondiente a interacciones

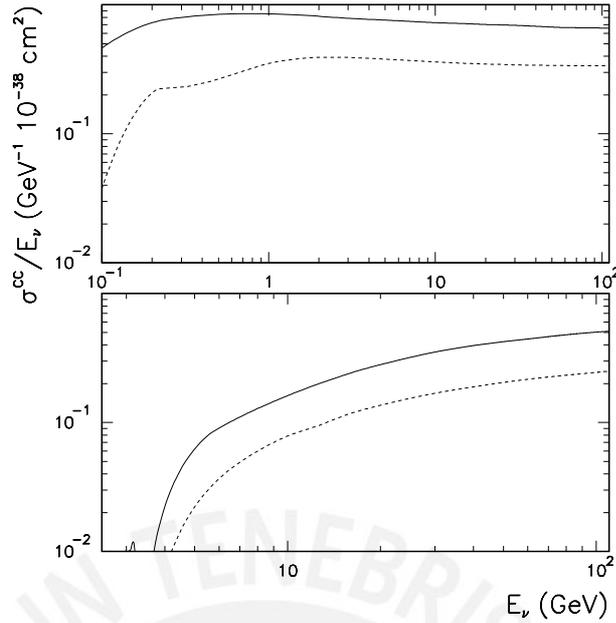


Figura 3.2: Sección de choque de neutrinos (curva sólida) y antineutrinos (curva discontinua), para ν_μ (arriba) y ν_τ (abajo), debido a interacción de corriente cargada a través de dispersión inelástica ‘profunda’.

de corriente neutra. Este tipo de interacción es independiente del sabor del neutrino, y será de interés en el momento de estudiar el *background*. Las secciones de choque mostradas en las Figuras 3.2 y 3.3 son simuladas a partir de los datos en [78].

Luego de la interacción neutrino-nucleón y la producción de partículas secundarias, se procede a detectar dichas partículas, y a partir de esta detección se reconstruye la energía inicial del neutrino. La capacidad de reproducir correctamente la energía del neutrino es descrita por la resolución energética, $R_{\nu\beta}$, la cual depende de la energía real E_ν y la energía reconstruida E'_ν . Se modela esta resolución como una distribución gaussiana, con una desviación dependiente del canal por medir. Por ello, dada una energía E_ν , la probabilidad de asignarle una energía E'_ν viene dada por:

$$R_{\nu\beta}(E_\nu, E'_\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda_{\nu\beta}^2}} \exp\left[-\frac{(E_\nu - E'_\nu)^2}{2\lambda_{\nu\beta}^2}\right] \quad (3.7)$$

donde $\lambda_{\nu\beta}$ es la resolución energética efectiva, dependiente del detector usado.

Finalmente, la eficiencia $\epsilon_{\nu\beta}^S$ nos indica la proporción de neutrinos interactuantes que son tomados en cuenta en el análisis. El valor de la eficiencia no refleja ninguna incapacidad en realizar la medición de un evento, sino más bien es el resultado de una serie de cortes que buscar eliminar el *background*. Ya que para realizar estos cortes es

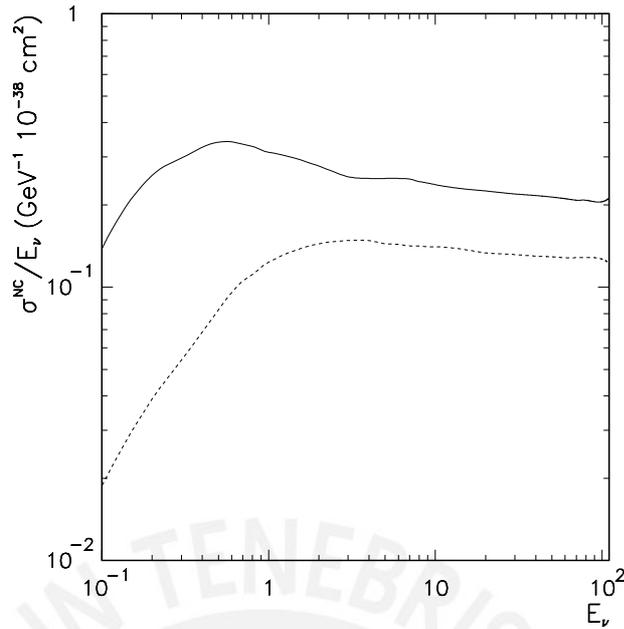


Figura 3.3: Sección de choque de neutrinos (curva sólida) y antineutrinos (curva discontinua), debido a interacción de corriente neutra a través de dispersión inelástica ‘profunda’. El valor de la sección de choque es independiente del sabor.

necesario haber reconstruido la energía del neutrino, la eficiencia dependerá de E'_ν .

La especificación de λ_{ν_β} y $\epsilon_{\nu_\beta}^\xi$ identifica al detector usado. Los neutrinos provenientes de los canales $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ y $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ producen μ s al interactuar con los nucleones, por lo cual se usará el mismo detector para ambos canales. Por otro lado, el canal $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ utiliza un método diferente para detectar los τ s producidos por la interacción con los nucleones, por lo cual el detector de este canal será tomado independientemente.

3.2.1. Detección de ν_μ

La simulación del detector de ν_μ se basa en [64], que es a la vez resultado de un análisis del detector del experimento *MINOS* [32]. El detector modelado es un calorímetro de hierro magnetizado, cuya descripción se puede hallar en [58]. Las partículas secundarias en este caso son los μ producidos luego de interacciones de corriente cargada.

El valor de la resolución energética efectiva es tomado de [64]:

$$\lambda_{\nu_\mu} = 0.15 \times E_\nu, \quad (3.8)$$

que representa un ajuste lineal de los datos de resolución de *MINOS* al detectar hadro-

Channel	$\kappa_{\nu\beta}^{CC}$
$\nu_e \rightarrow \nu_\mu$	0.35
$\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	0.45
$\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$	0.45
$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	0.35

Cuadro 3.1: Factores de normalización para la eficiencia en la detección de muones.

nes y muones. En el momento de realizar el análisis de los datos, λ_{ν_μ} tendrá un valor mínimo determinado por el tamaño de los *bins* de energía.

Por otro lado, el valor de la eficiencia presentado en [64] representa una serie de cortes que buscan minimizar el *background* sin descartar demasiados eventos. Al considerar más importante el tener un número de eventos alto que eliminar completamente el *background*, el resultado es una reducción no drástica de este último, con la compensación de un mayor valor de eficiencia. El resultado es una eficiencia dependiente de la energía reconstruida, con un corte inferior en 4 GeV, bajo el cual el *background* sería apreciable. El valor de $\epsilon_{\nu\beta}^{CC}$, en función de E'_ν , viene descrito por:

$$\epsilon_{\nu\beta}^{CC} = \begin{cases} \frac{\kappa_{\nu\beta}^{CC}}{4} \left(\frac{E'_\nu}{4} - 1 \right) & E'_\nu \leq 20 \text{ GeV} \\ \kappa_{\nu\beta}^{CC} & E'_\nu > 20 \text{ GeV} \end{cases}, \quad (3.9)$$

donde $\kappa_{\nu\beta}^{CC}$ es un factor de normalización que depende del canal analizado, y se muestra en el Cuadro 3.1 para los casos de interés. La dependencia con respecto a E'_ν se muestra en la Figura 3.4. Es importante añadir que las funciones descritas en (3.9) cumplen con el corte exigido en 4 GeV, y se aproximan a la eficiencia escalonada mostrada en [58].

El *background* correspondiente a estos canales es descrito en [58, 64]. Al interactuar un neutrino con un nucleón se produce una serie de *jets* hadrónicos, que pueden decaer en pares $\mu, \bar{\nu}_\mu$. Los muones producidos en los *jets* son la causa de las mediciones incorrectas.

En el caso del canal $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, las fuentes de error provienen del canal $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$. Cierta contribución al *background* se debe a la interacción de este canal por corriente cargada, en la cual el μ^+ producido no se separa del *jet* lo suficiente como para ser distinguido, mientras un μ^- proveniente de este sí lo hace, siendo detectado como verdadera partícula secundaria. Por otro lado, las interacciones de corriente neutra del canal $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x$ también pueden producir un *background* similar, a través de la emisión de un μ^- por el *jet*.

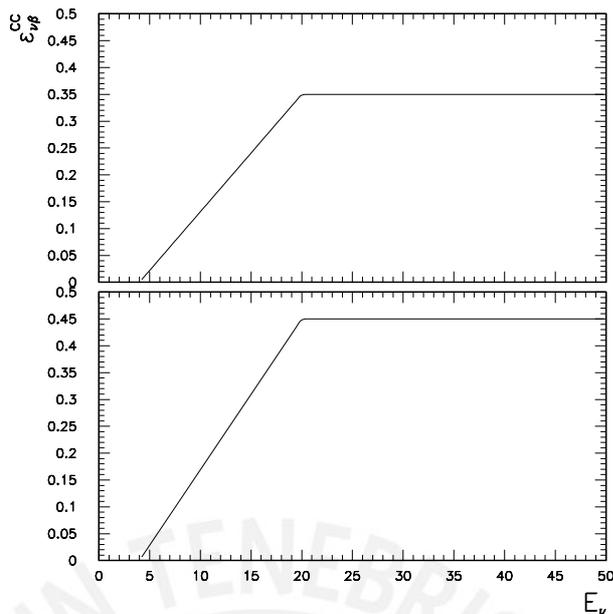


Figura 3.4: Dependencia de $\epsilon_{\nu\beta}^{CC}$ con respecto a E'_ν , para los canales $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ y $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ (arriba) y $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ y $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ (abajo).

El *background* respectivo del canal $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ es compuesto sólo por interacciones de corriente neutra $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x$. Sería posible considerar al canal de corriente cargada $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, pero la cantidad de eventos en este canal no será lo suficientemente grande como para representar una fuente significativa de *background*.

El cálculo del *background* se realiza mediante la fórmula maestra (3.3), reemplazando $\epsilon_{\nu\beta}^S$ por un nivel que refleja la severidad del mismo *background*. El valor de estos niveles es tomado de [64]. En el Cuadro 3.2 se muestra un resumen de todas las fuentes de *background*, con los niveles respectivos.

Señal	Fuente de <i>Background</i>	ς	Descripción	Nivel
$\nu_e \rightarrow \nu_\mu$	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x$	NC	μ^- falsos del decaimiento de π^-, K^-	5×10^{-6}
	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	CC	μ^- falsos del decaimiento hadrónico y μ^+ no detectado	5×10^{-6}
$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x$	NC	μ^+ falsos del decaimiento de π^+, K^+	1×10^{-5}

Cuadro 3.2: Niveles de *background* para los canales de oscilación detectados por un calorímetro de hierro magnetizado. Los mismos niveles son considerados para las antipartículas.

3.2.2. Detección de ν_τ

Al interactuar un ν_τ a través de corriente cargada, la partícula secundaria resultante es un τ . La detección de esta partícula se realiza actualmente a través de la observación de su decaimiento, en particular, en el decaimiento en pares μ^- , $\bar{\nu}_\mu$. En el caso del calorímetro de hierro magnetizado, es imposible distinguir los eventos debido al decaimiento de ν_τ de aquellos correspondientes a su principal fuente de *background*, el decaimiento de mesones con el quark charm. En [65] se recomienda usar un detector diferente, sugiriendo un detector de emulsiones en plomo, tal como se usará en el experimento *OPERA* [33]. En [59] es posible encontrar una descripción de dicho detector.

En esta Sección se considera la detección de ν_τ a través de la detección de los μ generados por el decaimiento del τ , producido a la vez por interacciones de corriente cargada entre el ν_τ y los nucleones del detector. Las otras posibles formas de decaimiento no serán analizadas, pero pueden encontrarse en [33].

La resolución energética efectiva es tomada de [59], siendo igual a:

$$\lambda_{\nu_\tau} = 0.20 \times E_\nu, \quad (3.10)$$

conforme a los datos de *OPERA*.

A pesar de que en [59] no se muestra una función de la eficiencia con respecto a la energía reconstruida, en este trabajo se usa el número de eventos obtenidos en sus simulaciones para reproducir una eficiencia lineal. La expresión obtenida es normalizada para que represente una eficiencia global menor al 5 % reportado en [33]:

$$\epsilon_{\nu_\tau}^{CC} = 6.69 \times 10^{-4} (E'_\nu + 20.86) \quad (3.11)$$

donde se considera que la eficiencia en la detección de ν_τ es igual que para la detección de $\bar{\nu}_\tau$. La dependencia de $\epsilon_{\nu_\tau}^{CC}$ con respecto a E'_ν se muestra en la Figura 3.5.

Los *backgrounds* correspondientes a este canal son tomados directamente de [59]. A pesar de existir una gran cantidad de fuentes de *background*, se considerarán las tres fuentes más significativas.

De la misma forma que el calorímetro de hierro magnetizado, el detector de emulsiones en plomo registra *jets* hadrónicos producidos por la interacción de neutrinos con nucleones. Una fuente importante de *background* ocurre a partir del decaimiento

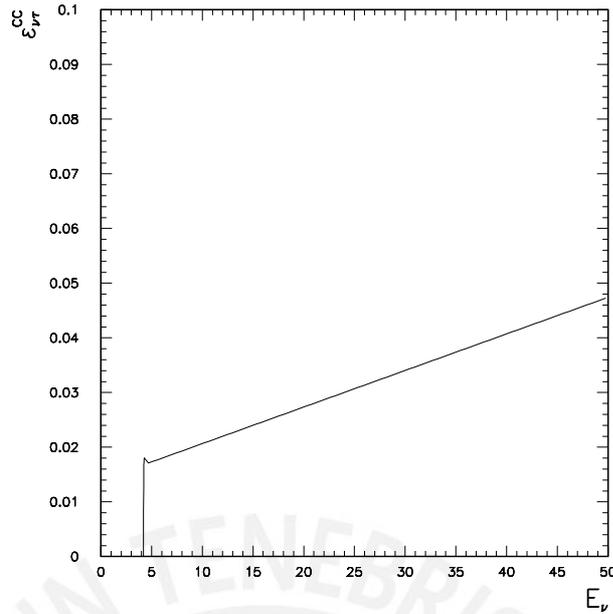


Figura 3.5: Dependencia de $\epsilon_{\nu\beta}^{CC}$ con respecto a E'_ν , para los canales $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ y $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$.

de mesones con el quark charm, justamente aquel decaimiento que impide el uso del calorímetro. Afortunadamente, la eliminación de estos mesones es controlada adecuadamente en este detector. A pesar de que la aparición de los mesones se da para todo canal de oscilación, la contribución más importante ocurre para el canal $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$.

La mayor fuente de error proviene del canal $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\tau$. La medición de la carga eléctrica del muón final es más proclive a ser errónea que en el caso del calorímetro.

Los hadrones provenientes de interacciones de corriente neutra pueden producir muones, tal como fue descrito en el caso del calorímetro. En este caso, un muón proveniente del decaimiento de un hadrón puede ser confundido como uno proveniente del decaimiento de un tau, siempre y cuando sea suficientemente energético. Esta será la última fuente de *background* considerada para este canal.

El valor de los niveles de *background* es tomado de [59]. En el Cuadro 3.3 se muestra un resumen de todas las fuentes de *background* para este canal, con los niveles respectivos.

Señal	Fuente de <i>Background</i>	ζ	Descripción	Nivel
$\nu_e \rightarrow \nu_\tau$	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	CC	Producción inducida de charm	3.7×10^{-6}
	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\tau$	CC	Identificación incorrecta de carga	1.8×10^{-4}
	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x$	NC	Identificación hadrónica incorrecta	1×10^{-6}

Cuadro 3.3: Niveles de *background* para los canales de oscilación detectados por un detector de emulsiones en plomo. Los mismos niveles son considerados para las anti-partículas.

3.3. Configuración Experimental

La energía del muón E_μ es importante en la definición del flujo inicial. A partir de ella se obtiene la energía máxima del neutrino E_ν , y, al observar los flujos (3.5), se puede apreciar que estos son mayores mientras mayor sea E_μ . Por ello es común tomar $E_\mu = 50$ GeV, que es el máximo valor de energía que los estudios actuales indican que se podría producir [79]. En las tablas presentadas en el próximo capítulo se utiliza dicha energía.

De acuerdo con los estudios en [67], una buena sensibilidad en la medición de parámetros de oscilación es obtenida al combinar dos distancias, una a $L = 3000$ km y otra a $L = 7250$ km. Otra distancia popular en la literatura es $L = 732$ km donde, a pesar que los efectos de materia son menores, la dispersión del haz es también menor, por lo cual el número de eventos aumenta. En la simulación experimental sólo se presentarán resultados para $L = 3000$ km.

La cantidad de muones que decaen es importante en la determinación del flujo. En los trabajos actuales se considera que es factible producir entre 1×10^{20} y 5×10^{20} muones útiles por año [64]. En este trabajo se presentarán resultados asumiendo 2.5×10^{20} neutrinos útiles por año, teniendo el experimento una duración de diez años, cinco años utilizando el decaimiento de μ^+ y cinco años utilizando el decaimiento de μ^- .

La masa de los detectores da una medida de la cantidad de nucleones con los cuales los neutrinos podrán interactuar. La masa considerada usualmente para el calorímetro magnetizado de hierro es de 50 kT [58], mientras que la masa del detector de emulsiones en plomo es de 5 kT [59]. Estos factores se ingresan dentro de la constante de normalización:

$$N = M_d \times 10^9 \times N_A \quad (3.12)$$

donde M_d es la masa del detector en kilotones y N_A es el número de Avogadro, teniendo entonces la cantidad total de nucleones presentes en el detector.

Capítulo 4

Simulación de Fábricas de Neutrinos

4.1. Estructura del Programa

En esta sección se describirá el algoritmo del programa, mostrado en la Figura 4.1. El código del programa, que se ha denominado NuFactSim, se encuentra en la versión electrónica de este trabajo.

El archivo `nufactsim.F` contiene el código principal del programa. El programa empieza llamando a las subrutinas `configur.F` y `paramr.F`, en donde se definen la configuración experimental y los parámetros de oscilación respectivamente.

La subrutina `configur.F` lee el archivo de inicialización `configur.in`, en el cual el usuario puede definir hasta seis configuraciones experimentales diferentes. Asimismo, la subrutina `paramr.F` lee el archivo de inicialización `param.in`, donde los parámetros de oscilación de neutrinos son definidos. Más detalles sobre archivos de inicialización se pueden hallar más adelante.

Luego de la definición de las variables, el programa empieza el cálculo de número de eventos a través del método gaussiano de integración. Para inicializar dicha integral, se usa la subrutina `width.F`, que a la vez requiere de `dgset.F`, esta última disponible en la biblioteca del CERN [80].

La integración se realiza en la subrutina `neventos.F`. Lo primero que esta hace es cargar la información sobre el background en la detección de ν_μ y ν_τ , definida en las subrutinas `backlevu.F` y `backlevt.F`, respectivamente.

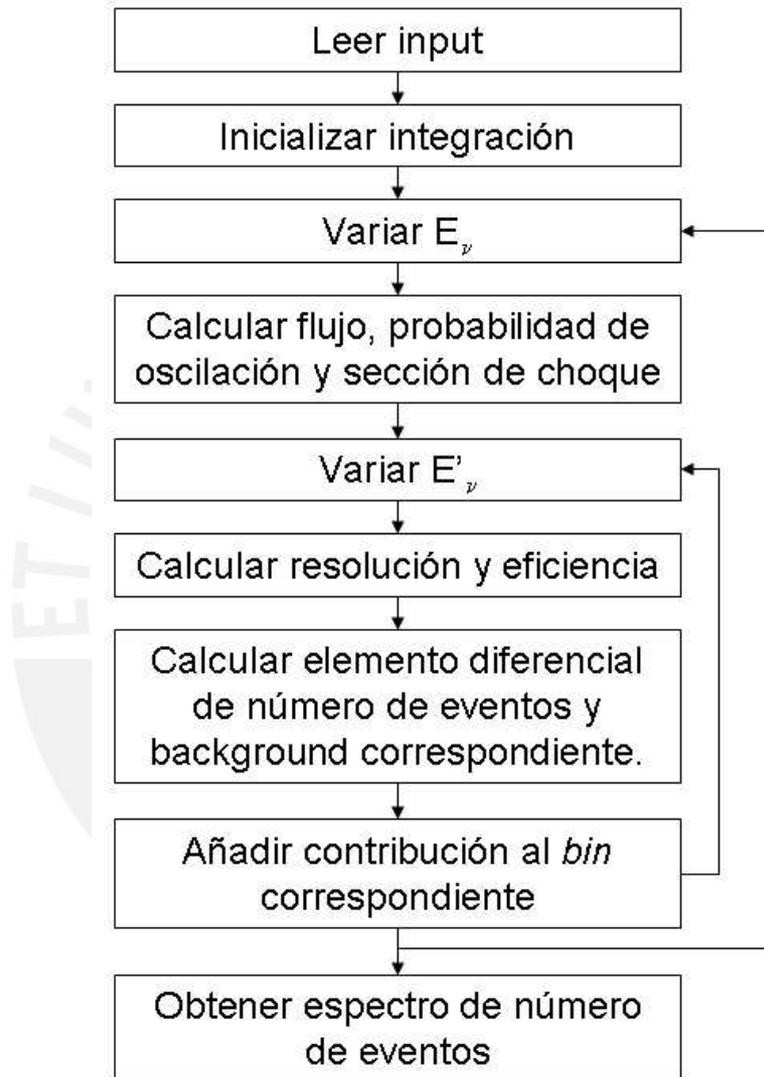


Figura 4.1: Algoritmo que genera espectro de número de eventos en una fábrica de neutrinos, para una configuración experimental.

La integral empieza realizando la variación de E_ν , y calculando todas las variables que dependan de ella: el flujo inicial (a partir de las funciones `fluje.F` y `flujmu.F`), la probabilidad de oscilación (`probcalm.F`), la sección de choque (`dsig.F`) y la resolución energética efectiva.

La subrutina `probcalm.F` resuelve numéricamente la ecuación (2.38). Esta está definida en `prob_3g.F`, con el potencial de materia calculado con `dens.F`. La resolución de dicha ecuación se hace llamando la subrutina `ddeqmr.F`, obtenida en [80].

Por otro lado, la subrutina `dsig.F` depende enteramente de funciones separadas que se encargan de calcular las secciones de choque de neutrinos y antineutrinos para interacciones con corrientes cargadas y neutras. Para interacciones cargadas con neutrinos, las funciones `dsigcc_elnoe.F`, `dsigcc_munoe.F` y `dsigcc_tauboe.F` calculan las secciones de choque de ν_e , ν_μ y ν_τ respectivamente. Para antineutrinos, se usan `dsigcc_aelnoe.F`, `dsigcc_amunoe.F` y `dsigcc_atauboe.F`. Finalmente, para el cálculo de corrientes neutras, se usan las funciones `dsignc_nu.F` y `dsignc_anu.F`, para neutrinos y antineutrinos, respectivamente.

La variación en E_ν incluye la evaluación sobre todos los valores de E'_ν . Para cada valor de E'_ν se determina la eficiencia y la resolución. El cálculo de la eficiencia se realiza mediante las funciones `effuc.F` y `efftc.F`, para ν_μ y ν_τ respectivamente.

Los datos se distribuyen en intervalos de energía, llamados *bins*, basados en E'_ν . Los bins para los canales $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ y $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ han sido tomados de [64]. Se toman 20 bins de ancho igual a 2.3 GeV, desde $E'_\nu = 4$ GeV hasta $E'_\nu = 50$ GeV. Por otro lado, los bins para el canal $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ se han tomado de [59], siendo un total de 4 bins con ancho igual a 14, 11, 13 y 8 GeV, respectivamente, para el mismo intervalo de energía.

La distribución en bins para los canales $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ y $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ está definida en las subrutinas `binsu.F`, `binst.F` y `binsr.F`, respectivamente.

Una vez concluido el proceso de cálculo, se procede a escribir la distribución de eventos en archivos `nudatai.out`, donde $i = 1, N$, siendo N el número total de configuraciones. Cada archivo muestra el espectro de eventos para los canales $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ y $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$, en dicho orden. La configuración experimental y los parámetros de oscilación usados son escritos al final del archivo.

4.2. Archivos de Inicialización

El programa depende de los archivos `configur.in` y `param.in`, los cuales deben encontrarse en el mismo directorio en el cual se ejecuta el programa. Si alguno de ellos no lo está, el programa usa un conjunto de datos por defecto correspondiente a dicho archivo. La configuración experimental por defecto es idéntica a la del archivo `configur.in.defaults`, mientras que los parámetros de oscilación por defecto son idénticos a aquellos en `param.in.defaults`. Ambos archivos se encuentran en la versión electrónica de este trabajo.

El archivo `configur.in` debe tener la siguiente estructura, en líneas:

1. Línea auxiliar, ignorada por el programa. Se puede utilizar para describir brevemente el conjunto de configuraciones experimentales.
2. N , número de configuraciones experimentales por usar, seis como máximo.
- $3_1 \dots 3_N$. Indica decaimiento de μ^+ o μ^- , lo cual provocará un flujo de $\nu_e \bar{\nu}_\mu$ y $\bar{\nu}_e \nu_\mu$, respectivamente. Debe haber una línea por configuración experimental, con el valor `.true.` si el flujo se debe al decaimiento de μ^+ , o `.false.` si se debe al decaimiento de μ^- .
- $4_1, 5_1 \dots 4_N, 5_N$. Distancia L entre la fuente y el detector de neutrinos, en kilómetros. Deben haber dos líneas por configuración, donde la línea 4_i corresponde a la distancia del detector de ν_μ , mientras que 5_i corresponde a la del detector de ν_τ . Ambas deben ser contiguas.
- $6_1 \dots 6_N$. Energía del muón, E_μ , en GeV. Debe haber una línea por configuración experimental.
- $7_1 \dots 7_N$. Número útil de muones que decaen por año, n_μ , en unidades de 10^{20} . Debe haber una línea por configuración experimental.
- $8_1 \dots 8_N$. Duración del experimento, n_y , en años. Debe haber una línea por configuración experimental.
- $9_1, 10_1 \dots 9_N, 10_N$. Masa de los detectores de neutrinos, M_d , en kilotonnes. Deben haber dos líneas por configuración, donde la línea 9_i corresponde a la masa del detector de ν_μ , mientras que 10_i corresponde a la del detector de ν_τ . Ambas deben ser contiguas.

La información de la fila **2** será relevante en las oscilaciones incluso cuando el parámetro δ sea igual a cero, ya que los efectos de materia difieren para neutrinos y antineutrinos. Asimismo, la información de las filas **4** a **6** es crucial en la determinación de la fase de la oscilación. Por otro lado, las filas **7** a **10** determinarán la constante de normalización del experimento, que afecta directamente su luminosidad.

El archivo `param.in` debe tener la siguiente estructura, en líneas:

1. Línea auxiliar, ignorada por el programa. Se puede utilizar para describir brevemente el conjunto de parámetros.
2. Δm_{21}^2 , en eV^2 .
3. Δm_{31}^2 , en eV^2 .
4. $\sin \theta_{12}$.
5. $\sin \theta_{23}$.
6. $\sin \theta_{13}$.
7. δ , en grados sexagesimales.

4.2.1. Ejemplos

El archivo `configur.in.minimal` muestra los datos para una sola configuración:

```
!Experimental Configuration Input
1      !Total number of experiments (max=6)
.true. !Mu+ Decay? (false for Mu-)
3000.d0 !Baseline nue_numu
3000.d0 !Baseline nue_nutau
50.d0  !Muon energy
2.5d0  !Useful muons
5.d0   !Years
50.d0  !Muon detector mass
5.d0   !Tau detector mass
```

El archivo `configur.in.defaults` muestra los datos que se cargan por defecto, correspondientes a 6 configuraciones. En este caso, los números impares corresponden a haces de neutrinos, mientras que los pares son de antineutrinos. Las primeras cuatro

configuraciones estan relacionadas con la resolución del problema de degeneraciones en la medición de parámetros de oscilación de neutrinos [71], mientras que las últimas dos coinciden con la configuración en [59]:

```

!Experimental Configuration Input
6      !Total number of experiments (max=6)
.true. !Mu+ Decay? (false for Mu-) 1
.false. !Mu+ Decay? (false for Mu-) 2
.true. !Mu+ Decay? (false for Mu-) 3
.false. !Mu+ Decay? (false for Mu-) 4
.true. !Mu+ Decay? (false for Mu-) 5
.false. !Mu+ Decay? (false for Mu-) 6
3000.d0 !Baseline nue_numu 1
3000.d0 !Baseline nue_nutau 1
3000.d0 !Baseline nue_numu 2
3000.d0 !Baseline nue_nutau 2
7250.d0 !Baseline nue_numu 3
7250.d0 !Baseline nue_nutau 3
7250.d0 !Baseline nue_numu 4
7250.d0 !Baseline nue_nutau 4
3000.d0 !Baseline nue_numu 5
732.d0 !Baseline nue_nutau 5
3000.d0 !Baseline nue_numu 6
732.d0 !Baseline nue_nutau 6
50.d0 !Muon energy 1
50.d0 !Muon energy 2
50.d0 !Muon energy 3
50.d0 !Muon energy 4
50.d0 !Muon energy 5
50.d0 !Muon energy 6
2.5d0 !Useful muons 1
2.5d0 !Useful muons 2
2.5d0 !Useful muons 3
2.5d0 !Useful muons 4
2.d0 !Useful muons 5
2.d0 !Useful muons 6
5.d0 !Years 1
5.d0 !Years 2
5.d0 !Years 3

```

```

5.d0 !Years 4
5.d0 !Years 5
5.d0 !Years 6
50.d0 !Muon detector mass 1
5.d0 !Tau detector mass 1
50.d0 !Muon detector mass 2
5.d0 !Tau detector mass 2
50.d0 !Muon detector mass 3
5.d0 !Tau detector mass 3
50.d0 !Muon detector mass 4
5.d0 !Tau detector mass 4
40.d0 !Muon detector mass 5
5.d0 !Tau detector mass 5
40.d0 !Muon detector mass 6
5.d0 !Tau detector mass 6

```

Finalmente, como ejemplo de la definición de parámetros de oscilación, se encuentra el archivo `param.in.defaults`, que muestra los parámetros de oscilación por defecto:

```

!Oscillation Parameter Definition
8.d-5 !delta m_21^2
2.2d-3 !delta m_31^2
0.53d0 !dsin(theta_12)
0.62d0 !dsin(theta_23)
0.16d0 !dsin(theta_13)
0.d0 !delta

```

4.3. Tablas de Número de Eventos

En esta sección se presentan los números de eventos generados por el simulador para varios juegos de parámetros. La configuración experimental usada corresponde a las dos primeras líneas del archivo `configur.in.defaults`. Los parámetros evaluados son los del archivo `param.in.defaults`, a menos que se indique lo contrario.

Para los canales $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ y $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ los parámetros variados son $\sin^2 2\theta_{13}$ y δ , ya que estos canales son muy sensibles a este juego de parámetros. La información para $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ y $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ es presentada en los Cuadros 4.1 y 4.2, respectivamente, mientras que para $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ y $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$ está en los Cuadros 4.3 y 4.4.

En mayor detalle, se observa que la variación de $\sin^2 2\theta_{13}$, de 0.1 a 0.01, produce un decremento en el número de eventos de $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ en aproximadamente un 80 % – 90 %. Por otro lado, en el canal $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ es difícil realizar semejante observación de forma confiable debido al bajo número de eventos. En el canal con partículas el decremento es de 85 % – 100 %, mientras que con antipartículas puede no haber decremento o llegar a ser del 100 %.

Por el lado de δ , la variación entre $\delta = 0^\circ$ y $\delta = 60^\circ$ generalmente produce un cambio en la segunda cifra significativa en todos los datos.

En contraste, el canal $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ no presenta gran sensibilidad en ninguno de ambos parámetros, por lo cual en este caso se varía $\sin^2 2\theta_{23}$, desde 0.95 hasta 1. Los resultados se presentan en el Cuadro 4.5, para partículas y antipartículas.

La variación en $\sin^2 2\theta_{23}$ en este canal no es tan drástica como lo es la variación de $\sin^2 2\theta_{13}$ para el canal $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$. No obstante, en los primeros diez bins se producen cambios en la segunda cifra significativa que, combinados con el alto número de eventos esperado, podrían brindar una muy buena estadística para la determinación precisa de $\sin^2 2\theta_{23}$. Los diez bins más energéticos muestran variaciones en la tercera cifra significativa, por ende siendo de menor importancia que los diez primeros.

N° de Bin	Número de Eventos $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$					
	$\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$		$\sin^2 2\theta_{13} = 0.05$		$\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$	
	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 60^\circ$	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 60^\circ$	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 60^\circ$
1	17	19	9	10	2	2
2	72	78	38	42	9	11
3	154	161	82	87	20	22
4	275	282	147	152	37	39
5	409	411	219	221	56	57
6	501	497	269	267	70	68
7	594	585	320	313	83	80
8	674	659	363	352	95	90
9	668	649	360	346	95	89
10	615	595	332	317	88	81
11	589	568	318	303	85	78
12	585	561	316	299	84	77
13	534	512	289	273	78	70
14	451	431	244	229	66	59
15	393	374	213	200	58	52
16	349	332	189	177	52	46
17	280	266	152	142	42	37
18	204	194	111	104	31	27
19	152	144	83	77	23	20
20	113	107	61	57	17	15

Cuadro 4.1: Número de eventos esperados en el canal $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, para distintos valores de θ_{13} y δ . Se usa $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ y $\sin^2 2\theta_{23} = 1$.

N° de Bin	Número de Eventos $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$					
	$\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$		$\sin^2 2\theta_{13} = 0.05$		$\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$	
	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 60^\circ$	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 60^\circ$	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 60^\circ$
1	7	7	3	3	0	0
2	14	15	7	7	1	1
3	16	17	8	9	2	2
4	5	5	2	2	0	0

Cuadro 4.2: Número de eventos esperados en el canal $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$, para distintos valores de θ_{13} y δ . Se usa $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ y $\sin^2 2\theta_{23} = 1$.

N° de Bin	Número de Eventos $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$					
	$\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$		$\sin^2 2\theta_{13} = 0.05$		$\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$	
	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 60^\circ$	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 60^\circ$	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 60^\circ$
1	2	1	1	0	0	0
2	12	8	6	4	1	0
3	34	26	18	12	5	2
4	76	60	41	30	11	6
5	131	106	71	53	20	12
6	177	147	96	74	27	17
7	227	190	123	97	34	23
8	272	231	148	119	41	28
9	283	242	153	125	43	30
10	270	233	147	120	41	29
11	266	231	145	120	41	30
12	271	236	148	123	42	31
13	254	221	138	116	40	30
14	218	191	119	100	35	26
15	193	170	106	89	31	24
16	174	153	96	81	29	22
17	142	125	78	66	24	18
18	105	93	58	49	18	14
19	79	70	44	37	14	11
20	59	52	33	28	11	8

Cuadro 4.3: Número de eventos esperados en el canal $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$, para distintos valores de θ_{13} y δ . Se usa $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ y $\sin^2 2\theta_{23} = 1$.

N° de Bin	Número de Eventos $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$					
	$\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$		$\sin^2 2\theta_{13} = 0.05$		$\sin^2 2\theta_{13} = 0.01$	
	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 60^\circ$	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 60^\circ$	$\delta = 0^\circ$	$\delta = 60^\circ$
1	2	2	1	1	0	0
2	5	6	3	3	1	1
3	7	8	4	5	2	2
4	2	2	1	1	1	2

Cuadro 4.4: Número de eventos esperados en el canal $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\tau$, para distintos valores de θ_{13} y δ . Se usa $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$ y $\sin^2 2\theta_{23} = 1$.

N° de Bin	Número de Eventos					
	$\sin^2 2\theta_{23} = 0.95$		$\sin^2 2\theta_{23} = 0.975$		$\sin^2 2\theta_{23} = 1$	
	$\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	$\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	$\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$	$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$
1	58	21	55	20	49	19
2	464	176	446	169	423	163
3	1906	728	1863	713	1809	696
4	6210	2376	6126	2346	6023	2312
5	15253	5839	15118	5790	14953	5735
6	28027	10738	27849	10673	27635	10601
7	47123	18073	46899	17991	46629	17898
8	72926	27996	72655	27895	72330	27782
9	96211	36966	95924	36860	95581	36739
10	114556	44056	114274	43951	113937	43831
11	138893	53475	138602	53367	138256	53243
12	173819	67019	173507	66902	173135	66768
13	200094	77284	199781	77166	199409	77031
14	209993	81255	209701	81145	209354	81019
15	224831	87151	224548	87044	224213	86922
16	245468	95316	245185	95208	244850	95085
17	242053	94141	241795	94043	241489	93930
18	214535	83553	214320	83471	214065	83376
19	191070	74499	190887	74429	190672	74349
20	169023	65968	168868	65909	168685	65841

Cuadro 4.5: Número de eventos esperados en los canales $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ y $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$, para distintos valores de θ_{23} . Se usa $\sin^2 2\theta_{12} = 0.8$, $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$ y $\delta = 0^\circ$.

Capítulo 5

Conclusiones Finales

El éxito del mecanismo de oscilación de neutrinos para describir los fenómenos observados desde 1967 es notable. Siguiendo conceptos elementales de mecánica cuántica, este mecanismo es capaz de reproducir observaciones realizadas en experimentos con diversas fuentes de neutrinos, con gran solidez y consistencia.

No obstante, la medición de todos los parámetros de oscilación es imprescindible para completar el modelo actual. Asimismo, al no estar el mecanismo de oscilación implícito en el Modelo Estándar, la determinación de estos parámetros puede servir de guía hacia algún modelo posterior.

A pesar de existir actualmente muchos experimentos de neutrinos, el conjunto completo de parámetros de oscilación será determinado con precisión solamente en futuras fábricas de neutrinos, basadas en el decaimiento del muón. Estas fábricas, además de ser capaces de medir los parámetros, permitirán el desarrollo de nuevos experimentos con la potencialidad de observar física más allá del Modelo Estándar.

En este trabajo se han simulado los canales más populares en dicho experimento: $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$, $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ y $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$, así como los canales con antipartículas. Se ha realizado un estudio detallado de la producción y la detección de los haces, separando los términos de flujo, propagación, sección de choque, resolución y eficiencia.

El flujo predicho tiene una magnitud considerable, teniendo la ventaja de ser fácilmente descrito debido a que está basado en un decaimiento leptónico. El decaimiento del muón produce dos tipos de neutrino (ν_e y $\bar{\nu}_\mu$, para μ^+), lo que permite la observación de hasta doce canales de oscilación al usar ambas polaridades.

La información sobre la detección ha sido basada en los detectores actuales en *MINOS* y *OPERA*. El primero tiene una eficiencia de casi 50 %, y una resolución que permite observar el espectro energético en hasta 20 bins. Es evidente que la detección de ν_τ presenta una dificultad mayor que la detección de ν_μ , con una eficiencia de casi un orden de magnitud menor. El bajo número de eventos que esta eficiencia implica hace que el número de bins estadísticamente útil sea igual a cuatro, a pesar que la resolución teóricamente permita más.

El número de eventos simulados muestra que existe una dependencia fuerte en los ángulos de mezcla. En particular, el canal $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ se mostró muy sensible a la variación de $\sin^2 2\theta_{13}$. Asimismo, el canal $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ permitiría una mejor determinación de $\sin^2 2\theta_{23}$. El canal $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$, debido a su bajo número de eventos, serviría como complemento para la unívoca determinación de $\sin^2 2\theta_{13}$.

Es importante recalcar que el estudio de fábricas de neutrinos va mucho más allá que una simulación. Un estudio más detallado debería mostrar correlaciones y degeneraciones presentes en la medición de los parámetros de oscilación, así como la sensibilidad a los parámetros no medidos aún. Dicho estudio no es trivial, existiendo muchos factores experimentales que pueden contribuir de diferentes formas a dichas sensibilidades y correlaciones. En particular aparecen la distancia L (que también determina la densidad electrónica en el potencial de materia), la energía del muón E_μ , la divergencia del haz, la eficiencia del detector (que afecta el *background*) y el número de bins en cada detector. Asimismo, es de gran interés estudiar cómo fenómenos de nueva física podrían afectar el decaimiento del muón y la sección de choque de los neutrinos, y cómo estos efectos podrían influenciar la medición correcta de los parámetros de oscilación.

De esta manera es evidente que este trabajo representa solamente un primer paso en el estudio de la física de fábricas de neutrinos, y que queda mucho por hacer en este campo antes que dichos experimentos sean finalmente construídos.

Bibliografía

- [1] M. E. PESKIN, D. V. SCHROEDER, 1995. An Introduction to Quantum Field Theory. Westview Press, Colorado, USA, 842 págs.
- [2] G. GABRIELSE, ET AL., 2006. “New determination of the fine structure constant from the electron g value and QED”. *Phys. Rev. Lett.* 97:030802.
- [3] M. DREES, 1996. “An introduction to supersymmetry” hep-ph/9611409.
- [4] T. P. CHENG, L. F. LI, 2000. Gauge Theory of Elementary Particle Physics. Oxford University Press, Oxford, UK, 536 págs.
- [5] L. E. IBANEZ, G. G. ROSS, 1982. “SU(2)-L x U(1) symmetry breaking as a radiative effect of supersymmetry breaking in GUTs”. *Phys. Lett.* B110:215.
- [6] U. AMALDI, ET AL., 1991. “Comparison of grand unified theories with electroweak and strong coupling constants measured at LEP”. *Phys. Lett.* B260:447.
- [7] M. FUKUGITA, T. YANAGIDA, 2003. Physics of Neutrinos and Applications to Astrophysics. Springer-Verlag, Berlin, 593 págs.
- [8] S. M. BILENKY, S. T. PETCOV, 1987. “Massive neutrinos and neutrino oscillations”. *Rev. Mod. Phys.* 59:671. (Erratum-ibid. 61:169, 1989).
- [9] B. PONTECORVO, 1957. “Mesonium and anti-mesonium”. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 33:549.
- [10] Z. MAKI, ET AL., 1962. “Remarks on the unified model of elementary particles”. *Prog. Theor. Phys.* 28:870.
- [11] V. GRIBOV, B. PONTECORVO, 1969. “Neutrino astronomy and lepton charge”. *Phys. Lett.* 28B:493.
- [12] R. DAVIS, JR., ET AL., 1968. “Search for neutrinos from the sun”. *Phys. Rev. Lett.* 20:1205.

- [13] K. S. HIRATA, ET AL. (Kamiokande-II), 1989. “Observation of ^8B solar neutrinos in the Kamiokande-II detector”. *Phys. Rev. Lett.* 63:16.
- [14] P. ANSELMANN, ET AL. (GALLEX), 1992. “Solar neutrinos observed by GALLEX at Gran Sasso”. *Phys. Lett. B* 285:376.
- [15] D. N. ABDURASHITOV, ET AL., 1994. “Results from SAGE”. *Phys. Lett. B* 328:234.
- [16] Q. R. AHMAD, ET AL. (SNO), 2002. “Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory”. *Phys. Rev. Lett.* 89:011301.
- [17] C. V. ACHAR, ET AL., 1965. “Detection of muons produced by cosmic rays neutrinos deep underground”. *Phys. Lett.* 18:196.
- [18] F. REINES, ET AL., 1965. “Evidence for high-energy cosmic ray neutrino interactions”. *Phys. Rev. Lett.* 15:429.
- [19] T. J. HAINES, ET AL., 1986. “Calculation of atmospheric neutrino induced backgrounds in a nucleon decay search”. *Phys. Rev. Lett.* 57:1986.
- [20] K. S. HIRATA, ET AL. (Kamiokande-II), 1988. “Experimental study of the atmospheric neutrino flux”. *Phys. Lett. B* 205:416.
- [21] W. W. M. ALLISON, ET AL., 1997. “Measurement of the atmospheric neutrino flavor composition in SOUDAN-2”. *Phys. Lett. B* 391:491. hep-ex/9611007.
- [22] Y. FUKUDA, ET AL. (Super-Kamiokande), 1998. “Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos”. *Phys. Rev. Lett.* 81:1562. hep-ex/9807003.
- [23] H. KWON, ET AL., 1981. “Search for neutrino oscillations at a fission reactor”. *Phys. Rev. D.* 24:1097.
- [24] G. ZACEK, ET AL. (CALTECH-SIN-TUM), 1986. “Neutrino oscillation experiments at the Gosgen nuclear power reactor”. *Phys. Rev. D.* 34:2621.
- [25] Y. DECLAIS, ET AL., 1995. “Search for neutrino oscillations at 15-meters, 40-meters, and 95-meters from a nuclear power reactor at Bugey”. *Nucl. Phys. B.* 432:503.
- [26] M. APOLLONIO, ET AL. (CHOOZ), 1998. “Initial results from the CHOOZ long baseline reactor neutrino oscillation experiment”. *Phys. Lett. B* 420:397. hep-ex/9711002.

- [27] F. BOEHM, ET AL., 2000. “Search for neutrino oscillations at the Palo Verde nuclear reactors”. *Phys. Rev. Lett.* 84:3764. hep-ex/9912050.
- [28] K. EGUCHI, ET AL. (KamLAND), 2003. “First results from KamLAND: Evidence for reactor anti-neutrino disappearance”. *Phys. Rev. Lett.* 90:021802. hep-ex/0212021.
- [29] S. H. AHN, ET AL. (K2K), 2001. “Detection of accelerator produced neutrinos at a distance of 250-km”. *Phys. Lett. B* 511:178. hep-ex/0103001.
- [30] C. ATHANASSOPOULOS, ET AL. (LSND), 1995. “Candidate events in a search for $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ oscillations”. *Phys. Rev. Lett.* 75:2650. nucl-ex/9504002.
- [31] A. A. AGUILAR-AREVALO, ET AL. (The MiniBooNE), 2007. “A search for electron neutrino appearance at the $\delta m^2 \sim 1 \text{ eV}^2$ scale” arXiv:0704.1500 [hep-ex].
- [32] E. ABLES, ET AL. (MINOS), 1995. “P-875: A long baseline neutrino oscillation experiment at Fermilab” FERMILAB-PROPOSAL-0875.
- [33] M. GULER, ET AL. (OPERA), 2000. “OPERA: An appearance experiment to search for $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ oscillations in the CNGS beam. Experimental proposal.” CERN-SPSC-2000-028, CERN-SPSC-P-318, LNGS-P25-00.
- [34] P. ADAMSON, ET AL. (MINOS), 2006. “First observations of separated atmospheric nu/mu and anti- nu/mu events in the MINOS detector”. *Phys. Rev. D* 73:072002. hep-ex/0512036.
- [35] K. KANEYUKI (T2K), 2005. “T2K experiment”. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 145:178.
- [36] D. S. AYRES, ET AL. (NOvA), 2004. “NOvA proposal to build a 30-kiloton off-axis detector to study neutrino oscillations in the fermilab NuMI beamline” hep-ex/0503053.
- [37] F. ARDELLIER, ET AL. (Double Chooz), 2006. “Double Chooz: A search for the neutrino mixing angle theta(13)” hep-ex/0606025.
- [38] G. ALIMONTI, ET AL. (Borexino), 2002. “Science and technology of Borexino: A real time detector for low energy solar neutrinos”. *Astropart. Phys.* 16:205. hep-ex/0012030.
- [39] J. S. ADAMS, ET AL. “Progress on HERON: A real-time detector for p - p solar neutrinos” Preparado para el *International Workshop on Next Generation*

Nucleon Decay and Neutrino Detector (NNN 99), Stony Brook, New York, 23-25 Sep 1999.

- [40] A. DE BELLEFON (HELLAZ), 1999. “The HELLAZ solar neutrino detection project”. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 70:386.
- [41] F. ARNEODO, ET AL. (ICARUS), 2001. “The ICARUS experiment, a second-generation proton decay experiment and neutrino observatory at the Gran Sasso laboratory” hep-ex/0103008.
- [42] J. J. GOMEZ-CADENAS, ET AL. (CERN working group on Super Beams), 2001. “Physics potential of very intense conventional neutrino beams” hep-ph/0105297.
- [43] P. ZUCHELLI, 2002. “A novel concept for a $\bar{\nu}_e/\nu_e$ neutrino factory: The Beta-Beam”. *Phys. Lett. B* 532:166.
- [44] J. BERNABEU, ET AL., 2005. “Monochromatic neutrino beams”. *JHEP* 12:014. hep-ph/0505054.
- [45] S. GEER, 1998. “Neutrino beams from muon storage rings: Characteristics and physics potential”. *Phys. Rev. D.* 57:6989. (Erratum-ibid. D59:039903, 1999), hep-ph/9712290.
- [46] M. L. MANGANO, ET AL., 2001. “Physics at the front-end of a neutrino factory: A quantitative appraisal” hep-ph/0105155.
- [47] R. C. FERNOW, ET AL. “Muon EDM experiment using stage II of the neutrino factory” Preparado para el *APS / DPF / DPB Summer Study on the Future of Particle Physics* (Snowmass 2001), Snowmass, Colorado, 30 Jun - 21 Jul 2001.
- [48] J. KOPP, ET AL., 2007. “Discovery reach for non-standard interactions in a neutrino factory” hep-ph/0702269.
- [49] D. AYRES, ET AL. (Neutrino Factory and Muon Collider), 1999. “Expression of interest for R & D towards a neutrino factory based on a storage ring and a muon collider” physics/9911009.
- [50] D. O. CALDWELL (Editor), 2001. *Current Aspects of Neutrino Physics*. Springer-Verlag, Berlin, 335 págs.
- [51] T. K. KUO, J. PANTALEONE, 1989. “Neutrino oscillations in matter”. *Rev. Mod. Phys.* 61:937.

- [52] S. EIDELMAN, ET AL., 2004. “Review of particle physics. Particle Data Group”. *Phys. Lett. B* 592:1.
- [53] A. RASIN, 1997. “Diagonalization of quark mass matrices and the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa matrix” hep-ph/9708216.
- [54] A. BERNARDINI, S. D. LEO, 2004. “Dirac spinors and flavor oscillations”. *Eur. Phys. J. C* 37:471. hep-ph/0411153.
- [55] M. C. GONZALEZ-GARCIA, Y. NIR, 2003. “Neutrino masses and mixing: Evidence and implications”. *Rev. Mod. Phys.* 75:345. hep-ph/0202058.
- [56] S. P. MIKHEYEV, A. Y. SMIRNOV, 1985. “Resonance amplification of oscillations in matter and spectroscopy of solar neutrinos”. *Yad. Fiz.* 42:1441.
- [57] M. C. GONZALEZ-GARCIA, C. PENA-GARAY, 2004. “Status of global analysis of neutrino oscillation data”. 5th Workshop on ‘Neutrino Oscillations and their Origin’, Tokio, Japón. hep-ph/0406056.
- [58] A. CERVERA, ET AL., 2000. “Golden measurements at a neutrino factory”. *Nucl. Phys. B.* 579:17. (Erratum-ibid. B593:731, 2001), hep-ph/0002108.
- [59] D. AUTIERO, ET AL., 2004. “The synergy of the golden and silver channels at the neutrino factory”. *Eur. Phys. J. C* 33:243. hep-ph/0305185.
- [60] P. HUBER, W. WINTER, 2003. “Neutrino factories and the ‘magic’ baseline”. *Phys. Rev. D.* 68:037301. hep-ph/0301257.
- [61] J. BURGUET-CASTELL, ET AL., 2001. “On the measurement of leptonic CP violation”. *Nucl. Phys. B.* 608:301. hep-ph/0103258.
- [62] M. ISHITSUKA, ET AL., 2005. “Resolving neutrino mass hierarchy and CP degeneracy by two identical detectors with different baselines” hep-ph/0504026.
- [63] J. BURGUET-CASTELL, ET AL., 2002. “Superbeams plus neutrino factory: The golden path to leptonic CP violation”. *Nucl. Phys. B.* 646:301. hep-ph/0207080.
- [64] P. HUBER, ET AL., 2002. “Superbeams versus neutrino factories”. *Nucl. Phys. B.* 45:3. hep-ph/0204352.
- [65] A. DONINI, ET AL., 2002. “The silver channel at the neutrino factory”. *Nucl. Phys. B.* 646:321. hep-ph/0206034.

- [66] A. BUENO, ET AL., 2002. “On the energy and baseline optimization to study effects related to the delta-phase (CP-/T-violation) in neutrino oscillations at a neutrino factory”. *Nucl. Phys. B*631:239. hep-ph/0112297.
- [67] P. HUBER, ET AL., 2006. “Optimization of a neutrino factory oscillation experiment”. *Phys. Rev. D*74:073003. hep-ph/0606119.
- [68] A. M. GAGO, J. JONES PÉREZ, 2003. “Resolviendo las degeneraciones de los parámetros de oscilación de neutrinos: Un análisis realista en el contexto de fábricas de neutrinos”. VII Simposio Nacional de Estudiantes de Física, Lima, Perú.
- [69] A. M. GAGO, J. JONES PÉREZ, 2004. “Degeneracies in the measurement of neutrino oscillation parameters: Problem and solution in neutrino factories”. V Simposio Latinoamericano de Física de Altas Energías, Lima, Perú.
- [70] A. M. GAGO, J. JONES PÉREZ, 2004. “Neutrino factories and the degeneracies in the measurement of neutrino oscillation parameters”. Latin American Workshop on Fundamental Interactions, Buenos Aires, Argentina.
- [71] A. M. GAGO, J. JONES PEREZ, 2007. “Revising the solution of the neutrino oscillation parameter degeneracies at neutrino factories”. *Phys. Rev. D*75:033004. hep-ph/0611110.
- [72] D. GRIFFITHS, 1987. Introduction to Elementary Particles. John Wiley & Sons, Inc., New York, 392 págs.
- [73] F. HALZEN, A. D. MARTIN, 1984. Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics. John Wiley & Sons, Inc., New York, 396 págs.
- [74] T. K. GAISSER, 1990. Cosmic Rays and Particle Physics. Cambridge University Press, Cambridge, 279 págs.
- [75] A. M. GAGO, ET AL., 2001. “On the quest for the dynamics of $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ conversion”. *Phys. Rev. D.* 63:113013. hep-ph/0010092.
- [76] I. M. PAPADOPOULOS, 2000. “Limit on the muon beam divergence at a ν factory”. *Nucl. Instrum. Meth. A.* 451:138.
- [77] A. DZIEWONSKY, D. ANDERSON, 1981. “Preliminary Reference Earth Model”. *Phys. Earth Planet. Inter.* 25:297.
- [78] <https://proj-cnsgs.web.cern.ch/>.
- [79] M. APPOLONIO, ET AL., 2002. “Oscillation physics with a neutrino factory” CERN-TH-2002-208, hep-ph/0210192.

[80] <http://cernlib.web.cern.ch/cernlib/>.

