

**PONTIFICA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**

**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



**PONTIFICIA  
UNIVERSIDAD  
CATÓLICA  
DEL PERÚ**

**MACRO-MODELACIÓN NUMÉRICA CON SÓLIDOS DE ENSAYOS  
CUASI-ESTÁTICOS DE PRISMAS Y MURETES DE ALBAÑILERÍA DE  
ARCILLA**

Tesis para optar el título de Ingeniero Civil, que presenta el bachiller:

**Smith Kevin Huamani Rojas**

**Asesora: Dra. Susana M. Trindade Moreira**

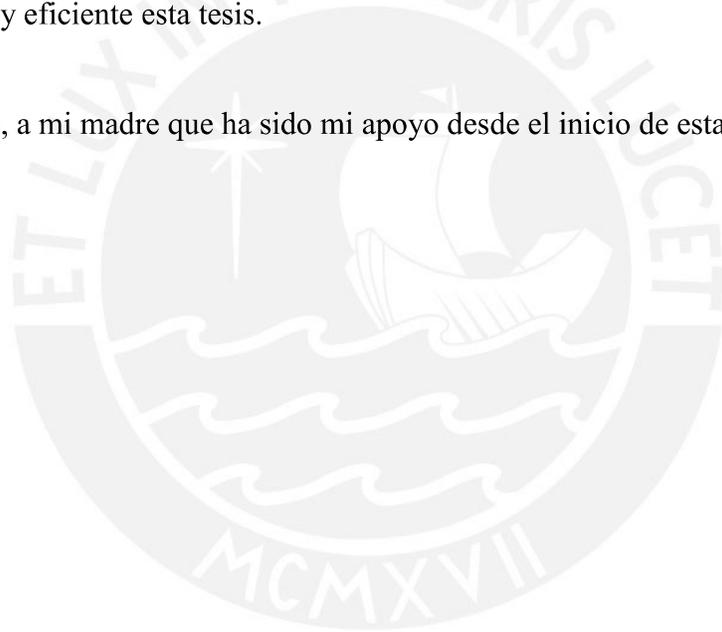
Lima, 2018

## **Agradecimientos**

Agradezco a mi asesora de tesis por la guía, el tiempo, las enseñanzas brindadas durante todo el desarrollo de este trabajo y por mostrarme el área de la investigación como una forma de desarrollo profesional a futuro para generar conocimiento y contribuir a la Ingeniería civil.

Asimismo, al laboratorio de estructuras de la PUCP por brindarme la información y hacerme participe en uno de sus ensayos, al laboratorio de Engineering & Heritage group por brindarme sus instalaciones y equipo computacional para desarrollar de manera interactiva y eficiente esta tesis.

Finalmente, a mi madre que ha sido mi apoyo desde el inicio de esta carrera profesional.



## Resumen

El estudio de los materiales de construcción, difundidos en gran medida como lo es la albañilería de arcilla, cobra vital importancia, ya que este permite ampliar el conocimiento de su comportamiento ante sollicitaciones que puedan generar su inestabilidad. Sin embargo, la mampostería es un material que presenta complejidad cuando se trata de predecir su comportamiento mecánico y sus propiedades. Por ello, en el afán de buscar nuevas maneras que permitan caracterizar el comportamiento de este material y, con ello, predecir con mayor precisión su respuesta ante diferentes situaciones de cargas, se presenta la aplicación del método de modelación numérica.

La presente tesis tiene como objetivo principal ampliar el conocimiento de la modelación numérica como herramienta de estudio de la mampostería de arcilla. Por ello, se planteó realizar modelos numéricos que simularan los ensayos cuasi-estáticos de este material. Primeramente, en el proceso de esta investigación se desarrollaron ensayos de compresión uni-axial, para las pilas, y de compresión diagonal, para los muretes, en el Laboratorio de Estructuras PUCP. Luego de los ensayos, se realizó el procesamiento de los resultados experimentales para obtener los parámetros mecánicos de la albañilería que serían empleados en la modelación. Cabe resaltar que para el desarrollo del modelo se requirieron parámetros que se extrajeron de la base teórica. Los modelos numéricos se desarrollaron con el método de elementos finitos en el programa especializado DIANA. Asimismo, para el desarrollo del trabajo se consideró a la albañilería como un material homogéneo y los elementos utilizados fueron sólidos, hexaedros.

Por otro lado, se empleó el criterio de fractura “Total Strain Crak model” para el agrietamiento del material y se procedió a realizar la calibración del modelo. Finalmente, se pudieron realizar las simulaciones de los ensayos de compresión uni-axial y compresión diagonal en el programa computacional para obtener los resultados. A partir de los resultados obtenidos se podrá realizar análisis de estructuras de albañilería de manera más práctica. Asimismo, utilizando las potentes herramientas computacionales que existen hoy en día se podrá generar fuentes información sobre el comportamiento de este material que contribuyan a desarrollar nuevas estrategias de estudio, y que a largo plazo permitan depender en menor medida de los costosos ensayos de laboratorio.

## TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

Título : Macro-modelación numérica con sólidos de ensayos cuasi-estáticos de prismas y muretes de albañilería de arcilla.

Área : Estructuras – Investigación

Asesor : Susana M. Trindade Moreira

Alumno : SMITH KEVIN HUAMANI ROJAS

Código : 2012.3020.412

Tema N° : #440

Fecha : Lima, 12 de diciembre de 2017



### DESCRIPCIÓN DEL TEMA

Las construcciones con mampostería de ladrillo de arcilla conforman el 51.7% (INEI, 2014) del total de viviendas del área urbana en el Perú. Por esta razón, el estudio de las propiedades de la albañilería es de suma importancia, ya que se debe garantizar el montaje de estructuras seguras. La albañilería es un material compuesto y el más común de esta es hecho de unidades de ladrillo de arcilla y mortero; las unidades son apiladas unas sobre otras y unidas por el mortero. Sin embargo, cabe resaltar que la albañilería posee propiedades diferentes en cada dirección (material anisótropo), ya que es compuesta y que por motivos de simplificación en el análisis estructural es considerado, en la mayoría de casos, como un elemento homogéneo.

Ahora bien, el contacto entre dos materiales con diferentes propiedades mecánicas y que el mortero actúe como plano de debilidad generan que la albañilería sea más vulnerable a llegar al estado de falla. Asimismo, otros factores como la calidad de los materiales, las dimensiones irregulares, supervisión técnica y el proceso constructivo variable provocan que la albañilería sea un material con gran variabilidad en su análisis. Por ello, se han realizado investigaciones sobre la albañilería enfocadas en la determinación cuantitativa de sus propiedades mecánicas bajo diferentes tipos de cargas mediante ensayos experimentales. Además, con el objetivo de obtener resultados sobre el comportamiento de la albañilería bajo estados de cargas, de gravedad o laterales, sin la necesidad de realizar ensayos, se ha trabajado en estrategias computacionales.

Con el pasar del tiempo, esas estrategias se han desarrollado con programas computacionales como el DIANA, ABAQUS, ANSYS, etc. Estos programas permiten crear modelos de diferentes materiales para un análisis con el método elementos finitos. A partir de la aplicación de las herramientas computacionales se han realizado investigaciones sobre representar el comportamiento de la albañilería sometida a diferentes patrones de cargas mediante modelos numéricos. Los modelos de este tipo consisten en representar el comportamiento completo para cargas aplicadas en ensayos cuasi-estáticos de la albañilería; estos, comprenden mostrar el rango elástico de deformación del material para luego representar la etapa plástica. Además, esta no se limita a representar el comportamiento de ensayos de laboratorio, sino que, en base

*GT*

i



Susana Maria Trindade Moreira

a los resultados de modelos calibrados de ensayos, se puede analizar estructuras más realistas.

## OBJETIVOS

### Objetivo general

Ampliar el conocimiento de la modelación numérica como herramienta de estudio de la mampostería hecha de ladrillo de arcilla.

### Objetivo específicos

Determinar y analizar las propiedades mecánicas de la albañilería de ladrillo mediante ensayos experimentales normalizados. Además, estudiar la macro-modelación numérica con sólidos y modelar numéricamente los ensayos de pilas y muretes de albañilería. Luego, presentar los resultados de la modelación y probar el modelo con estructuras de albañilería que poseen diferentes parámetros al modelo físico con el que fue calibrado. Finalmente, confirmar que la modelación numérica es una herramienta para analizar estructuralmente la albañilería.

## HIPÓTESIS

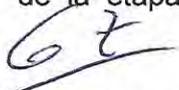
La modelación numérica representará el comportamiento completo de la albañilería para cargas aplicadas en ensayos cuasi-estáticos. Asimismo, con la modelación será posible verificar los resultados experimentales y, además, se podrá calibrar un modelo, numérico, que represente modelos reales de albañilería de ladrillo con diferentes características, variando los parámetros del material.

## METODOLOGÍA

Para la presente Tesis se aplicará la siguiente metodología que consiste en cuatro etapas fundamentales: obtención de información teórica, obtención de los datos experimentales para la modelación, calibración del modelo numérico de la albañilería y verificación del modelo.

La primera parte se enfocará en la recolección de información sobre los diferentes tipos de enfoques para el desarrollo de modelos numéricos y parámetros característicos de la albañilería. Este proceso de búsqueda de fuentes de información consistirá en la lectura de artículos, investigaciones, papers y tesis sobre los diferentes tipos de enfoques que se han definido para desarrollar modelos numéricos de materiales como la albañilería; además, bibliografía basada en modelos ya realizados con diferentes materiales, los cuales pueden ser de adobe o mampostería de ladrillo de arcilla. Asimismo, se contempla obtener información sobre las diferentes propiedades mecánicas que caracterizan a la albañilería de ladrillo de arcilla obtenidas en otras investigaciones.

La segunda parte de obtención de los datos experimentales para la modelación consiste que a partir de ensayos experimentales de compresión uni-axial de las pilas y compresión diagonal de los muretes de albañilería se obtengan los valores numéricos de las propiedades mecánicas de este material. Sin embargo, por condiciones de los ensayos no se registraron resultados post-pico, esto quiere decir que los parámetros de la etapa plástica no se obtendrán experimentalmente. Los parámetros que se



obtienen experimentalmente son el módulo de elasticidad ( $E$ ), deformación máxima ( $\Delta$ ), resistencia a la compresión axial ( $f_m$ ), la resistencia al corte del ensayo a compresión diagonal ( $V_m$ ), la resistencia de tracción ( $f_t$ ). Por otro lado, los valores necesarios para la modelación y no adquiridos experimentalmente son el módulo de Poisson ( $\nu$ ), la energía de fractura a compresión ( $G_c$ ) la energía de fractura a tensión ( $G_t$ ) y la densidad, estos parámetros se obtienen a partir de la parte de recolección de información, anteriormente realizada (Lourenço, 1996).

La tercera parte se procede a realizar la respectiva calibración de los modelos en base a los parámetros obtenidos tanto experimentalmente y de otras investigaciones; los patrones de falla presentados en los ensayos; y las curvas de esfuerzo versus deformación unitaria. Este proceso consiste representar la albañilería, unidades y motero, como un modelo continuo de elementos finitos, en el cual se asume que el material en estudio es un material homogéneo e isotrópico, dicho modelo se realizará en la plataforma "DIANA". Asimismo, en la etapa de calibración se representa el agrietamiento del material mediante los métodos que se presentan en el "software" anteriormente mencionado; el enfoque a utilizar para la modelación será el modelo constitutivo "Total Strain Cracking" (Ramírez et al., 2015), el cual consiste en presentar el comportamiento de la albañilería a compresión con una tendencia parabólica; y para el comportamiento a tensión con tendencia de decaimiento exponencial. Para este caso de análisis, se realiza a la construcción en tres dimensiones del modelo físico de las pilas y los muretes de albañilería, ya que este modelo estará reasentado por elementos sólidos. Para la última parte se procede a la comparación de las curvas esfuerzo compresión versus deformación unitaria de los ensayos experimentales con las curvas numéricas para verificar si el modelo ha sido calibrado adecuadamente, y en caso contrario reiniciar con el procedimiento hasta obtener resultados aceptables. Finalmente, se realiza la respectiva evaluación de resultados obtenidos, observaciones, conclusiones y comentario de las posibles líneas de investigación que se puedan continuar.

## ALCANCES Y LIMITACIONES

Esta investigación tiene como alcance el generar un macro-modelo numérico con elementos sólidos mediante el uso del "Software" DIANA, el cual aplica el FEM ("Finite Element Method"). Los elementos sólidos presentan un modelo que contempla parámetros dimensionales en 3D. Los resultados del modelo luego de la calibración, respectiva, mostrarán una curva de esfuerzo de compresión versus deformación unitaria de la estructura semejante a la obtenida experimentalmente, el cual abarca el rango elástico del material e inicio de la etapa plástica hasta el pico máximo de fuerza aplicada.

Por otro lado, el modelo numérico no presentará resultados comprobados experimentalmente en la parte post-pico de la curva de fuerza versus desplazamiento, porque los resultados de los ensayos cuasi-estáticos no contienen esa información. Entonces, la modelación mostrará una proyección del posible comportamiento de la estructura de albañilería para la parte post-pico.

## BIBLIOGRAFÍA

Instituto Nacional de Estadística e Informática (2014). Viviendas, según material predominante en las paredes exteriores y área de residencia. Recuperado de <https://www.inei.gob.pe/estadisticas/indice-tematico/poblacion-y-vivienda/>

Lourenço, P. B. (1996). A user/programmer guide for the micro-modelling of masonry structures. *Report*, 3(1.31), 35.

Ramírez, E., Montesinos, M., Marques, R. F. P., Morales, R., Uceda, S., Lourenço, P. B., & Aguilar, R. (2015). Análisis mecánico de albañilería arqueológica de adobe bajo cargas de compresión uniaxial: El caso de Huaca de la Luna.

## NOTA

Extensión máxima: 100 páginas.

VB°.....

Dr. Nicola Tarque  
Director de Investigación



Susana Maria Trinidad Moreira



# ÍNDICE

<b>ÍNDICE</b> .....	<b>V</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>VII</b>
<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	<b>XII</b>
<b>1. CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
1.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL TEMA .....	2
1.2 OBJETIVOS .....	3
1.3 HIPÓTESIS .....	4
1.4 METODOLOGÍA .....	4
1.5 ALCANCES Y LIMITACIONES .....	6
1.6 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS .....	7
<b>2. CAPITULO 2 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>8</b>
2.1 ALBAÑILERÍA DE LADRILLO DE ARCILLA .....	9
2.2 COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LA ALBAÑILERÍA DE LADRILLO DE ARCILLA .....	10
2.2.1 Comportamiento lineal.....	10
2.2.2 Comportamiento no-lineal .....	12
2.3 MÉTODOS DE MODELACIÓN NUMÉRICA DE ALBAÑILERÍA .....	16
2.3.1 Método con elementos discretos.....	16
2.3.2 Método de elementos finitos.....	16
2.4 TIPOS DE MODELACIÓN DE LA ALBAÑILERÍA .....	17
2.5 CRITERIOS DE FRACTURA (“SMEARED CRACK MODEL”) .....	20
2.5.1 Modelo “Multi-directional fixed crack model combined with Von Misses criterion for compression” .....	20
2.5.2 Modelo “Total Strain Crack” .....	22
2.6 CRITERIO DE PLASTICIDAD.....	24
2.6.1 Modelo “Rankine-Hill” .....	24
2.7 MÉTODO DE SOLUCIÓN PARA EL FEM.....	27
2.8 ELEMENTOS SÓLIDOS PARA MODELACIÓN NUMÉRICA .....	29
2.9 MODELOS NUMÉRICOS DE ALBAÑILERÍA EN 3D .....	31
2.10 ENSAYOS EXPERIMENTALES PARA CARACTERIZACIÓN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE LA ALBAÑILERÍA .....	36
2.10.1 Ensayo de compresión uni-axial .....	36
2.10.2 Ensayo de compresión diagonal.....	38
<b>3. CAPITULO 3 ENSAYOS EXPERIMENTALES DE PILAS Y MURETES DE ALBAÑILERÍA</b> .....	<b>40</b>
3.1 PILAS DE ALBAÑILERÍA .....	41
3.1.2 Descripción de especímenes .....	41
3.1.3 Ensayo de compresión uni-axial .....	41
3.1.4 Resultados del ensayo de compresión uni-axial .....	43
3.1.5 Cálculo de la resistencia a la compresión .....	45

3.1.6 Cálculo del módulo de elasticidad .....	46
3.2 MURETES DE ALBAÑILERÍA .....	49
3.2.2 Descripción de especímenes .....	49
3.2.3 Ensayo de compresión diagonal.....	50
3.2.4 Resultados del ensayo de compresión diagonal.....	51
3.2.5 Cálculo de la resistencia al corte.....	52
3.2.6 Cálculo del módulo de corte .....	53
3.2.7 Cálculo de la resistencia a la tracción.....	55
<b>4. CAPITULO 4 MODELACIÓN NÚMERICA .....</b>	<b>57</b>
4.1 MODELACIÓN DE PILAS DE ALBAÑILERÍA .....	58
4.1.1 Geometría y condiciones de borde .....	58
4.1.2 Modelos constitutivos y propiedades iniciales mecánicas iniciales .....	59
4.1.3 Desarrollo del modelo numérico .....	61
4.1.4 Análisis y discusión de resultados .....	74
4.2 MODELACIÓN DE MURETES DE ALBAÑILERÍA .....	76
4.2.1 Geometría y condiciones de borde .....	76
4.2.2 Modelos constitutivos.....	78
4.2.3 Desarrollo del modelo numérico .....	79
4.2.4 Análisis y discusión de resultados.....	91
<b>5 CAPITULO 5 CONCLUSIONES DE LA INVESTIGACIÓN</b>	
.....	<b>94</b>
5.1 CONCLUSIONES .....	95
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>98</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Partes de la albañilería: La unidad de albañilería(rojo), el mortero (verde) y la interfase unidad-mortero (azul).....	10
Figura 2.2: Leyes constitutivas para el comportamiento de la mampostería para esfuerzos de (a) compresión, (b) tracción y (c) corte (Lourenço, 1996).....	14
Figura 2.3: Diagrama de procedimiento del análisis lineal y no lineal con elementos finitos. ....	17
Figura 2.4: Gráficas de estrategias de modelamiento para la albañilería: (a) Micro-modelación detallada; (b) micro-modelación simplificada; y (c) macro-modelación. ...	18
Figura 2.5: Gráficas del comportamiento del modelo: (a) Superficie de falla de la albañilería; (b) Esfuerzo de tensión para el ablandamiento y rigidización; y (c) Esfuerzo efectivo versus deformación unitaria plástica efectiva (Lofti & Shing, 1991). ....	21
Figura 2.6: Leyes constitutivas del comportamiento (a) a compresión y (b) a tracción para el modelo Total Strain Crack (DIANA, 2015).....	24
Figura 2.7: Ley constitutiva de comportamiento plástico bajo cargas de compresión (Lourenço, 1997).....	26
Figura 2.8: Gráficas de sólidos tipo hexaedros: (a) HX24L; (b) CHX60; y (c) CHX96 (DIANA, 2015) .....	30
Figura 2.9: Presenta los modelos de primas con elementos sólidos(Ramírez et al., 2015). ....	32
Figura 2.10: Muestra las gráficas de comparación de la envolvente experimental, los modelos en 2D y los modelos en 3D (Ramírez et al., 2015).....	33
Figura 2.11: Resultados de Mahini, 2015: (a) Modelo numérico y modelo real en el estado de propagación de grietas antes del colapso; (b) Resultados a compresión de las unidades; y (c) Resultados a compresión de los prismas de adobe. ....	35
Figura 3.1: En esta figura se presenta el dibujo isométrico de la pila de albañilería analizada con sus medidas nominales en mm; asimismo, como dibujos frontales de los lados laterales de la pila (Fuente propia).....	41
Figura 3.2: Ensayo de compresión: (a) Equipo de aplicación de carga y de registro de respuesta del ensayo. (b) En la figura se observa la pila colocada en el equipo de carga y con sus respectivos dispositivos de lectura implementados (LVDT's), Fuente propia. .	42

Figura 3.3: Rotura de las pilas: (a) En la figura se presenta las grietas para la parte frontal de la probeta luego de la aplicación de la carga máxima (b) y las grietas para la vista lateral de la pila (Fuente propia). .....	43
Figura 3.4: (a) Gráfica de Fuerza axial versus deformación local y en (b) la curva de esfuerzo de compresión vs deformaciones unitarias globales construidas a partir de los resultados de los ensayos realizados a cada pila de albañilería. ....	44
Figura 3.5: (a) Gráfica de Esfuerzo axial versus deformación unitaria construida a partir de los resultados de los ensayos realizados a cada pila de albañilería y en (b) la envolvente experimental. ....	44
Figura 3.6: Se presentan las curvas Esfuerzo-deformación unitaria acotados para el 30% y 60% de la carga máxima (a) Pila 1, (b) Pila 2, (c) Pila 3 y (d) Pila 4. ....	47
Figura 3.7: En esta figura se presenta el dibujo de un murete de albañilería analizada con sus medidas nominales en mm; asimismo, la sección lateral del murete. ....	49
Figura 3.8: Ensayo de compresión: (a) y (b) En la figura se observa el murete colocado en el equipo de carga y con sus respectivos dispositivos de lectura implementados (LVDT's).....	50
Figura 3.9: Rotura de los muretes .....	51
Figura 3.10: (a) Gráfica de Esfuerzo de corte diagonal versus deformación angular construida a partir de los resultados de los ensayos realizados a cada murete de albañilería y (b) y la envolvente experimental.....	52
Figura 3.11: Se presentan las curvas Esfuerzo de corte-Deformación de corte unitario acotados para el 20% y 50% de la carga máxima (a) Murete 1, (b) Murete 2, (c) Murete 3 y (d) Murete 4.....	54
Figura 4.1: (a) Modelo de elementos finitos con sólidos de la pila de albañilería. (b) Vista frontal, (igualmente para la vista superior) del modelo numérico y las respectivas restricciones en los nodos. (c) Modelo de pila (FEM) con las condiciones de borde y el estado de esfuerzo con respecto al eje de coordenadas del software. (d) Verificación de la calidad de la malla mediante el Aspect ratio igual a 0.93.....	59
Figura 4.2: Modelos de comportamiento mecánico empleados en la modelación numérica: (a) Relación de esfuerzo de compresión y la deformación unitaria, (b) relación	

de esfuerzo de tracción y la deformación unitaria y (c) modelo constitutivo de corte empleado bajo el enfoque TSCM-fixed (DIANA, 2015).....	60
Figura 4.3: (a) Gráficas de esfuerzo versus deformación unitaria inicial tanto experimentales como numérica; asimismo, se muestra el valor mínimo y máximo de la resistencia a la compresión obtenidas experimentalmente como rectas horizontales; es decir, valores constantes para todas las deformaciones. (b) Curva lineal experimental y numérica.....	62
Figura 4.4: Gráfica de Esfuerzo axial versus deformación unitaria construida a partir del modelo numérico para un comportamiento “lineal” del material: (a) Comparación del modelo numérico lineal y la curva experimental para prisma #1, (b) prisma #2, (c) #prisma #3 y (d) prisma #4. ....	63
Figura 4.5: Gráfica de Esfuerzo axial versus deformación unitaria construida a partir del modelo ideal (elastoplástico) para un comportamiento “ideal” del material para cada prisma: (a) Nro. 1, (b) Nro. 2, (c) Nro. 3 y (d) Nro. 4.....	64
Figura 4.6: Gráfica de esfuerzo axial versus deformación unitaria construida a partir de diferentes valores de energía de fractura de (a) compresión y (b) tracción. ....	65
Figura 4.7: (a) Gráfica de esfuerzo axial versus deformación unitaria construida a partir de diferentes métodos de solución tales como el de rigidez constante, rigidez de variación lineal y Quasi Newton (b) Se muestra la comparación entre los dos enfoques del Newton Raphson, los cuales son el regular y el modificado. ....	67
Figura 4.8: Gráfica de esfuerzo axial versus deformación unitaria. (a) Calibración del factor de retención de corte (con valor de $G_c$ igual a 1.5 N/mm), (b) Comparación entre el TSCM-fixed y rotating, asimismo, se muestra la ubicación de los elementos utilizados para muestrear los resultados finales; (c) TSCM-rotating, (d) TSCM-fixed. ....	68
Figura 4.9: Resultados obtenidos a partir de la simulación de los ensayos de pilas bajo el enfoque TSCM rotating para tres estados con valor de esfuerzo axial SZZ igual a 3.3 MPa, 10 MPa y 8 MPa. (a) Distribución del desplazamiento vertical, (b) de esfuerzos verticales SZZ, (c) de las deformaciones unitarias principales, y (d) de los esfuerzos principales. ....	70

Figura 4.10: (a) Valores obtenidos mediante la simulación de anchos de grietas y estado de agrietamiento en el punto pico de la curva Esfuerzo – deformación y (b) para el estado final de la simulación, considerando el enfoque TSCM-rotating. ....	72
Figura 4.11: Resultados obtenidos a partir de la simulación de los ensayos de pilas bajo el enfoque TSCM fixed para tres estados con valor de esfuerzo axial SZZ igual a 3.3 MPa, 10 MPa y 8 MPa. (a) Distribución del desplazamiento vertical, (b) de esfuerzos verticales SZZ, (c) de las deformaciones unitarias principales y (d) los esfuerzos principales. ....	73
Figura 4.12: (a) Valores obtenidos mediante la simulación de anchos de grietas y estado de agrietamiento en el punto pico de la curva Esfuerzo – deformación y (b) para el estado final de la simulación, considerando el enfoque TSCM-fixed.....	74
Figura 4.13: (a) Modelo de elementos finitos con sólidos del murete de albañilería vista frontal. (b) Modelo de murete vista isométrica. (c) Vista superior de las condiciones de frontera considerados para el murete, las cuales con iguales para la parte inferior. (d) Se presenta la calidad de la malla mediante el Aspect ratio, el cual igual a 0.93. ....	77
Figura 4.14: Modelos de comportamiento mecánico empleados en la modelación numérica: (a) Relación de esfuerzo de compresión y la deformación unitaria, (b) relación de esfuerzo de tracción y la deformación unitaria y (c) modelo constitutivo de corte empleado bajo el enfoque TSCM-fixed (DIANA, 2015).....	79
Figura 4.15: Gráfica de Esfuerzo axial versus deformación unitaria construida a partir del modelo de una variación de módulo de elasticidad (a) un valor de E igual a 6355 MPa y (b) con un valor de E igual a 6700 MPa. ....	80
Figura 4.16: (a) Graficas de esfuerzo de corte diagonal aplicada versus la deformación angular para los enfoques TSCM-rotating y fixed y una representación del a envolvente de las curvas experimentales. (b) Imagen de la ubicación de los elementos que fueron utilizados para muestrear los resultados.....	82
Figura 4.17: Curva de esfuerzo de corte versus deformación angular superpuesto sobre la envolvente experimental, resultados finales: (a) TSCM-rotating y (b) TSCM-fixed. ....	83
Figura 4.18: Distribución de (a) desplazamientos durante la simulación, (b) Esfuerzos principales y (c) de deformaciones principales, TSCM-rotating. ....	85

Figura 4.19: (a) Valores obtenidos mediante la simulación de anchos de grietas y estado de agrietamiento en el punto pico de la curva Esfuerzo corte – deformación angular y (b) para el estado final de la simulación, considerando el enfoque TSCM-fixed..... 87

Figura 4.20: Distribución de (a) desplazamientos verticales durante la simulación, (b) esfuerzos principales, y (c) deformaciones principales para el último paso de convergencia, TSCM-fixed. .... 89

Figura 4.21: (a) Valores obtenidos mediante la simulación de anchos de grietas y estado de agrietamiento en el punto pico de la curva Esfuerzo corte – deformación angular y (b) para el estado final de la simulación, considerando el enfoque TSCM-fixed..... 90



## LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1: Propiedades elásticas para la albañilería de ladrillo que se presenta en la literatura .....	12
Tabla 2.2: Parámetros inelásticos para la albañilería de ladrillo que se presenta en la literatura .....	15
Tabla 2.3: Ecuaciones que caracterizan al criterio de plasticidad.....	27
Tabla 2.4: Factores de corrección por esbeltez según ASTM.....	37
Tabla 2.5: Factores de corrección por esbeltez según Norma E0.70 .....	37
Tabla 2.6: Valores de alfa propuestos por (ASTM E 519-02, 2002) .....	39
Tabla 3.1: Dimensiones registradas para cada probeta y su respectiva esbeltez .....	45
Tabla 3.2: Resultados de la resistencia a la compresión de la albañilería.....	46
Tabla 3.3: Valores de esfuerzo máximo al 30% y 60%; módulo de Elasticidad por cada LVDT, pila, y el total; asimismo, se presenta la desviación estándar del módulo para cada pila y del total.....	48
Tabla 3.4: Resultados obtenidos considerando solo los resultados de tres pilas y el módulo de elasticidad de la albañilería en estudio .....	48
Tabla 3.5: Verificación del valor de “E” experimental con el teórico de la Norma .....	48
Tabla 3.6: Dimensiones registradas para cada murete y su respectiva longitud diagonal .....	53
Tabla 3.7: Resultados de la resistencia al corte de la albañilería .....	53
Tabla 3.8: Valores de esfuerzo máximo al 20% y 50%; módulo de corte por cada murete y el total; asimismo, se presenta la desviación estándar del módulo de corte .....	55
Tabla 3.9: Valores de esfuerzo máximo al 20% y 50%; módulo de corte por cada murete y el total; asimismo, se presenta la desviación estándar del módulo de corte .....	55
Tabla 3.10: Valores de resistencia a la tracción calculados para la albañilería .....	56
Tabla 4.1: Parámetros elásticos e inelásticos iniciales para los modelos.....	61
Tabla 4.2: Parámetros elásticos e obtenidos con el modelo.....	63
Tabla 4.3: Parámetros elásticos e inelásticos implementados en los modelos numéricos .....	69
Tabla 4.4: Valores numéricos obtenidos y comparación con los experimentales.....	74

Tabla 4.5: Parámetros mecánicos iniciales para el modelo de murete.....	79
Tabla 4.6: Parámetros inelásticos implementados en el modelo por la calibración.....	81
Tabla 4.7: Parámetros elásticos e inelásticos implementados en el modelo numérico de murete.....	82
Tabla 4.8: Valores mecánicos obtenidos mediante simulación .....	91
Tabla 5.1: Valores de parámetros mecánicos propuestos para la albañilería de arcilla. .	95





# **CAPITULO 1**

## **INTRODUCCIÓN**

## 1.1 Descripción general del tema

A lo largo del tiempo y en la actualidad, la mayoría de estructuras de viviendas unifamiliares y multifamiliares han sido y continúan siendo construidas con sistemas estructurales de albañilería; por ejemplo, las construcciones con este tipo de material son el 51.7% (INEI, 2014) del total de viviendas particulares del área urbana en el Perú. Por esta razón, el estudio de las propiedades de la albañilería es de suma importancia, ya que se debe garantizar el montaje de estructuras seguras para la vida de las personas. La albañilería es un material compuesto y el más común de esta es hecho de unidades de ladrillo de arcilla y mortero; las unidades son apiladas unas sobre otras y unidas por el mortero. Sin embargo, cabe resaltar que la albañilería posee propiedades diferentes en cada dirección (material anisótropo), ya que es compuesta, como se mencionó anteriormente, y que por motivos de simplificación en el análisis estructural es considerado, en la mayoría de casos, como un elemento homogéneo.

Ahora bien, el contacto entre dos materiales con diferentes propiedades mecánicas y que el mortero actúe como plano de debilidad generan que la albañilería sea más vulnerable a llegar al estado de falla, pero sin haber agotado toda la capacidad de resistencia como lo harían el ladrillo y el mortero independientemente; un claro ejemplo se presenta cuando la albañilería es sometida a esfuerzos de tensión. Asimismo, otros factores como la calidad de los materiales, las dimensiones irregulares, supervisión técnica y el proceso constructivo variable provocan que la albañilería sea un material con gran variabilidad en su análisis. Por ello, se han realizado investigaciones sobre la albañilería enfocadas en la determinación cuantitativa de sus propiedades mecánicas bajo diferentes tipos de cargas mediante ensayos experimentales. Además, con el objetivo de obtener resultados sobre el comportamiento de la albañilería bajo estados de cargas, de gravedad o laterales, sin la necesidad de realizar ensayos, se ha trabajado en estrategias computacionales de este tipo de estructuras.

Con el pasar del tiempo, esas estrategias se han desarrollado con programas computacionales (“*softwares*”) como el DIANA, ABAQUS, ANSYS, etc. Estos programas permiten crear modelos de diferentes materiales para un análisis con

elementos finitos (FEM “*Finite Element Method*”). A partir de la aplicación de las herramientas computacionales se han realizado investigaciones sobre representar el comportamiento de la albañilería sometida a diferentes patrones de cargas mediante modelos numéricos. Los modelos de este tipo consisten en representar el comportamiento completo para cargas aplicadas en ensayos cuasi-estáticos de la albañilería; estos, comprenden mostrar el rango elástico de deformación del material para luego representar la etapa plástica y el valor de la carga última. Además, al realizar una modelación, esta no se limita a representar el comportamiento de ensayos de laboratorio, sino que, en base a los resultados de modelos calibrados de ensayos, se puede analizar estructuras más realistas presentadas en la realidad urbana. Por ejemplo, se han realizado diversas investigaciones que consistían en generar un modelo numérico que representara el comportamiento de muros de albañilería confinada bajo el efecto de cargas laterales cíclicas; dichos modelos calibrados mostraron resultados eficientes, ya que la representación gráfica de una curva fuerza lateral versus el desplazamiento era semejante a la obtenida experimentalmente.

En esta presente Tesis, el enfoque será generar un modelo numérico con elementos sólidos que represente el comportamiento completo para cargas aplicadas en ensayos cuasi-estáticos de la albañilería, el cual comprende mostrar el rango elástico de deformación del material para luego representar la etapa plástica y el valor de la carga última. Para el análisis la albañilería será considerada como una unidad, ladrillo de arcilla y mortero como un material, y con esta consideración se verificará que los resultados de la modelación muestren valores numéricos cercanos a los obtenidos experimentalmente.

## **1.2 Objetivos**

### **1.1.1 Objetivo general**

Ampliar el conocimiento de la modelación numérica como herramienta de estudio de la albañilería hecha de ladrillo de arcilla.

### **1.1.2 Objetivo específicos**

Determinar y analizar las propiedades mecánicas de la albañilería de ladrillo mediante ensayos experimentales normalizados. Además, estudiar la macro-modelación numérica

con sólidos y modelar numéricamente los ensayos de pilas y muretes de albañilería. Luego, presentar los resultados de la modelación y probar el modelo con estructuras de albañilería que poseen diferentes parámetros al modelo físico con el que fue calibrado. Finalmente, confirmar que la modelación numérica es una herramienta para analizar estructuralmente la albañilería.

### **1.3 Hipótesis**

La modelación numérica representará el comportamiento completo de la albañilería para cargas aplicadas en ensayos cuasi-estáticos. Asimismo, con la modelación será posible verificar los resultados experimentales y, además, se podrá calibrar un modelo, numérico, que represente modelos reales de albañilería de ladrillo con diferentes características, variando los parámetros del material.

### **1.4 Metodología**

Para la presente Tesis se aplicará la siguiente metodología que consiste en cuatro etapas fundamentales: obtención de información teórica, obtención de los datos experimentales para la modelación, calibración del modelo numérico de la albañilería y verificación del modelo y pruebas con otras condiciones de carga.

La primera parte se enfocará en la recolección de información sobre los diferentes tipos de enfoques para el desarrollo de modelos numéricos y parámetros característicos de la albañilería. Este proceso de búsqueda de fuentes de información consistirá en la lectura de artículos, investigaciones, papers y tesis sobre los diferentes tipos de enfoques que se han definido para desarrollar modelos numéricos de materiales como la albañilería; además, bibliografía basada en modelos ya realizados con diferentes materiales, los cuales pueden ser de adobe o mampostería de ladrillo de arcilla. Asimismo, en este proceso de revisión bibliográfica se contempla obtener información sobre las diferentes propiedades mecánicas que caracterizan a la albañilería de ladrillo de arcilla que se obtuvieron en otras investigaciones. Finalmente, luego de la revisión se procederá a la selección de la información de mayor relevancia para el desarrollo de esta investigación.

La segunda parte de obtención de los datos experimentales para la modelación consiste que a partir de ensayos experimentales de compresión uni-axial de las pilas y compresión diagonal de los muretes de albañilería se obtengan los valores numéricos de las propiedades mecánicas de este material. Sin embargo, por condiciones de los ensayos no se registraron resultados post-pico de la curva carga aplicada-desplazamiento, esto quiere decir que los parámetros de la etapa plástica no se obtendrán experimentalmente. Los parámetros que se obtienen experimentalmente son el módulo de elasticidad ( $E$ ), deformación máxima ( $\Delta$ ), resistencia a la compresión axial ( $f_c$ ), la resistencia al corte del ensayo a compresión diagonal ( $V_m$ ), la resistencia de tracción ( $f_t$ ). Por otro lado, los valores necesarios para la modelación y no adquiridos experimentalmente son el módulo de Poisson ( $\nu$ ), la energía de fractura a compresión ( $G_c$ ), la energía de fractura a tensión ( $G_f$ ) y la densidad, estos parámetros se obtienen a partir de la parte de recolección de información, anteriormente realizada (Lourenço, 1996).

La tercera parte se procede a realizar la respectiva calibración de los modelos en base a los parámetros obtenidos tanto experimentalmente y de otras investigaciones; los patrones de falla presentados en los ensayos; y las curvas de esfuerzo versus deformación unitaria. Este proceso consiste representar la albañilería, unidades y mortero, como un modelo continuo de elementos finitos, en el cual se asume que el material en estudio es un material homogéneo e isotrópico, dicho modelo se realizará en la plataforma “DIANA”. Asimismo, en la etapa de calibración se representa el agrietamiento del material mediante los métodos que se presentan en el “software” anteriormente mencionado; el enfoque a utilizar para la modelación será el modelo constitutivo “Total Strain Cracking” (Ramírez et al., 2015), el cual consiste en presentar el comportamiento de la albañilería a compresión con una tendencia parabólica; y para el comportamiento a tensión con tendencia de decaimiento exponencial; cabe resaltar que lo descrito anteriormente es una tipología y que fue escogida para el desarrollo de este trabajo. Para este caso de análisis, se procede a realizar una construcción en tres dimensiones del modelo físico de la pila y los muretes de albañilería, ya que este modelo estará reasentado por elementos sólidos. Para la última parte se procede a la comparación de las curvas fuerza versus deformación de los ensayos experimentales con las curvas de la modelación numérica para verificar si

el modelo ha sido calibrado adecuadamente, y en caso contrario reiniciar con el procedimiento para seguir calibrando el modelo y obtener resultados aceptables (CUR, 1994).

Finalmente, se procede a someter el modelo de albañilería a diferentes estados de carga, variación de otros parámetros como esbeltez y/o propiedades mecánicas de otros tipos de albañilería para predecir el comportamiento del material. Asimismo, realizar la respectiva evaluación de resultados obtenidos, observaciones, conclusiones y comentario de las posibles líneas de investigación que se puedan continuar.

## **1.5 Alcances y limitaciones**

Esta investigación tiene como alcance el generar un macro-modelo numérico con elementos sólidos mediante el uso del “*Software*” DIANA, el cual aplica el FEM (“*Finite Element Method*”). Los elementos sólidos presentan un modelo que contempla parámetros dimensionales en 3D; es decir, la estructura de albañilería será presentada en elementos de tres dimensiones. Los resultados del modelo luego de la calibración, respectiva, mostrarán una curva de fuerza aplicada versus deformación de la estructura semejante a la obtenida experimentalmente, el cual abarca el rango elástico del material e inicio de la etapa plástica hasta el pico máximo de fuerza aplicada. La calibración será realizada con los parámetros de módulo de elasticidad, energía de fractura en compresión, resistencia a compresión, energía de fractura en tracción, resistencia máxima de tracción, coeficiente Poisson y densidad, de acuerdo al modelo constitutivo del material. Asimismo, el modelo desarrollado podrá predecir el comportamiento de la albañilería bajo otros estados de cargas, variación de otros parámetros como esbeltez o propiedades mecánicas de otros tipos de albañilería.

Por otro lado, el modelo numérico no presentará resultados comprobados experimentalmente en la parte post-pico de la curva de fuerza versus desplazamiento, porque los resultados de los ensayos cuasi-estáticos no contiene la información de dicha parte elástica de la curva analizada. Entonces, la modelación mostrará una proyección del posible comportamiento de la estructura de albañilería para la parte post-pico.

## 1.6 Organización de la Tesis

Para el desarrollo de esta Tesis se planteó organizarla en seis capítulos, las cuales serán explicadas a continuación:

- **Capítulo 1- Introducción:** En este capítulo se presenta la introducción al tema de investigación que incluye la justificación y descripción del problema. Asimismo, se especifican los objetivos de la tesis, la hipótesis, la metodología aplicada, los alcances y limitaciones y, finalmente, la descripción del contenido de cada capítulo.
- **Capítulo 2- Revisión bibliográfica:** Esta parte de la investigación se presenta la parte teórica relevante que se obtuvo a partir de la revisión bibliográfica, Asimismo, como datos que serían de suma importancia para el desarrollo de los modelos numéricos.
- **Capítulo 3- Ensayos experimentales de pilas y muretes de albañilería:** En este capítulo se desarrolla los procesos experimentales que se realizaron en laboratorio. Además, se reportan los cálculos y resultados experimentales del ensayo de compresión uni-axial y compresión diagonal obtenidos.
- **Capítulo 4- Modelación numérica de pilas y muretes de albañilería:** Para este capítulo se desarrolla el modelo numérico que caracteriza las pilas de albañilería de arcilla; asimismo, el modelo numérico de los muretes de albañilería. Finalmente se muestran los resultados de los parámetros mecánicos obtenidos mediante la modelación numérica y la respectiva evaluación de resultados.
- **Capítulo 5- Conclusiones de la investigación:** En este capítulo final, se presenta las conclusiones obtenidas de toda la investigación, así como las observaciones y comentarios de las posibles líneas de investigación que se puedan continuar.



# **CAPITULO 2**

## **REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA**

## **2.1 Albañilería de ladrillo de arcilla**

La albañilería es un material de construcción compuesto, heterogéneo y anisotrópico. Asimismo, uno de los tipos que es más común en la construcción está elaborado con unidades de ladrillo de arcilla y mortero. Para la construcción de la albañilería las unidades son apiladas unas sobre otras empleando el mortero para unir las.

Este material posee características que lo hacen uno de los materiales más usados en la construcción de viviendas en muchas partes del mundo.

Una de las características más importantes es la simplicidad en el montaje y construcción, lo cual ha sido percibido desde tiempos remotos con las construcciones de mampostería de diferentes culturas en el pasado. Asimismo, otra de las características que posee este material son rigidez, durabilidad, versatilidad, absorción acústica, protección ante incendios y la baja necesidad de mantenimiento (Harris, 1988).

En el caso de las unidades que conforman una tipología de albañilería son los ladrillos de arcilla realizados, en algunos casos, de manera industrial o artesanal. Asimismo, su denominación de unidad también queda establecida porque puede ser manipulada con una sola mano; además las unidades presentan tipos tales como sólidas, huecas, tubulares o alveolares. Por otro lado, para el caso del mortero, este está compuesto por aglomerantes, generalmente cemento Portland; agregado fino, arena gruesa; y un cierto contenido de agua que permita al mortero presentar trabajabilidad, adhesión y que no sea segregada (San Bartolomé, 1994).

Cabe resaltar que la albañilería posee propiedades diferentes en cada dirección (material anisótropo), ya que es compuesta, como se mencionó anteriormente, y las partes que la componen son las unidades de albañilería, el mortero y la interfase unidad mortero, las cuales se muestran en la Figura 2.1. Asimismo, frecuentemente por motivos de simplificación en el análisis estructural es considerado, en algunos casos, como un elemento homogéneo.

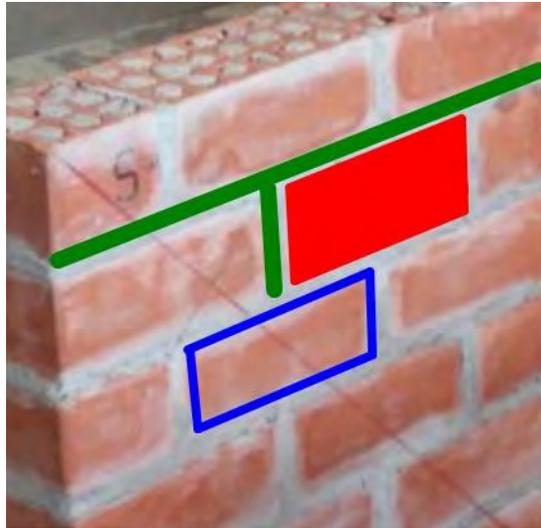


Figura 2.1: Partes de la albañilería: La unidad de albañilería(rojo), el mortero (verde) y la interfase unidad-mortero (azul).

Cada una de las partes que la componen contempla sus propias propiedades mecánicas tanto como elásticas e inelásticas. El contacto entre dos materiales con diferentes propiedades mecánicas, pues la interfase actúe como plano de debilidad generan que la albañilería sea más vulnerable. Dado que a pesar de no haber agotado toda la capacidad de resistencia como lo harían el ladrillo y el mortero independientemente; un claro ejemplo se presenta cuando la albañilería es sometida a esfuerzos de tensión.

## **2.2 Comportamiento mecánico de la albañilería de ladrillo de arcilla**

### **2.2.1 Comportamiento lineal**

La albañilería como la mayoría de materiales presenta un comportamiento lineal como respuesta cuando son sometidos a estados de esfuerzos debajo de su límite elástico. En otras palabras, este estado en la mecánica de materiales se rige bajo la ley de Hooke, el cual plantea que la deformación que se produce en un material es proporcional a la fuerza aplicada.

Por motivos de evaluación general de los materiales se analiza una relación lineal entre el esfuerzo aplicado, fuerza aplicada sobre el área inicial de sección inicial asumiendo

distribución uniforme de esfuerzos, y la deformación unitaria, deformación por longitud inicial del elemento. Además, esta etapa elástica permite que el material recupere su forma original. A partir de lo anterior, se define una constante de proporcionalidad denominado módulo de elasticidad, propiedad mecánica del material (Bores & Schmidt, 2003).

Para el análisis estructural de estructuras hechas con mampostería de ladrillo de arcilla se han tenido que obtener primeramente las propiedades mecánicas este material. Las principales propiedades se pueden determinar mediante procesos de ensayos normalizados como el propuesto en Kaushik, Rai, & Jain, 2007 . Para esta parte se enfatiza en el módulo de elasticidad (E) y módulo de corte (G) que caracteriza el comportamiento lineal-elástico de los materiales inicialmente cuando son sometidos a cargas, como esfuerzos de tensión o de corte, respectivamente.

La albañilería en diversas investigaciones se ha sometido a ensayos de compresión uniaxial para conocer el valor experimental del módulo de elasticidad, pero para ello se han tenido que seguir normas estandarizadas que permitan controlar, en la medida de lo posible, la variabilidad de factores que intervienen en la realización de estos experimentos y, además, que los resultados puedan ser de información útil para otras investigaciones.

Además, otro parámetro fundamental para el análisis de la mampostería es el módulo de Poisson que relaciona la deformación longitudinal, de un elemento compuesto con el material en estudio, con la deformación transversal que presentan al ser sometidas a cargas en la dirección longitudinal. El rango de valores del módulo de Poisson para mampostería se presenta de 0.18 a 0.25 por diversos investigadores (Plujim, 1993).

Asimismo, en la Tabla 2.1 se muestran los parámetros elásticos obtenidos y propuestos por investigadores de albañilería.

Tabla 2.1: Propiedades elásticas para la albañilería de ladrillo que se presenta en la literatura

Referencia	E (Mpa)	$\nu$ (-)	G (Mpa)
Pluijm, R, 1993	2745.9	0.25	-
P. LOURENÇO, 1996	5000	0.2	3000
CUR (1994)	5000	0.2	-
P. LOURENÇO (Wall tests) 1996	2460-5460	0.18	1130
Lurati and Thurliman (1990) "concrete block masonry"	3030-11700	0.32	3000

### 2.2.2 Comportamiento no-lineal

Materiales cuasi-frágiles como la albañilería y el concreto (Lourenço, 1996) en su etapa inelástica de comportamiento presentan fenómenos denominado endurecimiento y ablandamiento. En la primera se presenta reducción de rigidez; sin embargo, el esfuerzo sigue en aumento. Por otra parte, en el segundo el material experimenta un decaimiento de su rigidez, aparición de grietas y el esfuerzo se reduce, cabe resaltar que esto también sucede con materiales dúctiles.

Entonces, por cuestiones de factibilidad se plantea evaluar el comportamiento inelástico del material en base a la energía de fractura, que en términos matemáticos es el área bajo la curva de esfuerzo versus deformación luego de haber alcanzado la resistencia máxima como se muestra en la Figura 2.1a.

Por otro lado, la energía de fractura es la cantidad de energía necesaria para que se desarrolle el agrietamiento durante la etapa de ablandamiento en el material en estudio. Asimismo, se define una energía de fractura de compresión y otra de tracción (pura), y considerados como propiedades inelásticas del material.

Ahora bien, este enfoque también considera evaluar el comportamiento por corte, debido a que la mampostería por ser compuesta presenta un plano debilidad en el contacto entre ladrillo y mortero; este material tiende a fallar en dicho plano por corte, en el caso de no presentarse una adecuada adherencia entre los elementos componentes.

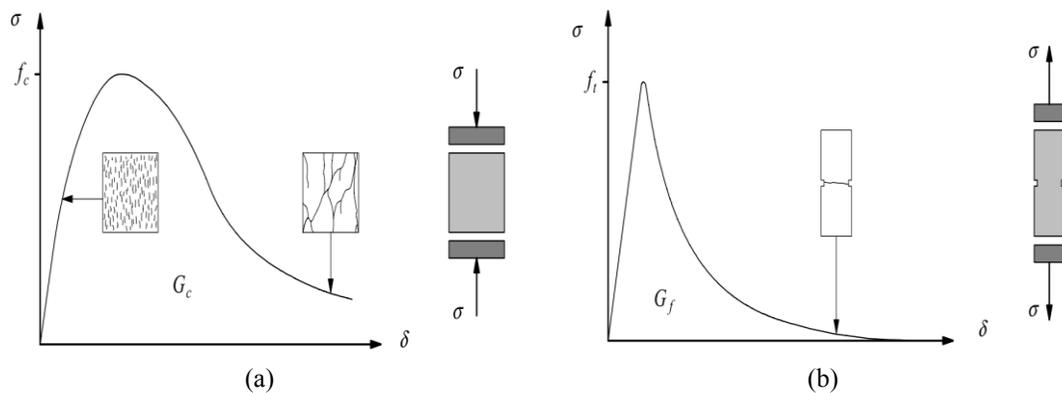
La falla modo I (Pluijm, 1992) se denomina cuando el material llega a fallar mediante esfuerzos de tracción pura. Ahora bien, para identificar este tipo de falla se realizaron

varios ensayos con desplazamiento controlado obteniendo las curvas inelásticas con tendencia a decaimiento exponencial y se representa a la energía de fractura para este caso como  $G_f^I$ . El cual se define como la cantidad de energía necesaria para generar un área unitaria de grieta en el interfaz del ladrillo y mortero, ver figura 2.1.b.

Por otro lado, la falla modo II se presenta a partir de un ensayo realizado en (Plujim, 1993), el cual está enfocado en evaluar el comportamiento de adherencia que presenta la albañilería a los esfuerzos de corte. Asimismo, en dicho ensayo no se permitió la presencia de esfuerzos de tracción y en algunos elementos de ensayos se presentaron grietas no solamente en la interfaz sino también en los ladrillos.

Entonces, la energía de fractura en modo II que, establecida como el área bajo la curva del diagrama de esfuerzos de corte versus deformación de corte, ver Figura 2.1.c; además de la fricción residual de corte luego de la falla. Cabe resaltar que este tipo de falla se basa también en el modelo de fricción de Coulomb. Entonces, se define un ángulo de fricción interna inicial y uno final que se presenta en la falla del material; asimismo, se analiza el comportamiento de corte a partir de un ángulo de dilatación, en el cual su tangente es la relación entre los desplazamientos normales y los de corte.

Ahora bien, a partir de lo anterior se puede deducir que a mayores esfuerzos de confinamiento se presenta un valor de ángulo de dilatación que tiende a cero y mayor energía de fractura.



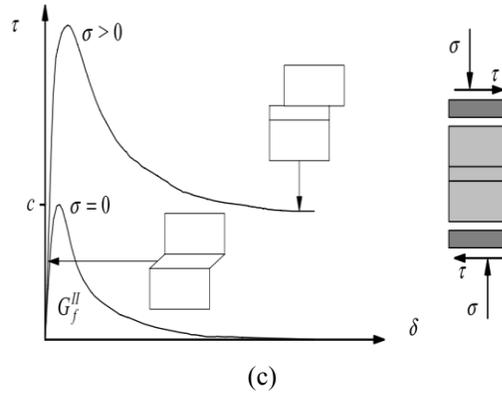


Figura 2.2: Leyes constitutivas para el comportamiento de la mampostería para esfuerzos de (a) compresión, (b) tracción y (c) corte (Lourenço, 1996).

Como se comentó, anteriormente, la albañilería ha sido sometida a diversos ensayos de laboratorio para poder caracterizar su comportamiento tanto elástico como el inelástico.

Para el caso de la zona inelástica de este material se han definido parámetros como la resistencia a compresión, la resistencia a tracción, y energías de fractura a compresión y tracción, ya que en esta zona no existe una relación de dependencia, que pueda ser caracterizada matemáticamente, entre el esfuerzo aplicado y la deformación.

Por ello, diversos investigadores han considerado como propiedades mecánicas inelásticas los parámetros mencionados como la energía de fractura que representa la energía necesaria para la formación de la fisura y la etapa de ablandamiento del material luego de alcanzar su resistencia máxima y que se obtiene a partir de curvas experimentales como la de fuerza-desplazamiento.

Asimismo, cabe resaltar que la resistencia a la compresión de la albañilería tiende a ser menor a la que presentan sus unidades que la componen, ya que la resistencia del mortero es menor con respecto a las unidades y se considera como plano de debilidad causando reducción en la resistencia de toda la albañilería (Bakheteri, 2012). A continuación, se presentan valores de parámetros inelásticos utilizados por investigadores para la realización de modelos numéricos con diferentes tipos albañilería, ver Tabla 2.2.

Tabla 2.2: Parámetros inelásticos para la albañilería de ladrillo que se presenta en la literatura

Referencia	$G_{if}$ (N/mm)	$G_{iif}$ (N/mm)	$G_f$ (N/mm)	$G_c$ (Nmm)	$f_c$ (Mpa)	$f_t$ (Mpa)
Pluijm, R, 1993	0	-	0.005	2	3.92	0.3
P. LOURENÇO, 1996	-	-	0.006-0.02	1.5-5	5-10	0.5-1.0
CUR (1994)	0.01	0.05	-	-	-	0.5
P. LOURENÇO (muros) 1996	-	-	0	5-10	1.87-7.61	0.05-0.28
Lurati and Thurliman (1990) "concrete block masonry"	-	-	0.02-0.03	5-10	5.78 -9.21	0.05-0.43

Asimismo, para la predicción teórica de los valores de energía de fractura tanto para compresión y tracción de la mampostería se presentan la siguiente forma. Para el caso de la energía de fractura a tensión se estima en base al valor de ductilidad recomendado para unidades de ladrillo, este parámetro se refiere a la relación entre la energía y la resistencia máxima a la tracción.

$$d = \frac{G_f}{f_t}; \quad f_t = \frac{f_c}{10}; \quad d = 0.029 \text{ mm} \quad (2.1)$$

Valor recomendado para unidades de ladrillo es de un valor de “d” igual a 0.029 mm; además se estima un valor de resistencia a la tracción como la décima parte de la resistencia a la compresión.

Por otra parte, en el caso de la estimación de la energía de compresión se presentan tres casos que dependen del valor de la resistencia a la compresión.

Para valores de “ $f_c$ ” menores a 12Mpa le corresponde un valor de ductilidad (“d” presenta la misma definición planteada anteriormente) aproximada de 1.6 mm, como valor máximo. En cambio, para valores de resistencia entre 12 MPa y 80 MPa el valor de energía de fractura se calcula con la siguiente expresión.

$$G_c = 15 + 0.43 f_c - 0.0036 f_c^2 \quad (2.2)$$

Finalmente, para valores de “ $f_c$ ” con magnitudes mayores a 80 MPa el valor de ductilidad que corresponde es igual 0.33mm, como valor mínimo de ductilidad.

## **2.3 Métodos de modelación numérica de albañilería**

La modelación numérica es una herramienta potente para el análisis de estructuras. Esta se enfoca en el análisis de estructuras complejas que requieren de un diseño más riguroso; la evaluación de estructuras patrimoniales para encontrar métodos de reparación y/o rehabilitación; y simulación de ensayos de laboratorio para estudios paramétricos (Lizárraga & Gavilán, 2016). Dos métodos para la modelación son el de Elementos discretos y el de elementos finitos.

### **2.3.1 Método con elementos discretos**

El método de elementos discretos consiste en emplear elementos rígidos o deformables considerando el contacto entre estos como otro tipo de elementos que generan mayores desplazamientos con respecto a los primeros. Generalmente, aplicado para estructuras con grandes deformaciones (Guzmán & Ayala, 2002).

### **2.3.2 Método de elementos finitos**

El método de elementos finitos permite obtener resultados de variables desconocidas a través de la resolución numérica de ecuaciones diferenciales y simulando eventos.

El método se basa en particionar el medio continuo en una malla, "mesh", que resultará en un número determinado de elementos y así reproducir el comportamiento de la estructura en su totalidad a partir del comportamiento de cada uno de elementos de subdivisión (Bakhteri, Makhtar & Sambasivam, 2012).

Los factores importantes que intervienen en un análisis con el MEF son la geometría de la estructura; el tipo de material (lineal o no-lineal); las condiciones de borde, que plantean la restricción de desplazamientos y las cargas externas.

En la estructura sus desplazamientos (análisis mediante desplazamientos) mantiene una relación con sus deformaciones mediante la aplicación de las ecuaciones cinemáticas.

A partir de lo anterior, las deformaciones, se plantean las ecuaciones constitutivas del material en análisis y estas permiten obtener los valores de esfuerzos internos.

Por otro lado, mediante las ecuaciones de equilibrio, para el caso lineal, y de las condiciones de fuerzas externas se puede obtener los valores de fuerzas internas, el resumen se presenta en la Figura 2.2.

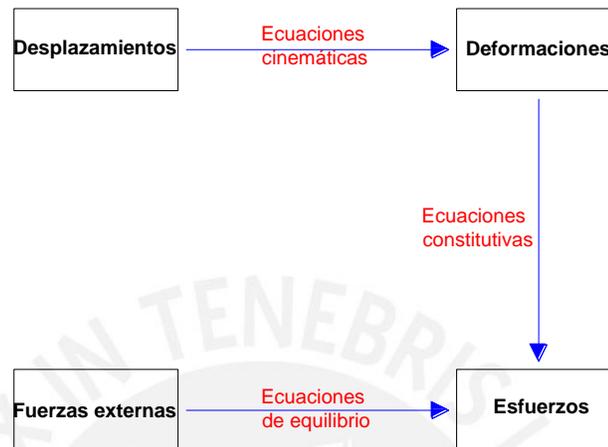


Figura 2.3: Diagrama de procedimiento del análisis lineal y no lineal con elementos finitos.

Para el caso de la etapa inelástica del material, las propiedades en dicha etapa son contempladas en las ecuaciones constitutivas. Asimismo, para este análisis las fuerzas internas de la estructura dependerán de los desplazamientos, lo cuales no guardan relación lineal y se deberá satisfacer la condición de equilibrio con el estado de fuerzas externas. Por ello, para obtener el vector de desplazamientos, de cada momento, que satisfaga las ecuaciones planteadas se deberá emplear métodos de iteración.

## 2.4 Tipos de modelación de la albañilería

Para la modelación numérica de la mampostería se pueden presentar tres enfoques de acuerdo a las características de la estructura mediante la aplicación del Método de Elementos Finitos. Dichos tipos son los siguientes: la micro-modelación detallada, micro-modelación simplificada y macro-modelación (Lourenço, 1996) (Figura 2.3).

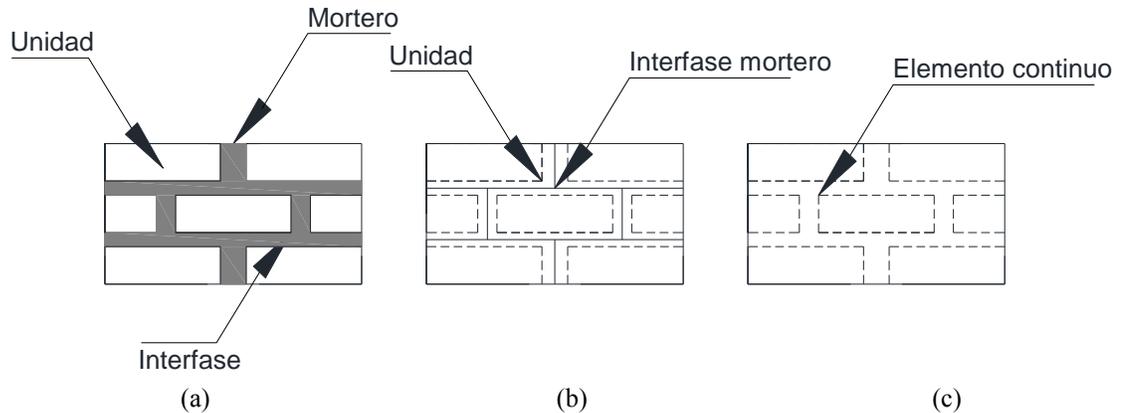


Figura 2.4: Gráficas de estrategias de modelamiento para la albañilería: (a) Micro-modelación detallada; (b) micro-modelación simplificada; y (c) macro-modelación.

En primer lugar, la micro-modelación (Figura 2.3a) detallada contempla a la unidad y al mortero como elementos continuos mientras que para la interfase unidad-mortero se representa como elemento discontinuo; además, en este tipo se consideran las propiedades mecánicas de la unidad y el mortero indistintamente; por otro lado, se considera las propiedades la interfase unidad-mortero. Este enfoque permite evaluar con mayor precisión el material compuesto.

En segundo lugar, la micro-modelación simplificada (Figura 2.3b) considera a la unidad de ladrillo como elemento continuo, mientras que el mortero y la interfase unidad-mortero son agrupados en elementos discontinuos con espesor igual a cero, y este es considerado en las unidades. Asimismo, se considera al mortero y la interfase se consideran como plano de debilidad, a los cuales se atribuyen propiedades como rigidez tangencial y normal (Lourenço, 1996).

Por último, la macro-modelación (Figura 2.3c) estudia la albañilería agrupando las unidades, el mortero y la interfase unidad-mortero como un solo material continuo, homogéneo e isotrópico. Asimismo, se puede observar el comportamiento a un nivel en el cual no se considera y las propiedades mecánicas que se emplean son del material en conjunto. Sin embargo, este tipo es muy utilizado en el análisis de estructuras de albañilería, ya que presenta resultados eficientes y demuestra mayor practicidad por

requerir menos parámetros y demanda computacional, que para estructuras de mayor escala se pueden considerar despreciables.

Los tipos de modelación de la albañilería son aplicados para diferentes enfoques de estudio; por ello, no se puede asumir que uno es mejor que otro.

Para la realización de un macro-modelo numérico se debe considerar las propiedades mecánicas del material que compone la estructura como conjunto. Generalmente, las propiedades requeridas son el módulo de elasticidad, resistencia a compresión, resistencia a la tracción, energía de fractura en compresión, energía de fractura en tracción, y coeficiente Poisson.

Cabe resaltar que algunos de dichos parámetros pueden ser obtenidos experimentalmente y otros extraídos de fuentes de datos. Para el caso de los parámetros no obtenidos experimentalmente se verifica que, en varias investigaciones, hechas por diferentes autores, se han realizado ensayos de albañilería, hechos con los materiales iguales o semejantes a los ensayados con procedimientos estándares (Tzamtzis & Asteris, 2003).

Por un lado, la calibración del modelo numérico consiste en adaptar todas las condiciones con las que se realizó el ensayo experimental, para asemejarse con precisión al modelo real. Asimismo, para la modelación del material se debe adoptar un modelo constitutivo que lo represente. Este último es una caracterización matemática del material en análisis que permita mostrar su comportamiento esfuerzo-deformación (Bakhteri, Makhtar & Sambasivam, 2012).

Por otro lado, existen diferentes programas computacionales que aplican el MEF y permiten presentar la parte elástica e inelástica de estructuras de diferentes materiales; por ejemplo, los programas más empleados son: ANSYS, DIANA FEA, ABAQUS, etc.

## **2.5 Criterios de fractura (“Smeared Crack Model”)**

Existen diversos criterios de fractura tales como el Discrete crack model y el Smeared crack model; sin embargo, en la caracterización de elementos cuasi-frágiles como la albañilería y el concreto, generalmente, se modelan bajo el enfoque del Smeared crack model. Por ello, el criterio de fractura que será desarrollado es el segundo mencionado anteriormente.

El Smeared crack model considera a las grietas que se forman en el material, al ser sometido a esfuerzos, como deformaciones entre los planos de contacto de los elementos finitos. A partir de lo anterior, la forma de agrietamiento del material se puede caracterizar con el comportamiento constitutivo de esfuerzos de tensión y deformación unitaria (Rots & Blaauwendraad, 1989). De este criterio de fractura se pueden presentar dos enfoques para la caracterización de las grietas en materiales como la albañilería, los cuales son Multi-directional fixed crack model y Total Strain crack model.

### **2.5.1 Modelo “Multi-directional fixed crack model combined with Von Misses criterion for compression”**

En este modelo (Lotfi & Shing, 1991) la albañilería es considerada homogénea e isotrópica antes que se inicie la aparición de grietas. Asimismo, el modelo de elástico-plástico plano de esfuerzos está basado en el criterio de Von Mises; asimismo, el modelo plástico se complementa con el criterio de tensión de corte de Rankine para indicar el inicio de la aparición de grietas en el material. Para este modelo las grietas inician cuando en el material se presenta el valor de la resistencia a tracción ( $f_t$ ) en el esfuerzo de tensión principal.

Luego, a partir del inicio del agrietamiento el material se considera como no-lineal ortotrópico y los ejes de estudio son los de ortotropía; los nuevos ejes de análisis están en la dirección normal y tangencial de la grieta. Otra consideración importante para este modelo consiste en que los ejes de ortotropía, la dirección de la grieta rota con los ejes principales, ya que de esta forma la grieta se mantiene normal a la dirección del esfuerzo principal.

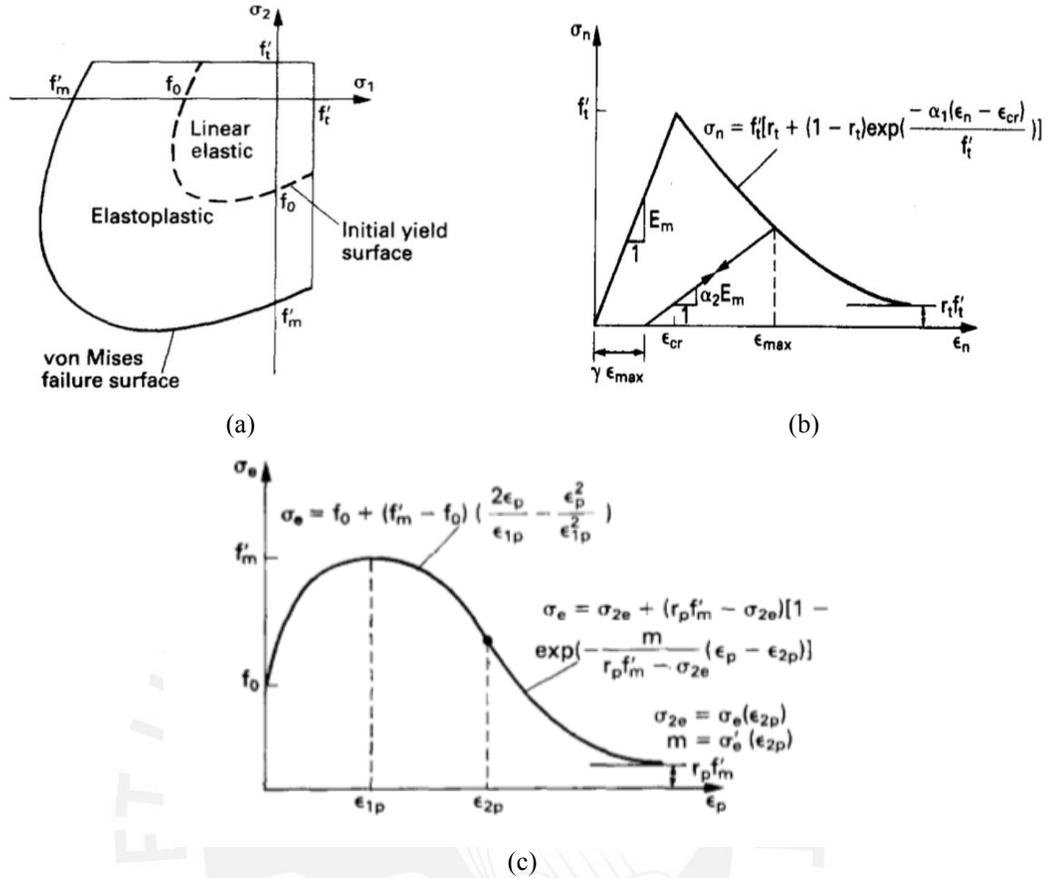


Figura 2.5: Gráficas del comportamiento del modelo: (a) Superficie de falla de la albañilería; (b) Esfuerzo de tensión para el ablandamiento y rigidización; y (c) Esfuerzo efectivo versus deformación unitaria plástica efectiva (Lofti & Shing, 1991).

Para el caso de la tensión a partir de someter al material a la resistencia a tracción, se inicia la etapa plástica considerando un decaimiento exponencial del esfuerzo en el eje principal. Asimismo, para este modelo el módulo de corte para los ejes de ortotropía se calcula de la siguiente manera en base a los esfuerzos principales y sus deformaciones unitarias principales.

$$G_{nt} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \quad (2.3)$$

Para el caso de los esfuerzos de compresión se modela con la ley de endurecimiento no lineal y ablandamiento, a partir del fin del rango elástico del material, el modelo presenta un comportamiento con dos funciones, la primera con forma parabólica, endurecimiento no lineal, para los ejes principales y la segunda parte con un decaimiento exponencial, etapa de ablandamiento, para el esfuerzo de compresión.

### 2.5.2 Modelo “Total Strain Crack”

El modelo constitutivo de “Total Strain Cracking” permite caracterizar los modos de fractura de un material cuasi-frágil. Asimismo, este tipo de criterio de fractura se basa en que los esfuerzos dependen de las deformaciones y el agrietamiento se evalúa en la dirección de estos. Asimismo, este enfoque se puede dividir en dos modelos, los cuales son el “Fixed orthogonal crack model (FCM)” y el “Coaxial rotating crack model (RCM)”.

El enfoque Fixed orthogonal crack model (Weihe, Kröplin & De Borst, 1998) consiste en que el agrietamiento se produce perpendicular a la dirección principal de la tracción máxima cuando el esfuerzo es mayor o igual al  $f_t$  del material. Entonces, a partir de lo anterior la relación constitutiva de esfuerzo-deformación se analiza en un eje de coordenadas que se mantiene fijo en dirección del primer agrietamiento.

Por otro lado, el enfoque Coaxial rotating crack model (Weihe, Kröplin & De Borst, 1998) plantea que el agrietamiento se inicia cuando el elemento alcanza en su eje principal de esfuerzos el valor de  $f_t$  del material. Entonces, a diferencia del FCM para cada momento de la evaluación de la relación constitutiva esfuerzo-deformación, la dirección de agrietamiento del material rota en dirección del vector de deformaciones principales.

Para el desarrollo de los cálculos de las deformaciones a partir del criterio de Total Strain Crack se ha planteado en Witte & Kikstra, 2014, en base a un sistema de ejes coordenados fundamentales “xyz”, en el cual se define el vector de deformaciones en dichos ejes. Asimismo, el vector de actualización se define como “ $\Delta\varepsilon$ ”, el cual representa la deformación generada luego de iniciado el primer agrietamiento. El vector de deformaciones actualizado queda definido por la siguiente ecuación para un número de eje principal y un  $\Delta t$  luego del agrietamiento:

$${}^{t+\Delta t}_{i+1}\varepsilon_{xyz} = {}^t\varepsilon_{xyz} + {}^{t+\Delta t}_{i+1}\Delta\varepsilon_{xyz} \quad (2.4)$$

Donde el valor de “ $t$ ” es el momento en el que inicia el agrietamiento; el índice “ $i+1$ ” indica el número de orden los ejes principales en análisis. Por otro lado, el vector de

deformaciones en las coordenadas fundamentales se puede convertir en el vector de deformaciones en dirección de la grieta, ejes nst, mediante la multiplicación de la matriz de transformación “T”.

$${}^{t+\Delta t}_{i+1}\boldsymbol{\varepsilon}_{nst} = \mathbf{T}{}^{t+\Delta t}_{i+1}\boldsymbol{\varepsilon}_{xyz} \quad (2.5)$$

Para el caso de un modelo fijo (“fixed”) los ejes “nst” se mantienen fijos en dirección del agrietamiento; es decir, en términos de las fórmulas plantadas un valor de “i” igual a cero y no continúan presentando variaciones en la orientación de dichos ejes, solo varían el  $\Delta t$ . Por otro lado, el vector de transformación queda en función de las deformaciones en los ejes xyz.

$$\mathbf{T} \rightarrow \mathbf{T}({}^{t+\Delta t}_{i+1}\boldsymbol{\varepsilon}_{xyz}) \quad (2.6)$$

Asimismo, el vector de esfuerzos dependerá de las deformaciones en los ejes principales.

$${}^{t+\Delta t}_{i+1}\boldsymbol{\sigma}_{nst} \rightarrow \boldsymbol{\sigma}({}^{t+\Delta t}_{i+1}\boldsymbol{\varepsilon}_{nst}) \quad (2.7)$$

Para el caso de transformación de esfuerzos en los ejes “nst”, a partir de la relación entre las deformaciones, se plantea la matriz de transformación “T” transpuesta que multiplicada con el vector de esfuerzos en dichos ejes se obtiene para obtener como resultado los esfuerzos en los ejes fundamentales.

$${}^{t+\Delta t}_{i+1}\boldsymbol{\sigma}_{xyz} = \mathbf{T}^T{}^{t+\Delta t}_{i+1}\boldsymbol{\sigma}_{nst} \quad (2.8)$$

Para el caso de la plataforma de trabajo de DIANA FEA la modelación de la albañilería se trabaja con el enfoque de modelo constitutivo “Total Strain Cracking”, disponible en el programa anteriormente mencionado, ya que este contiene modelos constitutivos para el comportamiento de la albañilería a compresión con una tendencia parabólica (Figura 2.5a) y en el caso del comportamiento a tensión (Figura 2.5b) con tendencia de decaimiento exponencial (Al-Chaar & Mehrabi, 2008).

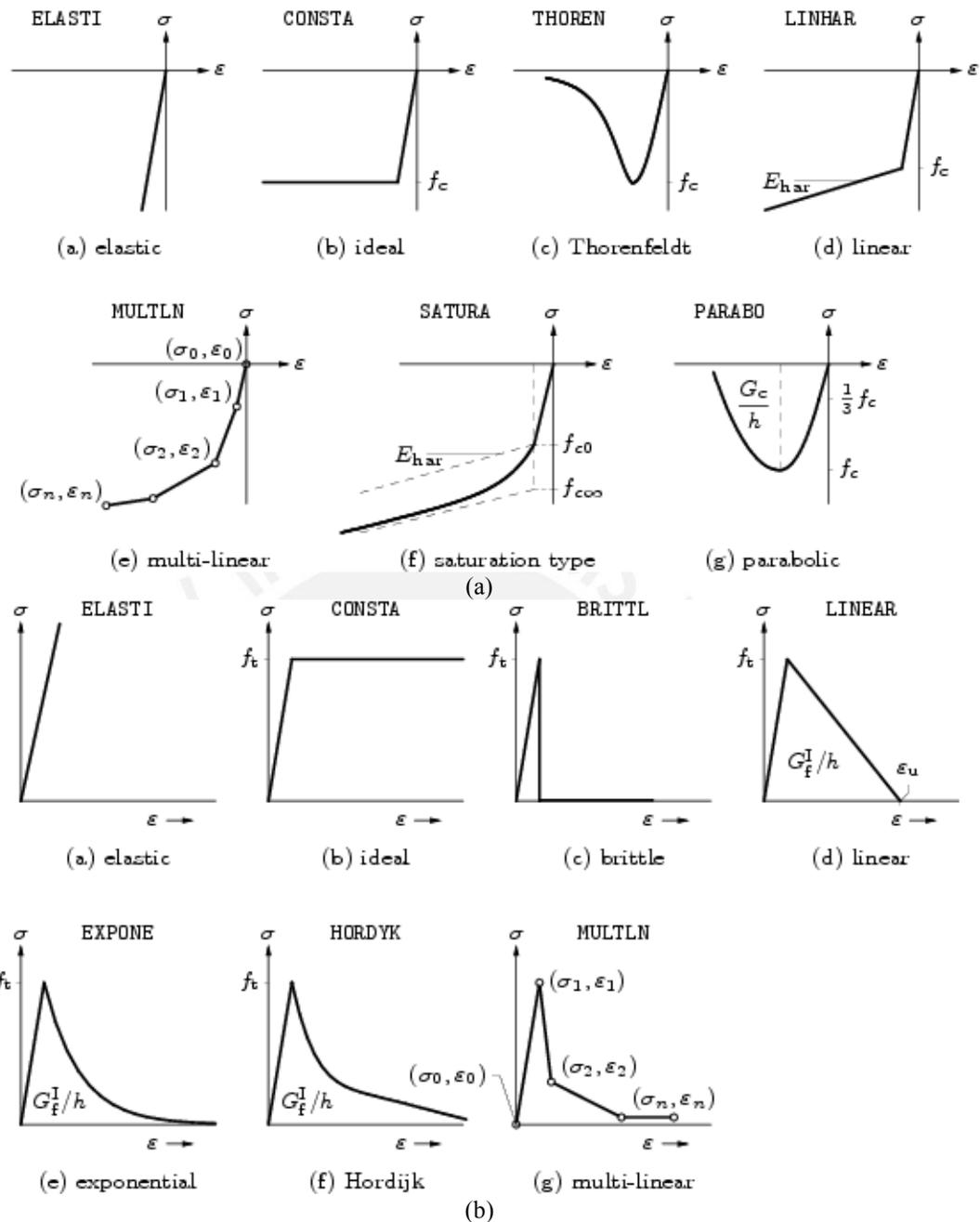


Figura 2.6: Leyes constitutivas del comportamiento (a) a compresión y (b) a tracción para el modelo Total Strain Crack (DIANA, 2015).

## 2.6 Criterio de plasticidad

### 2.6.1 Modelo “Rankine-Hill”

Para obtener una representación del ablandamiento del material, etapa plástica, para materiales frágiles como lo es la albañilería el modelo de Rankine-Hill (Lourenço, 1997) es aplicable. El modelo de Rankine para analizar el comportamiento plástico a tracción y

el modelo de Hill para el comportamiento bajo compresión. El criterio de Rankine para la plasticidad de materiales ortotrópicos plantea una relación entre el primer esfuerzo principal y un esfuerzo equivalente que representa el comportamiento de ablandamiento del material, que puede ser la albañilería.

$$f_1 = \frac{(\sigma_x - \sigma_{tx}(k_t)) + (\sigma_y - \sigma_{ty}(k_t))}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_{tx}(k_t)) + (\sigma_y - \sigma_{ty}(k_t))^2}{2} + \alpha \tau_{xy}^2} \quad (2.9)$$

El parámetro “ $\alpha$ ” depende del esfuerzo de tracción para los ejes “x” y “y”; asimismo, por el esfuerzo cortante.

$$\alpha = \frac{f_{tx}f_{ty}}{\tau_{ut}^2} \quad (2.10)$$

Asimismo, se define el factor de cantidad de ablandamiento en función de las deformaciones plásticas máximas producidas en el eje “x” e “y”; y la deformación angular en la etapa plástica.

$$k_t = \frac{\varepsilon_x^p + \varepsilon_y^p}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_x^p - \varepsilon_y^p)^2 + (\gamma_{xy}^p)^2} \quad (2.11)$$

Los esfuerzos equivalentes que describen el comportamiento elástico del material quedan definidos a partir de las siguientes expresiones:

$$\sigma_{tx} = f_{tx} \exp\left(-\frac{h f_{tx}}{G_{fx}} k_t\right); \quad \sigma_{ty} = f_{ty} \exp\left(-\frac{h f_{ty}}{G_{fy}} k_t\right) \quad (2.12)$$

Donde el factor “ $k_t$ ” representa la magnitud de ablandamiento del material, la deformación unitaria máxima plástica de los ejes principales; y el factor “h” es la longitud equivalente que depende de un factor modificador y la forma, tamaño de un elemento en estudio, para el estudio de la albañilería se la forma se relaciona con el área de un elemento.

Para los casos en los que el elemento es muy grande se puede presentar un esfuerzo que genera regresar al nivel constitutivo del material y, por ende, la teoría de energía de factura para dicha situación ya no se cumpliría; por ello, se define un valor máximo de longitud equivalente que depende del módulo de elasticidad, la energía de fractura y el esfuerzo a tracción.

Para el caso de criterio de Hill se plantea un comportamiento plástico que contempla una etapa de endurecimiento isotrópico, luego de la finalizar la etapa elástica, hasta llegar al pico máximo de esfuerzo de compresión con una tendencia parabólica; consiguiente en la parte post-pico, ablandamiento anisotrópico, la relación entre esfuerzos y deformaciones plásticas se basa en una curva parabólica y finalmente el decaimiento del esfuerzo sigue una tendencia exponencial.

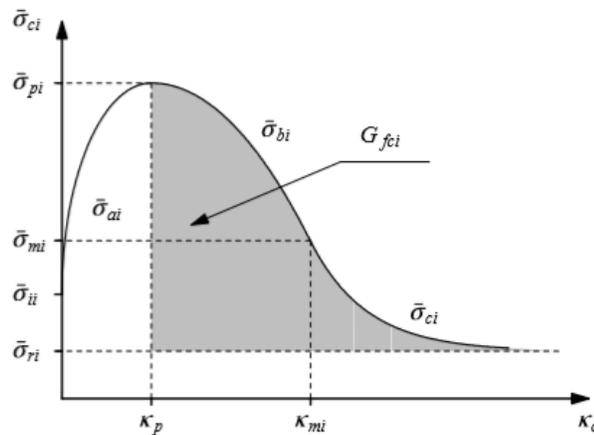


Figura 2.7: Ley constitutiva de comportamiento plástico bajo cargas de compresión (Lourenço, 1997).

A partir de la gráfica propuesta se define puntos fundamentales de esfuerzos que indican el inicio de la etapa de endurecimiento, el esfuerzo pico, el fin de la etapa de ablandamiento parabólico y el esfuerzo límite del decaimiento exponencial. Por motivos de simplificación los descritos quedan establecidos en función de la resistencia a la compresión del material donde  $\sigma_{pi} = f_{mi}$ .

La relación de los otros esfuerzos queda definida de la siguiente manera:  $\sigma_{mi} = \frac{1}{2} f_{mi}$ ,  $\sigma_{ii} = \frac{1}{3} f_m$ ,  $\sigma_{ri} = \frac{1}{10} f_m$ . Asimismo, el parámetro "k<sub>p</sub>" representa la deformación unitaria plástica generada por la aplicación del esfuerzo pico.

A partir de la tendencia de las curvas se plantean tres ecuaciones que describen el comportamiento plástico del material.

Tabla 2.3: Ecuaciones que caracterizan al criterio de plasticidad

Etapa de endurecimiento isotrópico	$\sigma_{ai} = \sigma_{ii} + (\sigma_{pi} - \sigma_{ii}) \sqrt{\frac{2k_c}{k_p} - \frac{k_c^2}{k_p^2}}$
Etapa de ablandamiento aniso trópico	$\sigma_{ai} = \sigma_{pi} + (\sigma_{mi} - \sigma_{pi}) \left(\frac{k_c - k_p}{k_{mi} - k_p}\right)^2$
Etapa de ablandamiento aniso trópico (decaimiento exponencial)	$\sigma_{ai} = \sigma_{ri} + (\sigma_{mi} - \sigma_{ri}) \exp\left(m_i \frac{k_c - k_{mi}}{\sigma_{mi} - \sigma_{ri}}\right)$

Animismo se define el factor “mi” como  $m_i = \frac{\sigma_{mi} - \sigma_{pi}}{k_{mi} - k_p}$ .

## 2.7 Método de solución para el FEM

Para análisis elástico de elementos finitos se plantea la matriz tensora de esfuerzos, así como también la matriz de deformaciones unitarias, las cuales quedan expresadas de la siguiente manera.

$$\sigma = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \sigma_{xy} \ \sigma_{yz} \ \sigma_{zx}]^T \quad (2.13)$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}]^T \quad (2.14)$$

A partir de las matrices se define el modelo constitutivo del elemento en estudio. Por otro lado, cabe resaltar que para el desarrollo de modelos continuos el procedimiento de integración se realiza mediante el esquema de Gauss, el cual consiste en un método matemático para interpolar los desplazamientos de los nodos de elementos unitarios y encontrar la deformación de dicho elemento.

Por otra parte, para el análisis inelástico, se propone primeramente resolver el estado de equilibrio entre las fuerzas internas y las fuerzas externas mediante la formulación de ecuaciones que dependen de los desplazamientos; sin embargo, a veces dichas ecuaciones no presentan una solución, sino varias, o simplemente no tienen solución. Por ello, se recurre a métodos de iteración que permitan encontrar una respuesta cercana a la solución con un error mínimo en la medida de lo posible.

Una de las técnicas de iteración más recurrentes es el método de Newton-Raphson (Lourenço, 1996).

Entonces partiendo de la formulación del equilibrio entre las fuerzas externas e internas en el elemento en análisis, donde las fuerzas dependerán de los desplazamientos de los nodos del elemento.

$$F_{i(u_n)} - F_{e_n} = 0 \quad (2.15)$$

Donde “Fi” son las fuerzas internas, “Fe” las fuerzas externas y “u” los desplazamientos de los nodos. Continuando, la solución de la ecuación anterior viene dada para el estado de desplazamientos “ $u_n$ ”; sin embargo, el problema se presenta cuando las fuerzas externas experimentan una variación, describiéndose por la siguiente ecuación.

$$F_{e(n+1)} = F_{e(n)} + \Delta F_{e(n+1)} \quad (2.16)$$

Luego, se presenta la siguiente situación de equilibrio.

$$\varphi_{n+1} = F_{i(u_n)} - F_{e(n+1)} \quad (2.17)$$

Donde “ $\varphi_{n+1}$ ” representa el vector de fuerzas no equilibradas o fuerzas residuales, que para el estado “n” es igual a cero. Asimismo, también se plantea una variación en los desplazamientos que generan una variación, también, en las fuerzas internas.

$$u_{(n+1)} = u_{(n)} + \Delta u_{(n+1)} \quad (2.18)$$

Entonces, el problema matemático se presenta cuando se requiere determinar el valor de “ $\Delta u_{(n+1)}$ ”, ya que de esa manera se podrá calcular la función de fuerzas internas.

Generalmente, se plantea el valor de “ $\Delta u_{(n+1)}$ ” como:

$$\Delta u_{(n+1)}^{i+1} = \delta u_{n+1} = (K^{-1})_{n+1}^i \varphi_{n+1}^i \quad (2.19)$$

Donde “i” es el índice indicador del número de iteración, “K” es la matriz de rigidez tangencial.

En resumen, la ecuación de equilibrio para el análisis inelástico se presenta de la siguiente manera:

$$F_e + \Delta F_e = F_{i(u)} + K(\Delta u) \quad (2.20)$$

Luego, se procede a aplicar el algoritmo iterativo anteriormente mencionado que consiste en calcular el valor de variación de desplazamientos de la siguiente manera (DIANA, 2015).

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \Delta u} = K_i \quad (2.21)$$

Este método propone variaciones de fuerza externa, para luego determinar la variación de desplazamientos a partir de la matriz tangencial. Asimismo, con este método se crea una matriz de rigidez por cada iteración, lo cual genera que se requieran de menos iteraciones para la convergencia y que cada una de estas sea lenta.

Por otro lado, se presenta el algoritmo de Newton-Raphson modificado que plantea mantener la matriz de rigidez tangencial inicial constante y se basa en la convergencia del equilibrio. Por ello, requiere de más iteraciones, pero cada una de esta toma menos tiempo. Con respecto al método regular el modificado es más rápido para obtener la convergencia.

## **2.8 Elementos sólidos para modelación numérica**

Para la modelación numérica en 3D se emplean elementos tipo sólidos. A partir de sistema de ejes globales de la estructura, un elemento sólido se analiza, generalmente, mediante un eje de coordenadas locales (definidos como  $xyz$ ), que son paralelos a los ejes globales  $XYZ$ . Asimismo, otro sistema de coordenadas consiste en establecer la dirección específica de “ $x$ ” y luego definir un vector en “ $y$ ” para determinar las direcciones correctas en “ $y$ ” y “ $z$ ”. Este último sistema definido se adecua para obtener el esfuerzo principal del elemento sólido en estudio (DIANA, 2015).

Los parámetros que definen su comportamiento estructural son los desplazamientos, deformaciones unitarias y los esfuerzos a los que está sometido. Ahora bien, los desplazamientos se definen como los movimientos de traslación de cada nodo del sólido, los cuales poseen tres grados de libertad.

Un tipo de elemento sólido (DIANA, 2015) es el “Brick element”. Este es isoparamétrico, ya que los bordes del elemento son curvos y adoptan la forma de la función que se emplea para aproximar los de desplazamientos. Generalmente, empleado en el análisis de estructuras de geometría regular o compleja en tres dimensiones. Asimismo, se presentan tres subtipos, los cuales son el HX24L, CHX60 y el CHX96.

Para el caso del HX24L, este consiste en un elemento sólido de ocho nodos con tres grados de libertad en cada uno. Para este tipo, la función de aproximación de desplazamientos es lineal. Cabe resaltar, que este elemento es eficiente para evaluar el comportamiento de elementos regulares; sin embargo, para elementos irregulares sometidos a esfuerzos de flexión no se muestran resultados eficientes (Macneal & Harder, 1985).

Por otro lado, el elemento CHX60 brick contempla 20 nodos de integración. La función de aproximación de los desplazamientos es del tipo cuadrática porque presenta nodos intermedios en los lados (Dhatt, Lefrançois & Touzot, 2012).

Finalmente, el modelo CHX96 brick presenta 32 nodos de integración. La función de aproximación de los desplazamientos es del tipo cúbica porque presenta dos nodos intermedios en los lados del elemento (Dhatt, Lefrançois & Touzot, 2012).

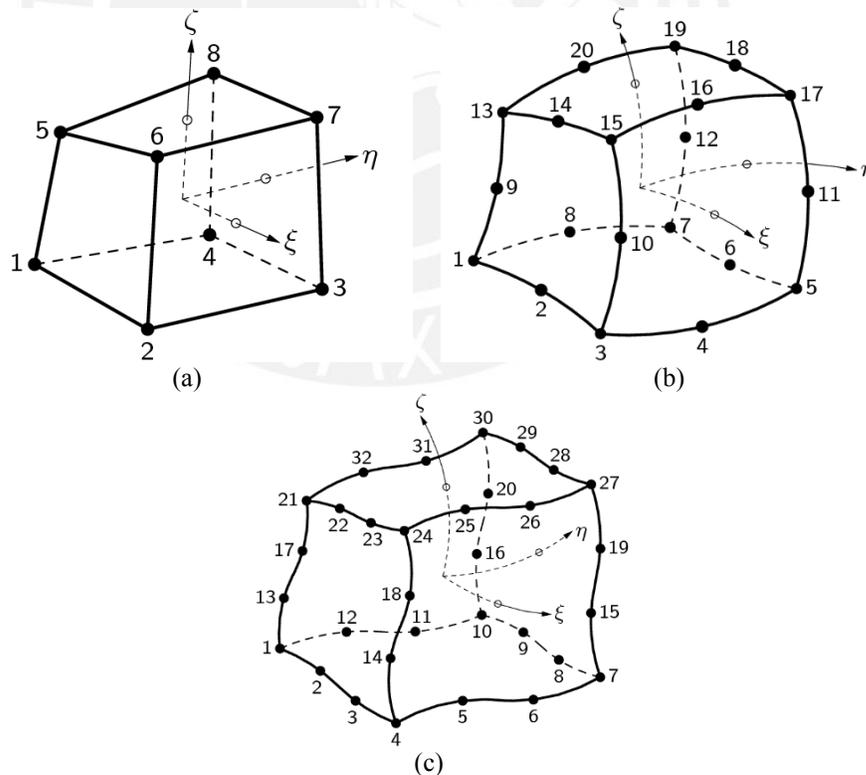


Figura 2.8: Gráficas de sólidos tipo hexaedros: (a) HX24L; (b) CHX60; y (c) CHX96 (DIANA, 2015)

Cabe resaltar que los tipos de sólidos que los nodos intermedios presentes a lo largo de la arista del sólido facilitan la interpolación en elementos de geometría compleja. Por ello, en el análisis de materiales como la albañilería modelada con sólidos, los nodos intermedios permiten predecir el comportamiento de la estructura con mayor precisión con respecto al no emplearlos (Cundall, 1988).

## **2.9 Modelos numéricos de albañilería en 3D**

Diversas investigaciones se han enfocado en realizar modelos numéricos tanto de especímenes de mampostería, así como modelación de estructuras de mayor magnitud hechas de mampostería. Por ello, en esta parte se presenta ejemplos de modelaciones realizadas y los resultados obtenidos de esas investigaciones.

Primeramente, se presenta la investigación realizada para analizar la mampostería histórica de una huaca (Ramírez et al., 2015), el cual en una parte del trabajo se avocó en trabajar la modelación numérica de pilas de mampostería de adobe, el cual está compuesto por unidades de adobe y mortero de tierra, sometidas a un ensayo de compresión uniaxial.

Para el desarrollo del modelo se trabajó con un macro-modelo que considera la mampostería de adobe como un solo material homogéneo. Por otro lado, para la caracterizar el agrietamiento se empleó el enfoque “*Total Strain Crack Model*” del programa computacional DIANA y los modelos de agrietamiento utilizados para el ensayo de compresión fueron: “fixed orthogonal crack model” (TSCM-fixed) y el “coaxial rotating crack model” (TSCM-rotating).

Ahora bien, en el desarrollo de los modelos se propuso realizar cuatro modelos, de los cuales estos serían dos usando elementos tipo lamina, 2D, y los otros dos sería con elementos sólidos, 3D. Cabe resaltar que para los modelos con elementos sólidos se trabaja con los dos modelos de agrietamiento, que son TSCM-fixed y TSCM-rotating.

Ahora bien, la solución fue realizada mediante el método de Newton-Raphson Modificado. Asimismo, el modelo numérico se calibró bajo un enfoque disponible del programa de cómputo en uso, el cual consistía en presentar una tendencia parabólica en el comportamiento bajo cargas de compresión y un decaimiento exponencial bajo cargas de tracción.

Por otro parte, los parámetros necesarios para la respectiva calibración fueron el módulo de elasticidad, la energía de fractura a compresión, la resistencia a la tracción, energía de fractura a tracción, módulo de Poisson y el factor de retención de corte.

Asimismo, para la construcción de los modelos de los conformados por elementos tipo lámina se emplearon elementos tipo “Shell” de 8 nodos en el estado plano de esfuerzo, CQ16M; en cambio, para el modelo con sólidos se emplearon elementos con 20 nodos, CHX60.

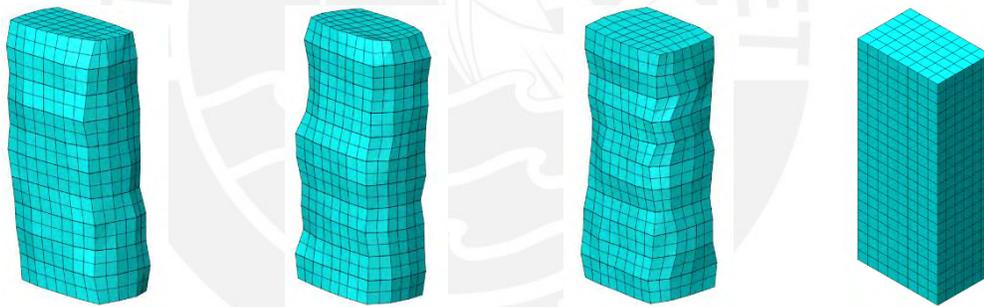


Figura 2.9: Presenta los modelos de primas con elementos sólidos(Ramírez et al., 2015).

Los resultados de los modelos numéricos en términos de esfuerzo versus deformación presentaron una eficiente aproximación con respecto a la curva experimental. El modelo con sólidos presentó una mayor precisión en resultados con respecto a los modelos con elemento Shell. Cabe resaltar que los modelos presentan una muy buena aproximación en la parte lineal, pero en la parte post-pico no se logra reproducir una respuesta completa.

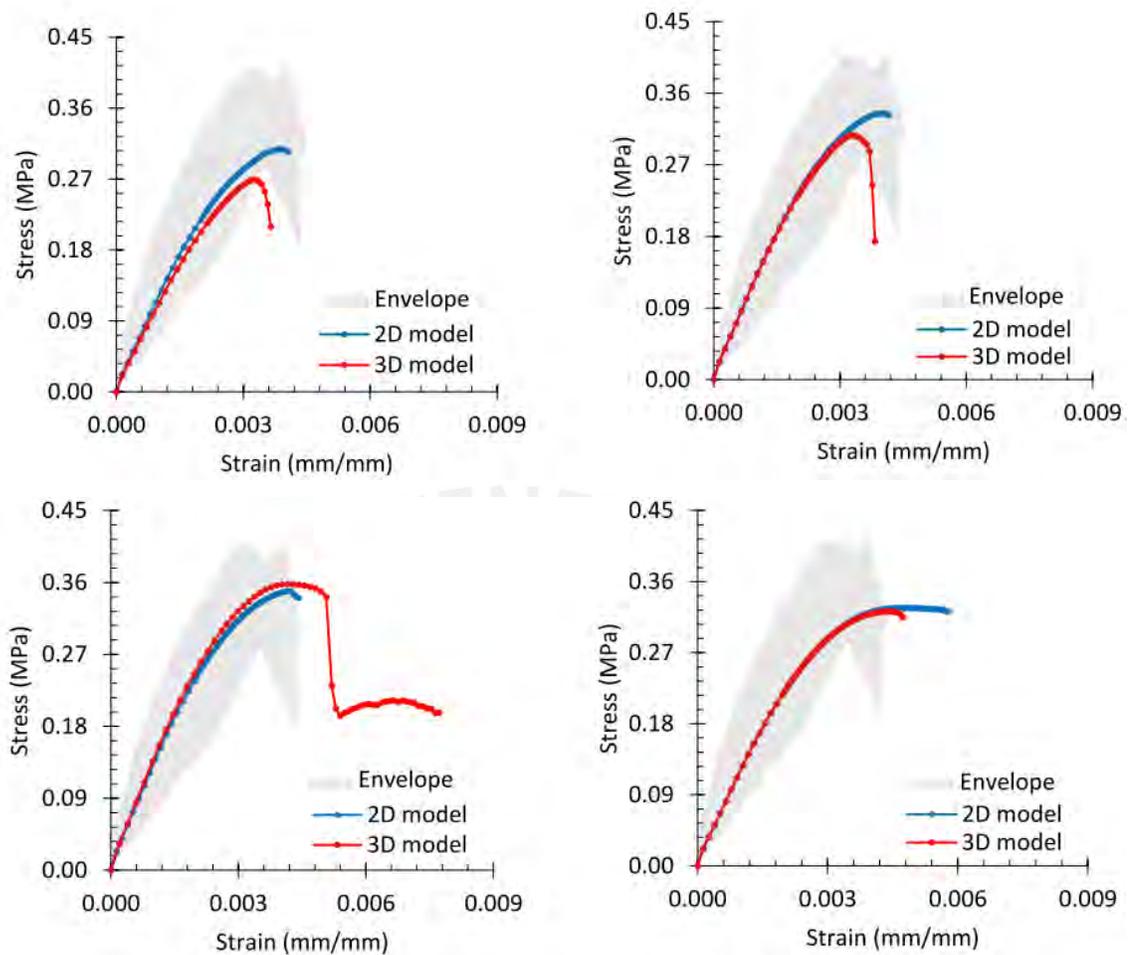


Figura 2.10: Muestra las gráficas de comparación de la envolvente experimental, los modelos en 2D y los modelos en 3D (Ramírez et al., 2015).

Para el caso de la aplicación del modelo de agrietamiento TSCM-rotating se realizó el mismo procedimiento de modelación realizado con el otro modelo con TSCM-fixed. A partir de los resultados para este nuevo modelo se pudo observar que la resistencia mostrada para ambos modelos de agrietamiento fue, prácticamente, la misma, pero la deformación unitaria para la carga pico mostro una ligera diferencia.

Asimismo. Se presentó diferencia entre la respuesta post-pico entre ambos modelos, ya que el modelo TSCM-rotating presenta una caída súbita del esfuerzo en la región post-pico y para el TSCM-fixed se presentó una caída súbita combinada con una degradación de la resistencia.

Por otro lado, otra investigación realizada de modelos numéricos con sólidos fue presentada por Mahini (Mahini, 2015), el cual se enfoca en realizar modelos numéricos de pilas de mampostería de adobe, los cuales estaban compuestos de cuatro unidades de adobe unidas por mortero de barro.

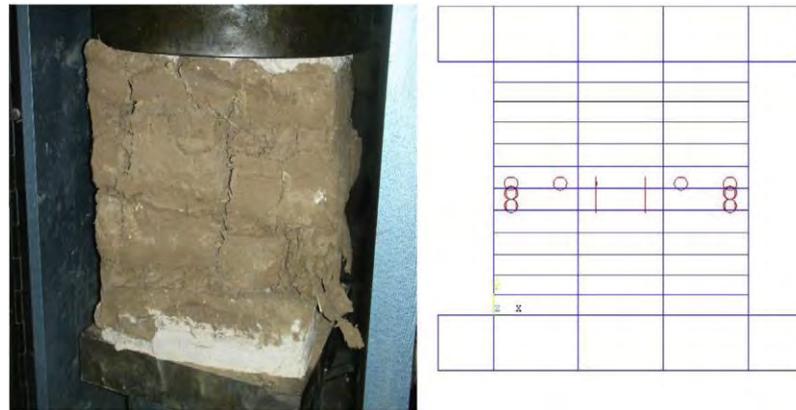
Para el desarrollo del modelo se propuso realizar macro-modelación con elementos sólidos, estructura en tres dimensiones y que considera todo el elemento continuo incluyendo las interfases entre el mortero y la unidad. Ahora bien, para caracterizar el modelo en 3D se emplearon sólidos con ocho nodos isoperimétricos, recomendado para materiales cuasi-frágiles como el que está en estudio.

Cabe resaltar que el tipo elemento seleccionado permite representar el agrietamiento en tres direcciones ortogonales y la deformación plástica y creep. Asimismo, Para caracterizar el agrietamiento se empleó el enfoque constitutivo “*Smearred Crack Model*” del programa computacional ANSYS; debido a que dicho enfoque puede reproducir la etapa de plasticidad y el agrietamiento de materiales como la albañilería.

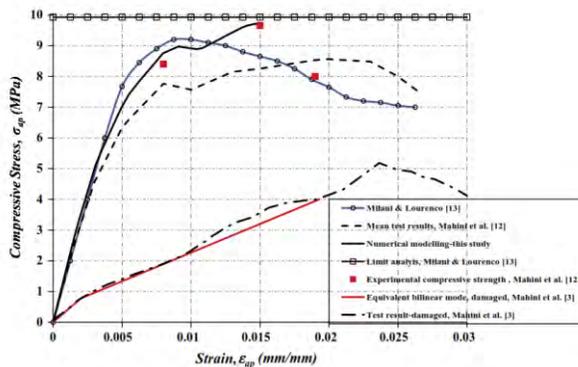
Por otro parte, los parámetros necesarios para la respectiva calibración fueron el módulo de elasticidad; la resistencia a la tracción  $f_t$ , también se empleó el factor  $T_c$ , que representa la cantidad de relajación de los esfuerzos de tracción que por defecto fue 0.6; la resistencia a la compresión  $f_c$ ; módulo de Poisson y el factor de retención de corte ( $\beta$ ).

Para el proceso de la modelación de los especímenes se empleó una malla en tres dimensiones, la cual contemplaba 108 elementos sólidos tipo SOLID65.

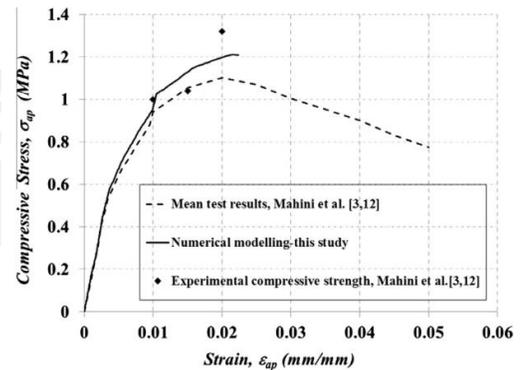
Asimismo, cabe resaltar que, también, se modelaron con elementos finitos los objetos presentados en el contorno de las pilas durante los ensayos de compresión uni-axial, como las plataformas de metal donde la carga era aplicada (Figura 2.11a). Añadiendo, la solución fue realizada mediante el método iteración para la convergencia de los algoritmos de fuerza y desplazamiento fue Newton-Raphson Modificado.



(a)



(b)



(c)

Figura 2.11: Resultados de Mahini, 2015: (a) Modelo numérico y modelo real en el estado de propagación de grietas antes del colapso; (b) Resultados a compresión de las unidades; y (c) Resultados a compresión de los prismas de adobe.

A partir de los resultados para este modelo con sólidos se pudo observar que la curva mostrada para los esfuerzos de compresión y deformaciones se asemeja en gran medida a la curva experimental obtenida en ensayos de prismas de unidades, Figura 2.11b. Por ello, se puede comentar que el modelo numérico fue calibrado adecuadamente mostrando resultados con precisión. Sin embargo, la respuesta post pico solo se puede evaluar con el modelo numérico, ya que los ensayos no presentaron resultados para dicho estado.

Por otro lado, en la curva de esfuerzo compresión versus deformación de prismas de adobe del modelo (Figura 2.11c) se presenta comportamiento también semejante a los experimentales. Asimismo, el modelo puede mostrar una respuesta aproximada en la formación de las grietas.

En conclusión, general, los modelos numéricos desarrollados con sólidos presentan una buena predicción representando la respuesta de la mampostería de adobe bajo cargas de compresión, ya que los resultados de resistencia presentan semejanza a los experimentales y, además, un mecanismo de agrietamiento parecido al real. Entonces, es un buen indicio para la modelación numérica con sólidos para la albañilería de ladrillo de arcilla.

## **2.10 Ensayos experimentales para caracterización de las propiedades mecánicas de la albañilería**

Los ensayos se realizan para determinar propiedades mecánicas de los materiales y de esa manera tener la base experimental para poder realizar el análisis estructural de estructuras desarrolladas con el material en estudio.

### **2.10.1 Ensayo de compresión uni-axial**

Para los ensayos de compresión el principal objetivo es el de obtener el módulo de elasticidad y la resistencia máxima a la compresión. Generalmente, para estos ensayos se realizan con pilas de albañilería, sometiéndola a una carga en su eje axial, sobre el área de menores dimensiones.

Por otro lado, para este ensayo en realidad, la albañilería llega a la falla no por esfuerzos netamente de compresión en los elementos; sino que durante la aplicación de los esfuerzos el mortero tiende a expandirse en mayor medida con respecto a la unidad de ladrillo; por ende, en las unidades se producen esfuerzos de tracción lateral y mientras que por equilibrio el mortero si se encuentra sometido a esfuerzos de compresión (San Bartolomé, 1994).

Para el desarrollo de un eficiente ensayo se requiere seguir procedimientos estándares, ya que de esa manera se puede controlar en mayor medida las variables que puedan intervenir durante un ensayo y que puedan repercutir en obtener resultados erróneos. Por ello, la Norma ASTM, 2003, establece un número mínimo de pila para ensayos, el cual es tres. Asimismo, los especímenes deben presentar una relación entre altura y espesor entre 1.3 a 5 según ASTM, 2003 y para la Norma E.070 entre 2 y 5.

Por otra parte, para determinar las propiedades mecánicas de la mampostería a partir del ensayo, la Norma plantea lo siguiente. El cálculo de la resistencia máxima a la compresión de la pila se realiza como la división entre la máxima fuerza axial obtenida sobre el área neta de la sección. Continuando, para determinar la resistencia a la compresión de la albañilería primero se requiere calcular la esbeltez del espécimen ( $h/t$ ), ya que se requiere obtener un factor de corrección.

Para lo anterior, el ASTM propone como esbeltez nominal un valor de dos. Entonces, para el cálculo de " $f_t$ " se multiplica el factor de corrección por la resistencia a la compresión de la pila.

Tabla 2.4: Factores de corrección por esbeltez según ASTM

Factores de corrección por esbeltez para pilas de albañilería (ASTM,2003)							
Esbeltez (h/t)	1.3	1.5	2	2.5	3	4	5
Factor de corrección	0.75	0.86	1.00	1.04	1.07	1.15	1.22

En cambio, la Norma E.070 establece como esbeltez nominal un valor igual a cinco.

Tabla 2.5: Factores de corrección por esbeltez según Norma E0.70

Factores de corrección por esbeltez para pilas de albañilería Norma E.070							
Esbeltez (h/t)	2	2.5	3.0	4.0	4.5	5.0	
Factor de corrección	0.73	0.80	0.91	0.95	0.98	1.00	

La corrección por esbeltez se realiza, porque se requiere normalizar los valores de resistencia, de probetas con diferente esbeltez al nominal, al valor de resistencia que se hubiera obtenido si el espécimen en análisis hubiera sido construido con el valor referencial de esbeltez.

Cabe resaltar, a menor relación en entre la altura total y el espesor se obtiene un valor de resistencia mayor por presentar en menor medida el efecto de esbeltez. Asimismo, para caso de valores intermedios de la relación altura y espesor, el factor de corrección se calcula mediante interpolación.

### 2.10.2 Ensayo de compresión diagonal

Para los ensayos de compresión el principal objetivo es el de obtener el módulo de corte, resistencia al corte diagonal y la resistencia máxima a la tracción indirectamente. Para este tipo de ensayo, se construyen muretes de albañilería, sometíéndolas a una carga en su eje diagonal.

Por otro lado, para este ensayo en realidad, los muretes fallan a lo largo de la interfaz mortero-unidad, lo cual visualmente se ve de forma escalonada; sin embargo, en algunos ensayos se puede presentar rotura en las unidades y la falla sería diagonal, debido a que se presentó una adecuada adherencia entre los elementos (San Bartolomé, 1994).

Para el desarrollo de un eficiente ensayo también se plantean procedimientos estándares, para controlar en mayor medida las variables que puedan intervenir durante un ensayo y que puedan repercutir en obtener resultados erróneos. Por ello, la Norma E 0.70 y (ASTM E 519-02, 2002) establece un número mínimo de tres muretes para este ensayo. Por otro lado, para determinar las propiedades mecánicas de la mampostería como la resistencia al corte, la Norma ASTM plantea una serie de procedimientos numéricos. Por ejemplo, para determinar el esfuerzo de corte diagonal se propone la siguiente ecuación:

$$S_s = 0.707 \frac{P}{A_n} \quad (2.22)$$

El esfuerzo de corte (ASTM E 519-02, 2002) es igual a la fuerza aplicada sobre el área neta del espécimen y multiplicado por el factor 0.707. En donde el área es igual al promedio de la altura y ancho del murete multiplicado por el espesor y el porcentaje de superficie sólida. Asimismo, el esfuerzo de corte (San Bartolomé, 1994) puede ser determinado a partir de dividir la carga aplicada sobre el área diagonal del murete.

La deformación unitaria de corte (ASTM E 519-02, 2002) se determina a partir de la suma de deformaciones tanto horizontal como vertical sobre la longitud inicial de la instrumentación en uso. Luego, el módulo de corte es igual al esfuerzo de corte sobre la deformación unitaria total.

Por otro lado, para determinar el esfuerzo de tracción de manera indirecta, la investigación (Brignola, Frumento, Lagomarsino & Podestà, 2008) realiza la interpretación del círculo de Mohr propuesto por RILEM y el valor de corte diagonal propuesto por la ASTM.

A partir de dicho análisis se obtiene un valor de esfuerzos de tracción igual al esfuerzo de tracción propuesto por la ASTM multiplicado por el factor de 0.52. Asimismo, se realiza un modelo numérico en ANSYS para determinar el esfuerzo de tracción, obteniéndose como resultado que los esfuerzos principales se presentan en un plano inclinado a 45° y el valor del parámetro a obtener es igual a la carga aplicada sobre el área de sección transversal, ASTM, multiplicado por 0.5.

Asimismo, en la investigación se realizaron simulaciones de compresión diagonal con variaciones de parámetros de modelamiento para, finalmente, proponer la siguiente expresión y determinar la resistencia a la tracción en la albañilería.

$$f_t = \alpha \frac{P}{A_n} \quad (2.23)$$

Donde alfa depende de la tipología de la albañilería, si es regular o irregular. Añadiendo, a partir de diversos ensayos de compresión diagonal con diferentes tipologías de albañilería se obtuvieron los siguientes resultados de valores del parámetro alfa.

Tabla 2.6: Valores de alfa propuestos por (ASTM E 519-02, 2002)

<b>Albañilería</b>	<b>A</b>
Ladrillo sólido	0.56
Ladrillo hueco	0.50
Bloque de concreto	0.50



3. **CAPITULO 3**  
**ENSAYOS EXPERIMENTALES  
DE PILAS Y MURETES DE  
ALBAÑILERÍA**

### 3.1 Pilas de albañilería

En esta presenta parte se describe a detalle los especímenes de albañilería utilizados y el procedimiento para los ensayos de compresión uni-axial en el laboratorio de estructuras de la PUCP.

#### 3.1.2 Descripción de especímenes

Para elaboración de las probetas, pilas, de albañilería se utilizaron ladrillos de arcilla y mortero. Las dimensiones nominales de las unidades de ladrillo  $23 \times 13 \times 9 \text{ cm}^3$ ; asimismo, con presencia de 18 huecos. La dosificación del mortero fue realizada con material cementante y arena con una relación de 1:4.

El proceso constructivo siguió con las técnicas convencionales; las cuales consisten en preparar el mortero, para luego cubrir una cara de la unidad con una capa de mortero y, después, apilar la otra unidad de ladrillo sobre la capa de mortero. La pila de albañilería estuvo conformada por seis unidades de ladrillo, 5 capas de mortero y, asimismo, se colocó un capping para la parte superior e inferior de la pila. Para los ensayos se construyeron un total de 4 pilas con dimensiones nominales de las pilas fueron de  $600 \times 230 \times 130 \text{ cm}^3$ .

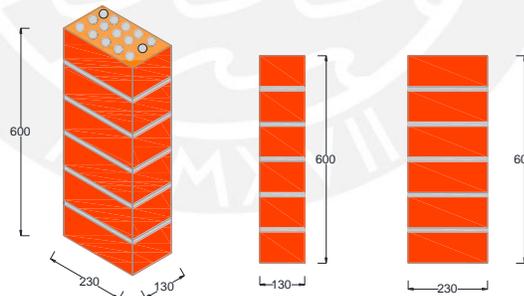


Figura 3.1: En esta figura se presenta el dibujo isométrico de la pila de albañilería analizada con sus medidas nominales en mm; asimismo, como dibujos frontales de los lados laterales de la pila (Fuente propia).

#### 3.1.3 Ensayo de compresión uni-axial

Como se mencionó, anteriormente, el ensayo se realizó en el laboratorio de estructuras de la PUCP. Para el desarrollo de este tipo de ensayos se cuenta con un equipo de carga y un sistema de control para registrar los resultados. El equipo de carga consistió en una gata hidráulica con capacidad de 200 toneladas y, asimismo, de una bomba hidráulica eléctrica con capacidad de 600 BAR. Por otro lado, el equipo de registro de datos consistió en una

celda de carga conectada a un amplificador y caja de conexiones para expresar los registros en kN mediante un computador implementado con el software LABVIEW. En el ensayo la pila de albañilería se verificó que se encontrara bien aplomada en el equipo de ensayo, ya que si no se cumple con dicho requerimiento se pueden presentar desvíos en los dispositivos de lectura y, por ende, obtener resultados erróneos.

Los dispositivos de lectura estaban conformados por tres LVDT. De los cuales uno de ellos, de 50 mm, estaba considerado para medir la respuesta global de la probeta durante el ensayo; por otro lado, los otros dos, de 10 mm, estaban implementados para medir la respuesta local del prisma. Durante el desarrollo de los ensayos de las probetas de albañilería, se procedió a realizar el control de la aplicación de la carga por desplazamiento, ya que si se realiza el ensayo por fuerza controlada se provoca en la probeta una rotura instantánea que no permitirá registrar una respuesta más precisa en las deformaciones del material. Entonces, la velocidad de carga aplicada fue de 0.5 mm/min y se aplicó hasta que el material llegara a la rotura.

Finalmente, los resultados que se obtuvieron del ensayo fueron una gráfica de Fuerza aplicada versus desplazamiento axial para cada una de las cuatro probetas ensayadas. Cabe resaltar que se obtuvieron respuestas de las deformaciones locales y globales de las pilas.



Figura 3.2: Ensayo de compresión: (a) Equipo de aplicación de carga y de registro de respuesta del ensayo. (b) En la figura se observa la pila colocada en el equipo de carga y con sus respectivos dispositivos de lectura implementados (LVDT's), Fuente propia.

### 3.1.4 Resultados del ensayo de compresión uni-axial

En la etapa final de los ensayos de compresión en las pilas de albañilería se pudo observar las grietas formadas luego de la aplicación de la carga máxima. En la figura 3.3 se puede visualizar la forma de falla presentada en una pila ensayada. Se puede recalcar que la falla se presenta en la parte superior del espécimen debido a la concentración de esfuerzos en dicha parte.

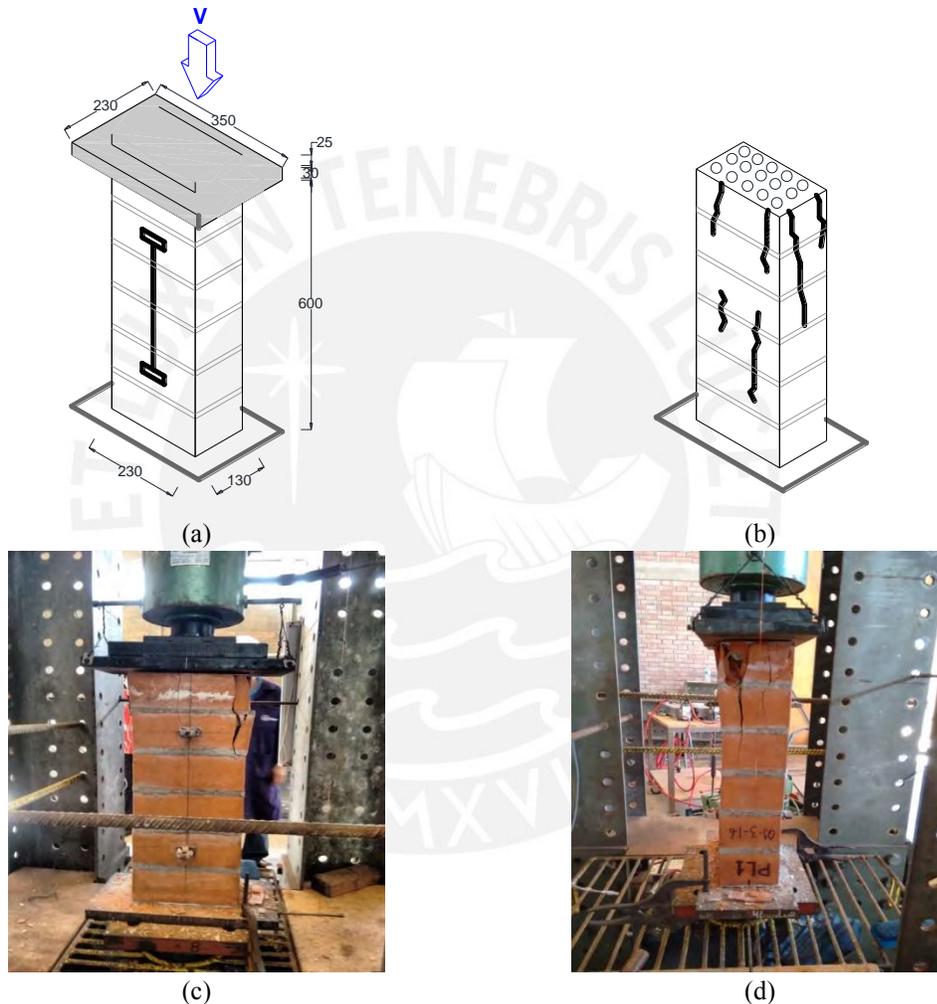


Figura 3.3: Rotura de las pilas: (a) En la figura se presenta las grietas para la parte frontal de la probeta luego de la aplicación de la carga máxima (b) y las grietas para la vista lateral de la pila (Fuente propia).

Los resultados obtenidos mediante el ensayo de compresión fueron el registro de una data de la historia de carga aplicada y las deformaciones producidas por las cargas. Con la data adquirida se procedió a construir la gráfica de Fuerza versus desplazamiento para cada pila ensayada. En la figura 3.4 se muestran las curvas de Fuerza axial -deformación global

medidos con los LVDT's locales para cada prisma y en la figura 3.5 las curvas de esfuerzo versus deformación unitaria (LVDT global) de las pilas obtenidas a partir de los ensayos.

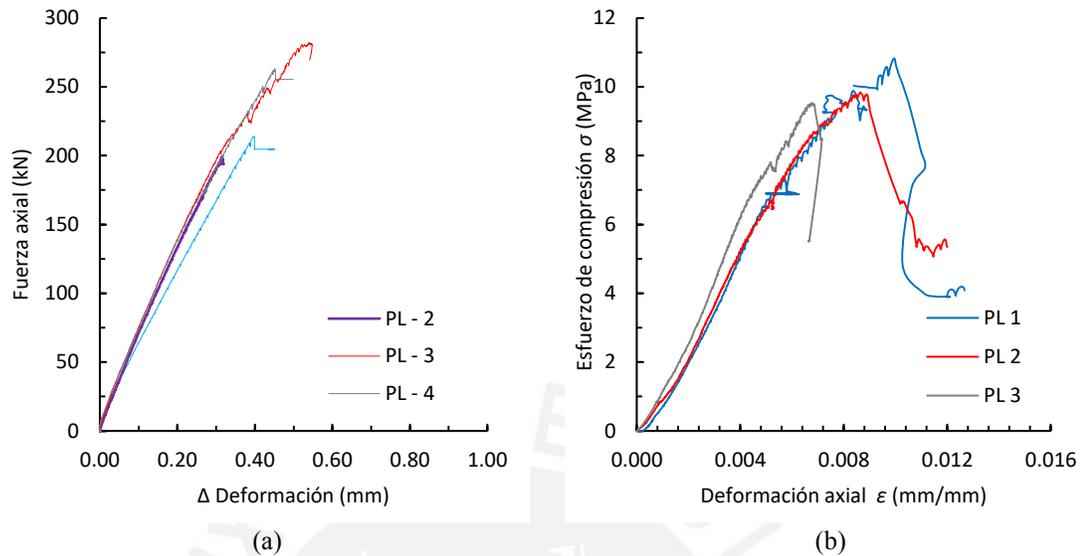


Figura 3.4: (a) Gráfica de Fuerza axial versus deformación local y en (b) la curva de esfuerzo de compresión vs deformaciones unitarias globales construidas a partir de los resultados de los ensayos realizados a cada pila de albañilería.

Por otro lado, en la Figura 3.5.a se muestra los resultados de los ensayos en términos de esfuerzos de compresión axial y deformación unitaria local y, asimismo, en la Figura 3.5.b se presenta la envolvente experimental construida a partir de las curvas anteriores,

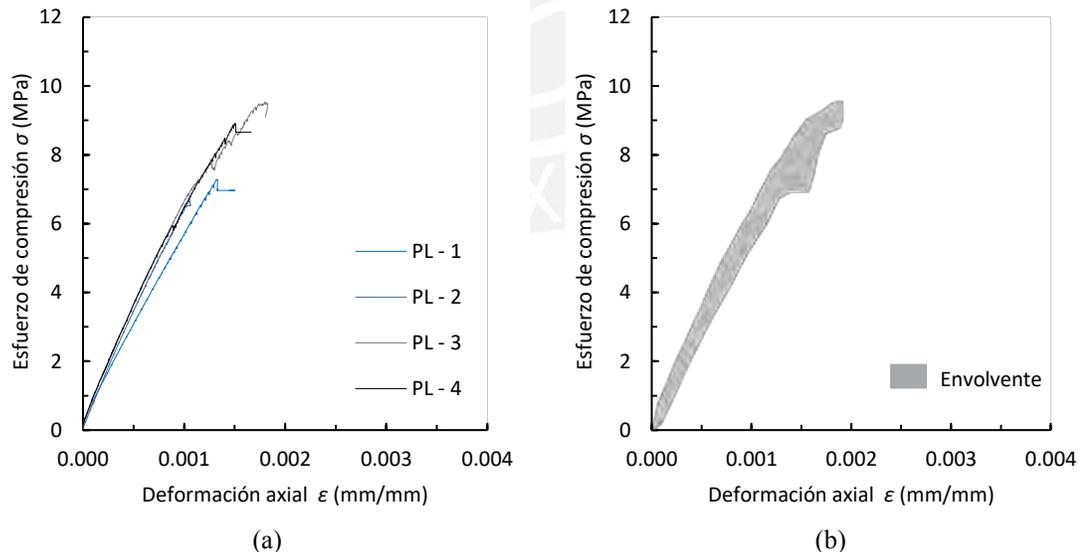


Figura 3.5: (a) Gráfica de Esfuerzo axial versus deformación unitaria construida a partir de los resultados de los ensayos realizados a cada pila de albañilería y en (b) la envolvente experimental.

Cabe resaltar que para el análisis de los resultados y, posteriormente, cálculo de los parámetros mecánicos de la mampostería en estudio se realiza a partir de la respuesta local,

ya que la respuesta global toma en cuenta las condiciones de borde, como la máquina de ensayo, etc. Asimismo, las lecturas del LVDT global permiten generar una idea de cómo es el comportamiento mecánico del material en términos de forma de curvatura más no en resultados numéricos.

### 3.1.5 Cálculo de la resistencia a la compresión

Para el cálculo de la resistencia a la compresión se procede a dividir la carga máxima soportada por la probeta, dato que se obtiene a partir de la lectura global del ensayo, entre el área bruta. Debido a que se asume que en el área de la parte media del espécimen se uniformiza la distribución de esfuerzos axiales. En la tabla 3.1 se presenta las dimensiones de cada probeta ensayada, así como también la esbeltez de cada una.

Para el cálculo del módulo de elasticidad experimental de la albañilería se seguirá el siguiente procedimiento. Primeramente, la historia de carga aplicada será dividida entre el área bruta de la sección transversal de la pila albañilería, asumiendo que en el área de la parte media de la probeta el esfuerzo se distribuye uniformemente, en la Tabla 3.1 se muestran las dimensiones de cada probeta ensayada, así como también la esbeltez de cada una.

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (3.1)$$

Donde “P” representa la carga aplicada; “A” representa el área bruta promedio de la sección transversal de la albañilería, se obtuvo a partir de un promedio de tres mediciones realizadas a las dimensiones de la pila antes del ensayo; y “σ” representa el esfuerzo de compresión que actúa sobre la pila.

Tabla 3.1: Dimensiones registradas para cada probeta y su respectiva esbeltez

	Altura (mm)	Ancho (mm)	Espesor (mm)	Esbeltez
Pila (Muestra)	h	L	t	(h/t)
PL1	592	235	125	4.74
PL2	590	234	127	4.65
PL3	593	235	126	4.71
PL4	590	236	125	4.72

Con el valor de la carga máxima que generó las grietas en el material y las dimensiones de cada pila se procede a calcular el  $f_m$  para cada pila y, asimismo, se multiplica el factor

de corrección por esbeltez propuesto por la Norma E.070. En la tabla 3.2 se presenta el valor de área bruta de cada pila, el valor de carga máxima, el factor de esbeltez y, finalmente, la resistencia a la compresión total del material en análisis.

Tabla 3.2: Resultados de la resistencia a la compresión de la albañilería

Pila (Muestra)	Área	Carga	Factor por esbeltez	$f_m$	Desviación estándar	Media	$f'_m$	CV
	mm <sup>2</sup>	kN	Norma E.070	MPa	MPa	MPa	MPa	%
PL1	29375	318	0.990	10.72				
PL2	29718	292	0.986	9.69	0.73	10.17	9.44	7.2
PL3	29610	282	0.988	9.41				
PL4	29500	324	0.989	10.86				

El valor de la resistencia a la compresión de la albañilería obtenida experimentalmente es de 10.17 MPa con un coeficiente de variabilidad de 7.2 %, lo cual representa un valor de variabilidad aceptable. Asimismo, el valor de la resistencia a compresión característico es de 9.44 MPa, el cual se calculó mediante la resta de la desviación estándar obtenida al valor promedio de este parámetro.

### 3.1.6 Cálculo del módulo de elasticidad

Se procedió a calcular las deformaciones a partir de la historia de desplazamientos obtenidos del ensayo. El cálculo se realizó dividiendo el valor del desplazamiento entre la longitud inicial de los LVDT's.

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{l_i} \quad (3.2)$$

Donde “ $\Delta$ ” representa la deformación de la pila; “ $l_i$ ” representa la longitud inicial del LVDT; y “ $\varepsilon$ ” representa la deformación unitaria de la pila.

A partir de los cálculos anteriores, se procedió a construir las curvas de esfuerzo versus deformación unitaria, mostradas anteriormente. Para el cálculo del módulo de elasticidad se procedió a acotar las gráficas de cada pila y para cada LVDT en el rango de valores que contempla desde el 30% hasta el 60% del esfuerzo máximo, como se muestra en la figura 4.5.

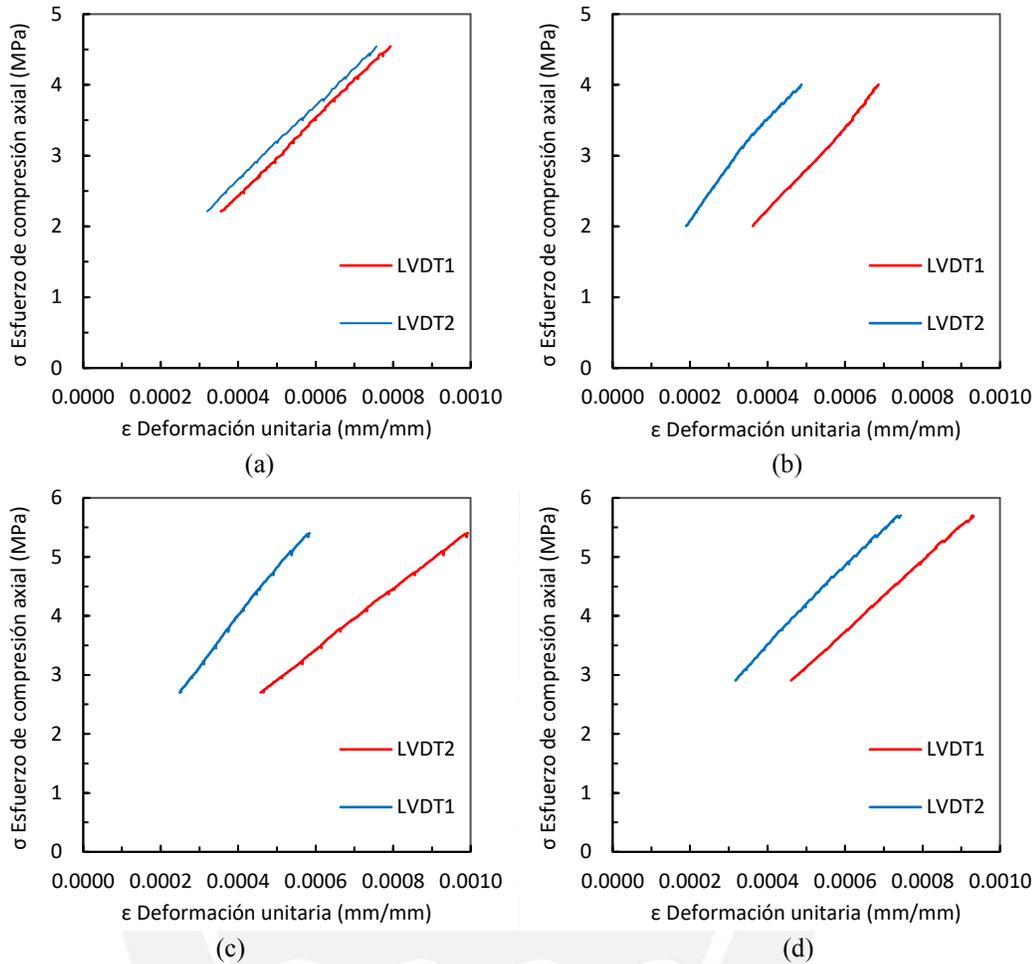


Figura 3.6: Se presentan las curvas Esfuerzo-deformación unitaria acotados para el 30% y 60% de la carga máxima (a) Pila 1, (b) Pila 2, (c) Pila 3 y (d) Pila 4.

A partir del acotamiento de las curvas en el rango de esfuerzos mencionado se procede a aplicar una regresión lineal a cada una de las curvas para obtener una ecuación de lineal de tendencia, del cual la pendiente de la curva será el módulo de elasticidad del material.

El método de mínimo cuadrados de los datos de la curva se ajusta a una función lineal a cada medición de LVDT para luego obtener un módulo de elasticidad promedio para cada pila. En la tabla 3.3 se muestra los resultados de módulo de elasticidad para cada LVDT, el módulo promedio de cada pila y el módulo de elasticidad total.

Tabla 3.3: Valores de esfuerzo máximo al 30% y 60%; módulo de Elasticidad por cada LVDT, pila, y el total; asimismo, se presenta la desviación estándar del módulo para cada pila y del total

Pila (Muestra)	0.3f <sub>m</sub> (MPa)	0.6f <sub>m</sub> (MPa)	E <sub>m</sub> (MPa) LVDT	CV (%)	E promedio (MPa)	E <sub>m</sub> (MPa)	Desviación Estándar (MPa)	CV (%)
PL1	2.2	4.4	$\frac{5448}{5246}$	2.67	5347	6188	583.7	9.4
PL2	2.0	4.0	$\frac{6044}{6721}$	7.50	6383			
PL3	2.9	5.7	$\frac{6013}{6638}$	6.99	6326			
PL4	2.7	5.4	$\frac{5107}{8285}$	33.56	6696			

De la tabla anterior se observa valores de coeficiente de variabilidad aceptables para las tres primeras pilas que abarcan un rango desde 2.67% hasta 7 %; sin embargo, para el caso de la pila número 4 se obtuvo un coeficiente de variabilidad de 33.6%, lo cual indica una elevada variación entre las lecturas de los LVDT's para el caso de dicha pila. Por ello, se opta por realizar el cálculo del módulo de elasticidad total de la albañilería de estudio omitiendo el E promedio de la pila cuatro por alta variabilidad. Cabe resaltar que obtener el parámetro elástico con tres muestras es aceptable. En la tabla 3.4 se presentan los nuevos resultados obtenidos para lo comentado anteriormente.

Tabla 3.4: Resultados obtenidos considerando solo los resultados de tres pilas y el módulo de elasticidad de la albañilería en estudio

Prisma	0.3f <sub>c</sub> (Mpa)	0.6f <sub>c</sub> (Mpa)	E <sub>m</sub> (Mpa) LVDT	CV (%)	E prom. (Mpa)	E <sub>m</sub> (Mpa)	Desv. Est.	CV (%)	E'm (Mpa)
PL1	2.2	4.4	$\frac{5448}{5246}$	2.67	5347	6018	582.1	9.7	5436
PL2	2.0	4.0	$\frac{6044}{6721}$	7.50	6383				
PL3	2.9	5.7	$\frac{6013}{6638}$	6.99	6326				

El módulo de elasticidad experimental de la albañilería de ladrillo de arcilla obtenido es de 6018 MPa. A partir de estos resultados se procede a realizar la verificación con los requerimientos de la Norma E070, ver Tabla 3.5.

Tabla 3.5: Verificación del valor de "E" experimental con el teórico de la Norma

f <sub>m</sub> experimental (MPa)	E <sub>m</sub> experimental (MPa)	E <sub>m</sub> /f <sub>m</sub>	E <sub>m</sub> teórico (E <sub>m</sub> = 500f <sub>m</sub> ) (MPa)	Δ error (%)
9.44	6018	637.50	4721	21.6

Se presenta una diferencia porcentual de 21.6 % (valor aceptable) entre el valor de módulo de elasticidad teórico propuesto por la Norma y el experimental, lo cual indica que el valor obtenido experimentalmente es aceptable para la albañilería en estudio.

## 3.2 Muretes de albañilería

Se describe a detalle los especímenes de albañilería utilizados y el procedimiento para los ensayos de compresión diagonal a muretes en el laboratorio de estructuras de la PUCP.

### 3.2.2 Descripción de especímenes

Para elaboración de los muretes de albañilería se utilizaron ladrillos de arcilla y mortero. Las dimensiones nominales de las unidades de ladrillo  $23 \times 13 \times 9 \text{ cm}^3$ ; asimismo, con presencia de 18 huecos. La dosificación del mortero fue realizada con material cementante y arena con una relación de 1:4.

El proceso constructivo siguió con las técnicas convencionales; las cuales consisten en preparar el mortero, para luego cubrir una cara de la unidad con una capa de mortero y, después, apilar la otra unidad de ladrillo sobre la capa de mortero.

El murete de albañilería estuvo conformado por quince unidades de ladrillo, con capas de mortero de espesor de 12.5 mm en las juntas verticales y espesor de 12 mm en las juntas horizontales y, asimismo, se colocó un capping en dos esquinas opuestas del murete. Para los ensayos se construyeron un total de 4 muretes con dimensiones nominales de las pilas fueron de  $600 \times 600 \times 130 \text{ cm}^3$ .

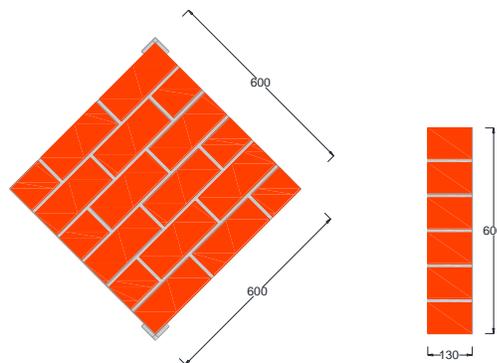


Figura 3.7: En esta figura se presenta el dibujo de un murete de albañilería analizada con sus medidas nominales en mm; asimismo, la sección lateral del murete.

### 3.2.3 Ensayo de compresión diagonal

Para el desarrollo de este tipo de ensayos se cuenta con un equipo de carga y un sistema de control para registrar los resultados. El equipo de carga consistió en una gata hidráulica con capacidad de 200 toneladas y, asimismo, de una bomba hidráulica eléctrica con capacidad de 600 BAR, en general el mismo equipo utilizado para el ensayo de las pilas. Para los ensayos de los muretes de albañilería se verificó que se encontraran bien aplomadas en el equipo de ensayo, ya que si no se cumple con dicho requerimiento se pueden presentar desvíos en los dispositivos de lectura y, por ende, obtener resultados erróneos.

Los dispositivos de lectura estaban conformados por dos LVDT. De los cuales uno de ellos, de 40 mm de longitud, estaba considerado para medir la respuesta local de la deformación vertical del murete durante el ensayo; por otro lado, el otro LVDT, de 40 mm también, estaba implementado para medir la respuesta local de la deformación horizontal. Durante los ensayos de los muretes se procedió a realizar el control de la aplicación de la carga con una velocidad de 10 kN/min.

Finalmente, los resultados que se obtuvieron del ensayo fueron una gráfica de Fuerza aplicada versus desplazamiento horizontal y vertical para cada una de los cuatro muretes ensayados.



Figura 3.8: Ensayo de compresión: (a) y (b) En la figura se observa el murete colocado en el equipo de carga y con sus respectivos dispositivos de lectura implementados (LVDT's)

### 3.2.4 Resultados del ensayo de compresión diagonal

En la etapa final de los ensayos de compresión en las pilas de albañilería se pudo observar una falla instantánea sin formación de grietas. En los muretes la falla fue por tracción diagonal, a lo largo de las unidades y el mortero, y no se presentó una falla solamente en el mortero. Entonces se pudo apreciar que las unidades y el mortero presentaron adecuada adherencia.

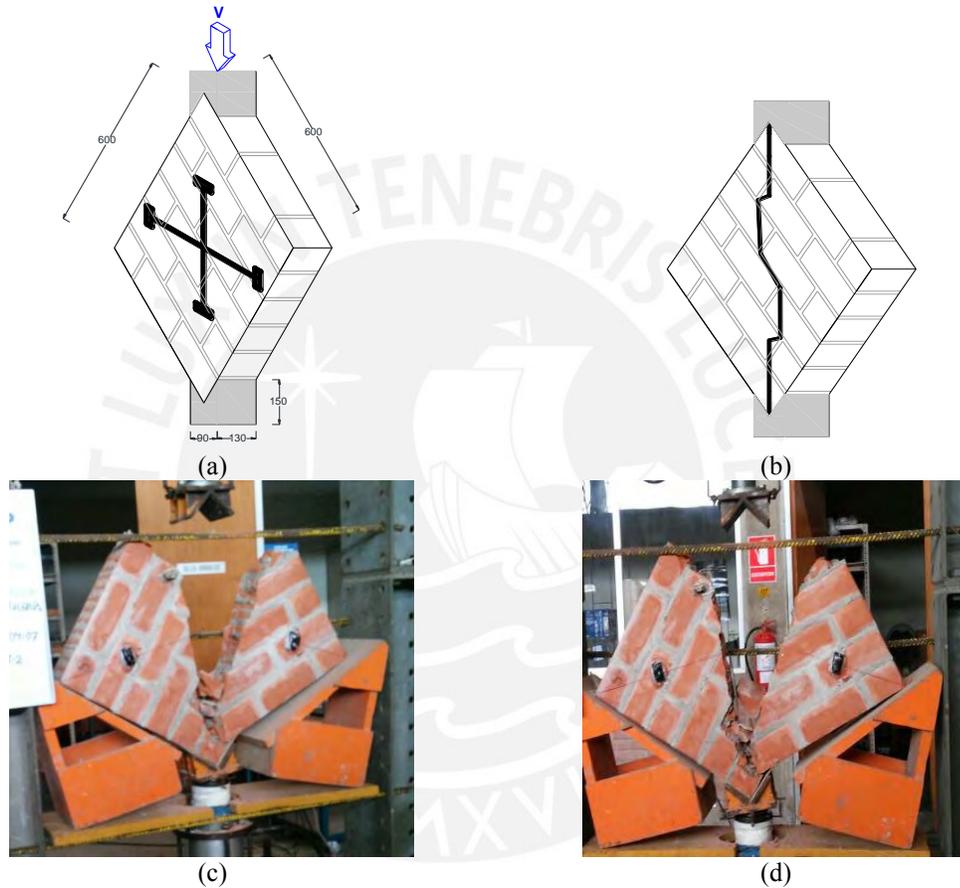


Figura 3.9: Rotura de los muretes

Los resultados obtenidos mediante el ensayo de compresión diagonal fueron el registro de una data de la historia de carga aplicada y las deformaciones producidas por las cargas tanto para el eje horizontal y vertical. Con los datos del ensayo se procedió a construir la gráfica de Fuerza versus desplazamiento para cada murete ensayado. En la figura 4.9 las curvas de esfuerzo de corte versus deformación unitaria de los muretes obtenidas a partir de los ensayos.

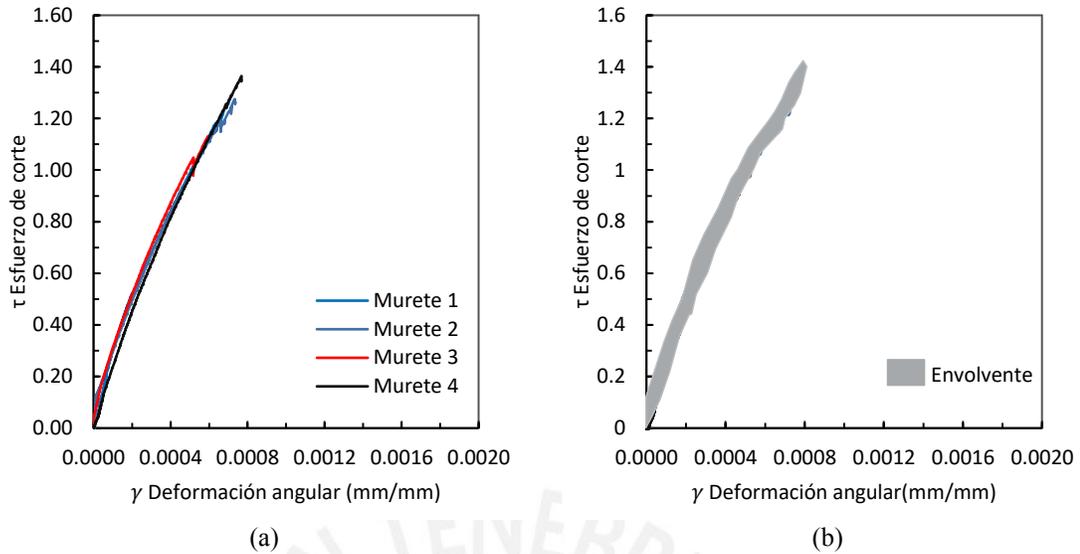


Figura 3.10: (a) Gráfica de Esfuerzo de corte diagonal versus deformación angular construida a partir de los resultados de los ensayos realizados a cada murete de albañilería y (b) y la envolvente experimental.

Cabe resaltar que para el análisis de los resultados y, posteriormente, cálculo de los parámetros mecánicos de la mampostería en estudio se realiza a partir de la respuesta local, ya que la respuesta global toma en cuenta las condiciones de borde, como la máquina de ensayo, etc. Sin embargo, la lectura del LVDT global permite obtener el valor de la carga máxima soportada por la pila.

### 3.2.5 Cálculo de la resistencia al corte

Para el cálculo del módulo de corte,  $G$ , experimental de la albañilería se seguirá el siguiente procedimiento. Primeramente, la historia de carga aplicada será dividida entre el área diagonal del murete, el área diagonal se calcula con la multiplicación de la longitud diagonal del murete por su espesor.

$$\tau = \frac{P}{A} \quad (3.3)$$

Donde “P” representa la carga aplicada; “A” representa el área diagonal bruta promedio; y “ $\tau$ ” representa el esfuerzo de corte diagonal que actúa sobre el murete.

Debido a que se asume que en el área de la parte media del espécimen se uniformiza la distribución de esfuerzos de corte. En la tabla 4.6 se presenta las dimensiones de cada murete ensayado, así como también la esbeltez de cada una.

Tabla 3.6: Dimensiones registradas para cada murete y su respectiva longitud diagonal

ESPECIMEN	LARGO (mm)		Prom. Largo	ALTO (mm)		Prom. Alto	ESPESOR (mm)		Prom. Espesor	DIAGONAL L (mm)
MT1	610	610	610	605	606	606	125	126	126	859
MT2	606	605	606	602	601	602	127	127	127	853
MT3	605	603	604	600	602	601	125	126	126	852
MT4	608	605	607	604	605	605	126	127	127	856

Con el valor de la carga máxima que generó la falla en el material y las dimensiones de cada murete se procede a calcular el  $V_m$  para cada murete. En la tabla 4.7 se presenta el valor de área diagonal bruta de cada murete, el valor de carga máxima, y, finalmente., la resistencia al corte total del material en análisis.

Tabla 3.7: Resultados de la resistencia al corte de la albañilería

ESPECIMEN	CARGA (kN)	ÁREA DIAGONAL (mm <sup>2</sup> )	$V_m$ (MPa)	Media $V_m$ (MPa)	Desv. Estándar (MPa)	$V_m$ (MPa)	$V'm$ (media-s)	CV (%)
MT1	137.78	107866.5	1.28	1.39	0.14	1.28	1.25	10.2
MT2	139.35	108392.3	1.29					
MT3	151.51	106934.3	1.42					
MT4	170.94	108322.9	1.58					

El valor de la resistencia al corte de la albañilería obtenida experimentalmente es de 1.9 MPa con un coeficiente de variabilidad de 10.15%, lo cual representa un valor de variabilidad aceptable. Asimismo, el valor de la resistencia a compresión característico es de 1.25 MPa, el cual se calculó mediante la resta de la desviación estándar obtenida al valor promedio de este parámetro.

### 3.2.6 Cálculo del módulo de corte

Se procedió a calcular las deformaciones a partir de la historia de desplazamientos obtenidos del ensayo. El cálculo se realizó dividiendo el valor del desplazamiento entre la longitud inicial de los LVDT.

$$\gamma = \left| \frac{\Delta_{\text{vertical}}}{l_i} \right| + \left| \frac{\Delta_{\text{horizontal}}}{l_i} \right| \quad (3.4)$$

Donde “ $\Delta$ ” representa la deformación del murete; “ $l_i$ ” representa la longitud inicial del LVDT; y “ $\epsilon$ ” representa la deformación unitaria.

A partir de los cálculos anteriores se procedió a construir las curvas de esfuerzo de corte versus deformación unitaria. Para el cálculo del módulo de corte se procedió a acotar las gráficas de cada pila y para cada LVDT en el rango de valores que contempla desde el 20% hasta el 50% del esfuerzo máximo, como se muestra en la figura 3.11.

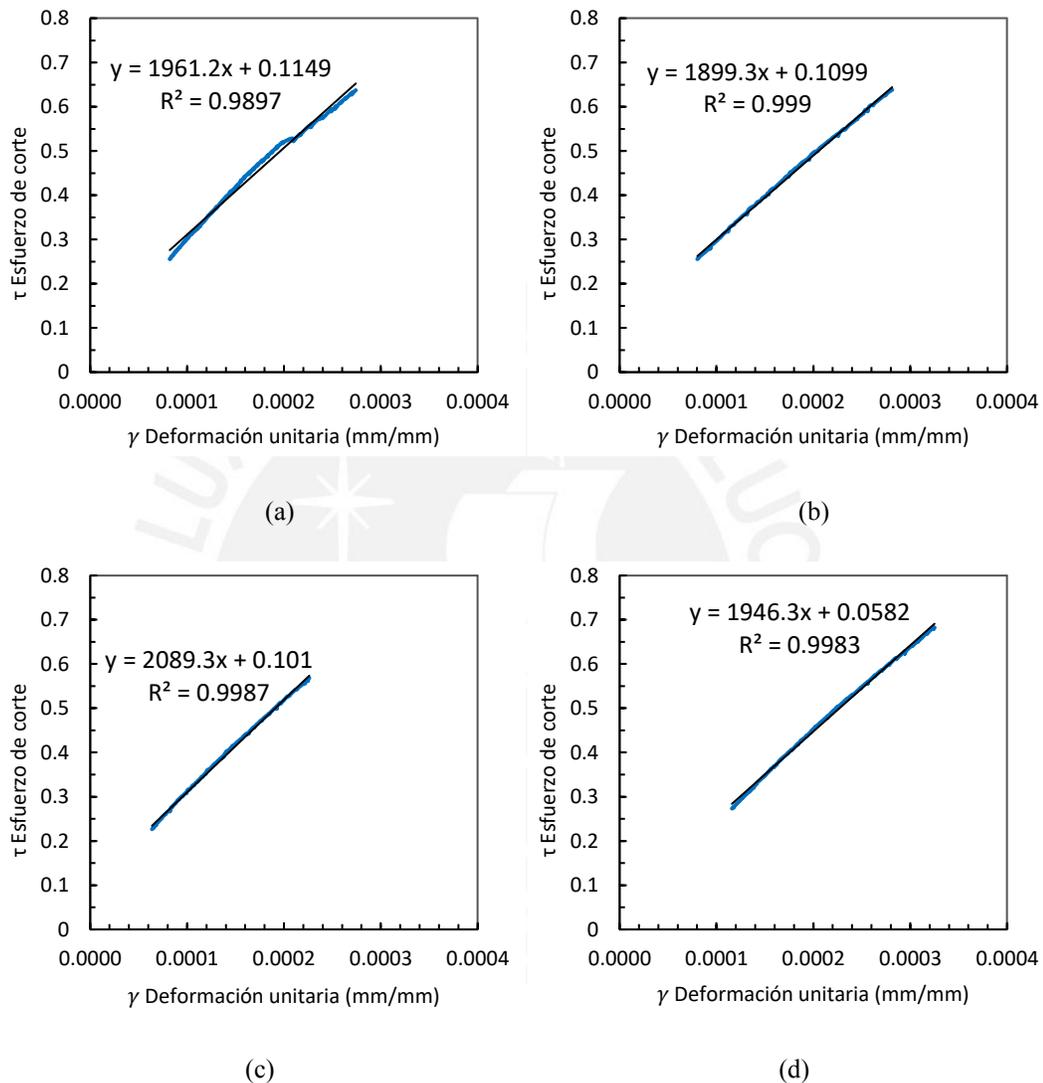


Figura 3.11: Se presentan las curvas Esfuerzo de corte-Deformación de corte unitario acotados para el 20% y 50% de la carga máxima (a) Murete 1, (b) Murete 2, (c) Murete 3 y (d) Murete 4.

A partir del acotamiento de las curvas en el rango de esfuerzos mencionado se procede a aplicar una regresión lineal a cada una de las curvas para obtener una ecuación de lineal de tendencia, del cual la pendiente de la curva obtenida será el módulo de corte del material. El método de mínimo cuadrados de los datos de la curva se ajusta a una función lineal para luego obtener un módulo de corte para cada murete. En la tabla 4.3 se muestra

los resultados del parámetro “G” experimental para cada murete y el módulo de corte total del material.

Tabla 3.8: Valores de esfuerzo máximo al 20% y 50%; módulo de corte por cada murete y el total; asimismo, se presenta la desviación estándar del módulo de corte

Nº Murete	0.20Vm (Mpa)	0.50Vm (Mpa)	G / murete (Mpa)	G (Mpa)	Desv. Est. (MPa)	CV (%)	G' (Mpa)
MT1	0.26	0.64	1961	1974	81	4.1	1906
MT2	0.26	0.64	1899				
MT3	0.17	0.57	2089				
MT4	0.21	0.68	1946				

El módulo de corte experimental de la albañilería de ladrillo de arcilla obtenido es de 1974 MPa. A partir de estos resultados se procede a realizar la verificación con los requerimientos de la Norma E070, ver Tabla 3.9.

Tabla 3.9: Valores de esfuerzo máximo al 20% y 50%; módulo de corte por cada murete y el total; asimismo, se presenta la desviación estándar del módulo de cort

V'm experimental (MPa)	Gm experimental (MPa)	Gm/Em	Gm teórico (G= 0.40E) (MPa)	Δ error (%)
1.28	1974	0.33	2407.2	21.9

Se presenta una diferencia porcentual de 21.9 % (valor aceptable) entre el valor de módulo de elasticidad teórico propuesto por la Norma y el experimental, lo cual indica que el valor obtenido experimentalmente es aceptable para la albañilería en estudio.

### 3.2.7 Cálculo de la resistencia a la tracción

Para el cálculo de la resistencia a la tracción se procede a dividir la carga máxima soportada por el murete entre el área de sección transversal del murete, en donde se procede calcular primero el promedio de la altura y ancho del espécimen (ASTM E 519-02, 2002).

$$f_t = \alpha \frac{P}{A_n} \quad (3.5)$$

Se asume un valor de “α” igual a 0.5 en base a la teoría planteada en un capítulo anterior. En la tabla 3.10 se muestra el área de sección transversal de la pila y el valor de “ft” obtenido a partir de la ecuación planteada.

Tabla 3.10: Valores de resistencia a la tracción calculados para la albañilería

$A_n$ (mm <sup>2</sup> )	$f_t$ (MPa)	Media $f_t$ (MPa)	Desviación Estándar	$f'_t$ (MPa)	CV (%)
76272.63	0.90	0.98	0.10	0.90	10.15
76644.50	0.91				
75613.75	1.00				
76595.75	1.12				

La resistencia a la tracción de la albañilería de ladrillo de arcilla obtenido es de 0.98 MPa con una desviación estándar de 0.10 MPa y el valor de la resistencia a tracción característico es de 0.90 MPa.





# **CAPITULO 4**

## **MODELACIÓN NÚMERICA**

## 4.1 Modelación de pilas de albañilería

### 4.1.1 Geometría y condiciones de borde

El modelo numérico realizado presenta una geometría de prisma regular en tres dimensiones conformado por elementos cuadriláteros; por ello, el tipo de elemento utilizado para sus análisis fue el sólido tipo “brick” CHX60, el cual presenta 20 nodos de integración.

Cabe resaltar, que se modelaron los elementos del equipo de aplicación de carga que estuvieron en contacto con el prisma durante el ensayo, los cuales estaban compuestos de material metálico, que, a pesar de presentar una gran diferencia de rigidez con respecto a la albañilería, mayor rigidez, esta consideración permitió realizar la simulación con mayor precisión por asemejar las condiciones de borde que se presentaron en la realidad.

Por otra parte, la malla de elementos finitos que presenta el prisma se compone de 2520 elementos (Figura 4.1, a, b) y también se presenta el estado de esfuerzos con respecto a las direcciones del eje de coordenadas de la plataforma de trabajo. Entonces, de acuerdo con esa configuración SZZ ( $\sigma_{zz}$ ) sería el esfuerzo vertical en el eje Z producto de la carga vertical aplicada y los esfuerzos SXX ( $\sigma_{xx}$ ) y SYY ( $\sigma_{yy}$ ) son producto del efecto de Poisson. Asimismo, como en este estado no se presentan los esfuerzos principales para los ejes XYZ se puede definir los esfuerzos de corte para el equilibrio del elemento finito, SXZ, SYX y SZY.

Por otro lado, el “aspect ratio”, el cual verifica la calidad del mallado, esta mostrado en la Figura 4.1.d. Se observa que dicha relación presenta un valor cercano a uno.

Las condiciones de borde definidas para el modelo comprenden restricción de todos los nodos en la base de la placa de metal inferior en la dirección vertical; por otro lado, se consideraron restricciones para las direcciones laterales para los nodos del borde de la cara superior de la placa de metal superior; asimismo, se consideró restricción para en las dos direcciones laterales para los nodos del borde de la cara inferior como se muestra en

la Figura 4.1c. En esta parte se define dichas condiciones en base a lo que se observa físicamente en los elementos de ensayos.

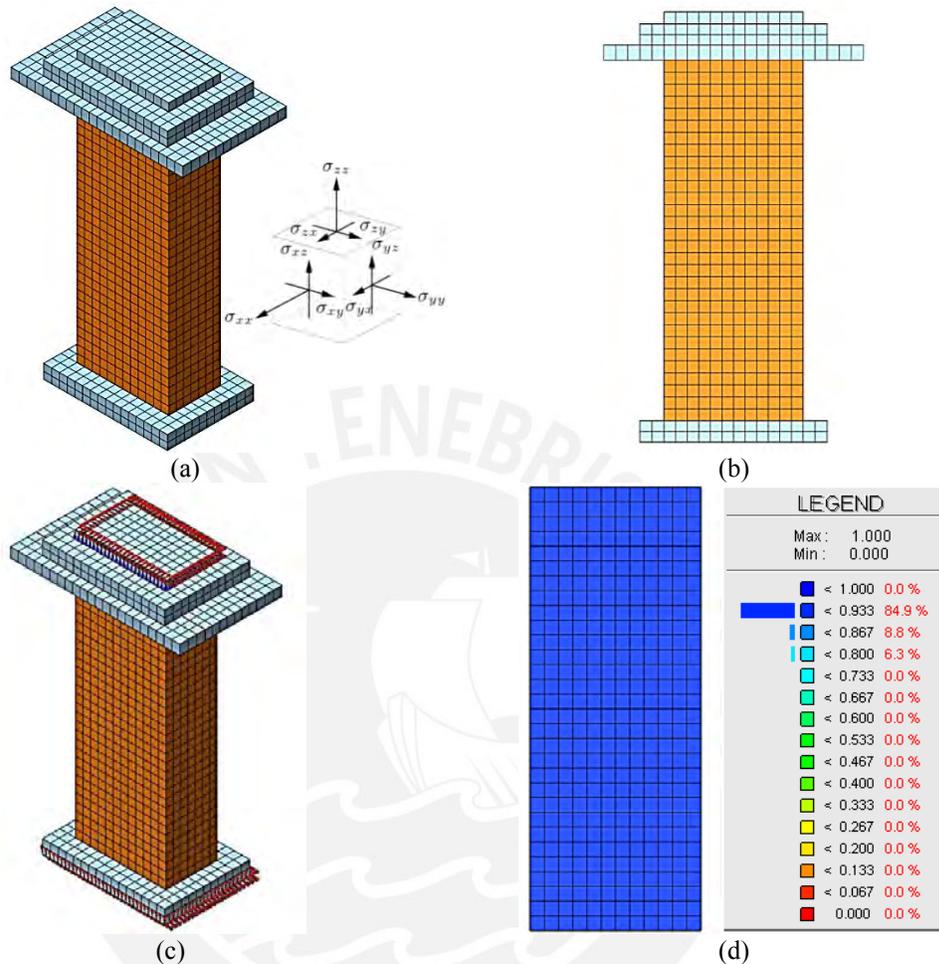


Figura 4.1: (a) Modelo de elementos finitos con sólidos de la pila de albañilería. (b) Vista frontal, (igualmente para la vista superior) del modelo numérico y las respectivas restricciones en los nodos. (c) Modelo de pila (FEM) con las condiciones de borde y el estado de esfuerzo con respecto al eje de coordenadas del software. (d) Verificación de la calidad de la malla mediante el Aspect ratio igual a 0.93.

#### 4.1.2 Modelos constitutivos y propiedades iniciales mecánicas iniciales

Para el desarrollo del modelo numérico que representará el comportamiento mecánico de las pilas de albañilería, se consideró a este material como homogéneo. Por otro lado, para la representación del agrietamiento, el modelo se realizó bajo el criterio denominado “Smearred Crack”; asimismo, el planteamiento considerado, a partir del criterio anterior, fue el “Total Strain Crack Model”, el cual es típico para la caracterización numérica del concreto y la albañilería. Como modelo de agrietamiento se empleó el “Coaxial rotating crack model” y el “fixed ortogonal crack model. Cabe resaltar que el modelo numérico

fue realizado en el software DIANA (Displacement Analyser) que presenta todos los enfoques anteriormente mencionados para el respectivo análisis no-lineal.

Para la representación del comportamiento mecánico en compresión de la pila en la etapa de parte inelástica, en el modelo se considera una tendencia parabólica, Figura 4.2.a, y para el caso del comportamiento para la tracción se establece en base un decaimiento exponencial como muestra la Figura 4.2.b.

Por lo tanto, se requirieron de parámetros inelásticos como la energía de fractura en compresión y la energía de fractura en tracción, lo cuales se tomaron como valores bases los presentados en la literatura. Asimismo, los valores de la densidad del material en análisis y módulo de Poisson que se emplearon fueron extraídos de la literatura, como se observa en la Tabla 5.1.

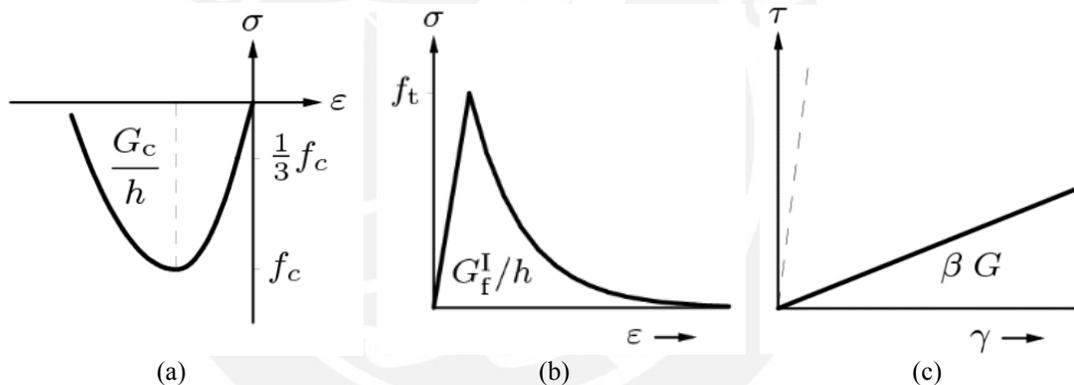


Figura 4.2: Modelos de comportamiento mecánico empleados en la modelación numérica: (a) Relación de esfuerzo de compresión y la deformación unitaria, (b) relación de esfuerzo de tracción y la deformación unitaria y (c) modelo constitutivo de corte empleado bajo el enfoque TSCM-fixed (DIANA, 2015).

Para el caso de aplicación de la carga, esta fue representada mediante pasos de 0.1 mm, aplicados en los nodos de la cara superior de la pila. En total se aplicaron 30 pasos, lo cual conlleva a un desplazamiento vertical total de 3 mm, en el sentido de la gravedad.

Por otra parte, la solución se realizó aplicando el método de “Newton Raphson modificado” con la técnica “line – search”, para ello el número de iteraciones tomadas en consideración fueron de 50. Asimismo, los criterios de convergencia establecidos fueron de desplazamiento y energía con un error máximo de 0.01 y 0.001, respectivamente.

Para la calibración del modelo se partió de una energía de fractura para compresión con un valor base igual a 16.27 N/mm, obtenido a partir de una ductilidad referencia para mampostería igual a 1.6mm, y la energía de fractura a tracción de 0.028 N/mm, que es obtenida de la relación propuesta entre la energía de fractura y la resistencia a tracción igual a 0.029, Tabla 4.1.

Luego, se realizó un análisis paramétrico para establecer los valores de energías de fractura que representaran con mayor similitud el comportamiento mecánico de las pilas ensayadas. Por ello, se realizaron simulaciones variando los valores de energías de fractura en el modelo realizado.

Tabla 4.1: Parámetros elásticos e inelásticos iniciales para los modelos

<b>Propiedades elásticas</b>	
Módulo de elasticidad "E" (MPa)	6018
Módulo de poisson	0.2
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	1800
<b>Propiedades inelásticas</b>	
Resistencia a la compresión (Mpa)	10.17
Energía de fractura a la compresión (N/mm)	16.27
Resistencia a la tracción (Mpa)	0.98
Energía de fractura a la tracción (N/mm)	0.028

### 4.1.3 Desarrollo del modelo numérico

#### 4.1.3.1 Análisis lineal

La verificación del modelo para diferentes condiciones de comportamiento predecibles realizó mediante un análisis lineal. En la Figura 4.3 se puede observar la simulación del modelo con parámetros mecánicos iniciales anteriormente presentados. Por ejemplo, la Figura 4.3.a se puede apreciar el comportamiento mecánico del modelo inicial tanto en su parte lineal y no lineal y en la Figura 4.3.b la parte solo lineal, se observa que el valor inicial de E genera que la curva numérica se encuentra en el límite inferior de la envolvente experimental, lo cual se interpreta que para encontrarse en un valor promedio de la envolvente se requiere de un valor más elevado de este parámetro.

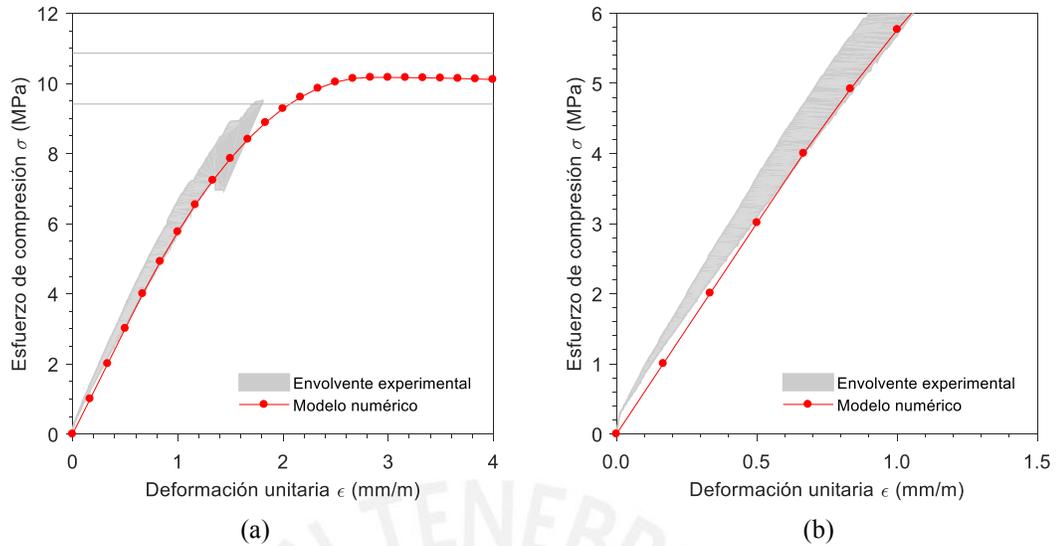
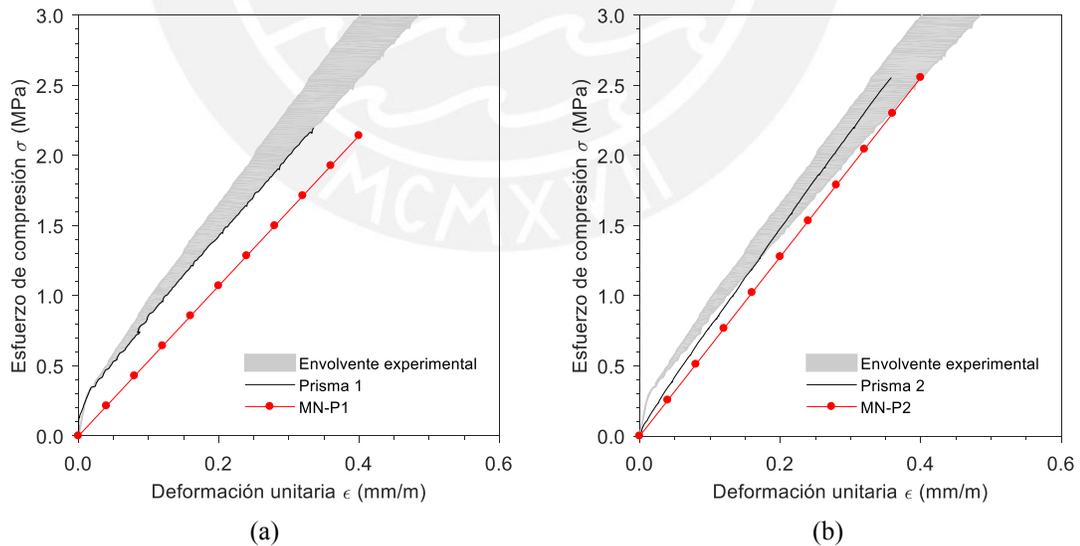


Figura 4.3: (a) Gráficas de esfuerzo versus deformación unitaria inicial tanto experimentales como numérica; asimismo, se muestra el valor mínimo y máximo de la resistencia a la compresión obtenidas experimentalmente como rectas horizontales; es decir, valores constantes para todas las deformaciones. (b) Curva lineal experimental y numérica.

Por ello, para encontrar comportamiento más adecuado que se presente dentro de la envolvente se planteó comparar el módulo de elasticidad experimental y numérico de cada pila en las curvas que se muestran en la Figura 4.4, de esta manera se inició la calibración del módulo de elasticidad.



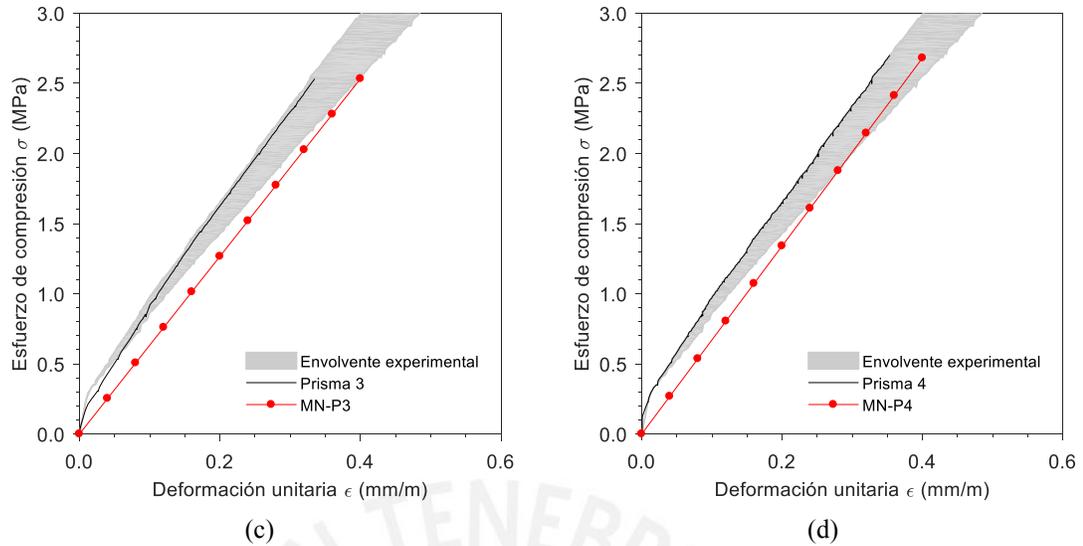


Figura 4.4: Gráfica de Esfuerzo axial versus deformación unitaria construida a partir del modelo numérico para un comportamiento “lineal” del material: (a) Comparación del modelo numérico lineal y la curva experimental para prisma #1, (b) prisma #2, (c) #prisma #3 y (d) prisma #4.

A partir de los resultados del análisis lineal del modelo numérico, este presenta un valor de módulo de elasticidad igual a 5663 MPa, lo que conlleva a un error 6% con respecto al valor promedio experimental.

Por ello, se plantea cambiar el módulo de elasticidad promedio para realizar la calibración del modelo numérico. El nuevo módulo de elasticidad se obtiene a partir del valor promedio entre los módulos de los prismas de albañilería número 3 y 4, el cual presenta un valor igual a 6700 MPa, aproximadamente.

Por otro lado, a partir del análisis lineal para cada pila, representada en la Figura 4.4, se verifica que los valores de módulos de elasticidad experimentales y numéricos de las pilas 1 y 3 presentan un error de 6% ambas.

Tabla 4.2: Parámetros elásticos e obtenidos con el modelo

	PL1	PL2	PL3	PL4
<b>E exp (MPa)</b>	5347	6383	6326	6696
<b>E numérico (MPa)</b>	5032	6190	5939	6605
<b>Error %</b>	6	3	6	1

#### 4.1.3.2 Análisis no lineal con comportamiento ideal elasto-plástico

El modelo realizado presentó un comportamiento lineal par un desplazamiento de 0.24 mm, asimismo se obtienen los módulos de elasticidad que presenta el modelo y se comparan más adelante con el valor experimental promedio. Por otro lado, el análisis con un comportamiento ideal presenta una parte lineal para un cierto desplazamiento y, luego, se presenta una meseta de fluencia, de esa manera se verifica que el modelo presenta una respuesta adecuada para diferentes casos de comportamiento, Figura 4.5.

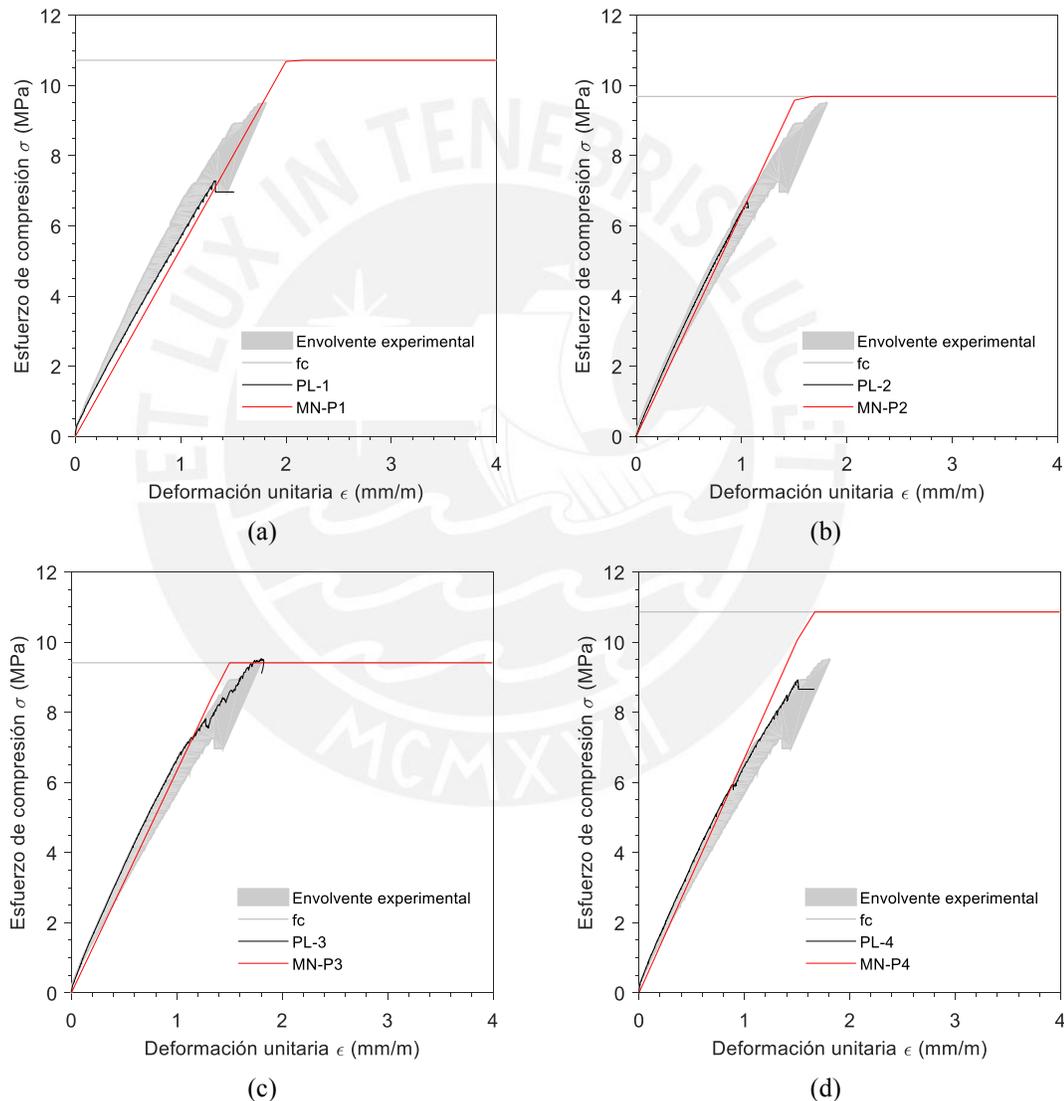


Figura 4.5: Gráfica de Esfuerzo axial versus deformación unitaria construida a partir del modelo ideal (elastoplástico) para un comportamiento “ideal” del material para cada prisma: (a) Nro. 1, (b) Nro. 2, (c) Nro. 3 y (d) Nro. 4.

Mediante este modelo constitutivo del material se puede visualizar de manera clara la capacidad de este para reproducir el límite elástico de los prismas, el cual coincide con la

resistencia máxima a la compresión obtenida. Por ello, se puede verificar que el modelo 3D cumple con las leyes constitutivas del material para este análisis. Además, este análisis nos muestra de manera clara la influencia del valor del módulo de elasticidad para obtener un valor adecuado del modelo dentro de la envolvente, comprobando así que el valor nuevo de E para emplear funciona.

#### 4.1.3.3 Variación de los parámetros del material

Para esta ocasión se realiza variaciones de energía de fractura tanto de compresión como de tracción partiendo del valor teórico máximo. Dichos resultados de variación se presentan en la Figura 4.6.a, cabe resaltar que el análisis paramétrico para el valor de  $G_f$  se realizó con la respuesta más estable de  $G_c$  y se observa en la Figura 4.6.b.

Cabe resaltar que estos modelos se realizaron bajo el enfoque TSCM-rotating.

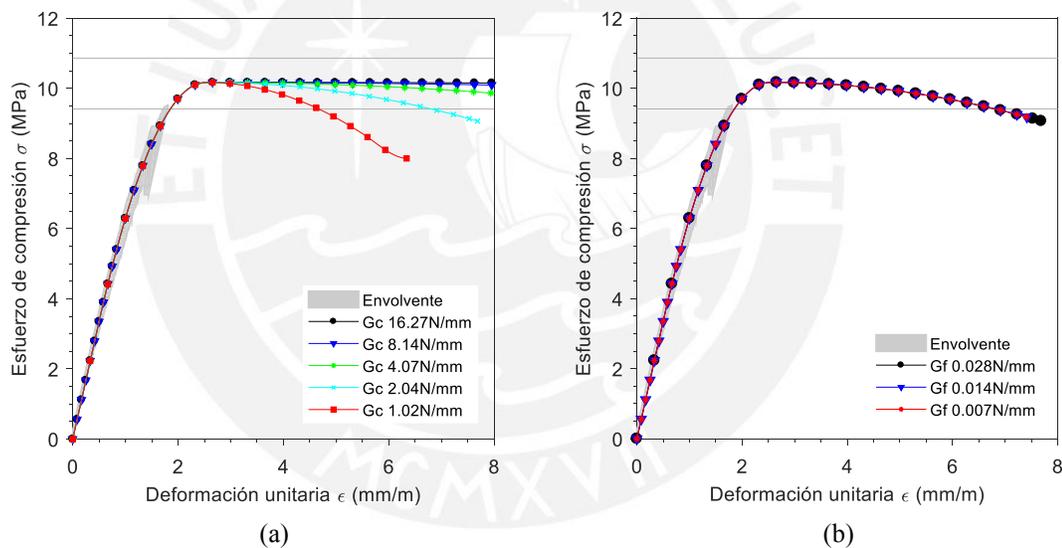


Figura 4.6: Gráfica de esfuerzo axial versus deformación unitaria construida a partir de diferentes valores de energía de fractura de (a) compresión y (b) tracción.

Las curvas del comportamiento mecánico de la pila modelada para diferentes valores de energía de fractura a la compresión presentan diferencias considerables con los que respecta a los valores de esfuerzo luego del punto pico. Asimismo, se observa que mientras mayor sea el valor de energía de fractura de compresión la curva de esfuerzo vs deformación presenta una tendencia de esfuerzo constante luego de llegar al valor de  $f_m$  como el modelo constitutivo Ideal para compresión.

Por otra parte, de acuerdo con la Figura 4.6.b el comportamiento mecánico no se inmuta a pesar de variar dicho parámetro radicalmente. Por ello, las curvas de variación de energía de fractura a tracción son similares; sin embargo, para un menor valor de este parámetro el modelo presenta problemas de convergencia y, asimismo, las grietas se forman con mayor anticipación con respecto a magnitudes mayores de energía.

Con la respuesta de los análisis paramétricos presentados se considera un valor de energía de fractura a compresión igual a 1.02 N/mm y para la tracción de 0.028 N/mm, porque esta magnitud genera la aparición de grietas en el modelo como se presentaron en las pilas durante los ensayos; asimismo, sea semeja cualitativamente al comportamiento de la mampostería con referencia a la curva global, como se observa en la Figura 4.4.b.

Cabe resaltar que el valor de  $G_t$  se puede aumentar de magnitud y no se presentaron problemas de convergencia y agrietamiento porque de acuerdo con la configuración de carga y condiciones de borde del modelo no se genera alguna variación radical en la respuesta final.

#### **4.1.3.4 Comparación de diferentes métodos de solución numérica**

A partir del modelo con un enfoque TSCM-rotating se cambia el método de solución para verificar la diferencia entre las respuestas. Los métodos de solución empleados para este análisis son Constant stiffness, Linear stiffness, Newton-Raphson regular y Secant (Quasi Newton), todos disponibles en el programa DIANA, resultados mostrados en la Figura 4.7.

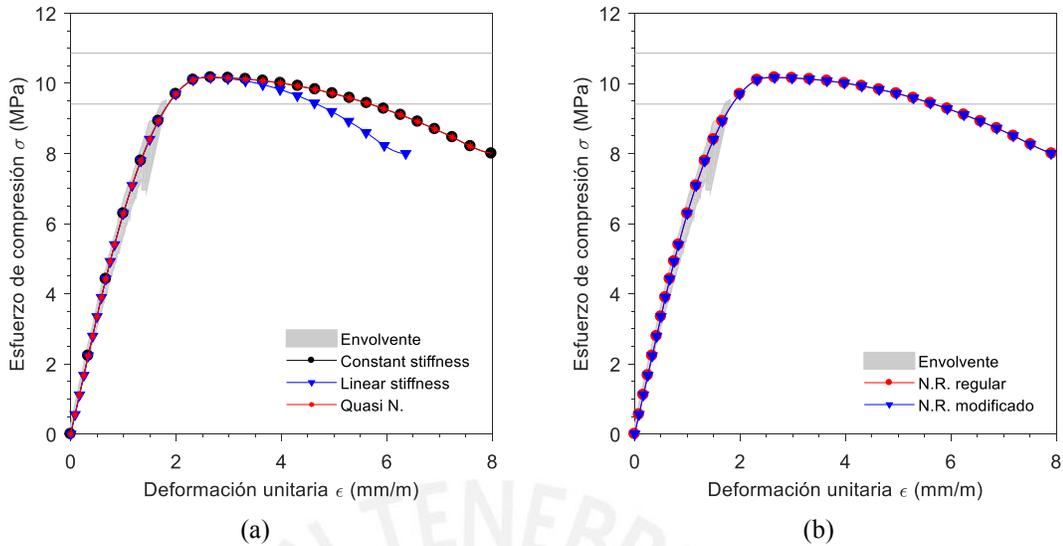


Figura 4.7: (a) Gráfica de esfuerzo axial versus deformación unitaria construida a partir de diferentes métodos de solución tales como el de rigidez constante, rigidez de variación lineal y Quasi Newton (b) Se muestra la comparación entre los dos enfoques del Newton Raphson, los cuales son el regular y el modificado.

A partir de los gráficos de la Figura 4.7 se puede observar que la curva con el método “Linear Stiffness” presenta un ablandamiento más pronunciado, etapa post-pico, con respecto a los otros, debido a que este es el único que emplea una rigidez lineal.

#### 4.1.3.4 Curvas de comparación entre TSCM-fixed y TSCM-rotating

El modelo numérico también fue simulado para un enfoque TSCM-fixed, para verificar su respuesta respecto al TSCM-rotating. Cabe resaltar que el valor referencia inicial fue un valor de “ $\beta$ ” igual a 0.005. En las siguientes gráficas se puede observar el comportamiento del modelo para diferentes valores de factor “ $\beta$ ”; asimismo, se presentan comparaciones entre el enfoque TSCM-fixed y rotating.

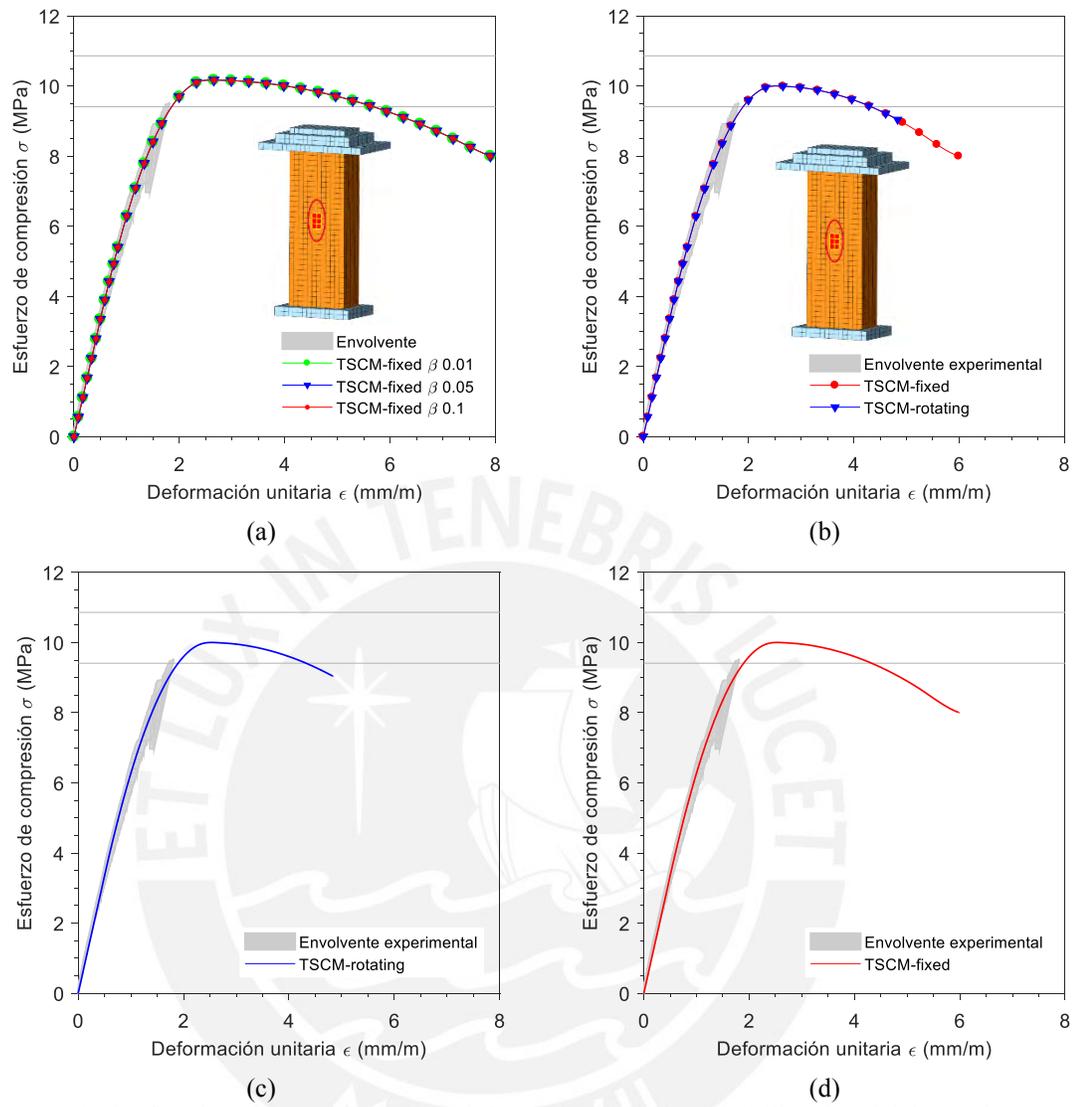


Figura 4.8: Gráfica de esfuerzo axial versus deformación unitaria. (a) Calibración del factor de retención de corte (con valor de  $G_c$  igual a 1.5 N/mm), (b) Comparación entre el TSCM-fixed y rotating, asimismo, se muestra la ubicación de los elementos utilizados para muestrear los resultados finales; (c) TSCM-rotating, (d) TSCM-fixed.

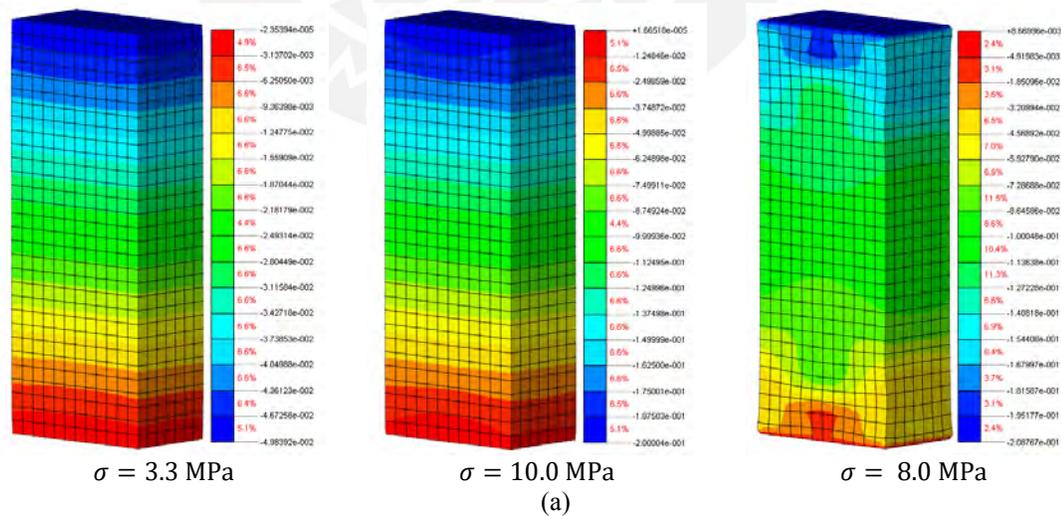
A partir de los resultados presentados la Figura 4.8.a se observa que un valor de “ $\beta$ ” no presenta influencia relevante para los resultados, cabe resaltar que este análisis se realizó para un valor de  $G_c$  igual a 1.5 N/mm, porque este permitiría presentar de mejor manera la influencia del parámetro  $\beta$ . Por ello, se utiliza el valor de 0.01 propuesto para la albañilería que permite obtener una respuesta más precisa de ablandamiento del material en la zona inelástica con respecto al modelo obtenido en base a TSCM-rotating. En la Tabla 4.3 se presentan los valores de los parámetros tanto elásticos e inelásticos luego de la calibración y ser validados.

Tabla 4.3: Parámetros elásticos e inelásticos implementados en los modelos numéricos

<b>Propiedades elásticas</b>				
	PL1	PL2	PL3	PL4
Módulo de elasticidad E (MPa)		6600		
Relación de Poisson $\nu$ (-)		0.18		
<b>Propiedades inelásticas</b>				
Resistencia a la compresión (Mpa)		10.17		
Energía de fractura a la compresión (N/mm)		1.02		
Resistencia a la tracción(Mpa)		0.98		
Energía de fractura a la tracción (N/mm)		0.028		

El comportamiento que se mostró para el prisma numérico se proyectó dentro del rango y dominio de los resultados experimentales; sin embargo, al no conocer una respuesta post-pico experimental este se tuvo que calibrar mediante dos líneas referenciales que simbolizan el valor mínimo y máximo de la resistencia a la compresión y la parte de ablandamiento se verificó cualitativamente con la curva esfuerzo vs deformación global del ensayo.

En la Figura 4.9 se muestran los resultados finales obtenidos mediante la simulación de los ensayos de compresión en las pilas bajo el enfoque TSCM-rotating y para tres estados de carga, los cuales son valores de compresión uniaxial, SZZ. El primer valor igual a 3.3 MPa indica la parte final de la etapa elástica del modelo, luego el valor de 10 MPa representa el estado para cuando se alcanza el esfuerzo máximo, el pico y, finalmente, el valor de 8 MPa es el esfuerzo residual, el cual muestra el estado final de la simulación.



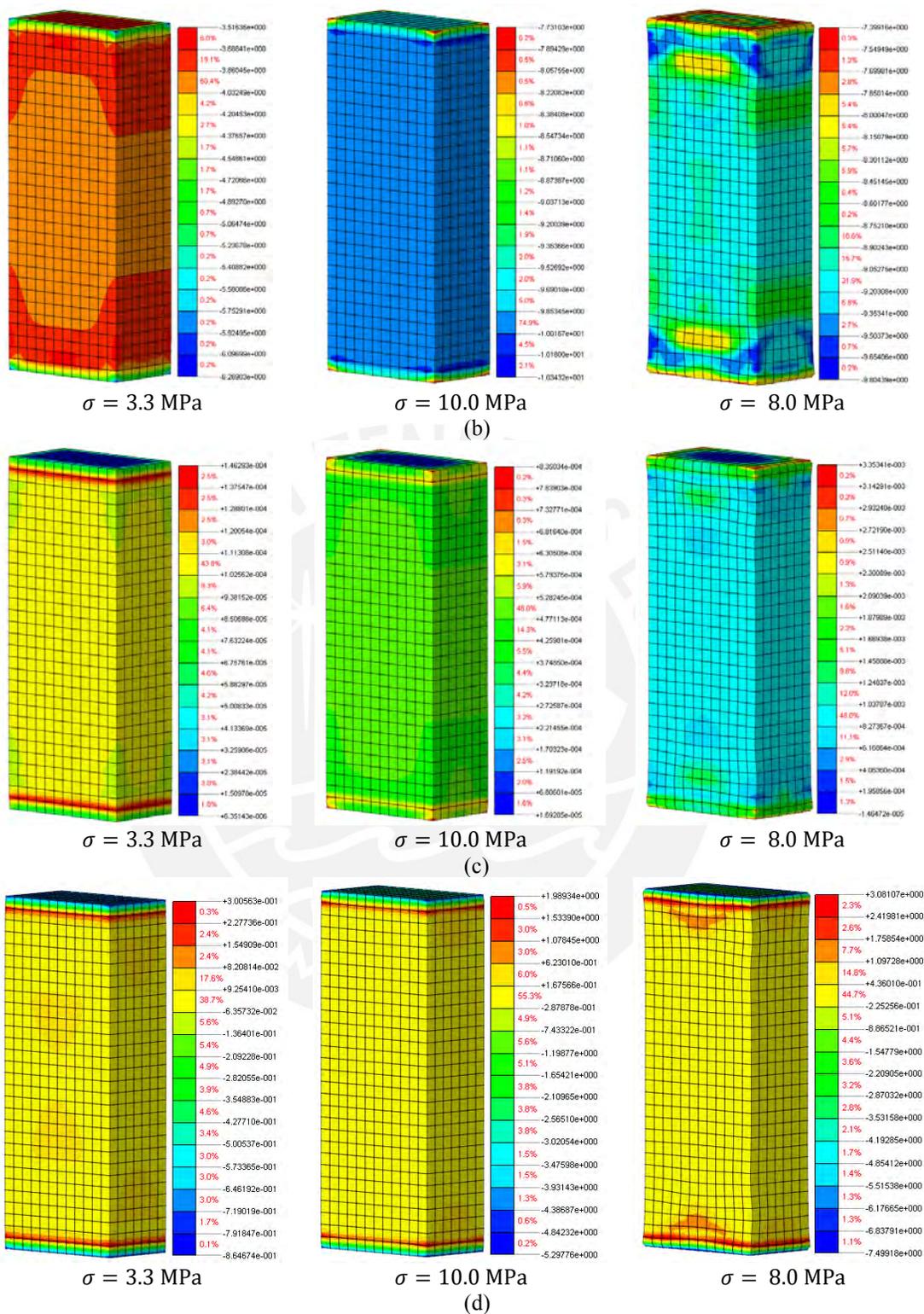
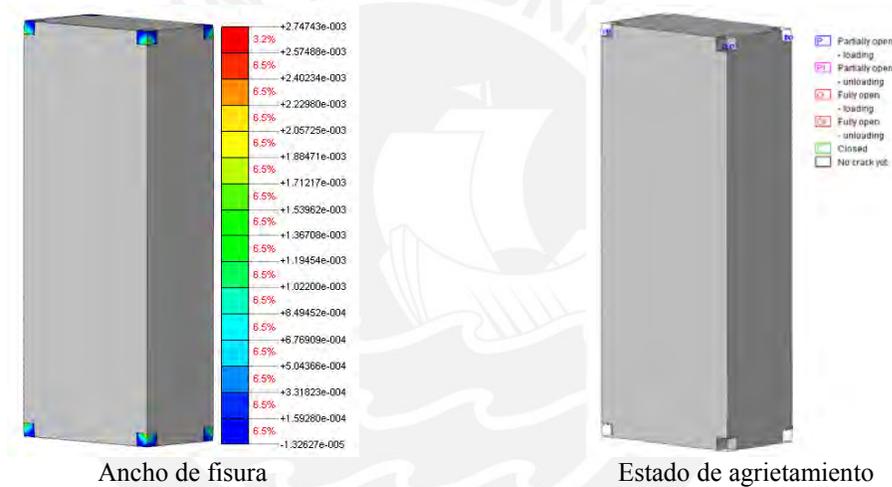


Figura 4.9: Resultados obtenidos a partir de la simulación de los ensayos de pilas bajo el enfoque TSCM rotating para tres estados con valor de esfuerzo axial SZZ igual a 3.3 MPa, 10 MPa y 8 MPa. (a) Distribución

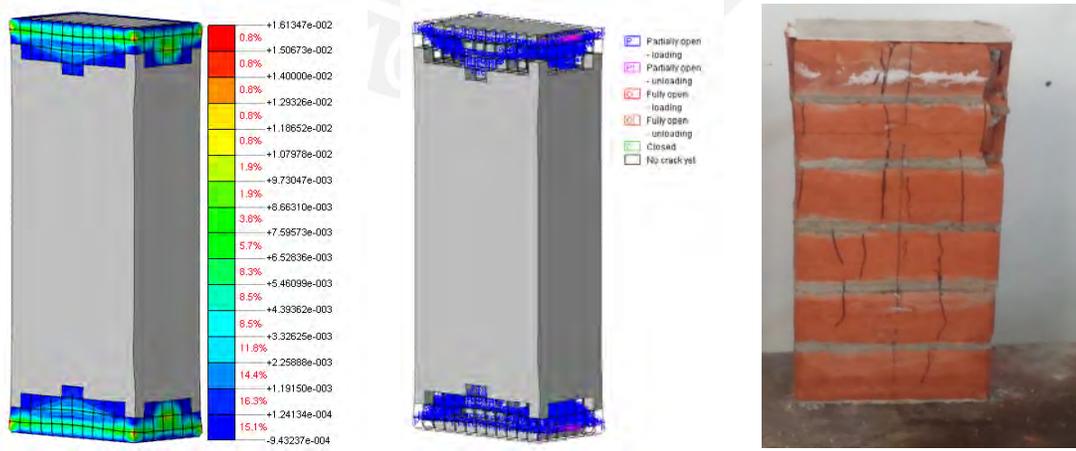
del desplazamiento vertical, (b) de esfuerzos verticales SZZ, (c) de las deformaciones unitarias principales, y (d) de los esfuerzos principales.

Por otra parte, el modelo numérico presentó como resultados en términos de falla la formación de grietas a partir de la concentración de esfuerzos en los elementos de las esquinas y, por ende, aparición de grietas iniciales por deformaciones de tracción en las esquinas como se muestra en la Figura 4.10.a para el esfuerzo de compresión pico.

Asimismo, para el estado final del ensayo con el esfuerzo residual de los resultados numéricos con la Figura 4.10.b se observaron fallas en zona inferior y superior del modelo, los cuales son similares a los patrones de falla experimental, ya que la mayoría de casos de las pilas reales presentaron rotura en las esquinas.



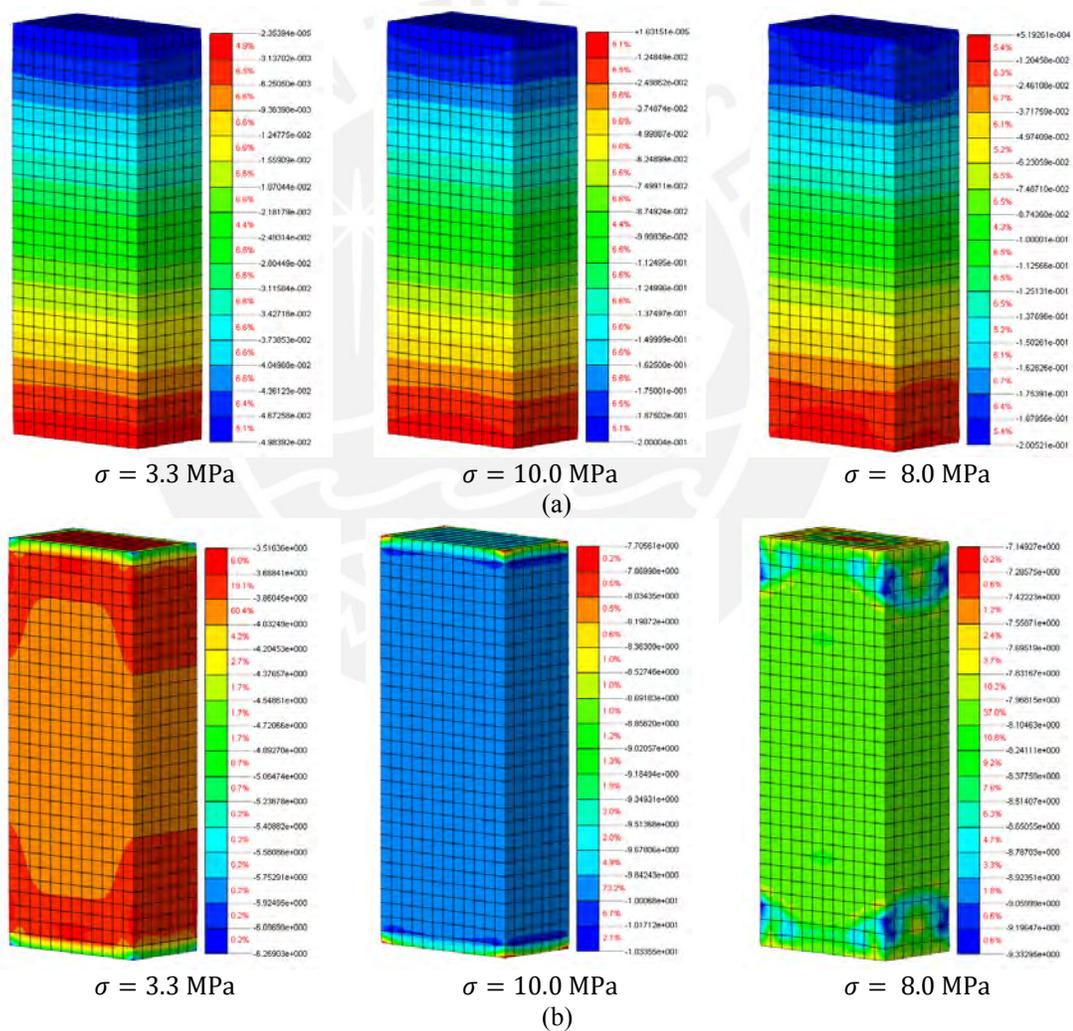
(a)



(b)

Figura 4.10: (a) Valores obtenidos mediante la simulación de anchos de grietas y estado de agrietamiento en el punto pico de la curva Esfuerzo – deformación y (b) para el estado final de la simulación, considerando el enfoque TSCM-rotating.

La Figura 4.11 representa lo mismo que se describió anteriormente para la Figura 4.9 pero esta vez se muestran los resultados bajo el enfoque TSCM-fixed. En el cual se compone por la Figura 4.11.a con as distribución de desplazamientos verticales para los tres estados de cargas referenciales tomados en cuenta como relevantes. Asimismo, se muestra los valores de esfuerzo de compresión uni-axial par todos los elementos y de deformaciones principales en la Figura 4.11.b, c, respectivamente.



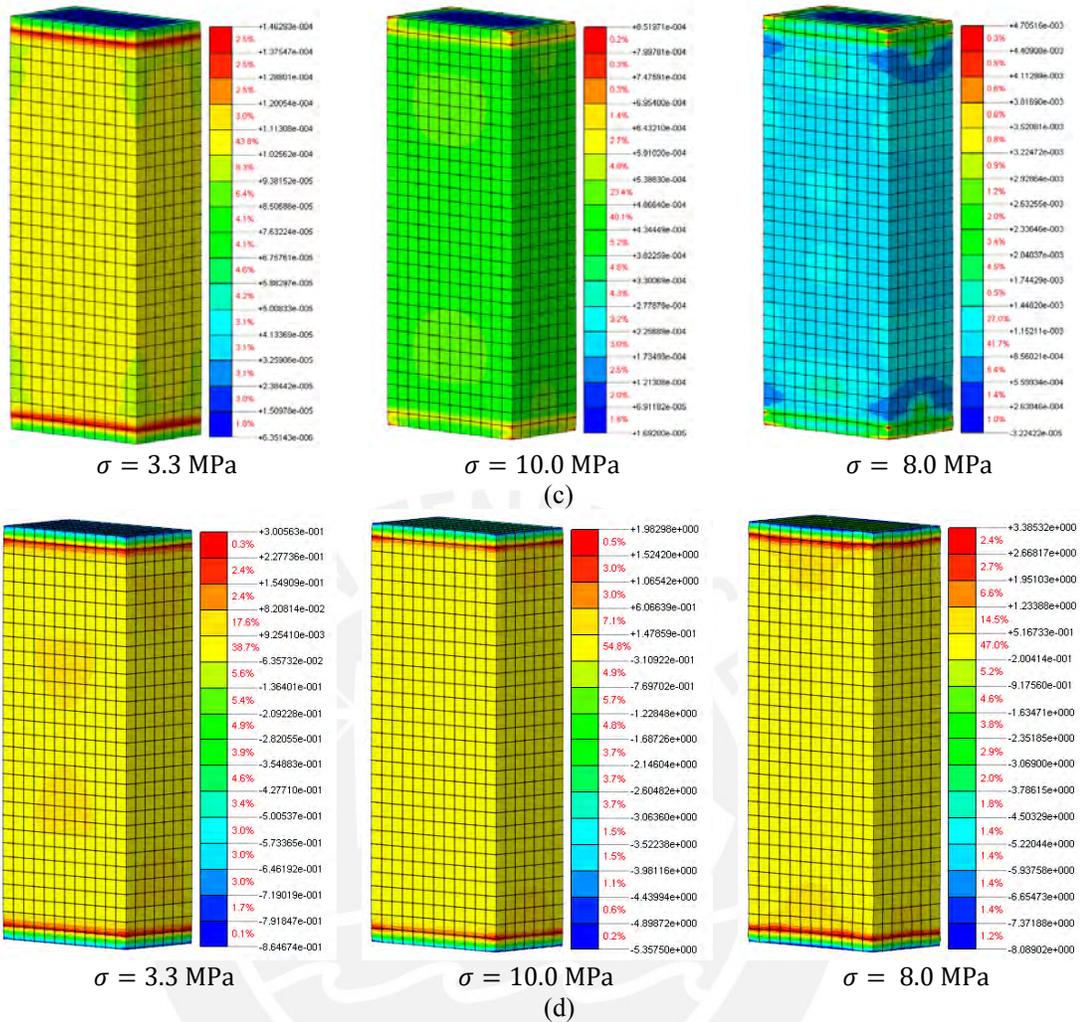
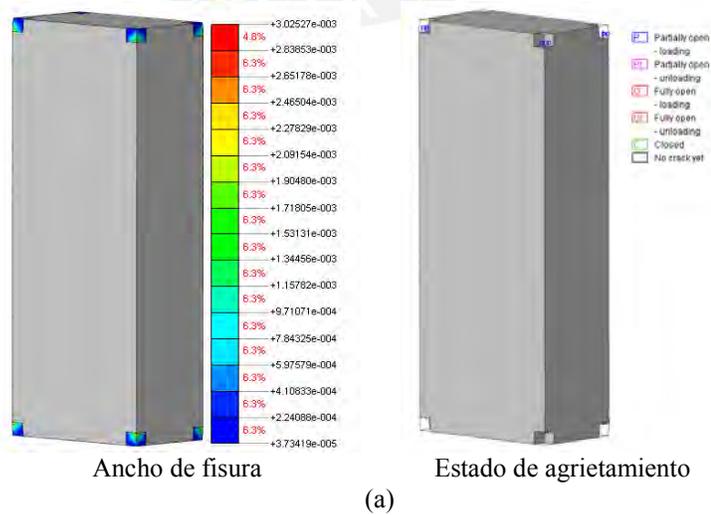


Figura 4.11: Resultados obtenidos a partir de la simulación de los ensayos de pilas bajo el enfoque TSCM fixed para tres estados con valor de esfuerzo axial SZZ igual a 3.3 MPa, 10 MPa y 8 MPa. (a) Distribución del desplazamiento vertical, (b) de esfuerzos verticales SZZ, (c) de las deformaciones unitarias principales y (d) los esfuerzos principales.



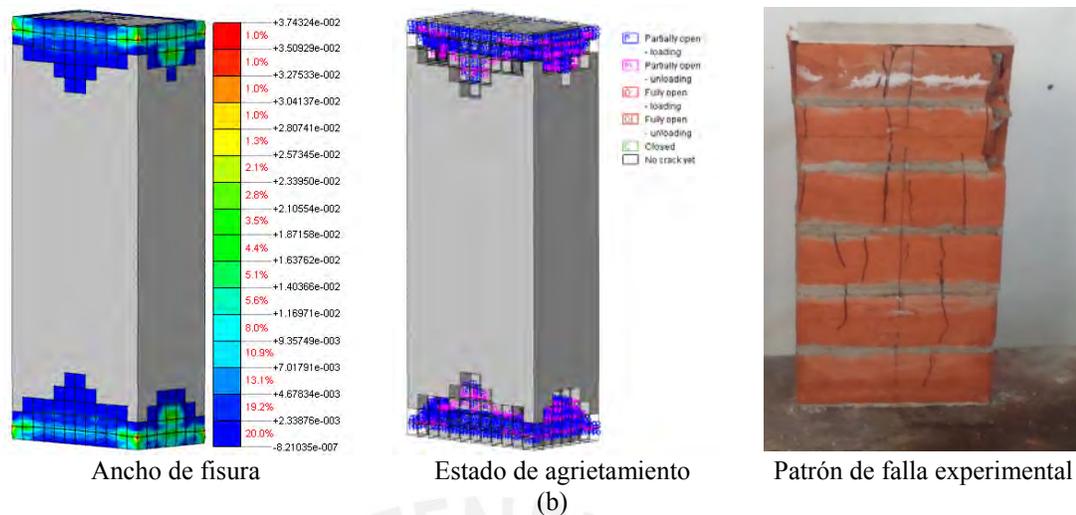


Figura 4.12: (a) Valores obtenidos mediante la simulación de anchos de grietas y estado de agrietamiento en el punto pico de la curva Esfuerzo – deformación y (b) para el estado final de la simulación, considerando el enfoque TSCM-fixed

Finalmente, para confirmar la validez del modelo elaborado se comparan la concentración de esfuerzos en las zonas agrietada de las pilas en las Figuras 4.10.b y 4.12.b, y los valores de los parámetros experimentales con los obtenidos en la curva de simulación del ensayo. El resumen de los resultados más relevantes se presentan en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4: Valores numéricos obtenidos y comparación con los experimentales

Espécimen	$\sigma$ (Mpa)	E (Mpa)
PL1	10.72	5353
PL2	9.69	6390
PL3	9.41	6333
PL4	10.86	6703
Valor numérico	10.17	6600
Promedio experimental	10.17	6018
CV (%)	7.00	9.00
Valor Experimental/numérico	1.00	0.91

En términos generales, los resultados presentan valores similares con respecto a los experimentales.

#### 4.1.4 Análisis y discusión de resultados

Realizar un análisis paramétrico para los valores de energía de fractura para compresión y tracción permite obtener los valores adecuados para representar el comportamiento mecánico y la formación de grietas en la parte plástica del modelo. Asimismo, es un paso muy importante para conocer la tendencia del comportamiento del material y calibrar de manera más adecuada. Porque, de esa manera se observó que valores altos de energía de

fractura incluso que sean planteados en base a las teorías no muestra la etapa ablandamiento del material.

El modelo numérico presenta una formación de grietas al inicio en las esquinas tal como lo presentaron las pilas durante el ensayo de compresión, rotura en la parte de la esquina donde se encontraba apoyada la placa de metal.

Durante los ensayos experimentales no se obtuvieron los valores de deformación unitaria del esfuerzo máximo aplicado; sin embargo, el modelo desarrollado se pudo obtener los valores de dichas deformaciones.

EL valor experimental con el valor numérico de módulo de elasticidad presenta un error igual a 6.5%, valor aceptable. Asimismo, el modelo de pila presenta un valor de resistencia máxima a la compresión dentro del rango de valores obtenidos experimentalmente; el error para este resultado numérico con respecto al valor promedio es de 1.7%, el cual es bastante aceptable.

Cabe resaltar que el modelo realiza una predicción del comportamiento mecánico de las pilas adecuado de la etapa de ablandamiento, a pesar de que los resultados experimentales, con respecto a la curva de esfuerzo – deformación, presentan solo la parte elástica y una parte del endurecimiento del material. Asimismo, la parte de ablandamiento fue calibrada cualitativamente mediante a la forma de concavidad que presentaron las curvas de esfuerzo – deformaciones globales.

Con respecto a las curvas constitutivas para compresión del modelo numérico se observa que se requiere de un valor alto de módulo de elasticidad, ya que este presenta gran influencia en la respuesta post-pico; asimismo, debido a las ecuaciones del modelo constitutivo parabólico se presenta un decaimiento de la rigidez a partir de un esfuerzo igual al 30% de la resistencia a la compresión, lo cual no necesariamente se observó en la curvas experimentales, ya que estas presentan una degradación de la rigidez más lenta aparentando un comportamiento casi lineal. Por ello, un valor de modulo elasticidad mayor al promedio calibra la respuesta del modelo para semejarse a lo experimental.

Por otro lado, en la Figura 5.8.b y c se presentan leyes constitutivas numéricas bajo el enfoque TSCM-rotating y TSCM-fixed, respectivamente. A partir de estas respuestas se observa un comportamiento igual para la etapa elástica, endurecimiento del material y hasta una parte del ablandamiento. Para el caso del enfoque fixed se obtiene una respuesta más completa y esto se debe a la influencia de factor de retención de corte “ $\beta$ ”. Sin embargo, en términos de agrietamiento los resultados de ambos enfoques son muy similares.

Finalmente, de acuerdo con los resultados e ancho de grietas y estado de agrietamiento se observa aberturas y concentración de esfuerzos en las zonas tanto superior como inferior, por simetría, del modelo. Este patrón de agrietamiento se observó en el estado final de las pilas reales, fallas en las esquinas generando roturas en esa zona, asimismo grietas en las áreas de contacto con las placas de ensayo. Sin embargo, luego del ensayo también se observaron grietas verticales en la parte central de los especímenes, los cuales no se presentaron en los resultados del modelo numérico.

Por otro lado, este tipo de falla de rotura en las esquinas y grietas en las zonas mencionadas refleja que durante el ensayo las pilas experimentaron condiciones de confinamiento provocando concentración de esfuerzos y al modelar las pilas con esas condiciones también en los resultados numéricos se observa dicho confinamiento.

## **4.2 Modelación de muretes de albañilería**

### **4.2.1 Geometría y condiciones de borde**

El modelo presenta una geometría de prisma regular en tres dimensiones conformado por elementos cuadriláteros; por ello, el elemento utilizado para sus análisis fue el sólido tipo “brick” CHX60, el cual presenta 20 nodos de integración.

Cabe resaltar, que en este se modeló, también, los elementos del equipo de aplicación de carga que estuvieron en contacto con el murete durante el ensayo, debido a que para representar las condiciones de borde del ensayo se presentó mayor complejidad y, por ello, fue necesario incluir los elementos de ensayo.

Cabe resaltar que como malla preliminar de elementos finitos se empleó una compuesta por 6300 elementos. Sin embargo, dicha malla presentó alta carga computacional y, además, no generaba resultados estables incluso quedándose en la parte lineal. Por ello, como malla final para el modelo se propone una compuesta por 1600 elementos como se ven en la Figura 4.13a y b; asimismo, el “aspect ratio” de la malla se encuentra en un valor cercano a uno, Figura 4.13d.

Las condiciones de borde definidas para el modelo comprenden restricción de todos los nodos de la base del instrumento de ensayo en la dirección vertical y restricción horizontal para ambas direcciones en el instrumento de ensayo de la parte superior e inferior como se observa en la figura 4.13c.

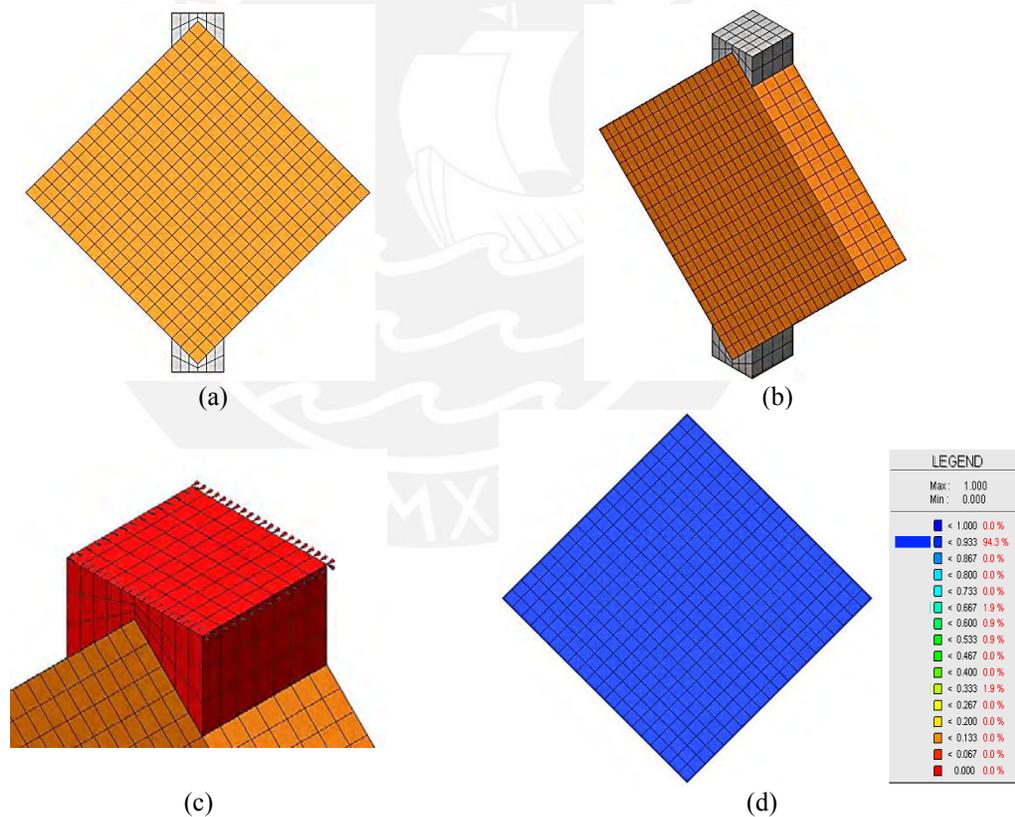


Figura 4.13: (a) Modelo de elementos finitos con sólidos del murete de albañilería vista frontal. (b) Modelo de murete vista isométrica. (c) Vista superior de las condiciones de frontera considerados para el murete, las cuales con iguales para la parte inferior. (d) Se presenta la calidad de la malla mediante el Aspect ratio, el cual igual a 0.93.

Para el caso de aplicación de la carga, esta fue representada mediante pasos de 0.025 mm, aplicados en los nodos de la cara superior de la pila. En total se aplicaron 50 pasos 0.025 mm”. Por otra parte, la solución se realizó aplicando el método de Newton-Raphson modificado, ya que fue la que presentó mejores respuestas y velocidad de iteración en las pilas, anteriormente, calibradas y el número de iteraciones tomadas en consideración propuestas fueron de 50. Asimismo, los criterios de convergencia establecidos fueron de desplazamiento y energía con un error máximo de 0.01 y 0.001, respectivamente.

#### **4.2.2 Modelos constitutivos**

Para el desarrollo del modelo numérico simulará el ensayo de compresión diagonal de albañilería, también, se consideró como material como homogéneo. Por otro lado, para la representación del agrietamiento, el modelo se realizó bajo el criterio denominado “Smearred Crack”; asimismo, el planteamiento considerado, a partir del criterio anterior, fue el “Total Strain Crack Model”, el cual es típico para la caracterización numérica del concreto y la albañilería. Como modelo de agrietamiento se empleó el “Coaxial rotating crack model”, inicialmente.

Para la representación del comportamiento mecánico en compresión del murete, en el modelo se considera una tendencia parabólica, Figura 4.14.a, y para el caso del comportamiento para la tracción se establece en base un decaimiento exponencial, Figura 4.14b.

Por lo tanto, se requirieron de parámetros inelásticos como la energía de fractura en compresión y la energía de fractura en tracción, lo cuales se tomaron como valores bases los presentados en la literatura y también los obtenidos en el modelo de la pila desarrollada, anteriormente. Asimismo, el módulo de Poisson se obtuvo en base al módulo de elasticidad medio del material y el valor de módulo de corte obtenido de este ensayo.

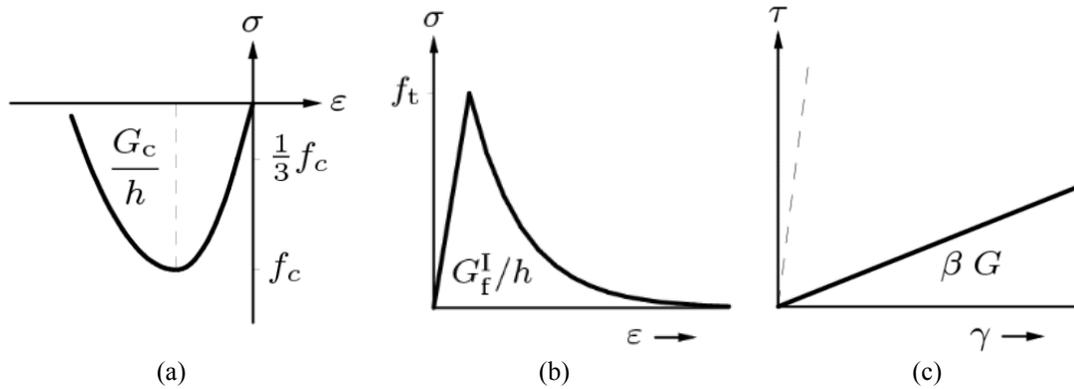


Figura 4.14: Modelos de comportamiento mecánico empleados en la modelación numérica: (a) Relación de esfuerzo de compresión y la deformación unitaria, (b) relación de esfuerzo de tracción y la deformación unitaria y (c) modelo constitutivo de corte empleado bajo el enfoque TSCM-fixed (DIANA, 2015).

Tabla 4.5: Parámetros mecánicos iniciales para el modelo de murete.

<b>Propiedades elásticas</b>	
Módulo de elasticidad E (MPa)	6700
Relación de Poisson $\nu$ (-)	0.18
<b>Propiedades inelásticas</b>	
Resistencia a la compresión (Mpa)	10.17
Energía de fractura a la compresión (N/mm)	1.02
Resistencia a la tracción (Mpa)	0.98
Energía de fractura a la tracción (N/mm)	0.028

En la tabla 4.5 se presentan los parámetros tanto elásticos como inelásticos calibrados con la simulación de pilas bajo compresión uni-axial que se implementaron para la calibración en el modelo de muretes. Estos valores pasaron por modificaciones para establecer respuestas coherentes con los muretes; sin embargo, las cuales fueron mínimas y que no presentaron alguna diferencia notable en la respuesta del modelo de pila tanto en términos de comportamiento mecánico y agrietamiento.

## 4.2.3 Desarrollo del modelo numérico

### 4.2.3.1 Análisis lineal

La verificación del modelo para diferentes condiciones de comportamiento predecibles realizó mediante un análisis lineal. En las siguientes gráficas se puede observar la simulación del modelo con parámetros mecánicos iniciales anteriormente presentados.

A partir de los resultados del análisis lineal del modelo numérico prismas, se plantea probar un valor inicial de 6355 MPa para evaluar la influencia de este parámetro para este tipo de simulación.

Sin embargo, en la Figura 4.15.a, se observa que la respuesta del modelo no aparece dentro de la envolvente de la gráfica experimental, lo cual conlleva a la calibración de este parámetro elástico. Finalmente, en la segunda gráfica se planteó un valor de módulo de elasticidad igual a 6700 MPa, el mismo que con el que se calibraron el modelo de los prismas.

Por ello, en la Figura 4.15.b, utilizando el último valor, se presentan resultados satisfactorios en la parte elástica, entonces el valor de E calibrado anteriormente es adecuado para poder calibrar el modelo de muretes y eficiente, ya que al ser del mismo material la diferencia de valores en las propiedades debe ser similares por los modelos constitutivos que se emplean que al final vienen a ser los mismos para ambas simulaciones y por ser una macro-modelación.

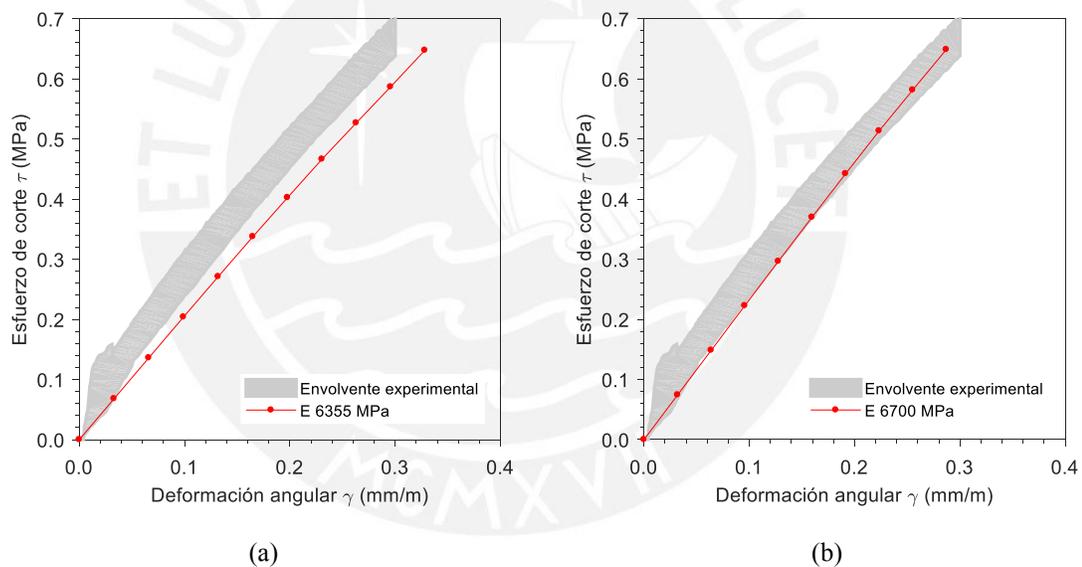


Figura 4.15: Gráfica de Esfuerzo axial versus deformación unitaria construida a partir del modelo de una variación de módulo de elasticidad (a) un valor de E igual a 6355 MPa y (b) con un valor de E igual a 6700 MPa.

#### 4.2.3.2 Calibración

En esta parte del desarrollo del trabajo se planteó partir de los resultados de los parámetros elásticos e inelásticos obtenidos en modelo numérico de las pilas de albañilería, lo cuales fueron presentados anteriormente, a excepción del módulo de elasticidad que fue obtenido mediante la calibración de dicha parte.

Las curvas del comportamiento mecánico de la pila modelada para diferentes valores de energía de fractura a la compresión presentan una pequeña diferencia con los que respecta a los valores de esfuerzo luego del punto pico. Sin embargo, durante el desarrollo del modelo numérico se presentaron problemas de convergencia, debido a la resistencia a la compresión; por ello, se optó calibrar dicho parámetro con valores menores a los obtenidos en los ensayos de pilas; asimismo se probaron los siguientes modelos. En la Tabla 4.6 se presenta los modelos que se probaron para poder encontrar la respuesta más estable y con puntos de convergencia que describieran mejor el ensayo numéricamente.

Tabla 4.6: Parámetros inelásticos implementados en el modelo por la calibración

<b>Modelo</b>	<b><math>G_c</math> (N/mm)</b>	<b><math>G_t</math> (N/mm)</b>
P1	1.02	0.028
P2	1.00	0.056
P3	1.00	0.065

Finalmente, se obtuvieron valores de 1.00 MPa y 0.065 N/mm para la resistencia a la compresión y la energía de fractura a tracción, respectivamente. Dichos valores presentaron una muy buena aproximación con las curvas experimentales obtenida en los ensayos de compresión diagonal. Además, el método de solución que se planteó, finalmente, fue el “Newton Raphson modified”, ya que fue el que presentó mayor convergencia con respecto a los otros métodos de solución disponibles en el programa.

#### **4.2.3.3 Curvas de comparación entre TSCM-fixed y TSCM-rotating**

Para esta ocasión, también, el modelo numérico fue simulado para un enfoque TSCM-fixed, para verificar su respuesta y la comparación respectiva respecto al TSCM-rotating. Cabe resaltar que el valor referencia inicial fue un valor de “ $\beta$ ” igual a 0.003, ya que presentó buenos resultados para las simulaciones de los ensayos de pilas. Por ello, “ $\beta$ ” igual a 0.01 permite obtener una respuesta más precisa de ablandamiento del material en la zona inelástica con respecto al modelo obtenido en base a TSCM-rotating.

Asimismo, se realiza una comparación del estado de deformaciones principales para el modelo con TSCM-rotating y fixed. Finalmente, se presentaron los resultados de los parámetros del modelo calibrado, en la siguiente Tabla 4.7.

Tabla 4.7: Parámetros elásticos e inelásticos implementados en el modelo numérico de murete.

<b>Propiedades elásticas</b>				
	MT1	MT2	MT3	MT4
Módulo de elasticidad E (MPa)		6700		
Relación de Poisson $\nu$ (-)		0.18		
<b>Propiedades inelásticas</b>				
Resistencia a la compresión (Mpa)		10.00		
Energía de fractura a la compresión (N/mm)		1.00		
Resistencia a la tracción(Mpa)		1.05		
Energía de fractura a la tracción (N/mm)		0.065		

La tabla 4.7 presenta los resultados finales de los parámetros elásticos e inelásticos de la mampostería de arcilla que son iguales tanto para los modelos de pilas y muretes.

Las respuestas mecánicas bajo carga diagonal de compresión del modelo numérico de murete bajo los enfoques TSCM-rotating y fixed, ambos en la Figura 4.17, y una comparación de ambos a escala se presentan en la Figura 4.16.

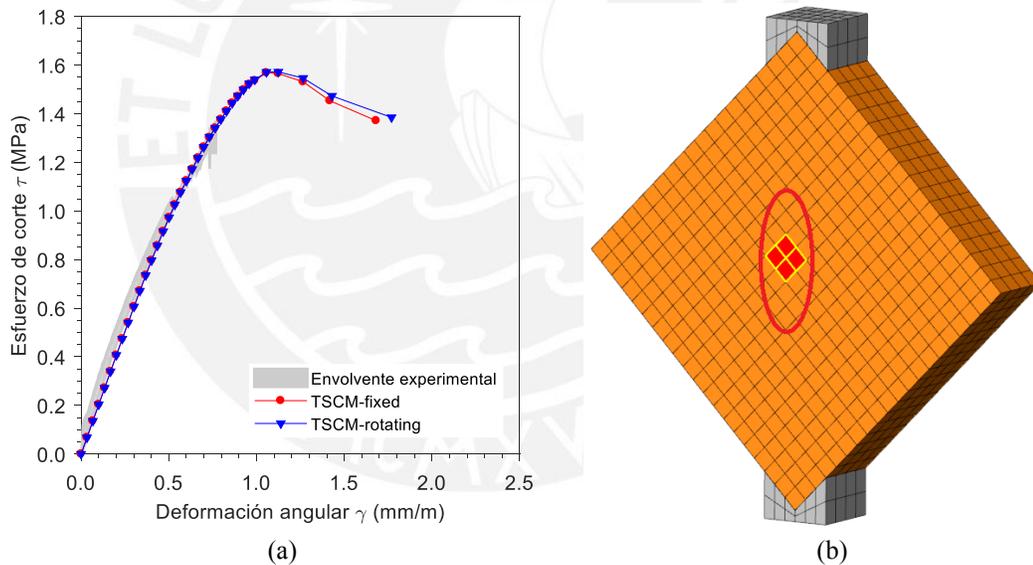


Figura 4.16: (a) Graficas de esfuerzo de corte diagonal aplicada versus la deformación angular para los enfoques TSCM-rotating y fixed y una representación del a envolvente de las curvas experimentales. (b) Imagen de la ubicación de los elementos que fueron utilizados para muestrear los resultados.

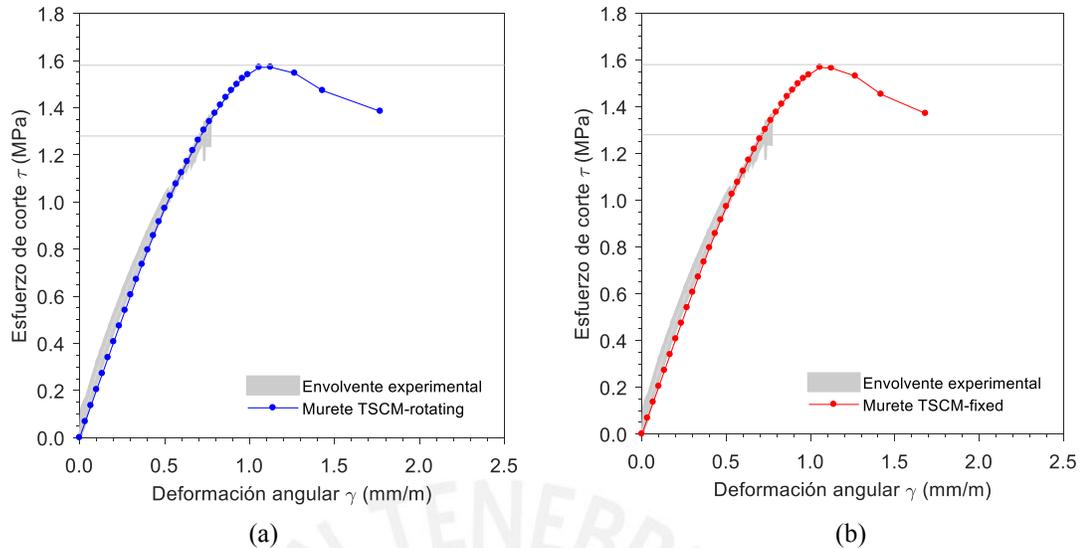
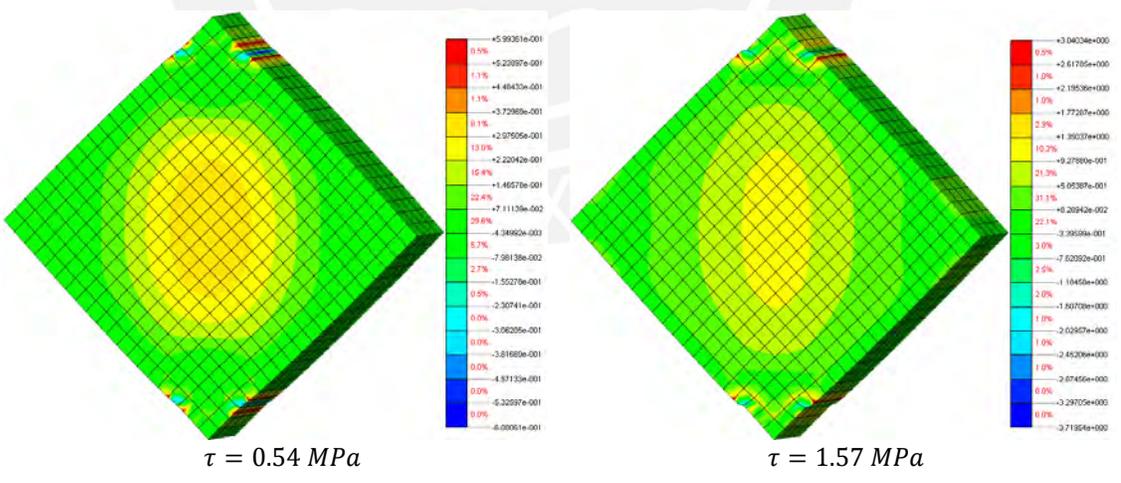
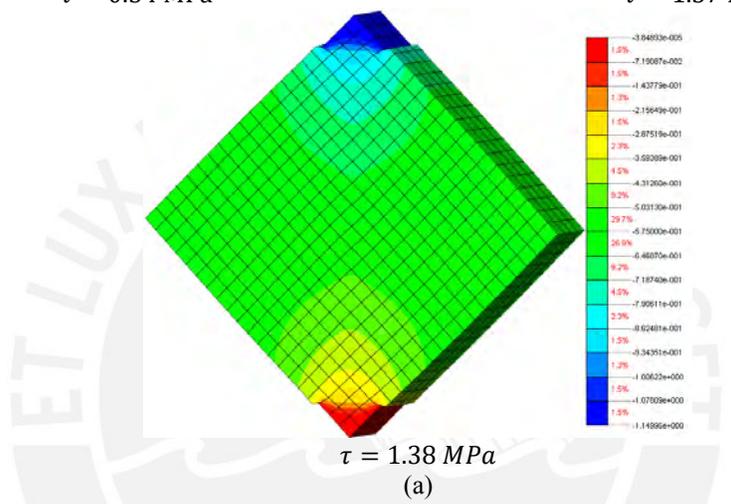
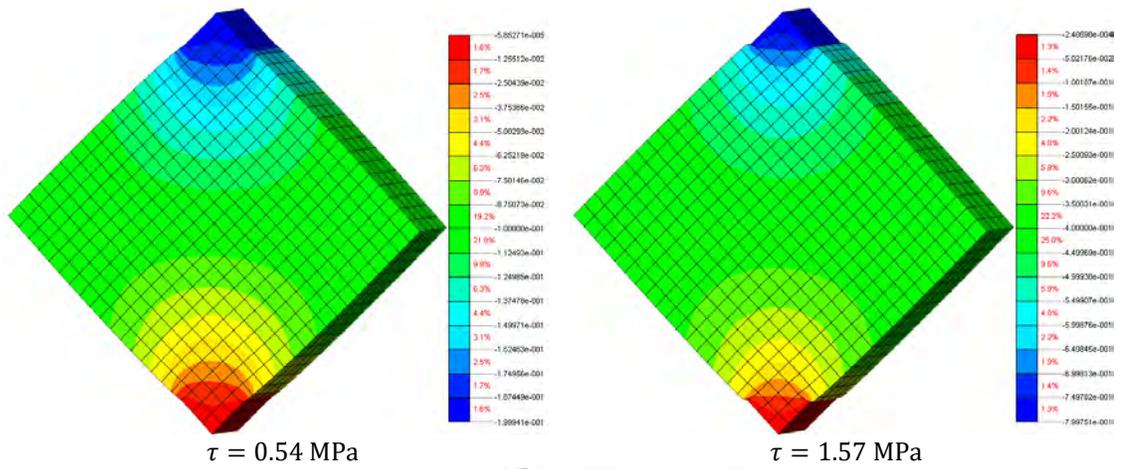


Figura 4.17: Curva de esfuerzo de corte versus deformación angular superpuesta sobre la envolvente experimental, resultados finales: (a) TSCM-rotating y (b) TSCM-fixed.

El comportamiento que mostró el murete durante la simulación del ensayo de compresión diagonal permitió obtener valores que no se pudieron medir en laboratorio; por ejemplo, la carga máxima de manera gráfica y el desplazamiento máximo.

Por otra parte, el modelo numérico permitió predecir la formación de grietas a partir de la concentración de esfuerzos en los elementos de las esquinas y la parte superior de la del murete donde se encontraba en contacto con el equipo de ensayo. Asimismo, en los ensayos e laboratorio se observó fallas en las partes anteriormente mencionadas.

En la Figura 4.18 se muestran los resultados finales obtenidos mediante la simulación de los ensayos de compresión en las pilas bajo el enfoque TSCM-rotating y para tres estados fundamentales que resumen el comportamiento mecánico bajo esfuerzos de corte. El primer valor igual a 0.54 MPa indica la parte final de la etapa elástica de la curva de esfuerzo versus  $\gamma$  y deformación de corte, luego el valor de 1.57 MPa representa el estado para cuando se alcanza el esfuerzo de corte máximo, el pico y, finalmente, el valor de 1.38 MPa es el esfuerzo residual de corte, el cual muestra el estado final de la simulación.



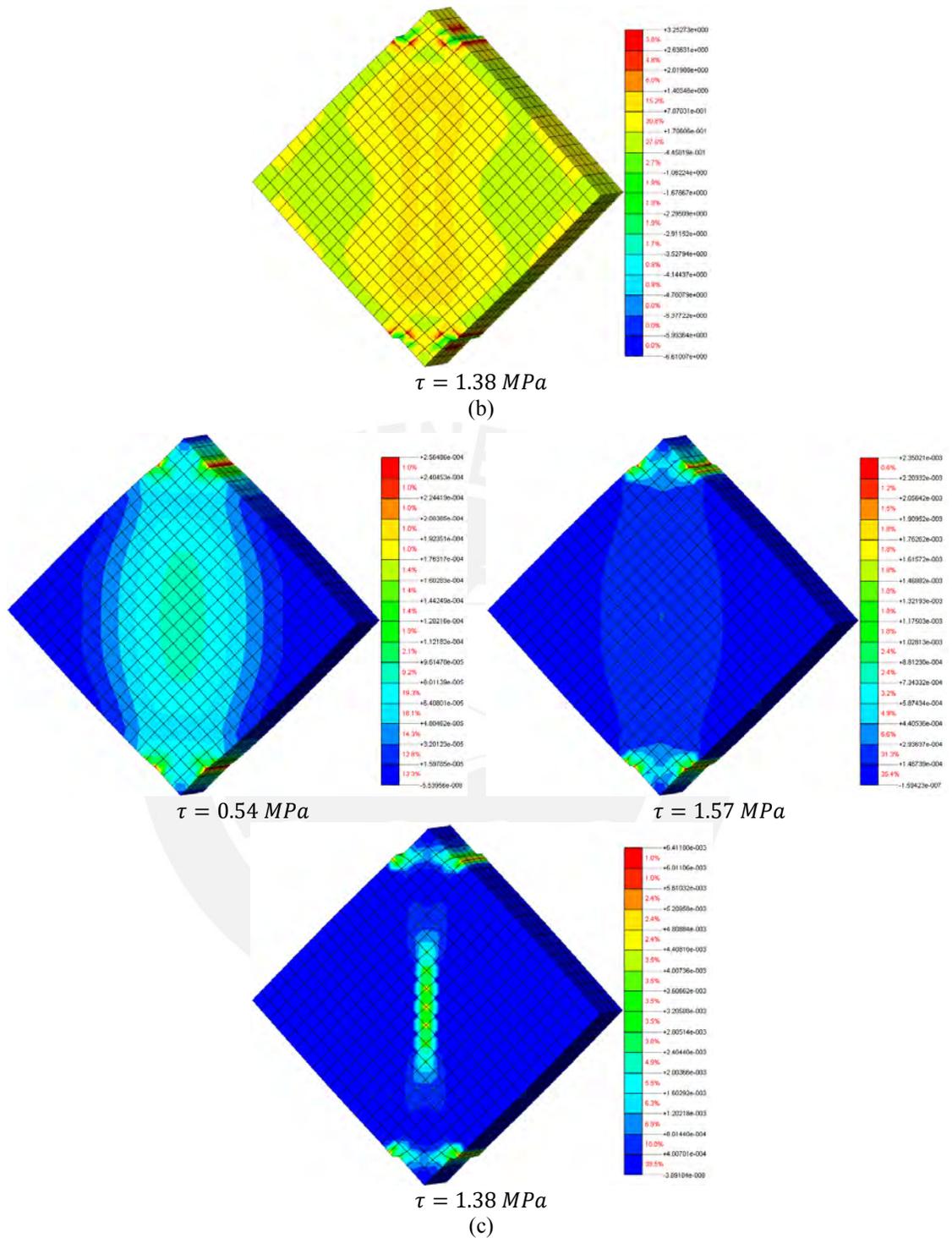
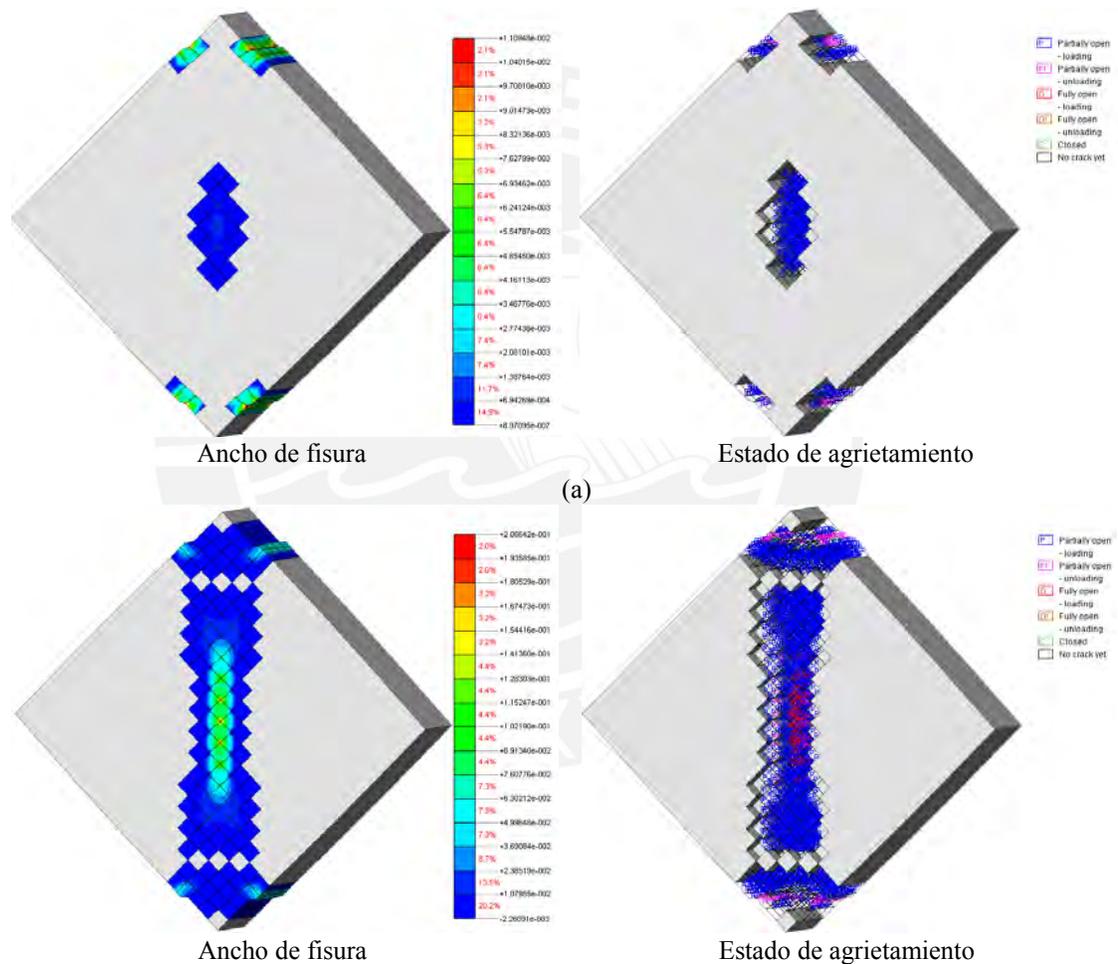


Figura 4.18: Distribución de (a) desplazamientos durante la simulación, (b) Esfuerzos principales y (c) de deformaciones principales, TSCM-rotating.

Por otra parte, el modelo numérico presentó como resultados en términos de falla la formación de grietas a partir de la concentración de esfuerzos en los elementos de las esquinas y, por ende, aparición de grietas iniciales por deformaciones de tracción en las

equinas y en la parte central del modelo como se muestra en la Figura 4.19.a para el esfuerzo de compresión pico.

Asimismo, para el estado final del ensayo con el esfuerzo de corte residual de los resultados numéricos con la Figura 4.19.b, TSCM-rotating, se observaron fallas en las zonas de contacto entre el equipo de ensayo y el del modelo y agrietamiento en el área vertical del espécimen, los cuales son similares a los patrones de falla experimental, ya que la mayoría de casos de los muretes reales presentaron este patrón de falla.



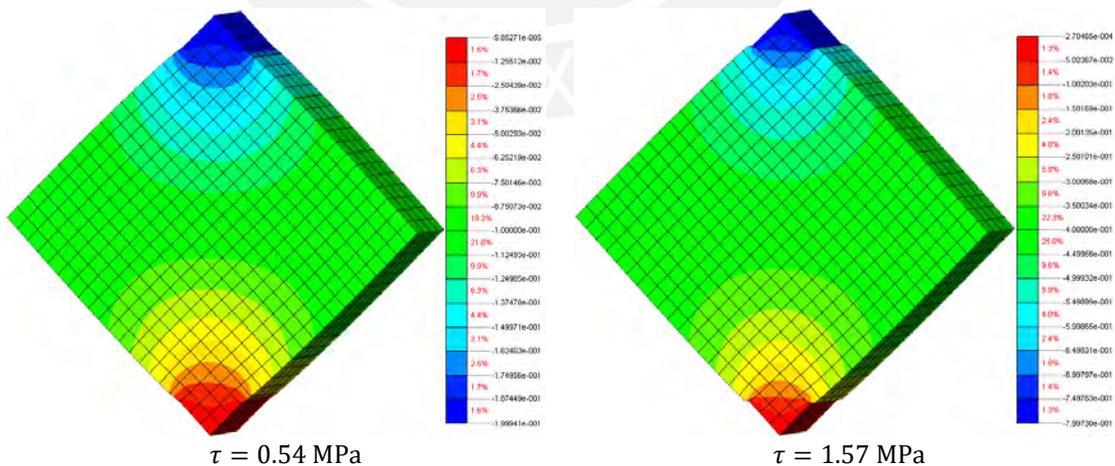


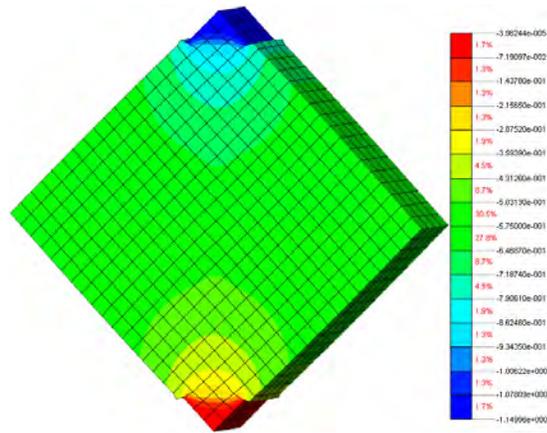
Patrón de falla experimental

(b)

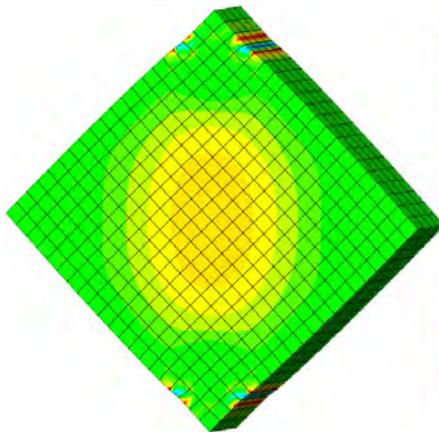
Figura 4.19: (a) Valores obtenidos mediante la simulación de anchos de grietas y estado de agrietamiento en el punto pico de la curva Esfuerzo corte – deformación angular y (b) para el estado final de la simulación, considerando el enfoque TSCM-fixed

La Figura 4.20 representa lo mismo que se describió anteriormente para la Figura 4.18 pero esta vez se muestran los resultados bajo el enfoque TSCM-fixed. En el cual se compone por la Figura 4.20.a con as distribución de desplazamientos verticales para los tres estados de cargas referenciales tomados en cuenta como relevantes. Asimismo, se muestra los valores de esfuerzo principales para todos los elementos y de deformaciones principales en la Figura 4.20.b, c, respectivamente.

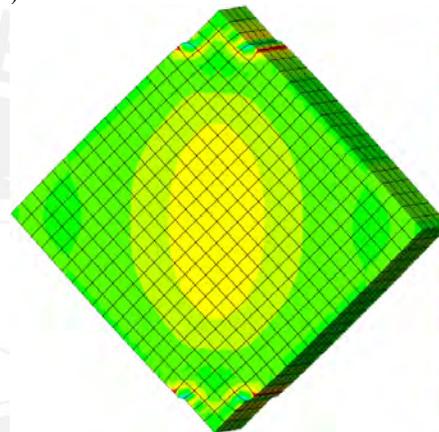




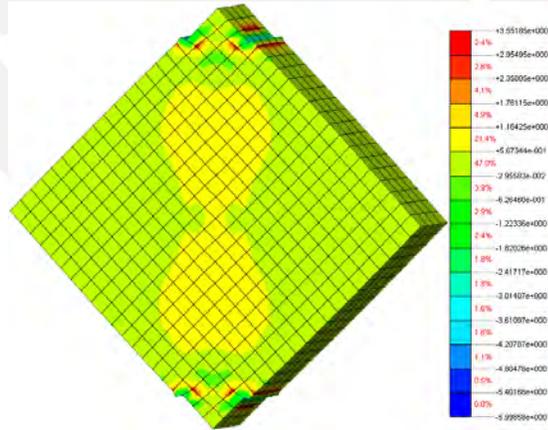
$\tau = 1.37 \text{ MPa}$   
(a)



$\tau = 0.54 \text{ MPa}$



$\tau = 1.57 \text{ MPa}$



$\tau = 1.37 \text{ MPa}$   
(b)

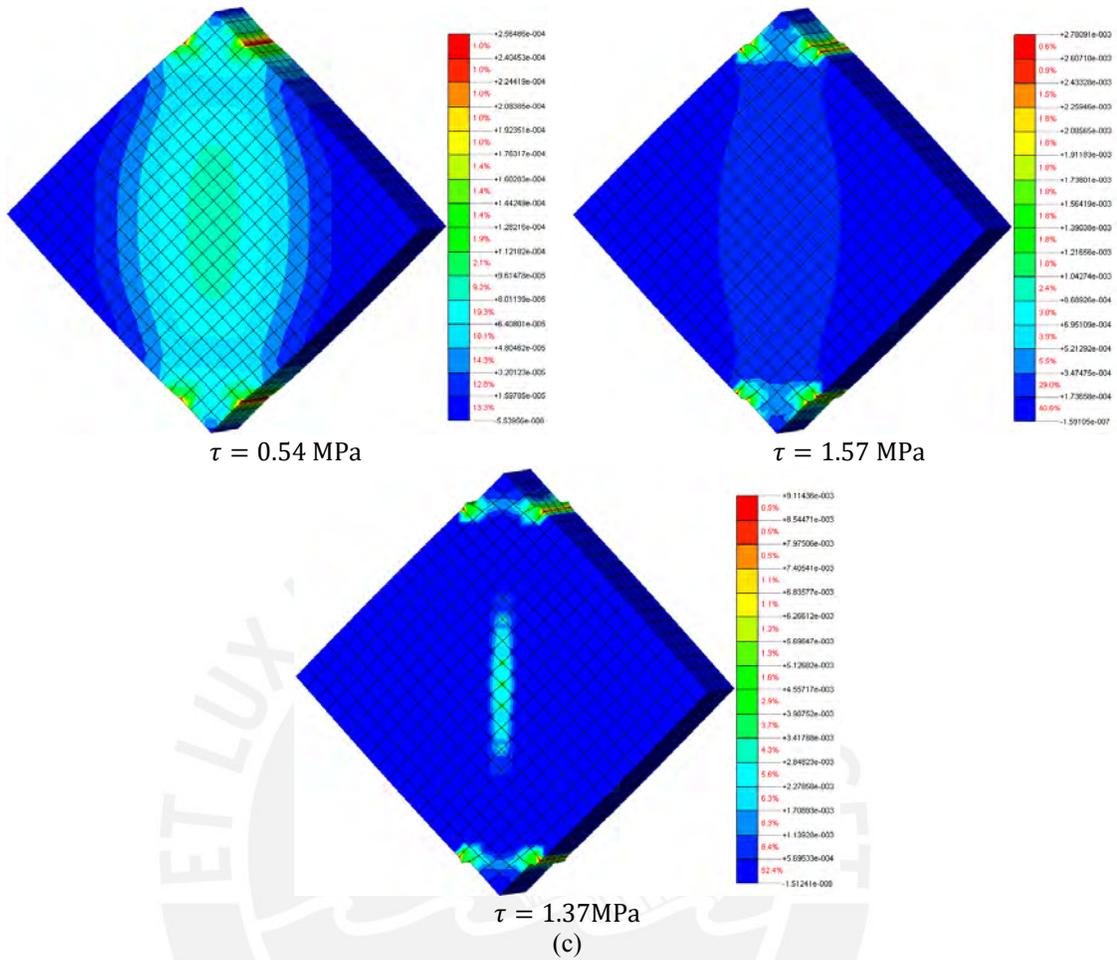
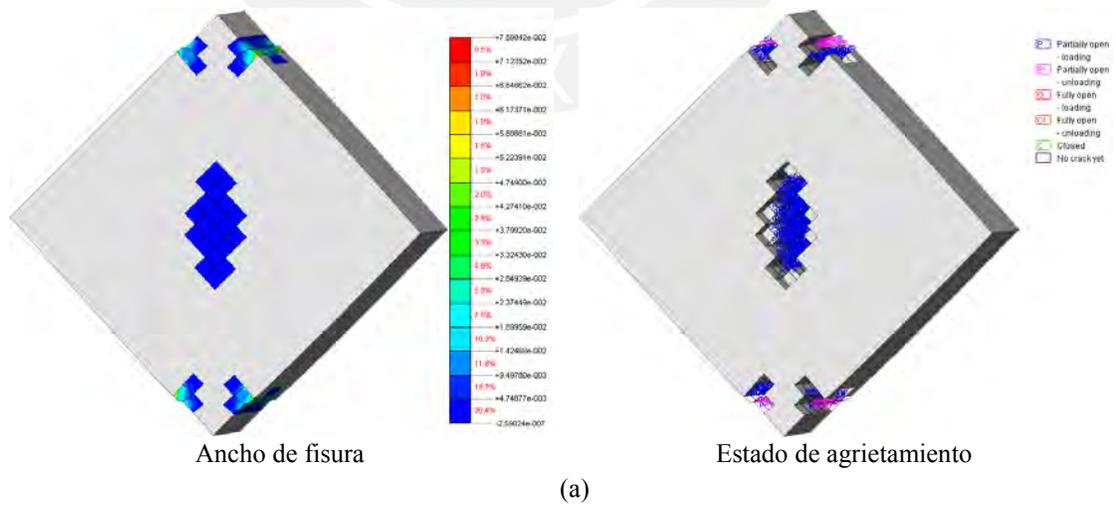
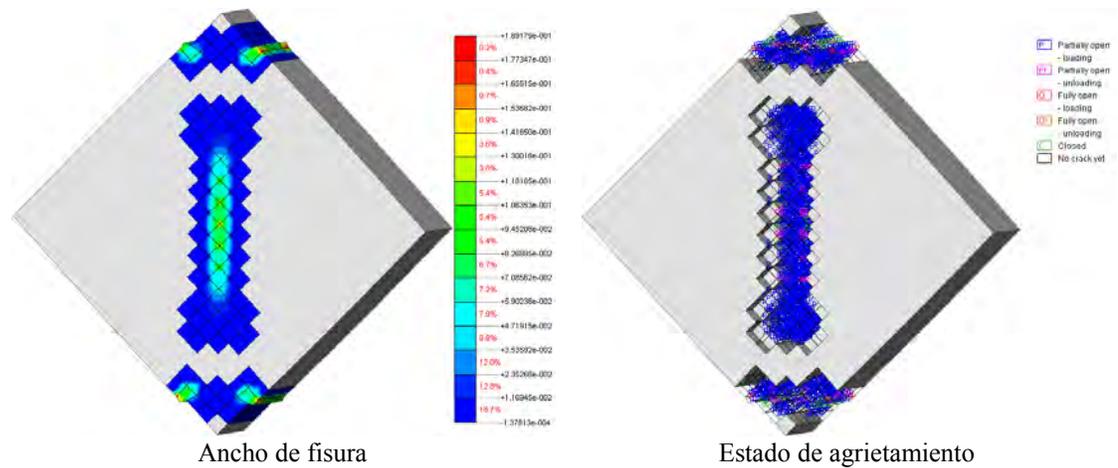


Figura 4.20: Distribución de (a) desplazamientos verticales durante la simulación, (b) esfuerzos principales, y (c) deformaciones principales para el último paso de convergencia, TSCM-fixed.





Patrón de falla experimental

(b)

Figura 4.21: (a) Valores obtenidos mediante la simulación de anchos de grietas y estado de agrietamiento en el punto pico de la curva Esfuerzo corte – deformación angular y (b) para el estado final de la simulación, considerando el enfoque TSCM-fixed

Finalmente, para confirmar la validez del modelo elaborado se comparan la concentración de esfuerzos y deformaciones principales en las zonas agrietada de las del murete. En lo presentado en la Figura 4.21 se tiene una mejor visión del patrón de grietas numérico y comprando con lo observado experimentalmente, lo cuales presentan semejanza. Asimismo, en la Tabla 4.8 se presentan los valores de los parámetros más relevantes en base a los resultados numéricos.

Tabla 4.8: Valores mecánicos obtenidos mediante simulación

Espécimen	Máxima carga aplicada (kN)	Máximo desplazamiento vertical (mm)	Esfuerzo de corte (MPa)	G (MPa)
TSCM-fixed	169	0.54	1.57	1972
TSCM-rotating	169	0.58	1.57	1970

En términos generales, los resultados presentan valores similares con respecto a los experimentales.

#### 4.2.4 Análisis y discusión de resultados

El modelo numérico que simula el ensayo presenta una formación de grietas al inicio en las esquinas apoyadas en el equipo de ensayo tanto como para la parte superior e inferior tal como lo presentaron los muretes durante el ensayo de compresión diagonal, rotura en la parte de los bordes apoyados. Asimismo, el patrón de falla fundamental observado y que se presenta comúnmente en este tipo de ensayos fue representado adecuadamente por el módulo numérico mostrando grietas en el área diagonal vertical del espécimen en análisis.

Durante los ensayos experimentales no se obtuvieron los valores de desplazamiento máximo y graficar la curva hasta la carga máxima aplicada; sin embargo, el modelo desarrollado se pudo obtener los valores del desplazamiento para la carga máxima, la carga residual y el desplazamiento máximo vertical. Sin embargo, esta parte no se pudo calibrar ni cualitativamente, ya que las lecturas globales no fueron eficientes para mostrar datos coherentes.

En términos cualitativos y de forma de los resultados numéricos tanto para ambos enfoques se observa una concavidad antes de llegar al pico y luego en la parte post-pico y, además, se observó una tendencia de decaimiento lento de la resistencia casi lineal en la parte final como lo propone la base teórica para comportamiento mecánico bajo esfuerzos de corte. Sin embargo, no se logra producir dicha etapa.

Con respecto a las curvas de comportamiento mecánico presentadas para cada murete se observó el modelo desarrollado se encontró dentro de la envolvente a partir de las gráficas mencionadas anteriormente, lo cual indica un comportamiento eficiente.

Asimismo, el modelo numérico presento un valor de módulo de corte igual a 1970 MPa, para el enfoque TSCM-rotating y para el TSCM-fixed se presentó un valor de “G” igual a 1972 MPa. Entonces, analizando con respecto al valor obtenido experimentalmente se presenta una variación de del 0.2% y el 0.1%, para el rotating y fixed respectivamente. Estos porcentajes de error con mínimos lo cual validan como calibrado este parámetro elástico.

Por otro lado, se pudo observar que la energía de fractura par este ensayo también muestra un valor igual 1.0 N/mm, prácticamente el mismo valor calibrado de pilas; por ello, se puede indicar que para este material se caracterizó dicho parámetro inelástico que no obtuvo experimentalmente.

El valor de resistencia a tracción fue siempre el experimental y también se da como valor característico para esta tipología de albañilería. Por ello, el valor numérico de resistencia a la tracción es de 1.05 MPa que presenta un error de 7 %, con respecto al valor promedio (0.98 MPa), el cual es bastante aceptable tomando en consideración también que dicho valor se encuentra dentro del rango de  $f_t$  presentado como resultado experimental.

Asimismo, en la gráfica de distribución deformaciones principales se observa que en el área de contacto entre el murete y el instrumento de ensayo se producen las máximas deformaciones de tracción, lo cual provoca que dicha zona tienda a fallar rápidamente con respecto a las demás, el estado de grietas obtenido del software confirma que en esa zona se forman grietas.

Por otra parte, el valor de resistencia al corte diagonal obtenido numéricamente es igual a 1.57 MPa para el TSCM-rotating y 1.57 MPa para el TSCM-fixed, los cuales se encuentran dentro del rango obtenido experimentalmente, que va 1.28 a 1.58 MPa. Cabe resaltar que el valor de resistencia al corte presenta una tendencia de estar cerca el valor máximo obtenido experimentalmente.

Asimismo, se puede mencionar que el valor esfuerzo de corte residual numérico para el enfoque rotating presenta mayor magnitud con respecto al otro. Por otra parte, para el caso del TSCM-fixed se observa un mayor decaimiento de esfuerzo y carga, siendo está un poco más pronunciada con respecto a la curva obtenida con el otro enfoque. Sin embargo, estas diferencias descritas son mínimas casi imperceptibles; por ello, se puede considerar que en términos de ley constitutiva de corte presentan los mismos resultados.

Por otro lado, en términos de agrietamiento se presentan diferencias relevantes, ya que le TSCM-rotating muestra un agrietamiento más súbito y más preciso en semejanza a lo experimental.





# **CAPITULO 5**

## **CONCLUSIONES DE LA INVESTIGACIÓN**

## 5.1 Conclusiones

La presente investigación tuvo como principal enfoque caracterizar el comportamiento mecánico de la albañilería de arcilla simulando los ensayos cuasi – estáticos que se realizaron en laboratorio mediante la macro-modelación numérica. Por ello, al finalizar el trabajo se obtuvieron las siguientes conclusiones a partir de los resultados presentados.

Los modelos numéricos permitieron conocer la parte del decaimiento de la rigidez de las pilas de albañilería, endurecimiento, y una pequeña parte del ablandamiento. Asimismo, permitió conocer la energía de fractura a compresión y tracción del material. Dichos parámetros no se obtuvieron en los ensayos experimentales, entonces se estimó en base a los resultados de los modelos. En conclusión, la modelación numérica permite obtener valores de parámetros mecánicos inelásticos que para este caso se presenta complejidad en obtenerlas en los ensayos de laboratorio; asimismo, se logra predecir su comportamiento sin la dependencia de ensayos.

Además, se puede visualizar las tendencias de falla del material con la representación del estado de agrietamiento que genera el modelo y proponer parámetros mecánicos para realizar un análisis estructural de elementos o estructuras de mayor complejidad.

Tabla 5.1: Valores de parámetros mecánicos propuestos para la albañilería de arcilla.

$\rho$ $\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$	$\sigma_c$ (MPa)	$\epsilon$ (mm/m)	E (MPa)	$f_t$ (MPa)	$G_c$ (N/mm)	$G_t$ (N/mm)
1800	10	2.65	6700	1.05	1.00	0.065

Por otra parte, en la modelación de los muretes se logra simular un ensayo de corte diagonal verificando su tendencia de falla y la aparición de las grietas como se observaron en los ensayos realizados en laboratorio y, asimismo, una expresión gráfica que representa su comportamiento mecánico para este tipo de ensayo. Asimismo, para esta simulación de ensayo se proponen valores de módulo de corte obtenidos a partir del modelo numérico el cual sería de 1972-1970 MPa y valor de resistencia a la tracción numérico iguala a 1.05 MPa.

Estas leyes constitutivas calibradas permiten caracterizar esta tipología de mampostería para que se pueda utilizar como parámetros validados en estructuras de mayor complejidad que se componen del mismo material. Por ello, cuando se requiera modelar estructuras de mayor envergadura se partirá de una base comprobada para obtener modelos, análisis y resultados mucho más precisos que no se presentarían si solo se tantean valores o asumen.

Asimismo, se resalta que los resultados fueron eficientes ya que por lo menos alcanzaron el valor del ochenta por ciento del esfuerzo máximo, el cual es satisfactorio, ya que los valores de deformación para esfuerzos menores al mencionado no se consideran creíbles sino solo de una forma teórica y más aún si no se cuenta con información experimental.

En conclusión, general la modelación numérica es una eficiente herramienta que permite simular ensayos de elementos cuasi-frágiles y permite obtener valores de parámetros mecánicos parecidos a los experimentales. Asimismo, esta herramienta permite caracterizar materiales de alta variabilidad como lo es la mampostería de ladrillo de arcilla.

Se concluye que para la validación de un modelo no solo se requiere de una aproximación adecuada a los valores experimentales, sino también de una evaluación de los tipos de falla que se producen que también tiene que asemejarse a los observados durante los ensayos.

Se concluye que para un modelamiento más preciso se requiere de ensayos de laboratorio más completos que muestren tanto la etapa lineal, endurecimiento y ablandamiento del material, ya que con esa información se podrá caracterizar el material de manera más eficiente cuantitativamente.

### Trabajos futuros

Para futuros trabajos a partir de lo realizado en esta investigación se pueden afinar los modelos mediante ensayos más completos que reproduzcan el comportamiento de

endurecimiento completo y la etapa de ablandamiento experimental. Estos ensayos completos permitirán obtener valores de parámetros inelásticos con mayor precisión, ya que serán calibrados tanto de manera cualitativa y cuantitativamente las leyes constitutivas del material.

Asimismo, durante la realización de la investigación se concluyó que la razón de Poisson es de suma importancia, ya que este reproduce un efecto de confinamiento durante la simulación; por ello, para siguientes trabajos en este tema se recomienda realizar una medición de este parámetro elástico de manera experimental para poder obtener modelos más precisos y seguir analizando la influencia que genera en la simulación.

Asimismo, los resultados de este trabajo pueden ser el punto de partida para poder analizar estructuras de mayor complejidad hechos con esta tipología de mampostería. Por ejemplo; realizar simulaciones de ensayos de muros de corte de albañilería confinada o también módulos de viviendas. Asimismo, se podrían utilizar los valores de los parámetros para realizar diseños de estructuras.

Por otro lado, otra manera de continuar este trabajo es realizar simulaciones de estos ensayos con micro-modelación para evaluar la variación entre una simulación macro y micro. Esto permitirá obtener un margen de error, tipos de falla, validar parámetros al compararlos, y finalmente poder emplearlos en estructuras más complejas. Cabe resaltar que para simulaciones de menor magnitud es más eficiente la micro-modelación y para estructuras de mayor magnitud conviene una macro modelación por la carga computacional y porque la precisión no varía en gran medida; por ello, con trabajos comparativos con ambos tipos de modelación permitirían obtener buenas conclusiones.

# Referencias

Al-Chaar, G. L., & Mehrabi, A. (2008). *Constitutive models for nonlinear finite element analysis of masonry prisms and infill walls* (No. ERDC/CERL-TR-08-19). ENGINEER RESEARCH AND DEVELOPMENT CENTER CHAMPAIGN IL CONSTRUCTION ENGINEERING RESEARCH LAB.

American Society for Testing and Materials. (2002). *Standard Test Method for Diagonal Tension (shear) in Masonry Assemblages*. ASTM International.

ASTM, C. (2003). 1314. Standard Test Method for Compressive Strength of Masonry Prisms. *ASTM: West Conshohocken, PA*.

Bakhteri, J., Makhtar, A. M., & Sambasivam, S. (2012). Finite element modelling of structural clay brick masonry subjected to axial compression. *Jurnal Teknologi*, 41(1), 57-68.

Boresi, A. P., & Schmidt, R. J. (2003). *Advanced mechanics of materials*. John Wiley & Sons, Inc., New York.

Brignola, A., Frumento, S., Lagomarsino, S., & Podestà, S. (2008). Identification of shear parameters of masonry panels through the in-situ diagonal compression test. *International Journal of Architectural Heritage*, 3(1), 52-73.

Cundall, P. A. (1988, June). Formulation of a three-dimensional distinct element model—Part I. A scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks. In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* (Vol. 25, No. 3, pp. 107-116). Pergamon.

CUR (1994) - Structural masonry: a experimental/numerical basis for practical design rules (in Dutch). Report 171, CUR, Gouda, The Netherlands.

Dhatt, G., Lefrançois, E., & Touzot, G. (2012). *Finite element method*. John Wiley & Sons.

DIANA, T.N.O. (2015). User's Manual 9.6. Delft, Netherlands.

Guzmán, M., Roeder, G. M., & Ayala, G. (2002). Modelado del comportamiento no lineal de una estructura histórica de mampostería mediante elementos finitos. In *XIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Puebla, México*.

Harris, H. A. (Ed.). (1988). *Masonry: materials, design, construction, and maintenance* (No. 992). ASTM International.

Instituto Nacional de Estadística e Informática (2014). Viviendas, según material predominante en las paredes exteriores y área de residencia. Recuperado de <https://www.inei.gov.pe/estadisticas/indice-tematico/poblacion-y-vivienda/>

Kaushik, H. B., Rai, D. C., & Jain, S. K. (2007). Stress-strain characteristics of clay brick masonry under uniaxial compression. *Journal of materials in Civil Engineering*, 19(9), 728-739.

Lizárraga, J., & Gavilán, J. J. P. (2016). Modelación no lineal de muros de mampostería empleando elementos de contacto. *Revista de Ingeniería Sísmica*, (93), 41-59.

Lotfi, H. R., & Shing, P. B. (1991). An appraisal of smeared crack models for masonry shear wall analysis. *Computers & structures*, 41(3), 413-425.

Lourenço, P. B. (1996). A user/programmer guide for the micro-modelling of masonry structures. *Report*, 3(1.31), 35.

Lourenco, P. B. (1996). *Computational strategies for masonry structures*. TU Delft, Delft University of Technology.

Lourénço, P. B., De Borst, R., & Rots, J. G. (1997). A plane stress softening plasticity model for orthotropic materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 40 (21), 4033-4057. (1997).

Lurati, F., & Thürlimann, B. (1990). Tests in concrete masonry walls. *Report*, (8401-J).

Macneal, R. H., & Harder, R. L. (1985). A proposed standard set of problems to test finite element accuracy. *Finite elements in Analysis and Design*, 1(1), 3-20.

Mahini, S. S. (2015). Smeared crack material modelling for the nonlinear analysis of CFRP-strengthened historical brick vaults with adobe piers. *Construction and Building Materials*, 74, 201-218.

Pluijm, R V (1993), "Shear behavior of bed joints", Proceedings of the 6th Canadian Masonry Symposium, pp. 125-136

Pluijm, V. D. R. R. (1992). Material properties of masonry and its components under tension and shear.

Ramírez, E., Montesinos, M., Marques, R. F. P., Morales, R., Uceda, S., Lourenço, P. B., & Aguilar, R. (2015). Análisis mecánico de albañilería arqueológica de adobe bajo cargas de compresión uniaxial: El caso de Huaca de la Luna.

Rots, J. G., & Blaauwendraad, J. (1989). Crack models for concrete, discrete or smeared? Fixed, multi-directional or rotating? *HERON*, 34 (1), 1989.

San Bartolomé Ramos, Á. F. (1994). Construcciones de albañilería: comportamiento sísmico y diseño estructural.

SENCICO. (2006). Norma E.070: Albañilería. *Reglamento Nacional de edificación (RNE)*.

Tzamtzis, A. D., & Asteris, P. G. (2003, June). Finite element analysis of masonry structures: Part I: Review of previous work. In *9th North American masonry conference* (pp. 101-11).

Weihe, S., Kröplin, B., & De Borst, R. (1998). Classification of smeared crack models based on material and structural properties. *International journal of solids and structures*, 35(12), 1289-1308.

Witte, F. D., & Kikstra, W. P. (2014). DIANA User's Manual-Material Library. *Release*, 9.6, 231-232.