

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**  
**ESCUELA DE POSGRADO**



PONTIFICIA  
**UNIVERSIDAD**  
**CATÓLICA**  
DEL PERÚ

**ESTUDIO EXPERIMENTAL DE REDISTRIBUCIÓN DE**  
**MOMENTOS EN VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Tesis para optar el grado de Magister en Ingeniería Civil que presenta el  
**Ingeniero**

**RENZO NORIEGA BARRUETO**

**ASESOR**

**Mg. Ing. Gianfranco Ottazzi Pasino**

**2018**

## **RESUMEN**

En muchas universidades y centros de investigación a nivel mundial, se han realizado experimentos con elementos de concreto armado. Esto se ha hecho con el fin de poder investigar su comportamiento ante diversas variables planteadas.

Con el ánimo de investigar el comportamiento no lineal de vigas de concreto armado, la presente tesis tiene como objetivo realizar ensayos monotónicos de flexión a cuatro vigas de concreto armado con distintas cuantías de acero negativo obtenidas mediante redistribución de momentos. Esto se realizará con el fin de poder lograr, en cada caso, un mecanismo plástico completo que nos permita estudiar las suposiciones teóricas respecto a la capacidad resistente de las vigas, mecanismos plásticos, comportamiento en estado de servicio y último.

El estudio experimental estuvo conformado por cuatro vigas de concreto armado de 200x300 mm de sección y 2900 mm de longitud libre entre apoyos. Se asumió un modelo empotrado – apoyado con una carga puntual al centro de la luz. Esta se incrementó desde cero hasta la carga límite de falla en compresión del concreto. La variable de estudio fue la cuantía de acero negativo, la cual fue disminuida desde una viga base ( $3\phi 5/8''$ ) en un 20%,30% y -20% (aumentado en 20%) mediante redistribución de momentos. Los estribos para todas las vigas fueron de 6 mm espaciados cada 100 mm.

Los resultados indican que incluso con un 30% de redistribución (superior al límite de la norma peruana) se puede lograr un comportamiento en servicio adecuado y similar a la viga sin redistribución en cuanto a deflexiones y agrietamiento, para los cuales se obtuvo 7.9 mm (menor a  $L/300$ ) y 0.35 mm (menor a 0.40 mm) respectivamente. La resistencia máxima se vio reducida en un 5% respecto a la viga base pero fue reemplazada por una mayor capacidad de deformación ante carga última (deflexiones de hasta 92 mm)

## INDICE

<b>1. Introducción</b>	
1.1. Antecedentes	1
1.2. Objetivos	6
1.3. Hipótesis	7
1.4. Metodología	7
<b>2. Marco teórico</b>	
2.1. Materiales utilizados	9
2.1.1. Concreto	9
2.1.2. Acero	10
2.2. Modelo esfuerzo – deformación del concreto no confinado	10
2.3. Modelo esfuerzo – deformación del acero de refuerzo	11
2.4. Ductilidad de curvatura y rigidez	
2.4.1. Ductilidad de curvatura	13
2.4.2. Rigidez	14
2.5. Diagramas de momento curvatura	16
2.6. Análisis y Diseño limite	18
2.6.1. Rótulas plásticas y longitud plastificada equivalente (Lp).	19
2.6.2. Diagrama de momento – rotación	21
2.7. Redistribución de momentos	22
2.7.1. Límites de redistribución de momentos en distintas normas	25
<b>3. Diseño de las vigas</b>	
3.1. Diseño por flexión de las vigas.	30
3.2. Diseño por capacidad	33
3.3. Diseño del bloque de empotramiento	36
<b>4. Análisis teórico de las vigas</b>	
4.1. Modelo del concreto y acero para el análisis	
4.1.1. Modelo esfuerzo – deformación para el concreto	38
4.1.2. Modelo esfuerzo – deformación para el acero	39
4.2. Diagramas de momento – curvatura de las vigas	40
4.3. Diagramas de momento – rotación de las vigas	43
4.4. Capacidad de rotación inelástica y demanda de rotación	44
4.5. Análisis del estado de servicio	
4.5.1. Esfuerzos en el acero y concreto en servicio	46
4.5.2. Agrietamiento en servicio	47
4.6. Diagramas de carga - deflexión en el centro de la luz	49
<b>5. Construcción de los especímenes</b>	
5.1. Descripción de condiciones de construcción	51

5.2.	Detalles del proceso constructivo	52
5.3.	Diseño de mezcla y vaciado de concreto de los especímenes	53
5.3.1.	Vaciado de concreto de los especímenes	54
5.3.2.	Proceso de curado	55
5.4.	Ensayo de los materiales usados en la construcción	
5.4.1.	Ensayo de compresión axial de probetas de concreto (6"x12"	56
5.4.2.	Ensayo de tracción simple en el acero corrugado	57
<b>6.</b>	<b>Instrumentación y ensayos de las vigas</b>	
6.1.	Instrumentación interna: Strain gauges	61
6.2.	Instrumentación externa: LVDT y mecanismo para la aplicación de carga	62
6.3.	Ensayos de las vigas	64
<b>7.</b>	<b>Análisis de resultados</b>	
7.1.	Momento – curvatura real y teórico. Ductilidad de curvatura	65
7.2.	Carga – Deflexión real y teórico. Ductilidad de desplazamiento	68
7.3.	Momento vs redistribución de momentos	70
7.4.	Carga vs reacción del apoyo derecho	72
7.5.	Recuperación de la deflexión	73
7.6.	Análisis del estado de servicio	75
7.7.	Patrón de agrietamiento: Longitud de rótulas plásticas	76
<b>8.</b>	<b>Conclusiones y Recomendaciones</b>	81
	<b>Bibliografía</b>	83
	<b><u>Anexos</u></b>	
	<b>Anexo 1: Elevación y cortes de diseño</b>	
	<b>Anexo 2: Plano de instrumentación externa en vigas</b>	
	<b>Anexo 3.1: Comparación de lectura: LVDT y Strain Gauges</b>	
	<b>Anexo 3. 2: Desarrollo de la deformación del concreto (<math>\epsilon_c</math>) y acero (<math>\epsilon_s</math>) durante el ensayo</b>	
	<b>Anexo 3. 3: Momento vs Eje neutro y desarrollo del eje neutro a lo largo del ensayo</b>	

## Índice de Figuras

Fig.1. - Distancia “z” propuesta por Mattock	3
Fig.2. - Modelo estructural utilizado por Scott & Whittle	5
Fig.3 - Modelo estructural para el ensayo	8
Fig.4 - Sección transversal de concreto endurecido [4]	9
Fig.5 - Curva esfuerzo – deformación concreto no confinado [8]	11
Fig.6 - Diagrama de momento – curvatura	12
Fig.7 - Diagrama de esfuerzo – deformación del acero [7]	13
Fig.8 - Deformación por flexión y curvatura [10]	14
Fig.9 - Momento de inercia vs Curvatura de la sección mostrada	15
Fig.10 - Diagrama de momento – curvatura trilineal	16
Fig.11 - Sección (a), deformaciones (b), esfuerzos (c) y resultante (d). [15]	17
Fig.12 - Diagrama Momento curvatura: Bilineal, CALTRANS y completo	18
Fig.13 - (a) Viga en Voladizo con carga en el extremo, (b) Diagrama de momentos flectores, (c) Diagrama de distribución de curvaturas [10]	20
Fig.14 - Diagrama de momento – rotación de la sección mostrada	22
Fig.15 - Diagrama de momentos elástico y redistribuido	23
Fig.16 - Comparativo entre redistribución de momentos para tres normas [17]	27
Fig.17 - Modelo estructural y dimensiones definidas para el ensayo	29
Fig.18 - Vigas a ensayar y ubicación de puntos de anclaje en la losa de reacción	29
Fig.19 - Diagramas de momentos flectores elástico y redistribuido	31
Fig. 20 - Secciones transversales de las vigas diseñadas	32
Fig. 21 - Mecanismo plástico de falla VA01, VA02 y VA03	33
Fig. 22 - Carga límite para la formación del mecanismo plástico	34
Fig. 23 - Diseño de bloque de empotramiento	37
Fig. 24 - Resistencia a la compresión vs Mn(-)	38

Fig. 25 - Diagrama constitutivo de Hognestad para concreto no confinado	39
Fig. 26. - Diagrama constitutivo de Chang & Mander para el acero de 5/8"	40
Fig. 27 - Diagrama de momento – curvatura para las vigas estudiadas	42
Fig. 28 - Diagrama de momento – rotación para las vigas estudiadas	43
Fig. 29 - Cálculo de la demanda de rotación inelástica	44
Fig. 30 - Cálculo de deflexión mediante integración [editada de 10]	49
Fig. 31 - Carga – Deflexión al centro de la luz	49
Fig. 32. - Armado de fierro de los especímenes	51
Fig. 33. - Encofrado concluido de las vigas	51
Fig. 34. - Detalle de pase para anclajes en el bloque de empotramiento	52
Fig. 35. - Colocación de strain gauges y recorrido de tubería eléctrica	53
Fig. 36. - Vaciado y vibrado del concreto en vigas	54
Fig. 37. - Acabado en superficie libre de las vigas	54
Fig. 38. - Curado de vigas y probetas	55
Fig. 39. - Curado de vigas totalmente desencofradas	55
Fig. 40. - Aumento de la resistencia a compresión del concreto (probetas curadas en condiciones de obra)	56
Fig. 41. - Barras de acero corrugado para ensayos	57
Fig. 42. - Maquina universal y dispositivo de medición local	57
Fig. 43. - Varilla con strain gauge para medir deformación local	58
Fig 44. - Curva esfuerzo – deformación acero de 3/4"	59
Fig. 45. - Curvas de esfuerzo – deformación para las barras ensayadas	60
Fig. 46 – Strain Gauge colocado en acero en tracción	61
Fig. 47 – Dispositivo de ensayo y ubicación de LVDTs	62
Fig. 48 – Izado y colocación en zona de anclaje	63
Fig. 49 – Celda de carga en el apoyo derecho	63
Fig. 50 – Viga VA01 preparada para el ensayo	64

Fig. 51 – Viga VA02 preparada para el ensayo	64
Fig. 52 – Momento vs Curvatura en la sección del empotramiento	66
Fig. 53 – Momento vs Curvatura en la sección central	66
Fig. 54 – Grieta concentrada VA03	67
Fig. 55 – Comparativo de Momento – curvatura	68
Fig. 56 – Carga vs Deflexión al centro de las vigas	68
Fig. 57 – Carga vs Deflexión al centro de las vigas hasta 30 mm	70
Fig. 58 – Momento negativo vs % Redistribución de momentos	71
Fig. 59 – Momento positivo vs % Redistribución de momentos	72
Fig. 60 – Reacción del apoyo derecho versus Carga aplicada	73
Fig. 61 – Deformada final en viga VB04	73
Fig. 62 – Recuperación de la deflexión	74
Fig. 63 – Patrón de agrietamiento en zona de momento negativo	77
Fig. 64 – Patrón de agrietamiento en zona central	78
Fig. 65 – Diagrama de momento flector (carga límite) para VA01	79

## Índice de Tablas

Tabla N°1 – Longitudes equivalentes de rótulas plásticas [19]	21
Tabla N°2 – Expresiones para la redistribución de momentos y máximo teórico permitido	26
Tabla N°3 – Resistencia de diseño positiva y negativa de las vigas	32
Tabla N°4 – Resistencia de análisis positiva y negativa de las vigas	35
Tabla N°5 – Diseño por capacidad de los estribos	36
Tabla 6 – Resultado para el análisis de secciones de momento negativo y positivo (para VB04)	41
Tabla N°7 – Uso de rotación inelástica en las vigas estudiadas	45
Tabla N°8 – Esfuerzos en servicio para el concreto y acero	46
Tabla N° 9 – Parámetro Z y ancho de grieta estimado	48
Tabla N°10. Diseño de mezcla típico para las vigas	53
Tabla N°11 – Resultados ensayos de tracción simple	59
Tabla N°12 – Resumen de resultados obtenidas en el empotramiento	68
Tabla N° 13 – Deformaciones, deflexiones y recuperación de la deflexión	75
Tabla N° 14 – Ancho de grieta y deflexión en servicio	75
Tabla N° 15 – Longitud de rótulas plásticas teóricas para VA01	79

## Notación

$\epsilon_c$  = deformación unitaria del concreto

$\epsilon_{cu}$  = Deformación máximo en compresión del concreto no confinado

$z$  = distancia entre la sección de momento máximo al punto adyacente de cambio de flexión.

$L_p$  = Longitud equivalente de rótula plástica

$b$  = Base de la sección

$d$  = Peralte efectivo

$h$  = Altura de la sección

$c$  = Eje neutro

$c_y$  = Eje neutro para el momento de fluencia

$c_t$  = Eje neutro para el momento nominal máximo

$c_u$  = Posición del eje neutro para cuando se alcanza el momento nominal máximo.

$P$  = Carga axial

$M$  = Momento Flector

$C's$  = Fuerza en el acero en compresión

$C_c$  = Fuerza de compresión en el concreto

$T_s$  = Fuerza de tracción en el acero

$\rho$  = Cuantía de refuerzo en tracción

$f'_c$  = Resistencia a la compresión especificada de una probeta de concreto a los 28 días para el concreto no confinado

$f''_c$  = Resistencia a la compresión de un elemento de concreto sometido a flexión.

$f_s$  = Esfuerzo en el acero en tracción

$f_y$  = Esfuerzo de fluencia para el acero.

$EI$  = Rigidez a la flexión

$E_c$  = Modulo de elasticidad secante del concreto

$\Phi_{cr}$  = Curvatura de agrietamiento

$\Phi_y$  = Curvatura de fluencia

$\Phi_{ult}$  = Curvatura última

$\theta_y$  = Rotación de fluencia

$\theta_{ult}$  = Rotación última

$\theta_{disp}$  = Rotación inelástica disponible

$\theta_{dem}$  = Rotación inelástica demandada

$M_{cr}$  = Momento de agrietamiento

$M_y$  = Momento asociado a la primera fluencia de la sección

$M_n$  =  $M_{ult}$  = Momento último resistente de la sección

$\mu\phi$  = ductilidad de curvatura

$\epsilon_y$  = deformación unitaria de fluencia del acero

$\epsilon_t$  = deformación unitaria máxima del acero en tracción más alejado

$\epsilon_{sh}$  = deformación unitaria del inicio del endurecimiento del acero

$\epsilon_{su}$  = deformación unitaria máxima del acero

$\epsilon_s$  = deformación unitaria en el acero en tracción

$\epsilon'_s$  = deformación unitaria en el acero en compresión

$P_{lim1}$  = Carga necesaria para la formación de la primera rótula

$\Delta P_{lim}$  = Aumento de carga necesario para la formación de la segunda rótula

$P_{lim}$  = Carga límite asociada a la formación del mecanismo plástico

$P_{serv}$  = Carga de servicio

$M_{serv}$  = Momento de servicio asociado a la carga de servicio

$V_c$  = Capacidad resistente al corte del concreto

$V_s$  = Fuerza cortante tomada por los estribos

$V_u$  = Cortante máxima asociada a la carga límite

$A_v$  = área de corte total

$A_{sb}$  = Area de acero balanceado

$s$  = Espaciamiento de estribos

$A_{ct}$  = Área efectiva del concreto en tracción que rodea al refuerzo principal en tracción, dividida entre el número de barras.

$d_c$  = Distancia fibra extrema en tracción y centroide del acero más cercano a esta

$I_{cr}$  = Momento de inercia agrietado

$dx$  = Deformación diferencial

$d\theta$  = Giro diferencial

$d\Delta$  = Deflexión diferencial

## **1. INTRODUCCIÓN**

El concreto armado es un material compuesto que es ampliamente usado en el mundo desde que Joseph Monier lo patentó en el siglo XIX. Su extensivo uso se debe, principalmente, a la economía y eficiencia que permite la combinación entre el concreto y acero para resistir una gran variedad de solicitaciones.

El concreto armado es un material que no se comporta elásticamente durante todo el desarrollo de su capacidad resistente. Para condiciones de servicio se puede considerar un comportamiento aproximadamente lineal – elástico pero, cuando las solicitaciones superan esta etapa, los elementos de concreto armado empiezan a comportarse inelásticamente.

El diseño por resistencia, el cual ha sido adoptado desde el año 1971 por el ACI y por la norma peruana, contempla que la estructura puede alcanzar un estado límite de daño controlado, basado en la pérdida de capacidad resistente en compresión del concreto. En este punto, el comportamiento de los elementos estructurales es evidentemente no lineal e inelástico. A pesar de esto, por facilidad, se permite métodos de análisis estructural elásticos para el diseño.

Tanto la norma peruana como las extranjeras, no presentan una metodología para el análisis y diseño límite. Sin embargo, permiten modificar el diagrama de momentos flectores elásticos, mediante redistribución de momentos, si es que el elemento cuenta con una ductilidad adecuada para desarrollar deformaciones plásticas y la zona hacia donde se está redistribuyendo el momento, cuenta con un exceso de resistencia para resistir el aumento de sollicitación de momento.

### **1.1. Antecedentes**

A lo largo del siglo XX y XXI se han realizado ensayos en vigas de concreto armado de varios tramos en los que se han estudiado variantes que afectan el comportamiento inelástico de las mismas. Kenneth Bondy [1] define la redistribución de momentos como un término que describe el comportamiento de un elemento hiperestático luego de ocurrir la primera fluencia en una de sus secciones. En ese sentido, para entender el fenómeno de redistribución, se presentará un panorama general de los estudios de comportamiento

luego de la fluencia y estado último de falla que se han realizado en vigas de concreto armado.

Una de las propiedades más importantes del comportamiento no lineal, es la formación de rótulas plásticas en zonas críticas de las vigas. Estas rótulas son un conjunto de secciones en las que se ha sobrepasado el momento de fluencia y en donde se empieza a desarrollar deformaciones más allá del rango elástico.

En el año 1952, Siess y Ernst [2] presentaron una revisión de los ensayos más importantes que se habían realizado hasta ese año sobre estado límite de colapso en elementos de concreto armado. Destacan que el primer trabajo documentado y sobre el cual se pudo plantear una teoría sobre fallas en vigas fue el realizado por Wayss y Koenen [2] en el año 1886. Sin embargo, fue a partir de 1900 que se empezó a realizar ensayos de estado límite con más frecuencia, sobre todo en Estados Unidos. Destacan el trabajo de Talbot [2], Moritz y Whitey [2] sobre el estudio de más de 300 vigas sometidas a carga incremental (estática) para estudiar su resistencia a la flexión y corte.

Más adelante, en el año 1957, Ernst [3] realizó un estudio a 24 vigas de concreto armado de dos tramos y con condiciones de desplazamientos severas en los apoyos para estudiar el fenómeno de la redistribución de momentos y fuerza cortante. Se puede rescatar de este estudio, la recomendación hecha por el autor de asumir que la carga mínima a la cual se completará toda la redistribución de momentos se da cuando el momento de fluencia es alcanzado en todas las secciones críticas.

Alan Mattock [4], en el año 1967, realizó ensayos a 37 vigas de dos tramos continuos y simplemente apoyados, con el objetivo de estudiar distintas variables que afectan los diagramas momentos – curvatura de las secciones y la capacidad total de rotación de las rótulas plásticas. Mediante la medición de los LVDT (Linear Variable Differential Transformer), colocados en las vigas y los diagramas de momento – curvatura generados teóricamente y experimentalmente, concluyó lo siguiente:

1. La curvatura última de las secciones dentro de la región de la rótula plástica disminuía al aumentar la cuantía de acero en tracción.

- Definió la distancia "z" (Figura 1) como la distancia entre la sección de momento máximo al punto adyacente de cambio de curvatura o punto de inflexión.

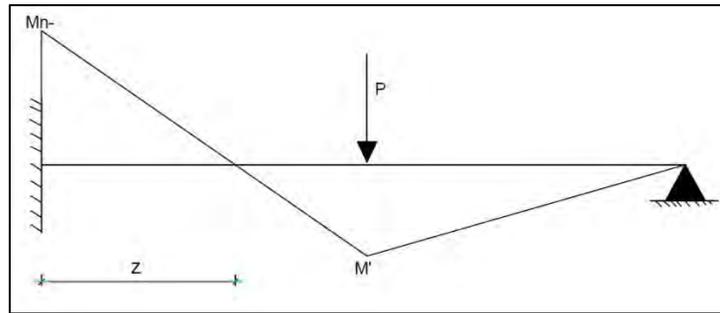


Fig.1. Distancia "z" propuesta por Mattock

- A mayor "z", la curvatura última ( $\phi_{ult}$ ) de las secciones de máximo momento disminuyen.
- Propuso que la capacidad máxima en compresión del concreto para el cálculo de la capacidad de rotación debía ser:

$$\epsilon_u = 0.003 + \frac{0.5}{z} \dots\dots (1)$$

*z en pulgadas*

Realizó esta recomendación debido a que se observó que la capacidad de rotación obtenida era mucho mayor a la esperada pues que el valor de 0.003 es conservador.

- Propuso que la longitud de rótula plástica equivalente ( $l_p$ ) debía tener el siguiente valor:

$$l_p = \frac{d}{2} + 0.05 * z \dots\dots (2)$$

*d: peralte efectivo*

Es importante indicar que las deducciones realizadas por Mattock involucran la curvatura de fluencia, curvatura última y ductilidad de curvatura, la cual es el cociente de las primeras dos. Estos términos serán desarrollados en capítulos posteriores pero se debe poner

énfasis en la ductilidad de curvatura ya que es una propiedad de vital importancia para lograr un mecanismo plástico completo como el que se pretende en este estudio.

Para la presente tesis se hará uso de la longitud de rótula plástica equivalente propuesta por Mattock, descartando la segunda parte de la ecuación (2), es decir solo de tomará  $d/2$ . Con esto se intentará, simplemente, estimar la zona donde se espera desarrollar tener rotulas plásticas, debido a que las expresiones como la propuesta por Mattock, solo se basa en una estimación y no son exactas.

Para el caso peruano, existe un estudio documentado realizado en el año 1992 por Luis Zegarra [5]. Este fue realizado en la PUCP y consistió en el ensayo de dos vigas, una isostática de un tramo y otra hiperestática de dos tramos, en la que se buscó estudiar la redistribución de momentos. Sin embargo, no se obtuvo conclusiones relevantes debido a la imprecisión en el incremento de cargas, lo cual llevó a una falla por corte.

Por otro lado, más recientemente, Scott & Whittle [6] en el año 2005, estudiaron la influencia de parámetros como el peralte efectivo “ $d$ ”, la cuantía de acero de refuerzo en tracción “ $\rho$ ”, resistencia especificada del concreto  $f'_c$ , entre otros, en la cantidad de redistribución de momentos real. Para ello realizaron ensayos a 33 vigas de dos tramos, simplemente apoyados (Figura 2).

La variación del acero de refuerzo en tracción negativo, la obtuvieron mediante redistribución de momentos de estos hacia la zona de momento positivo. Utilizaron desde 0% de redistribución hasta un máximo de 55% y, también, realizaron una redistribución inversa. Es decir, redistribuyeron momentos desde el momento positivo (centro de los tramos) hacia el apoyo. Cabe indicar que la norma inglesa, la cual rige el lugar donde se realizó este ensayo, permite hasta un máximo de 30% de redistribución con el fin de controlar el agrietamiento y esfuerzos en servicio.

Obtuvieron resultados adecuados para la gran mayoría de vigas con redistribución de momento negativo, con fallas por flexión en la mayoría de los casos. El agrietamiento y deflexiones en servicio fueron aceptables. Pudieron concluir, también, que existe una suerte de redistribución de momentos que se da en la etapa elástica o de servicio, debido a que cuando se diseña, se asume que todas las secciones cuentan con la misma rigidez a

la flexión,  $EI$ , lo cual en la realidad no es cierto debido a que las cuantías de acero varían por zonas y por el agrietamiento generado por flexión.

Lo mencionado en el párrafo anterior es sumamente importante dentro de lo que pudieron concluir puesto que incluso las vigas sin redistribución incluida en el diseño, tuvieron una especie de redistribución durante la etapa elástica y, la misma cantidad pero en negativo, durante la etapa inelástica. Es decir que al finalizar el ensayo, la variación de momentos dada en la etapa elástica, se compensó con la redistribución obtenida en la etapa inelástica.

Otras conclusiones importantes que obtuvieron fue que las vigas con redistribución del momento positivo, tuvieron fallas frágiles por corte. Argumentan que esto se dio porque durante etapas tempranas de carga, la zona del apoyo se empezó a agrietar, es decir que empezó a redistribuir momentos hacia la zona del momento positivo. Una vez que terminó la etapa elástica, la zona de momento positivo comenzó a redistribuir momentos de regreso hacia el apoyo, pero estos no tuvieron capacidad de resistir dichas sollicitaciones y fallaron frágilmente.

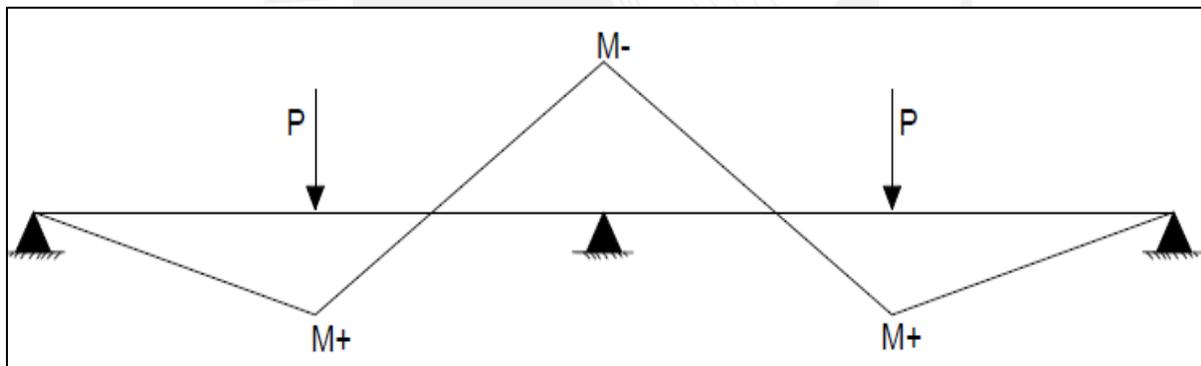


Fig.2. Modelo estructural utilizado por Scott & Whittle

En la presente tesis se busca superar las limitaciones dadas en todos los ensayos precedentes en los que, en su mayoría, se ha utilizado un modelo como el mostrado en la figura 2. En este caso, se utilizará la simplificación de la viga de dos tramos con un modelo como el presentado en la figura 1. De esta forma, se buscará reducir la incertidumbre sobre si las cargas "P" aplicadas en cada tramo son realmente la misma durante todo el ensayo, dado que esto puede afectar el momento negativo generado en el apoyo central y, por ende, la correcta ejecución del ensayo

## 1.2. Objetivos

### Objetivo general:

Con el objetivo de estudiar la redistribución de momentos y reforzar las conclusiones encontradas acerca de que el límite de 20% dados por la norma E-060 es conservador y, además, utilizar un sistema estructural novedoso respecto al comúnmente usado de dos tramos, la presente tesis tiene como objetivo principal ensayar cuatro vigas de concreto armado sometidas a carga incremental desde cero hasta la falla.

Se utilizará una resistencia a la compresión de diseño,  $f'_c = 28 \text{ MPa}$  (280 kg/cm<sup>2</sup>) y se estudiará la evolución del comportamiento de las vigas ante el aumento de la carga, con énfasis en el estado de servicio y límite.

Tres de las vigas contarán con una variante de cuantía de acero negativo correspondiente a una redistribución de momento negativo de 0%, 20% (máximo permitido por la NTE 060) y 30% respectivamente. La restante será diseñada para una redistribución del momento positivo del 20%.

Todas las vigas a ensayar serán diseñadas por capacidad del refuerzo transversal, de tal manera que desde el punto de vista teórico, pueda alcanzar su capacidad máxima en flexión. Además, el diseño por capacidad realizado implica que la falla de las vigas será dúctil y esto permitirá, teóricamente, la formación de un mecanismo plástico completo.

### Objetivos específicos:

- Analizar el comportamiento ante cargas de servicio de las vigas, en cuanto a patrones de agrietamiento y deflexiones.
- Comprobar la resistencia real a flexión de las vigas en comparación con la teórica.
- Corroborar las predicciones teóricas sobre la formación del mecanismo plástico en cuanto a cargas para la formación de la primera rotula y segunda rotula plástica para cada caso.
- Analizar la redistribución de momentos reales en las zonas de rótulas plásticas durante la evolución del ensayo.

- Comparar los diagramas de momento – curvatura teóricos y experimentales de las secciones más críticas con el fin de obtener la eficiencia de predicción de la curvatura de cada etapa y de la ductilidad de curvatura

### **1.3. Hipótesis**

Según las teorías del diseño límite y redistribución de momentos para elementos de concreto armado, que son comúnmente utilizadas para el diseño último de elementos estructurales, se plantea que las vigas ensayadas puedan lograr la formación de un mecanismo plástico para, de esta manera, poder corroborar las suposiciones teóricas realizadas y compararlas con las obtenidas experimentalmente. Se espera un comportamiento no lineal y en servicio adecuado y cercano a las predicciones que se realizarán al respecto para todas las vigas.

### **1.4. Metodología**

La metodología utilizada para cumplir con los objetivos de la presente tesis se puede resumir en el siguiente proceso:

1. Elección del sistema estructural a utilizarse y la sección de la viga a utilizarse. El modelo estructural empotrado – apoyado con carga centrada (figura 3) es una simplificación de una viga de dos tramos con carga centrada y simétrica en el centro de sus tramos.
2. Diseño estructural de las vigas utilizando el diseño por resistencia adoptado por la norma E-060 y el diseño de los estribos por capacidad. Esto se hizo con el fin de tratar de evitar, en la medida de lo posible, fallas frágiles por corte.
3. Construcción de las cuatro vigas en el laboratorio de estructuras de la PUCP.
4. Elaboración y ensayos de probetas con el concreto usado en el vaciado de las vigas para obtener la resistencia real.
5. Ensayo de las barras de acero corrugado utilizadas en la construcción de las vigas para poder obtener sus propiedades y, con las mismas, poder generar un modelo de esfuerzo deformación para el cálculo teórico de lo esperado en los ensayos de las vigas.

6. Cálculos teóricos de las cargas de servicio, carga límites, diagramas de momento – curvatura, secuencia de formación de rotulas plásticas en las vigas, capacidad de rotación, entre otros.
7. Instrumentación interna mediante el uso de strain gauges en las barras de acero de tracción: superiores en el empotramiento e inferiores al centro de la luz. Se utilizó un total de cuatro strain gauges por vigas, dos en cada una de las zonas antes mencionadas.
8. Instrumentación externa mediante el uso de LVDT, para poder medir lo siguiente: deflexiones, rotación en la zona del empotramiento, deformaciones del concreto y acero.
9. Ensayo a carga estática incremental de las cuatro vigas de concreto armado desde cero hasta la carga límite calculada.
10. Análisis de los resultados obtenidos gracias a la instrumentación e interpretación de los mismos. Comparación con resultados teóricos.

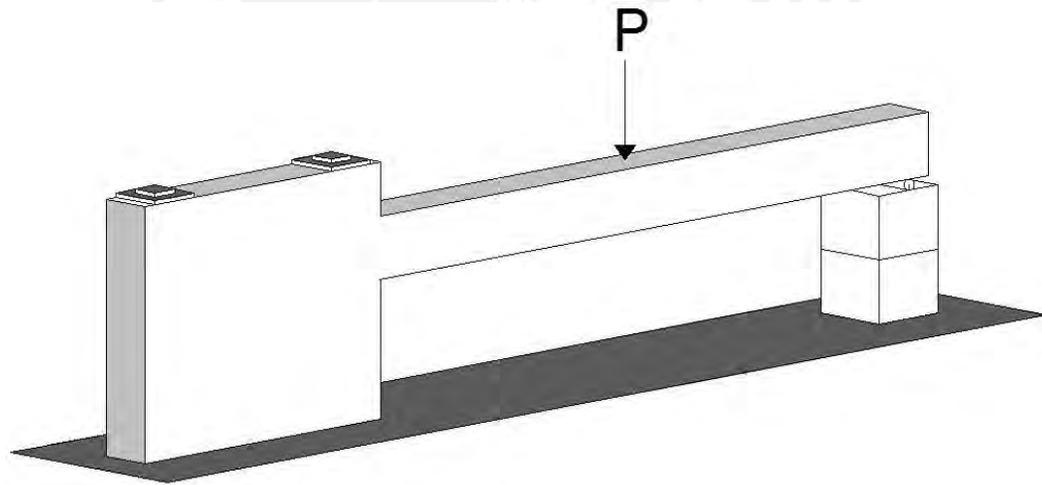


Fig.3 Modelo estructural para el ensayo

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1. Materiales utilizados

#### 2.1.1. Concreto

El concreto es un material compuesto por arena gruesa, cemento, piedra y agua. Combinado en dosificaciones adecuadas y con un buen proceso constructivo, puede alcanzar la resistencia especificada por el diseñador estructural.

Este material tiene buena resistencia a la compresión pero, por sí solo, tiene una baja resistencia a la tracción. Por esta razón, se combina con el acero de construcción para crear el concreto armado, el cual tiene un mejor comportamiento a tracción debido a la presencia del acero.

Una vez que se combina el concreto y se coloca en un recipiente para darle la forma buscada, este empieza a ganar resistencia. Se puede definir, como se muestra en la figura 4, una zona donde se encuentra la pasta hidratada del concreto (cemento y agua), alrededor de los agregados.

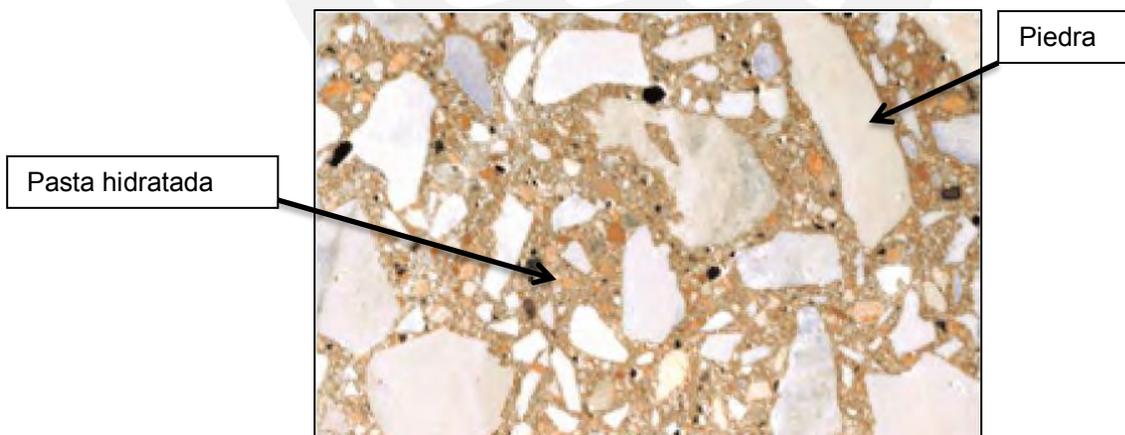


Fig.4 Sección transversal de concreto endurecido [7]

### **2.1.2. Acero corrugado**

Para complementar al concreto, el cual cuenta con una buena resistencia a la compresión, se colocan barras de acero corrugado. Estas barras le dan ductilidad y capacidad a los elementos de concreto armado para resistir solicitaciones de tracción que el concreto solo no es capaz de soportar.

En el mercado peruano, predominan las barras de acero corrugado grado 60 (ASTM A615). Estas deben contar con un esfuerzo de fluencia,  $f_y$ , de por lo menos 420 MPa (4200 kg/cm<sup>2</sup>). [8]

Para el caso de los especímenes construidos para la presente tesis, se usó acero  $f_y=420$  MPa, de diferentes diámetros como: 3/8", 1/2", 5/8" y 3/4".

### **2.2. Modelo esfuerzo – deformación del concreto no confinado**

Existen distintas propuestas para las curvas de esfuerzo – deformación del concreto no confinado. Estas están basadas en resultados de ensayos a compresión axial simple de probetas de 6"x12" de concreto y de un ajuste de los resultados a formas conservadoras que puedan idealizar el comportamiento del concreto no confinado en sus diferentes etapas.

El concreto tiende a deformarse, también, perpendicularmente a la carga axial aplicada por el efecto Poisson y se fisura una vez que el esfuerzo supera la adhesión entre la pasta de cemento hidratada y el agregado. Al seguir incrementando la carga, las grietas se vuelven inestables y el elemento no es capaz de soportar más carga.

Una de las propuestas más aceptadas y utilizadas para representar al concreto no confinado, es la propuesta hecha por Elvind Hognestad en 1951 [9], la cual intenta representar el comportamiento del concreto no confinado en un elemento sometido a flexión.

Se puede observar en la figura 5, una zona inicial parabólica que se asemeja muy bien a la curva de esfuerzo – deformación obtenida cuando se ensayan probetas en compresión simple.

Para esta curva,  $f''_c$  o la resistencia a la compresión de un elemento real de concreto sometido a flexión, se estima como  $0.85 f'_c$ , es decir como un valor reducido al valor de la resistencia característica de la probeta estándar de concreto (probeta de 6" x 12"). La reducción intenta tomar en cuenta diversos factores que influyen el comportamiento de un elemento de concreto en flexión a diferencia de uno sometido solo a compresión. Estos efectos pueden ser, por ejemplo, que elementos como vigas son vaciados horizontalmente mientras que las columnas, se vacían de forma vertical. [9]

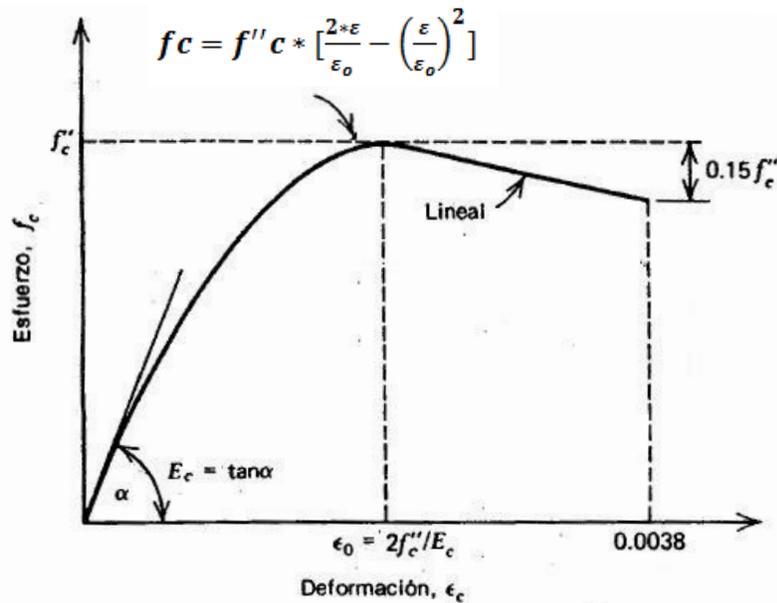


Fig.5 Curva esfuerzo – deformación concreto no confinado [10]

Para fines de análisis y diseño, en la presente tesis se usará el modelo antes presentado de Hognestad y, también, se realizó un estudio teórico usando el mismo modelo pero con deformaciones del concreto del orden de 0.6% y 1% (confinado). La elección de estos modelos se debe a su simplicidad para ser programados y por la amplia investigación realizada con ambos.

### 2.3. Modelo esfuerzo – deformación del acero de refuerzo

El concreto armado debe su capacidad de resistir esfuerzos de tracción, al acero de refuerzo con el que cuenta. En ese sentido, tanto la cuantía de acero colocada como el



Es cierto que para el diseño de estructuras de concreto armado es práctico utilizar diagramas de esfuerzo – deformación del acero con grandes plataformas de fluencia o, en otras palabras, elastoplástico perfecto debido a la simplicidad que le confiere a los cálculos. Sin embargo, para realizar un análisis minucioso de las propiedades y resistencia que ofrece una sección, es más apropiado utilizar un diagrama más real.

Por este motivo, para la presente tesis se utilizará el modelo constitutivo para el acero desarrollado por Chang & Mander [12], el cual fue calibrado utilizando los ensayos realizados por Kent & Park en 1973. En este modelo se representa la zona lineal elástica inicial, la plataforma de fluencia y la curva de endurecimiento calibrada bajo ciertos parámetros propios de cada acero. En la figura 7 se muestra la curva esfuerzo – deformación descrita, además de la ecuación que relaciona el esfuerzo y deformación en la zona de endurecimiento.

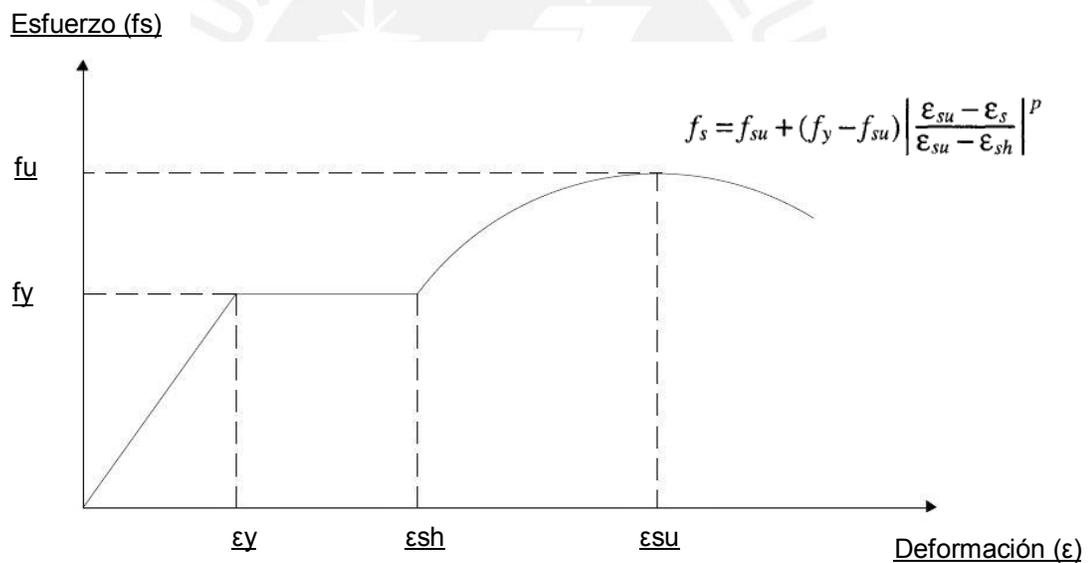


Fig.7 – Diagrama de esfuerzo – deformación del acero [12]

## 2.4. Ductilidad de curvatura y Rigidez

### 2.4.1. Ductilidad de curvatura

La ductilidad es la capacidad que tienen ciertos materiales de deformarse inelásticamente sin llegar a la falla. Esta definición aplicada a la presente tesis, está referida a la ductilidad de curvatura o a la capacidad de deformación en flexión con la que deben contar las secciones de un elemento estructural de concreto armado, para poder deformarse o rotar,

sin llegar a la falla. En otras palabras, se refiere a la razón entre la curvatura última y la curvatura de fluencia de una sección. En la figura 8 [10], se presenta la sección de una viga deformada por flexión, el radio de curvatura (R), curvatura ( $\phi$ ) y ductilidad ( $\mu\phi$ ).

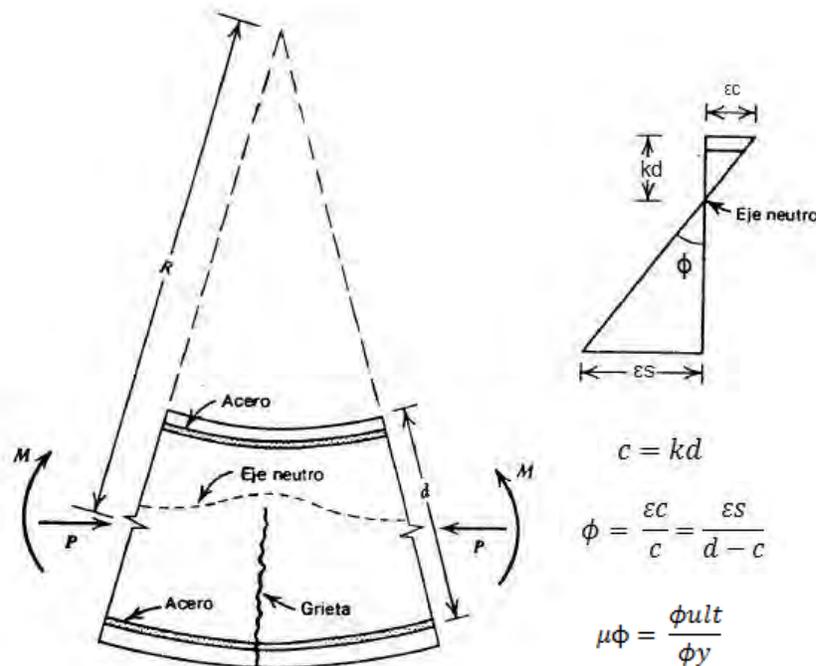


Fig.8 – Deformación por flexión y curvatura [10]

En la figura 8 se puede observar el radio de curvatura (R) que se genera en una sección debido a la deformación por flexión. La curvatura no es otra cosa que la inversa del radio de curvatura y está definida como el cambio de giro por unidad de longitud.

### 2.4.2. Rigidez

La rigidez en flexión está definida como el producto entre el módulo de elasticidad secante del concreto ( $E_c$ ) y el momento de inercia de la sección (I).

$$\text{Rigidez} = E_c * \text{Inercia} \dots (4)$$

Aunque se sabe que para el concreto, el módulo de elasticidad es un factor referencial debido a que realmente no es un material elástico, el ACI define convenientemente un

módulo de elasticidad secante para fines prácticos [13]. El valor adoptado por la norma E-060 [8] viene dado por la siguiente expresión:

$$E_c = 15000\sqrt{f'_c} \left(\frac{kg}{cm^2}\right) \dots\dots(3)$$

Es importante mencionar que este módulo de elasticidad es válido para cargas de corta duración. Para cargas de larga duración, existen deformaciones en los elementos de concreto armado que modifican sus propiedades internas y a su vez el módulo de elasticidad [10].

Para el diseño de vigas y elementos sometidos a flexión se suele asumir, por conveniencia, secciones no agrietadas o agrietadas durante todo el análisis del elemento. En la figura 9 se muestra la evolución del momento de inercia de una sección de una viga sometida a flexión. Si se asume un módulo de elasticidad constante del concreto, se puede observar una pendiente pronunciada inicial, una plataforma y un decremento paulatino. Esto muestra como la sección va perdiendo rigidez al aumentar la carga (o curvatura, en el gráfico). Conservadoramente es adecuado utilizar la rigidez de la sección agrietada pero usar la totalidad de la sección no es conveniente.

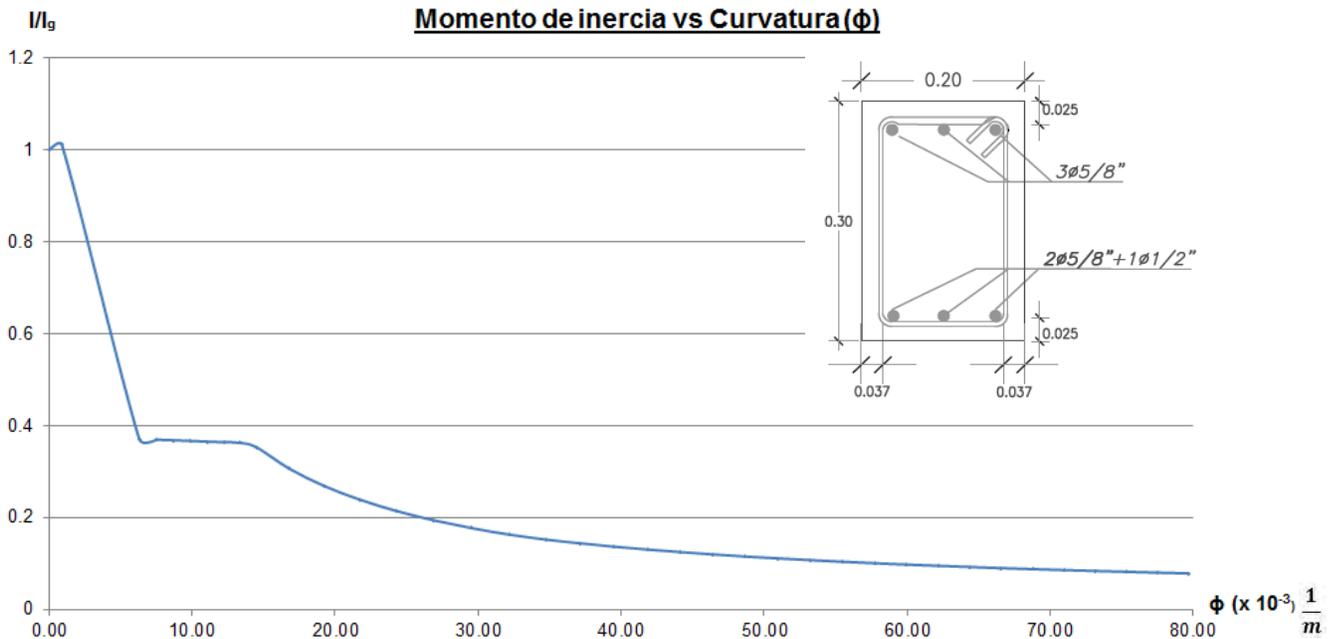


Fig.9 – Momento de inercia vs Curvatura de la sección mostrada (Analítico)

## 2.5. Diagramas de momento – Curvatura

Para complementar la definición de ductilidad de curvatura, es importante presentar el concepto de diagrama de momento – curvatura para una sección de concreto armado. Este diagrama es una relación entre el momento flector aplicado y la curvatura que se presenta en la sección ante cada incremento de momento.

Existen distintas zonas y puntos importantes en este diagrama. Entre los puntos notables de este diagrama, se puede destacar los siguientes:

- $M_{cr}$  = Momento de agrietamiento de la sección. Este punto corresponde al instante en el que la fibra extrema de concreto en tracción se fisura.
- $M_y$  = Momento de fluencia o primera fluencia de la sección. En este punto, el acero en tracción más alejado del eje neutro, llega a la fluencia. Es decir que su esfuerzo,  $f_s$ , llega al esfuerzo de fluencia,  $f_y$ . Cabe resaltar que este punto es el inicio del comportamiento plástico de la sección.
- $M_{ult}$  = Momento último o máximo de la sección. Se suele asociar la falla de la sección en flexión, normalmente, al instante en que la fibra más lejana de concreto en compresión llega a su máxima deformación,  $\epsilon_{cu}$ .

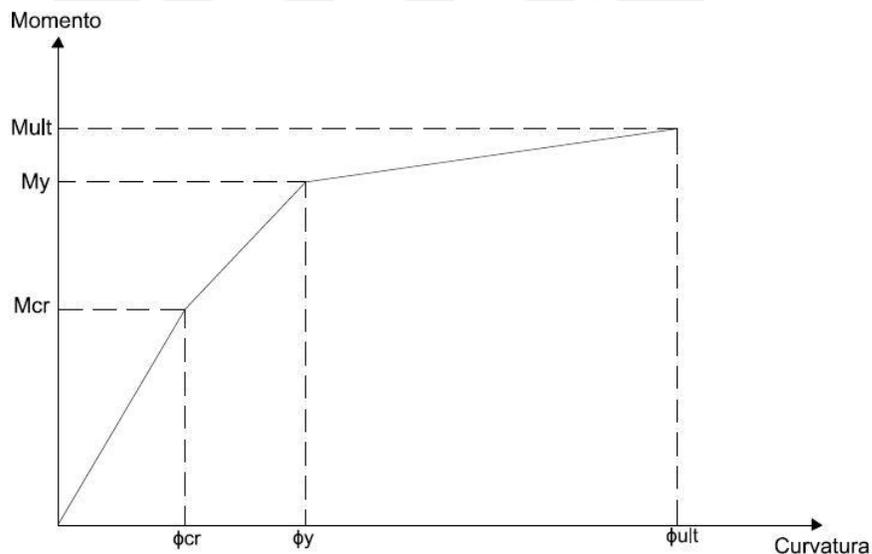


Fig.10 – Diagrama de momento – curvatura trilineal

El diagrama presentado en la figura 10 es una representación de 3 puntos importantes del diagrama de momento – curvatura. Se puede elaborar un diagrama más completo si se toma en consideración la curva de esfuerzo – deformación real tanto para el acero como para el concreto.

Para tener una idea rápida del comportamiento de la sección, bastará con un diagrama como el mostrado en la figura 10. También se podría elaborar un diagrama de momento – curvatura elastoplástico perfecto como el que propone CALTRANS [14]. Este diagrama es una idealización de un diagrama bilineal que aprovecha el equilibrio de energía en la sección. En la figura 11 se puede observar un esquema general de lo necesario para generar un diagrama de momento - curvatura: Equilibrio, compatibilidad de deformaciones y relaciones constitutivas de los materiales.

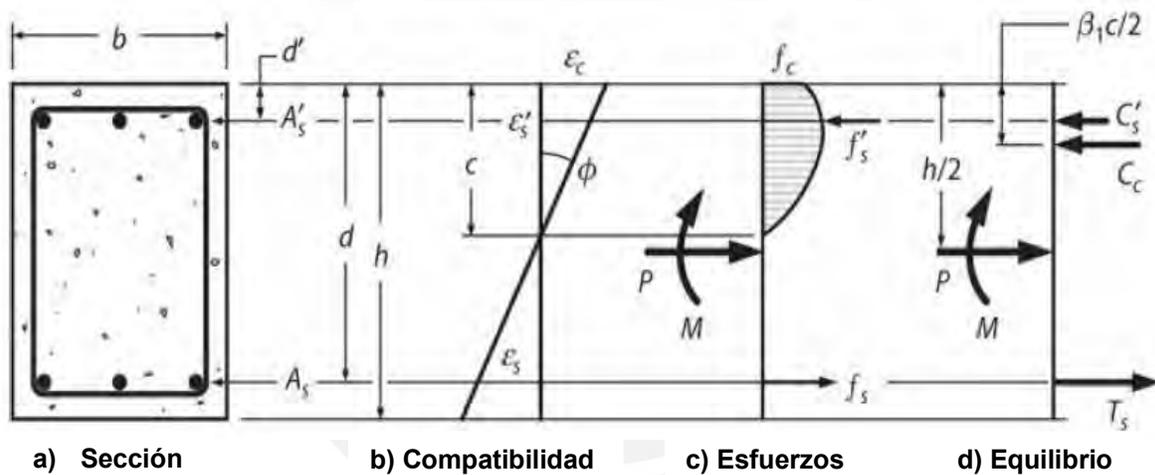


Fig.11 – sección (a), deformaciones (b), esfuerzos (c) y equilibrio (d). [15]

En la figura 12, se presenta a manera de comparación, el diagrama de momento curvatura completo de la sección mostrada (Viga VA01), la aproximación propuesta por Caltrans y un diagrama bilineal simplificado. Este último solo considera el momento de fluencia y el momento último.

Se puede observar lo buena aproximación del diagrama bilineal respecto al real. Además, se deduce que la propuesta hecha por Caltrans es conservadora en cuanto a resistencia respecto al diagrama completo. Cabe indicar que el diagrama “completo” de una sección

de concreto armado, corresponde al que ha sido desarrollado tomando en cuenta relaciones constitutivas de Hognestad y Chang & Mander, para el concreto y acero respectivamente.

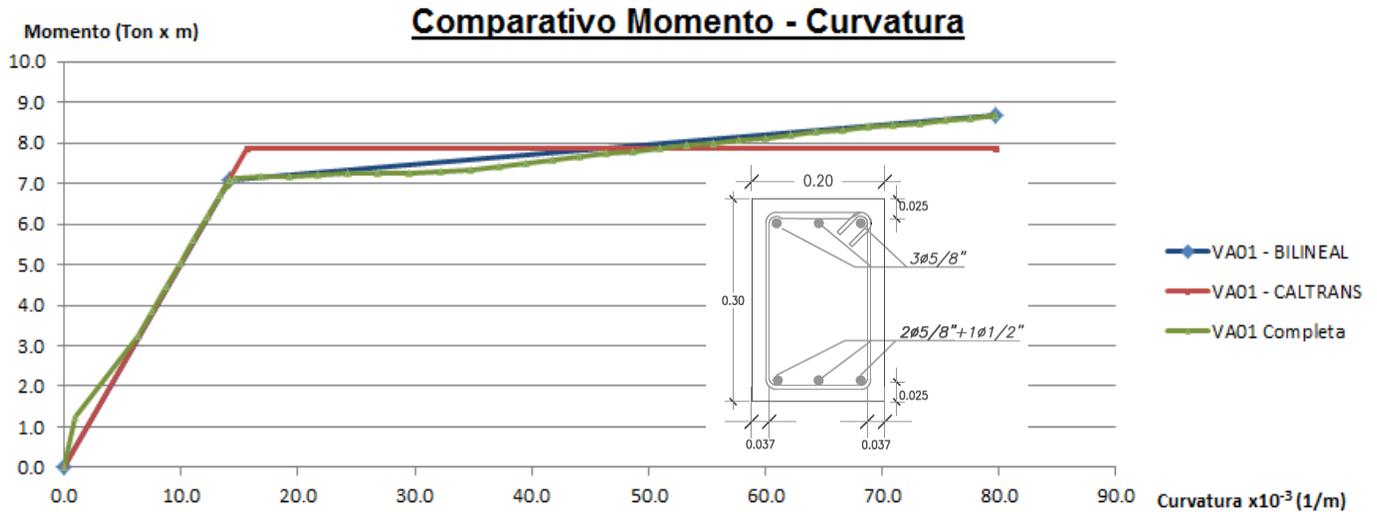


Fig.12 – Diagrama Momento curvatura: Bilineal, CALTRANS y completo **(Analítico)**

## 2.6. Análisis y Diseño Límite

Actualmente el diseño para estructuras de concreto armado comprende un análisis estructural en el que se asume que la distribución elástica de los momentos flectores permanece elástica hasta llegar a la carga máxima por resistencia.

Desde ya hace más de 50 años, el ACI propuso el método de diseño por resistencia, el cual se utiliza actualmente también en el Perú. Cohn [16] en el año 1963 hacía referencia a que el comportamiento real de las estructuras de concreto armado no es lineal elástico como se supone en el diseño actualmente. Considera inconsistente que se realice un análisis estructural elástico pero se diseñe para resistencia última de la sección, es decir, cuando esta ya ha incursionado en el rango inelástico.

Cohn [16], también resalta que hay muchos puntos a favor de utilizar un análisis límite o inelástico para vigas de concreto armado entre los que se puede resaltar los siguientes:

- Se podría ahorrar en acero debido a que se podría tomar en cuenta la capacidad de redistribución de momentos.
- Más posibilidades de diseño y más adecuadas según el requerimiento.

Sin embargo, como el análisis límite supone que las estructuras tienen la capacidad de formar rótulas plásticas y, finalmente, un mecanismo plástico completo, es complicado generar un método sencillo para poder utilizarlo. Otra de las complicaciones con las que cuenta, es que al reducir el acero requerido, el estado de servicio se ve afectado en cuanto a agrietamiento y deflexiones excesivas.

Aún así, a lo largo de los años se han planteado propuestas para el análisis y diseño límite, dentro de las cuales se puede resaltar la propuesta de Cohn [17]. En esta, se asume un diagrama de momentos flectores para la carga máxima que puede resistir el elemento en análisis. Como el equilibrio se debe mantener incluso para el estado límite, es necesario revisar la compatibilidad de deformaciones inelásticas. Siendo más específico, se propone estimar la demanda de rotación inelástica y se compara con la disponible. En paralelo, se va revisando el estado de deflexiones y agrietamiento para ver si es adecuado en servicio.

Otro de los puntos importantes a tomar en cuenta cuando se analiza y se diseña para carga límite, es que para que las vigas puedan llegar a dicha carga, no debe ocurrir una falla frágil por cortante. Por este motivo, es indispensable que se realice el diseño por capacidad de los estribos. En otras palabras, se debe diseñar los estribos de la viga con diámetro y espaciamiento adecuado, de tal manera que cuando se llegue a la carga límite, la falla sea por flexión y no por corte.

### **2.6.1. Rótulas plásticas y longitud plastificada equivalente**

Como se ha presentado anteriormente, para las secciones de vigas de concreto armado, se puede elaborar un diagrama de momento – curvatura donde se puede estudiar su comportamiento en servicio, inelástico y último.

Cuando las cargas aplicadas alcanzan un nivel tal que se genera la fluencia de una sección, se habla del origen de una rótula plástica. Esta es un conjunto de secciones que

han llegado a la fluencia y en la cual las vigas, si tienen suficiente ductilidad, pueden lograr rotaciones inelásticas ante el aumento de la carga, sin llegar a la falla.

Para fines de cálculo, se asume que las rótulas plásticas se generan en las secciones de máximo momento flector tanto negativo como positivo, si se trata de una viga hiperestática, pero la realidad muestra que se trata más bien de una zona de rótula plástica y no una sola sección [4]. En la figura 13 se muestra una viga en voladizo con una carga en su extremo. La parte (b) de dicha figura muestra el diagrama de momentos flectores y (c) muestra el diagrama de la distribución de curvaturas a lo largo de la viga, para el diagrama de momentos de (b).

Se puede observar que existe una zona comenzando por el extremo derecho de máximo momento ( $M_u$ ), en donde las secciones de la viga han sobrepasado el momento de fluencia y ha permitido la formación de una rótula plástica de longitud " $l_p$ ".

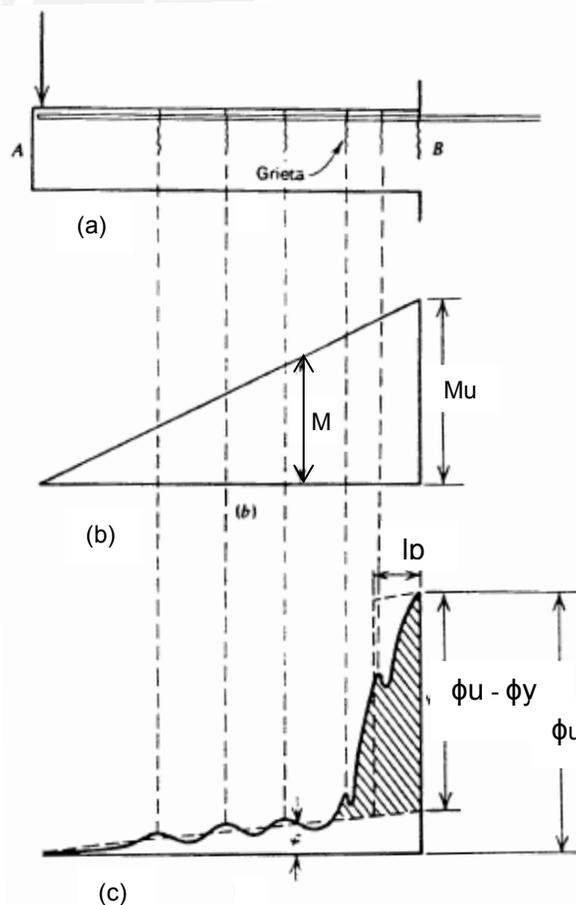


Fig.13 – (a) Viga en Voladizo con carga en el extremo, (b) Diagrama de momentos flectores, (c) Diagrama de distribución de curvaturas [10]

A lo largo de los años se han realizado experimentos y análisis para estimar esta longitud de rótula plástica ( $l_p$ ). Sin embargo, no se ha conseguido aún dar una expresión exacta para esta longitud pero si valores aproximados. Para fines de análisis y tomar una longitud equivalente referencial, Zhao et al [19] ha realizado una recopilación de las expresiones halladas mediante experimentación. Esta se muestra resumida en la tabla N°1.

Tabla 1 – Longitudes equivalentes de rótulas plásticas [19]

Investigador	Expresión para la longitud de rótula plástica ( $l_p$ )
Baker (1956)	$k (z/d)^{1/4} \cdot d$
Sawyer (1964)	$0.25d + 0.075z$
Corley (1966)	$0.5d + 0.2 \cdot (d^{1/2}) \cdot (z/d)$
Mattock (1967)	$0.5d + 0.05z$
Paulay y Priestley (1992)	$0.08z + 0.022d_b f_y$
Panagiotakos and Fardis (2001)	$0.18d + 0.021d_b f_y$

Se puede ver en la tabla presentada que los investigadores relacionan la longitud de rótula con factores como el peralte efectivo ( $d$ ), la distancia de momento máximo a la zona de cambio de curvatura ( $z$ ), diámetro de barra longitudinal ( $d_b$ ) y esfuerzo de fluencia del acero ( $f_y$ ). Para la presente tesis, por simplicidad, se utilizará “0.5d” como longitud de rótula plástica, es decir, una simplificación de la expresión dada por Mattock [4].

### 2.6.2. Diagrama de Momento - Rotación

Una vez definido el diagrama de momento – curvatura de una sección y también la longitud de rótula plástica equivalente, se puede definir el diagrama de momento – rotación. Como la curvatura es el cambio de giro por unidad de longitud y en una viga de concreto armado, la rotación se concentra en una longitud plastificada, “ $L_p$ ”, multiplicando la curvatura por “ $L_p$ ” se puede obtener el diagrama de momento – rotación.

En la figura 14, se muestra el diagrama de momento - rotación obtenido al multiplicar el diagrama de momento – curvatura mostrado en la figura 12 por  $L_p = d/2 = 0.13$  m.

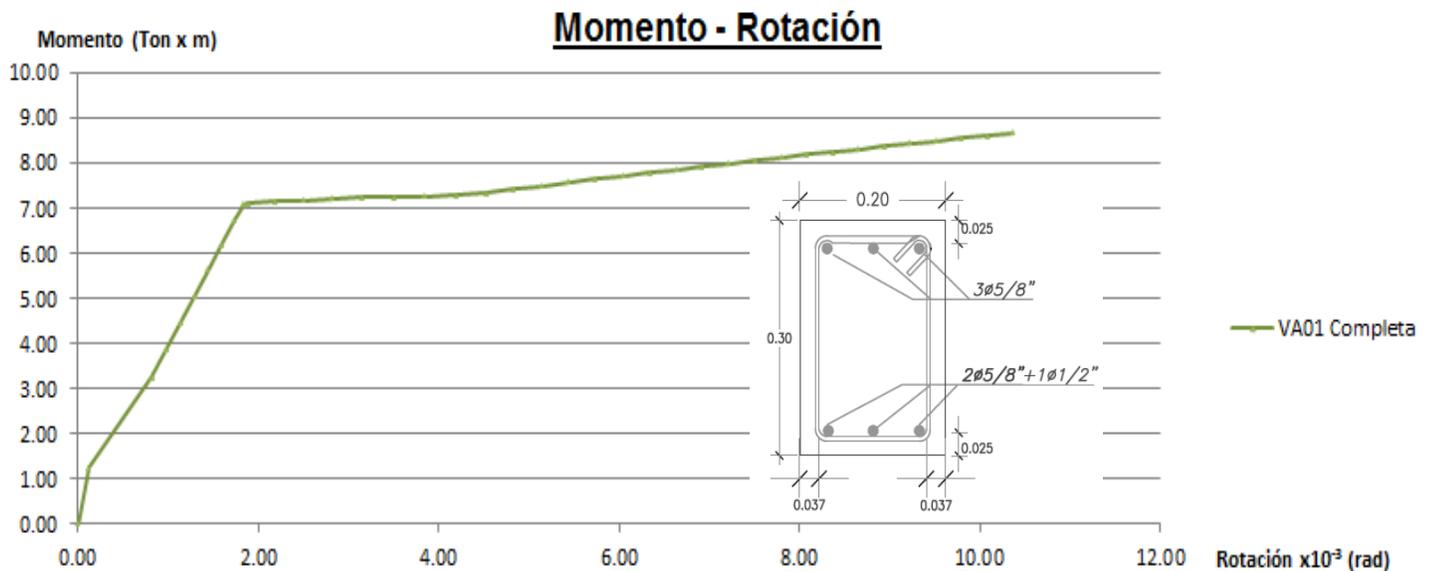


Fig.14 – Diagrama de momento – rotación de la sección mostrada **(Analítico)**

Para la elaboración de todo el diagrama se está asumiendo que la longitud de rótula plástica es constante para cada momento flector. Esto no es cierto pues la rótula plástica se origina en una sección de máximo momento y se va expandiendo a las secciones aledañas a medida que aumenta la carga. Una idea más clara de lo comentado se muestra en la figura 13.

Además, es importante comentar que la rotación que nos interesa estudiar en la presente tesis, es la inelástica. Esta se da a partir del instante en que se llega al momento de fluencia. La capacidad de rotación inelástica, al igual que la ductilidad de curvatura, será un parámetro que nos ayudará a estudiar que tan dúctil son las vigas para experimentar incursiones en el rango inelástico, además de que esta tiene gran influencia en la cantidad de redistribución de momentos que se puede alcanzar.

## 2.7.Redistribución de momentos

Como se comentó al inicio del acápite 2.6, el análisis estructural que usamos actualmente para el diseño, supone un comportamiento lineal elástico desde que no existen cargas hasta la falla del elemento. Se sabe que en realidad el comportamiento se podría asumir lineal elástico hasta cierta etapa del estado de servicio pero no más allá de esta.

La figura 15 muestra el esquema estructural de ensayo, en donde se ha marcado de color azul el diagrama de momentos obtenidos mediante un análisis elástico y de color rojo, el diagrama de momentos flectores con redistribución de momentos negativos hacia el positivo. Esto último quiere decir que se ha disminuido el momento máximo negativo y se traslada esta disminución hacia la zona de momento positivo.

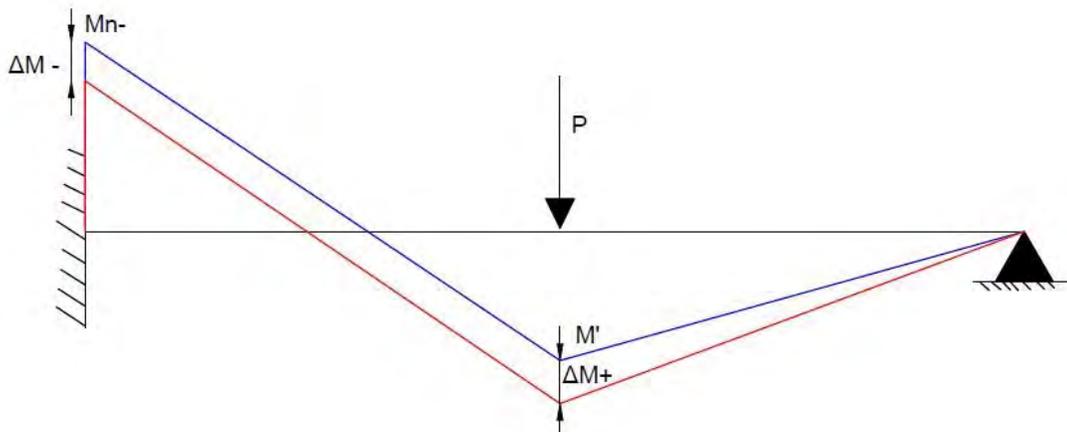


Fig.15 – Diagrama de momentos elástico y redistribuido

Como el máximo momento negativo disminuye, la cuantía de acero negativo también. Esto se puede aplicar siempre y cuando la zona de máximo momento positivo tenga holgura de capacidad en flexión para poder soportar el momento redistribuido.

La redistribución de momentos es un fenómeno que puede ocurrir de manera forzada pero también ocurre de manera natural. Scott & Whittle [6] y Elfgren et al [20] mencionan, como ejemplo, que al asumir una rigidez a la flexión constante para todo un elemento como una viga, se está ignorando el hecho de que esta va variando dependiendo de la cuantía de acero y del estado de fisuración.

De esta manera, una vez que la viga empiece a trabajar, las secciones no tomarán momentos como en la suposición elástica sino que lo harán de acuerdo a sus rigideces reales. En ese sentido, se generará una suerte de redistribución de momentos sin haberla incluido de antemano [6].

Para poder redistribuir momentos en una viga de concreto armado es necesario tomar en cuenta y verificar los siguientes requisitos:

- La viga debe ser hiperestática o, en otras palabras, contar con redundancia estructural. Los elementos isostáticos no tienen capacidad de redistribución de momentos.
- El diagrama de momentos flectores elásticos no puede provenir de un método simplificado como, por ejemplo, el método de los coeficientes propuesto por la E.060 ([8], artículo 8.3.4)
- La zona a la que se transfiere el momento redistribuido debe contar con resistencia adicional. Además, el momento demandado en dicha zona debe calcularse por equilibrio. El diseño por resistencia y equilibrio debe cumplirse.
- La sección desde la que se está redistribuyendo momentos, debe contar con ductilidad suficiente para soportar deformaciones inelásticas grandes. Por ejemplo, la norma E-060 [8] exige un mínimo de deformación del acero cuando la sección llega a su momento máximo. Esta es del orden de:

$$\epsilon_t = 0.75\% \dots (5)$$

Con esta deformación, se busca que la sección tenga un mínimo de ductilidad de curvatura [21].

- Existen estudios como el de Cohn [17], en donde se plantea que la demanda de rotación inelástica debe ser como mínimo igual a la capacidad de rotación de la zona de rótula plástica. Aunque las normas no exigen verificar capacidad de rotación, esto está estrechamente relacionado con la curvatura de las secciones por lo que verificar el punto anterior debería ser suficiente para cumplir el requisito de rotación.
- Se debe hacer un diseño por capacidad adecuado para permitir la formación de las rótulas plásticas y, finalmente, del mecanismo plástico completo.
- El agrietamiento, deflexiones y esfuerzos durante el estado de servicio debería ser adecuado. Sin embargo, esto es algo que no se pide verificar pero que muchos investigadores están tratando de incluir dentro del diseño límite. Cohn y Lounis [22] presentan una propuesta interesante sobre la inclusión de esta verificación para luego calcular la cantidad de redistribución de momentos permitida.

La norma E.060 en su artículo 8.4.1 propone el cálculo de la redistribución de momentos (% R.M) de la siguiente manera:

$$\%R.M = 1000 * \varepsilon_t \dots (6)$$

Donde  $\varepsilon_t$  es la deformación del acero mas alejado en tracción cuando la sección en estudio llega a su momento nominal máximo. Cabe destacar que esta propuesta es igual a la adoptada por el ACI 318 – 14 y, además, ambos limitan como máximo, a 20% de redistribución de momentos. La limitación está dada con la intención de no tener comportamiento inadecuado en servicio, en cuanto a deflexiones, agrietamientos y esfuerzos excesivos.

Mattock [18], luego de realizar ensayos a una gran cantidad de vigas de concreto armado, concluyó que las deflexiones y agrietamiento para vigas con momento redistribuido son aproximadamente igual que una viga sin redistribución, hasta aproximadamente el 30% de la carga de diseño. De esto se llega a la conclusión que el límite dado podría ser conservador.

### **2.7.1. Límites de redistribución de momentos en distintas normas.**

En cada país donde se utiliza concreto armado, las normas tienen limitaciones para cada parámetro y estas difieren para cada país. En este acápite se hará una breve revisión de los parámetros y límites que se utilizan para la redistribución de momentos en las siguientes normas: NTP E-060 (Norma peruana de concreto armado), ACI 318-14 (Norma americana), CSA (Canadian Standard Association), EC2 (EuroCode – 2) y el BSI (British Standards Institution)

Cohn y Lounis [22] realizaron en el año 1991, una recopilación y comparativo de lo que exigían distintas normas, en dicho año, para realizar redistribución de momentos en elementos en flexión. Destacan, en primer lugar, que a pesar que las normas no permitan un análisis límite de las estructuras, al incluir un porcentaje válido de redistribución de

momentos, se está aceptando la no – linealidad de los elementos y de forma indirecta, un análisis límite.

Por otro lado, comentan que las normas basan la redistribución de momentos en distintos parámetros como la cuantía de acero ( $\rho$ ), la relación  $c/d$  (eje neutro/peralte efectivo),  $f'c$ , entre otros. Sin embargo, no se incluyen parámetros de servicio como ancho de grietas, deflexiones y esfuerzos del concreto y acero [22]. Estos parámetros deberían ser incluidos cuando se calcula la cantidad de redistribución que se puede realizar debido a que las limitaciones de las normas sobre el porcentaje máximo de redistribución, radican en que se pretende evitar un comportamiento deficiente en servicio [10].

Tabla 2 – Expresiones para la redistribución de momentos y máximo teórico permitido

NORMA	EXPRESIÓN PARA EL CÁLCULO DE REDISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS	% Máximo
E.060 (Perú)	$1000 \cdot \epsilon_t$	20%
ACI 318-14 (USA)	$1000 \cdot \epsilon_t$	20%
CSA (Canada)	$0.3 - 0.5 \cdot \frac{c_u}{d}$	20%
BS (Reino Unido)	$0.6 - \frac{c_u}{d}$	30%
EC-2 (1992) (Eurocódigo)	$0.5 - 1.25 \cdot \frac{c_u}{d}$	30%

Se puede ver que en la tabla 2, los parámetros en que se basan las normas para calcular el porcentaje de redistribución son los siguientes:

- $\epsilon_t$  = deformación unitaria máxima del acero en tracción más alejado
- $c_u$  = Posición del eje neutro cuando se alcanza el momento nominal máximo de la sección.
- $d$  = Peralte efectivo

Ninguna de las expresiones involucra directamente una revisión para el estado de servicio de las vigas que toman redistribución de momentos. Sin embargo, los cálculos están basados en medidas conservadoras obtenidas de una gran cantidad de ensayos realizados a vigas continuas con redistribución de momentos. En el ensayo realizado por Scott &

Whittle [6], se tuvo resultados aceptables en cuanto a agrietamiento, deflexiones y esfuerzos para vigas con hasta 40% de redistribución de momentos e incluso con fallas aceptables por flexión para vigas con 55%. Sin embargo, estas últimas tuvieron un mal comportamiento en servicio.

Se han realizado una gran cantidad de ensayos de este tipo, en muchos de ellos se han encontrado evidencias que indican que el porcentaje máximo de redistribución podía ser aumentado. Un claro ejemplo de que este aumento fue posible debido a resultados de ensayos, fue el caso de la norma inglesa (BS). Inicialmente la BSCP 114 (1958) permitía 15% de redistribución. Sin embargo, luego de la realización de ensayos como el de Mattock en 1959 [18], se sugirió aumentarla a 25%. Este cambio fue realizado e incluso, en la actualidad, esta norma permite un máximo de 30%.

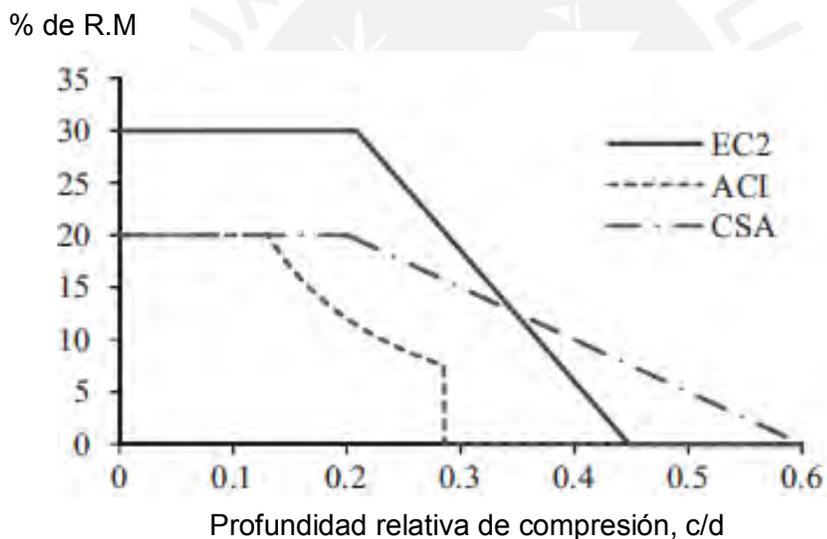


Figura 16 – Comparativo entre redistribución de momentos para tres normas [17]

En la figura 16, se puede ver que la norma que cuenta con más redistribución permitida es el EuroCode – 2, la cual coincide con lo permitido por la norma británica. En cuanto al ACI, también la E-060, el máximo es 20% en la actualidad pero para profundidades del eje neutro relativa (c/d) menor.

### 3. Diseño de las vigas

El modelo estructural usado en la presente tesis es una simplificación de una viga de dos tramos con carga simétrica. Este modelo es muy utilizado en ensayos de este tipo, en los que se busca el desarrollo parcial de rótulas plásticas y el mecanismo plástico completo, finalmente. Tanto Scott & Whittle [6], Mattock [18] y Zegarra, et al [5] usaron el modelo de viga con dos tramos. Sin embargo, en el ensayo realizado por Zegarra, se registró un desperfecto al momento de aplicación de la carga pues se suponía que la carga aplicada en cada tramo debía ser igual pero esto no se dio y los resultados no fueron coherentes [5].

Es por este motivo que se decidió utilizar un modelo empotrado – apoyado con una carga aplicada al centro de luz, el cual simula una viga de dos tramos con carga simétrica. Lo que se busca es reducir el número de variables que puedan afectar el objetivo real del ensayo.

La viga de concreto armado se predimensionó con una relación de esbeltez de  $L/10$ . De esta manera se consideró una longitud total de 3000 mm y una altura de 300 mm.

En cuanto al bloque que simula el empotramiento de la viga, la longitud de 1200 mm tuvo dos objetivos:

1. Permitir a los fierros longitudinales desarrollar un anclaje adecuado. De acuerdo a la norma E.060, la longitud de anclaje para concreto con  $f'c$  28 MPa (280 kg/cm<sup>2</sup>) y barras de acero de 3/4" (el cual es el máximo diámetro que se buscaba utilizar), es de  $L=76$  cm
2. Para generar el empotramiento, es necesario que el bloque no gire en ningún momento del ensayo. Por este motivo, se instalaron dos tubos por los que se puedan pasar varillas de acero de alta resistencia que puedan ser ancladas a la losa de reacción del Laboratorio de Estructuras de la PUCP (LEDI). El espaciamiento entre los puntos donde se puede anclar las varillas están distanciados 900 mm en la losa.

Como se necesitaban dos puntos de anclajes en la losa de reacción, la longitud mínima que debía tener el bloque era de 900 mm. Los 150 mm restantes a cada lado, fueron considerados necesarios para poder armar el dispositivo de aplicación

de la carga para anclaje del bloque. En la figura 17 se puede ver el modelo estructural definido.



Figura 17– Modelo estructural y dimensiones definidas para el ensayo

En la figura 18 se puede ver las vigas, antes del ensayo, sobre la losa de reacción del laboratorio. También en esta imagen, se pueden ver tapas circulares a 900 mm de separación una de otra, por donde se anclará el bloque de empotramiento a la losa.



Figura 18– Vigas a ensayar y ubicación de puntos de anclaje en la losa de reacción

### 3.1. Diseño por flexión de las vigas

El diseño por flexión de la viga base se hizo de acuerdo al diseño por resistencia estipulado en la norma peruana E.060, utilizando el bloque de compresiones para el concreto y acero elastoplástico. Para hallar la carga última necesaria para el diseño, se utilizó la siguiente metodología:

1. Se parte de una cuantía de acero negativo asumida para la viga base (VA01:  $3 \phi 5/8''$ ).
2. Se calcula la carga última,  $P_u$ , de diseño asociado a esta cuantía utilizando la siguiente relación:

$$\phi M_n(-) = \frac{3P_u L}{16} \dots(7)$$

Como se conoce la cuantía de acero negativo y la forma de la sección, es posible calcular el  $\phi M_n$  asociado a esta. Luego  $P_u$  se puede hallar de la expresión (7). Cabe resaltar que esta expresión obedece al diagrama de momentos flectores (DMF) elástico para una viga empotrada – apoyada y donde se ha despreciado el peso propio de la viga para el cálculo.

3. Se calcula el acero positivo asociado al  $P_u$  de diseño hallado.
4. La carga de servicio,  $P_{servicio}$ , para la viga base y demás, se estima como  $P_u/1.5$  considerando que las cargas serán de gravedad (asumido)

$$P_{servicio} = \frac{P_u}{1.50} \dots(8)$$

5. Como se va a investigar la redistribución de momentos negativo para 20% (VA02), 30% (VA03), el momento negativo  $\phi M_n$  de la viga base (VA01), se multiplica por 0.8 y 0.7 (20 y 30% de redistribución) y se obtiene el momento redistribuido. Con este momento es posible calcular la nueva cuantía de acero negativo necesaria.

Para el caso de redistribución de momentos positivo (VB04), se multiplica el  $\phi M_n$  de la viga base por 0.8 (reducción del 20% del momento positivo).

6. Para los casos de redistribución, se vuelve a calcular el nuevo DMF con el momento negativo (o positivo) reducido. Las fuerzas restantes de apoyos y

momentos (positivo o negativo, según corresponda) se calculan por equilibrio con el este momento reducido y el  $P_u$  hallado para la viga base. Es importante notar que el diagrama de momentos flectores para las vigas VA02, VA03 Y VB04 no es elástico como asume el diseño por resistencia (Ver Fig.19).

7. Se verifica con este DMF que el acero positivo (o negativo para la viga VB04) considerado cumpla con el diseño por resistencia.

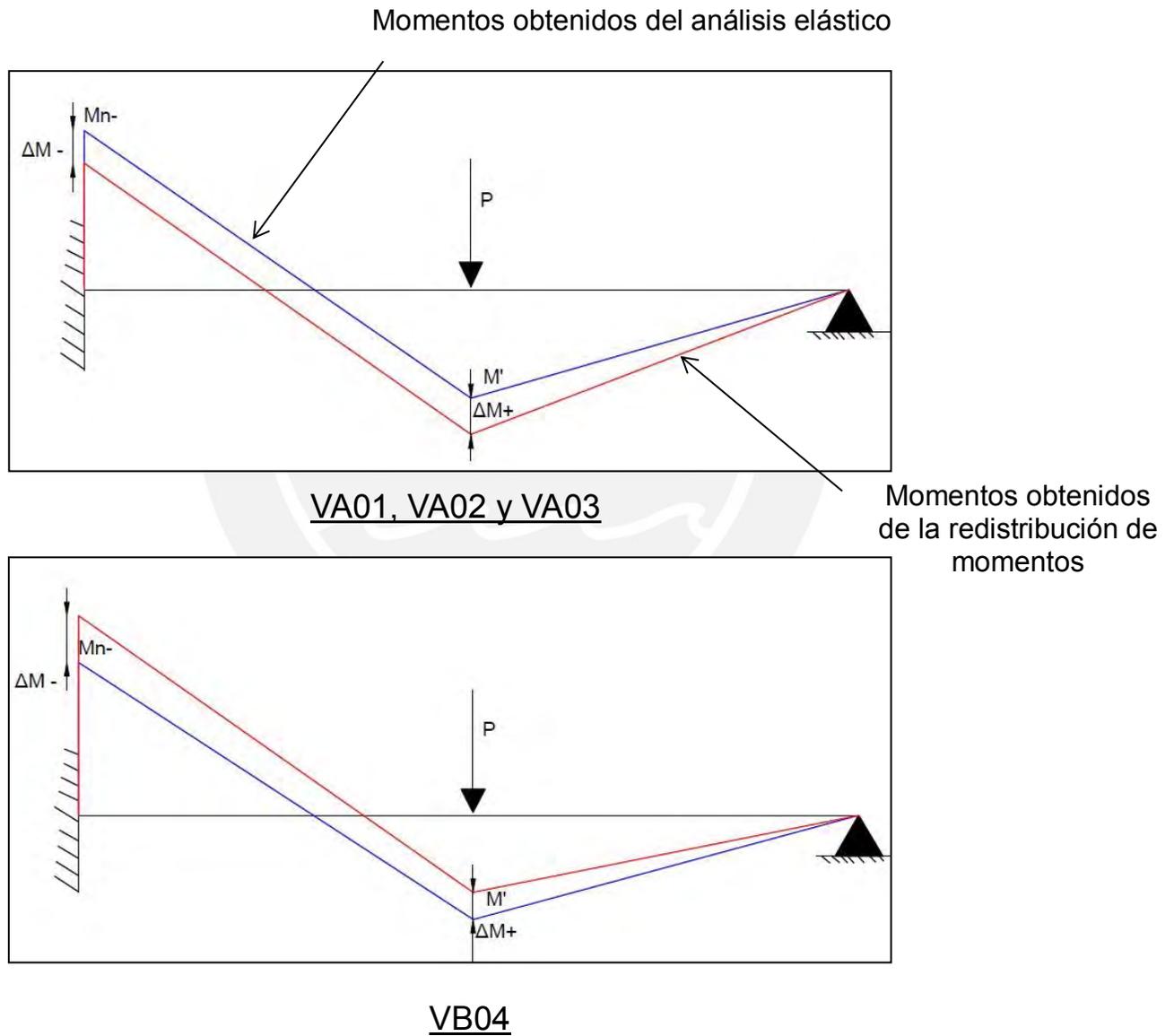


Fig.19– Diagramas de momentos flectores elástico y redistribuido

A manera de resumen de la metodología descrita, se presenta la tabla 3 con los momentos de diseño para las vigas.

Tabla 3 – Resistencia de diseño positiva y negativa de las vigas

fy		f'c				d (peralte efectivo, mm)		
4200 kg/cm2	428 Mpa	280 kg/cm2	28.5 Mpa		270			
Carga última, Pu, de diseño					102.50	kN	10.25	Ton
Viga	VA-01 (BASE)		VA-02		VA-03		VB-04	
	kN.m	Ton.m	kN.m	Ton.m	kN.m	Ton.m	kN.m	Ton.m
ϕMn(-)	55.14	5.62	43.78	4.46	37.48	3.82	76.54	7.80
ϕMn(+)	55.27	5.63	62.21	6.34	62.39	6.36	41.83	4.26

De esta manera, se pudo obtener las combinaciones de acero necesarias para lograr las resistencias de diseño requeridas para las vigas del ensayo. En la figura 20 se muestra un corte transversal de la distribución y diámetros de aceros elegidos. Es importante notar que el acero positivo aumenta para las vigas VA02 y VA03 respecto a la viga base. Esto se debe a que, de acuerdo al diseño por resistencia y con la carga última hallada, la sección de máximo momento positivo no cumplía con el acero elegido para la viga base

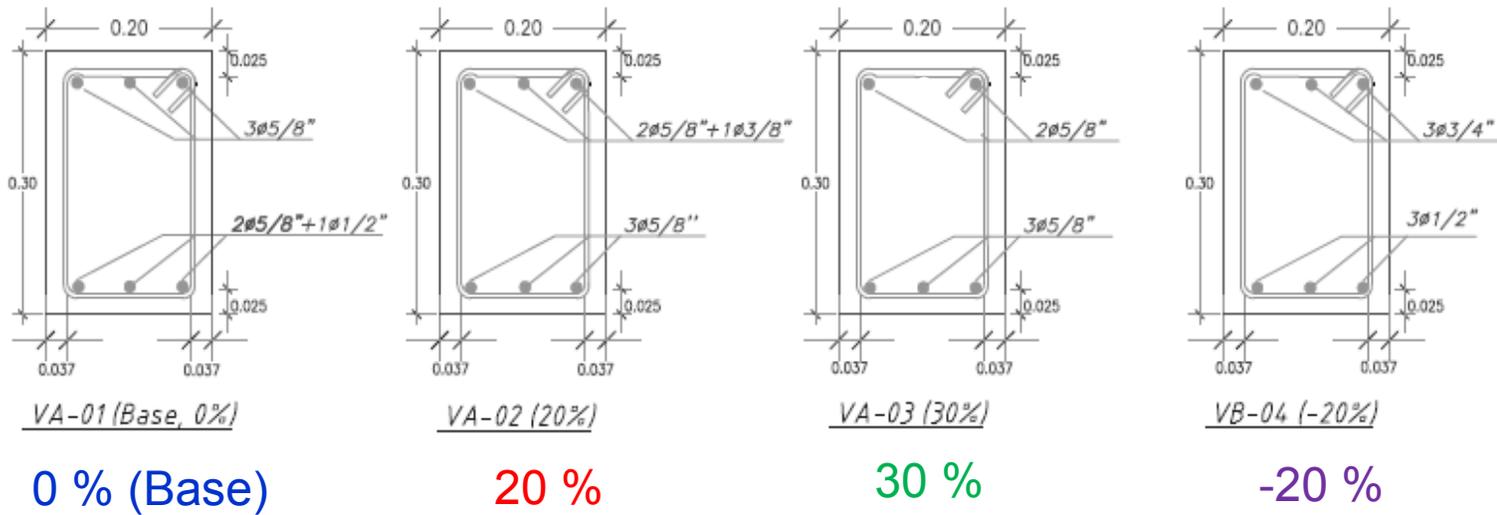


Fig. 20– Secciones transversales de las vigas diseñadas

En la figura 20, también se puede notar como va disminuyendo la cuantía de acero superior (negativo) para cada viga con redistribución. Los porcentajes de redistribución se muestran bajo cada viga. Para el caso de la viga VB04, el acero inferior (positivo) disminuye respecto a la viga base.

### 3.2. Diseño por capacidad de los estribos

En la presente tesis se buscará estudiar las etapas de servicio, carga última y límite de las vigas. Para lograr la carga límite, es importante que los estribos estén adecuadamente diseñados para conseguir una falla por flexión antes que por cortante.

Por este motivo, se hizo el diseño por capacidad de los estribos. Este consiste en hallar la carga límite asociada a la formación de un mecanismo plástico y luego las fuerzas cortantes provenientes del equilibrio con esta carga hallada. Para esto, se debe asumir, primero, la secuencia de formación de rótulas plásticas que formen el mecanismo plástico.

En la figura 21 se puede ver el mecanismo plástico asumido para las vigas VA01, VA02 y VA03. En este, la formación de la primera rótula se espera en la zona del empotramiento y la segunda al centro de la luz de la viga o zona de máximo momento positivo.



Fig. 21 – Mecanismo plástico de falla VA01, VA02 y VA03

Para el caso de la viga VB04, se espera la formación de un mecanismo plástico distinto. La primera rótula se ha supuesto en el centro de la luz y la segunda en la zona del empotramiento.

La metodología mostrada a continuación, se utilizó para hallar la carga límite asociada a la formación del mecanismo plástico. Cabe mencionar que para hacer válida esta metodología, es necesario asumir por simplicidad [21], que las secciones de la viga tienen un diagrama de momento – curvatura del tipo elastoplástico perfecto. En este, se asume que  $M_y = M_n$  por lo que la primera rótula, por ejemplo, se forma cuando la carga llega al valor que produzca  $M_n$  en la zona de máximo momento negativo. Luego:

1. Se halla la primera carga límite asociada a  $M_n$  (-).
2. Se asume que la viga hiperestática se vuelve isostática. Esto se logra asumiendo que la sección de máximo momento negativo llegó a su capacidad máxima en flexión y no aumentará más su momento. La manera como seguirá resistiendo el aumento de carga, será desarrollando rotaciones inelásticas.

En este sentido, se deberá comprobar que la demanda de rotación inelástica dada por la carga límite sea menor que la capacidad de rotación. Esto será evaluado en un capítulo posterior. Por ahora, se asumirá que esto se cumple.

3. Se halla el aumento de carga asociado a la formación de la segunda rótula plástica y, por ende, al mecanismo plástico. En la figura 22, se muestra el proceso descrito líneas arriba.

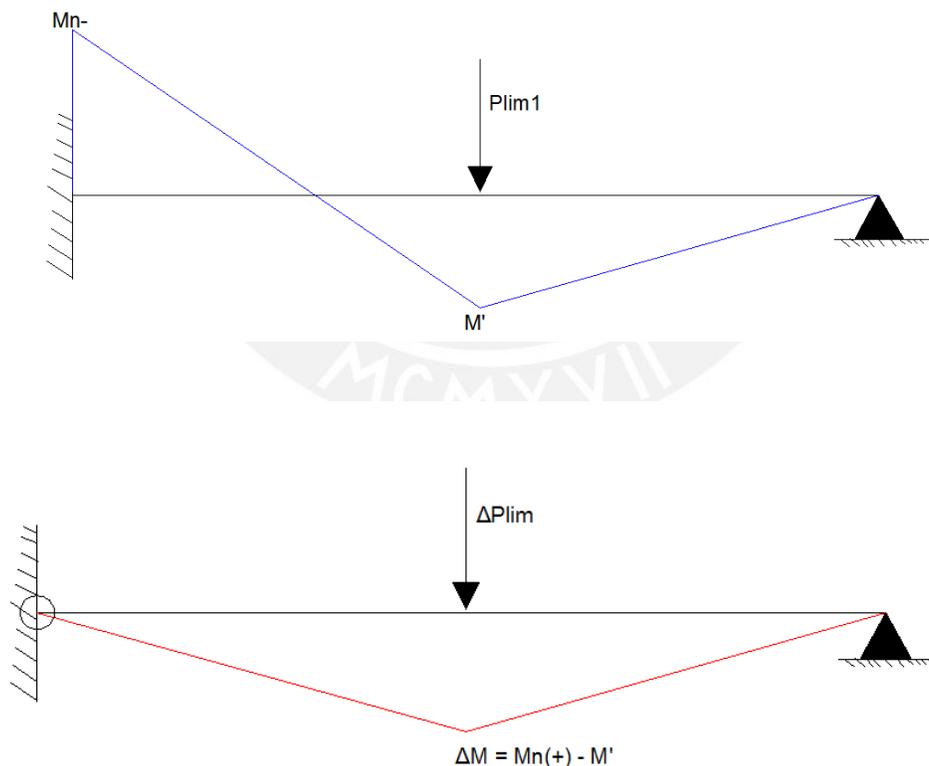


Fig. 22 – Carga límite para la formación del mecanismo plástico

Luego de realizar este proceso, se halla la fuerza cortante máxima correspondiente a la carga límite hallada. Cuando se forma el mecanismo, el sistema se puede asumir como simplemente apoyado con una carga centrada. Por equilibrio y sumando la fuerza cortante hallada en el empotramiento para cada caso:

$$V_u = \frac{M_n - P_{lim}}{L} + \frac{P_{lim}}{2} \dots (9)$$

De esta forma, se han obtenido los resultados indicados en la tabla 4. Estos corresponden al diseño por capacidad hecho para cada uno de las vigas. Cabe indicar, además, que  $V_c$  corresponde a la resistencia al corte que puede proveer el concreto y  $V_s$  es la fuerza cortante excedente que debe ser tomada por los estribos según las siguientes expresiones.

$$V_c = 0.53 * \sqrt{f'_c} * b * d \dots (10)$$

Donde “b” es la base de la sección y “d” el peralte efectivo

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c \dots (11)$$

$\Phi$  o factor de reducción para cortante equivale a 0.85

$$s = \frac{A_v * f_y * d}{V_s} \dots (12)$$

Donde “s” es el espaciamiento de los estribos, “ $A_v$ ” es el área de corte total. Para este diseño, se ha probado con distintos diámetros y se eligió trabajar con estribos simples de 6 mm. Al ser simples, el “ $A_v$ ” total es dos veces el área transversal de un fierro de 6 mm.

A continuación se presenta la tabla N°4, con los valores de momentos nominales obtenidos del análisis con los modelos de Hognestad (acápite 2.2) para el concreto y Chang & Mander (acápite 2.3) para el acero.

Tabla 4 – Resistencia de análisis positiva y negativa de las vigas

$f_y$		$f'_c$				d (peralte efectivo, mm)			
Variable, ver tabla N°11		280 kg/cm <sup>2</sup>		28.5 Mpa		270			
Carga última, $P_u$ , de análisis						142.50	kN	14.53	Ton
Viga	VA-01 (BASE)		VA-02		VA-03		VB-04		
	kN.m	Ton.m	kN.m	Ton.m	kN.m	Ton.m	kN.m	Ton.m	
$\phi M_n(-)$	77.48	7.90	63.26	6.45	56.27	5.74	93.26	9.51	
$\phi M_n(+)$	64.36	6.56	70.18	7.15	67.96	6.93	51.90	5.29	

Luego, aplicando las ecuaciones antes presentadas y los resultados de la tabla N°4:

Tabla 5 – Diseño por capacidad de los estribos.

	VA-01 (BASE)		VA-02		VA-03		VB-04	
	kN	Ton	kN	Ton	kN	Ton	kN	Ton
<b>Plim</b>	158.0	16.1	156.0	15.9	147.3	15.0	151.0	15.4
<b>Vu</b>	108.7	11.1	102.3	10.4	95.2	9.7	95.4	9.7
<b>Vc</b>	47.0	4.8	47.0	4.8	47.0	4.8	47.0	4.8
<b>Vs</b>	80.9	8.2	73.3	7.5	65.0	6.6	65.2	6.6
<b>"s"</b>	<b>mm</b>	<b>cm</b>	<b>mm</b>	<b>cm</b>	<b>mm</b>	<b>cm</b>	<b>mm</b>	<b>cm</b>
	96	9.6	106	10.6	120	12.0	119	11.9

El diseño por capacidad nos da un valor de espaciamiento de 96 mm entre estribos a lo largo de toda la longitud para la viga VA01 y un máximo de 120 mm para la viga VA03. Por simplicidad, se elegirá 100 mm de espaciamiento para todas las vigas. Notar que este espaciamiento solo es 4% mayor al calculado para la viga VA01 con lo cual se considera adecuado.

### 3.3. Diseño del bloque de empotramiento

En el esquema estructural planteado para la presente tesis, se ha supuesto un bloque cuadrado de concreto armado de 1200 x 1200 mm y 200 mm de espesor (Ver figura 17). Las dimensiones seleccionadas vienen dadas para lograr la longitud de anclaje recto de una barra de acero de 3/4" (diámetro máximo usado), el cual según la norma E.060 es de 760 mm para un concreto con  $f'c$  28.5 MPa (280 kg/cm<sup>2</sup>) y, también, por las condiciones de laboratorio. Como se puede ver en la figura 18, las zonas de anclaje a utilizarse están distanciadas a 900 mm.

Otro aspecto importante para el diseño del bloque, es la suposición de que este generará un empotramiento para las vigas en estudio. Para lograr esto, se necesita que el bloque no tenga rotación en ningún momento del ensayo. En ese sentido, se anclará el bloque de concreto a la losa de reacción del laboratorio por medio de dos barras de alta resistencia distanciadas a 900 mm una de la otra.

La carga de anclaje dada para cada una de las barras, fue hallada utilizando el siguiente procedimiento y suposiciones:

1. Se halló la carga límite para la viga más crítica (VA-01) según la metodología mostrada en el acápite 3.2.
2. Se ha supuesto que las vigas tienen un comportamiento elástico (lo cual no es cierto luego de la fluencia de la zona de empotramiento) para hallar la fuerza cortante, por equilibrio, en la sección de encuentro entre la viga y el bloque.
3. Se trasladó dicha carga al centro de la sección del bloque y se calculó el momento generado asociado.
4. Con la carga axial debido a la carga límite, resistida por el bloque y el momento asociado, se hallaron los esfuerzos normales generados en la base del bloque.
5. Se ha supuesto que el bloque de empotramiento no girará si no existen esfuerzos normales de tracción en la base. En ese sentido, las cargas de anclaje serán de la magnitud necesaria para contrarrestar los esfuerzos de tracción generados por las cargas provenientes de la viga. Todo el proceso se encuentra resumido en la figura 23.

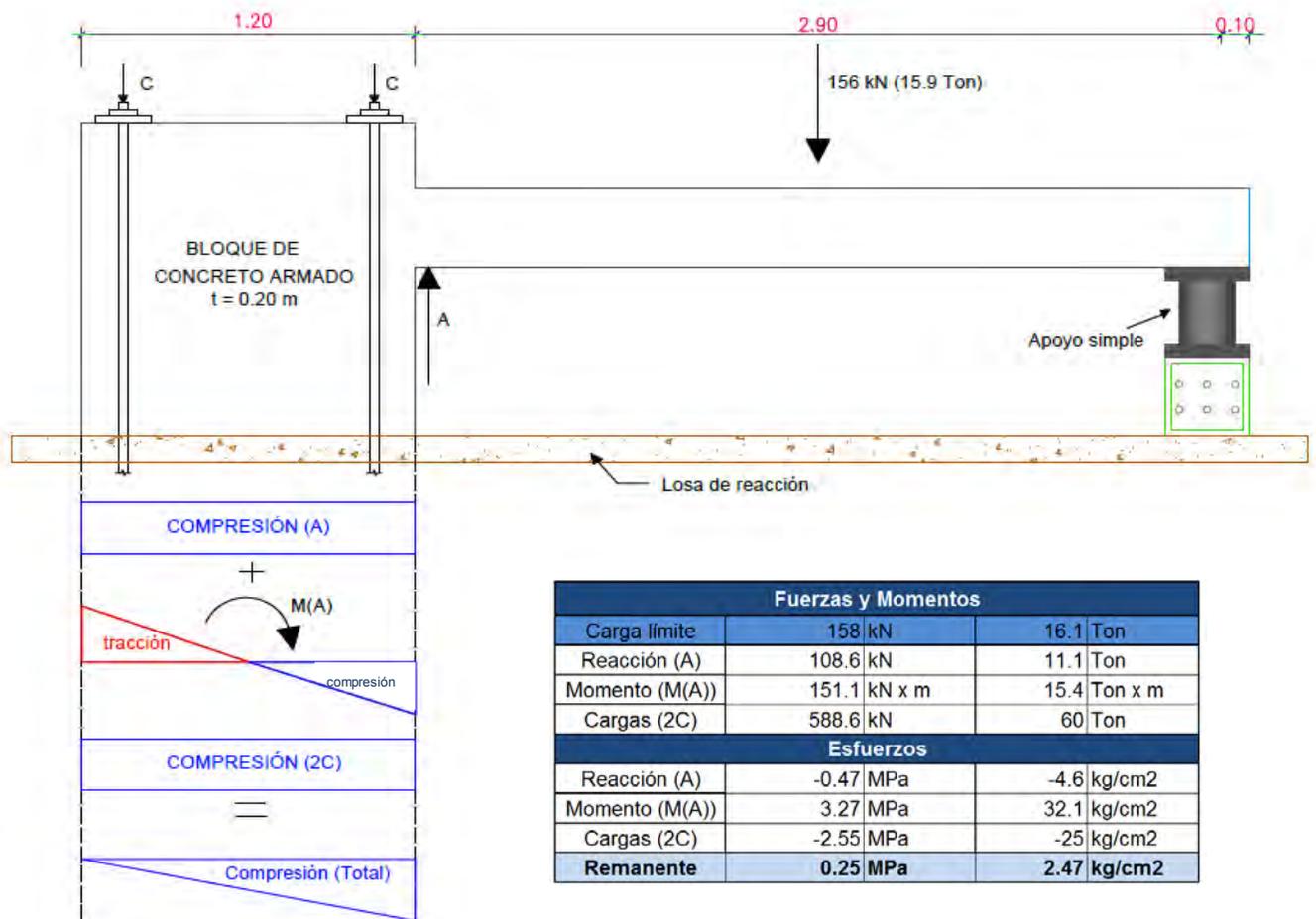


Fig. 23 – Diseño de bloque de empotramiento

La carga máxima por anclaje que se puede dar para no dañar la losa de reacción del laboratorio es de 294.3 kN (30 Ton). Se ha hecho el diseño de la carga de anclaje con dicha restricción y se ha obtenido un esfuerzo remanente en tracción de 0.25 MPa, la cual, por las suposiciones hechas para hallarla, se considera despreciable. Con las cargas y momentos hallados, se ha realizado el diseño del acero de refuerzo del bloque que se muestra en los planos adjuntos a la presente tesis.

#### 4. Análisis teórico de las vigas

Para poder analizar el comportamiento esperado durante el ensayo de las vigas, se analizará primero lo que se espera obtener. En este capítulo se hará una revisión a distintas propiedades propias de la viga como elemento estructural y la de las secciones que conforman la misma.

##### 4.1. Modelo del concreto y acero para análisis

###### 4.1.1. Modelo esfuerzo – deformación para el concreto

Luego de realizar la construcción de las vigas y extraer probetas de concreto para poder hallar la resistencia del concreto a compresión simple, se concluyó que la resistencia a la compresión utilizada para el análisis será de 280 kg/cm<sup>2</sup> (28.5 MPa).

La resistencia a la compresión obtenida de las probetas de 6"x12" para las distintas vigas a los 45 días fue como mínimo 26.5 MPa (265 kg/cm<sup>2</sup>) y la máxima, 28.8 MPa (288 kg/cm<sup>2</sup>). Para sustentar el uso de una resistencia promedio de 280 kg/cm<sup>2</sup>, se elaboró un gráfico donde se puede ver la variación del momento nominal máximo negativo según la resistencia a la compresión con la que se esté trabajando (Ver Fig. 24)

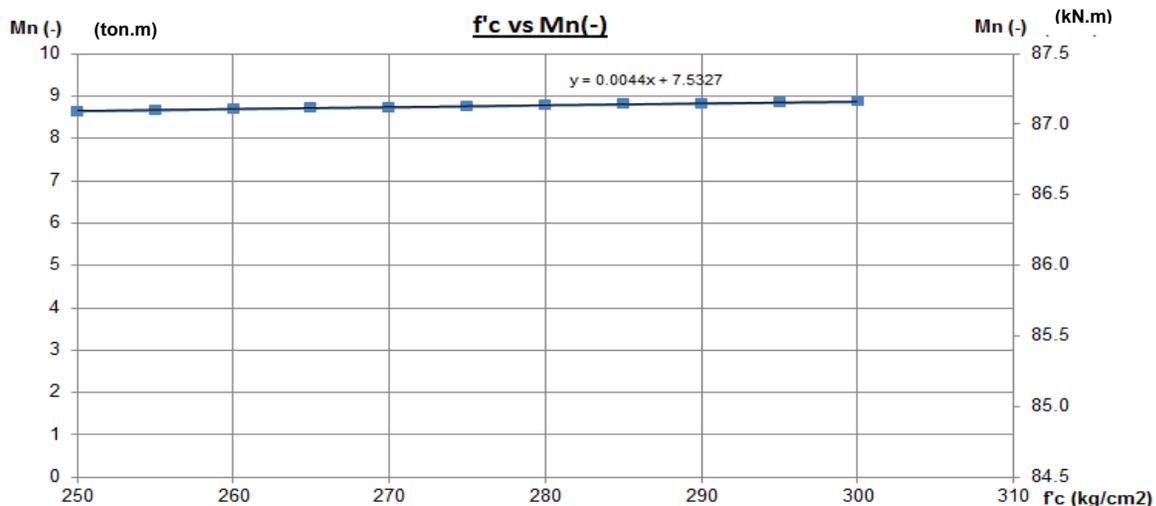


Fig. 24 – Resistencia a la compresión vs Mn(-)

Adicional al gráfico, se ha añadido la ecuación de la recta que representa esta variación. Vemos que gráficamente la variación es mínima. Esto también se puede comprobar en la pequeña pendiente de la línea de tendencia. Por esta razón, suponer un  $f'c = 28.5 \text{ MPa}$  ( $280 \text{ kg/cm}^2$ ) para todas las vigas no representa una fuente de error sustancial ya que la diferencia entre el  $M_n$ - obtenido con  $f'c = 25 \text{ MPa}$  ( $250 \text{ kg/cm}^2$ ) y  $30 \text{ MPa}$  ( $300 \text{ kg/cm}^2$ ) es de apenas 2.5%.

Una vez definido el  $f'c$  con el que se trabajará, se presenta a continuación el diagrama de Hognestad [9] para concreto no confinado con el que se trabajará para el análisis (Ver Fig. 25).

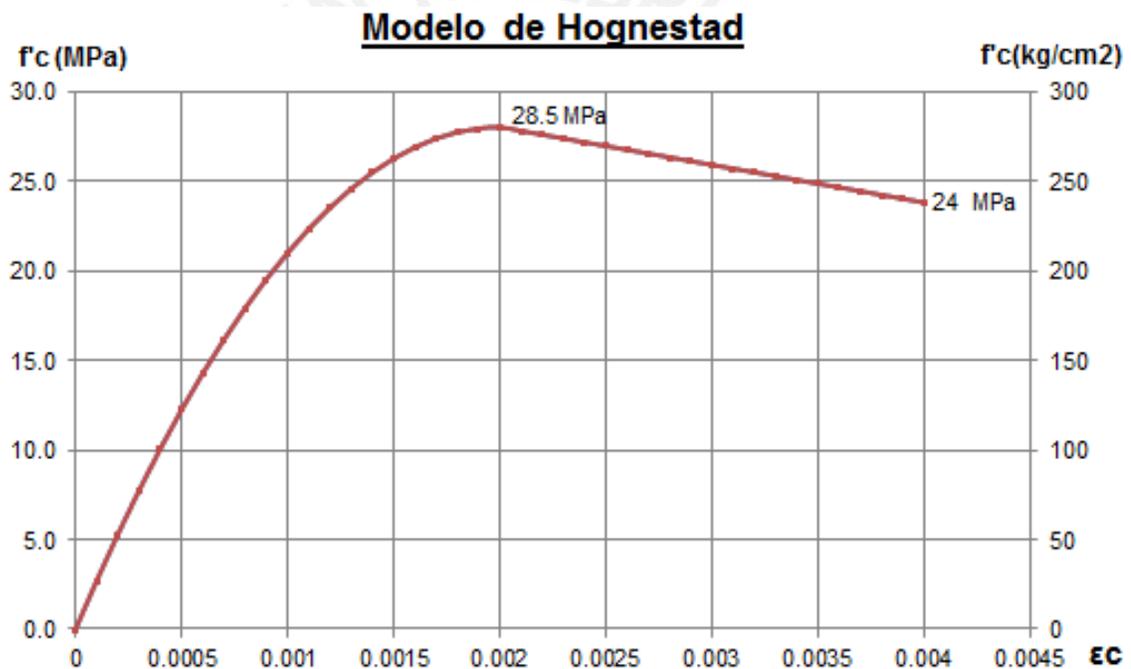


Fig. 25 – Diagrama constitutivo de Hognestad para concreto no confinado

#### 4.1.2. Modelo esfuerzo – deformación para el acero

Para el diseño y construcción de las vigas se utilizaron distintos diámetros de acero. Cada diámetro usado fue ensayado y con esto se pudo obtener sus propiedades mecánicas para poder utilizarse en el análisis. Como se muestra en la tabla N°11, cada diámetro tiene un comportamiento distinto. Por este motivo, durante el análisis se trabajó cada acero con su diagrama constitutivo correspondiente.

La figura 26 muestra, a manera de ejemplo, el diagrama constitutivo teórico propuesto por Chang & Mander [12] para el acero de 5/8” utilizado. Es importante destacar que tanto los ensayos para el acero como el de las vigas, fueron controlados por carga.

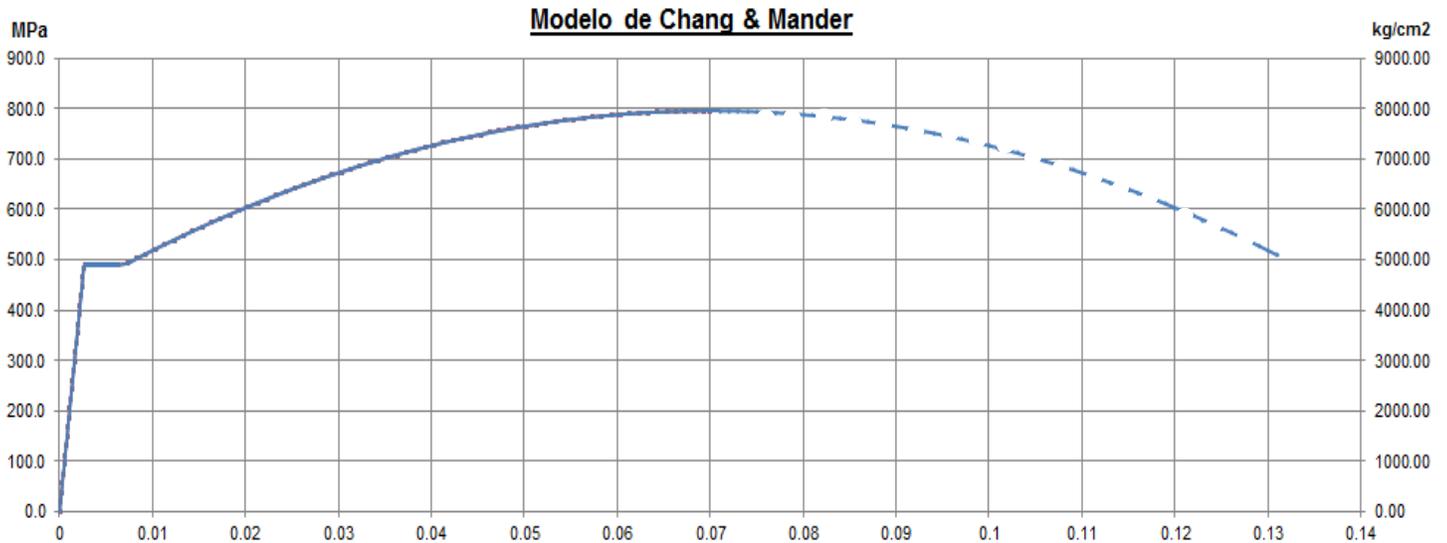


Fig. 26. Diagrama constitutivo de Chang & Mander para el acero de 5/8”

#### 4.2. Diagramas de momento – curvatura de las vigas

Una vez presentados los diagramas de esfuerzo – deformación tanto para el concreto como para el acero, se presenta a continuación la metodología seguida para hallar el diagrama de momento – curvatura para cada una de vigas.

1. Se asume un valor de  $\epsilon_c$  para el concreto
2. Se asume una profundidad del eje neutro, "c", para este valor.
3. Se halla la deformación de cada una de las capas de acero de la sección.
4. Con el diagrama constitutivo del acero, se halla el esfuerzo asociado a cada deformación.
5. Con el esfuerzo del acero, se halla la fuerza desarrollada en cada una de estas capas de acero con el área de dicha capa.
6. Se halla el esfuerzo del concreto con el diagrama de esfuerzo – deformación asumido y el  $\epsilon_c$ .
7. Se halla la fuerza en el concreto utilizando el parámetro "k1" dado para el diagrama de Hognestad y la siguiente expresión:  $C_c = k1 * f'c * c * b$
8. Se verifica el equilibrio en la sección. Si este no se da, se debe volver al punto 2 y asumir otra profundidad del eje neutro.

9. Una vez que se da el equilibrio, se halla el momento resistente para cada etapa y también se calcula la curvatura para dicho momento de la siguiente manera:

$$\phi = \frac{\varepsilon_c}{c} \dots (13)$$

A continuación se presenta una tabla con los resultados de realizar el diagrama de momento – curvatura para cada una de las vigas. El análisis fue realizado con los modelos de Hognestad (Fig.25) para el concreto no confinado y Chang & Mander (Fig. 26) para el acero, con  $d = 270$  mm. Para la VB04, se añadió los resultados de la sección central.

Tabla 6 – Resultado para el análisis de secciones de **momento negativo y positivo (para VB04)**

Viga	VA-01 (BASE)		VA-02		VA-03		VB-04			
	Empotramiento (-)						Empotramiento (-)		Central (+)	
	kN.m	Ton.m	kN.m	Ton.m	kN.m	Ton.m	kN.m	Ton.m	kN.m	Ton.m
Mcr	12.2	1.2	12.2	1.2	12.2	1.2	12.2	1.2	12.1	1.2
My	69.4	7.1	52.3	5.3	47.1	4.8	90.1	9.2	42.8	4.4
Mn	86.1	8.8	70.3	7.2	62.5	6.4	103.6	10.6	57.7	5.9
	mm	cm	mm	cm	mm	cm	mm	cm	mm	cm
cy	82.8	8.28	72	7.2	67.08	6.71	103.22	10.32	64.09	6.41
ct	46.9	4.69	40	4.0	37.19	3.72	62.10	6.21	34.17	3.42
$\varepsilon_t$ (asociado a ct)	-1.90%		-2.33%		-2.50%		-1.34%		-2.8%	
$\phi_{cr}$ ( $1/m \times 10^{-3}$ )	0.88		0.90		0.90		0.86		0.92	
$\phi_y$ ( $1/m \times 10^{-3}$ )	14.07		12.64		12.98		13.79		11.17	
$\phi_{ult}$ ( $1/m \times 10^{-3}$ )	85.27		101.09		107.54		64.41		117.08	
$\mu\phi$	6.1		8.0		8.3		4.7		10.5	

Como se indicó en el acápite 2.7, la norma E.060 estipula que para aplicar redistribución de momentos, la deformación mínima del acero cuando se llega al momento nominal máximo debe ser  $\varepsilon_t = 0.75\%$ . Vemos que para todas las secciones se cumple este requerimiento.

Aplicando las expresiones para redistribución de momentos mostrados en la tabla N°2 se obtiene lo siguiente:

- E.060 y ACI 318-14 : 19% (**Máximo 20%**)
- CSA (CANADA) : 21% (**Máximo 20%**)
- BS (Reino Unido) : 43% (**Máximo 30%**)
- EC 2 (Eurocódigo): 28% (**Máximo 30**)

De lo antes calculado se puede ver que, si se utilizara el EC2 o la norma BS, se podría redistribuir hasta casi 30%. En el caso de las vigas para la presente tesis, se forzará la redistribución de momentos en 20% y 30% para obtener las vigas VA02 y VA03, respectivamente. Todo esto se hará con cargo a verificar que el comportamiento en servicio sea adecuado

En la figura 27, se muestra el diagrama de momento – curvatura en la zona del **empotramiento** para todas las vigas estudiadas.

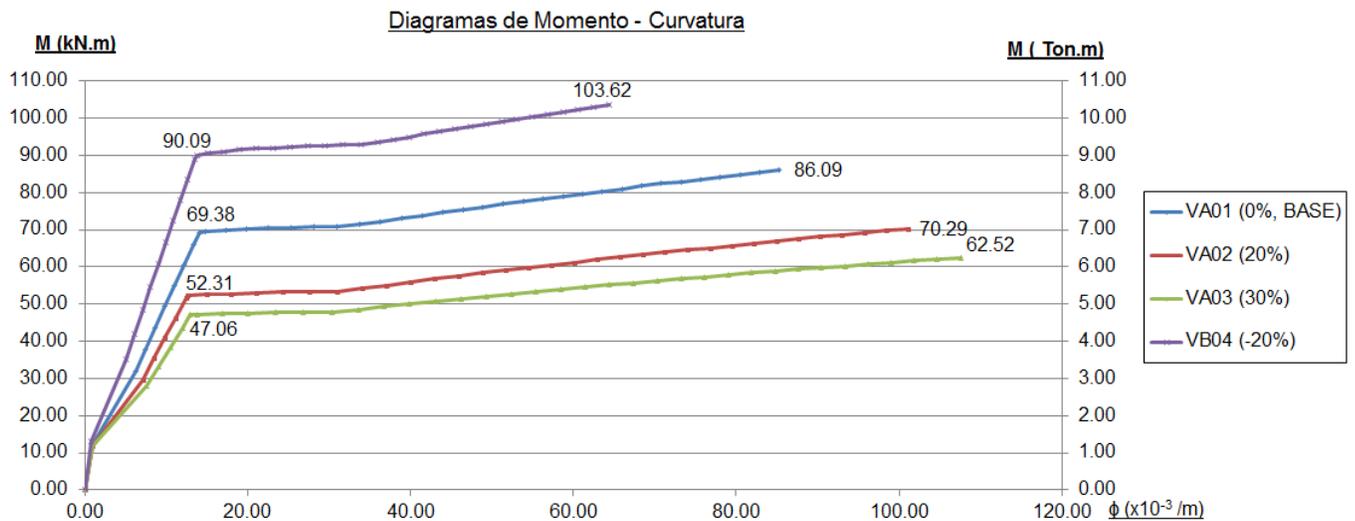


Fig. 27 – Diagrama de momento – curvatura para las vigas estudiadas (**Analítico**)

De los diagramas hallados se puede comentar lo siguiente:

1. El momento de agrietamiento y la curvatura de agrietamiento no se ve afectada por la disminución de acero debido a que estas dependen netamente de la sección de concreto. Esta es igual para los cuatro casos.
2. Se puede observar que la viga VB04 es la que cuenta con mayor momento nominal máximo y también mayor momento de fluencia. A medida que se va disminuyendo el acero negativo debido a la redistribución, disminuyen estos momentos.
3. La curvatura de fluencia no varía en gran medida cuando se disminuye el acero negativo en tracción. La viga VA03 tiene una variación del 8% en cuanto a la curvatura de fluencia respecto a la viga base.

- La curvatura última aumenta en gran medida. Mientras menos acero en tracción haya, mayor será la curvatura última. La viga VA03 tiene 26% más curvatura última respecto a la viga base.

Esto es lógico si se analiza que las vigas con menos acero, tendrán que desarrollar deformaciones mayores cuando llegan a su momento nominal máximo, el cual será menor debido a la menor presencia de acero.

- El eje neutro para el momento nominal máximo también disminuye a medida que se reduce el área de acero en tracción. Esto se debe a que, para el equilibrio, el concreto requerirá de un área menor en compresión para equilibrar una menor área de acero en tracción que, lógicamente, genera menos fuerza en tracción.
- Por lo comentado en el punto 2 y 3, se puede notar como va aumentando la ductilidad de curvatura a medida que se reduce la cuantía de acero en tracción. Por esto se puede concluir que una sección con menos acero en tracción es más dúctil que una con mayor cuantía.

### 4.3. Diagramas de momento – rotación de las vigas

Como se comentó en el acápite 2.6.2., a partir de los diagramas de momento curvatura es posible hallar los diagramas de momento – rotación de las vigas. Esto se obtiene multiplicando las curvaturas por  $d/2$  [4]. La figura 28 muestra los diagramas de momento rotación para la sección de empotramiento de las vigas. Por lo antes mencionado, es lógico que estos tengan la misma forma que los diagramas de momento – curvatura.

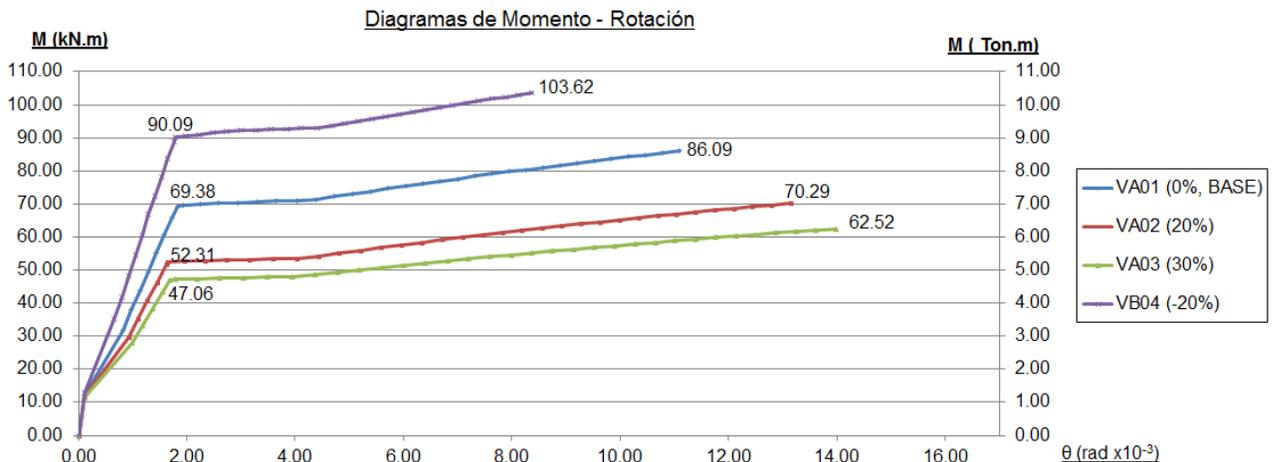
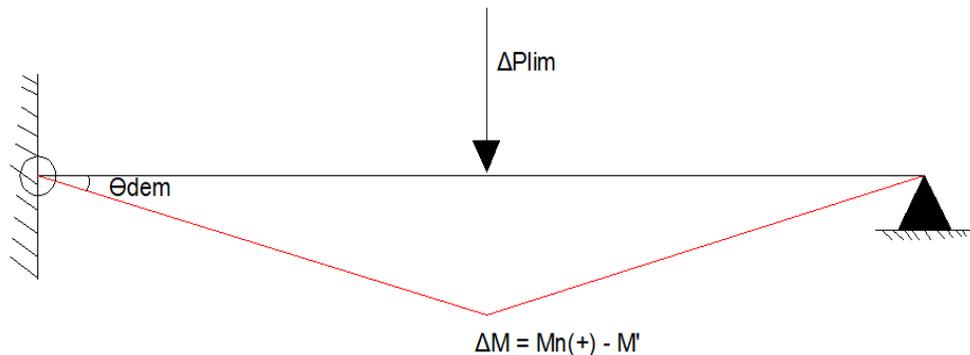


Fig. 28 – Diagrama de momento – rotación para las vigas estudiadas (Analítico)

#### 4.4. Capacidad de rotación inelástica y demanda de rotación

La capacidad de rotación inelástica de la viga viene dada por la diferencia entre la rotación última ( $\theta_{ult}$ ) y la rotación de fluencia ( $\theta_y$ ). Si bien es cierto que la viga desarrolla rotaciones elásticas en secciones aledañas al empotramiento y en todas las secciones a continuación de estas, la rotación que nos interesa estudiar es la inelástica. Es importante notar que, por definición, la zona de empotramiento no presenta giros.

En cuanto a la demanda de rotación, una vez que la sección de máximo momento negativo llegue a la fluencia y asumiendo un diagrama de momento – rotación elastoplástico perfecto, se calcula como la rotación de una viga simplemente apoyada con una carga centrada como se muestra en la figura 29. La suposición del diagrama elastoplástico no es cierta si se observa la figura 28. Para fines de estimar la rotación inelástica utilizada, se considera adecuada dicha suposición.



$$\theta_{disp} = (\phi_u - \phi_y) * l_p$$

$$\theta_{dem} = \frac{\Delta P_{lim} * L^2}{16 * E * I_{cr}}$$

- $l_p$  = Longitud de rotula plástica equivalente. “d/2” para vigas ( Mattock, 1965)
- $I_{cr}$  = Inercia de la sección agrietada
- $E I_{cr} = 396 \text{ ton} \cdot \text{m}^2$

Fig. 29 – Cálculo de la demanda de rotación inelástica

A continuación se presenta la tabla 7, que contiene la capacidad de rotación de cada una de las vigas y la demanda en las mismas

Tabla N°7 – Uso de rotación inelástica en las vigas estudiadas

Viga	VA-01 (BASE)		VA-02		VA-03		VB-04	
	Empotramiento (-)							
$\phi_y (1/m \times 10^{-3})$	14.07		12.64		12.98		11.17	
$\phi_{ult} (1/m \times 10^{-3})$	85.27		101.09		107.54		117.08	
$\Theta_{disp} (rad)$	9.6E-03		1.2E-02		1.3E-02		1.4E-02	
$\Delta P_{lim}$	kN	Ton	kN	Ton	kN	Ton	kN	Ton
	0	0	26.8	2.7	32.3	3.3	23.7	2.4
$\Theta_{demandado} (rad)$	0		3.6E-03		4.4E-03		6.4E-03	
%Uso rotación inelástico	0%		30%		34%		45%	

De la tabla presentada, se puede comentar lo siguiente:

1. La viga base fue diseñada usando análisis lineal – elástico y diseño por resistencia. Las secciones de máximo momento positivo y negativo tienen el acero necesario según diseño y no presentan holgura. Por este motivo, el mecanismo plástico supuesto para esta viga debería darse con la formación de la primera y segunda rótula en simultáneo. Es por este motivo que la demanda de rotación inelástica se estima como 0 para esta viga.
2. A partir de la viga VA02 se puede ver cómo va aumentando el consumo de la rotación inelástica hasta llegar el 34% y 45% para las vigas VA03 y VB04. El consumo de rotación inelástica es bajo. Esto quiere decir que al formarse el mecanismo plástico, las vigas podrían seguir rotando inelásticamente hasta producir un colapso total o hasta que se produzca una falla por corte.
3. Se debe tomar en consideración que la rotación inelástica medida para la viga VB04 corresponde a la sección central, donde se forma la primera rótula en este caso.
4. Al aumentar la ductilidad de curvatura a medida que disminuye la cuantía de acero en tracción, va aumentando también la capacidad de rotación inelástica. Esto se puede comprobar al ver la expresión dada en la figura 29 para calcular la capacidad de rotación.

#### 4.5. Análisis del estado de servicio

Para el estudio de la redistribución de momentos es importante analizar el comportamiento de las vigas en servicio. Se debe recalcar que la limitación del 20% para redistribuir, busca obtener un comportamiento adecuado en servicio ya que la expresión de cálculo de redistribución de momentos dado por la norma E.060 y otras normas (ver acápite 2.7.1.) no incluye parámetros relacionados a deflexiones, agrietamiento ni esfuerzos en este estado.

##### 4.5.1. Esfuerzos en el acero y concreto en servicio

Para poder calcular los esfuerzos en el acero y el concreto en servicio, se debe calcular primero la carga en servicio y luego el momento flector máximo en servicio. Como se indicó anteriormente, se asumirá que la carga de servicio para las vigas es de  $P_u/1.5$ . De esta manera y asumiendo un diagrama de momentos elástico, se halló el momento de servicio en la zona del máximo momento negativo. Los resultados para los esfuerzos en servicio se dan en la tabla N°8.

Tabla N°8 – Esfuerzos en servicio para el concreto y acero

Análisis del estado de servicio (esfuerzos)				
		kN		Ton
Pu (resistencia)		101.4		10.3
Pservicio		67.6		6.9
		kN.m		Ton.m
Mserv	Empotramiento	36.8		3.7
	Central	30.6		3.1
Viga		VA-01 (BASE)	VA-02	VA-03 VB-04
Esfuerzos		Empotramiento		
As- (cm2)		6.00	4.71	4.00 8.52
fs serv ( MPa)		266.13	335.02	391.54 191.00
fy (MPa)		479.10	479.10	479.10 468.91
fs serv / fy		56%	70%	82% 45%
fc (MPa)		17.29	18.84	20.00 15.38
f'c (MPa)		28.5		
fc/f'c		61%	66%	70% 54%
Esfuerzos		Central		
As+ (cm2)		5.29	6.00	6.00 3.87
fs serv ( MPa)		249.96	221.78	221.78 336.75
fy (MPa)		479.10	479.10	479.10 468.91
fs serv / fy		52%	46%	46% 80%
fc (MPa)		18.07	17.29	17.29 20.24
f'c (MPa)		28.5		
fc/f'c		63%	61%	61% 71%

Para la tabla mostrada, se puede acotar lo siguiente:

1. El momento de servicio es el mismo para todas las vigas, asumiendo que la carga de servicio también lo es. Esto es lógico debido a que en una viga real, el diseño esta dado para una carga última dada, la cual debe ser soportada de la misma manera por una viga con redistribución de momentos.
2. El esfuerzo de servicio para el acero y concreto fue calculado considerando un estado lineal elástico y la sección transformada agrietada, tomando en cuenta que el momento de servicio es mayor al de agrietamiento (ver tabla 6). Se pudo comprobar que la expresión, mostrada a continuación, recomendada por la norma E.060 y que proviene de una estimación de la posición del eje neutra para un estado lineal – elástico, da resultados certeros para el cálculo del esfuerzo en servicio del acero.

$$f_s = \frac{M_{serv}}{0.9 \cdot d \cdot A_s} \dots (14)$$

3. Los esfuerzos del acero para estado de servicio, en general, son aceptables si se compara con un valor típico que es 60% del esfuerzo de fluencia. Solo para el caso de la viga VA02 y 03 (20% y 30% de redistribución), el esfuerzo en servicio supera el valor típico en la sección del empotramiento. Lo mismo sucede para la viga VB04 (20% de redistribución de momento positivo) en la sección central.
4. El esfuerzo promedio del concreto en la sección de empotramiento es de 0.63f'c y 0.62f'c para la sección central, es decir 40% mayor al esfuerzo que se asume normalmente para estado de servicio (0.45f'c). Incluso un análisis lineal – elástico ya no sería válido para esta etapa.

#### 4.5.2. Agrietamiento en servicio

El agrietamiento de las vigas se estudiará utilizando las expresiones para el ancho de grieta dadas por Gergely & Lutz [24], las cuales son resultado del estudio del patrón de agrietamiento de un gran número de vigas de concreto armado. El parámetro “Z” de la norma proviene de este estudio y busca controlar el ancho de grieta en el estado de servicio.

$$Z = f_s * \sqrt[3]{d_c * Act}$$

**Límite de la norma E.060: Z = 26000 kg/cm (26 kN/mm)**

- $d_c$  = Distancia entre la fibra extrema en tracción y centroide del acero más cercano a esta
- $Act$  = Área efectiva del concreto en tracción que rodea al refuerzo principal en tracción, dividida entre el número de barras.
- $f_s$  = Esfuerzo de servicio en el acero en tracción

La tabla N°9 muestra el resultado del cálculo del parámetro Z de agrietamiento para las vigas estudiadas.

Tabla N°9 – Parámetro Z y ancho de grieta estimado

Viga	VA-01 (BASE)		VA-02		VA-03		VB-04	
Act (cm <sup>2</sup> )	mm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>
	6587.5	65.9	4391.67	43.9	4391.67	43.9	4180	41.8
dc (cm)	mm			cm			mm	cm
	33			3.3			31.35	3.1
$\beta$	1.2							
<b>Sección</b>	<b>Empotramiento</b>							
Parametro Z	kN/mm	kg/cm	kN/mm	kg/cm	kN/mm	kg/cm	kN/mm	kg/cm
	16	15688	18	17252	21	20163	10	9517
Z / Z <sub>max</sub>	62%		68%		79%		37%	
$\omega$ (mm)	0.21		0.23		0.27		0.13	
<b>Sección</b>	<b>Central</b>							
Parametro Z	kN/mm	kg/cm	kN/mm	kg/cm	kN/mm	kg/cm	kN/mm	kg/cm
	15	14735	12	11421	12	11421	17	17058
Z / Z <sub>max</sub>	58%		45%		45%		67%	
$\omega$ (mm)	0.19		0.15		0.15		0.23	

Como se puede ver en los resultados, el parámetro Z es adecuado incluso para la viga con 30% de redistribución. En la sección central, donde el agrietamiento es más visible, las grietas están controladas por el acero positivo. En esta sección el ancho de grieta máximo esperado se da para viga VB04, la cual cuenta con la menor cuantía de acero positivo.

En la sección del empotramiento, donde las grietas normalmente no son visibles por la presencia de losas (en una estructura convencional), el agrietamiento va aumentando al reducirse la cuantía de acero negativo. El mayor ancho de grieta se da en la viga VA03.

#### 4.6. Diagramas de carga – deflexión al centro de la luz

Para hallar la deflexión al centro de la luz de cada una de las vigas, se usó un procedimiento numérico basado en la relación entre la curvatura de cada sección y la rotación de la misma debido a una carga aplicada.

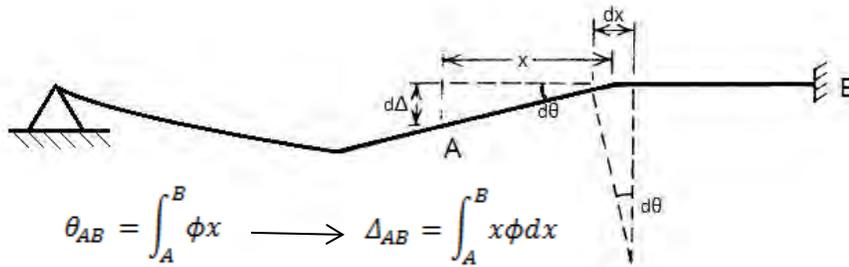


Fig. 30 – Cálculo de deflexión mediante integración [editada de 10]

En la figura 30, se puede observar una viga empotrada apoyada en la que se muestra la relación geométrica, válida para desplazamientos pequeños, entre la deflexión y el giro. Como la curvatura está definida como el cambio de rotación por unidad de longitud [8], la rotación entre los puntos aledaños A y B (figura 30) está dada por la integral mostrada en la misma figura. Dado que para desplazamientos pequeños, la deflexión es igual al giro por la longitud, luego la expresión mostrada es válida para el cálculo de deflexiones entre dos puntos aledaños.

Como se trata de una longitud diferencial, para calcular la deflexión del centro de la luz, se debe realizar una sumatoria de deflexiones entre longitudes diferenciales desde cada extremo (empotramiento y apoyo) hasta el centro de la luz.

Luego, el procedimiento consiste en lo siguiente:

1. Aplicar un incremento de carga "P", calcular el diagrama de momento flector (DMF) asociado y la curvatura asociada en cada punto de la viga.
2. Con la curvatura en cada una de las secciones, se aplica la integral dada en la figura 30 y se puede hallar la deflexión. Por simplicidad se utilizó integración numérica de una cantidad finita de puntos

3. Cabe destacar que para hallar la deflexión asociada a cada incremento de carga es necesario realizar la sumatoria de todas las deflexiones halladas para cada par de puntos (A y B) entre cada extremo de la viga hasta llega al centro de la luz.

De esta forma, en la figura 31 se presenta los diagramas de carga vs deflexión para las vigas.



Fig. 31 – Carga – Deflexión al centro de la luz (Analítico)

## 5. Construcción de los especímenes

La construcción de las cuatro vigas fue realizada en el Laboratorio de Estructuras de la Pontificia Universidad Católica del Perú (LEDI) durante los meses de julio y agosto del 2017.

Todas las vigas cuentan con un bloque de concreto de 1200 mm por 1200 mm y 200 mm de ancho. Las vigas como tal, tienen una longitud total de 3000 mm, un ancho de 200 mm y una altura de 300 mm. El acero utilizado fue acero corrugado de producción nacional, del cual se hablará más adelante.

El detalle del acero longitudinal y estribos utilizado para cada viga se muestra en el Anexo 1 de la presente tesis. Cabe resaltar que tanto el acero longitudinal superior como inferior fue corrido y no se utilizó corte de fierro ni bastones de refuerzo. Además, los estribos fueron colocados cada 100 mm, de acuerdo al diseño por capacidad.

A continuación se hará una revisión de las consideraciones y procedimiento seguido para la construcción de las mismas.

### 5.1. Descripción de las condiciones de construcción

Dentro del LEDI se habilitó una zona donde se realizó la construcción de las vigas. Esta fue realizada en dos tiempos: las vigas VA01 y VA02 fueron construidas primero, luego las VA03 y VB04. Entre el vaciado de cada par de vigas hubo una diferencia de 11 días.

Como se puede ver en las figuras 32 y 33, las vigas fueron construidas de manera horizontal para facilitar la labor tanto de colocación de la armadura de acero como del vaciado de concreto.



Fig.32. Armado de fierro de los especímenes



Fig.33. Encofrado concluido de las vigas

Cabe resaltar que el izado de las vigas para el transporte hacia la zona de ensayo fue hecho con fajas que no afectaran el comportamiento de las mismas ni le generaron daños estructurales.

## 5.2. Detalles del proceso constructivo

Las vigas tuvieron la particularidad de contar con dos tubos que funcionaron como pase para poder insertar, posteriormente, las barras de acero de alta resistencia que sirvieron para anclar la viga a la losa de reacción del laboratorio y, de esta manera, poder generar el empotramiento. En la figura 34 se muestra el detalle de la colocación de los pases, tal como figura en los planos de detalle de diseño.

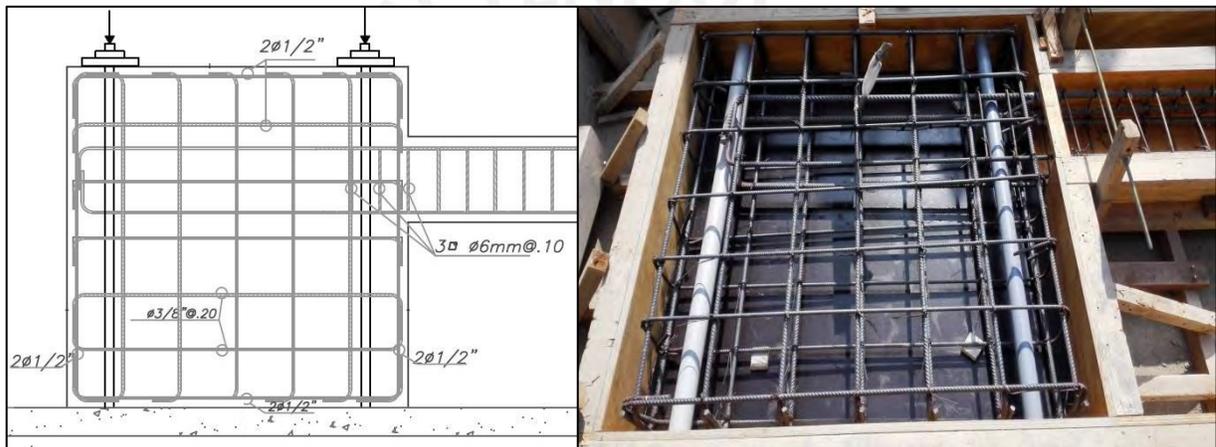


Fig.34. Detalle de pase para anclajes en el bloque de empotramiento

Otro detalle importante dentro de la construcción de las vigas fue la inclusión de cuatro strain gauges por viga, adheridos al acero de tracción en la zona de máximo momento negativo y positivo. El procedimiento de colocación de los strain gauge está detallado en el capítulo 6.

Al haber tuberías eléctricas de bajo diámetro pasando por las vigas durante el vaciado, se tuvo que tener cuidado al momento de la instalación en el acero y también durante el vaciado.

Como se puede notar en la figura 35, la zona donde se colocaron los strain gauge tuvo que ser esmerilada para lograr una superficie lisa, apropiada para pegarlos. La reducción del diámetro es insignificante por lo que se no se considera pérdidas de resistencia debido a esto.



Fig.35. Colocación de strain gauges y recorrido de tubería eléctrica

### 5.3. Diseño de mezcla de concreto y vaciado de especímenes

Para la mezcla de concreto usada para el vaciado de las vigas, se utilizó agregado que fue facilitado por el LEDI. A este agregado se le realizaron pruebas usuales para determinar sus propiedades tales como: Humedad natural, humedad de absorción, peso específico seco, peso unitario suelto y varillado.

Luego de obtener las propiedades del mismo, se realizó el diseño de mezcla utilizando el método de Fuller debido a que los agregados no estaban normados y no eran adecuados para utilizar el método propuesto por el ACI. En la tabla 10 se muestra una dosificación para 1 m<sup>3</sup> de mezcla, con una relación de agua/cemento ( $a/c$ ) = 0.73 con el que se esperaba obtener un concreto con  $f'c = 25$  MPa (250 kg/cm<sup>2</sup>). Cabe resaltar que para el vaciado de las vigas no se utilizó ningún tipo de aditivo.

Tabla N°10 - Diseño de mezcla típico para las vigas

Material	Peso (kg)	Volumen (m3)
Agua	210.0	0.21
Cemento	287.7	0.09
Aire	-----	0.02
Arena	959.1	0.36
Grava	880.4	0.32
	2337.1	1.00

### 5.3.1. Vaciado de concreto de los especímenes

Los vaciados de concreto fueron realizados en dos días. Cada día de vaciado se hicieron dos vigas, siendo las VA01 y VA02 vaciadas el primer día.

Las condiciones de vaciado fueron muy similares para ambos casos. Al ser realizadas en el mes de agosto y durante la mañana, se tuvo un porcentaje de humedad del 70% y 18°C de temperatura. La mezcla fue realizada en una mezcladora eléctrica y la colocación fue manual. Para el vibrado de la mezcla se utilizó una vibradora eléctrica.

En las figuras 36 y 37, se muestra algunas imágenes del vaciado de las vigas.



Fig. 36. Vaciado y vibrado del concreto en vigas



Fig. 37. Acabado en superficie libre de las vigas

El vaciado de cada par de vigas duró, aproximadamente, 2 horas. Se pudo registrar que el proceso de fragua inicial del concreto comenzó a las 3 horas luego de colocado el concreto y la fragua final, a las 5 horas respecto al inicio del vaciado. Es importante resaltar que el vaciado fue realizado en invierno y el tiempo de fragua se retrasa durante esta estación.

Por otro lado, por cada día de vaciado se sacaron 8 probetas provenientes de distintas tandas preparadas.

### 5.3.2. Proceso de curado

El día posterior a los vaciados de concreto, se procedió a colocar sacos de yute humedecidos sobre las vigas para iniciar el proceso de curado durante siete días (ver Figura 38 y 39).

Cabe resaltar que 6 de las 8 probetas que se sacaron por cada día de vaciado, tuvieron un curado similar al de las vigas. Las dos restantes fueron curadas por inmersión en una poza con agua con temperatura controlada durante 28 días para poder revisar la influencia del curado en la resistencia del concreto.



Fig. 38. Curado de vigas y probetas



Fig. 39. Curado de vigas totalmente desencofradas

#### 5.4. Ensayos de los materiales usados en la construcción

Las probetas de concreto y las barras de acero corrugado que se usaron para la construcción, fueron ensayadas en el laboratorio para obtener propiedades reales de los materiales. A continuación se presentarán dichos ensayos y los resultados obtenidos de los mismos.

##### 5.4.1. Ensayo de compresión axial de probetas de concreto (6''x12'')

Para cada grupo de seis probetas de concreto que tuvieron curado húmedo usando yute (curado de obra), se realizó pruebas a los 14 y 45 días. Esta última cantidad de días fue elegida debido a que se buscó analizar la resistencia a compresión en una fecha cercana a los ensayos de las vigas. Las cuatro probetas que tuvieron curado de laboratorio fueron ensayadas a los 28 días. En la figura 40, se muestra la evolución de la resistencia de las probetas con curado de obra.

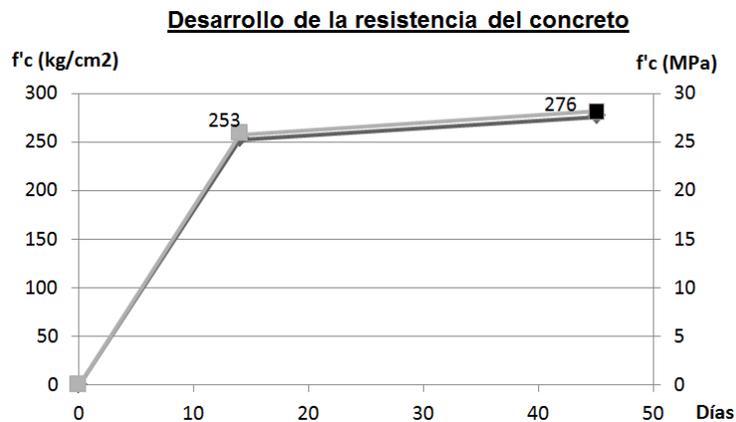


Fig. 40. Aumento de la resistencia a compresión del concreto (probetas curadas en condiciones de obra)

Es importante notar que el aumento de resistencia desde el primer ensayo hasta los 45 días, fue de apenas 9%. A partir de este momento se asume que la resistencia a la compresión del concreto no tendrá un aumento significativo incluso para el momento de los ensayos de las vigas.

Para las cuatro probetas curadas en condiciones de laboratorio durante 28 días, el promedio del ensayo a compresión axial fue de 28.5 MPa (280 kg/cm<sup>2</sup>). En comparación con las probetas que tuvieron curado con sacos de yute, las probetas con curado de laboratorio llegaron a una resistencia ligeramente mayor en una menor cantidad de tiempo. Esto era de esperarse debido a que tuvieron un curado óptimo, es decir en condiciones de laboratorio.

#### 5.4.2. Ensayo de tracción simple del acero corrugado

Para poder conocer el esfuerzo de fluencia, el esfuerzo máximo y el alargamiento de rotura del acero para cada uno de estos esfuerzos, se realizaron ensayos de tracción simple a todas las barras usadas para la construcción.

Para la construcción de las cuatro vigas se usó barras de acero corrugado 6 mm para los estribos y de 3/8", 1/2", 5/8" y 3/4" (Ver figura 41) para el acero longitudinal. Todos los ensayos tuvieron lecturas globales de fuerzas y deformación registradas por la maquina universal del LEDI y lecturas locales de deformación a lo largo de 50 mm registradas con un dispositivo de medición local (Ver figura 42).



Fig. 41. Barras de acero corrugado para ensayos



Fig. 42. Maquina universal y dispositivo de medición local

Con el objetivo de probar las lecturas dadas por los strain gauges y el pegamento utilizado para instalar los mismos en las vigas, se realizó una prueba durante este ensayo. Se tomó medidas locales de deformación utilizando los strain gauge y se verificó que estas fueran adecuadas. En la figura 43 se puede ver la varilla ensayada con un strain gauge para tomar medidas locales de deformación.



Fig. 43. Varilla con strain gauge para medir deformación local

En la figura 44, que se muestra a continuación, se presenta un comparativo entre las lecturas de deformación local obtenidas con el strain gauge y con el LVDT o equipo de medición local. Se puede notar la buena aproximación que se tiene en el rango lineal elástico y que las lecturas pasando esta zona, siguen teniendo una buena aproximación. Sin embargo, el esfuerzo de fluencia difiere pero esto se debe a que se tratan de distintas barras del mismo diámetro. Las especificaciones de los strain gauges indicaba que estos tienen capacidad de deformación de hasta 2.00%. Las lecturas registradas con este dispositivo llegaron hasta 1.75%.

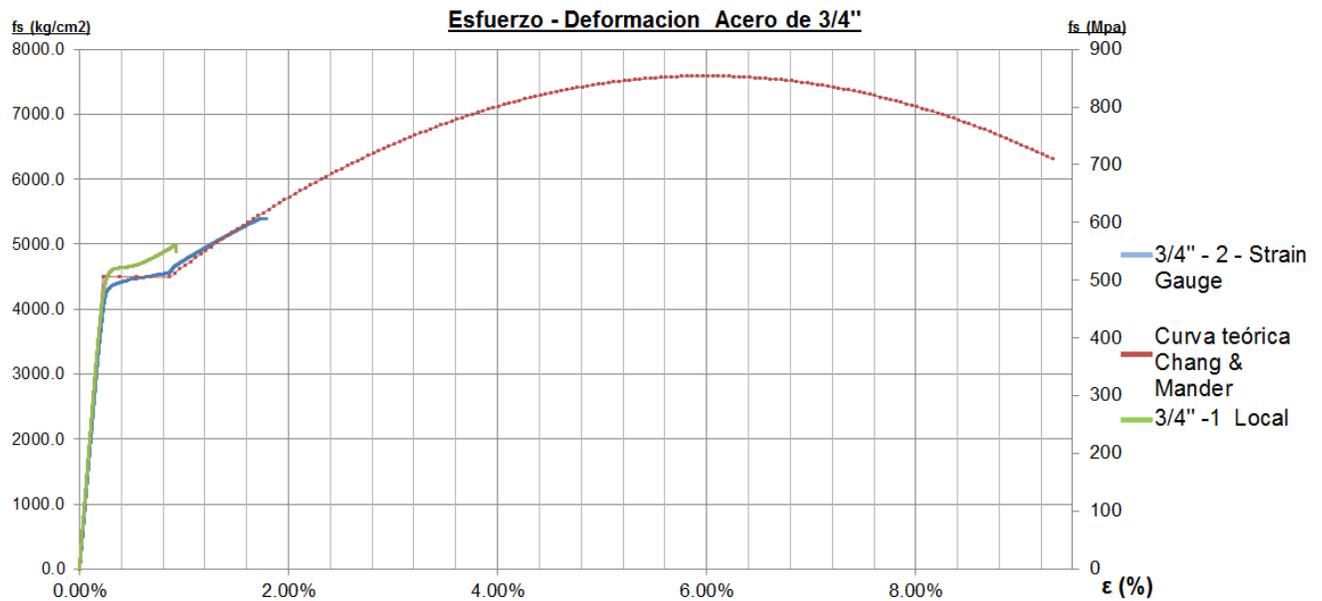


Fig. 44. Curva esfuerzo – deformación acero de 3/4"

Para cada barra de acero se pudo hallar distintas propiedades que se muestran en la tabla 11 a continuación.

Tabla N° 11 – Resultados ensayos de tracción simple

Acero	$\epsilon_y$	$f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\epsilon_{ult}$	$f_{ult}$ (kg/cm <sup>2</sup> )
6 mm	NA	4900	12%	7580
3/8"	0.25%	4600	16%	7250
1/2" -1	0.24%	4550	16%	7320
1/2" - 2	0.24%	4590	15%	7340
5/8" 1	0.23%	4500	17%	6980
5/8" 2	0.30%	4900	14%	7960
3/4" - 1	0.27%	4650	15%	7700
3/4" - 2	0.25%	4500	12%	7950

Se puede notar que no existe un patrón de tendencia para los principales parámetros obtenidos. Esto se debe a que entre una colada de acero y otras, varían los parámetros. Más aún, para los distintos diámetros, se tiene un esfuerzo de fluencia promedio de 4650 kg/cm<sup>2</sup>, deformación de fluencia de 0.25%, esfuerzo máximo 7500 kg/cm<sup>2</sup> y deformación de rotura de 15%. Para el caso del acero de 6 mm, la deformación de fluencia no pudo ser hallada debido a que no se utilizó un dispositivo de medición local para este caso.

En la figura 45 se muestran las curvas teóricas halladas y desarrolladas para cada diámetro ensayado. Cabe resaltar que cada curva local teórica, se aproximó hacia una curva de esfuerzo – deformación similar a la propuesta por Chang & Mander.

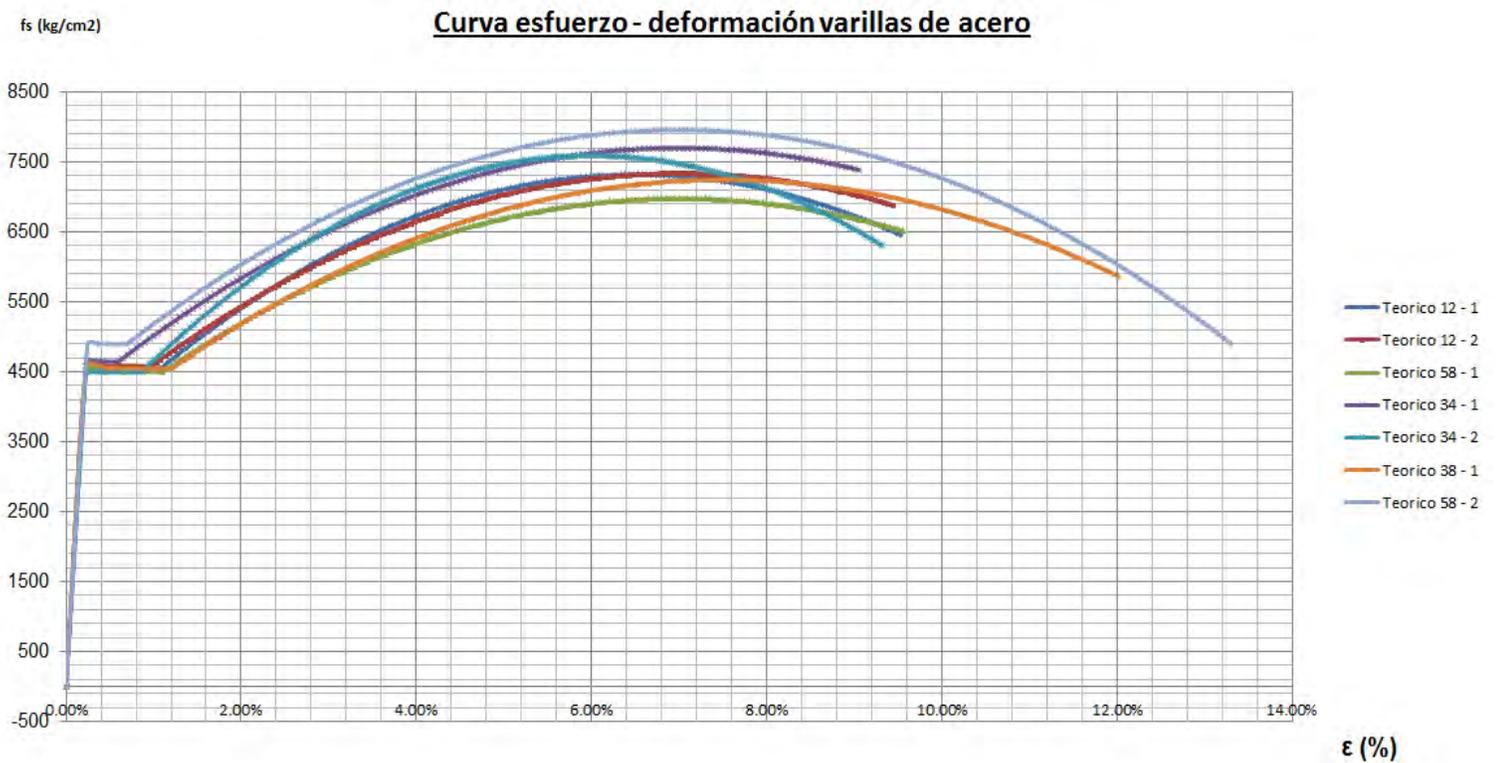


Fig. 45 – Curvas de esfuerzo – deformación para las barras ensayadas



## 6. Instrumentación de las vigas

Con el objetivo de poder medir la deformación en tracción del acero y compresión en el concreto, se instrumentaron las vigas tanto interna como externamente. Para la instrumentación interna se utilizó strain gauges en el acero de refuerzo, en las zonas donde se esperaba máximas deformaciones en flexión (Zona 1 y 2, Figura 47) para poder medir la deformación en tracción de los aceros. Por otra parte, para la instrumentación externa se utilizó LVDTs en las mismas zonas, para poder medir la deformación tanto en compresión del concreto como en tracción del acero, además de la deflexión al centro de la viga.

### 6.1. Instrumentación Interna: Strain gauges

Luego del armado de acero de las vigas y antes del vaciado, se ubicó las zonas donde se esperaba máximos momentos en la vigas. Estas fueron denominadas “Zona 1”, para el empotramiento y donde se esperaba el máximo momento negativo; y, “Zona 2”, para la zona central de la viga, donde se esperaba el máximo momento positivo.

En los aceros en tracción de estas zonas, se colocaron strain gauges o galgas extensiométricas, los cuales son dispositivos que miden deformación mediante la variación de la resistencia eléctrica que es experimentada en la rejilla de la zona encapsulada como se puede ver en la Fig. 46.



Fig. 46 – Strain Gauge colocado en acero en tracción

Los strain gauges colocados fueron de la marca TML del tipo PL (Polyester Strain Gauges) con una longitud efectiva de 5 mm de deformación. Según el proveedor y también los ensayos preliminares que se realizaron y fueron comentados en el capítulo 5.4.2, la lectura máxima de deformación que podían alcanzar estos dispositivos es del 2%. Esta última se considera que es bastante aceptable a pesar de que los strain gauges usados no eran de post fluencia. En el Anexo 3.1 se desarrolla una comparación entre las lecturas obtenidas con estos instrumentos y los obtenidos con los LVDT.

## 6.2. Instrumentación externa

En la figura 47, se muestra el esquema de instrumentación general de las vigas. En esta se puede observar las zonas de máximos momentos, la ubicación de los LVDTs y las celdas de carga utilizadas para aplicar la carga centrada y para leer la reacción del apoyo durante todo el ensayo.

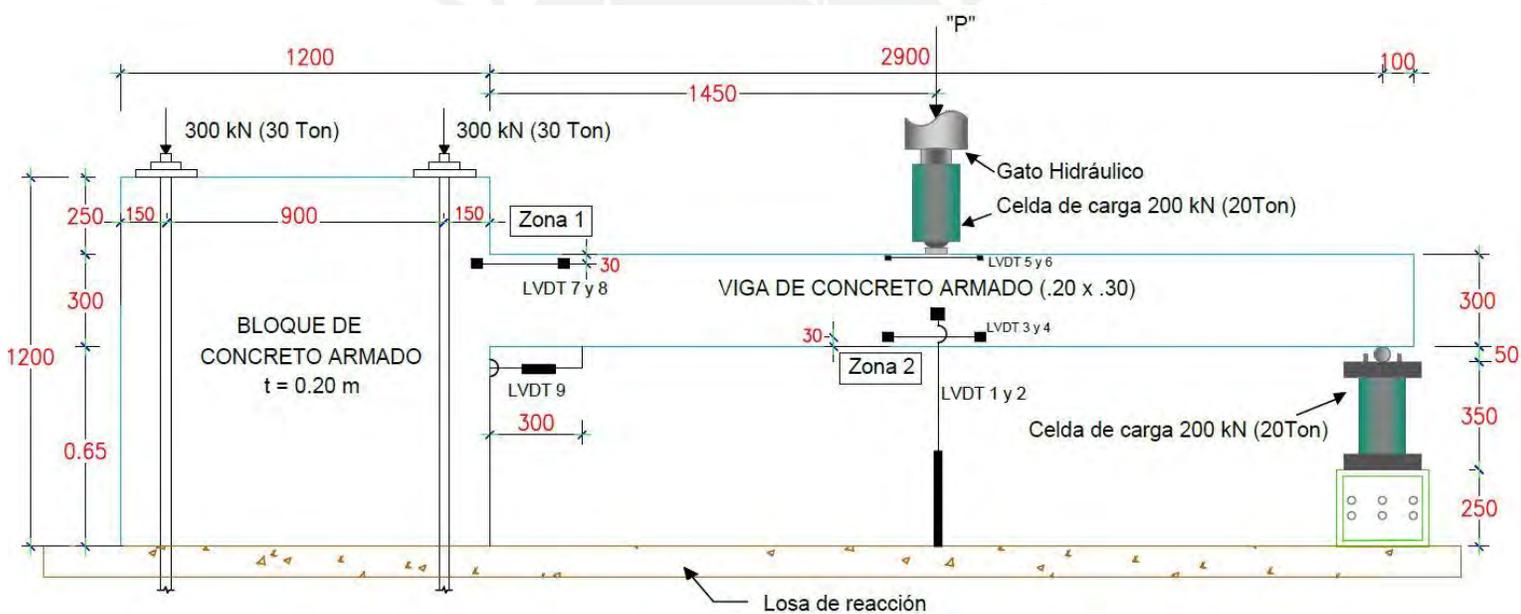


Fig. 47 – Dispositivo de ensayo y ubicación de LVDTs

El transporte e izado de las vigas desde el punto de construcción hasta la zona destinada para la instrumentación se hizo con la grúa puente del laboratorio y mediante la colocación de fajas en una solo punto de las vigas (Ver Fig.48) , aproximadamente en la zona 1. En esta zona se encuentra el centro de gravedad del espécimen y donde, teóricamente, se concentra la masa del mismo.



Fig. 48 – Izado y colocación en zona de anclaje

Se puede ver, también, en la fig. 48 las barras de acero que están colocados en la losa de reacción y que están siendo introducidos dentro del bloque de concreto para, posteriormente, aplicar la carga de tensado y generar el empotramiento.

Otra particularidad que tuvo el dispositivo de ensayo diseñado, fue la inclusión de una celda de carga en el apoyo del extremo derecho (Fig. 49). Se utilizó una celda con capacidad de 200 kN (20 Ton) con el fin de poder registrar la reacción del apoyo durante todo el desarrollo del ensayo y la cual fue de gran ayuda para poder calcular los momentos tanto en la zona del empotramiento como al centro de la luz, al volver la viga hiperestática en una isostática dado que se conoce la reacción en el apoyo derecho.



Fig. 49 – Celda de carga en el apoyo derecho

### 6.3. Ensayo de las vigas

Las cuatro vigas fueron ensayadas del 07 al 10 de noviembre del 2017, a una edad de 88 días para las vigas VA01 y VA02, y de 79 días para las vigas VA03 y VB04. El tensado del bloque de empotramiento y toda la instrumentación externa se realizaba durante la mañana del mismo día del ensayo.

La velocidad de ensayo fue de aproximadamente 5 kN/min y se mantuvo la carga durante 1 minuto por cada incremento de carga. Para las etapas donde se alcanzaba la carga del primer agrietamiento, servicio, fluencia en el acero negativo, fluencia en el acero positivo y carga límite, se mantuvo la carga durante algunos minutos para poder registrar deflexiones y agrietamiento en las zonas 1 y 2, donde se esperaba la formación de rótulas plásticas y concentración de grietas.

Las vigas fueron ensayadas hasta lograr la carga límite con una sobre resistencia estimada del 10% respecto a la carga límite teórica o hasta una deflexión de 95 mm, restricción que vino dada por la capacidad de desplazamiento del gato hidráulico que se utilizó para aplicar la carga.



Fig. 50 y 51 – Vigas preparadas para el ensayo (VA01 y VA02 respectivamente)

## **7. Análisis de resultados**

Se realizó un ensayo cada día durante las fechas comentadas anteriormente. En general, las vigas tuvieron un comportamiento dúctil con excepción de la viga VA02, la cual tuvo una falla por cortante al llegar al 10% adicional de la carga límite teórica. Se alcanzaron deflexiones del orden de los 92 mm y deformaciones importantes tanto en el concreto como el acero. A continuación se detallaran los resultados obtenidos y se compararan con el análisis teórico supuesto para las vigas del presente estudio.

### **7.1. Momento – curvatura real y teórico. Ductilidad de curvatura**

En líneas generales, las vigas tuvieron un comportamiento más dúctil respecto a lo esperado teóricamente. Esto se debe principalmente a que, para el final del ensayo en cada viga, el concreto llegó a deformaciones promedio (medidas en  $L = 300$  mm) de más del 1% para el caso de la zona de empotramiento y para la zona central de las vigas.

Para el cálculo teórico con el modelo de Hognestad de concreto no confinado, se estimó una deformación máxima del concreto,  $\epsilon_{cu}$ , de 0.004. Sin embargo, para mejorar este cálculo, se utilizó el mismo modelo del concreto pero con deformaciones de hasta 0.006 para la zona de momento negativo, y de 0.01 para la del momento positivo. Para ambos casos, el  $f'c = 280$  kg/cm<sup>2</sup> no fue modificado a pesar que se conoce que el concreto mejora su resistencia debido al efecto triaxial conferido por los estribos colocados.

En las fig. 52 y 53 se puede observar, en líneas punteadas, los diagramas teóricos de momento-curvatura elaborados con el modelo de Chang & Mander para el acero comentado en el capítulo 4.1.2, ajustados a los resultados reales de los ensayos en las varillas de acero y en línea continua los obtenidos experimentalmente. En general, la tendencia tanto en los diagramas para momento positivo y negativo, es que el momento máximo nominal teórico sea mayor que el real y que el momento de fluencia sea menor respecto al obtenido. La diferencia entre los diagramas teóricos y experimentales, se debe, básicamente, a que los resultados experimentados son producto de la medición en una longitud de 300 mm mientras que el análisis teórico fue realizado en una sola sección.

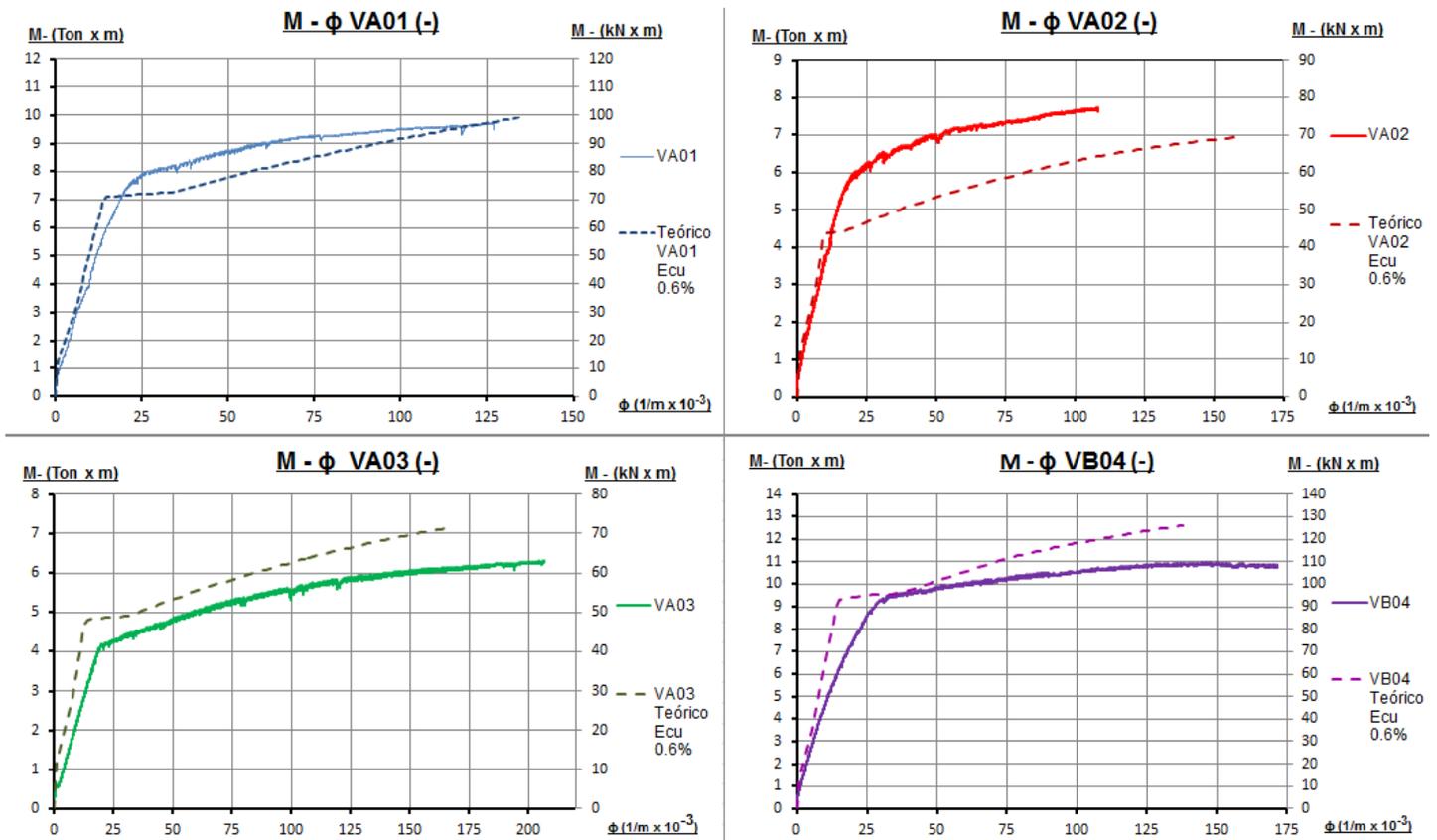


Fig. 52 – Momento vs Curvatura en la sección del empotramiento

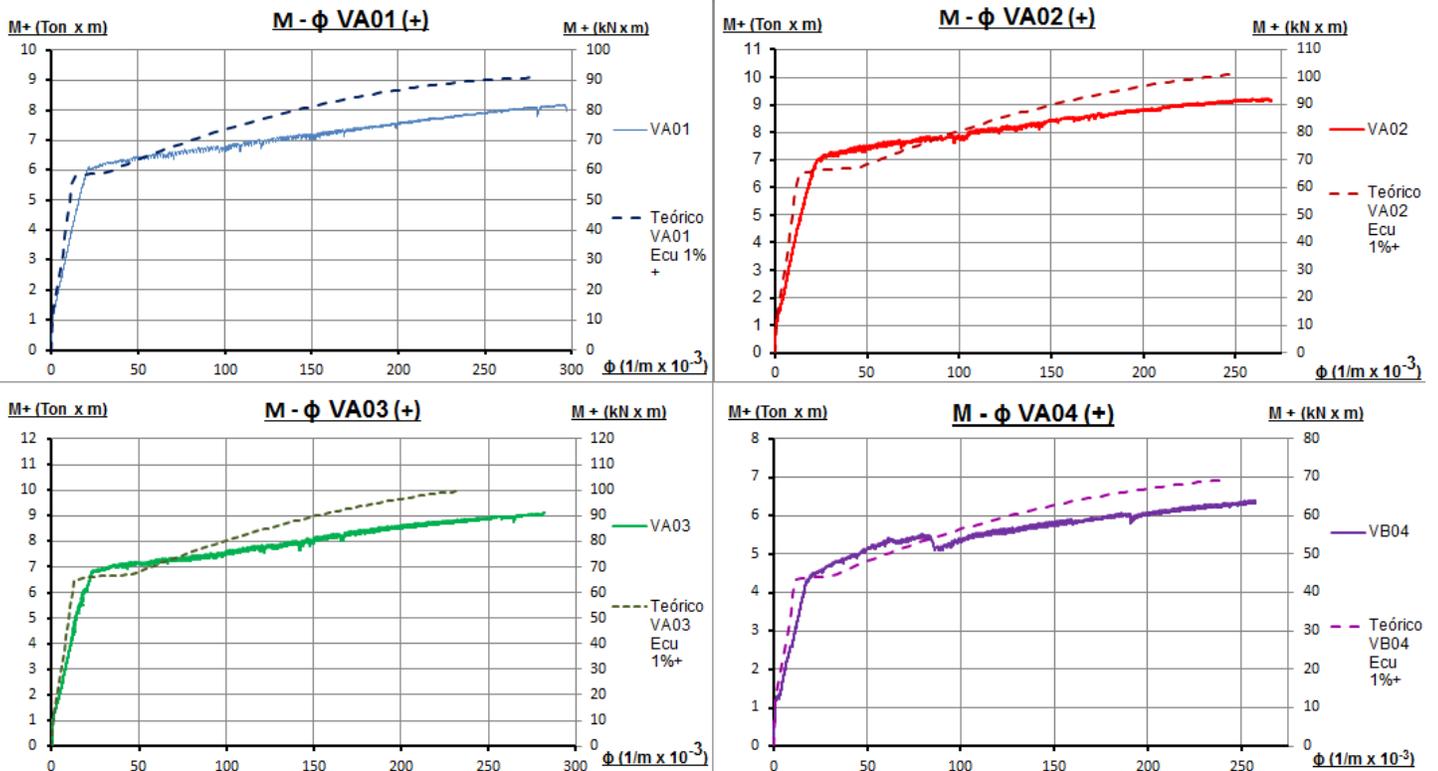


Fig. 53 – Momento vs Curvatura en la sección central

Para el caso del momento negativo, se puede observar que la viga más dúctil fue la VA03 que alcanzó una curvatura de  $207 \times 10^{-3}$  1/m y tuvo una ductilidad de curvatura ( $\mu\phi$ ) de aproximadamente 11. La gran ductilidad alcanzada se debe a la baja cuantía de acero colocada en la zona de momento negativo ( $2\phi 5/8''$ ), lo que además permitió una rotación inelástica importante en esta zona ( $\Theta_{inelástico} = 28 \times 10^{-3}$  rad). Cabe resaltar que para esta viga, la rotación se concentró en una sola sección (ver Fig.54).



Fig. 54 – Grieta concentrada VA03

Respecto a la predicción teórica, en la zona de momento negativo, la ductilidad de curvatura difiere en hasta 60% respecto a la teórica. Sin embargo, la aproximación en la zona de momento positivo solo difiere en hasta 10% pero en todos los casos el momento nominal máximo se sobreestima respecto al estimado teórico.

En la tabla 12 se muestra, a manera de resumen, los resultados obtenidos para la sección de momento negativo (empotramiento) para cada una de las vigas. Asimismo, en la figura 55 se grafican dichos resultados. Se puede comprobar como el momento de fluencia va aumentando a medida que aumenta la cuantía de acero en tracción. La curvatura de fluencia solo se ve afectada por dicho aumento para el caso de la viga VB04, la cual cuenta con una cuantía de acero cercana a la balanceada ( $A_{sb} = 8.60 \text{ cm}^2$ )

Como dato adicional, es interesante comparar la viga VA01 con la VB04 en cuanto a su ductilidad de curvatura. Se puede desprender de la tabla 12, que la viga VA01 tiene una relación acero en compresión ( $A's$ ) / acero en tracción ( $A_s$ ) de 0.88 mientras que dicha relación para la VB04 es de 0.45. En ese sentido y sumando el hecho de que la VA01 tiene menos acero en tracción, se puede ver el efecto de ambas características en la ductilidad de curvatura alcanzada. Otra comparación adicional se puede ver en el anexo 3.3.

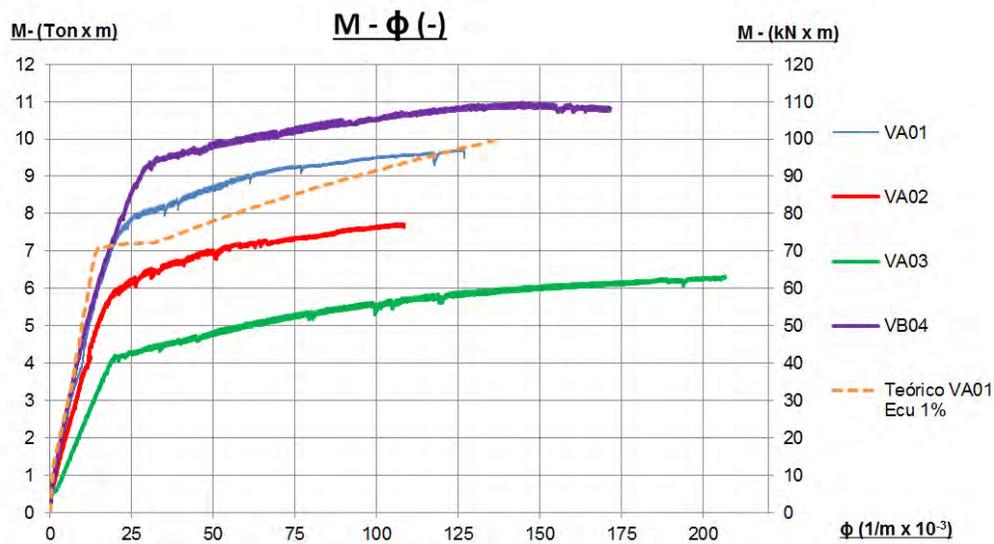


Fig. 55 – Comparativo de Momento – curvatura

Tabla N° 12 – Resumen de resultados obtenidos en el empotramiento

Viga	As (cm <sup>2</sup> )	A's (cm <sup>2</sup> )	My (Ton.m)	φy (x 10-3) 1/m	Mmax (Ton.m)	φult (x 10-3) 1/m	μφ	θdem (x 10-3) rad
VA01	6	5.29	7.9	22	9.7	126.4	5.7	15.7
VA02	4.71	6	5.9	19.7	7.7	107.9	5.5	13.2
VA03	4	6	4.1	18.7	6.3	206.8	11.1	28.2
VB04	8.52	3.87	9.3	30	11	171.6	5.7	21.2

## 7.2. Carga – Deflexión real y teórico. Ductilidad de desplazamiento

Como se comentó al inicio del presente capítulo, las vigas tuvieron un comportamiento dúctil hasta la falla. Esto se debió, principalmente, al buen confinamiento brindado por los estribos colocados cada 100 mm.

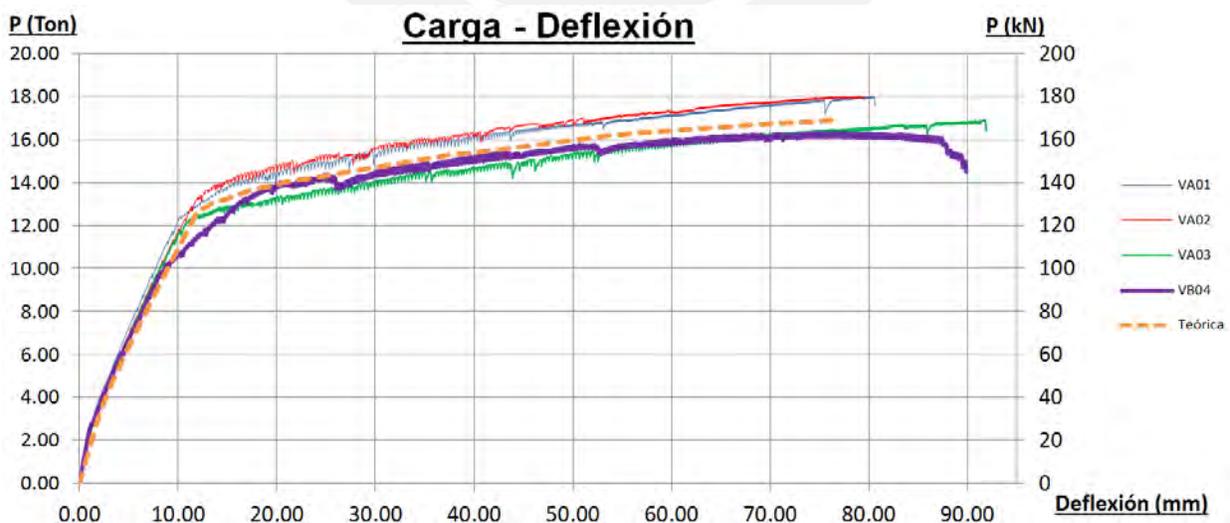


Fig. 56 – Carga vs Deflexión al centro de las vigas

En la fig.56 se puede notar que la deflexión en todas las vigas es muy similar. Incluso para las vigas VA01 y VA02 (Azul y rojo, respectivamente) se puede ver que las curvas se llegan a superponer durante todo su desarrollo. Esto se debe a que la diferencia de cuantía de acero para ambas es de tan solo 20% (redistribución de la misma magnitud). Para el caso de la viga VA03 (2 $\phi$ 5/8") se puede notar que existe una diferencia de aproximadamente 10 kN en cuanto a la carga que genera la fluencia en el acero negativo respecto a las vigas VA01 y VA02.

La viga que alcanzó una mayor deflexión fue la VA03, con 92 mm. Tomando en cuenta la cantidad de rotación lograda en la zona del momento negativo, es coherente la deflexión alcanzada. Además, la ductilidad de desplazamiento para esta viga fue de 9.2, a comparación de la VA01 y VA02 que tuvieron 8. La viga con menor ductilidad fue la VB04, con 6. En el anexo 3.2 se puede revisar detalles adicionales sobre parámetros que afectaron la ductilidad alcanzada.

Respecto a la suposición teórica, se puede ver que la línea segmentada naranja se aproxima bastante bien, en promedio, al comportamiento de las vigas ensayadas. La diferencia en cuanto a ductilidad de desplazamiento fue del 40%. Esto se debe a la inercia utilizada para calcular la deflexión teórica. Para fines prácticos, se utilizó una inercia promedio entre la inercia secante en el punto de fluencia y la inercia no agrietada. Se sabe que en realidad la inercia va variando de sección en sección y, entre grietas, se produce el efecto de rigidización por tensión en el concreto. Esto produce la variación comentada y, además, se debe tomar en cuenta la sobrerresistencia lograda por las vigas dado que la carga límite, en la teoría, se subestimó.

La carga límite estimada para la viga base (VA01) fue de 158 kN (16.1 Ton). En las vigas VA01 y VA02 se alcanzó 176.6 kN (18 Ton) por lo que la predicción teórica considerando  $\epsilon_{cu} = 0.006$  se considera adecuada. La viga VA03 y VB04 alcanzaron 165.8 kN (16.9 Ton) y 159.9 kN (16.3 Ton) respectivamente pero una mayor capacidad de desplazamiento. Es interesante notar que para el estado límite, tanto la viga con 0% de redistribución como la viga con 30% y -20%, presentan una carga límite muy similar (difieren máximo en 20 kN).

En la figura 57 se presenta una ampliación de la parte inicial del ensayo. En esta se puede ver que hasta 67 kN (6.8 Ton) o carga de servicio, se tiene un comportamiento muy

similar para todas las vigas. Con esto se puede concluir que en cuanto a deflexiones en el estado de servicio, la redistribución de momentos no tiene un efecto significativo que pueda influir en el comportamiento de las vigas.

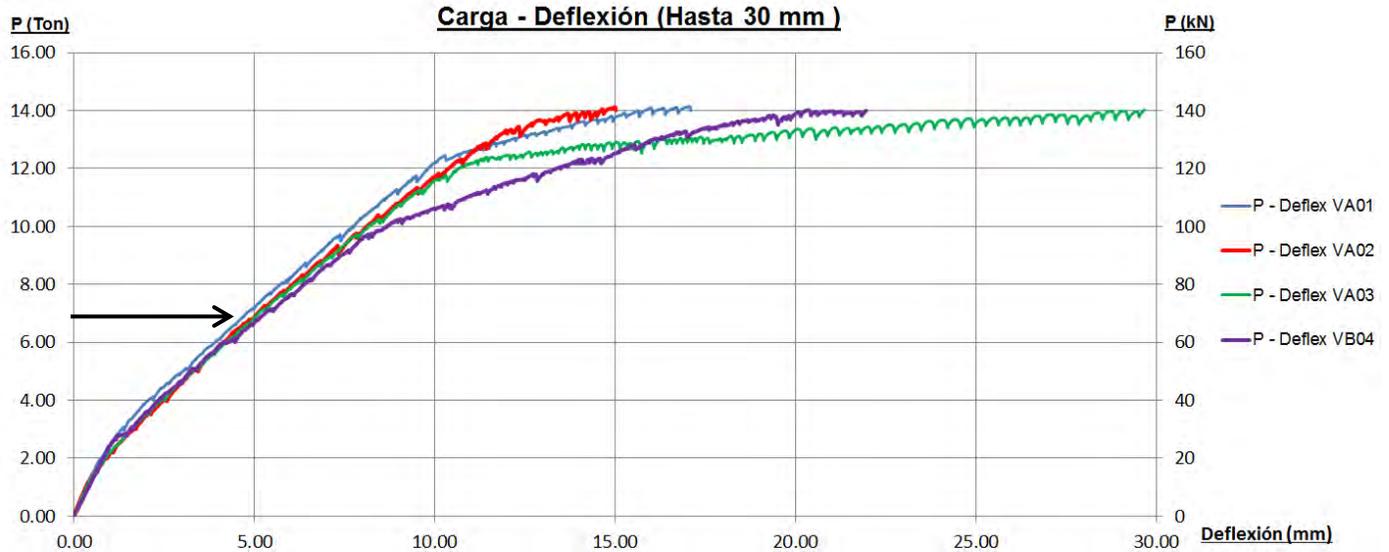


Fig. 57 – Carga vs Deflexión al centro de las vigas hasta 30 mm

### 7.3. Momentos reales y redistribución de momentos

Con el uso de la reacción del apoyo derecho, medida para todo el ensayo con la celda de carga, se pudo conocer, por equilibrio, el momento en las secciones de momento negativo y positivo para cada instante. Además, utilizando la carga aplicada, "P", y los momentos elásticos conocidos para este tipo de viga ( $M_- = 3PL/16$  y  $M_+ = 5PL/32$ ), se pudo calcular el momento elástico correspondiente a cada instante del ensayo.

De esta forma, se calculó la redistribución de momentos (ver Ec.15) para todo el desarrollo de los ensayos. Como se mencionó en el capítulo 2.7, la redistribución de momentos mide la variación del momento real desarrollado en una sección respecto al momento elástico teórico en la misma sección.

$$\%Redistribución\ de\ momento\ (\%RM) = \frac{M_{elast} - M_{real}}{M_{elast}} \dots (15)$$

En las figuras 58 y 59, se puede ver el desarrollo de los momentos negativo y positivo reales (eje horizontal) versus el porcentaje de redistribución de momentos (eje vertical) desarrollado para cada instante. Se puede ver, además, una línea vertical que divide el límite de servicio para todas las vigas.

Se puede observar que aún en el rango de servicio existe una suerte de redistribución de momentos (o variación de momentos). Esto se debe, principalmente, a las fisuras que se van formando tanto en la zona de momento negativo como en el positivo. Esta fisuración temprana, le resta rigidez a las secciones donde se ha medido la redistribución y estas secciones tienden a redistribuir el momento que no pueden resistir hacia zonas aledañas a la misma, donde no ha habido fisuración y la rigidez se mantiene estable.

En círculos negros se muestra el momento de fluencia para cada una de las vigas, tanto para momento negativo como para positivo. Se puede ver que luego de alcanzar este momento, la tendencia de cada viga va hacia su redistribución de momentos de diseño. Se puede notar claramente en la figura 58, como la viga VA01, VA02 y VA03 tienden hacia el 0%, 20% y 30% respectivamente. La viga VB04, la cual tuvo redistribución de momentos del positivo hacia el negativo, cuenta con un porcentaje de redistribución de momentos de -25%. Es decir, muy cercano al de diseño (-20%).

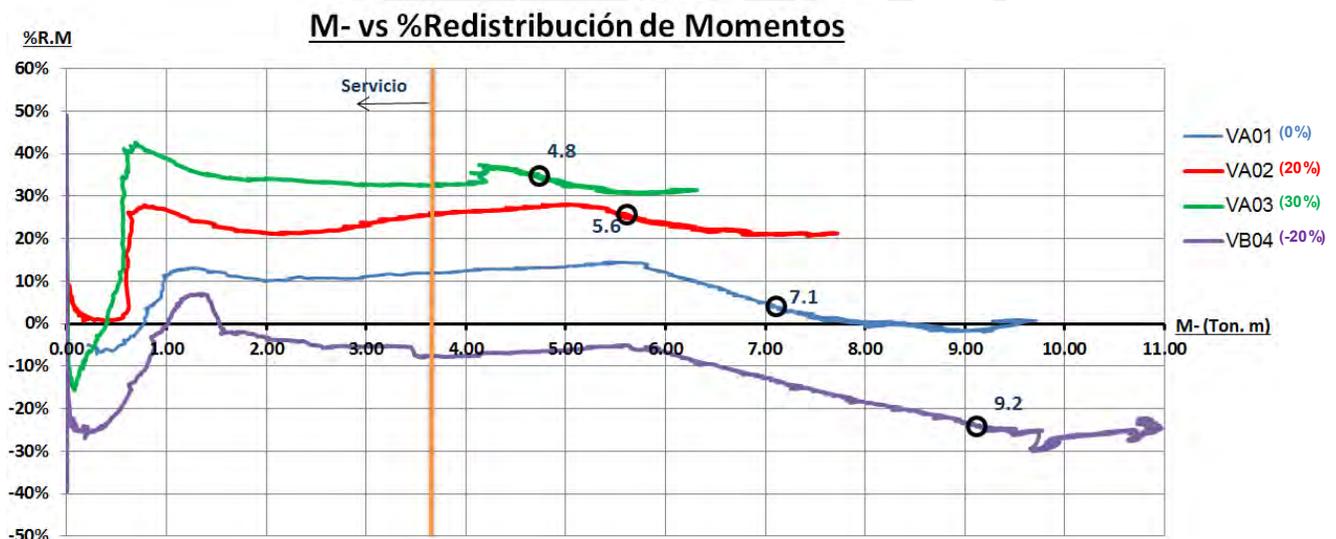


Fig. 58 – Momento negativo vs % Redistribución de momentos

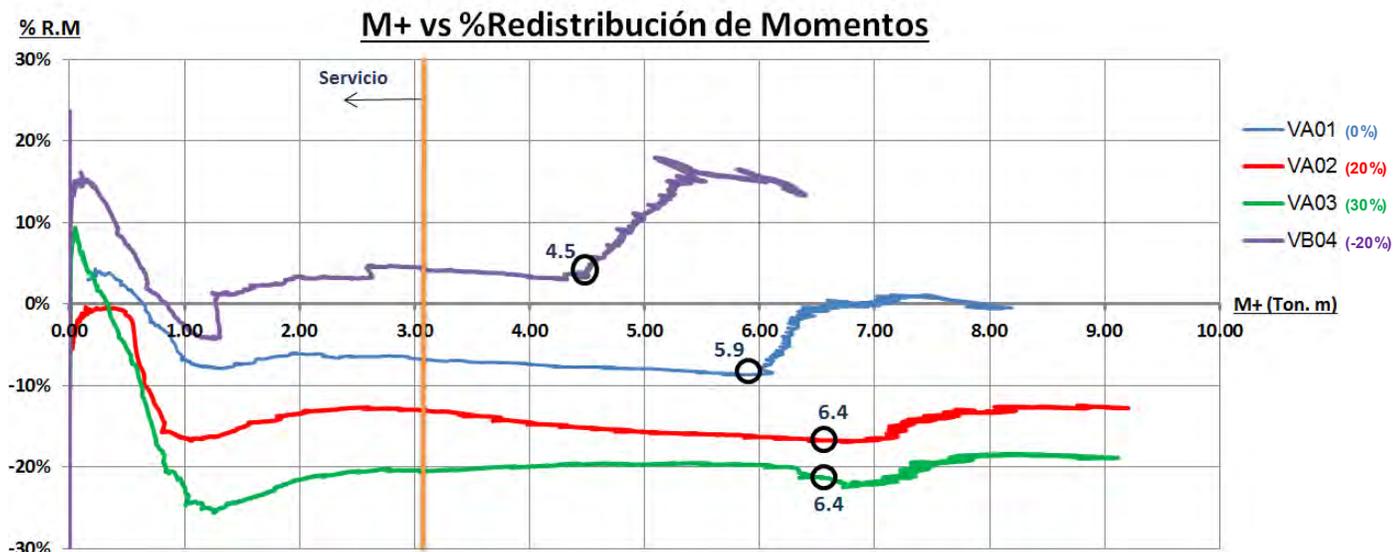


Fig. 59 – Momento positivo vs % Redistribución de momentos

#### 7.4. Carga vs reacción del apoyo derecho

Durante todo el ensayo se midió la reacción del apoyo derecho con el uso de una celda de carga. El comportamiento teórico de las vigas indica que al formarse la primera rótula en la zona de momento negativo, la viga debería trabajar, aproximadamente, como una viga simplemente apoyada para incrementos de carga. Se puede notar para las cuatro vigas (Ver Fig.60), que se tiene una zona lineal inicial con pendiente de 0.3. Esta relación se debe al valor que debería tener la reacción en el apoyo para el rango lineal elástico ( $5P/16$ ), lo cual puede comprobarse.

Pasada la formación de la primera rótula (primera fluencia, en círculo negro Fig.60), la pendiente varía debido a que el apoyo derecho empieza a tomar más carga y la sección del empotramiento menos.

Para el caso de la viga VB04, la primera rótula se forma primero en la zona central de la viga. Esto se evidencia en el fuerte cambio de pendiente sufrido, ya que el apoyo derecho no toma más aumento de carga y la viga empieza a trabajar como una viga en voladizo. (Ver Fig.61). Además, se observa que para la carga de 100 kN (10 Ton) y 140 kN (14 Ton) hay dos cambios de pendiente. A estas cargas les corresponde las cargas de fluencia en la zona central y del empotramiento respectivamente.

En la figura 57, también se puede ver los cambios de pendiente mencionados para la viga VB04. A diferencia de las otras vigas que no presentan esta pendiente adicional, la viga

con redistribución inversa nos muestra la pérdida de rigidez que se da en la viga debido a este fenómeno.

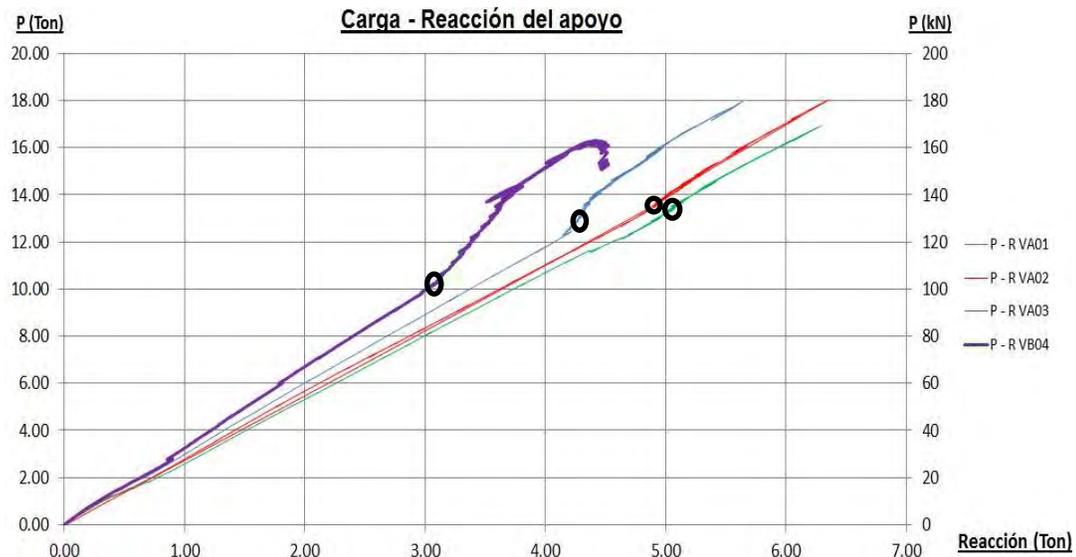


Fig. 60 – Reacción del apoyo derecho versus Carga aplicada



Fig. 61 – Deformada final en viga VB04

### 7.5. Recuperación de la deflexión

Para el estado final de cada uno de los ensayos, se llevó a las vigas hasta la falla por flexión y una vez alcanzado el estado último en el concreto comprimido, se descargaron las vigas para ver la capacidad de recuperación con la que contaban.

En la figura 60, se puede ver el diagrama de carga – deflexión obtenido hasta el final de cada ensayo. La viga VA01 fue la que tuvo mayor capacidad de recuperación debido a

que luego de alcanzar 80.6 mm de deflexión, retorno hasta 57.8 mm. Es decir un 28% de recuperación (Ver Tabla 13). Las vigas VA02 y VA03, cada una con menor cuantía de acero superior respecto a la anterior, tuvieron 22% y 20% de recuperación.

Cabe resaltar que la viga VA02 tuvo una falla por corte al final del ensayo, a diferencia de las demás. Por esto en la Fig. 62, para 180 kN, se puede observar una caída vertical de la carga seguido por un ligero aumento de la deflexión y luego el retorno hasta su deflexión remanente final.

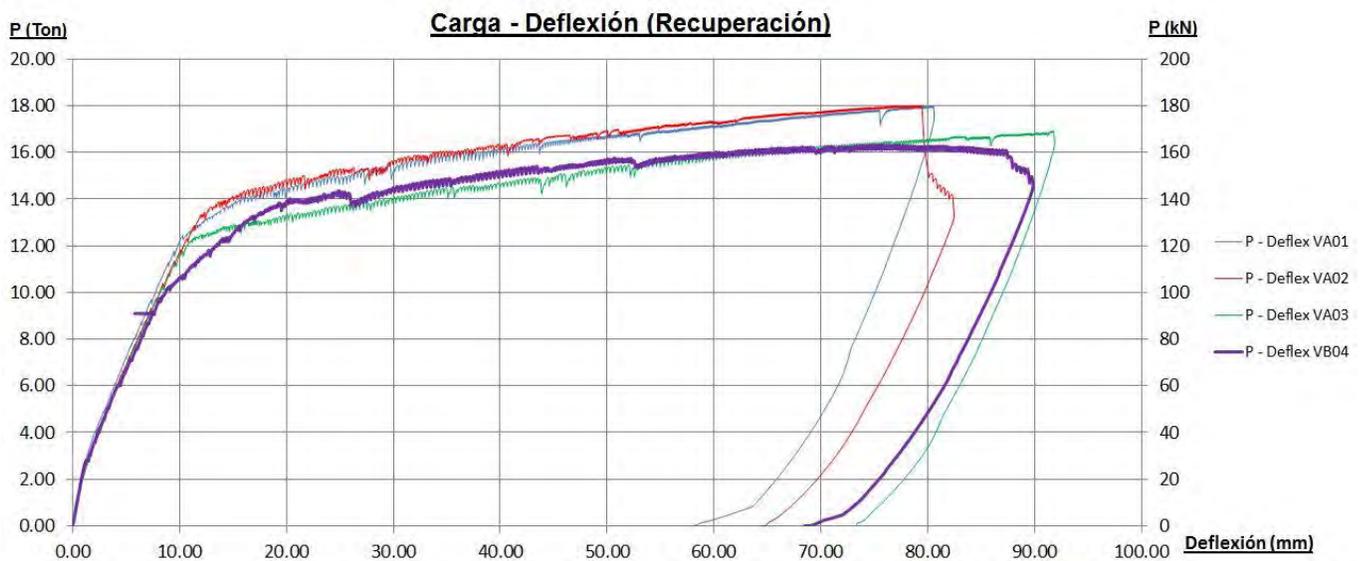


Fig. 62 – Recuperación de la deflexión

En la tabla 13, para las vigas con redistribución de momentos negativo (VA01, 02 y 03), se observa que a mayor deformación final del acero negativo (empotramiento), menor es la recuperación lograda por las vigas. La viga VB04 fue la que tuvo menor deformación alcanzada en el concreto en la zona central (momento positivo) debido a que para la carga máxima, la zona central estaba trabajando como el extremo final de una viga en voladizo. El efecto de trabajar en voladizo también se refleja en la deformación del concreto en la zona del empotramiento (negativo), donde se alcanzó un 60% más de deformación respecto a las demás vigas.

Es importante notar, que la deformación medida para el concreto y el acero, es un promedio de medido en 300 mm.

Tabla N° 13 – Deformaciones, deflexiones y recuperación de la deflexión

Zona	Item	Viga			
		VA01	VA02	VA03	VB04
Negativo	$\epsilon t$ max (%)	1.94%	3.53%	4.18%	5.09%
	$\epsilon c$ max (%)	1.49%	1.30%	1.40%	2.14%
Positivo	$\epsilon t$ max (%)	5.93%	4.82%	5.22%	5.09%
	$\epsilon c$ max (%)	2.08%	2.45%	2.39%	1.87%
	Deflex mm	80.62	82.45	91.9	89.86
	Recuperación (%)	28%	22%	20%	24%

### 7.6. Análisis del estado de servicio

Para determinar el estado de servicio en las vigas, se utilizó dos caminos. El primero fue estimar la carga de servicio dividiendo entre 1.5 la carga asociada a  $\phi M_n$ - (ver capítulo 3.1). El otro camino fue estimar la deflexión del estado de servicio como  $L/300$  (9.7 mm).

Para el análisis comparativo en servicio, se utilizó el primer camino. Es decir, una carga de 67 kN (6.8 Ton), a comparación de los 118 kN (12 ton) asociados a una deflexión de  $L/300$  durante el ensayo de la viga VA01 (base).

En la tabla N°14, mostrada a continuación, se muestra el ancho de grieta tanto en la zona de momento negativo como positivo y también las deflexiones obtenidas para la carga de servicio estimada.

Tabla N° 14 – Ancho de grieta y deflexión en servicio

Carga (kN)	Carga (Ton)	Ancho de grieta (mm) en el negativo			
		VA01	VA02	VA03	VB04
67	6.8	0.3	0.35	0.40	0.25
		Ancho de grieta (mm) en el positivo			
		VA01	VA02	VA03	VB04
		0.2	0.3	0.35	0.40
		Deflexión en servicio (mm)			
		4.65	4.97	5.00	5.14

Teóricamente se había estimado una deflexión promedio de 5.45 mm ( $L/530$ ) y un ancho de grieta de 0.19 mm para la viga VA01 y 0.15 mm, para la viga más crítica, VA03. En la realidad se obtuvieron deflexiones de máximo 5.14 mm para la viga VB04 (6% menos) y 15% menos deflexión en la viga base.

Respecto al ancho de grieta real, se puede ver en la tabla N°13 que para la zona de momento positivo, en servicio, se obtuvieron anchos de grietas máximo de 0.35 mm para la viga VA03. Sin embargo, para la viga con redistribución del momento positivo hacía el negativo (VB04), donde se formó primero la rótula en la zona central, se llegó a un ancho de grieta máximo de 0.40 mm para servicio.

Como se comentó en el capítulo 2.7.1, el límite de redistribución de momentos que imponen las normas está establecido para evitar un mal comportamiento en servicio. Lo que se ha podido hallar es que incluso para la viga VA03 que cuenta con más redistribución de lo permitido (30% de redistribución), se tiene un ancho de grieta tolerable y también una deflexión menor a  $L/300$  para el estado de servicio. Esto refuerza las conclusiones halladas en otros estudios [6], en las cuales se concluye que para una redistribución de momentos mayores a las permitidas, se sigue teniendo un comportamiento en servicio adecuado.

### **7.7. Patrón de agrietamiento y longitud de rótulas plásticas**

Las primeras tres vigas del ensayo, formaron rótulas plásticas primero en la zona aladaña al empotramiento y luego en la zona central. La viga VB04, tuvo una formación de rótulas inversa respecto a las demás.

El patrón de agrietamiento fue similar en la zona de momento positivo para las primeras tres vigas. Sin embargo, para la zona de momento negativo, la rótula tuvo longitudes menores al disminuir la cuantía de acero, incluso llegando a concentrarse en una sola sección en la viga VA03.

Para la zona del momento negativo (empotramiento) se obtuvo lo siguiente para cada viga (Ver Fig.63):

1. Viga VA01: Dos grietas de ancho pronunciado y otras con ancho similar en una longitud total de, aproximadamente, 350 mm.

2. Viga VA02: Una grieta de ancho pronunciado, otra mediana y dos grietas de ancho menor en una longitud de 400 mm.
3. Viga VA03: Una grieta de ancho pronunciado donde se concentró toda la deformación y otra grieta de ancho menor. Se considera una longitud nula.
4. Viga VB04: Un total de cinco grietas, una de mayor ancho y el resto de abertura similar en una longitud de 550 mm aproximadamente.

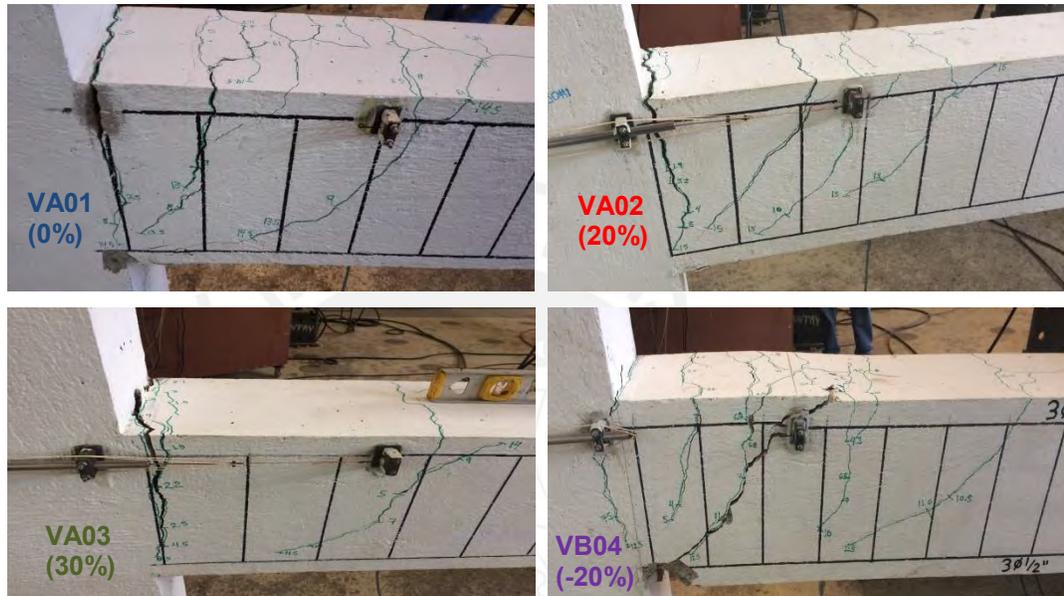


Fig. 63 – Patrón de agrietamiento en zona de momento negativo

Para la zona del momento positivo (central) se obtuvo lo siguiente para cada viga (Ver Fig.64):

1. Viga VA01: tres grietas de ancho pronunciado y otras tres con una abertura menor en una longitud total de, aproximadamente, 600 mm.
2. Viga VA02: Una grieta de falla por corte, cuatro grietas de ancho similar y dos de menor ancho en una longitud de 600 mm.
3. Viga VA03: Tres grietas de abertura pronunciada en un ancho de 500 mm
4. Viga VB04: Un total de cinco grietas de ancho similar en una longitud de 500 mm aproximadamente.

Para el caso de la rótula en el momento negativo, se tiene una longitud promedio de  $1.3d$  y, para la rótula de la zona central, en promedio se tiene una longitud de " $2d$ " (peralte efectivo de la sección). Ambas longitudes fueron obtenidas visualmente.

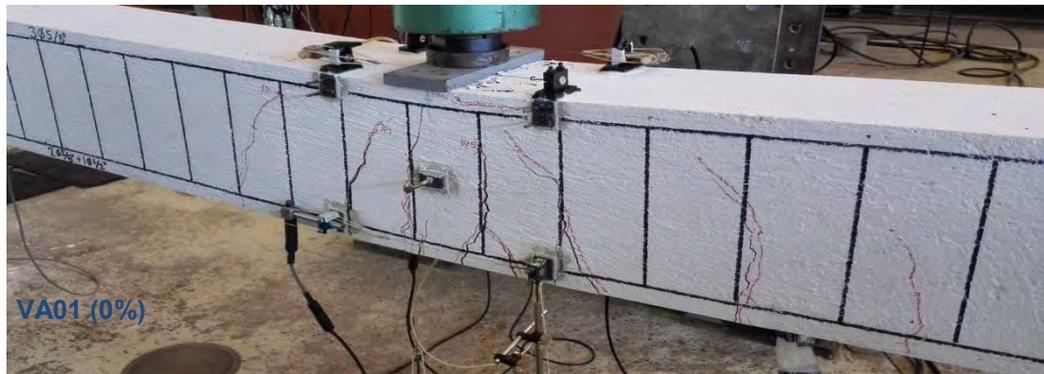


Fig. 64 – Patrón de agrietamiento en zona central

Las longitudes antes presentadas corresponden a la zona de agrietamiento tanto negativo como positiva de las vigas. Estas zonas contienen a las rótulas plásticas formadas en cada viga. A continuación se presenta la tabla N°15, la cual muestra la longitud estimada, de rótulas plásticas según lo presentado en el acápite 2.6.1 para la viga VA01.

Tabla N° 15 – Longitud de rótulas plásticas teóricas para VA01

Investigador	Expresión para la longitud de rótula plástica (lp)	VA01 (Lp)	
		Lp (mm)	Lp (d)
Baker (1956)	$k (z/d)^{1/4} * d$	148.4	0.55d
Sawyer (1964)	$0.25d + 0.075z$	126.8	0.47d
Corley (1966)	$0.5d + 0.2 * (d^{1/2}) * (z/d)$	144.6	0.54d
Mattock (1967)	$0.5d + 0.05z$	174.6	0.65d
Paulay y Priestley (1992)	$0.08z + 0.022d_b f_y$	210	0.78d
Panagiotakos y Fardis (2001)	$0.18d + 0.021d_b f_y$	188.6	0.7d

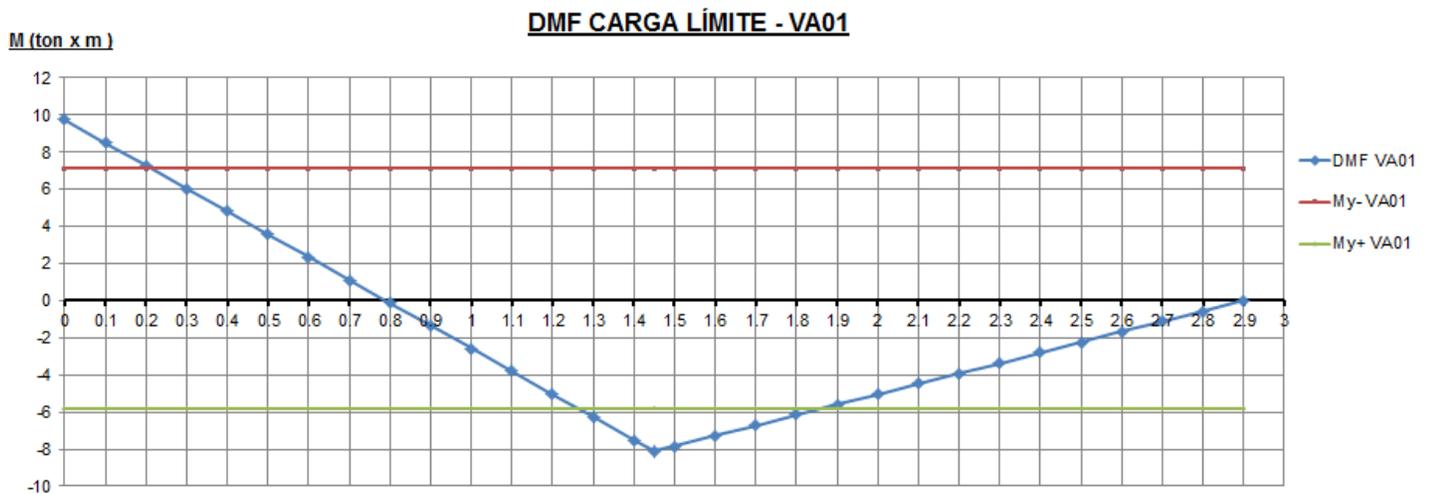


Fig. 65 – Diagrama de momento flector (carga límite) para VA01

De acuerdo a lo calculado con las expresiones teóricas (donde  $z = 791$  mm,  $d = 270$  mm,  $f_y = 420$  MPa y  $d_b = 15.9$  mm), se obtiene una longitud promedio de rótula plástica de  $0.6d$ .

En la figura 65 se puede observar el DMF para la carga límite alcanzada por la VA01 en el ensayo. Con línea roja se ha trazado el momento de fluencia negativo y con verde el

positivo. Gráficamente, se puede observar que en la zona de momento negativo, hasta una longitud de 200 mm (0.74d), las secciones alcanzaron la fluencia del acero en tracción. Para la zona de momento positivo, se observa una longitud total de 550 mm (2d) de longitud de rótula.

La estimación con las expresiones teóricas, da una buena aproximación para la longitud de rótula en la zona de momento negativo. Incluso, para este caso, lo obtenido se encuentra en un promedio entre la expresión de Park & Paulay y Panagiotakos & Fardis.

Para el caso de momento negativo, se puede comparar el promedio de la longitud obtenida visualmente (2d), la cual coincide con la longitud donde se superó el momento de fluencia en el acero en tracción positivo.



## 8. Conclusiones y recomendaciones

En líneas generales, de la investigación realizada para la presente tesis se puede concluir lo siguiente:

1. En base a los resultados obtenidos, se puede ver que incluso para una redistribución de momentos mayor a la permitida por la norma E.060 (20%), se obtiene un comportamiento en servicio adecuado en cuanto a agrietamiento y deflexiones. Esto no es concluyente debido a la poca cantidad de vigas ensayadas pero refuerza las conclusiones de otros estudios acerca que el ACI y la Norma E.060 deberían permitir un mayor porcentaje de redistribución como si lo hacen normas europeas, por ejemplo.
2. El agrietamiento en la zona de momento negativo no es adecuado en servicio. Sin embargo, en la realidad las vigas cuentan con una losa superior de por lo menos 15 cm y luego un piso terminado. Esto hace que estas grietas pasen desapercibidas y solo requieran de cuidado las que se forman en las zonas visibles como la zona central de las vigas.
3. En general, la carga límite teórica para la viga VA01 (base) considerando concreto no confinado fue de 156.2 kN (15.9 Ton). En la realidad se lograron deformaciones del concreto de mínimo 1% para el final del ensayo de todas las vigas y una carga límite de 176.6 kN (13% mayor a la estimada), muy similar a la hallada ampliando la deformación del concreto a 0.6% y 1% en los cálculos teóricos. Con esto se puede concluir que la deformación máxima para el diseño por resistencia ( $\epsilon_{cu} = 0.003$ ) subestima la ductilidad que pueden alcanzar las vigas de concreto armado pero es conservadora para fines de diseño.
4. De lo anterior se puede desprender que existe la posibilidad de lograr un diseño más eficiente si se pudiera lograr una metodología de diseño límite tan práctica como la del diseño por resistencia. Esto también está sujeto a limitaciones como la de una cantidad de acero mínimo para evitar que toda la rotación se concentre en una sola sección, como sucedió en la viga VA03.
5. La formación de rótulas se dio de acuerdo a lo asumido teóricamente. Incluso para la viga que tenía un mecanismo de formación de rótulas opuesto (VB04), se puede concluir que también se logró la formación de rótula en el positivo y luego en la zona de momento negativo.
6. La ductilidad de curvatura y desplazamiento alcanzado por las vigas es coherente con lo estimado teóricamente y demuestra lo que se puede lograr con un buen diseño de estribos de confinamiento.

7. La redistribución de momentos mostrada para las secciones de momento negativo y positivo, demuestran que existe una suerte de redistribución incluso en la etapa elástica (servicio) y también luego de este. Además, se puede concluir que al llegar a la carga límite, las vigas tienden hacia la redistribución de momentos asignada durante la etapa de diseño.
8. La viga VA04 (con redistribución inversa) tuvo anchos de grieta excesivos en servicio (0.40 mm) en la zona central. Esto evidencia que no es adecuado redistribuir de esa manera y, además, no es práctico ya que lo que se busca es descongestionar los nudos y no lo contrario.
9. Por lo comentado en el punto anterior, sería adecuado excluir del artículo 8.4.1 de la Norma E.060 la posibilidad de redistribuir momento positivo.
10. El bloque de empotramiento de las vigas trabajó de acuerdo a lo planeado. No presentó fallas ni problemas de rotación importantes que pudieran afectar el comportamiento de las vigas durante el ensayo. En ese sentido, es adecuada la simplificación realizada para este ensayo en comparación a las vigas continuas ensayadas en otras investigaciones. [5], [6].
11. La longitud de rótulas plásticas halladas visualmente (zonas agrietadas) y gráficamente (longitud donde se superó el momento de fluencia) dan valores comparables con los supuestos teóricos (0.6d en promedio). Sin embargo, el patrón de agrietamiento es relativo y las grietas que se deben considerar para estimar la longitud de las rótulas también es subjetivo. Además, los valores teóricos estiman una longitud de rótula plástica equivalente, no real.
12. El método desarrollado por integración numérica para calcular la deflexión de las vigas refleja un resultado bastante coherente con lo obtenido en la práctica. Este método es simple de desarrollar en una hoja de cálculo y no requiere de gran esfuerzo computacional.

## **Recomendaciones**

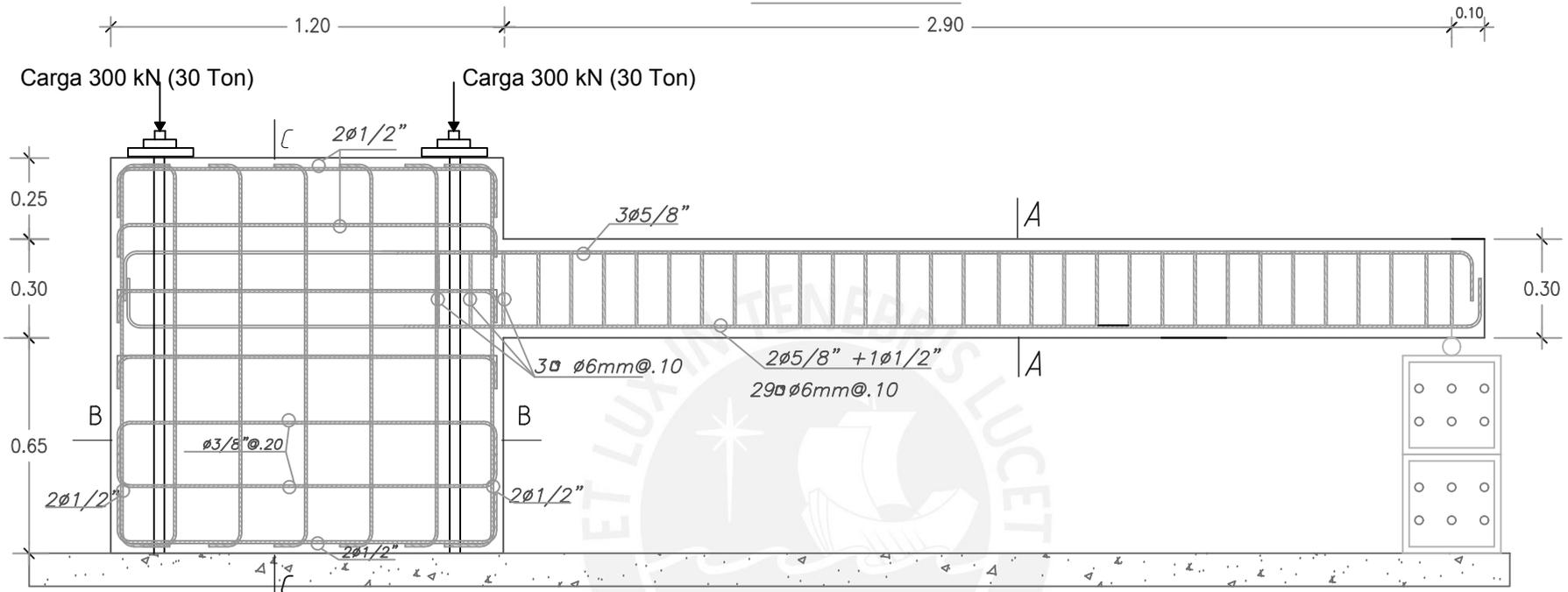
- Estudiar una mayor cantidad de vigas con 30% de redistribución de momentos para poder generar un conjunto estadístico mayor y de esta manera tener un sustento real para generar una posible modificación de la Norma E.060.
- Estudiar vigas con una distribución de estribos similar a una viga con diseño convencional para poder observar el efecto que tiene el confinamiento de los estribos en su capacidad de lograr deformaciones inelásticas.
- Estudiar a detalle el efecto de la redistribución de momentos durante todo el desarrollo del estado de servicio y los parámetros que influyen en dicho fenómeno.

## **BIBLIOGRAFÍA**

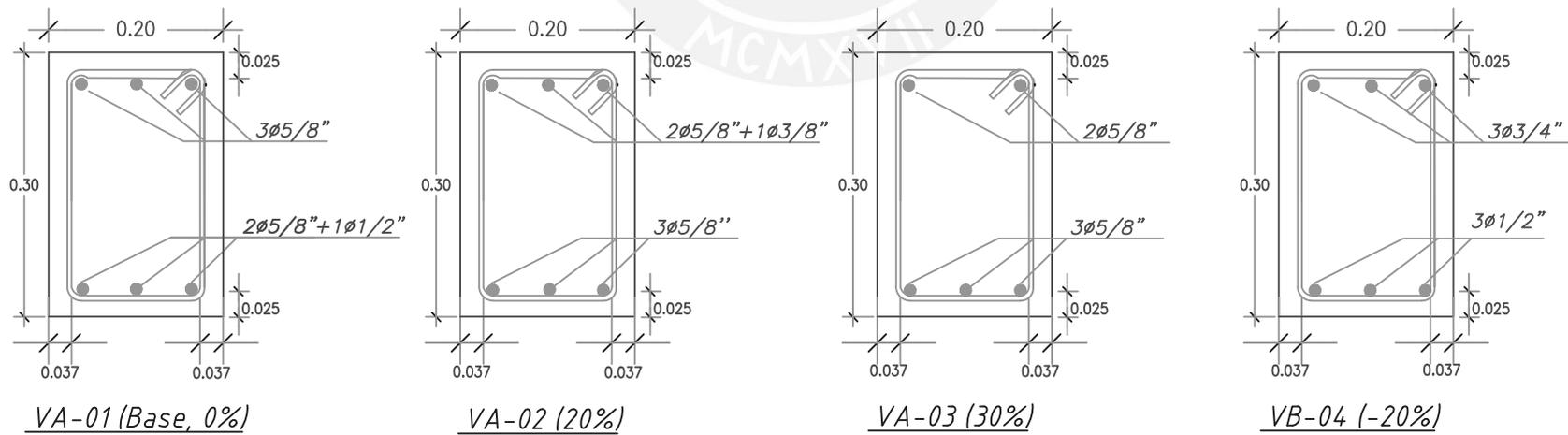
- [1] Bondy, K.B. Moment Redistribution: Principles and Practice Using ACI 318-02. PTI Journal. USA. 2003
- [2] Siess, C.P. Review of Research on Ultimate Strength of Reinforced Concrete Members. ACI Journal. Detroit, USA. 1952
- [3] Ernst, G.C. Moment and Shear Redistribution in Two-Span Continuous Reinforced Concrete Beams. ACI Journal. Detroit, USA. 1957
- [4] Mattock, A. Rotational Capacity In Hinging Regions in Reinforced Concrete Beams. Proceedings of the International Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, Miami, Florida, ACI SP-12, pp. 143-181.
- [5] Zegarra, L.; Cotrado, D. Verificación Experimental de Redistribución de Momentos en Vigas de Concreto Armado. X Congreso Nacional de Ingeniería Civil. Perú. 1993.
- [6] Scott, R.H & Whittle, R.T. Moment Redistribution Effects in Beams. Magazine of Concrete Research. Londres, Febrero 2005.
- [7] Kosmatka, S. Kerkhoff, B., Panarese, W. Design and Control of Concrete Mixtures. Pag.2. Portland Cement Association. Illinois, USA. 2003
- [8] SENCICO. Reglamento Nacional de Edificaciones NT E060 – Concreto Armado. Lima, Perú . 2009..
- [9] Hognestad, E. A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members. University of Illinois Engineering Experiment Station. Illinois, USA 1951.
- [10] Park, R & Paulay, T. Reinforced Concrete Structures. John Wiley & Sons. New York, USA. 1974.
- [11] Ottazzi, G; Muñoz, A. Influencia de la plataforma de fluencia y el endurecimiento del acero en la ductilidad de elementos de concreto armado. PUCP, Perú. 1997.
- [12] Chang, G.A; Mander, J.B. Seismic Energy Based Fatigue Damage Analysis of Bridge Columns. University at Buffalo. New York. USA. 1994.
- [13] Harmsen, T. Diseño de Estructuras de Concreto Armado, 3ra Edición. Fondo Editorial PUCP. Lima, Perú 2002.
- [14] Caltrans. Seismic design criteria. California Department of Transportation, California USA. 2006

- [15] Moehle, J. Seismic design of Reinforced Concrete Buildings. California, USA. 2014
- [16] Cohn, M.Z. Why Nonlinear Analysis and Design?. ACI SPECIAL PUBLICATION. USA. 1965
- [17] Cohn, M.Z. Rotation Compatibility in the Limit Design of Reinforced Concrete Continuous Beams. ASCE- ACI. Miami, USA. 1964.
- [18] Mattock, A. Redistribution of Design Bending Moments in Reinforced Concrete Continuous Beams.. ACI. Detroit. USA. 1959
- [19] Zhao, X; Wu, Y; Leung, A; Fai Lam, H. Plastic Hinge Length in Reinforced Concrete Flexural Members. ELSEVIER. University of Hong Kong, China 2011.
- [20] Bagge, N; O'Connor, A; Elfgren, L; Pedersen, C. Moment Redistribution in RC Beams – A Study of the Influence of Longitudinal and Transverse Reinforcement Ratios and Concrete Strength. ELSEVIER. Trinity College, Dublin, Irlanda, 2014.
- [21] Ottazzi G. Apuntes del curso concreto armado I. Editorial PUCP, Lima. Perú 2017.
- [22] Cohn, M.Z; Lounis, Z. Moment Redistribution in structural concrete codes. Canadian Journal of Civil Engineering. Canada.1991
- [23] Corley, GW. Rotation capacity of reinforced concrete beams. ASCE J. Struct. Div., 92(10), 121–146. USA, 1966.
- [24] P. Gergely, L.A. Lutz, Maximum Crack Width in RC Flexural Members, Causes, Mechanism and Control of Cracking in Concrete, SP-20, American Concrete Institute (ACI) pp. 87–117, Detroit, 1968.

Plano N° 1



VA-01 (Base)



VA-01 (Base, 0%)

VA-02 (20%)

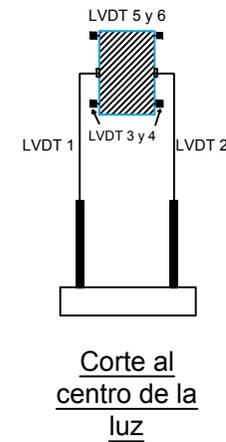
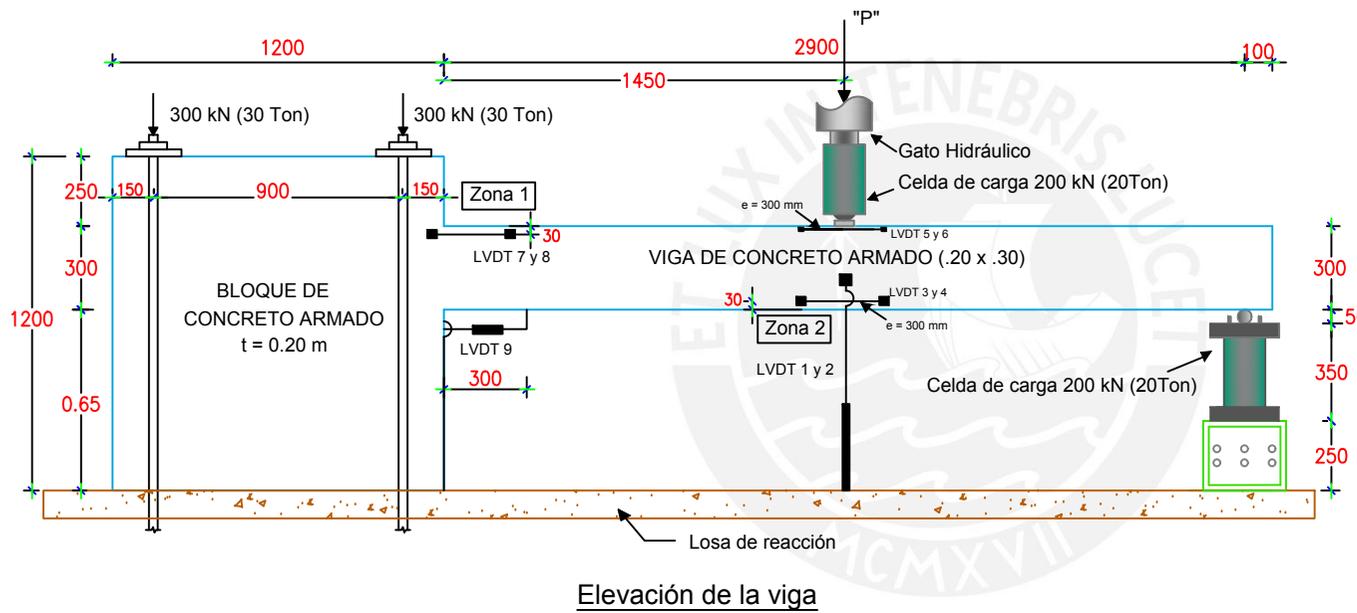
VA-03 (30%)

VB-04 (-20%)

Recubrimiento superior = 25 mm  
 Recubrimiento lateral = 37 mm  
 A la cara interior del estribo

CORTES DE VIGAS

Plano N°2



Leyenda de LVDTs

- LVDT 1 y 2 : WA200
- LVDT 3 y 4 : WA20
- LVDT 5 y 6 : WA10 ( Colocar base al borde superior de la viga)
- LVDT 7 y 8 : WA20
- LVDT 9: WA10 (Al eje de la cara inferior de la viga)

## Anexo 3

### A.3.1 – Comparación de lectura: LVDT y Strain Gauges

Como se comentó en el capítulo de instrumentación, las vigas contaron con instrumentación interna y externa para poder registrar la deformación del acero en tracción en la zona de empotramiento y en la zona central.

Los LVDT instalados en las vigas, registraron lecturas de deformación en una longitud total de 300 mm mientras que las lecturas registradas por los strain gauges se puede considerar puntual. En la figura mostrada a continuación, se puede ver el desarrollo de las lecturas registradas por ambos instrumentos para la viga VA01 durante el ensayo.

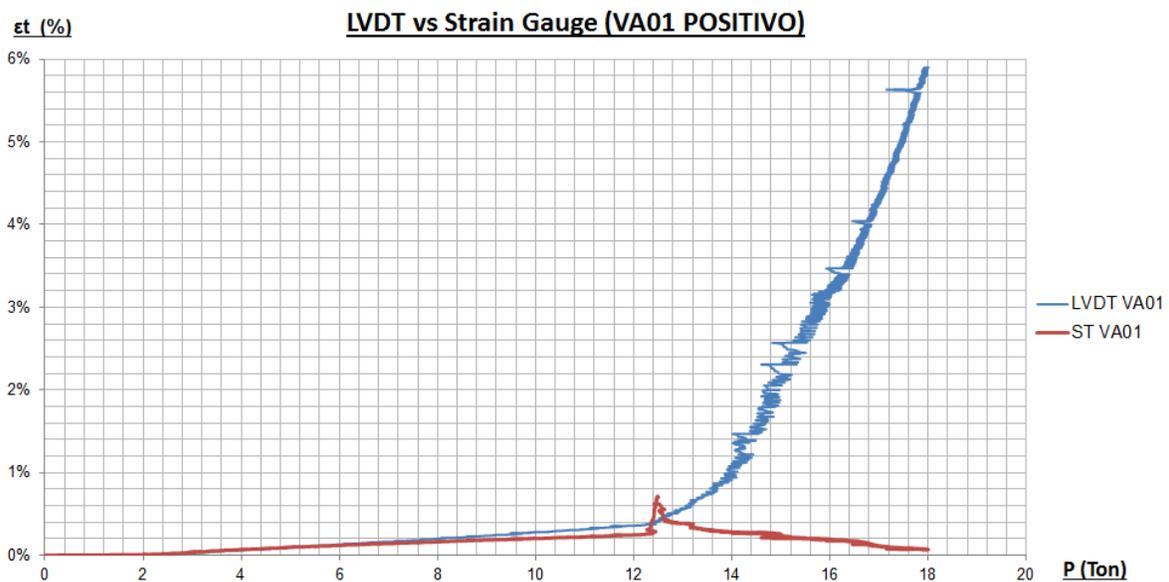


Fig. A.3.1 – Strain gauges vs LVDT viga VA01

Se puede observar que para una carga de aproximadamente 10 Ton (cerca al límite de servicio) ambos instrumentos registraron deformaciones unitarias muy similares. En la mayoría de las vigas, se tuvo lecturas muy similares entre ambos instrumentos hasta cargas entre 100 kN y 120 kN (10 y 12 Ton). La diferencia que existe entre las lecturas se debe, básicamente, a que el strain gauge mide la deformación unitaria dada en una sección puntual mientras que los LVDT registran la deformación promedio en 300 mm de longitud de medición.

Otro punto importante que se puede rescatar de esta figura es que los strain gauge no registraron deformaciones más allá de 0.50% a pesar que estaban preparados para

registrar lecturas de hasta 2%. Esto se puede deber a factores como la protección que se le dio durante su instalación, también a la antigüedad y tipo de instrumentos utilizados. Por otro lado, las lecturas dadas por los LVDT, alcanzaron hasta 6% de deformación y tuvieron la ventaja de que se podían monitorear con facilidad al ser instalados externamente.

### A.3.2 – Desarrollo de la deformación del concreto ( $\epsilon_c$ ) y acero ( $\epsilon_s$ ) durante el ensayo

En las siguientes figuras, se puede ver la evolución de la deformación del acero y del concreto durante el desarrollo del ensayo para la viga VA01. Estas deformaciones fueron registradas con el uso de LVDTs.

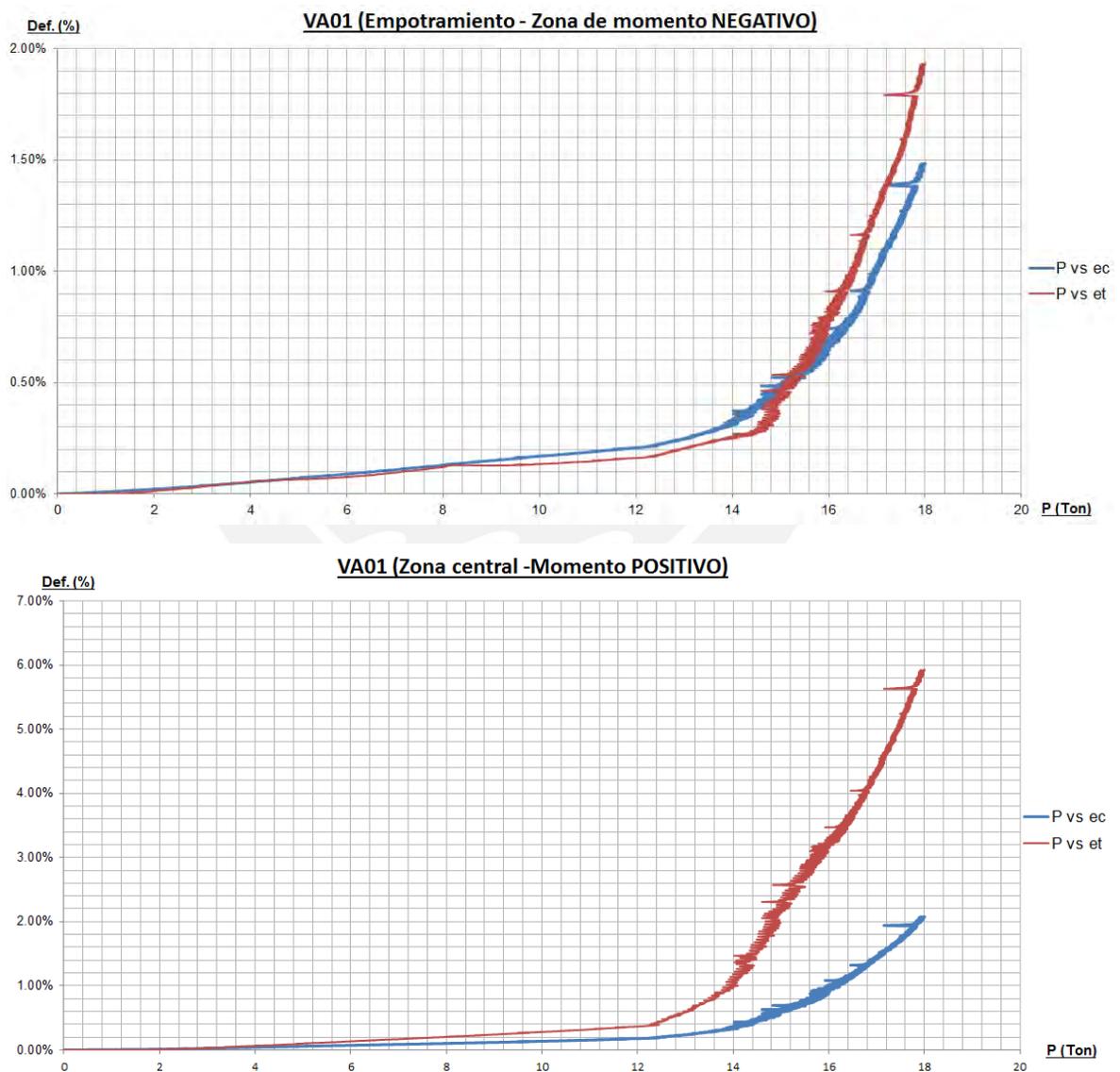


Fig. A.3.2.1 – Carga vs deformación del concreto y acero

Para la zona de empotramiento se puede ver que las deformaciones tienen un desarrollo similar hasta una carga de 90 kN (9 Ton) aproximadamente, es decir, durante la etapa de servicio en la que podría ser adecuado asumir un comportamiento lineal – elástico para estudiar las deformaciones y esfuerzo en el concreto y acero. En el caso de la zona central la carga hasta la cual las deformaciones son similares es de 60 kN (6 Ton).

Se puede observar las grandes deformaciones logradas para el concreto y acero. La deformación para el acero en tracción de la zona central (momento positivo) alcanzó el 6% mientras que el concreto alrededor del 2%.

Cabe resaltar que la viga VA01 (base) contaba con 0% de redistribución y un diseño que consideraba una formación de rótulas plásticas casi simultánea. En los gráficos se puede observar que la fluencia del acero (deformación del acero en rojo), se alcanza con una carga de 144 kN (14.4 Ton) para el acero negativo y con una carga muy similar para el acero positivo. Sin embargo, la deformación lograda por este último, es tres veces mayor que la lograda por el acero en tracción del empotramiento.

La viga con 20% de redistribución (VA02) tuvo una mayor exigencia en cuanto a deformación del acero en el empotramiento (cerca al 3.5%). Esto se debe a la mayor cantidad de deformación inelástica exigida debido a la disminución del acero por redistribución. En la siguiente figura, se muestra el desarrollo de las deformaciones del acero y concreto para la viga VA03. Se puede observar que la deformación del acero negativo (empotramiento) llegó hasta 4.2% aproximadamente. Cabe recordar que para el caso de esta viga, la deformación luego de la fluencia del acero en el empotramiento, se concentró en una sola grieta.

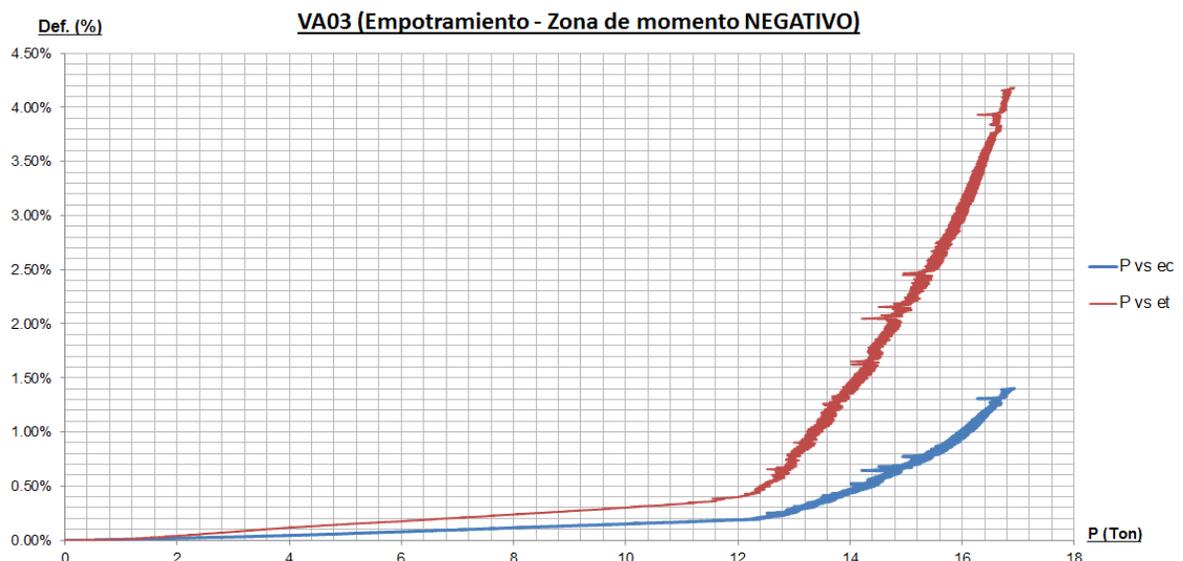


Fig. A.3.2.2 – Carga vs deformación del concreto y acero VA03

### A.3.3 – Momento vs Eje neutro y desarrollo del eje neutro a lo largo del ensayo

Como estudio complementario a la presente tesis, se desarrollaron distintos gráficos y comparaciones entre el análisis teórico y los resultados experimentales. Una de las más interesantes está en la evolución de la posición del eje neutro a lo largo del ensayo.

Para fines teóricos, se estudia el eje neutro para una sola sección de la viga y se halla el mismo utilizando ecuaciones de compatibilidad. Para el caso de las lecturas registradas en los ensayos, el cálculo del eje neutro se debe hacer mediante compatibilidad con la deformación del acero y concreto en un espacio de 300 mm.

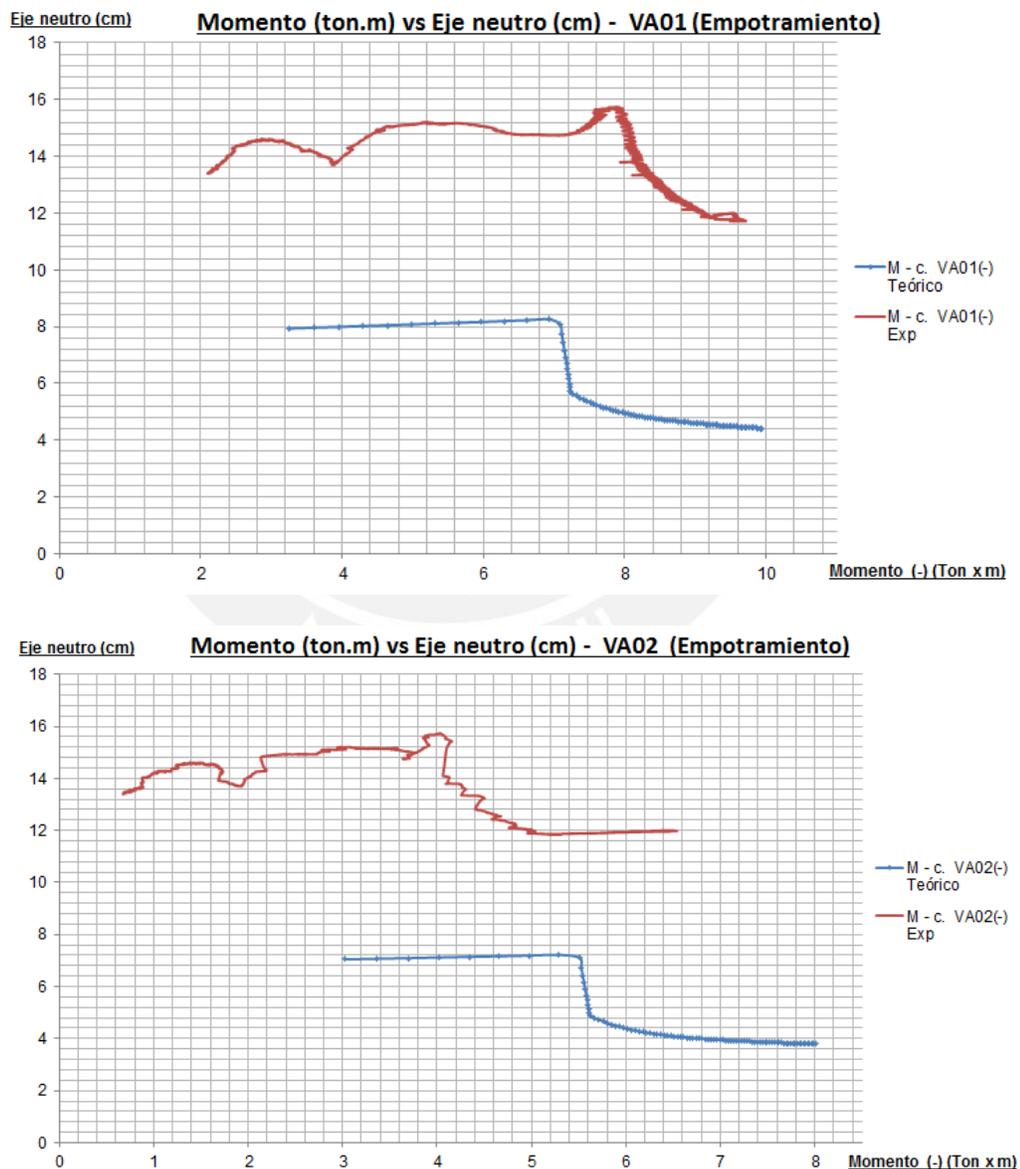


Fig. A.3.3.1 – Momento vs Eje neutro (VA01 y VA02)

En las imágenes mostradas se puede ver claramente la diferencia entre el eje neutro calculado teóricamente y el experimental. Para el caso de la viga VA02, se tiene un desfase en cuanto al desarrollo del eje neutro experimental respecto al teórico, lo cual no ocurre para la VA01.

Luego de la fluencia del acero en la sección de estudio (empotramiento) se puede ver que el desarrollo y decremento del valor del eje neutro se da de una forma similar para el caso teórico y experimental. Sin embargo, es claro que la aproximación del eje neutro no es del todo certera cuando se registra en una longitud de 300 mm. Este efecto también toma influencia en el cálculo de los diagramas de momento – curvatura teórico de las secciones (Figura 52 y 53), en los cuales también se obtuvo diferencias respecto a los experimentales.

Adicionalmente, se muestra a continuación, un comparativo del desarrollo del eje neutro del empotramiento a lo largo del ensayo para las cuatro vigas. Se ha encerrado en círculos negros, las zonas en el gráfico donde se da el inicio de la fluencia del acero negativo o, en otras palabras, la formación de la rótula plástica en la zona del empotramiento. Esto se puede deducir por la rápida caída del eje neutro a partir de ese punto.



Fig. A.3.3.2 – Carga vs eje neutro en sección de empotramiento

Finalmente, es interesante notar que la carga de fluencia está afectada por la cantidad de acero en la sección. La viga VA01 (azul) muestra una carga de fluencia de 168 kN (16.8 Ton) aproximadamente, mientras que la carga de fluencia para la VA02 y VA03 son 20% y 30% menores respectivamente. Cabe recordar que las vigas VA02 y VA03 cuentan con una disminución de área de acero y redistribución de momentos de la misma magnitud. El

eje neutro para el cual se da la fluencia para cada sección también decrece debido a que para esta carga, se necesita menos sección de concreto en compresión a medida que se reduce el área de acero.

