PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE POSGRADO

Estimulación de la capacidad de crear problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas. Un estudio de caso en un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior.

TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

AUTORA

Ada Nazaret Aguilar Medico

ASESOR

Uldarico Victor Malaspina Jurado

Marzo, 2018

RESUMEN

La presente investigación, es un estudio de caso que tiene por objetivo general analizar cómo la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP) de Malaspina estimula la capacidad de crear problemas por variación, sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas en un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior. Para alcanzar este objetivo, se implementó un taller de creación de problemas en la Universidad Privada del Norte, en tres sesiones de tres horas con diez minutos cada una. Se presenta información sobre la planificación, la parte experimental y el análisis de los resultados de este taller que consideró como sujetos de estudio a los dos docentes de matemática asistentes a toda la secuencia de actividades propuesta. Para evaluar los problemas creados, se utilizó una rúbrica diseñada teniendo en cuenta su flexibilidad, originalidad y fluidez, como lo sugiere Malaspina. Para conocer las dificultades que tuvieron los sujetos de estudio al crear problemas se les entrevistó a la luz de la creación de problemas desde la perspectiva del modelamiento de Hansen y Hana. Para identificar sus cambios en la capacidad para crear problemas por variación, se examinó comparativamente los resultados del análisis realizado usando las rúbricas de la prueba exploratoria inicial (antes del taller de creación de problemas) y la prueba exploratoria final (después del taller de creación de problemas). Según estos resultados, se lograron cambios favorables en los problemas creados por los sujetos de estudio, lo cual fue respaldado por sus respuestas a un cuestionario de salida. Lo anteriormente mencionado permite concluir que la aplicación de la estrategia EPP ha logrado estimular la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas en los sujetos de estudio de esta investigación.

Palabras clave: Sistema de inecuaciones lineales; creación de problemas; creatividad; formación de profesores.

ABSTRACT

The current research is a case study whose general objective is to analyze how the strategy *Episode, Pre problem, Pos problem* (EPP) proposed by Malaspina stimulates the capacity of problem posing by variation, about systems of linear inequalities with two variables in a group of mathematics teachers of the first cycles at higher education. To achieve this objective, a problem posing workshop was developed at the Private University of the North. This workshop was developed during three sessions of three hours and ten minutes each. This research exhibits information related to planning, experimental part and analysis of results from the problem posing workshop. We selected two mathematics teachers that participated in all activities sequence from the workshop as the study subjects. In order to evaluate its flexibility, originality and fluency as Malaspina suggests, an evaluation rubric was applied to the created problems. Also, to learn about the difficulties of the study subjects during problem posing, they were interviewed with questions focused on problem posing from a modelling perspective by Hansen & Hana. To identify their changes in capacity of problem posing by variation, the results of the analysis performed using rubrics of the initial exploratory test (before the workshop) and the final exploratory test (after the workshop) were examined comparatively. From the results we could conclude that some positive changes were achieved in study subjects´ created problems, it was supported by their answers to an exit questionnaire. The mentioned allows us to conclude that the application of the EPP strategy has stimulated the capacity to create problems by variation, about systems of linear inequalities with two variables in the study subjects of this research.

Keywords: System of linear inequalities; problem posing; creativity; teacher training.

DEDICATORIA

A mis hijas Alejandra y Angela, a mi esposo Elmer, a mis padres Adán y Sara, a mi hermano Ángel. Amada familia muchas gracias por su amor, apoyo, ánimo, paciencia y sobre todo por su comprensión en los momentos que no pude dedicarles por priorizar mis estudios de maestría y elaboración de la presente tesis. Los amo.

AGRADECIMIENTOS

A mi asesor de tesis Dr. Uldarico Malaspina Jurado, por su guía, consejo, tiempo y orientación en favor de la elaboración de la presente tesis.

A la directora de la maestría Dra. Jesús Flores Salazar, por despertar en mí el interés por la investigación.

A la Universidad Privada del Norte, por apoyar permanentemente la capacitación de sus docentes, en ese sentido agradezco las facilidades para que la secuencia de actividades del "*Taller de creación de problemas con docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior*" que propone esta investigación se lleve a cabo con total comodidad en sus instalaciones.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

CONSIDERACIONES INICIALES

El presente trabajo de investigación surge por el anhelo de contribuir a la mejora de la enseñanza de los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas en los cursos de matemática de los primeros ciclos de educación superior, en ese sentido, creemos firmemente que los docentes tienen gran responsabilidad en la pertinencia de los problemas que presentan a sus estudiantes. Consideramos que la creación de problemas brinda herramientas valiosas para que el docente pueda formular problemas de buena calidad para la enseñanza de un objeto matemático, por tal motivo, esta investigación presenta un taller que implementa una secuencia de actividades basada en la estrategia EPP del enfoque de creación de problemas de Malaspina (2017).

Este trabajo se ha desarrollado en cinco capítulos que nos permitirán alcanzar el objetivo de esta investigación, es decir, estimular la capacidad de crear problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas en un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior.

En el primer capítulo, presentamos los estudios previos que se relacionan con nuestra investigación y que nos sirven como sustento para explicar nuestra problemática. Estos antecedentes: muestran las dificultades de los estudiantes en conocimientos previos relacionados a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, resaltan la aplicabilidad del objeto matemático sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas y evidencian que el enfoque de creación de problemas estimula la capacidad para crear problemas de matemática. El análisis de los antecedentes nos lleva a plantear la justificación, la pregunta y los objetivos de esta investigación.

En el segundo capítulo, mostramos los aspectos matemáticos y epistemológicos de los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

En el tercer capítulo, presentamos el enfoque de creación de problemas de Malaspina y parte de la creación de problemas desde la perspectiva del modelamiento de Hansen y Hana. También resaltamos que nuestra investigación es cualitativa y de manera específica que es un estudio de caso.

En el cuarto capítulo, describimos la parte experimental y analizamos los resultados obtenidos en el taller de creación de problemas propuesto.

En el quinto capítulo, formalizamos las conclusiones en relación a los objetivos de esta investigación, así como, presentamos algunas recomendaciones para futuras investigaciones sobre creación de problemas.

CAPÍTULO I: PROBLEMÁTICA

Los cursos de matemática generalmente concentran sus actividades en la resolución de problemas. Aunque no es la única actividad, consideramos que es pertinente que cada docente tenga la capacidad de crear y proponer problemas que sean realmente interesantes y constructivos; y sería mucho mejor si el docente además logra que sus estudiantes puedan crear y resolver sus propios problemas. En ese sentido Bonotto (2013) manifiesta que "el proceso de crear problemas representa una de las formas de auténtica investigación matemática [...] impulsar la creación de problemas es una de las formas de lograr el desarrollo de diferentes potencialidades de los estudiantes y de estimular una mayor flexibilidad mental" (p. 53). Por tanto, si se trata de impulsar la creación de problemas en los estudiantes, es necesario que antes el docente desarrolle su propia capacidad de crear problemas.

1.1. Antecedentes

Iniciamos nuestra investigación presentando reflexiones y recomendaciones recogidas de estudios con sustento científico que anteceden a nuestra investigación y que: explican que los estudiantes tienen serias dificultades en conocimientos matemáticos previos relacionados a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas; muestran la aplicabilidad del objeto matemático escogido; evidencian que las estrategias relacionadas al enfoque de creación de problemas contribuyen a que los docentes estimulen su capacidad creadora de problemas.

1.1.1. Dificultades de los estudiantes en conocimientos previos relacionados a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas

Beltrão (2010) estudió las inecuaciones lineales con una incógnita, presentó una investigación sobre las dificultades de un grupo de alumnos para responder preguntas relacionadas con desigualdades que toman como referencia el examen de suficiencia algebraica SAEPE 2008 que el gobierno de Pernambuco, Brasil, aplica a sus estudiantes de escuelas públicas. En su investigación, para responder las preguntas, cada alumno debe presentar su procedimiento y en algunos casos sustentarlo, no es un examen para marcar alternativas como el examen original. Su investigación se fundamenta en teorías sobre Didáctica de la Matemática y los Lenguajes de acuerdo con Bruno D'Amore (2007), y sostiene que las dificultades de los alumnos en relación al aprendizaje de la matemática están vinculadas con las ideas de lenguaje y simbolismo. En cuanto a la metodología aplicada, el autor tiene algunos puntos de convergencia con el modelo metodológico de análisis de contenidos de Bardin, utiliza los indicadores de SAEPE 2008, categoriza las producciones de los alumnos, elabora cuadros de referencia y tratamiento e interpreta los resultados.

Con respecto a las dificultades, en el artículo se precisa que los alumnos tienen deficiencias con las inecuaciones: al pasar del lenguaje natural al lenguaje algebraico y viceversa; al relacionar la matemática escolar con lo cotidiano; al relacionar a la desigualdad con la idea de diferente; al resolver una desigualdad algebraica por usar técnicas propias de una igualdad algebraica.

Beltrão (2010) manifiesta que la matemática posee un lenguaje específico y uno de los objetivos de quién enseña es hacer que los estudiantes se apropien de ese lenguaje; además indica que dicho lenguaje matemático posee tres características: la precisión, la brevedad y la universalidad. En ese sentido, el autor resalta que los docentes debemos propiciar que los alumnos comprendan que la desigualdad en aritmética tiene un sentido distinto al de desigualdad en álgebra, que las desigualdades tienen su propio simbolismo, que el resultado de una desigualdad algebraica está expresado mediante un conjunto y no con una respuesta exacta. El autor destaca que un gran problema en la enseñanza y aprendizaje de la matemática es la falta de conexión entre la notación formal y el significado del objeto matemático, por ello recomienda que los docentes deben proponer actividades que requieran la transformación entre el lenguaje natural, el lenguaje geométrico y el lenguaje algebraico para contribuir a que el alumno desarrolle competencias necesarias para resolver problemas como los propuestos en su investigación.

Por su parte, Maroto (2013) manifiesta que el objetivo de su investigación es analizar las ideas centrales del constructivismo para proponer una secuencia didáctica que pueda aplicarse para estudiar el tema inecuaciones lineales con una incógnita. Al respecto, la autora destaca que los errores más frecuentes de los alumnos de secundaria al resolver inecuaciones son: que no tienen claro cuál es el signo mayor que y el signo menor que; que tienden a establecer el conjunto solución en el conjunto de los enteros y no el conjunto de los números reales aunque se les indique que la variable pertenece a este conjunto; que aprenden el algoritmo de resolución de inecuaciones sin comprenderlo y que reproducen erróneamente el proceso de resolución de ecuaciones para resolver una inecuación. En la investigación también se menciona que entre las principales dificultades para alcanzar el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones se encuentran pasar un enunciado literal a una expresión algebraica, así como, la interpretación no apropiada que se hace de la solución de una inecuación.

La autora considera el enfoque constructivista para proponer una secuencia de actividades que le permita retomar algunos conceptos matemáticos básicos que deben ser comprendidos por el grupo de estudiantes, luego plantea algunos problemas relacionados con situaciones reales para lograr mayor profundización de los conceptos y la comprensión de la utilidad del tema; y destaca que para resolver las actividades es fundamental el trabajo independiente y reflexivo por parte del grupo de estudiantes bajo la guía docente. La autora recomienda a los docentes introducir el concepto de inecuaciones lineales y su algoritmo de resolución de manera reflexiva, así como, mostrar la notación de manera adecuada y comprensible.

Como podemos apreciar, los dos trabajos antes mencionados coinciden en: la detección de la problemática que los estudiantes presentan cuando tienden a resolver mecánicamente una desigualdad algebraica con técnicas propias de una igualdad algebraica; la evidente falta de conexión entre la notación formal y el significado del objeto matemático; y la ausencia de coordinación entre las diferentes representaciones de los objetos matemáticos. En ese sentido, los antecedentes presentados brindan información importante y recomendaciones que los docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior deben tomar en cuenta al momento de crear problemas relacionados a sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas. Es decir, los docentes deben considerar las dificultades de los estudiantes en los conocimientos previos relacionados a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas para crear problemas adecuados y relevantes para la trayectoria de aprendizaje del objeto matemático escogido.

1.1.2. Aplicaciones del objeto matemático sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas

Oliveira y de Jesús (2014) estudiaron los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas en sus representaciones algebraica y gráfica con el objetivo de favorecer su uso como una herramienta matemática que permita la solución de problemas de programación lineal. En su investigación cualitativa, los autores presentaron como fundamentación teórica a la teoría de registros de representación semiótica de Duval (2008), esta teoría se pone de manifiesto en las actividades propuestas en la investigación dado que se resaltan las conversiones entre los registros de representación semiótica algebraico y gráfico, así como, los respectivos tratamientos en cada registro; también citan a Damm (2010) para aclarar que es de fundamental importancia distinguir al objeto matemático sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas de sus diferentes representaciones.

Oliveira y de Jesús (2014) se basaron en el currículo de enseñanza secundaria (Brasil, 2008) y utilizaron la Geometría Analítica para abordar el objeto de estudio sistemas de inecuaciones lineales. En este contexto, pudieron manipular entre otros objetos matemáticos a los sistemas de inecuaciones lineales con sus representaciones geométrica y algebraica. Las actividades se desarrollaron en un laboratorio de cómputo, en el ambiente informático de Winplot y se enfocaron en la representación algebraica y gráfica de los sistemas de inecuaciones lineales con el objetivo de dar condiciones para que los sujetos de estudio, dos duplas de alumnos de tercer año de secundaria, construyan conocimientos relacionados a la región factible de un problema de programación lineal.

Reaño (2011), estudió los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas bajo la perspectiva teórica de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1986) y la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval (1993).

La metodología utilizada en esta investigación fue la Ingeniería Didáctica de Artigue (1995). La autora, destaca el diseño y elaboración de una secuencia didáctica que utilizó los sistemas de inecuaciones lineales con dos variables para resolver problemas contextualizados de programación lineal con estudiantes del segundo ciclo de la carrera de Turismo Sostenible matriculados en el curso de Matemática Aplicada a la Economía II en la Universidad Antonio Ruiz de Montoya. Estos estudiantes, debieron coordinar los registros de representación semiótica gráfico, algebraico y verbal, además de obtener conclusiones considerando la interrelación de su intuición optimizadora con el lenguaje formal.

Reaño (2011) manifiesta que durante la experimentación de la secuencia didáctica se observó que los estudiantes tenían dificultades con el significado de las variables en el contexto dado; con la coordinación de los registros verbal, algebraico y gráfico; con el manejo de escalas; con la interpretación de un punto dentro, fuera, en los bordes y en posiciones diversas de la región factible. La secuencia didáctica pudo ser rediseñada luego de la experimentación en aula para facilitar la construcción del objeto matemático en estudio sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

Ambas investigaciones coinciden en considerar al objeto matemático sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas como una herramienta que permite resolver problemas de programación lineal. Esta información es relevante para el docente creador de problemas sobre sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas porque el contexto de sus creaciones no debe ser solamente intra matemático; también debe considerar contextos extra matemáticos.

1.1.3. Aplicaciones del enfoque de creación de problemas

La tesis de Martínez (2015) presenta la aplicación de estrategias para estimular la capacidad de crear problemas por variación relacionados a la adición y sustracción de números naturales en docentes de educación primaria de la I.E. N° 20402 Virgen de Fátima de la ciudad de Huaral.

La autora indica que su investigación se apoya en la estrategia EPP (Episodio, Problema pre y Problema pos) de Malaspina (2014) y en la Metodología

Etnográfica de Arnal. Su objetivo es analizar el efecto de la estrategia EPP en la capacidad de crear problemas por variación relacionados a la adición y sustracción de números naturales de los docentes sujetos de estudio participantes del taller.

La autora, en su secuencia de actividades consideró la aplicación de una ficha de recolección de datos y el desarrollo del taller que presenta cuatro episodios de clase cada uno con objetivos específicos. Se adaptó una rúbrica con el propósito de: determinar los elementos presentes en el problema creado; asignar el calificativo de 1 a 4 puntos (de menor a mayor) al problema creado según los indicadores de creatividad según Malaspina (2014b), es decir, flexibilidad, originalidad y fluidez; e identificar el tipo de problema aritmético elemental verbal (PAEV) creado.

Martínez (2015) concluye que después de la aplicación de la estrategia EPP, los docentes manifestaron su aceptación a la estrategia EPP para la creación de problemas por variación, calificándola de apropiada y pertinente, porque los pasos para crear los problemas son sencillos y les permite acercar las matemáticas a sus estudiantes, y porque "la estrategia permite integrar las matemáticas con otras áreas del conocimiento y con la realidad de sus estudiantes" (p. 140). La autora también afirma que la "capacidad creadora que poseían los participantes, se incrementó con la estrategia EPP a medida que transcurría el taller […] se habían apropiado de los elementos y pasos a seguir para crear problemas por variación […] la calidad de sus propuestas también aumento" (p. 142).

Torres (2016) implementa una estrategia de creación de problemas sobre funciones cuadráticas que integra nociones de análisis didáctico y que se propone contribuir a que docentes en servicio inventen problemas. El autor manifiesta que la estrategia utilizada para la creación de problemas fue ERPP (Episodio, Reflexión, Problema pre, Problema pos) de Malaspina, Mallard y Font (2015), la cual es una propuesta mejorada de la estrategia EPP de Malaspina (2014). La estrategia ERPP enfatiza "la reflexión sobre la resolución y creación de problemas basada en un episodio de clase" (Torres, 2016, p. 82). Al desarrollar las cuatro sesiones del taller *Creación de problemas de* *matemáticas para la enseñanza y aprendizaje de funciones en la educación secundaria*, el autor propuso actividades para: dar a conocer los elementos básicos para la creación de problemas de matemáticas y para el análisis didáctico; elaborar configuraciones cognitivas mediante el análisis de la solución de un problema; y para hacer el análisis didáctico y crear problemas didácticamente buenos.

En ese sentido, Torres (2016) se basa en el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS) por el análisis de las configuraciones epistémicas y cognitivas, y de las prácticas matemáticas. Para examinar los problemas creados por los docentes utilizó una rúbrica que articula los criterios de idoneidad (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica) del EOS. El método utilizado para su investigación fue el estudio de caso y su procedimiento metodológico la triangulación de expertos y análisis del contenido.

Torres (2016) manifiesta que para evaluar las habilidades de los docentes en servicio con respecto al objeto matemático función cuadrática, el taller inició en su primera sesión, con una evaluación diagnóstica que se diseñó en base a la taxonomía MATH, la cual obtuvo como resultado que los docentes en servicio tenían un manejo incipiente del objeto matemático. En la segunda sesión, los docentes en servicio participantes del taller de creación de problemas fueron partícipes de la estrategia de creación de problemas por variación, en la cual se seleccionó a dos docentes para ser sujetos de estudio de la investigación gracias a la triangulación de expertos como consecuencia de la aplicación del método de estudio de caso. Es importante mencionar que sus creaciones fueron sometidas a una rúbrica, en el sentido de Malaspina (2011), elaborada para determinar si cumplen con los indicadores de un problema didácticamente bueno:

> "La dificultad no es demasiado grande y se percibe que la solución es alcanzable (idoneidad cognitiva); favorece intuir un camino para obtener la solución o conjeturar una solución (idoneidad interaccional, emocional y cognitiva); favorece hacer algunas verificaciones […] para mantener o rechazar conjeturas

> (idoneidad interaccional y mediacional); se percibe que es interesante o útil resolver el problema (idoneidad emocional y ecológica); favorece establecer conexiones matemáticas, ya sea entre varios temas matemáticos, con situaciones reales o con otros campos del conocimiento (idoneidad epistémica y ecológica); se percibe claramente en qué consiste el problema (idoneidad interaccional y cognitiva); favorece el uso de relaciones lógicas antes que el uso mecánico de algoritmos (idoneidad epistémica); favorece crear nuevos problemas, haciendo de manera natural algunas variaciones que llevan a situaciones significativas, tanto didáctica como matemáticamente (idoneidad epistémica)" (Torres, 2016, p. 95).

Algunas de las conclusiones de Torres (2016) señalan que: al analizar los resultados de la evaluación diagnóstica una característica de su trabajo fue el estudio de las habilidades de los profesores en servicio respecto al objeto matemático; "los buenos resolutores de problemas al ser estimulados con la estrategia ERPP, muestran mejores condiciones para ser buenos creadores de problemas, especialmente de problemas didácticamente buenos" (p. 219); "basados en los análisis de datos tanto del cuestionario de salida como la reflexión basada sobre la práctica de creación y la evaluación diagnóstica, que esta reflexión basada en los criterios de problemas didácticamente buenos es más enriquecedora y profunda si se tiene una buena competencia matemática" (p. 221).

Es evidente que las conclusiones expuestas de ambas investigaciones coinciden en que el enfoque de creación de problemas de Malaspina (2014), específicamente la aplicación de estrategias basadas en Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP), tienen resultados favorables relacionados a la estimulación de la capacidad creadora de los docentes sujetos de estudio.

1.2. Justificación

Por lo expuesto en los antecedentes formalizamos que en esta investigación: los sujetos de estudio serán un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de la UPN; el objeto matemático de estudio es el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas y se utilizará la estrategia EPP para crear problemas por variación relacionados al objeto matemático.

Los sujetos de estudio de la presente investigación, son un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior de una de las sedes de la Universidad Privada del Norte (UPN), por lo tanto, están sujetos a la normativa legal vigente que corresponde a su nivel educativo. La Ley N° 30220 dada por el Congreso de la República de Perú, el 9 de julio de 2014, titulada Ley Universitaria, es el marco legal en el cual se desempeñan los sujetos de estudio. Esta ley, establece en su capítulo VIII titulado Docentes, artículo 87 titulado Deberes del docente, inciso 87.4, que los docentes deben cumplir con "perfeccionar permanentemente su conocimiento y su capacidad docente y realizar labor intelectual creativa" (Congreso de la República, 2014, p. 527242).

Por otro lado, los sujetos de estudio, también deben responder a las exigencias del modelo educativo 2.0 de la UPN, el cual está basado en competencias y centrado en el desarrollo del estudiante. Este modelo da pautas para la interrelación adecuada de docentes, estudiantes y el currículo e indica que el docente en su relación con las competencias y perfiles (currículo) diseña medios y materiales para lograr óptimas secuencias de aprendizaje que conduzcan hacia el cumplimiento de los logros y hacia la formación del estudiante bajo las competencias profesionales y personales del curso. Bajo este modelo, los mentores, son docentes que dictan cursos desde el primer al tercer ciclo y en sus sesiones de aprendizaje deben desarrollar las competencias de "pensamiento creativo y liderazgo personal" (UPN, 2017, p. 29). En lo relacionado a las sesiones de aprendizaje, el diseño de medios y materiales para lograr óptimas secuencias de aprendizaje en el aula hace necesario que el docente demuestre su capacidad creadora de problemas, dado que, en parte de las sesiones de matemática los estudiantes se dedican a la resolución de problemas propuestos por el docente, por ello estos problemas deben ser relevantes y adecuados. En lo relacionado específicamente a la competencia de pensamiento creativo, el modelo educativo exige que en el aula se realicen talleres para que los estudiantes alcancen dicha competencia. Además en el perfil de un estudiante de la UPN, se resalta como una de sus competencias generales: el pensamiento creativo y crítico, el cual se evidencia cuando "el estudiante explora y evalúa problemas para elaborar y argumentar su propia postura o propuestas creativas de solución" (UPN, 2017, p. 45). Lo anteriormente mencionado, nos lleva a reflexionar sobre la forma en qué los docentes de matemática de los primeros ciclos de la UPN pueden ayudar a sus estudiantes a alcanzar dicha competencia de pensamiento creativo, podrían hacerlo estimulándolos a crear y resolver sus propios problemas, pero cómo podrían hacerlo si los propios docentes no han estimulado su propia capacidad de crear problemas, este es uno de los aspectos que justifica esta investigación.

Con respecto al objeto matemático, podemos mencionar que es parte de los contenidos considerados en los sílabos de cursos de matemática en los primeros ciclos universitarios de diversas universidades, que posteriormente se consolida en cursos de investigación de operaciones cuando se aborda el tema de programación lineal. Específicamente en la UPN, los conocimientos previos relacionados al objeto matemático, como desigualdades e inecuaciones lineales, se abordan en el curso de primer ciclo llamado Complementos de matemática, el objeto matemático sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas se trabaja en el segundo ciclo como parte del curso de Matemática básica y posteriormente dependiendo de la facultad a la cual pertenezca la carrera de pregrado se trabaja como una antesala al tema de programación lineal. En ese sentido, los antecedentes sobre dificultades de los estudiantes en conocimientos previos relacionados a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, respaldan nuestra posición sobre la importancia de que el docente aborde los inconvenientes de los estudiantes en los temas de desigualdades e inecuaciones lineales, dado que son conocimientos previos necesarios para el entendimiento adecuado de los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas. Por otro lado, los antecedentes sobre aplicaciones del objeto matemático, evidencian la importancia y aplicabilidad del objeto matemático escogido para resolver en primera instancia problemas de programación lineal, y además son útiles porque dan recomendaciones que el docente debe conocer y considerar al diseñar sus clases sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas y en particular al crear problemas sobre este objeto matemático. Además es importante mencionar que los problemas propuestos, en los textos universitarios, generalmente solicitan hallar la región factible priorizando el registro gráfico, sin embargo en esta investigación se propiciará la creación de problemas por variación de la información, del requerimiento, del contexto y entorno de problemas dados propiciando el trabajo en diversos registros. Lo indicado por los antecedentes y lo observado en los textos universitarios son otro aspecto que justifica nuestra investigación.

Las conclusiones de los antecedentes relacionados a la aplicación del enfoque de creación de problemas muestran como la estrategia EPP de Malaspina (2014) puede estimular la capacidad creadora de problemas de docentes en servicio de diferentes niveles educativos y en relación a diferentes objetos matemáticos, lo cual es otro aspecto que hace relevante nuestra investigación.

Lo que motiva esta investigación es contribuir a que los docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior de la UPN se encuentre preparados: para atender lo estipulado en el inciso 87.4 de la Ley Universitaria y cumplir con lo requerido en el modelo educativo 2.0 de la UPN; para reflexionar matemática y didácticamente sobre el objeto matemático en estudio teniendo en cuenta las recomendaciones y reflexiones mostradas en los antecedentes; para:

> "proponer problemas que sean cercanos a las motivaciones de los alumnos y a los contextos en los que viven; crear secuencias de problemas de dificultad gradual que lleven a un problema particularmente importante; proponer problemas que recojan las iniciativas, percepciones o interrogantes de los alumnos, que contribuyan a aclarar o ampliar sus ideas, ante el reto de resolver problemas o de comprender temas de matemáticas; […] llenar el vacío que hay en la mayoría de textos de matemáticas […]; mejorar la calidad de las evaluaciones; consolidar su formación matemática" (Malaspina y Vallejo, 2014, p.10).

Por lo anteriormente expuesto, se justifica que la presente investigación se oriente a estimular en un grupo de docentes de los primeros ciclos de educación superior de la UPN la capacidad para crear problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas en sus diferentes representaciones.

1.3. Pregunta y objetivos de la investigación

La presente investigación se plantea como problema responder a la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo estimular la capacidad de crear problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior?

Objetivo General

Analizar cómo la estrategia EPP (Episodio, Problema pre, Problema pos) estimula la capacidad de crear problemas por variación, sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior.

Objetivos específicos

1. Identificar los conocimientos matemáticos y la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, de un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior, mediante una prueba de exploración inicial, antes de participar de una secuencia de actividades basada en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP).
2. Describir los cambios en la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, de un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior al aplicar una secuencia de actividades basada en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP) mediante rúbricas, comentarios y entrevistas.
3. Identificar los cambios en la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, de un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior luego de aplicar una secuencia de actividades basada en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP), mediante diagramas de barras relacionados con la prueba de exploración inicial, la prueba de exploración final y el cuestionario de salida.

CAPÍTULO II: SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

A continuación se presentan aspectos matemáticos y epistemológicos relacionados al objeto matemático sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas y sus objetos matemáticos asociados. Es importante resaltar que en la búsqueda de información relacionada al objeto matemático en estudio, es común encontrarlo como sistema de desigualdades, posiblemente por el uso en inglés de *inequality* y muy pocas veces *inequation*, el cual se trata como un tema introductorio a la programación lineal.

2.1. Aspectos matemáticos

Para los objetivos de esta investigación se considera como objeto matemático de estudio al sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas. Esto confina la representación gráfica del objeto matemático al espacio bidimensional.

En relación a las inecuaciones lineales con dos incógnitas, esta investigación toma como referencia a Stephenson (1971) quién inicialmente considera que una ecuación lineal define una línea recta en el espacio bidimensional.

Sea la ecuación lineal $ax+by=c$ donde a,b,c son constantes reales, a y b no son ceros al mismo tiempo, la representación gráfica de esta ecuación divide al plano en tres regiones distintas o subconjuntos: primero, los puntos sobre la línea recta $ax+by=c$; segundo, los puntos en el plano que corresponden a la inecuación lineal $ax+by>c$; y tercero, los puntos en el plano que corresponden a la inecuación lineal $ax+by<c$. En el caso de las inecuaciones $ax+by\geq c$ y $ax+by\leq c$ se definen semiplanos cerrados. Los semiplanos mencionados son claramente convexos.

Los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas están definidos por regiones convexas que son el resultado de la intersección de los semiplanos que representan a cada una de las inecuaciones lineales con dos incógnitas que conforman el sistema.

2.1.1. Inecuaciones e hiperplanos

Una mirada más general a lo expuesto en el apartado anterior se muestra en Malaspina (1999) quién define a un hiperplano en $\mathbb{R}^n$ como "el conjunto de todas las soluciones de una ecuación lineal de n variables. Formalmente: Dado un vector $p \in \mathbb{R}^n; p \neq 0$ y un número real α, un hiperplano (de normal p) es el conjunto $H(p,\alpha) \coloneqq \{p \in \mathbb{R}^n / p.x = \alpha\}$ " (p. 128), además demuestra que "todo hiperplano en $\mathbb{R}^n$ es un conjunto convexo" (p. 129).

En relación a los hiperplanos, Malaspina (1999) define:

> "que dado $H(p,\alpha) \subset \mathbb{R}^n$ se le llama: semiespacio abierto bajo el hiperplano en $\mathbb{R}^n$ al conjunto $H(p,\alpha) \coloneqq \{p \in \mathbb{R}^n / p.x < \alpha\}$; semiespacio cerrado bajo el hiperplano en $\mathbb{R}^n$ al conjunto $H(p,\alpha) \coloneqq \{p \in \mathbb{R}^n / p.x \leq \alpha\}$; semiespacio abierto sobre el hiperplano en $\mathbb{R}^n$ al conjunto $H(p,\alpha) \coloneqq \{p \in \mathbb{R}^n / p.x > \alpha\}$; y semiespacio cerrado sobre el hiperplano en $\mathbb{R}^n$ al conjunto $H(p,\alpha) \coloneqq \{p \in \mathbb{R}^n / p.x \geq \alpha\}$" (p.130).

Así las regiones factibles de los sistemas de inecuaciones lineales, contemplados en esta investigación, son intersecciones de semiespacios en $\mathbb{R}^2$.

2.2. Aspectos epistemológicos

A continuación se presentan aspectos epistemológicos relacionados al objeto matemático sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas. Se contempla una primera parte con una breve referencia histórica desde las desigualdades, las inecuaciones, hasta la programación lineal como una aplicaciones más importantes de los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas y una segunda parte que considera una revisión de cómo los textos universitarios presentan al objeto matemático.

2.2.1. Referencia histórica

Con respecto a las relaciones de desigualdad en la vida cotidiana, Stephenson (1971) menciona que desde el origen de la humanidad la idea de que una entidad sea mayor o menor que otra debe haber sido una de las ideas matemáticas más tempranas a desarrollarse, "ya en el 250 a.C. Arquímedes pudo establecer la relación de desigualdad $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{10}{70}$, donde el símbolo $<$ se lee es menor que" (p. 1). Con respecto a la desigualdad anterior, Struik (1948) especifica que fue una de las contribuciones más importantes de Arquímedes a las matemáticas en su obra sobre la medición del círculo donde "él encontró una aproximación de la circunferencia del círculo mediante el uso de polígonos regulares inscritos y circunscritos. Extendió su aproximación a polígonos de 96 lados" (p. 64). Stephenson (1971) también comenta que el dogma principal de la teoría de la evolución de las especies de Darwin es la "supervivencia del más apto" (p. 1), este dogma puede verse como una relación de desigualdad, ya que dadas las especies A y B, si la especie A se adapta mejor a su entorno que la especie B, es más probable que sobreviva.

Como evidencia y para analizar la evolución de las inecuaciones (no necesariamente lineales) a través de la historia, Stephenson (1971) presenta cuatro inecuaciones: la de Cauchy-Schwarz; la de Holder; la de Minkowski y finalmente la de Jenssen.

Entre las aplicaciones más importantes del objeto matemático de esta investigación se encuentra la programación lineal. Stephenson (1971) señala que esta técnica fue desarrollada por Von Neumann y George Dantzig durante la última parte de la segunda guerra mundial para resolver problemas militares. Por su parte Miller, Heeren y Hornsby (2013) resaltan que "los procedimientos para resolver problemas de programación lineal fueron desarrollados en 1947 por George Dantzig, mientras trabajaba en un problema de asignación de suministros de la Fuerza Aérea de Estados Unidos, con la finalidad de que los costos fueran mínimos" (p. 401). En la actualidad, la programación lineal es una herramienta importante para la dirección de negocios.

2.2.2. Revisión de textos universitarios

Con respecto a las desigualdades lineales con dos incógnitas x e y Haeussler, Paul y Wood (2008) afirman:

> "pueden escribirse de una de las siguientes formas $ax+by+c<0$; $ax+by+c\leq 0$; $ax+by+c>0$; $ax+by+c\geq 0$ donde a,b y c son constantes y ni a ni b son cero. En forma geométrica, la solución [...] consiste en todos los puntos $(x;y)$ en el plano cuyas coordenadas satisfacen dicha desigualdad. [...] Es claro que existe un número infinito de soluciones" (p.281).

Es importante resaltar que en la afirmación anterior, "ni a ni b son cero" se debe considerar que ni a ni b son cero a la vez, pero sí puede ser cero uno de ellos.

Con respecto a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas Haeussler *et al.* (2008) agregan que "la solución de un sistema de desigualdades consiste en todos los puntos cuyas coordenadas satisfacen de manera simultánea todas las desigualdades dadas. En forma geométrica, es la región común para todas las regiones determinadas por las desigualdades dadas" (p. 283).

Haeussler *et al.* (2008) destaca que una de las aplicaciones de los sistemas de desigualdades lineales con dos incógnitas se evidencia en los problemas de programación lineal; por ello establecen que la estructura de este tipo de problemas está dada por: la función objetivo (función que se debe maximizar o minimizar), sistema de restricciones (sistema de desigualdades lineales), soluciones factibles o puntos factibles (que generalmente son infinitos). Haeussler *et al.* (2008) resaltan que en un problema de programación lineal la meta es encontrar la solución óptima, es decir, la que dé el valor máximo o mínimo a la función objetivo ciertamente considerando las restricciones dadas por el correspondiente sistema de inecuaciones lineales.

Por su parte Harshbarger y Reynolds (2004) afirman que la solución de una desigualdad lineal con dos variables está dada por los pares ordenados $(x; y)$ que satisfacen dicha desigualdad. Así mismo, los autores afirman que "las desigualdades simultáneas reciben el nombre de sistema de desigualdades […] podemos encontrar el conjunto solución del sistema de desigualdades trazando la gráfica de las desigualdades en el mismo conjunto de ejes e identificando sus puntos de intersección" (p. 278).

Harshbarger y Reynolds (2004) ejemplifican la solución gráfica de un sistema de desigualdades lineales con dos incógnitas mediante el requerimiento de trazar la gráfica de la solución del sistema:

$$\begin{cases} 3x - 2y \geq 4 \\ x + y - 3 > 0 \end{cases}$$

Para responder al requerimiento proponen escribir el sistema de desigualdades en la forma $\begin{cases} y \leq \dfrac{3}{2}x - 2 \\ y > -x + 3 \end{cases}$. Inician graficando la recta que corresponde a cada desigualdad. En el caso de $3x-2y \geq 4$ le corresponde graficar la recta de ecuación $y=\frac{3}{2}x-2$, porque la desigualdad también satisface la igualdad; y en el caso $x+y-3>0$ le corresponde graficar la "línea de guiones" correspondiente a la ecuación $y=-x+3$, porque la desigualdad no satisface la igualdad. Luego proceden con el reconocimiento de la región solución de cada desigualdad mediante la evaluación de un punto de prueba que no esté en la recta que es frontera de cada región, para ver si la satisface y así establecer su región solución; finalmente identifican la región factible como la intersección de las regiones de solución anteriores. A continuación utilizan el registro gráfico para ilustrar el proceso anterior:

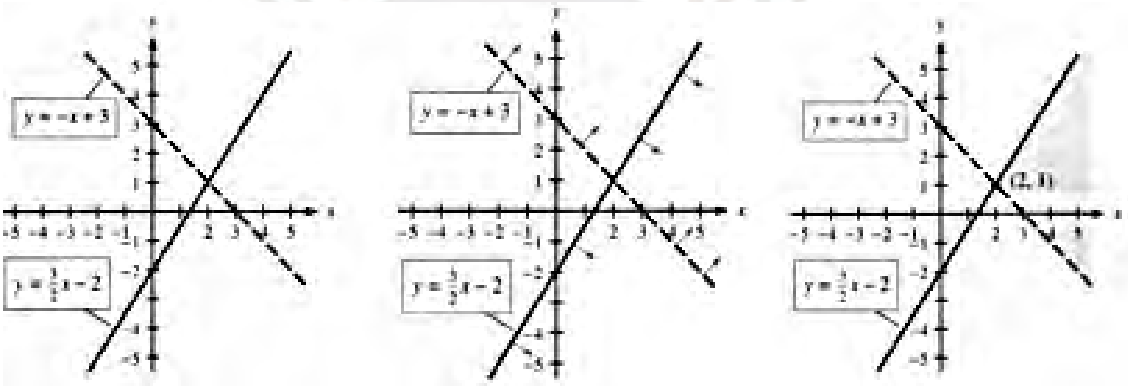


Figura 1. Proceso para determinar la región solución de un sistema de desigualdades lineales con dos incógnitas. Harshbarger y Reynolds (2004, p. 279)

Harshbarger y Reynolds (2004) proponen como introducción a los problemas de programación lineal un ejemplo de sistema de desigualdades lineales que incluye dos desigualdades de no negatividad para las variables x e y; es decir el requerimiento es graficar la solución del siguiente sistema:

$$\begin{cases} x+2y \leq 10 \\ 2x+y \leq 14 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Es evidente que las desigualdades $x \geq 0$ y $y \geq 0$ restringen la solución del sistema propuesto al primer cuadrante del plano cartesiano incluyendo los ejes que lo delimitan.

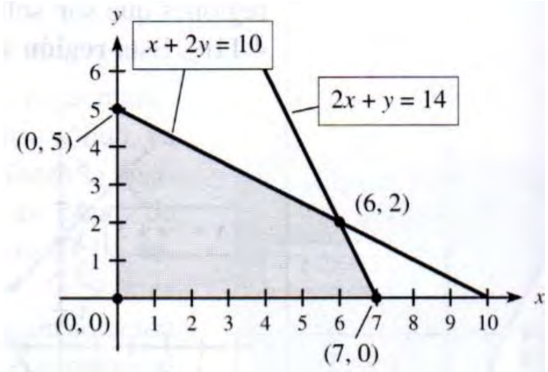


Figura 2. Región solución de un sistema de desigualdades lineales con dos incógnitas con desigualdades de no negatividad. Harshbarger y Reynolds (2004, p. 280)

Harshbarger y Reynolds (2004) mencionan que para resolver un problema de programación lineal con dos variables se puede utilizar el método gráfico. Resaltan que las restricciones forman un sistema de desigualdades con dos variables que se debe resolver gráficamente, la solución de este sistema determina una región donde cada uno de sus puntos es una solución factible. Por lo tanto, dicha región se denomina región factible, donde en algún punto de ella se alcanza la solución óptima para la función objetivo del problema de programación lineal.

Por su parte, Miller *et al.* (2013) hacen un tratamiento más general y definen que una desigualdad lineal con dos variables puede escribirse como " $Ax + By < C$ o $Ax + By > C$, donde A, B y C son números reales, y ni A ni B no son iguales a 0 […] los símbolos $\leq$ y $\geq$ pueden sustituir a $<$ y $>$" (p. 398) y así tener otras inecuaciones. Es importante observar que en la afirmación anterior, "ni A ni B no son iguales a 0" se debe considerar que ni A ni B son cero a la vez, pero sí puede ser cero uno de ellos. Con respecto a las gráficas de las desigualdades lineales con dos variables, los autores indican que "son regiones en el plano de números reales y pueden incluir una recta límite. La recta límite de la desigualdad $Ax + By < C$ o $Ax + By > C$ es la gráfica de la ecuación $Ax + By = C$" (p. 398). En relación a la expresión "son regiones en el plano de números reales" es importante considerar que las regiones en el plano son puntos cuyas coordenadas son números reales.

Con respecto a los sistemas de desigualdades con dos variables Miller *et al.* (2013) indican que se pueden resolver gráficamente. Los autores agregan que "un sistema de desigualdades lineales consiste en dos o más desigualdades, y el conjunto solución de este sistema se integra con todos los puntos que hacen verdaderas a todas las desigualdades al mismo tiempo" (p. 400).

Para hallar el conjunto solución del sistema Miller *et al.* (2013) indican que inicialmente se debe graficar cada desigualdad del sistema en un solo sistema de coordenadas y luego encontrar la intersección (el traslape) de las regiones de solución. Para ejemplificar el procedimiento anterior, los autores requieren graficar el conjunto solución del sistema lineal $\begin{cases} 3x+2y\leq 6 \\ 2x-5y\geq 10 \end{cases}$. Es decir, se grafican las dos desigualdades en un solo sistema de coordenadas considerando que en ambas desigualdades las rectas límite son continuas, luego se sombrea la región de intersección. Los autores también presentan el procedimiento en el registro gráfico.

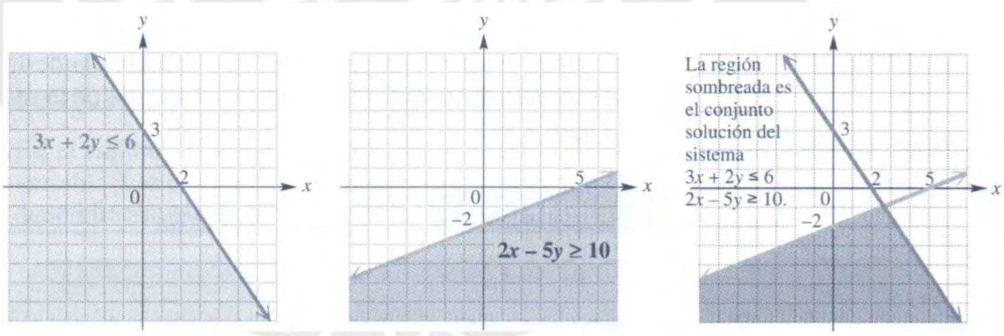


Figura 3. Proceso para determinar la región solución de un sistema de desigualdades lineales con dos incógnitas. Miller et al. (2013, p.400)

Como se mencionó anteriormente, el tema de sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas se trata de manera introductoria a la programación lineal. En ese sentido, luego de tratar el tema de sistema de desigualdades, Miller et al. (2013) presentan que la programación lineal tiene muchas aplicaciones porque se usa para calcular un valor óptimo (costo mínimo o utilidad máxima).

CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO

Para estimular la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas en un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de la UPN, el marco teórico sobre el cuál se fundamenta la secuencia de actividades propuesta por esta investigación es el enfoque de creación de problemas según Malaspina (2017) y algunos aspectos de la creación de problemas desde la perspectiva del modelamiento según Hansen y Hana (2015).

Por otro lado, es importante destacar que esta investigación es cualitativa porque está orientada a recoger y estructurar la información necesaria y suficiente para alcanzar los objetivos planteados, sin pretensiones de generalizar, por el contrario se pretende identificar y describir la capacidad de crear problemas por variación de los sujetos de estudio de esta investigación en su participación en la secuencia de actividades basada en la estrategia EPP.

A continuación se detallan los fundamentos teóricos y metodológicos sobre los cuales se basa la presente investigación.

3.1. Enfoque de creación de problemas

Según Malaspina (2017) los problemas tienen cuatro elementos fundamentales:

> "la información, que hace referencia a los datos cuantitativos o relacionales que el problema brinda; el requerimiento, que es lo que se pide que se encuentre examine o concluya, que puede ser cuantitativo o cualitativo, incluyendo gráficos y demostraciones; contexto, que puede ser intra matemático o extra matemático; y entorno matemático que es el marco matemático global en el que se ubican los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para resolver el problema" (p. 4).

Malaspina (2017) también menciona que "la creación de problemas de matemáticas es un proceso mediante el cual se obtiene un nuevo problema: por variación de un problema dado o por elaboración" (p. 4). Un problema creado por variación de un problema dado, es aquel que resulta al hacer cambios cualitativos o cuantitativos a alguno o algunos de sus elementos fundamentales. Un problema creado por elaboración puede ser: "libre, a partir de una situación dada o configurada; o por un pedido específico, con énfasis matemático o didáctico" (Malaspina, 2017, p. 4).

El enfoque de creación de problemas de Malaspina (2017) presenta las estrategias EPP (Episodio, Problema pre, Problema pos) y SPP (Situación, Problema pre, Problema pos).

La estrategia EPP, orientada a crear problemas por variación, puede desarrollarse en talleres con profesores siguiendo el siguiente procedimiento: primero, se presenta a los participantes del taller un episodio de la clase de un profesor, el cual contiene el problema y los comentarios hechos por los estudiantes al tratar de resolver un problema; segundo, se pide a los participantes que resuelvan el problema del episodio y que inventen un problema pre (problema que facilite la comprensión y solución del problema del episodio); tercero, los participantes se reúnen en grupos de dos o tres integrantes para reflexionar y comparar sus problemas pre, así cada grupo escoge el problema pre del grupo; cuarto, se socializan los problemas pre de cada grupo para recomendaciones constructivas; quinto, se retorna al trabajo individual y se solicita la creación de un problema pos (problema más retador inspirado en el problema del episodio); finalmente se retoman el tercer y cuarto paso con los problemas pos.

La estrategia SPP, orientada a crear problemas por elaboración, puede desarrollarse en talleres con profesores considerando el siguiente procedimiento: primero, se presenta a los participantes del taller una situación motivadora con énfasis didáctico o un requerimiento específico con énfasis matemático; segundo, se pide a los participantes que individualmente inventen un problema que responda a la situación o requerimiento dado y que lo resuelvan; tercero, los participantes se reúnen en grupos de dos o tres integrantes para socializar sus creaciones y así cada grupo escoge el problema que los representa y que llamaremos PG (Problema de Grupo); cuarto, se solicita a cada grupo que cree un nuevo problema relacionado a su PG al cual se le denominará NPG (Nuevo Problema de Grupo); quinto, el grupo debe decidir si el NPG será considerado como problema pre porque consideran que ayuda a comprender y resolver el problema PG, o si es un problema pos en el sentido que es considerado más retador y que demanda más cognitivamente que el problema PG; finalmente se socializa en el taller las consideraciones tomadas al respecto del PG y NPG de cada grupo.

La presente investigación considerará la estrategia EPP descrita en un párrafo anterior para el diseño de las sesiones del taller dirigido a un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de la UPN seleccionados para este estudio. En ese sentido, según Malaspina (2014b), al variar problemas, las modificaciones pueden revelar:

> "flexibilidad, al hacer modificaciones con amplitud, yendo más allá de cambios ligeros al problema dado […] originalidad, cuando el problema presenta novedad respecto al problema dado y se distingue notoriamente de otras modificaciones al mismo problema […] fluidez, cuando se crea más de un problema, con ideas propuestas y diferentes, a partir de la situación o problema dado" (p.136).

Para analizar la flexibilidad, originalidad y fluidez de los problemas creados por los docentes sujetos de estudio se utilizarán rúbricas dirigidas a alcanzar los objetivos planteados por esta investigación.

3.2. Creación de problemas desde la perspectiva del modelamiento.

Hansen y Hana (2015) manifiestan que el modelamiento matemático y la creación de problemas están estrechamente relacionados, específicamente porque el modelamiento usa las matemáticas para tener una mejor comprensión de los problemas del mundo real. Los autores, como educadores de docentes, en base a su experiencia sostienen que crear buenos problemas de matemática no es trivial y que los docentes generalmente tienen dificultades en implementar apropiadamente tareas de modelamiento en su práctica docente. En ese sentido, señalan que es muy importante que los docentes al crear problemas estén dispuestos a refinar y reformular sus creaciones; también destacan que han identificado cinco tipos de dificultades que enfrentan cuando han intentado combinar el modelamiento matemático con la creación de problemas.

Hansen y Hana (2015) explican a detalle en qué consisten los cinco tipos de dificultades que encontraron en sus estudiantes de docencia. Se toma esta experiencia como un referente para analizar las dificultades que encontramos en las creaciones de los docentes de matemática sujetos de estudio de nuestra investigación. A continuación se describen los cinco tipos de dificultades.

La primera dificultad es crear problemas matemáticamente relevantes, es decir, los problemas creados no deberían tener soluciones donde el uso de la matemática sea forzado o artificial.

La segunda dificultad es crear problemas matemáticamente apropiados, lo cual significa que los docentes tienen dificultades en distinguir problemas que sin ser ni muy fáciles ni muy difíciles de resolver sean problemas que permitan que los estudiantes se involucren en el modelamiento matemático significativo. Los docentes necesitan habilidades para reformular y ajustar sus creaciones hasta que estos alcancen un grado razonable de sofisticación matemática.

La tercera dificultad es crear problemas para que los estudiantes se sientan dueños de los problemas, es decir, los problemas creados son similares a los ya conocidos por ellos, de tal manera que no suscitan que los estudiantes se motiven o profundicen sus reflexiones al resolverlos. Los docentes deben ser conscientes que la creación de problemas es un proceso continuo donde las reformulaciones y ajustes son requeridos frecuentemente.

La cuarta dificultad es crear problemas que sean parte importante de una trayectoria de aprendizaje, en ese sentido, los docentes deben considerar que los problemas creados deben ser actividades matemáticamente significativas para sus estudiantes, deben ser problemas que se conecten con sus aprendizajes previos y futuros, y no ser problemas aislados.

Finalmente, la quinta dificultad es incorporar la enseñanza de contenidos matemáticos con la creación de problemas y el modelamiento matemático. Los docentes deben tomar en cuenta que para crear problemas se debe tener conocimiento del tópico matemático sobre el cual se quiere hacer la creación sobre todo si se quiere conectar este con la realidad.

Para los objetivos de esta investigación, es importante analizar las dificultades que presentan los problemas creados por los docentes sujetos de estudio, para tal efecto, se evaluarán sus problemas creados y se entrevistará a estos docentes a fin de describir, comentar y reflexionar sobre aspectos importantes de sus creaciones.

3.3. Metodología y procedimientos

Para los objetivos de la presente investigación, es relevante conocer los aspectos más importantes relacionados al cambio en la capacidad de creación de problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas de un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior, antes y después de la aplicación de una secuencia de actividades de creación de problemas según la estrategia EPP de Malaspina (2017). En ese sentido, la elección de la metodología, método y procedimientos a considerar es realmente importante para el logro de los objetivos propuestos.

3.3.1. Investigación cualitativa

La presente investigación es cualitativa. Al respecto, Martínez (2006a) manifiesta que una vez fijado el objetivo general, la investigación cualitativa permitirá recoger la información necesaria y suficiente para alcanzar dicho objetivo, además que esta información se podrá estructurar y categorizar de forma lógica y coherente para integrarla, observarla e interpretarla permanentemente. El autor también señala seis criterios de la investigación cualitativa: que el investigador debe buscar la información real en el lugar en que ésta se halla; la información no debe distorsionar lo que se estudia, es decir, los datos no deben aislarse de su entorno natural; los procedimientos utilizados deben permitir realizar las operaciones repetidas veces; la información debe ayudar a descubrir las estructuras significativas de los sujetos de estudio; el investigador debe contrastar la forma como otros investigadores recogen los datos; y que el investigador cualitativo no teme ser parte de la situación que estudia. Por lo anteriormente expuesto y dado que no se pretende generalizar las conclusiones, se justifica que la presente investigación sea cualitativa y que específicamente se aplique el método de estudio de caso.

3.3.2. Método de estudio de caso

El caso a estudiar será: El proceso de estimulación de la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas mediante la aplicación de la estrategia EPP.

Los sujetos de estudio de este caso serán: Los docentes de matemática de los primeros ciclos de la UPN asistentes a toda la secuencia de actividades propuesta por el taller de creación de problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

La unidad de análisis de este caso serán: Los problemas creados por los docentes sujetos de estudio.

Esta investigación cumple con los tres propósitos de un estudio de caso según Ponte (2006), los cuales son: exploratorio, descriptivo y analítico.

El estudio es exploratorio porque es la primera investigación de carácter didáctico relacionado a la aplicación del enfoque de creación de problemas de Malaspina (2017) con docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior de la UPN.

El estudio es descriptivo porque según Yin (1989) las evidencias de: la "Prueba de exploración inicial" (ver Anexo 3), la actividad individual del Episodio de clase N° 1 (ver Anexo 4), la actividad grupal 1 del Episodio de clase N° 1 (ver Anexo 5), actividad grupal 2 del Episodio de clase N° 1 (ver Anexo 6), la actividad individual del Episodio de clase N° 2 (ver Anexo 7), la actividad grupal 1 del Episodio de clase N° 2 (ver Anexo 8), actividad grupal 2 del Episodio de clase N° 2 (ver Anexo 9); la "Prueba de exploración final" (ver Anexo 10); el "Cuestionario de salida" (ver Anexo 11) y las entrevista realizadas a los sujetos de estudio permitirán describir las dificultades existentes desde un punto de vista didáctico tomando como base el principio de triangulación.

El estudio es analítico porque evidenciará cuál es el impacto de la aplicación de la secuencia de actividades basadas en el enfoque de creación de problemas, según Malaspina (2017), considerando la estrategia EPP (Episodio, Problema Pre y Problema Pos) para estimular la capacidad creadora de problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas. Para examinar los problemas creados por los docentes sujetos de estudio y medir la estimulación de su capacidad creadora se tomará en cuenta una "Rúbrica para analizar el problema creado por variación" (ver Tabla 8) adaptada de Martínez (2015).

Para garantizar la credibilidad del presente estudio de caso, se verificará la información obtenida mediante una validez interna en el sentido de Yin (1989) quién "recomienda la utilización de múltiples fuentes de datos y el cumplimiento del principio de triangulación para garantizar la validez interna de la investigación" (p. 185). En ese sentido, este estudio tiene una validez interna porque considerará, dada la aplicación del taller, como fuentes de información: primero, las evidencias recogidas de la ficha de "Datos informativos" (ver Anexo 2), "Prueba de exploración inicial" (ver Anexo 3) y las actividades propuestas relacionadas a los episodios de clase N°1 y N°2; segundo los resultados de la "Prueba de exploración final" (ver Anexo 10) cuyos diseños fueron avalados por el juicio de expertos; y tercero, las respuestas al "Cuestionario de salida" (ver Anexo 11) así como las entrevistas realizadas a los sujetos de estudio. Toda la información obtenida permitirá verificar que los datos obtenidos guardan relación entre sí.

3.3.3. Fases de la investigación

Esta investigación, tomó como referencia las cinco fases descritas por Latorre, A., Rincón, D. y Arnal, J. (1996) según detalle: primera, la exploración; segunda, la planificación; tercera, la entrada al escenario; cuarta, el recojo y análisis de la información; quinta, elaboración del informe.

En la fase de exploración, analizamos antecedentes relacionados: a las dificultades de los estudiantes en conocimientos previos relacionados a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas; a las aplicaciones relacionadas al objeto matemático de estudio sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas; y a la aplicación del enfoque de creación de problemas. Luego enunciamos: la pregunta de investigación, el objetivo general, los objetivos específicos. A continuación presentamos los aspectos matemáticos y epistémicos relacionados a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas; así como el marco teórico y metodológico escogido para la investigación.

En la fase de planificación, consideramos la pregunta de investigación y los objetivos planteados para: definir el nombre del taller de creación de problemas; hacer las coordinaciones respectivas para definir el escenario de investigación y la duración del taller; diseñar la secuencia de actividades del taller; elaborar los instrumentos de recojo de información validados por juicio de expertos; definir la rúbrica para analizar los problemas creados por variación; invitar a los docentes del departamento de ciencias de la sede Lima Centro de la UPN; establecer la codificación de los docentes participantes y para definir el papel de la investigadora.

En la fase de entrada al escenario, se presenta el taller de creación de problemas, el objeto matemático de estudio y el objetivo general del taller, se expone sobre el entorno de los docentes participantes y se recogen datos informativos de estos docentes.

En la fase de recojo y análisis de la información, se define el criterio para establecer a los sujetos de estudio de esta investigación, se analiza con mayor detalle los datos informativos de los sujetos de estudio, se aplica una prueba de exploración inicial (ver Anexo 3), se ejecutan las actividades propuestas relacionadas a los episodios de clase N° 1 y N° 2 (ver Anexos 4, 5, 6, 7, 8 y 9), se aplica una prueba de exploración final (ver Anexo 10), se recogen las apreciaciones finales mediante un cuestionario de salida (ver Anexo 11) y se entrevista a los sujetos de estudio.

En la fase de elaboración del informe, se redacta el documento final de esta investigación tomando en cuenta los resultados y aspectos observados en las cuatro fases anteriores.

Para alcanzar los objetivos planteados por esta investigación cualitativa, el uso del marco teórico se hace evidente: cuando la secuencia de actividades propuesta se basa en la estrategia EPP según Malaspina (2017) y se analiza la fluidez, originalidad y flexibilidad de los problemas creados por los docentes sujetos de estudio según en el sentido de Malaspina (2014b) mediante una rúbrica para evaluar los problemas creados por variación adaptada de Martínez (2015); y cuando se reflexiona sobre las dificultades de los problemas creados por los docentes según Hansen y Hana (2015) mediante entrevistas y comentarios. Todo lo anteriormente mencionado bajo las fases correspondientes a un estudio de caso, tomando como ejemplo para ello, los antecedentes sobre aplicaciones del enfoque de creación de problemas de Martínez (2015) y de Torres (2016).

CAPÍTULO IV: PARTE EXPERIMENTAL Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

En el presente capítulo se detallan aspectos relacionados a la secuencia de actividades del taller de creación de problemas, tales como: planificación, entrada al escenario, recojo de información y análisis de los problemas creados por los docentes participantes.

4.1. Fase de planificación de la secuencia de actividades del taller de creación de problemas

Formalizamos: el nombre del taller, "*Taller de creación de problemas con docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior*"; el escenario de investigación, Sede Lima Centro de la UPN; la duración del taller, tres sesiones de tres horas con diez minutos cada una

Programamos con las coordinaciones correspondientes de la UPN las fechas de la primera, segunda y tercera sesión para el 5 de octubre, 12 de octubre y 19 de octubre de 2017 respectivamente, en el horario de 2:30 p.m. a 5:40 p.m. cada una. Es importante resaltar que luego de haber finalizado el taller se coordinó con los docentes escogidos como sujetos de estudio, para entrevistarlos, según su disponibilidad horaria, para conocer sus apreciaciones con respecto a sus problemas creados.

4.1.1. Diseño de la secuencia de actividades del taller de creación de problemas

A continuación se detalla el diseño de cada una de las tres sesiones del "*Taller de creación de problemas con docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior*" mediante las siguientes tablas:

Tabla 1. Diseño de la sesión 1

Diseño para la primera sesión: 5 de octubre de 2017			
Hora	Tiempo	Actividades	Material
2:30 p.m.	20 minutos	- Recepción. - Presentación del taller, del objeto matemático y el objetivo general del taller. - Exposición del entorno de los docentes participantes.	- PPT: Diapositivas 1 al 6 (ver Anexo 1)
2:50 p.m.	50 minutos	- Explicación del enfoque de creación de problemas en el sentido de Malaspina (2017).	- PPT: Diapositivas 7 al 17 (ver Anexo 1)
3:40 p.m.	120 minutos	- Recolección de datos de cada docente participante del taller mediante una ficha de "Datos informativos". - Resolución de la "Prueba de exploración inicial" por parte de los docentes participantes.	- PPT: Diapositiva 18 (ver Anexo 1) - Ficha de datos informativos (ver Anexo 2) - Prueba de exploración inicial (ver Anexo 3)

Tabla 2. Diseño de la sesión 2

Diseño para la segunda sesión: 12 de octubre de 2017			
Hora	Tiempo	Actividades	Material
2:30 p.m.	10 minutos	- Recepción.	- PPT: Diapositiva 19 (ver Anexo 1)
2:40 p.m.	50 minutos	- Episodio de clase N° 1 Fase 1-Actividad individual (FICHA 1-1)	- PPT: Diapositiva 20 (ver Anexo 1) - Episodio de clase N° 1 Actividad individual (ver Anexo 4)
3:30 p.m.	40 minutos	- Episodio de clase N° 1 Fase 2-Actividad grupal 1 (FICHA 1-2)	- PPT: Diapositiva 20 (ver Anexo 1) - Episodio de clase N° 1 Actividad grupal 1 (ver Anexo 5)
4:10 p.m.	25 minutos	- Episodio de clase N° 1 Fase 3-Socialización	- Socialización
4:35 p.m.	40 minutos	- Episodio de clase N° 1 Fase 4-Actividad grupal 2 (FICHA 1-4)	- PPT: Diapositiva 20 (ver Anexo 1) - Episodio de clase N° 1 Actividad grupal 2 (ver Anexo 6)
5:15 p.m.	25 minutos	- Episodio de clase N° 1 Fase 5-Socialización	- Socialización

Tabla 3. Diseño de la sesión 3

Diseño para la tercera sesión: 19 de octubre de 2017			
Hora	Tiempo	Actividades	Material
2:30 p.m.	10 minutos	- Recepción.	- PPT: Diapositiva 21 (ver Anexo 1)
2:40 p.m.	20 minutos	- Episodio de clase N° 2 Fase 1-Actividad individual (FICHA 2-1)	- PPT: Diapositiva 22 (ver Anexo 1) - Episodio de clase N° 2 Actividad individual (ver Anexo 7)
3:00 p.m.	25 minutos	- Episodio de clase N° 2 Fase 2-Actividad grupal 1 (FICHA 2-2)	- PPT: Diapositiva 22 (ver Anexo 1) - Episodio de clase N° 2 Actividad grupal 1 (ver Anexo 8)
3:25 p.m.	25 minutos	- Episodio de clase N° 2 Fase 3-Socialización	- Socialización
3:50 p.m.	25 minutos	- Episodio de clase N° 2 Fase 4-Actividad grupal 2 (FICHA 2-4)	- PPT: Diapositiva 22 (ver Anexo 1) - Episodio de clase N° 2 Actividad grupal 2 (ver Anexo 9)
4:15 p.m.	25 minutos	- Episodio de clase N° 2 Fase 5-Socialización	- Socialización

4:40 p.m.	50 minutos	- Resolución de la "Prueba de exploración final" por parte de los docentes participantes.	- PPT: Diapositiva 23 (ver Anexo 1) - Prueba de exploración final (ver Anexo 10)
5:30 p.m.	10 minutos	- Los docentes participantes completan el "Cuestionario de salida".	- PPT: Diapositiva 23 (ver Anexo 1) - Cuestionario de salida (ver Anexo 11)

4.1.2. Instrumentos de recojo de información en relación al diseño de la secuencia de actividades

Para el inicio de la primera sesión planificamos, utilizar una presentación en Power Point (ver Anexo 1) para: presentar el taller y el objeto matemático de estudio; dar a conocer el objetivo general del taller; exponer el entorno de los docentes participantes, que son la ley N° 30220 (ley universitaria) y el modelo educativo 2.0 de la UPN (educación por etapas y centrada en el desarrollo del estudiante); y explicar aspectos importantes del enfoque de creación de problemas en el sentido de Malaspina (2017).

Para continuar la primera sesión planificamos recolectar los datos de cada docente participante del taller mediante una ficha de datos informativos (ver Anexo 2) con el fin de conocer su grado académico, la cantidad de años de servicio en la docencia superior, los cursos que dicta, sus expectativas con respecto al taller, etc. para luego poder describir al grupo de docentes participantes, en especial, a los sujetos de estudio.

Para finalizar la primera sesión planificamos solicitar a cada docente participante la resolución de la prueba de exploración inicial (ver Anexo 3) con el fin de identificar sus conocimientos matemáticos y su capacidad de crear problemas por variación sobre los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas antes de participar de la secuencia de actividades basadas en la estrategia EPP.

Para la segunda sesión planificamos, en el sentido de Malaspina (2017), presentar el episodio de clase N° 1. Ante este episodio de clase los docentes participan de: la actividad individual, que solicita resolver el problema del episodio, escribir una reflexión sobre los comentarios de los estudiantes, crear un problema pre individual y resolverlo (ver Anexo 4); la actividad grupal 1, que pide intercambiar experiencias de la actividad individual, escribir una reflexión grupal sobre los comentarios de los estudiantes, crear un problema pre grupal y resolverlo (ver Anexo 5); la socialización de la actividad grupal 1; la actividad grupal 2, que solicita crear un problema pos grupal y resolverlo (ver Anexo 6); y la socialización de la actividad grupal 2.

Para iniciar la tercera sesión planificamos, en el sentido de Malaspina (2017), presentar el episodio de clase N° 2. Ante este episodio de clase los docentes participan de: la actividad individual, que solicita organizar la información del problema del episodio en una tabla y resolver el problema del episodio (ver Anexo 7); la actividad grupal 1, que pide intercambiar experiencias de la actividad individual, escribir una reflexión grupal sobre los comentarios de los estudiantes, crear un problema pre grupal y resolverlo (ver Anexo 8); la socialización de la actividad grupal 1; la actividad grupal 2, que solicita crear un problema pos grupal y resolverlo (ver Anexo 9); y la socialización de la actividad grupal 2. Para finalizar la tercera sesión planificamos solicitar a cada docente participante: la resolución de la prueba de exploración final (ver Anexo 10) con el fin de identificar los cambios en su capacidad de crear problemas por variación sobre los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas luego de participar de la secuencia de actividades basadas en la estrategia EPP; y responder a un cuestionario de salida (ver Anexo 11) para recoger sus impresiones generales con respecto a su experiencia en el taller de creación de problemas.

A continuación se presenta una tabla (ver Tabla 4) para facilitar la identificación de los instrumentos de recojo de información:

Tabla 4. Instrumentos de recojo de información

Sesión	Instrumento de recojo de información	Anexo
1	**"Datos informativos"** Ficha para recolectar los datos de cada docente participante del taller.	Anexo 2
	"Prueba de exploración inicial" Prueba para identificar los conocimientos matemáticos y la capacidad de crear problemas por variación de los docentes participantes antes de participar de la secuencia de actividades basadas en la estrategia EPP.	Anexo 3
2	**"Episodio de clase N° 1"-Fase 1-Actividad individual** Ficha 1-1 Solicita resolver el problema del episodio, escribir una reflexión sobre los comentarios de los estudiantes, crear un problema pre individual y resolverlo.	Anexo 4
	"Episodio de clase N° 1"-Fase 2-Actividad grupal 1 Ficha 1-2 Pide intercambiar experiencias de la actividad individual, escribir una reflexión grupal sobre los comentarios de los estudiantes, crear un problema pre grupal y resolverlo.	Anexo 5
	"Episodio de clase N° 1"-Fase 4-Actividad grupal 2 Fase 1-4 Solicita crear un problema pos grupal y resolverlo.	Anexo 6
3	**"Episodio de clase N° 2"-Fase 1-Actividad individual** Fase 2-1 Pide organizar la información del problema del episodio en una tabla y resolver el problema del episodio.	Anexo 7
	"Episodio de clase N° 2"-Fase 2-Actividad grupal 1 Fase 2-2 Solicita intercambiar experiencias de la actividad individual, escribir una reflexión grupal sobre los comentarios de los estudiantes, crear un problema pre grupal y resolverlo.	Anexo 8
	"Episodio de clase N° 2"-Fase 4-Actividad grupal 2 Fase 2-4 Solicita crear un problema pos grupal y resolverlo.	Anexo 9

	"Prueba de exploración final" Para identificar los cambios en su capacidad de crear problemas por variación luego de participar de la secuencia de actividades basadas en la estrategia EPP.	Anexo 10
	"Cuestionario de salida" Para recoger las impresiones generales de los docentes participantes con respecto a su experiencia en el taller de creación de problemas.	Anexo 11

4.1.3. Rúbrica para analizar los problemas creados por variación

Según lo expuesto en el marco teórico esta rúbrica (ver Tabla 9), adaptada de la tesis de Martínez (2015) donde fue utilizada para analizar los problemas pre y pos creados, estará dirigida a analizar los problemas creados por variación desde el punto de vista del enfoque de creación de problemas de Malaspina (2014b, 2017).

El encabezado de la rúbrica para analizar el problema creado por variación (ver Tabla 9) brinda información con respecto a: el código del docente; el nombre de la actividad; el número de docentes participantes de la actividad; el problema creado y el tipo de problema de sistema de inecuaciones lineales creado según su región factible (es importante resaltar que en todos los problemas creados los sistemas están formados por inecuaciones no estrictas, es decir, utilizan los signos $\geq$ o $\leq$ por eso solamente se tipifican como acotados y no acotados).

En la rúbrica, los problemas creados por los docentes D04 y D06 en la prueba de exploración inicial y en la prueba de exploración final del taller de creación de problemas, serán analizados mediante el enfoque de creación de problemas de Malaspina (2017) al detectar las modificaciones realizadas a los elementos fundamentales del problema dado para obtener los nuevos elementos fundamentales del problema creado y de Malaspina (2014b) al determinar la calidad del problema creado al medir su flexibilidad, originalidad y fluidez.

Tabla 5. Rúbrica para analizar el problema creado por variación

<table>
<tr><th colspan="8">Rúbrica para analizar el problema creado</th></tr>
<tr><td colspan="2">Código del docente:</td><td colspan="3">Nombre de la actividad:</td><td colspan="3">Número de docentes participantes de esta actividad:</td></tr>
<tr><td colspan="5" rowspan="3">Problema creado:</td><td colspan="3">Tipo de problema de sistema de inecuaciones lineales</td></tr>
<tr><td colspan="2">Con región factible acotada</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Con región factible no acotada</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="8">Elementos fundamentales del problema creado según Malaspina (2017)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Información</td><td colspan="2">Requerimiento</td><td colspan="2">Contexto</td><td colspan="2">Entorno matemático</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Modificación cuantitativa</td><td rowspan="2">Modificación relacional</td><td rowspan="2">Modificación cuantitativa</td><td rowspan="2">Modificación cualitativa</td><td rowspan="2">De intramatemático a extramatemático</td><td rowspan="2">De extramatemático a intramatemático</td><td>Sistema de inecuaciones lineales</td><td></td></tr>
<tr><td>Otros 1 (Especifique):</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>Otros 2 (Especifique):</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="8">Calidad del problema creado según Malaspina (2014b)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Flexibilidad</td><td colspan="2">Originalidad</td><td colspan="2">Fluidez</td><td colspan="2">PUNTAJE TOTAL</td></tr>
<tr><td>Puntos obtenidos</td><td></td><td>Puntos obtenidos</td><td></td><td>Puntos obtenidos</td><td></td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

Para el análisis de la calidad del problema creado según Malaspina (2014b) en base a su flexibilidad, originalidad y fluidez, la rúbrica toma como referencia una tabla de puntuación (ver Tabla 6) adaptada de Martínez (2015).

Tabla 6. Aspectos a considerar para analizar la flexibilidad, originalidad y fluidez de los problemas creados por variación

Puntos	Flexibilidad	Originalidad	Fluidez
	Si el problema creado refleja modificaciones con amplitud, yendo más allá de cambios ligeros al problema dado.	Si el problema creado refleja novedad con creatividad respecto al problema dado y se distingue notoriamente de las modificaciones hechas al mismo problema por otros docentes participantes.	Si se proponen más requerimientos que en el problema dado.
1-4	**Se otorga un punto por cada una de las consideraciones siguientes:** (1) Hay requerimiento de dificultad gradual. (1) Los requerimientos pueden responderse de varias formas. (1) Favorece la conexión con otros temas matemáticos. (1) Favorece la conexión con otras áreas del conocimiento.	**Se otorga puntos:** (2) Si es el único problema diferente a los demás. (1) Si el problema es uno de los dos que se distingue de los demás. (1) Si el problema presenta novedad en la información dada. (1) Si el problema presenta novedad en el requerimiento.	**Se otorga puntos:** (4) Si propone un problema con cuatro requerimientos. (3) Si propone un problema con tres requerimientos. (2) Si propone un problema con dos requerimientos. (1) Si propone un problema con un requerimiento.

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

Según Martínez (2015) para obtener resultados de la evaluación de los problemas creados de manera cualitativa es necesario "establecer equivalencias entre los criterios numéricos y los cualitativos para facilitar la comprensión del análisis" (p. 64). Es así que se establecieron las siguientes categorías (ver Tabla 7) para calificar la calidad del problema creado en el sentido de Malaspina (2014b):

Tabla 7. Calificación de la calidad del problema creado

Puntaje	Calificación cualitativa de la calidad
1-4	Baja
5-8	Media
9-12	Alta

Fuente: Martínez (2015)

En conclusión, a mayor puntaje es mejor la calidad del problema creado por variación.

4.1.4. Codificación de los docentes participantes

Mediante correo electrónico se envió a los cuarenta y nueve docentes que conformaban el departamento de ciencias de la sede Lima Centro de la UPN la invitación al "*Taller de creación de problemas con docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior*". Previa coordinación con el área de Desarrollo Docente, en dicha invitación se especificó que las horas de asistencia a este taller serían contabilizadas como horas de asistencia a actividades formativas del área de Desarrollo Docente, esto para motivar su asistencia, dado que en la UPN uno de los criterios de evaluación del desempeño docente es asistir a sus actividades formativas.

Para codificar a los docentes participantes del taller de creación de problemas, se estableció que se consideraría al inicio la letra "D" y el número (en dos dígitos) que le corresponde según el orden alfabético de sus apellidos. Es importante resaltar, que para dicha codificación solo se consideraría a los docentes participantes.

4.1.5. Papel de la investigadora

Para este trabajo se planificó que la investigadora presente el taller de creación de problemas, el objeto matemático sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas y el objetivo general del taller. Además se programó que exponga sobre el entorno de los docentes participantes del taller: la ley N° 30220 (ley universitaria) y el modelo educativo 2.0 de la UPN (educación por etapas centrada en el desarrollo del estudiante). Luego de ello, se planeó que el papel de la investigadora sea de docente de apoyo al Dr. Malaspina, quien dirigiría la secuencia de actividades del taller basado en la estrategia EPP. Es decir, como docente de apoyo la investigadora: velaría por el desarrollo adecuado de la secuencia de actividades del taller, respondería a preguntas de los docentes participantes durante la ejecución de las actividades propuestas por el taller, facilitaría los instrumentos de recojo de información, controlaría el tiempo de cada actividad propuesta por el taller y entrevistaría a los docentes escogidos como sujetos de estudio luego de las sesiones del taller de creación de problemas para recoger sus apreciaciones y comentarios en relación a sus problemas creados.

4.2. Fase de entrada al escenario.

El "*Taller de creación de problemas con docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior*" según lo planificado inició el día 5 de octubre de 2017 a las 2:30 p.m. en la sede Lima Centro de la UPN.
En inicio de esta fase, la investigadora utilizó un archivo en power point (ver Anexo 1) para: presentar el taller, presentar como objeto matemático de estudio a los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas e indicar que el objetivo general del taller: *"Estimular la capacidad de crear problemas por variación, sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior*" según las diapositivas 1, 2

y 3 (ver Anexo 1); exponer sobre el entorno de los docentes participantes, tal como se detalló en la justificación de esta investigación, la ley N° 30220 dada por el Congreso de la República de Perú, del 9 de julio de 2014, titulada Ley Universitaria, la cual es el marco legal en el cual se desempeñan los docentes universitarios, donde se resaltó que los docentes deben cumplir con "perfeccionar permanentemente su conocimiento y su capacidad docente y realizar labor intelectual creativa" (Congreso de la República, 2014, p. 527242) y por otro lado, el modelo educativo 2.0 de la UPN que considera la educación por etapas basada en el desarrollo del estudiante mediante las diapositivas 5 y 6 (ver Anexo 1).

Seguidamente, el Dr. Malaspina, explicó el enfoque de creación de problemas mediante las diapositivas 7 al 13, lo cual propició la participación de los docentes asistentes cuando se pidieron comentarios referentes a los problemas pre y pos presentados a manera de ejemplo mediante la diapositiva 14 (ver Anexo 1).

La entrada al escenario continuó con la recolección de los datos informativos de los docentes participantes.

4.2.1. Datos informativos de los docentes participantes del taller de creación de problemas

El "*Taller de creación de problemas con docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior*" contó con la participación de trece docentes de los cuarenta y nueve docentes invitados. Según lo especificado para la codificación de docentes participantes, en esta investigación se identificó a los docentes participantes del taller como: D01; D02; D03; D04; D05; D06; D07; D08; D09; D10; D11; D12 y D13.

Como detallamos anteriormente en la planificación de la secuencia de actividades del taller de creación de problemas, para conocer al grupo de docentes de matemática asistentes al taller, se le solicitó a cada docente asistente a la primera sesión completar una ficha de datos informativos (ver Anexo 2) donde las preguntas estaban dirigidas a conocer: el grado académico del docente, universidad que originó su grado académico, el tiempo de docencia a nivel superior, los cursos que enseña actualmente en la universidad, cuál es la fuente principal de los problemas que usa, qué porcentaje de ejercicios y problemas crea el docente para trabajarlos con sus estudiantes, y conocer sus expectativas con respecto al taller.

Sin embargo es importante señalar que de los trece docentes solo nueve asistieron a la primera sesión, por tal motivo a los cuatro docentes restantes (D02; D07; D08; D11) se les solicitó completar la ficha datos informativos en la sesión del taller correspondiente a su primera asistencia. Así se obtuvo la siguiente información (ver Tabla 8):

Tabla 8. Resultados de la ficha de "Datos informativos"

Pregunta	D01	D02	D03	D04	D05	D06	D07	D08	D09	D10	D11	D12	D13
Grado académico: (B) Bachiller (M) Magíster (D) Doctor	M	M	B	B	B	M	M	M	M	M	B	M	M
Obtuvo su grado académico en: (EP) Universidad estatal peruana (PP) Universidad particular peruana	EP	PP	EP	EP	EP	EP	PP	EP	EP	PP	EP	PP	EP
Años de servicio como docente en la UPN	4	4	2	7	7	3	1	2	3	1	1	3	8
Años de servicio en la docencia superior	9	15	4	8	7	5	15	5	6	15	12	5	9
Cursos que actualmente enseña en la UPN:	CM	CM MB	MB	C1 C2	MB C1 C2	CM MB	C1 F	CM MB	CM F	CM MB	CM MB	CM MB	CM F

(CM) Complementos de matemática (MB) Matemática básica (C1) Cálculo 1 (C2) Cálculo 2 (F) Cursos del área de Física													
¿Cuál es la fuente principal de los ejercicios y problemas que propone a sus estudiantes? (L) Libros (I) Páginas y videos de internet (CP) Creación propia (A) Ejercicios de academias	L	L I	L	L CP	L	L	L CP	A	L	L	L I	L I	L
Aproximadamente ¿qué porcentaje de los ejercicios y problemas que propone a sus estudiantes es creado por usted?	1%	40 %	30 %	20 %	50 %	20 %	40 %	20 %	1%	5%	10 %	30 %	20 %
¿Qué expectativas tiene de este taller? (D01) “Muy buena, me ayudará a despejar muchas dudas” (D02) “Bueno, pienso que me va a dar herramientas que me permitan a partir de un caso presentado, crear nuevos problemas” (D03) “Creación de problemas propios” (D04) “Fortalecer las estrategias para la creación de problemas” (D05) “Crear al 100% mis problemas de diferentes niveles; ser original como profesor; tener fluidez y flexibilidad” (D06) “El poder trabajar con el 60% de problemas creados por mi persona”													

(D07) "Evaluar aprendizajes significativos; ayudar a los estudiantes a que adquieran aprendizajes significativos" (D08) "Las mejores, tratándose del Dr. Malaspina" (D09) "Interesante, sobre todo la propuesta de creación de problemas" (D10) "Tener la fluidez para elabora problemas" (D11) "Aprender lineamientos para poder formalizar la creación de ejercicios y problemas de matemática" (D12) "Aprender a crear problemas relacionados a cada carrera profesional (humanidades, negocios, ingeniería)" (D13) "Aprender a crear problemas aplicados a las especialidades que presenta cada clase"

4.3. Fase de recojo y análisis de la información.

En esta fase se establecerá a los sujetos de estudio, se analizará la información recogida y de manera especial se analizarán, a la luz del enfoque de creación de problemas de Malaspina (2014b, 2017) y de la creación de problemas desde la perspectiva del modelamiento de Hansen y Hana (2015) explicados en el marco teórico de esta investigación, los problemas creados por los docentes sujetos de estudio.

4.3.1. Criterio para establecer a los sujetos de estudio

El criterio para establecer a los sujetos de estudio de esta investigación será su asistencia a toda la secuencia de actividades propuesta por el "*Taller de creación de problemas con docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior*" durante las tres sesiones establecidas, es decir, se considerarán como sujetos de estudio de esta investigación a los docentes que hayan asistido a cada una de las tres sesiones del taller desde las 2:30 p.m. hasta las 5:40 p.m.

En ese sentido se registró la asistencia de los docentes participantes a las dos partes establecidas para cada una de las tres sesiones del "*Taller de creación de problemas con docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior*", la cual se detalla en las siguientes tablas (ver Tablas 9, 10 y 11):

Tabla 9. Docentes participantes en la sesión 1

5 de octubre de 2017													
Parte	D01	D02	D03	D04	D05	D06	D07	D08	D09	D10	D11	D12	D13
Primera: De 2:30 p.m. A 4:05 p.m.			X	X	X	X			X	X		X	X
Segunda: De 4:05 p.m. a 5:40 p.m.	X		X	X	X	X			X	X		X	X

Tabla 10. Docentes participantes en la sesión 2

12 de octubre de 2017													
Parte	D01	D02	D03	D04	D05	D06	D07	D08	D09	D10	D11	D12	D13
Primera: De 2:30 p.m. a 4:05 p.m.		X		X		X	X	X		X			
Segunda: De 4:05 p.m. a 5:40 p.m.	X	X		X	X	X		X			X		

Tabla 11. Docentes participantes en la sesión 3

19 de octubre de 2017													
Parte	D01	D02	D03	D04	D05	D06	D07	D08	D09	D10	D11	D12	D13
Primera: De 2:30 p.m.			X	X		X	X	X		X			

A 4:05 p.m.													
Segunda: De 4:05 p.m. a 5:40 p.m.			X	X		X		X					

Es evidente que de los trece docentes participantes solamente dos docentes, codificados como D04 y D06, asistieron en el horario completo establecido a las tres sesiones del "*Taller de creación de problemas con docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior*" (ver Tablas 9, 10 y 11). Sin embargo, es importante mencionar que muchos docentes no pudieron asistir a las sesiones por cruces generados con sus horarios de dictado de clase y asesorías en la misma universidad, este hecho también fue el que motivó que algunos docentes solamente asistieran durante una parte del tiempo establecido para cada sesión.

Por lo tanto, según lo explicado hasta este punto y según el método de estudio de caso, se formaliza que:

El caso a estudiar será: El proceso de estimulación de la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas mediante la aplicación de la estrategia EPP.

Los sujetos de estudio de este caso serán: Dos docentes de matemática de los primeros ciclos de la UPN, codificados en esta investigación como D04 y D06.

La unidad de análisis de este caso serán: Los problemas creados por los docentes sujetos de estudio.

4.3.2. Datos informativos de los sujetos de estudio

En esta parte se analizarán los datos informativos de los docentes D04 y D06, sujetos de estudio de esta investigación, al 5 de octubre de 2017, fecha en la cual se les solicitó completar la ficha correspondiente (ver Anexo 2).

El docente D04, según el registro de grados y títulos que se muestra en el portal web de la Superintendencia Nacional de Educación Superior Universitaria (SUNEDU) tiene el grado de bachiller en matemáticas de la Universidad Pedro Ruiz Gallo y la licenciatura en matemáticas de la misma universidad. Además, en la ficha de datos informativos (ver Anexo 2) indicó: que tiene ocho años de servicio en la docencia superior, de los cuales siete años los ha dedicado a la docencia en la UPN; que dicta en la UPN los cursos de Cálculo 1 y Cálculo 2; que la fuente principal de los ejercicios y problemas que propone a sus estudiantes son los libros de Larson y los libros de Stewart; que aproximadamente el 20% de los ejercicios y problemas que propone a sus estudiantes son de su creación; y que con este taller espera fortalecer sus estrategias para la creación de problemas.

El docente D06, según el registro de grados y títulos que se muestra en el portal web de la SUNEDU tiene el grado de bachiller en educación de la Universidad Inca Garcilazo de la Vega y el grado de maestro/magíster en educación con mención en docencia en el nivel superior de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Además, en la ficha de datos informativos (ver Anexo 2) indicó: que tiene tres años de servicio en la docencia superior, de los cuales cinco años los ha dedicado a la docencia en la UPN; que dicta en la UPN los cursos de Complementos de matemática y Matemática básica; que la fuente principal de los ejercicios y problemas que propone a sus estudiantes son diversos textos de matemática básica; que aproximadamente el 20% de los ejercicios y problemas que propone a sus estudiantes son de su creación; y que con este taller espera poder crear el 60% de los problemas que propone.

4.3.3. Prueba de exploración inicial

La prueba de exploración inicial (ver Anexo 3) se realizó en la segunda parte de la primera sesión del taller y fue resuelta en este momento por nueve docentes D01; D03; D04; D05; D06; D09; D10; D12 y D13. Luego, solo se pudo coordinar con los docentes D07 y D11 para que puedan resolver esta prueba de exploración inicial (ver Anexo 3) antes de asistir a la segunda sesión del taller, es decir, solo once docentes de los trece participantes resolvieron esta prueba. Los docentes que no resolvieron esta prueba de exploración inicial (ver Anexo 3) fueron D02 y D08.

La prueba de exploración inicial (ver Anexo 3) consta de cinco preguntas y como consecuencia de la resolución de los once docentes participantes de esta prueba en los anexos se muestra el análisis global de sus resultados (ver Anexo 11).

A continuación se presentan algunos comentarios generales de lo observado en esta prueba de exploración inicial (ver Anexo 3).

En la pregunta 1 (ver Figura 4), en la mayoría de los casos se advierte una articulación adecuada entre la representación gráfica y algebraica, aunque seis de los once docentes no establecen la representación algebraica que corresponde a la acotación del gráfico mostrado, solo en el primer cuadrante.

1. Determine en cada caso el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas que le corresponda a la representación gráfica que se muestra:

a)

b)

Figura 4. Pregunta 1 de la prueba de exploración inicial

En la pregunta 2 (ver Figuras 5 y 6), aunque se presentó en un solo caso, cabe destacar la incorrección expresada por el D13, que no parece articular adecuadamente las representaciones gráficas y algebraicas en el plano cartesiano, pues en sus inecuaciones solo toma como referencia los cortes de las rectas con los ejes coordenados.

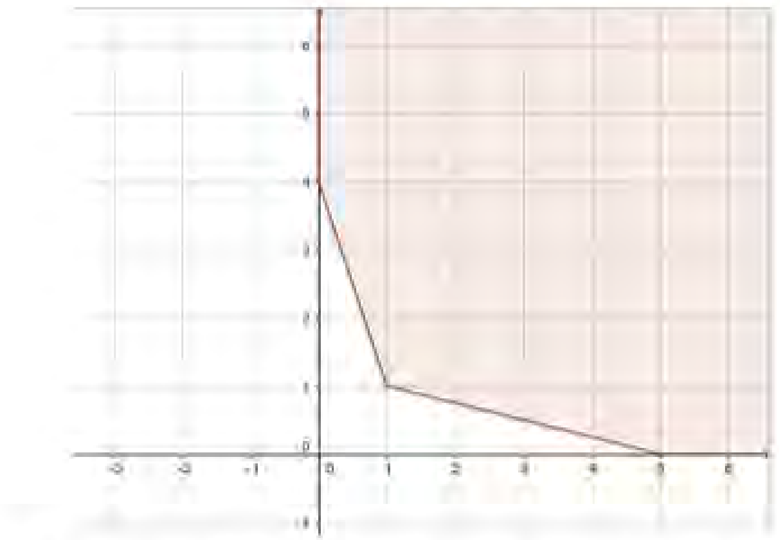
2. Marque con (X) la casilla (☐) que identifica al sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas que le corresponde a cada representación gráfica:

a)

(i) ☐	(ii) ☐	iii) ☐	iv) ☐
$\begin{cases} x+4y \geq 12 \\ 2x+y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+4y \leq 12 \\ 2x+y \geq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+4y \geq 12 \\ 2x+y \geq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+4y \leq 12 \\ 2x+y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

Figura 5. Pregunta 2.a de la prueba de exploración inicial

b)



(i) ☐	(ii) ☐	(iii) ☐	(iv) ☐
$\begin{cases} 3x+y\geq 4 \\ 4x+y\geq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+3y\leq 4 \\ x+4y\geq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x+y\geq 4 \\ x+4y\geq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x+y\leq 4 \\ x+4y\leq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$

Figura 6. Pregunta 2.b de la prueba de exploración inicial

En la pregunta 3 (ver Figura 7), es importante señalar que el docente D10 no define correctamente las variables y que los docentes D06 y D13 no consideran una unidad específica en la definición de sus variables. Lo anterior da indicios de una falta de articulación entre las representaciones verbales y algebraicas en los docentes mencionados. Excepto los docentes mencionados, de manera general se puede afirmar que la mayoría de los docentes articulan adecuadamente las representaciones verbales y algebraicas.

3. A continuación se presentan enunciados. Para cada uno de ellos escriba la o las inecuaciones que lo represente, **definiendo explícitamente la o las variables que se requieran.**

a) Ángela ha entrenado más de 50 minutos.

b) El sueldo de Alejandra es a lo más 5 000 soles.

c) El sueldo de Elmer es por lo menos 8 000 soles.

d) Ramiro puede gastar como máximo 24 soles para comprar arroz y azúcar, cuyos precios por kg son 3 y 2 soles respectivamente.

e) Adán debe someterse a una dieta calórica en la cual en su almuerzo consuma menos de 600 calorías diarias. El día de hoy él almorzará carne que le aporta 2,65 calorías por gramo consumido y lentejas que le aporta 3,14 calorías por gramo consumido.

Figura 7. Pregunta 3 de la prueba de exploración inicial

En la pregunta 4 (ver Figura 8) diseñada especialmente para analizar la interpretación y reflexión de las inecuaciones creadas, en general, los docentes escriben inecuaciones con dos variables que corresponden a la situación inicial presentada; sin embargo la interpretación que hacen de sus respectivas inecuaciones no expresa la idea de conjunto de valores diversos de x y de y, que son los que configurarán puntos en el plano, que corresponderían a una "región factible" en un determinado problema.

4. **Escriba una inecuación creada por usted, usando la información que se da en cada caso.** Defina explícitamente la o las variables que use y escriba una interpretación verbal que corresponda a la inecuación que escribió.

a) Para ingresar a una sala de cine, cada entrada de niño cuesta 8,50 soles y cada entrada de adulto cuesta 13,50 soles.

b) Un técnico en carpintería tarda 20 minutos para ensamblar un mueble de televisor tipo A y 25 minutos para ensamblar un mueble de televisor tipo B.

Figura 8. Pregunta 4 de la prueba de exploración inicial

En la pregunta 5 (ver Figura 9), se encuentran algunas imprecisiones en los problemas creados, básicamente en: la formulación de sus requerimientos y falta de fluidez en la creación. Por otro lado la mayoría de docentes determina correctamente la región factible en el plano cartesiano, pero dan muestra de imprecisiones en la interpretación de los puntos de la misma bajo la consideración de su problema creado. Para efectuar variaciones en su problema creado, recurren generalmente a evaluaciones en el registro algebraico y en el registro gráfico antes de formalizarlas.

5. Considere el siguiente sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$\begin{cases} 2x+5y \leq 100 & \text{.....(1)} \\ 4x+y \leq 80 & \text{.....(2)} \\ x \geq 0 & \text{.....(3)} \\ y \geq 0 & \text{.....(4)} \end{cases}$$

a) Cree un problema de contexto extra matemático donde especifique el significado que le atribuye a las variables x e y; y cuya representación algebraica esté dada por el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas dado.
b) Represente gráficamente el conjunto solución de su problema.
c) Interprete el punto (14; 10) en relación a su problema creado.
d) ¿Puede cambiar un término independiente de las inecuaciones del sistema de tal manera que el punto (20; 10) pertenezca al conjunto solución? Si su respuesta es afirmativa, especifique el cambio.

Figura 9. Pregunta 5 de la prueba de exploración inicial

Comentario global de la prueba de exploración inicial.

En las respuestas a la primera pregunta se evidencia que aproximadamente el 54% de docentes que se presentaron a esta prueba no acotan las regiones factibles al primer cuadrante, incluidos los semiejes positivos; es decir, omiten las inecuaciones $x \geq 0$ y $y \geq 0$ (ver Anexo 12).

En las respuestas a la segunda pregunta, se puede apreciar que más del 80% de docentes que se presentaron a esta prueba relacionan correctamente las representaciones gráficas con las representaciones algebraicas de los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas (ver Anexo 12).

El las respuestas a la pregunta 3, se evidencia que aproximadamente el 18% de docentes que se presentaron a esta prueba tienen ciertas imprecisiones en la definición de sus variables, lo que daría indicios de una falta de articulación entre las representaciones verbal y algebraica (ver

Anexo 12). De modo general se puede afirmar que la mayoría de docentes relacionan adecuadamente las representaciones verbales y algebraicas.

En las respuestas a la pregunta 4, los docentes crean inecuaciones con dos variables que corresponden a la situación inicial presentada; sin embargo, es evidente que en la mayoría de los casos la interpretación que hacen de sus respectivas inecuaciones creadas no expresa la idea de conjunto de valores diversos de x y de y, que son los que configurarán puntos en el plano, que corresponderían a una "región factible" en un determinado problema (ver Anexo 12).

En la pregunta 5, los problemas creados por los docentes, generalmente no plantean el requerimiento o plantean solamente un requerimiento en sus creaciones, qué incluso se puede resolver determinando gráficamente la región factible, en cuánto a las interpretaciones se encuentran algunas imprecisiones en la interpretación de puntos de la región factible tomando en cuenta las inecuaciones del sistema que satisface (ver Anexo 12).

Docentes sujetos de estudio

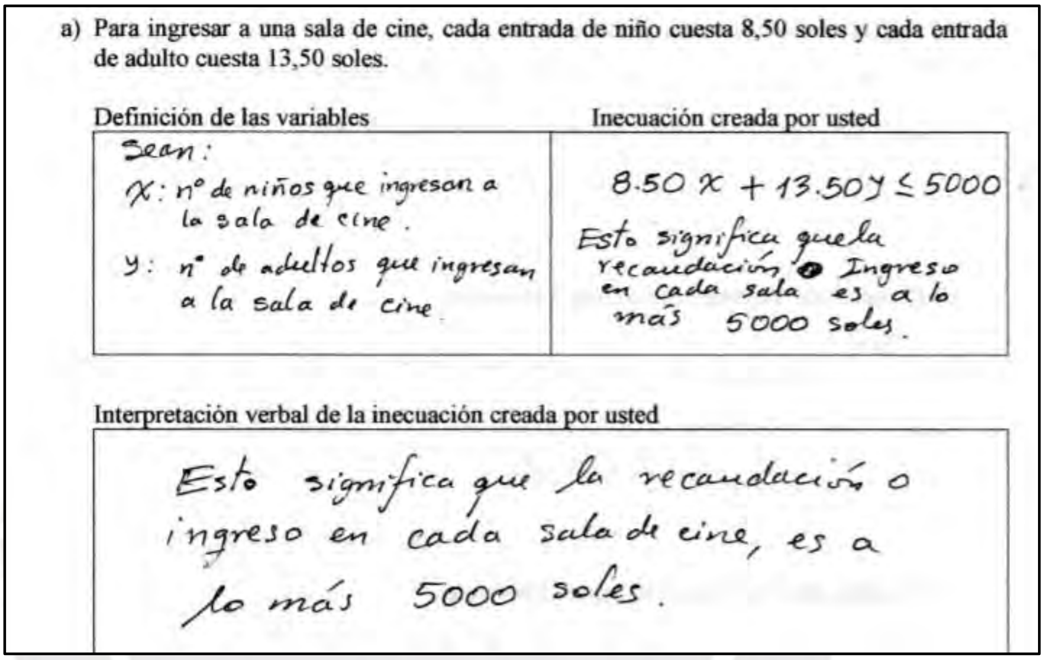
A partir de este punto, se llevará a cabo el análisis exclusivo y detallado de las producciones de los sujetos de estudio de esta investigación, es decir los docentes codificados como D04 y D06.

Para la prueba de exploración inicial (ver anexo 3), específicamente se analizarán las producciones de los docentes D04 y D06 en relación a la pregunta 4 (ver Figura 8) y la pregunta 5 (ver Figura 9).

El análisis de las producciones de los docentes en relación a la pregunta 4 será descriptivo mientras que para los problemas creados por la pregunta 5 se utilizará la rúbrica para analizar el problema creado por variación (ver Tabla 5) establecida para examinar sus creaciones y medir su capacidad creadora antes de participar de la secuencia de actividades del "*Taller de creación de problemas con docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior*". También se efectuarán entrevistas a los sujetos de estudio para complementar la investigación. Es importante resaltar que en el siguiente capítulo los resultados de este análisis serán comparados con los resultados de la prueba de exploración final (ver Anexo 10).

Pregunta 4

A continuación se muestra la respuesta del docente D04, a la pregunta 4.a (ver Figura 8) de la prueba de exploración inicial:



a) Para ingresar a una sala de cine, cada entrada de niño cuesta 8,50 soles y cada entrada de adulto cuesta 13,50 soles.

Definición de las variables	Inecuación creada por usted
Sean: x: nº de niños que ingresan a la sala de cine. y: nº de adultos que ingresan a la sala de cine	$8.50x + 13.50y \leq 5000$ Esto significa que la recaudación o Ingreso en cada sala es a lo más 5000 soles.

Interpretación verbal de la inecuación creada por usted

Esto significa que la recaudación o ingreso en cada sala de cine, es a lo más 5000 soles.

Figura 10. Resolución del docente D04 a la pregunta 4.a de la prueba de exploración inicial

En la pregunta 4.a, el docente D04, al definir las variables x e y relaciona el número de niños y adultos que ingresa al cine con el número de entradas de niños y adultos respectivamente; con respecto a la inecuación creada sí se puede notar coherencia con la información dada, sin embargo la interpretación que hace de su inecuación creada no expresa la idea de conjunto de valores diversos de x e y, que son los que configuran puntos en el plano, que corresponderían a su "región factible" que inclusive puede considerar puntos del segundo, tercer y cuarto cuadrante (ver Figura 11).

Investigadora- En la entrevista le muestra al docente D04 la región factible de su inecuación creada (ver Figura 11) para mostrarle que su región factible considera puntos del segundo, tercer y cuarto cuadrante y cuestionarle sobre qué opina al respecto.

D04- Definitivamente debí colocar que x y que y son mayores o iguales que cero…es necesario…pero pedían una inecuación.

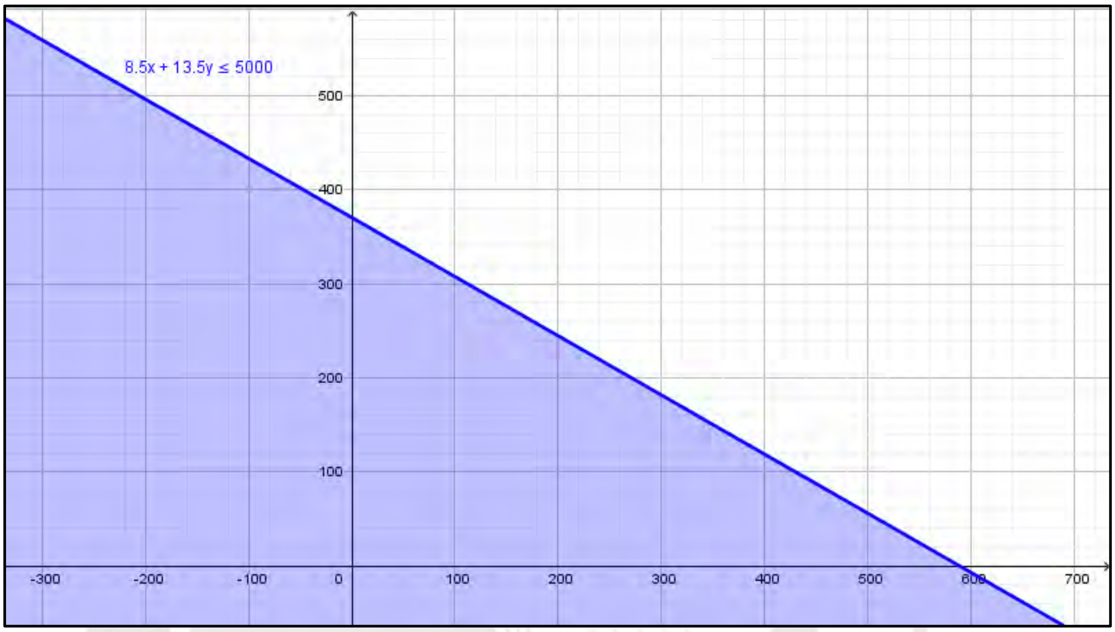
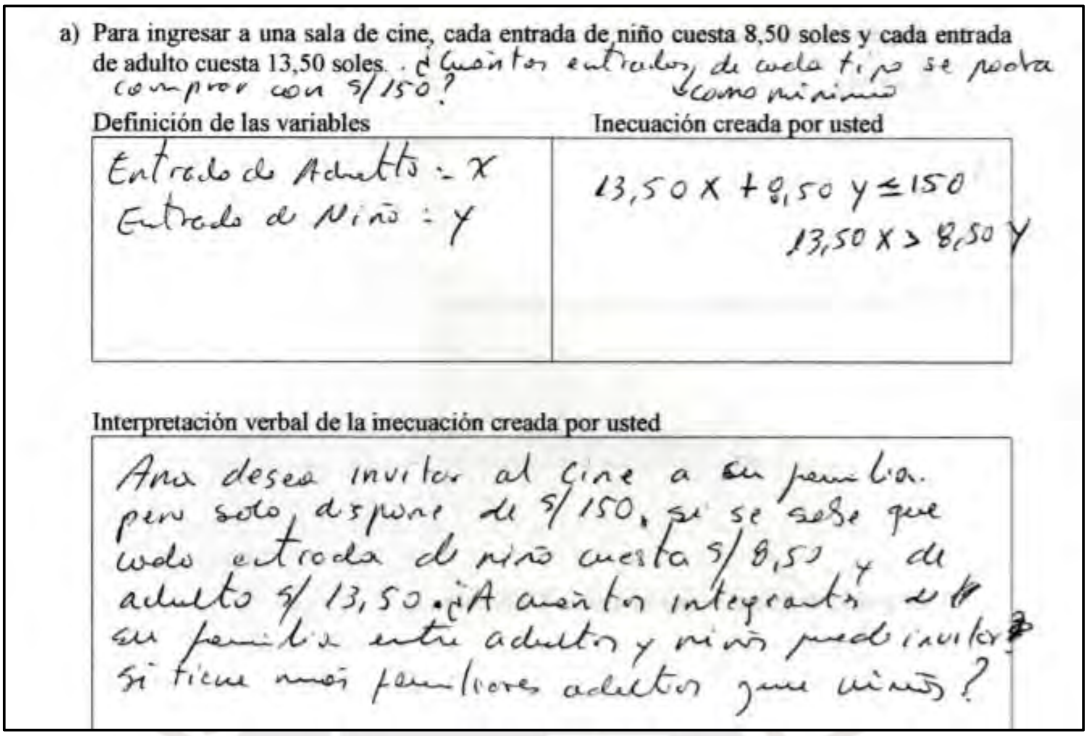


Figura 11. Región factible de la inecuación creada por el docente D04 para la pregunta 4.a

A continuación se muestra la respuesta del docente D06, a la pregunta 4.a (ver Figura 8) de la prueba de exploración inicial:



a) Para ingresar a una sala de cine, cada entrada de niño cuesta 8,50 soles y cada entrada de adulto cuesta 13,50 soles. ¿Cuántas entradas de cada tipo se podrá comprar con S/150? ¿como mínimo

Definición de las variables	Inecuación creada por usted
Entrada de Adulto = x Entrada de Niño = y	$13,50x + 8,50y \leq 150$ $13,50x > 8,50y$

Interpretación verbal de la inecuación creada por usted

Ana desea invitar al cine a su familia. pero solo dispone de S/150, si se sabe que cada entrada de niño cuesta S/8,50 y de adulto S/13,50. ¿A cuántos integrantes de su familia entre adultos y niños puede invitar si tiene más familiares adultos que niños?

Figura 12. Resolución del docente D06 a la pregunta 4.a de la prueba de exploración inicial

En la pregunta 4.a, el docente D06, al definir las variables considera de manera explícita que las variables x e y representan a las entradas de niños y entradas de adultos respectivamente, pero no indica en ninguna de las dos definiciones que son unidades de entradas. Con respecto a las dos inecuaciones creadas se aprecia coherencia con la información y la interpretación dada en la primera inecuación $(13,50x + 8,50y \leq 150)$, sin embargo, la segunda inecuación $(13,50x > 8,50y)$ carece de coherencia en su interpretación cuando menciona en la pregunta "si tiene más familiares adultos que niños" (ver Figura 13). Es importante resaltar que la pregunta solicitaba escribir solo una inecuación y no un sistema de inecuaciones.

Investigadora- En la entrevista le muestra al docente D06 la región factible de sus inecuaciones creadas (ver Figura 13) y toma como ejemplo el punto (4; 6) donde la variable x toma el valor de 4 y la variable y el valor de 6, en este caso $x < y$, para cuestionarle si la segunda inecuación representa su interpretación "si tiene más familiares adultos que niños".

D06- A ver…quise decir que necesitaba comprar más entradas de adultos que entradas de niños… ¡es un error! …lo he multiplicado por los precios de las entradas…debí hablar de la recaudación por la venta de entradas.

A pesar de lo anteriormente mencionado, se advierte que en la interpretación se toma en cuenta la idea de conjunto de valores diversos de x e y, que son los que configuran puntos en el plano, que corresponderían a la "región factible" (ver Figura 13).

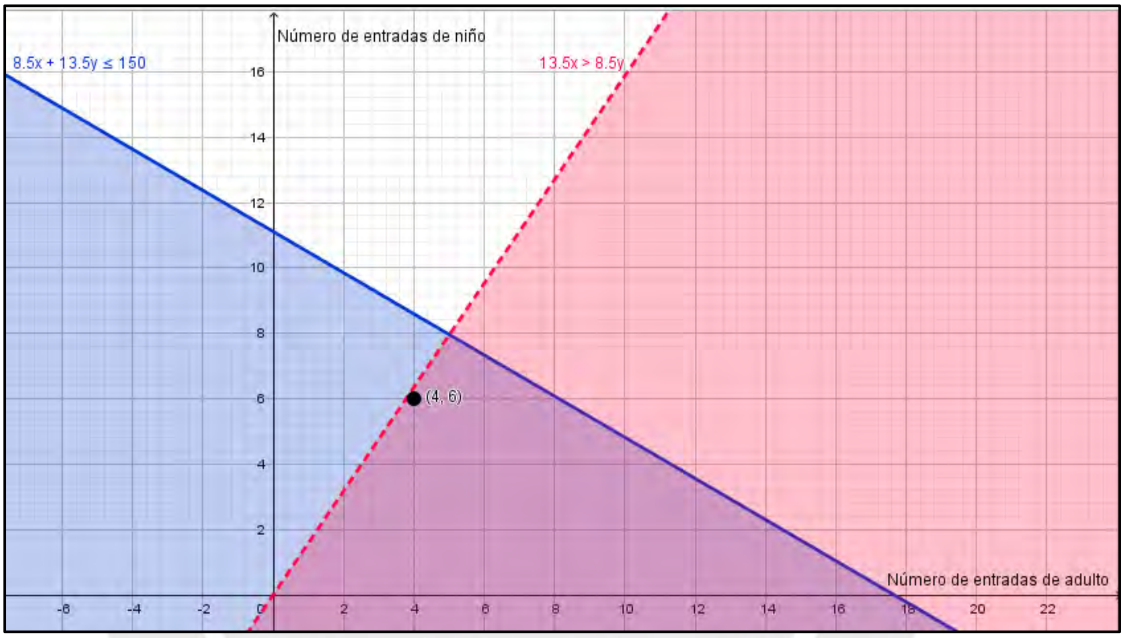
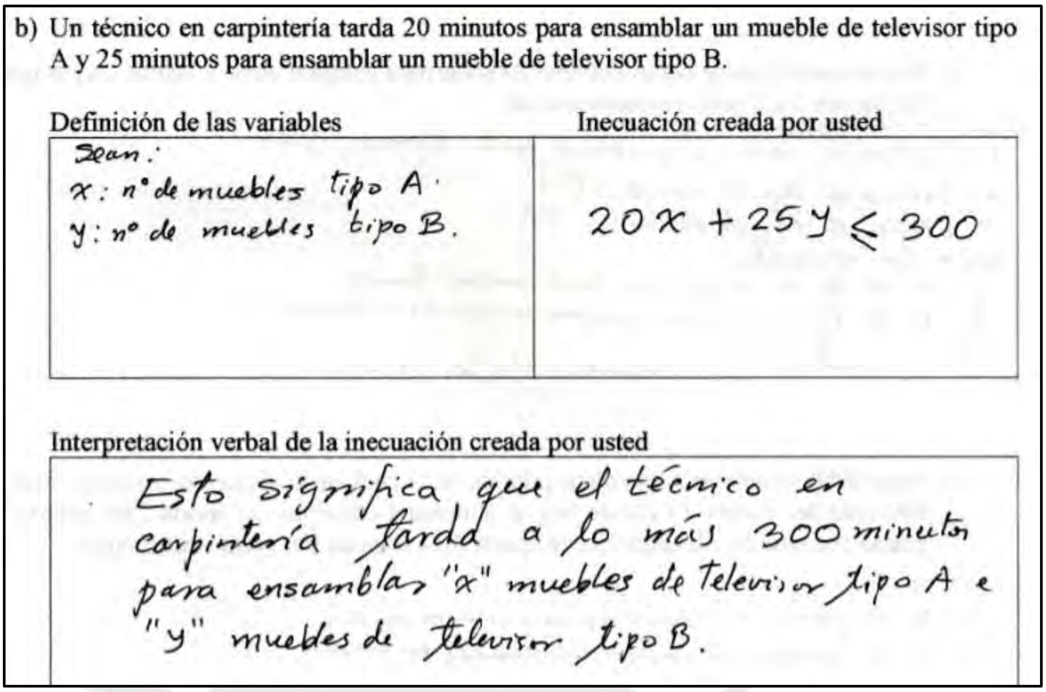


Figura 13. Región factible de las inecuaciones creadas por el docente D06 para la pregunta 4.a

A continuación se muestra la respuesta del docente D04 a la pregunta 4.b de la prueba de exploración inicial:



b) Un técnico en carpintería tarda 20 minutos para ensamblar un mueble de televisor tipo A y 25 minutos para ensamblar un mueble de televisor tipo B.

Definición de las variables	Inecuación creada por usted
Sean: x: n° de muebles tipo A. y: n° de muebles tipo B.	$20x + 25y \leq 300$

Interpretación verbal de la inecuación creada por usted

Esto significa que el técnico en carpintería tarda a lo más 300 minutos para ensamblar "x" muebles de televisor tipo A e "y" muebles de televisor tipo B.

Figura 14. Resolución del docente D04 a la pregunta 4.b de la prueba de exploración inicial

En la pregunta 4.b, el docente D04, al definir las variables sí considera de manera explícita que las variables x e y representan el número de muebles tipo A y el número de muebles tipo B respectivamente. En relación a la inecuación creada sí se puede notar que presenta coherencia con la información dada y en este caso si es evidente que en la interpretación que hace de su inecuación creada se expresa la idea de conjunto de valores diversos de x e y, que son los que configuran puntos en el plano que corresponden a su "región factible", sin embargo esta región factible puede considerar puntos del segundo, tercer y cuarto cuadrante (ver Figura 15).

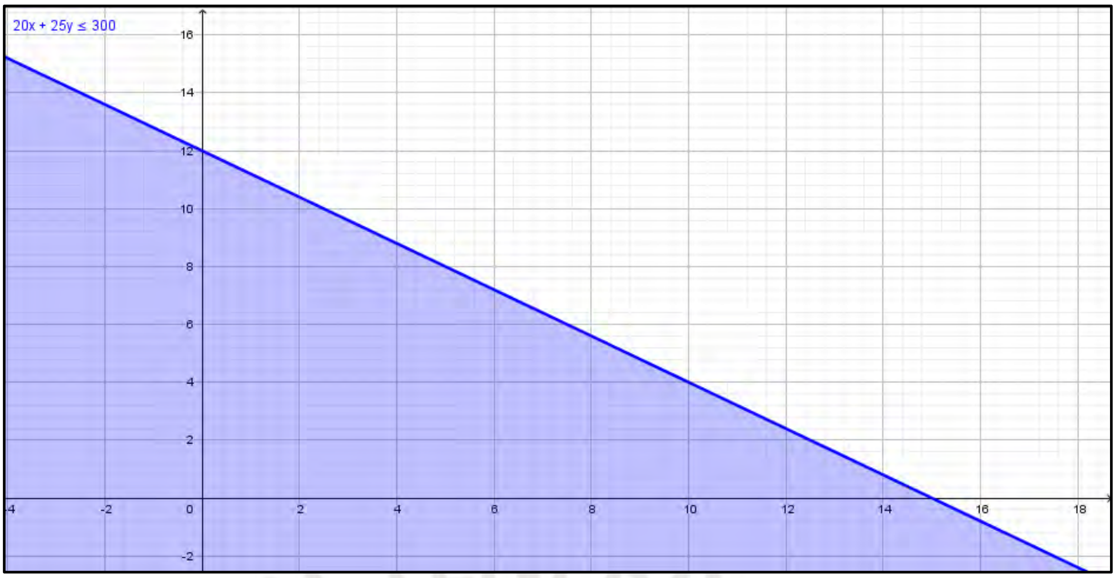


Figura 15. Región factible de la inecuación creada por el docente D04 para la pregunta 4.b

A continuación se muestra la respuesta del docente D06 a la pregunta 4.b de la prueba de exploración inicial:

b) Un técnico en carpintería tarda 20 minutos para ensamblar un mueble de televisor tipo A y 25 minutos para ensamblar un mueble de televisor tipo B.

Definición de las variables	Inecuación creada por usted
Mueble de tipo A : x Mueble de tipo B : y	$20x + 25y \leq 700$ $x + y \leq 30$

Interpretación verbal de la inecuación creada por usted

En una carpintería se confeccionan 2 tipos de muebles para de televisor, si del tipo A se tarda 20 minutos para ensamblar y del tipo B 25 minutos para ensamblar, ¿Cuántos muebles de cada tipo se puede confeccionar si solo se dispone de 700 minutos de ensamblaje y solo se puede confeccionar 30 muebles.

Figura 16. Resolución del docente D06 a la pregunta 4.b de la prueba de exploración inicial

En la pregunta 4.b, el docente D06 nuevamente da como respuesta un sistema de inecuaciones lineales cuando se solicitaba escribir solo una inecuación; al definir las variables sí considera de manera explícita que las variables x e y representan a los muebles de tipo A y muebles de tipo B respectivamente, pero no indica en ninguna de las dos definiciones de las variables que son unidades de muebles. Con respecto a la primera inecuación creada se aprecia coordinación con la información y la interpretación dada, sin embargo la segunda inecuación no corresponde a la interpretación de “solo se puede confeccionar 30 muebles”, por el contrario dicha interpretación no corresponde al uso de una inecuación sugiere el uso de una ecuación. Por otro lado, la interpretación, a manera de pregunta planteada, advierte que se toma en cuenta la idea de conjunto de valores diversos de x e y, que son los que configuran puntos en el plano, que corresponderían a la “región factible” (ver Figura 17).

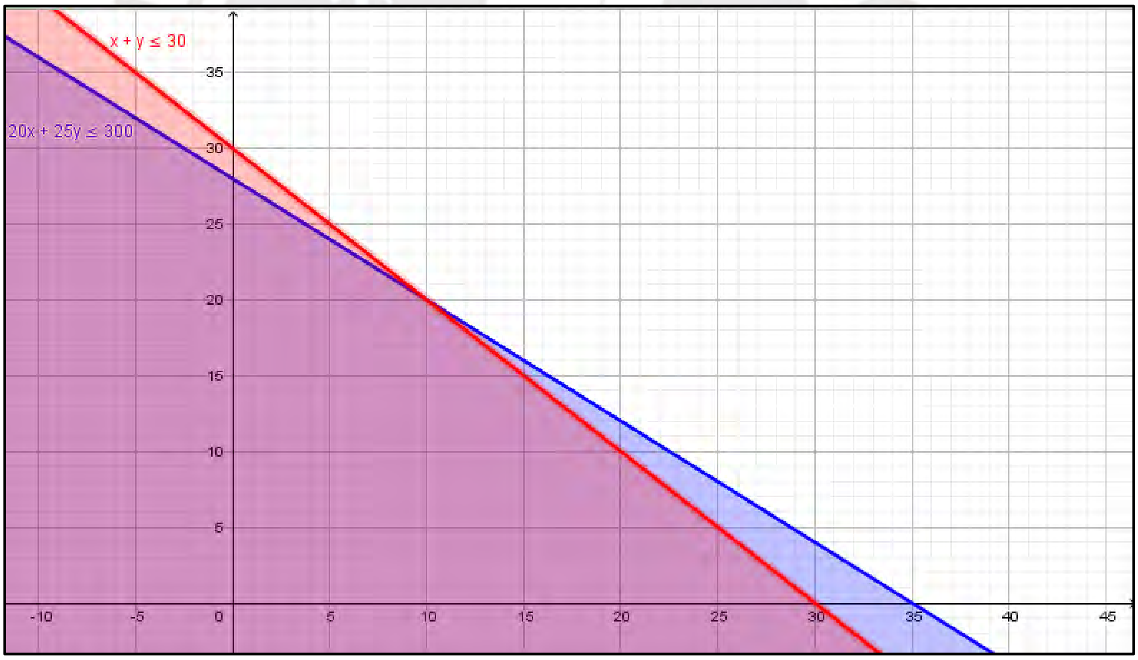


Figura 17. Región factible de la inecuación propuesta por del docente D06 para la pregunta 4.b

Pregunta 5

Para analizar la respuestas de los docentes D04 y D06 a la pregunta 5 de la prueba exploratoria (ver Figura 9) se muestra la representación gráfica del sistema de inecuaciones propuesto (ver Figura 18).

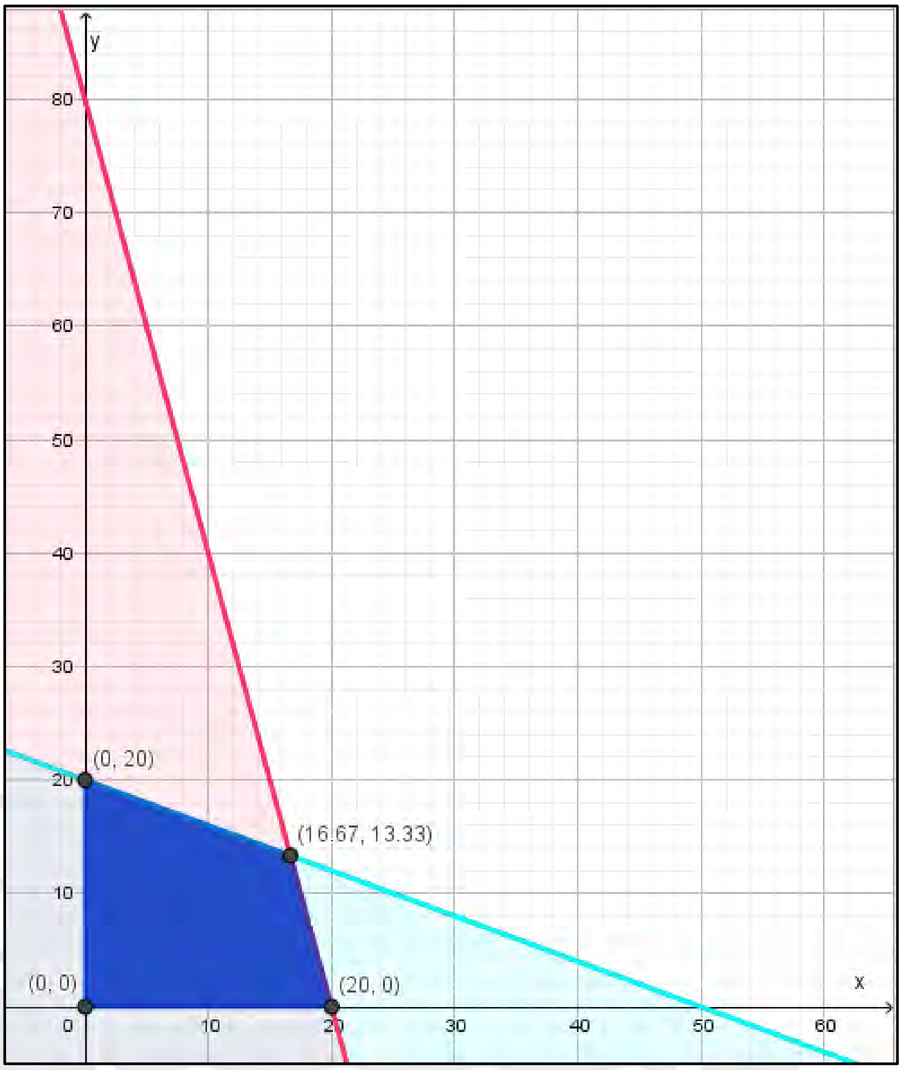


Figura 18. Representación gráfica del sistema de inecuaciones lineales propuesto en la pregunta 5 de la prueba de exploración inicial

A continuación se muestra el problema creado por el docente D04 (ver Figura 19) en respuesta a la pregunta 5.a (ver Figura 9) de la prueba de exploración inicial.

a) Sean x el número de kg. de arroz ~~que~~; "y" el número de kg. de azucar que se venden en los locales A y B. Si el precio por kg de arroz en el local A es de 2 soles y en el local B es de 4 soles, mientras que el precio de un kg. de azucar en el local A es de 5 soles y en el local B es de 1 sol. En un día de ventas, los ingresos en las tiendas A y B son a lo más S/100 y S/80 respectivamente.

Figura 19. Problema creado por el docente D04 en respuesta a la pregunta 5.a de la prueba de exploración inicial

El problema creado por el docente D04 no presenta un requerimiento específico, lo cual muestra la ausencia de uno de los elementos fundamentales de todo problema. Es el motivo principal por el cual su problema creado tiene una calidad “Baja” (ver Tablas 6, 7 y 12) solamente se podría afirmar que en cuanto a la originalidad el problema presenta novedad en la información dada y que no se pueden comentar aspectos relacionados a la de flexibilidad ni fluidez. El problema se presenta en la representación de lengua natural. A continuación se presenta la rúbrica para analizar el problema creado por el docente D04 (ver Tabla 12).

Tabla 12. Rúbrica para analizar el problema creado por el docente D04 en la prueba de exploración inicial

<table>
<tr><th colspan="8">Rúbrica para analizar el problema creado</th></tr>
<tr><td colspan="2">Código del docente: D04</td><td colspan="4">Nombre de la actividad: Pregunta 5 de la prueba de exploración inicial</td><td colspan="2">Número de docentes participantes de esta actividad: 11</td></tr>
<tr><td colspan="6" rowspan="3">Problema creado: Sean x el número de kg. de arroz; “y” el número de kg. de azúcar que se venden en los locales A y B. Si el precio por kg. de arroz en el local A es de 2 soles y en el local B es de 4 soles, mientras que el precio de un kg. de azúcar en el local A es de 5 soles y en el local B es de 1 sol. En un día de ventas, los ingresos en las tiendas A y B son a lo más S/100 y S/80 respectivamente.</td><td colspan="2">Tipo de problema de sistema de inecuaciones lineales</td></tr>
<tr><td>Con región factible acotada</td><td>X</td></tr>
<tr><td>Con región factible no acotada</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="8">Elementos fundamentales del problema creado según Malaspina (2017)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Información</td><td colspan="2">Requerimiento</td><td colspan="2">Contexto</td><td colspan="2">Entorno matemático</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Modificación cuantitativa</td><td rowspan="2">Modificación relacional</td><td rowspan="2">Modificación cuantitativa</td><td rowspan="2">Modificación cualitativa</td><td rowspan="2">De intramatemático a extramatemático</td><td rowspan="2">De extramatemático a intramatemático</td><td>Sistema de inecuaciones lineales:</td><td></td></tr>
<tr><td>Otros 1: No hay requerimiento</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>X</td><td colspan="2">No tiene requerimiento</td><td>X</td><td></td><td>Otros 2 (Especifique):</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="8">Calidad del problema creado según Malaspina (2014b)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Flexibilidad</td><td colspan="2">Originalidad</td><td colspan="2">Fluidez</td><td colspan="2">PUNTAJE TOTAL</td></tr>
<tr><td>Puntos obtenidos</td><td>No propone requerimiento (0)</td><td>Puntos obtenidos</td><td>El problema presenta novedad en la información dada (1)</td><td>Puntos obtenidos</td><td>No propone requerimiento (0)</td><td colspan="2">1</td></tr>
</table>

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

Según el puntaje total de la rúbrica para analizar el problema creado por el docente D04 (ver Tabla 12), su problema creado tiene calidad “Baja”.

Investigadora- Luego de explicarle al docente D04 el marco teórico de la creación de problemas desde la perspectiva del modelamiento de Hansen y Hana (2015); y para analizar las dificultades observadas al crear su problema cuestiona al docente D04.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado es apropiado?

D04- No…no he hecho ningún pedido al estudiante…pienso que falta asignarle un requerimiento, solo le estoy dando información.

Investigadora- ¿Cómo reformularías tu problema creado para hacerlo apropiado?

D04- Le pediría que represente gráficamente y que señale que en la gráfica donde se encuentran las soluciones.

Para identificar los conocimientos matemáticos del docente D04 sobre los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas se muestran sus respuestas a las preguntas 5.b, 5.c y 5.d de la prueba de exploración inicial. En su respuesta a la pregunta 5.b y tomando como referencia la representación gráfica de la región factible del sistema propuesto (ver Figuras 18 y 20) se encuentra un error en la representación gráfica de la segunda componente que corresponde al punto de intersección de las rectas $2x + 5y = 100$ y $4x + y = 80$, podría entenderse como un error de transcripción dado que los demás aspectos de la representación gráfica son correctos.

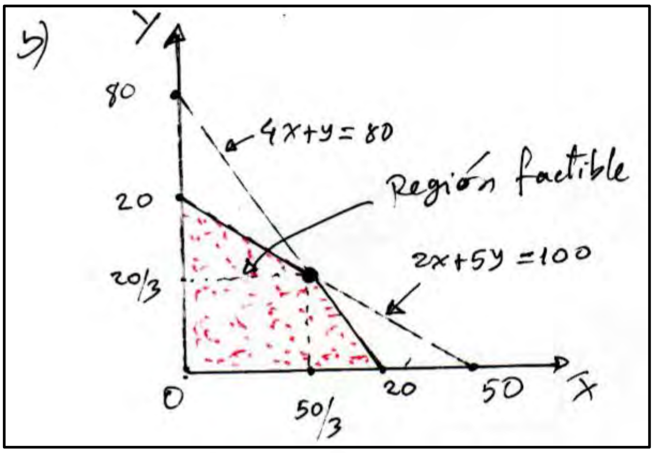


Figura 20. Respuesta del docente D04 a la pregunta 5.b

En su respuesta a la pregunta 5.c se advierte la preferencia por el manejo algebraico del sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas para verificar si un punto dado pertenece o no a la región factible (ver Figura 21).

c) (14; 10) satisface al sistema

. $2(14)+5(10)=78 \leq 100$

. $4(14)+10=66 \leq 80$

$\therefore$ (14; 10) pertenece a la región factible

Figura 21. Respuesta del docente D04 a la pregunta 5.c

En su respuesta a la pregunta 5.d se advierte nuevamente la preferencia por el manejo algebraico del sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas para propiciar que un punto dado pertenezca a la región factible (ver Figura 22).

d) (20;10)

$2(20) + 5(10) = 90 \leq 100$ ✓

$4(20) + 10 = 90 > 80$ ← No cumple con la 2da inecuación

∴ El sistema puede modificarse como:

$$\begin{cases} 2x+5y \leq 100 \\ 4x+y \leq 90 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Figura 22. Respuesta del docente D04 a la pregunta 5.d

A continuación se muestra la respuesta del docente D06 a la pregunta 5.a (ver Figura 9) de la prueba de exploración inicial.

En una panaderia se prepara 2 tipos de pastelitos uno de chocolate y la otra de vainilla, si para el pastelito de chocolate se utiliza 5 gramos de levadura y 1 gramos de azucar, en cambio para la de vainilla 2 gramo de levadura y 4 gramos de azucar, ¿Cuantos pastelitos de cada tipo se puede preparar si solo se dispone de 100 gramos de levadura y 80 gramos de azucar?

Figura 23. Problema creado por el docente D06 en respuesta a la pregunta 5.a de la Prueba de exploración inicial

El problema creado por el docente D06 presenta variables x e y discretas, lo cual causaría cierto conflicto al tratar de interpretar el conjunto de puntos que conforman su región factible. Sin embargo el problema creado tiene una calidad "Media" (ver Tablas 6, 7 y 13) porque en cuanto a flexibilidad tiene un requerimiento de dificultad gradual es decir no es ni muy fácil ni muy difícil de resolver, favorece la conexión con otros temas matemáticos como el de ecuaciones lineales con dos incógnitas, favorece la conexión con otras áreas del conocimiento por ejemplo con la geometría analítica; en cuanto a la originalidad el problema presenta novedad en la información dada y en cuanto a la fluidez tiene un requerimiento. El problema se representa en lengua natural. A continuación se presenta la rúbrica (ver Tabla 13) con la cual se analizó el problema creado por el docente D06.

Tabla 13. Rúbrica para analizar el problema creado por el docente D06 en la prueba de exploración inicial

<table>
<tr><th colspan="8">Rúbrica para analizar el problema creado</th></tr>
<tr><td colspan="2">Código del docente: D06</td><td colspan="2">Nombre de la actividad: Pregunta 5 de la prueba de exploración inicial</td><td colspan="4">Número de docentes participantes de esta actividad: 11</td></tr>
<tr><td colspan="5" rowspan="3">Problema creado: En una panadería se prepara dos tipos de pastelitos uno de chocolate y el otro de vainilla, si para el pastelito de chocolate se utiliza 5 gramos de levadura y 1 gramo de azúcar, en cambio para el de vainilla 2 gramos de levadura y 4 gramos de azúcar. ¿Cuántos pastelitos de cada tipo se pueden preparar si solo se dispone de 100 gramos de levadura y 80 gramos de azúcar?</td><td colspan="3">Tipo de problema de sistema de inecuaciones lineales</td></tr>
<tr><td colspan="2">Con región factible acotada</td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="2">Con región factible no acotada</td><td></td></tr>
<tr><th colspan="8">Elementos fundamentales del problema creado según Malaspina (2017)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Información</td><td colspan="2">Requerimiento</td><td colspan="2">Contexto</td><td colspan="2">Entorno matemático</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Modificación cuantitativa</td><td rowspan="2">Modificación relacional</td><td rowspan="2">Modificación cuantitativa</td><td rowspan="2">Modificación cualitativa</td><td rowspan="2">De intramatemático a extramatemático</td><td rowspan="2">De extramatemático a intramatemático</td><td>Sistema de inecuaciones lineales:</td><td>X</td></tr>
<tr><td>Otros 1 (Especifique):</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td><td>X</td><td></td><td>Otros 2 (Especifique):</td><td></td></tr>
<tr><th colspan="8">Calidad del problema creado según Malaspina (2014b)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Flexibilidad</td><td colspan="2">Originalidad</td><td colspan="2">Fluidez</td><td colspan="2">PUNTAJE TOTAL</td></tr>
<tr><td>Puntos obtenidos</td><td>Requerimiento de dificultad gradual (1); favorece la conexión con otros temas matemáticos (1); favorece la conexión con otras áreas del conocimiento (1)</td><td>Puntos obtenidos</td><td>El problema presenta novedad en la información dada (1)</td><td>Puntos obtenidos</td><td>Propone un problema con un requerimiento (1)</td><td colspan="2">5</td></tr>
</table>

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

Según el puntaje total de la rúbrica (ver Tablas 6, 7 y 13) del problema creado por el docente D06, su creación tiene calidad “Media”.

Investigadora- Luego de explicarle al docente D06 el marco teórico de la creación de problemas desde la perspectiva del modelamiento de Hansen y Hana (2015); y para analizar las dificultades observadas al crear su problema cuestiona al docente D06.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado es matemáticamente relevante?

D06- Sí, porque no es abstracto.

Investigadora- ¿Crees que tu problema creado es apropiado?

D06- Sí, porque con situaciones sencillas pueden interpretar…con cuestiones no muy elaborada y que sean más prácticas.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado es motivador para un estudiante?

D06- Por la hora, tenía hambre y se me ocurrió el problema de los pastelitos…los horarios se relacionan con la comida, un menú, un lonche es un tema que motiva a todos.

Investigadora- ¿Crees que tu problema creado es parte de una trayectoria de aprendizaje?

D06- Sí, porque deberían conocer las desigualdades y los sistemas de inecuaciones lineales…serían sus conocimientos previos.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado se puede incorporar para la enseñanza de los sistemas de inecuaciones lineales mediante la creación de problemas y el modelamiento?

D06- Sí…al resolverlo…pero para crear y modelar tendría que conocer un contexto, algo de su contexto debería ser.

Investigadora- ¿Por qué no resolviste las preguntas 5.b, 5.c, y 5.d?

D06- Me faltó tiempo.

Comentario global de la prueba de exploración inicial para los docentes sujetos de estudio

En la pregunta 4, se detectan en ambos docentes algunas imprecisiones en la interpretación del conjunto solución de las inecuaciones que crean y algunas vaguedades en los problemas creados, básicamente porque omiten sus requerimientos como el caso del docente D04 (ver Figura 19) o porque plantean solamente una pregunta en sus creaciones como el caso del docente D06 (ver Figura 23). El docente D04 para efectuar variaciones en su problema creado, recurre generalmente a evaluaciones en el registro algebraico antes de formalizarlas (ver Figura 22). El problema creado por el docente D04 no tiene requerimiento, sin embargo en la entrevista manifestó que reformularía su creación solicitando la representación gráfica de las soluciones, esta solicitud se responde determinando la representación gráfica de la región factible del sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, esto puede advertir que de presentarse estos problemas a los estudiantes, estos podrían resolver los problemas por imitación, es decir, sin reflexionar en ellos. El docente D06 solamente resolvió la primera parte de la pregunta 5.

4.3.4. Episodio de clase N° 1

Como se puede observar en el diseño de la sesión 2 (ver Tabla 2), esta sesión está dirigida a detallar: en qué consiste la estrategia EPP (Episodio, Problema pre, Problema pos) mediante una secuencia de actividades individuales y grupales dirigidas a analizar, resolver, crear problemas pre y problemas pos en relación al Episodio de clase N° 1. Mientras se desarrolla la estrategia EPP se reforzará la identificación de los elementos de un problema (información, requerimiento, contexto y entorno matemático) y las dificultades observadas al crear problemas.

A continuación se presenta el Episodio de clase N° 1 (ver Figura 24).

EPISODIO DE CLASE N° 1

CREACIÓN DE PROBLEMAS POR VARIACIÓN

Considerar el siguiente episodio de una clase del profesor Paredes:

El docente Paredes propone a sus estudiantes el siguiente problema:

> La empresa Aguilar S.A.C. utiliza los materiales A, B y C para elaborar dos tipos de productos: el primero, un aditivo para combustible y el segundo, una base para solvente. Para fabricar un litro de aditivo para combustible se mezclan 0,4 litros de material A y 0,6 litros de material C. Para fabricar un litro de la base para solvente se mezclan 0,5 litros de material A; 0,2 litros de material B y 0,3 litros de material C. La disponibilidad diaria de los materiales A, B y C es como máximo 20; 5 y 21 litros respectivamente.
> ¿Es posible que Aguilar S.A.C. produzca 23 litros de aditivo para combustible y 23 litros de base para solvente diariamente? Sustente su respuesta mediante una representación gráfica.

Algunos estudiantes comentan:

- Juan : No me dan ecuaciones para graficar.
- Violeta : No es necesario graficar para hallar la respuesta, se puede tantear para responder.
- Alex : Tenemos que graficar inecuaciones con tres variables.

Figura 24. Problema del episodio de clase N° 1

La región factible del problema del episodio de clase N° 1 (ver Figura 25), nos servirá de referente para analizar los problemas creados por los grupos donde participaron los docentes D04 y D06.

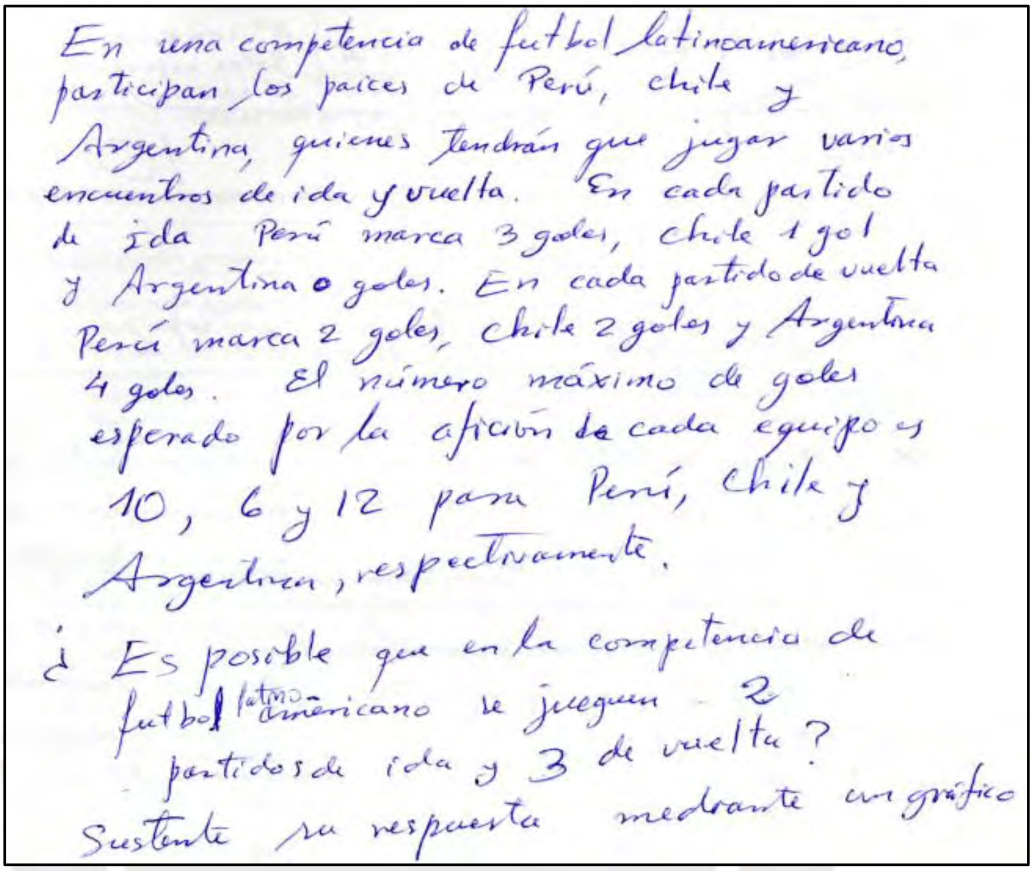
Figura 25. Región factible del problema del episodio de clase N° 1

Problema pre

En la etapa de trabajo individual, según el diseño de la sesión 2 (ver Tabla 2) cada docente debía resolver el problema del episodio de clase N° 1, reflexionar sobre los comentarios de los estudiantes, crear su problema pre (problema que facilita la comprensión y análisis del problema del episodio) y resolverlo; sin embargo, a los docentes les tomó más tiempo del planificado el resolver el problema del episodio y hacer las reflexiones, motivo por el cual no llegaron a formalizar su problema pre. Entonces se decidió pasar directamente al trabajo grupal.

En la etapa de trabajo grupal se establecieron entre otros los siguientes equipos: D02 y D06 como grupo 1; D04 y D08 como grupo 2. La finalidad de esta etapa era que en cada grupo los docentes intercambien ideas para que de manera grupal puedan crear un problema pre (inspirado en el episodio de clase N° 1) y socializarlo.

El problema pre creado por el grupo 2 (grupo donde participa el docente D04) es:



En una competencia de futbol latinoamericano, participan los paices de Perú, chile y Argentina, quienes tendrán que jugar varios encuentros de ida y vuelta. En cada partido de ida Perú marca 3 goles, chile 1 gol y Argentina 0 goles. En cada partido de vuelta Perú marca 2 goles, chile 2 goles y Argentina 4 goles. El número máximo de goles esperado por la afición de cada equipo es 10, 6 y 12 para Perú, Chile y Argentina, respectivamente.

¿Es posible que en la competencia de futbol latinoamericano se jueguen 2 partidos de ida y 3 de vuelta?

Sustente su respuesta mediante un gráfico

Figura 26. Problema pre creado por el grupo 2 para el Episodio de clase N° 1

Muestra ser un problema flexible por las modificaciones realizadas al problema del episodio N° 1, así como de originalidad alta por aprovechar el tema del fútbol en su creación, sin embargo no se considera un problema fluido porque las variables en este caso serían discretas lo cual limita el planteamiento de requerimientos y dificulta la interpretación de los puntos del conjunto solución. Es importante mencionar que cuando el grupo 2 socializó su problema se hizo una reflexión sobre cómo cambia el conjunto solución de un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas cuando la variable es continua o discreta. El requerimiento de este sistema solicita el uso del registro gráfico.

Investigadora- Luego de revisar junto al docente D04 el problema pre para el episodio N° 1 (ver Figura 26) creado por su grupo; y para analizar las dificultades observadas al crear su problema se entrevista al docente D04.

Investigadora- ¿Consideras que el problema pre creado es matemáticamente relevante?

D04- No, luego de la socialización y la explicación del Dr. Malaspina nos dimos cuenta de que era demasiado forzado, debíamos analizar la interpretación del conjunto solución…lo que pasa es que queríamos aprovechar la fiebre por el mundial de fútbol, ya que los estudiantes están motivados con este tema.

Investigadora- ¿Crees que tu problema pre creado es apropiado?

D04- No. Creo que se puede mantener el contexto…pero se puede mejorar la formulación.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado es motivador para un estudiante?

D04- Sí…actualmente el tema del fútbol es una motivación, como un enganche al estudiante, para que se interese en el problema.

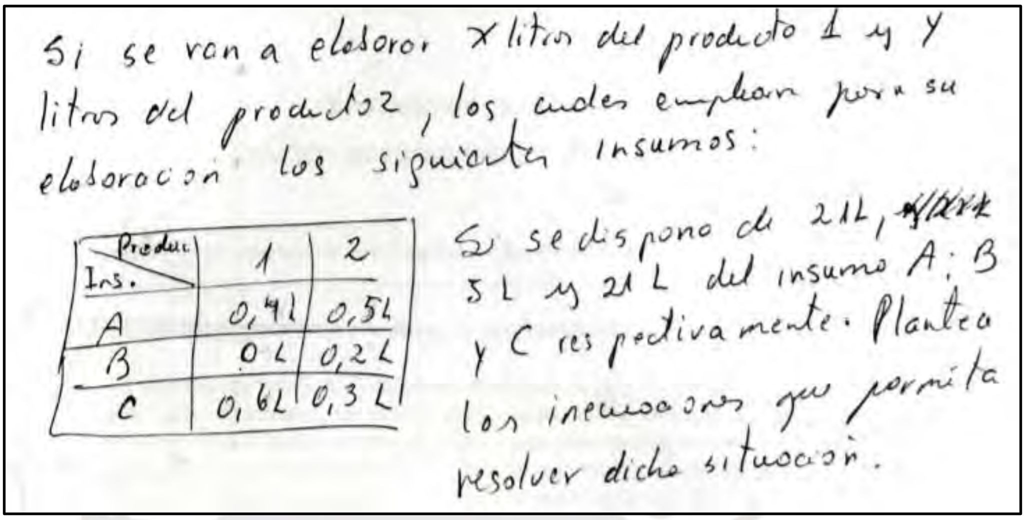
Investigadora- ¿Crees que tu problema creado es parte de una trayectoria de aprendizaje?

D04- Sí. Una trayectoria donde antes se familiarice al estudiante con el tema resolviendo problemas motivadores y sencillos, luego problema del mismo tema pero con otros contextos y representaciones gráficas, luego agregarle una función objetivos.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado se puede incorporar para la enseñanza de los sistemas de inecuaciones lineales mediante la creación de problemas y el modelamiento?

D04- Así como esta, no. Tendría que reformularlo para preparar al estudiante para la programación lineal.

Por otro lado, se muestra el problema pre (inspirado en el episodio de clase N° 1) creado por el grupo 1 donde participa el docente D06 es:



Si se van a elaborar x litros del producto 1 y y litros del producto 2, los cuales emplean para su elaboración los siguientes insumos:

Ins. \ Produc.	1	2
A	0,4 L	0,5 L
B	0 L	0,2 L
C	0,6 L	0,3 L

Si se dispone de 21 L, 5 L y 21 L del insumo A; B y C respectivamente. Plantea las inecuaciones que permita resolver dicha situación.

Figura 27. Problema pre creado por el grupo 1 para el Episodio de clase N° 1

Muestra ser un problema flexible por la modificación de usar la representación tabular con respecto al problema del episodio, tiene originalidad porque fue el único problema que presentó este cambio de registro (de lengua natural al tabular) y fluidez baja porque solamente hay un requerimiento. El requerimiento induce al uso de representación algebraica.

Cuando el grupo 1 socializó este problema se aprovechó la oportunidad para reflexionar sobre cómo ayuda el uso adecuado de las representaciones tabulares ayudan a la organización de los datos de un problema.

Investigadora- Luego de revisar junto al docente D06 el problema pre para el episodio N° 1 (ver Figura 27) creado por su grupo; y para analizar las dificultades observadas al crear su problema se entrevista al docente D06.

Investigadora- ¿Consideras que el problema pre creado es matemáticamente relevante?

D06- Sí, porque al leer los comentarios de los estudiantes nos dimos cuenta que Alex y Juan necesitaban tener la información ordenada para que les sea más sencillo entender y resolver el problema. A mis estudiantes siempre les digo que un cuadro de doble entrada puede ayudar a ordenar *la información y a determinar las variables. Así el problema se entiende mejor.*

Investigadora- ¿Crees que tu problema pre creado es apropiado?

D06- Sí, porque con la tabla los estudiantes van a plantear el sistema de manera más fácil.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado es motivador para un estudiante?

D06- Creo que podría reformularlo incluyendo expresiones "como máximo" o "como mínimo" para la disponibilidad de los insumos.

Investigadora- ¿Crees que tu problema creado es parte de una trayectoria de aprendizaje?

D06- Sí, claro. Lo veo como que inicialmente aprendieron ecuaciones lineales, luego sistemas de ecuaciones lineales, luego inecuaciones hasta los sistemas de inecuaciones lineales.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado se puede incorporar para la enseñanza de los sistemas de inecuaciones lineales mediante la creación de problemas y el modelamiento?

D06- Sí…pero solamente problemas con dos variables.

Problema Pos

Para continuar, según el diseño establecido para la sesión 2 (ver Tabla 2), la secuencia de actividades continua con el trabajo grupal encaminado a crear un problema pos (problema más retador inspirado en el problema del episodio).

El problema pos creado por el grupo 2 (grupo donde participa el docente D04) es:

En un taller de pintura para autos exclusivos para los modelos Sedan y SUV semanalmente para obtener los diferentes colores de los autos se utilizaron la combinación de los colores primarios rojo, azul y amarrillo. Para cada automóvil del modelo se utilizo un galón de rojo, dos de azul y uno de amarrillo, y para cada automóvil del modelo SUV se utilizó dos galones de rojo y tres de amarrillo. Si la disponibilidad máxima por fue 20 galones. de rojo, 10 de azul y 15 de amarrillo, además los precios por el servicio de pintado son S/100 y S/150 por cada automóvil Sedan y SUV respectivamente. ¿Cuál fue el ingreso máximo que obtuvo el taller en durante esa semana?

Figura 28. Problema pos creado por el grupo 2 para el episodio de clase N° 1

El problema pos creado por el grupo 2 muestra ser un problema flexible por las modificaciones realizadas al problema del episodio N° 1, en este problema se sugiere trabajar e1 tema de programación lineal lo cual se ratifica al notar que la pregunta requiere que se optimice el ingreso. El problema muestra cierta originalidad dado que hay otro grupo de docentes participantes que también creo un problema que es una introducción a la programación lineal, es decir, se trabaja la programación lineal como una aplicación de los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, lo cual se había mencionado en los antecedentes. No se considera un problema fluido porque solamente plantea un requerimiento. Es importante mencionar que en la socialización, se respaldó presentar en la información del problema datos suficientes para plantear una función objetivo, lo cual nos lleva a trabajar problemas de optimización como una aplicación de los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, sin embargo se resaltó que el determinar el punto que optimiza la función objetivo no es el único requerimiento que se puede plantear, se sugirió cuestionar sobre puntos específicos que están dentro o fuera de la región factible. El requerimiento de este sistema solicita el uso de representaciones algebraicas y gráficas.

Investigadora- Luego de revisar junto al docente D04 el problema pos para el episodio N° 1 (ver Figura 28) creado por su grupo; y para analizar las dificultades observadas al crear su problema se entrevista al docente D04.

Investigadora- ¿Consideras que el problema pre creado es matemáticamente relevante?

D04- Sí, porque es un problema de programación lineal…el contexto es real. Los sistemas de inecuaciones lineales te preparan para resolver problemas de programación lineal.

Investigadora- ¿Crees que tu problema pre creado es apropiado?

D04- Sí…para el problema pos los estudiantes ya deben saber sistemas de inecuaciones lineales, se debe aprovechar su potencial.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado es motivador para un estudiante?

D04- Sí porque la programación lineal es una aplicación de los sistemas de inecuaciones lineales..

Investigadora- ¿Crees que tu problema creado es parte de una trayectoria de aprendizaje?

D04- Sí, los estudiantes deben haber aprendido el tema de sistemas de inecuaciones lineales para luego ver como se aplican.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado se puede incorporar para la enseñanza de los sistemas de inecuaciones lineales mediante la creación de problemas y el modelamiento?

D04- Sí, en programación lineal hay que modelar.

Por otro lado, se muestra el problema pos (inspirado en el episodio de clase N° 1) creado por el grupo 1 donde participa el docente D06 es:

La empresa Apulso S.A.C utiliza los materiales A, B y C para elaborar dos tipos de productos: el primero, un aditivo para combustible y el segundo, una base para solvente. Para fabricar un litro de aditivo para combustible se mezclan 0,4 litros de material A y 0,6 litros de material C. Para fabricar un litro de la base para solvente se mezclan 0,5 litros de material A; 0,2 litros de material B y 0,3 litros de material C. La disponibilidad diaria de los materiales A, B y C es como máximo 21; 5 y 21 litros respectivamente.

Si cada producto se vende a $12 y $15 ~~[illegible]~~ cada el litro.
¿Cuál sería la ganancia diaria máxima que se obtendría y qué cantidad de cada producto debería elaborarse?, si como mínimo se debe producir 10 litros de cada producto

	cant	A	B	C	G
Prod 1	x	0,4	0	0,6	12
Prod 2	y	0,5	0,2	0,3	15
		21	5	21	

Figura 29. Problema pos creado por el grupo 1 para el episodio de clase N° 1

El problema pos creado por el grupo 1 (ver Figura 29) muestra ser un problema flexible por las modificaciones realizadas al problema del episodio N° 1 al articular su presentación con la representación tabular y aumentar información que genera dos inecuaciones más; en este problema también se sugiere aplicar e1 tema de programación lineal para optimizar la “ganancia”, sin embargo se encuentra un error en la pregunta porque $12 y $l5 son precios de venta por lo tanto la función objetivo estaría dirigida a optimizar el ingreso y no la ganancia, además se debería precisar mejor a qué producto corresponde cada precio. El problema muestra cierta originalidad dado que hay otro grupo de docentes participantes que también trabaja la programación lineal como una aplicación de los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, se advierte una variación importante en la pregunta planteada. No se considera un problema fluido porque solamente plantea un requerimiento. Es importante mencionar que en la socialización, se coincidió con el uso de las representaciones tabulares para presentar la información del problema de forma ordenada, pero sin perder de vista lo que representa cada celda de la tabla. El requerimiento de este problema induce el uso de representación tabular, algebraica y gráfica.

Investigadora- Luego de revisar junto al docente D06 el problema pos para el episodio N° 1 (ver Figura 29) creado por su grupo; y para analizar las dificultades observadas al crear su problema se entrevista al docente D04.

Investigadora- ¿Consideras que el problema pre creado es matemáticamente relevante?

D06- Claro, porque se debe optimizar.

Investigadora- ¿Crees que tu problema pre creado es apropiado?

D06- Sí, con la tabla se ayuda mucho al estudiante.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado es motivador para un estudiante?

D06- Sí porque al maximizar ya ven que lo que han aprendido les sirve.

Investigadora- ¿Crees que tu problema creado es parte de una trayectoria de aprendizaje?

D06- Sí, como en el problema pre, la trayectoria es inecuaciones, sistemas de inecuaciones lineales y finalmente sus aplicaciones.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado se puede incorporar para la enseñanza de los sistemas de inecuaciones lineales mediante la creación de problemas y el modelamiento?

D04- Sí, claro porque van a maximizar.

Comentario global de las actividades realizadas por los sujetos de estudio en relación al episodio de clase N° 1

Las actividades del episodio N° 1, en sus fases individual, grupal y de socialización permitieron que se puedan comentar aspectos relacionados al tipo de variable y a la interpretación de los puntos de la región factible de un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas; se crearon problemas con interesantes cambios de representaciones, se articularon representaciones verbales, gráficas y tabulares; se presentaron requerimientos clásicos como el de formular el sistema de inecuaciones lineales que corresponde, el de graficar la región factible, destacando los requerimientos relacionados con la programación lineal. En general, se crearon problemas de flexibilidad y originalidad media, pero sobre todo de baja fluidez, en su mayoría los problemas tienen un requerimiento. Por otro lado, excepto a uno, los demás problemas pueden calificarse como relevantes, adecuados, que requieren reflexión para su resolución y significativos por ser parte de una trayectoria de aprendizaje.

4.3.5. Episodio de clase N° 2

Como se puede observar en el diseño de la sesión 3 (ver Tabla 3), esta sesión está dirigida a detallar: en qué consiste la estrategia EPP (Episodio, Problema pre, Problema pos) mediante una secuencia de actividades individuales y grupales dirigidas a analizar, resolver, crear problemas pre y problemas pos en relación al episodio de clase N° 2. Mientras se desarrolla la estrategia EPP se reforzará la identificación de los elementos de un problema (información, requerimiento, contexto y entorno matemático) y se entrevistará a los sujetos de estudio para examinar las dificultades que tuvieron al crear problemas.

EPISODIO DE CLASE N° 2

CREACIÓN DE PROBLEMAS POR VARIACIÓN

Considere el siguiente episodio de una clase del profesor Guerrero:

El docente Guerrero propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Un fabricante de alimento para gatos usa productos derivados de pescado y de carne de res. Cada onza del derivado de pescado contiene 12 g de proteína y 3g de grasa; cada onza del derivado de carne de res contiene 6 g de proteína y 9 de g de grasa. Las condiciones nutricionales para la producción de cada lata de alimento para gatos son

a) contener por lo menos 60 g de proteína
b) contener por lo menos 45 g de grasa.

¿Cuál de estas condiciones nutricionales cambiaría para que pueda producirse latas que contengan 8 oz del derivado de pescado y 2 oz del derivado de carne de res? Sustente su respuesta mediante una representación gráfica.

Los estudiantes comentan:

- Sara : *Se debe plantear un sistema de inecuaciones lineales pero no sé cuáles son las incógnitas.*
- Samuel: *Puedo representar gráficamente las inecuaciones del sistema pero no lo relaciono con el cambio de las condiciones.*
- Ana : *Al cambiar las condiciones cambian las gráficas de las rectas.*

Figura 30. Problema del Episodio de clase N° 2

La región factible del problema del episodio de clase N° 2 (ver Figura 31), nos servirá de referente para analizar los problemas creados por los grupos donde participaron los docentes D04 y D06.

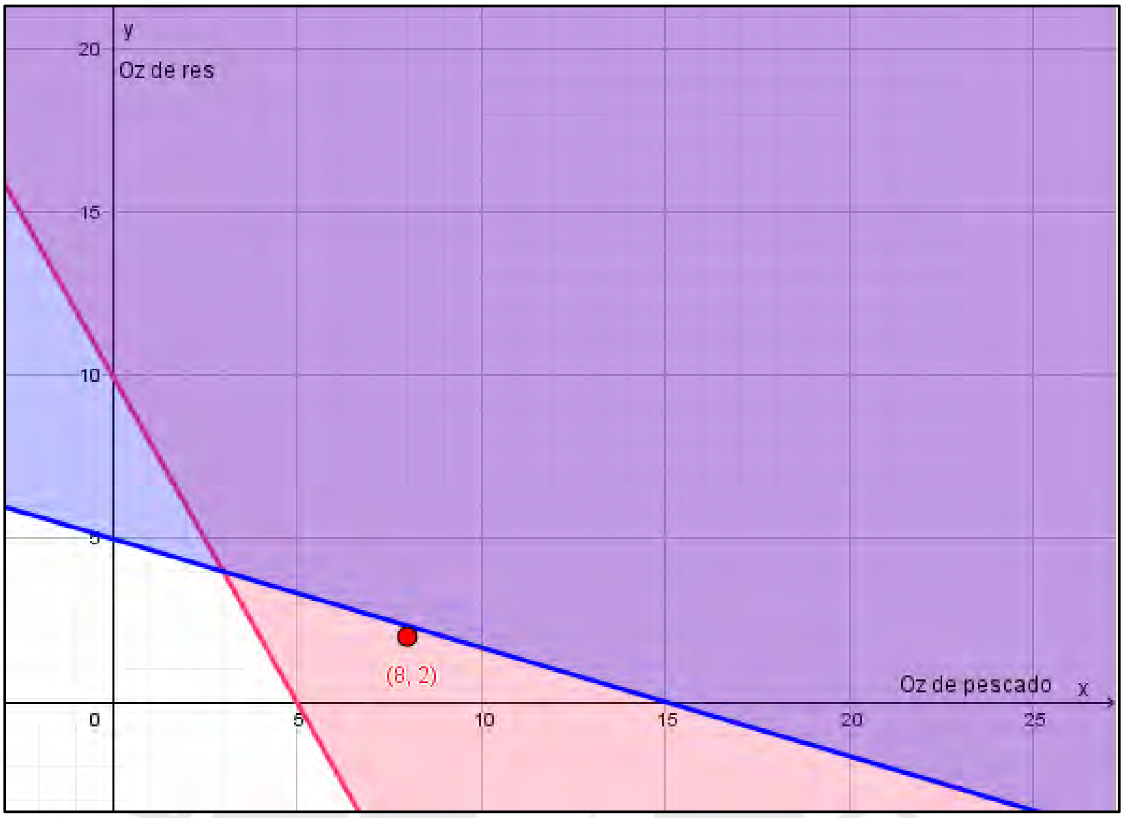


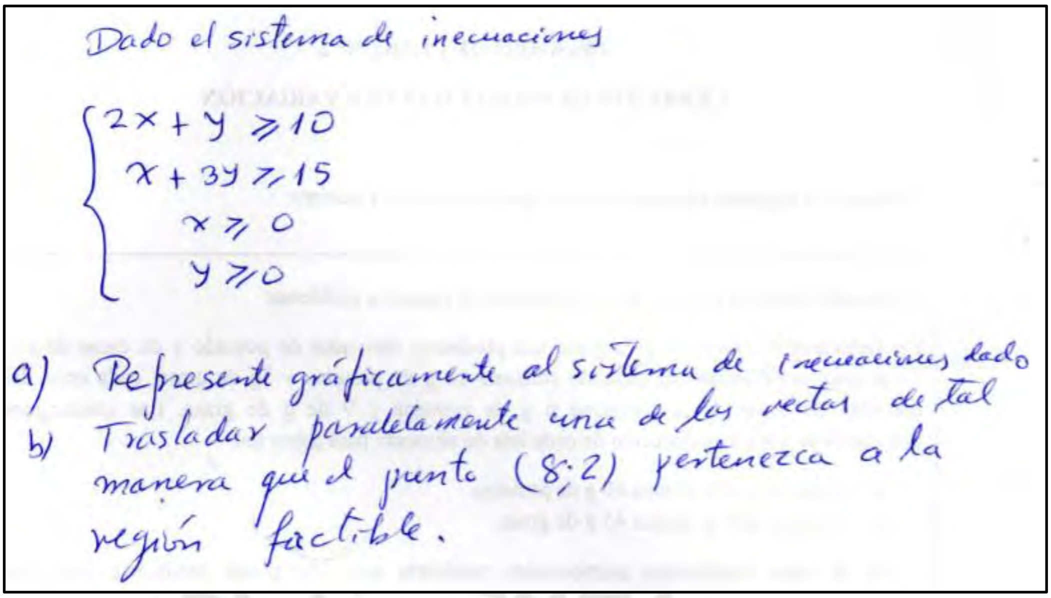
Figura 31. Región factible del problema del episodio de clase N° 2

Problema pre

Según el diseño para la sesión 3 (ver Tabla 3), los docentes inician con una actividad individual donde organizan la información en un tabla y resuelven el problema del episodio lo cual les permite conocer la región de solución del sistema.

En la etapa de trabajo grupal se establecieron entre otros los siguientes equipos: D03 y D04 como grupo 2; D06 y D08 como grupo 3. La finalidad de esta etapa es que en cada grupo intercambien experiencias relacionadas a la actividad individual para que de manera grupal puedan crear un problema pre (inspirado en el episodio de clase N° 2) y socializarlo.

El problema pre creado por el grupo 2 (grupo donde participa el docente D04) es:



Dado el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} 2x + y \geqslant 10 \\ x + 3y \geqslant 15 \\ x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases}$$

a) Represente gráficamente al sistema de inecuaciones dado

b) Trasladar paralelamente una de las rectas de tal manera que el punto (8;2) pertenezca a la región factible.

Figura 32. Problema pre creado por el grupo 2 para el episodio de clase N° 2

Muestra ser un problema flexible por la modificación relacional al usar una representación algebraica con respecto al problema del episodio y porque favorece la conexión con el tema de ecuación de la recta; tiene originalidad alta porque fue el único problema que presentó este cambio de representación (de verbal al algebraico) y que consideró preguntas relacionadas a trasladar las rectas que definen a las inecuaciones para propiciar que un punto pertenezca a la región factible; el problema tiene fluidez porque propone más requerimientos que el problema del episodio. El requerimiento induce al uso del registro algebraico y gráfico.
Cuando el grupo 2 socializó este problema se aprovechó la oportunidad para comentar aspectos de la ecuación de la recta relacionando esta información con cada inecuación que forma parte del sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas propuesto.

Investigadora- Luego de revisar junto al docente D04 el problema pre para el episodio N° 2 (ver Figura 28) creado por su grupo; y para examinar las dificultades al crear su problema se entrevista al docente D04.

Investigadora- ¿Consideras que el problema pre creado es matemáticamente relevante?

D04- Sí, porque nos basamos en los comentarios de los estudiantes y en lo que explico el Dr. Malaspina sobre el problema pre. Reflexionamos en los comentarios de Samuel y Sara, para aprovechar lo que sabe, el sistema de inecuaciones lineales propuesto en el problema pre es el que le corresponde al problema del episodio N° 2…si resuelve el problema pre podrá resolver el problema del episodio N°2.

Investigadora- ¿Crees que tu problema pre creado es apropiado?

D04- Este problema ha sido creado tomando en cuenta los comentarios de los estudiantes, por eso…sí es apropiado para este grupo de estudiantes, es que también todo depende del grupo de estudiantes que tengas.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado es motivador para un estudiante?

D04- Sí porque lo podrán resolver.

Investigadora- ¿Crees que tu problema creado es parte de una trayectoria de aprendizaje?

D04- Sí…si antes de este problema ya debe saber graficar rectas.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado se puede incorporar para la enseñanza de los sistemas de inecuaciones lineales mediante la creación de problemas y el modelamiento?

D04- Sí, de hecho, porque le puedo cambiar los coeficientes de las variables para que los estudiantes vean qué pasa o cambiarle los términos independientes y luego que analicen puntos.

Investigadora-¿Qué opinas de tu problema pre del episodio N° 2 con respecto a tu problema pre del episodio N°1?

D04- El problema de este episodio esta mejor…¡ya entendí la estrategia!

El problema pre creado por el grupo 3 (grupo donde participa el docente D06) es:

La docente Adita, propone lo siguiente:

Un fabricante de alimentos para gatos, va a producir derivados de pescado y carne de res.
Cada onza de derivado de pescado contiene 12g de proteína y 3g de grasa, cada onza de derivado de carne de res, contiene 6g de proteína y 9g de grasa.
Las condiciones nutricionales para la producción de cada lata de alimentos para gato son:

a) Contener por lo menos 60g de proteína

b) " " " 45g de grasa

¿ ~~En~~ qué punto se agota ~~para cada onza~~ de los derivados de pescado, así como los derivados de carne?

Figura 33. Problema pre creado por el grupo 3 para el Episodio de clase N° 2

Es un problema flexible porque muestra un requerimiento de dificultad gradual, no es ni fácil ni difícil, donde establece claramente que el “agotamiento de recursos” se interpreta como el punto de intersección de las dos rectas que definen el sistema de dos inecuaciones lineales con dos incógnitas que corresponde a este sistema. La modificación de trabajar el agotamiento de recursos le asigna alta originalidad a este problema porque fue el único que presentó un cuestionamiento de este tipo. Este problema no resalta por su fluidez dado que presenta un requerimiento al igual que el problema del episodio.

Cuando el grupo 3 socializó este problema se aprovechó la oportunidad para reflexionar sobre los vértices de la región factible y como hacer preguntas al respecto.

D07- Si pues al ver los vértices uno piensa en optimizar.

Dr. Malaspina- Si no hay función objetivo no se puede optimizar…un punto como este (señalando a un vértice de una región factible que esbozo en la pizarra) indica cuál es el valor de x y de y donde se agotan los recursos.

D07- Es verdad…nos adelantamos a la programación lineal y preguntamos por el máximo o el mínimo…pero no hay función objetivo…es verdad.

Dr. Malaspina- Así es.

Investigadora- Luego de revisar junto al docente D06 el problema pre para el episodio N° 2 (ver Figura 33) creado por su grupo; y para examinar las dificultades al crear su problema se entrevista al docente D06.

Investigadora- ¿Consideras que el problema pre creado es matemáticamente relevante?

D06- Sí, porque la reflexión del expositor lo confirmó.

Investigadora- ¿Crees que tu problema pre creado es apropiado?

D04- Será apropiado siempre que le expliquemos a los estudiantes lo que significa que el recurso se agote.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado es motivador para un estudiante?

D04- Sí…pero creo que se debió aprovechar en incluir más preguntas.

Investigadora- ¿Crees que tu problema creado es parte de una trayectoria de aprendizaje?

D04- Creo que lo reformularía para que se note lo que han ido aprendiendo…a ver…primero les pediría que grafiquen, de allí que interpreten algunos puntos y…allí recién lo del agotamiento porque tienen que hallar el vértice.

Investigadora- ¿Consideras que tu problema creado se puede incorporar para la enseñanza de los sistemas de inecuaciones lineales mediante la creación de problemas y el modelamiento?

D04- El que acabo de reformular sí.

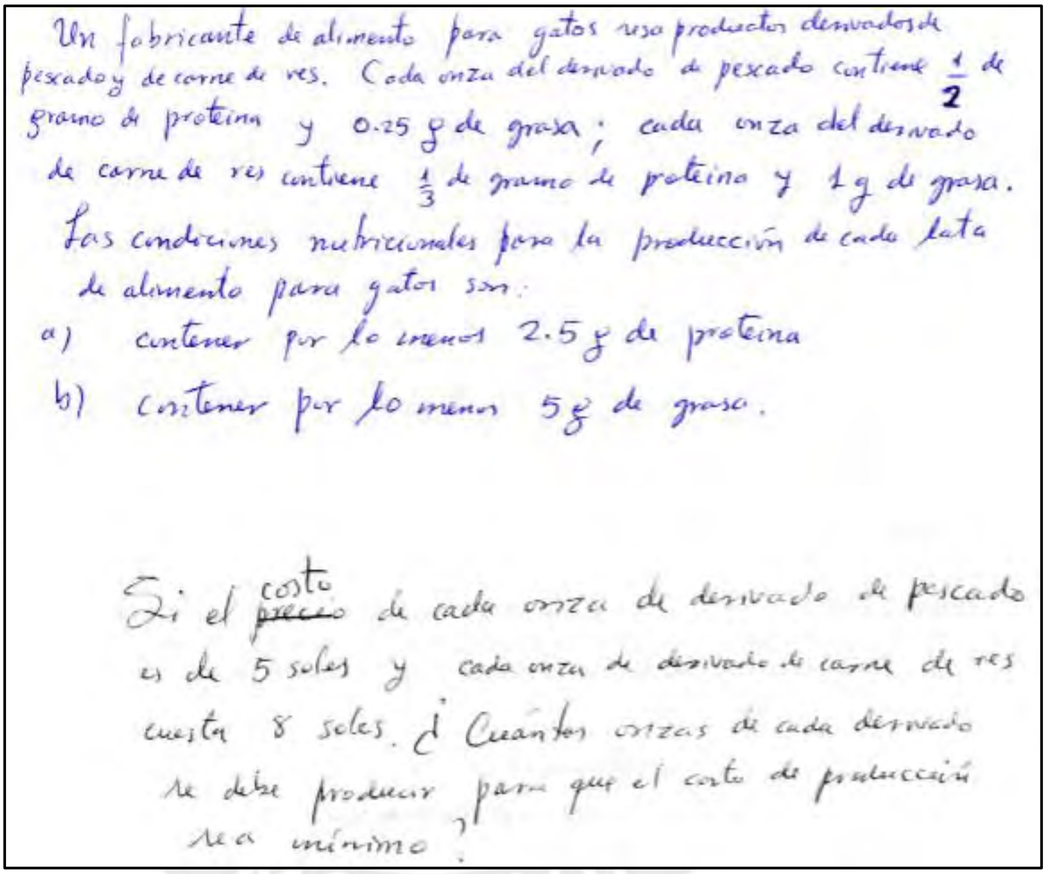
Investigadora-¿Qué opinas de tu problema pre del episodio N° 2 con respecto a tu problema pre del episodio N°1?

D04- La pregunta es más interesante para trabajar en clase, el problema pre del episodio N° 1 era más sencillo.

Problema pos

Para continuar, según el diseño establecido para la sesión 3 (ver Tabla 3), la secuencia de actividades continua con el trabajo grupal encaminado a crear un problema pos (problema más retador inspirado en el problema del episodio).

El problema pos creado por el grupo 2 (grupo donde participa el docente D04) es:



Un fabricante de alimento para gatos usa productos derivados de pescado y de carne de res. Cada onza del derivado de pescado contiene $\frac{1}{2}$ de gramo de proteína y 0.25 g de grasa; cada onza del derivado de carne de res contiene $\frac{1}{3}$ de gramo de proteína y 1 g de grasa.
Las condiciones nutricionales para la producción de cada lata de alimento para gatos son:

a) contener por lo menos 2.5 g de proteína

b) contener por lo menos 5 g de grasa.

Si el ~~precio~~ costo de cada onza de derivado de pescado es de 5 soles y cada onza de derivado de carne de res cuesta 8 soles. ¿Cuántas onzas de cada derivado se debe producir para que el costo de producción sea mínimo?

Figura 34. Problema pos creado por el grupo 2 para el Episodio de clase N° 2

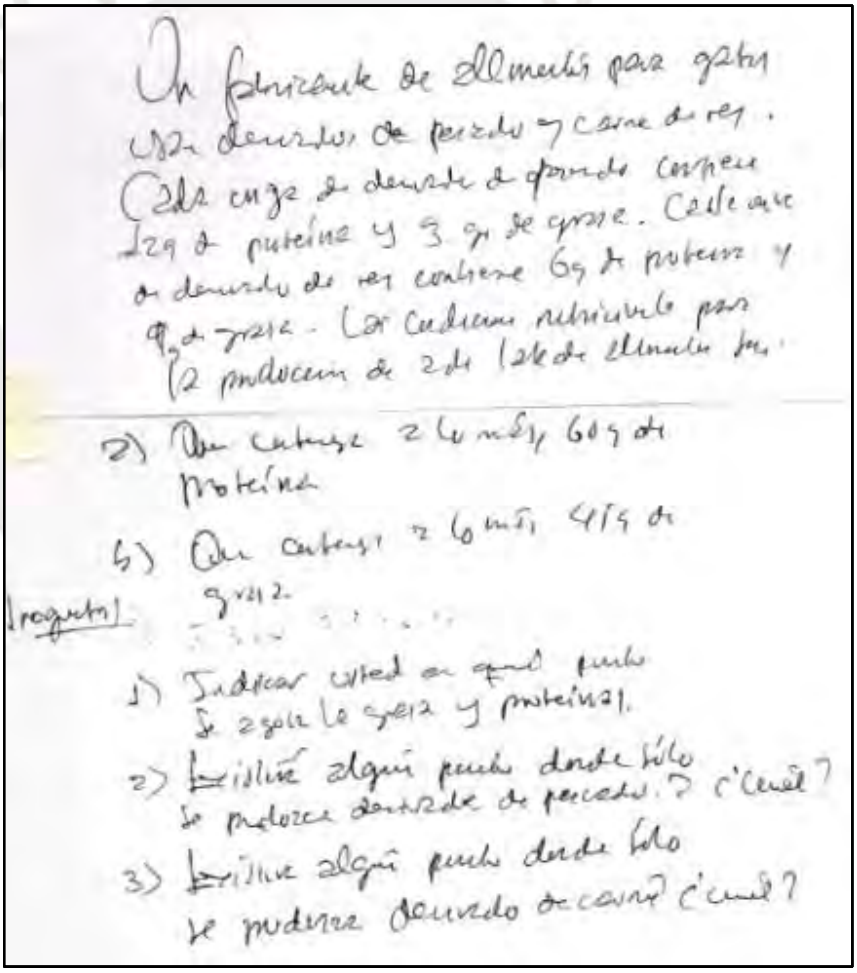
El problema pos creado por el grupo 2 (ver figura 34) muestra ser un problema flexible por la propuesta de presentar números racionales como coeficientes de los términos de cada inecuación y porque favorece la conexión con el tema de programación lineal para optimizar la función objetivo del costo de producción. El problema muestra originalidad dado que es el único problema de los propuestos que trabaja la programación lineal como una aplicación de los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas con coeficientes racionales. No se considera un problema fluido porque solamente plantea un requerimiento.

Al recoger las impresiones del docente D04 con respecto a su problema pos para el episodio de clase N° 2 se tuvo:

Investigadora- Para el problema pos, ¿por qué volvieron a proponer un problema de programación lineal?

D04- Si se sigue una secuencia lógica para la enseñanza de los sistemas de inecuaciones lineales, la cumbre de ese proceso en la universidad es la programación lineal…en otros cursos ya verá el método simplex.

El problema pos creado por el grupo 3 (grupo donde participa el docente D06) es:


Un fabricante de alimentos para gatos usa desechos de pescado y carne de res. Cada onza de desecho de pescado contiene 12 g de proteína y 3 g de grasa. Cada onza de desecho de res contiene 6 g de proteína y 9 g de grasa. Las condiciones nutricionales para la producción de 2 de las latas de alimento son:

a) Que contenga a lo menos 60 g de proteína

b) Que contenga a lo más 45 g de grasa.

Preguntas

1) Indicar usted en qué punto se iguala la grasa y proteínas.

2) Existirá algún punto donde sólo se produce desecho de pescado? ¿Cuál?

3) Existirá algún punto donde sólo se produce desecho de carne? ¿Cuál?

Figura 35. Problema pos creado por el grupo 3 para el Episodio de clase N° 2

El problema pos creado por el grupo 2 muestra ser un problema flexible porque hace cambios importantes en el requerimiento, las preguntas están dirigidas a analizar el agotamiento de recursos y a verificar la existencia de puntos qué satisfagan las condiciones planteadas. El problema muestra originalidad dado que es el único problema de los propuestos que hace cuestionamientos de este tipo. Se considera un problema con fluidez alta porque plantea más preguntas que el problema del episodio.

Al recoger las impresiones del docente D06 con respecto a su problema pos para el episodio de clase N° 2 se tuvo:

Investigadora- Para el problema pos, ¿por qué volvieron a proponer un problema de agotamiento de recursos?

D06- Ah!...claro como este problema es pos se le incluyeron más preguntas...es una mezcla entre evaluación de puntos y agotamiento de recursos, lo hicimos para que el estudiante reflexione.

Comentario global de las actividades realizadas por los sujetos de estudio en relación al episodio de clase N° 1

Las actividades del Episodio N° 2, en sus fases individual, grupal y de socialización permitieron que se puedan comentar aspectos relacionados a lo que un problema pre y problema pos significan. Se crearon problemas con interesantes donde destacaron requerimientos sobre traslado de rectas y requerimiento sobre agotamiento de recursos; también se propusieron problemas de programación lineal y otros sobre análisis de puntos. En general, se crearon problemas flexibles, originales y fluidos; además que también podían calificarse como relevantes, adecuados, que requieren reflexión para su resolución y significativos.

4.3.6 Prueba de exploración final

La pregunta 2 de la prueba de exploración final es la siguiente:

2. La empresa Química del Norte fabrica los productos químicos A y B. Por cada litro del producto A, descarga 60 gramos de dióxido de carbono y 10 gramos de partículas a la atmósfera, mientras que por cada litro del producto B descarga 40 gramos de dióxido de carbono y 20 gramos de partículas a la atmósfera. Si la nueva reglamentación sobre contaminación no permite a la industria descargar más de 20000 gramos de dióxido de carbono, ni más de 5000 gramos de partículas a la atmósfera por día,
¿La empresa Química del Norte puede producir diariamente 100 litros del producto A y 300 litros del producto B?

Figura 36. Problema propuesto en la pregunta 2 de la prueba de exploración final.

A continuación se presenta la región factible (ver Figura 37) asociada al problema de la pregunta 2 de la prueba de exploración final para el mejor entendimiento de los problemas creados por los docentes sujetos de estudio.

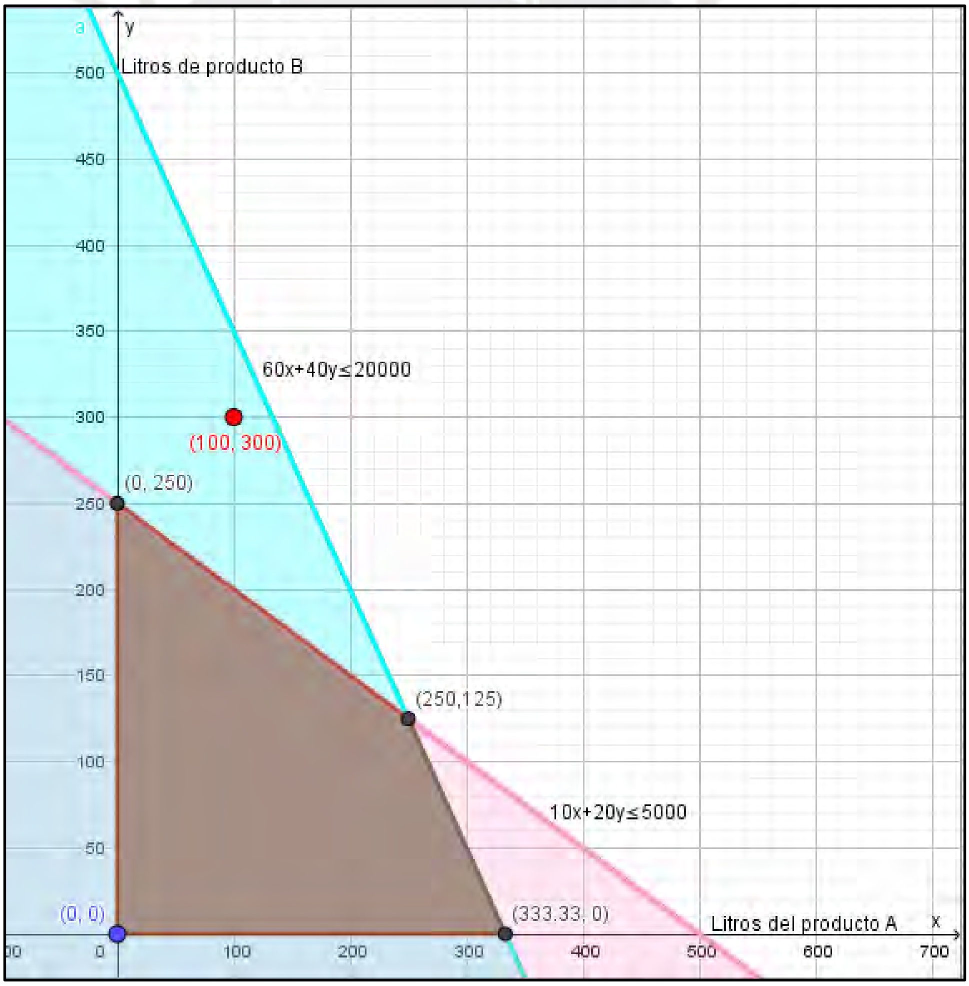


Ilustración 37. Región factible del problema 2 de la prueba de exploración final

El problema pre creado por el docente D04 es:

Sea el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 1000 \\ x + 2y \leq 500 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

a) Representar gráficamente el sistema de inecuaciones dado.

b) De la gráfica obtenida en la parte a) cuál de las rectas debe desplazar paralelamente para que el punto (100; 300) pertenezca a la región factible

c) Cuál sería la posible ecuación de la recta que ha trasladado en la parte b).

Figura 38. Problema pre creado por el docente D04 en la Prueba de exploración final

Muestra ser un problema flexible por las modificaciones realizadas al problema original, además de inducir a trabajar con representaciones algebraicas y gráficas; también es original por sus requerimientos (b y c) que aún podrían mejorarse en redacción y es fluido porque presenta más requerimientos que el problema original. Definitivamente es un problema relevante para el objeto matemático en estudio y tiene varios niveles de complejidad; es adecuado porque brinda oportunidades de modelamiento matemático a los estudiantes a quienes se les proponga el problema y sí evidencia en sus requerimientos que el problema creado es parte de una trayectoria de aprendizaje.

A continuación se analiza el problema pre creado por el docente D04 mediante la rúbrica (ver Tabla 14) para analizar problemas creados:

Tabla 14. Rúbrica para analizar el problema pre creado por variación por el docente D04 en la prueba de exploración final

<table>
<tr><th colspan="8">Rúbrica para analizar el problema creado</th></tr>
<tr><td colspan="2">Código del docente: D04</td><td colspan="3">Nombre de la actividad: Prueba de exploración final</td><td colspan="3">Número de docentes participantes de esta actividad:4</td></tr>
<tr><td colspan="5" rowspan="3">Problema creado: PROBLEMA PRE
Sea el sistema de ecuaciones inecuaciones $\begin{cases} 3x + 2y \leq 1000 \\ x + 2y \leq 500 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$
a) Representar gráficamente el sistema de inecuaciones dado.
b) De la gráfica obtenida en la parte a) cuál de las rectas debe desplazar paralelamente para que el punto (100; 300) pertenezca a la región factible.
c) ¿Cuál sería la posible ecuación de la recta que ha trasladado en la parte b).</td><td colspan="3">Tipo de problema de sistema de inecuaciones lineales</td></tr>
<tr><td colspan="2">Con región factible acotada</td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="2">Con región factible no acotada</td><td></td></tr>
<tr><th colspan="8">Elementos fundamentales del problema creado según Malaspina (2017)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Información</td><td colspan="2">Requerimiento</td><td colspan="2">Contexto</td><td colspan="2">Entorno matemático</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Modificación cuantitativa</td><td rowspan="2">Modificación relacional</td><td rowspan="2">Modificación cuantitativa</td><td rowspan="2">Modificación cualitativa</td><td rowspan="2">De intramatemático a extramatemático</td><td rowspan="2">De extramatemático a intramatemático</td><td>Sistema de inecuaciones lineales</td><td>X</td></tr>
<tr><td>Otros 1: Ecuación de la recta</td><td>X</td></tr>
<tr><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td><td>Otros 2 (Especifique):</td><td></td></tr>
<tr><th colspan="8">Calidad del problema creado según Malaspina (2014b)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Flexibilidad</td><td colspan="2">Originalidad</td><td colspan="2">Fluidez</td><td colspan="2">PUNTAJE TOTAL</td></tr>
<tr><td>Puntos obtenidos</td><td>Requerimiento de dificultad gradual (1); requerimiento puede responderse de varias formas (1); favorece la conexión con otros temas matemáticos (1); favorece la conexión con otras áreas del conocimiento (1)</td><td>Puntos obtenidos</td><td>Es el único problema diferente a los demás (2); el problema presenta novedad en la información dada (1); el problema presenta novedad en el requerimiento (1)</td><td>Puntos obtenidos</td><td>El problema tiene 3 requerimientos (3)</td><td colspan="2">11</td></tr>
</table>

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

Según el puntaje total de la rúbrica (ver Tabla 14) del problema pre creado por el docente D04, su creación tiene calidad “Alta”.

El problema pos creado por el docente D04 en la Prueba de exploración final es:

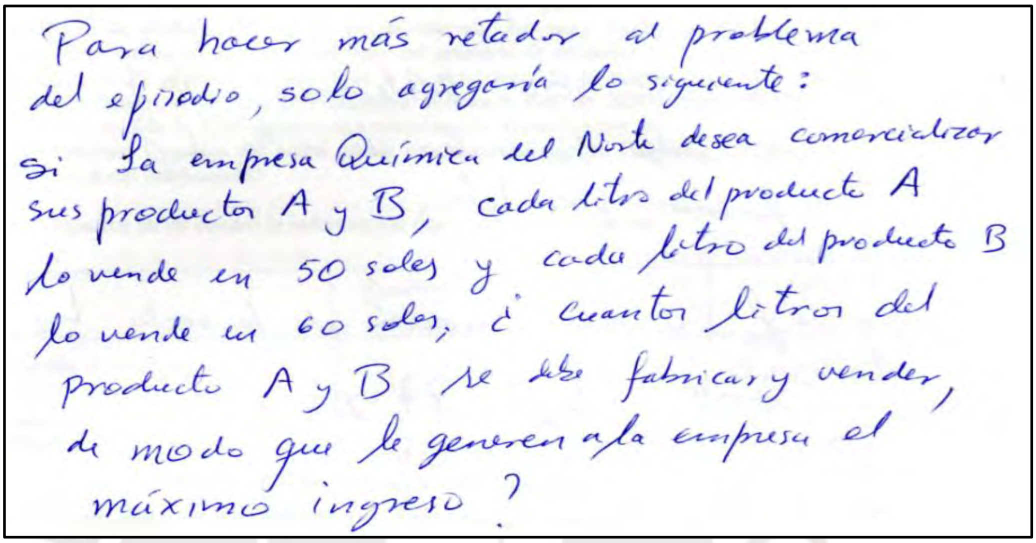

Para hacer más retador al problema del episodio, solo agregaría lo siguiente:
si la empresa Química del Norte desea comercializar sus productos A y B, cada litro del producto A lo vende en 50 soles y cada litro del producto B lo vende en 60 soles, ¿ cuantos litros del producto A y B se debe fabricar y vender, de modo que le generen a la empresa el máximo ingreso ?

Figura 39. Problema pos creado por el docente D04 en la Prueba de exploración final

El problema pos creado por el docente D04 es un problema flexible por las modificaciones realizadas al problema propuesto, en este problema se ve en la programación lineal una aplicación de los sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas. El problema muestra originalidad por ser el único propuesto de este tipo durante esta actividad y porque muestra novedad en el requerimiento comparándolo con el problema dado. No se considera un problema fluido porque solamente plantea un requerimiento. El requerimiento de este sistema solicita el uso de los registros algebraico y gráfico. Es un problema relevante para el objeto matemático en estudio dado que se enfoca en la programación lineal como una de las principales aplicaciones del objeto matemático en estudio; es adecuado porque brinda oportunidades de modelamiento matemático a los estudiantes a quienes se les proponga el problema; aunque el problema creado puede mostrar una situación semejante a la presentada en los textos universitarios, sí evidencia en su requerimiento que el problema creado es parte de una trayectoria de aprendizaje.

A continuación se analiza el problema pos creado por el docente D04 mediante la rúbrica (ver Tabla 15) para analizar problemas creados:

Tabla 15. Rúbrica para analizar el problema pos creado por variación por el docente D04 en la prueba de exploración final

Rúbrica para analizar el problema creado							
Código del docente: D04		Nombre de la actividad: Prueba de exploración final			Número de docentes participantes de esta actividad:4		
Problema creado: PROBLEMA POS Para hacer más retador al problema del episodio solo agregaría lo siguiente: Si la empresa Química del Norte desea comercializar sus productos A y B, cada litro del producto A lo vende en 50 soles y cada litro del producto B lo vende en 60 soles, ¿cuántos litros del producto A y B se deben fabricar y vender, de modo que le generen a la empresa el máximo ingreso?					**Tipo de problema de sistema de inecuaciones lineales**		
					Con región factible acotada		**X**
					Con región factible no acotada		
Elementos fundamentales del problema creado según Malaspina (2017)							
Información		Requerimiento		Contexto		Entorno matemático	
Modificación cuantitativa	Modificación relacional	Modificación cuantitativa	Modificación cualitativa	De intramatemático a extramatemático	De extramatemático a intramatemático	Sistema de inecuaciones lineales	**X**
						Otros 1: Ecuación de la recta	**X**
X	**X**		**X**	**Se mantiene en el contexto extramatemático**		Otros 2 (Especifique):	
Calidad del problema creado según Malaspina (2014b)							
Flexibilidad		Originalidad		Fluidez		**PUNTAJE TOTAL**	
Puntos obtenidos	Requerimiento de dificultad gradual (1); requerimiento puede responderse de varias formas (1); favorece la conexión con otros temas matemáticos (1); favorece la conexión con otras áreas del conocimiento (1)	Puntos obtenidos	Es el único problema diferente a los demás (2); el problema presenta novedad en la información dada (1); el problema presenta novedad en el requerimiento (1)	Puntos obtenidos	El problema tiene un requerimiento (1)	**9**	

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

Según el puntaje total de la rúbrica (ver Tabla 15) del problema pos creado por el docente D04, su creación tiene calidad “Alta”.

Para comparar la calidad del problema creado por el docente D04 en la prueba de exploración inicial (antes del taller de creación de problemas) y los problemas pre y pos creados en la prueba de exploración final (después del taller de creación de problemas) se tiene el siguiente diagrama de barras:

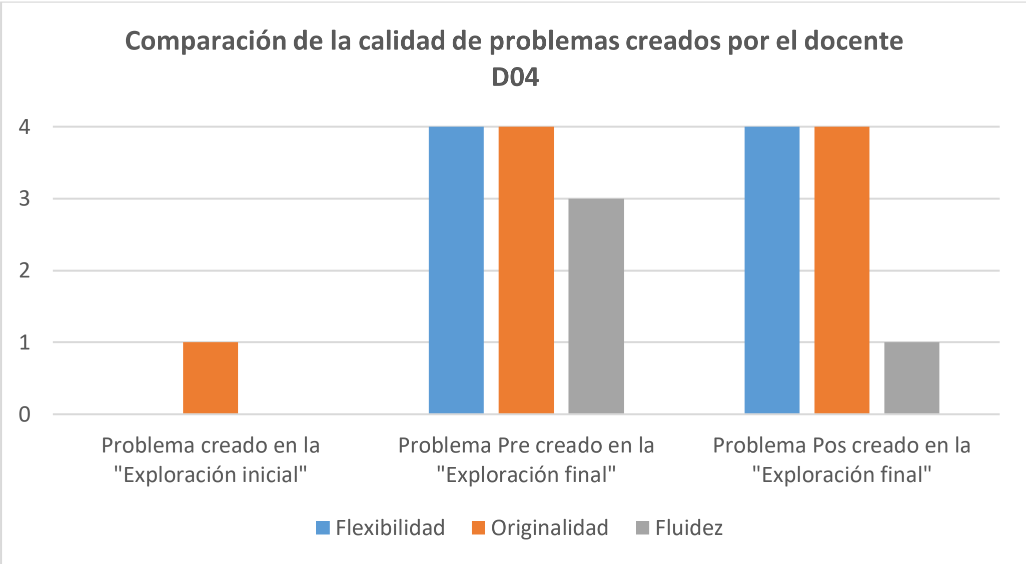


Figura 40. Comparación de la calidad de problemas creados por el docente D04

Es evidente que luego de participar en la secuencia de actividades del taller de creación de problemas, los problemas creados por el docente D04 mejoraron su calidad en los tres aspectos, pero sobre todo en cuánto a la flexibilidad y originalidad. Con respecto a la fluidez, se recomendaría al docente D04 proponer más de una pregunta o requerimiento en sus problemas creados. Por otro lado, sus creaciones han sido: relevantes para el objeto matemático y muestran niveles de complejidad; adecuadas porque brindan oportunidades de modelamiento matemático a los estudiantes a quienes se les proponga el problema; se evidencia en su requerimiento que el problema creado es parte de una trayectoria de aprendizaje.

El análisis continúa con el docente D06. El problema pre creado por el docente D06 en la prueba de exploración final es:

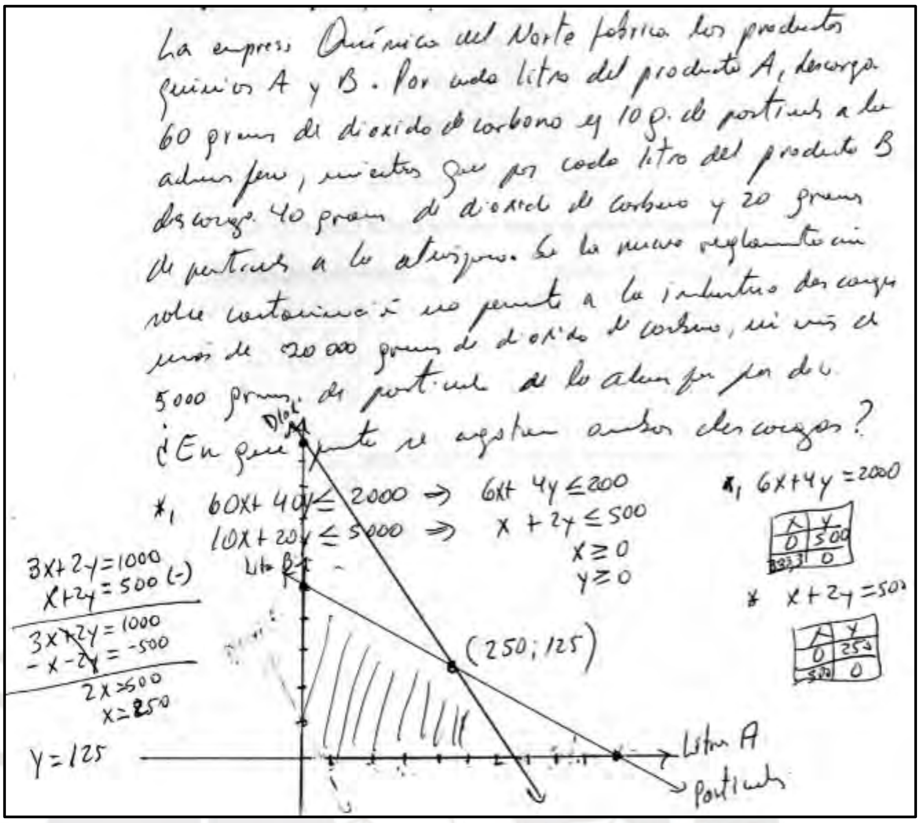


Figura 41. Problema pre creado por el docente D06 en la Prueba de exploración final

Muestra ser un problema (ver Figura 41) flexible porque tiene un requerimiento de dificultad gradual y altamente original por la novedad en el requerimiento. En cuanto a la fluidez mantiene una pregunta como en el problema original. El requerimiento puede sugerir el uso de diversos registros, como el gráfico y el algebraico. Es un problema relevante para el objeto matemático en estudio porque aborda una situación de agotamiento de recursos; es adecuado porque brinda oportunidades de modelamiento matemático a los estudiantes a quienes se les proponga el problema; el problema presenta un requerimiento que no es común en los textos universitarios, sí evidencia en su requerimiento que el problema creado es parte de una trayectoria de aprendizaje.

A continuación se analiza el problema pre creado por el docente D06 mediante la rúbrica (ver Tabla 16) para analizar el problema creado:

Tabla 16. Rúbrica para analizar el problema pre creado por variación por el docente D06 en la prueba de exploración final

<table>
<tr><th colspan="8">Rúbrica para analizar el problema creado</th></tr>
<tr><td colspan="2">Código del docente: D06</td><td colspan="3">Nombre de la actividad: Prueba de exploración final</td><td colspan="3">Número de docentes participantes de esta actividad:4</td></tr>
<tr><td colspan="5" rowspan="3">Problema creado: PROBLEMA PRE
La empresa Química del Norte fabrica los productos químicos A y B. Por cada litro del producto A, descarga 60 gramos de dióxido de carbono y 10 gramos de partículas a la atmósfera, mientras que por cada litro del producto B descarga 40 gramos de dióxido de carbono y 20 gramos de partículas a la atmósfera. Si la nueva reglamentación sobre contaminación no permite a la industria descargar más de 20000 gramos de dióxido de carbono, ni más de 5000 gramos de partículas a la atmósfera por día, ¿en qué punto se agotan ambas descargas?</td><td colspan="3">Tipo de problema de sistema de inecuaciones lineales</td></tr>
<tr><td colspan="2">Con región factible acotada</td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="2">Con región factible no acotada</td><td></td></tr>
<tr><th colspan="8">Elementos fundamentales del problema creado según Malaspina (2017)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Información</td><td colspan="2">Requerimiento</td><td colspan="2">Contexto</td><td colspan="2">Entorno matemático</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Modificación cuantitativa</td><td rowspan="2">Modificación relacional</td><td rowspan="2">Modificación cuantitativa</td><td rowspan="2">Modificación cualitativa</td><td rowspan="2">De intramatemático a extramatemático</td><td rowspan="2">De extramatemático a intramatemático</td><td>Sistema de inecuaciones lineales</td><td>X</td></tr>
<tr><td>Otros 1: Ecuación de la recta</td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="2">No modifica la información</td><td></td><td>X</td><td colspan="2">No modifica el contexto</td><td>Otros 2 (Especifique):</td><td></td></tr>
<tr><th colspan="8">Calidad del problema creado según Malaspina (2014b)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Flexibilidad</td><td colspan="2">Originalidad</td><td colspan="2">Fluidez</td><td colspan="2">PUNTAJE TOTAL</td></tr>
<tr><td>Puntos obtenidos</td><td>Requerimiento de dificultad gradual (1); requerimiento puede responderse de varias formas (1); favorece la conexión con otros temas matemáticos (1); favorece la conexión con otras áreas del conocimiento (1)</td><td>Puntos obtenidos</td><td>Es el único problema diferente a los demás (2); problema presenta novedad en el requerimiento (1)</td><td>Puntos obtenidos</td><td>El problema tiene un requerimiento (1)</td><td colspan="2">8</td></tr>
</table>

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

Según el puntaje total de la rúbrica (ver Tabla 16) del problema pre creado por el docente D06, su creación tiene calidad "Media".

El problema pos creado por el docente D06 en la Prueba de exploración final es:

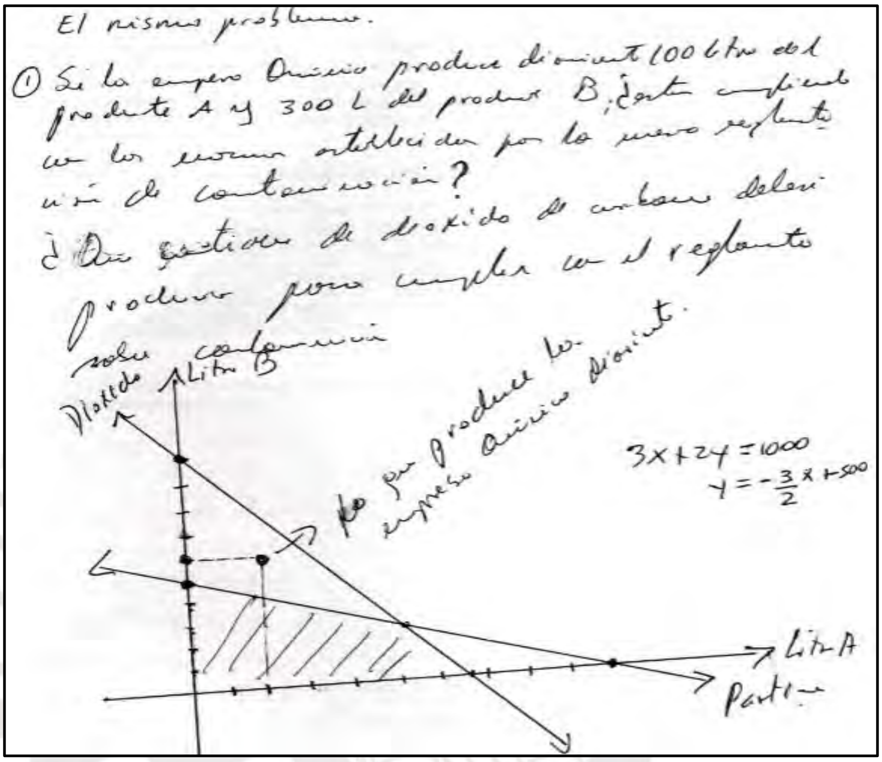


Figura 42. Problema pos creado por el docente D06 en la Prueba de exploración final

El problema creado tiene flexibilidad porque hay dos requerimientos de dificultad gradual que pueden responderse de forma gráfica y algebraica, es original por la novedad en el requerimiento y es fluido porque propone más requerimientos que el problema original. Es un problema relevante para el objeto matemático en estudio porque cuestiona con respecto a un punto en relación al sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas que le corresponde al problema; es adecuado porque brinda oportunidades de modelamiento matemático a los estudiantes a quienes se les proponga el problema; uno de los dos requerimientos requiere mayor reflexión de parte del estudiante a quién se le proponga el problema; sí evidencia en sus requerimientos que el problema creado es parte de una trayectoria de aprendizaje.

A continuación se analiza el problema pos creado por el docente D06 mediante la rúbrica (ver Tabla 17) para analizar el problema creado:

Tabla 17. Rúbrica para analizar el problema pos creado por variación por el docente D06 en la prueba de exploración final

<table>
<tr><th colspan="9">Rúbrica para analizar el problema creado</th></tr>
<tr><td colspan="2">Código del docente: D06</td><td colspan="3">Nombre de la actividad: Prueba de exploración final</td><td colspan="4">Número de docentes participantes de esta actividad:4</td></tr>
<tr><td colspan="5" rowspan="3">Problema creado: PROBLEMA POS
Si la empresa Química del Norte produce diariamente 100 litros del producto A y 300 litros del producto B ¿está cumpliendo con las normas establecidas para la nueva reglamentación sobre contaminación? ¿qué cantidad de dióxido de carbono se deben producir para cumplir con el reglamento sobre contaminación?</td><td colspan="4">Tipo de problema de sistema de inecuaciones lineales</td></tr>
<tr><td colspan="3">Con región factible acotada</td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="3">Con región factible no acotada</td><td></td></tr>
<tr><th colspan="9">Elementos fundamentales del problema creado según Malaspina (2017)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Información</td><td colspan="2">Requerimiento</td><td colspan="2">Contexto</td><td colspan="3">Entorno matemático</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Modificación cuantitativa</td><td rowspan="2">Modificación relacional</td><td rowspan="2">Modificación cuantitativa</td><td rowspan="2">Modificación cualitativa</td><td rowspan="2">De intramatemático a extramatemático</td><td rowspan="2">De extramatemático a intramatemático</td><td colspan="2">Sistema de inecuaciones lineales</td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="2">Otros 1: Ecuación de la recta</td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="2">No modifica la información</td><td></td><td>X</td><td colspan="2">No modifica el contexto</td><td colspan="2">Otros 2 (Especifique):</td><td></td></tr>
<tr><th colspan="9">Calidad del problema creado según Malaspina (2014b)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Flexibilidad</td><td colspan="2">Originalidad</td><td colspan="2">Fluidez</td><td colspan="3">PUNTAJE TOTAL</td></tr>
<tr><td>Puntos obtenidos</td><td>Requerimiento de dificultad gradual (1); requerimiento puede responderse de varias formas (1); favorece la conexión con otros temas matemáticos (1); favorece la conexión con otras áreas del conocimiento (1)</td><td>Puntos obtenidos</td><td>Es uno de los dos problemas que se distingue de los demás (1); problema presenta novedad en el requerimiento (1)</td><td>Puntos obtenidos</td><td>El problema tiene dos requerimientos (2)</td><td colspan="3">8</td></tr>
</table>

Fuente: Adaptado de Martínez (2015)

Según el puntaje total de la rúbrica (ver Tabla 17) del problema pos creado por el docente D06, su creación tiene calidad “Media”.

Para comparar la calidad del problema creado por el docente D06 en la Prueba de exploración inicial (antes del taller) y los problemas pre y pos creados en la Prueba de exploración final (después del taller) se tiene el siguiente diagrama de barras:

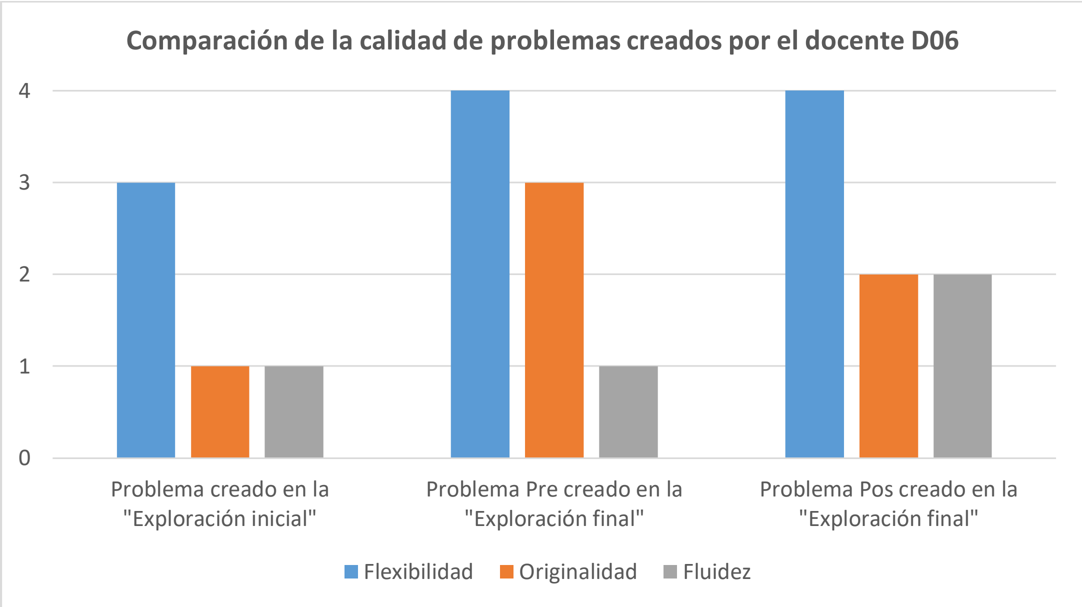


Figura 43. Comparación de la calidad de problemas creados por el docente D06

Es notorio que luego de participar en la secuencia de actividades del taller de creación de problemas, los problemas creados por el docente D06 mejoraron su calidad en los tres aspectos. Específicamente en cuánto a la originalidad se le recomendaría al docente D06 proponer preguntas aún más creativas, preguntas que propicien mayor análisis de parte del estudiante; con respecto a la fluidez proponer más de dos preguntas en cada problema creado. Por otro lado, sus creaciones han sido más relevantes y adecuadas en relación al objeto matemático; sus problemas presentan requerimientos más novedosos que sólo solicitar la región factible y que el problema creado es parte de una trayectoria de aprendizaje.

Comentario global de la Prueba de exploración final

Es evidente que se ha logrado un avance importante en los problemas creados por los docentes D04 y D06. Aunque ya se ha realizado un análisis para cada docente sujeto de estudio, en términos generales se puede afirmar en el sentido de Malaspina (2014b) que los problemas pre y pos creados muestran: flexibilidad porque reflejan modificaciones con amplitud al plantear requerimientos de dificultad gradual que pueden responderse de varias formas y favorecen la conexión de otros temas matemáticos; originalidad porque sus requerimientos son más creativos al plantear preguntas relacionadas al agotamiento de recursos, evaluación de puntos, traslación de rectas y programación lineal; fluidez porque generalmente se plantea más de una pregunta. En el sentido de Hansen y Hana (2015) la creación de problemas desde la perspectiva del modelamiento los problemas creados son: relevantes para el objeto matemático sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas y en sus diversos requerimientos se evidencian niveles de complejidad; adecuados porque aportan importantes oportunidades de modelamiento matemático en relación al objeto matemático en estudio; en su mayoría distintos a los que se plantean en los textos universitarios y por último son parte de una trayectoria de aprendizaje porque son matemáticamente significativos.

4.3.7 Cuestionario de salida

El cuestionario de salida (ver Anexo 11) fue resuelto por los docentes D03, D04, D06 y D08. Este cuestionario fue resuelto de manera anónima y consta de 4 preguntas que tienen el propósito de conocer cuál es la opinión de los docentes con respecto a su experiencia en el "*Taller de creación de problemas con docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior*", así como, recoger información acerca de sus apreciaciones con respecto a la creación de problemas.

En la pregunta 1 se solicitó responder a: ¿cómo calificaría su experiencia de creación de problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas durante este taller? Para facilitar la respuesta se presentó una escala de Likert con opciones del 1 al 5 donde la opción 5 es "excelente".

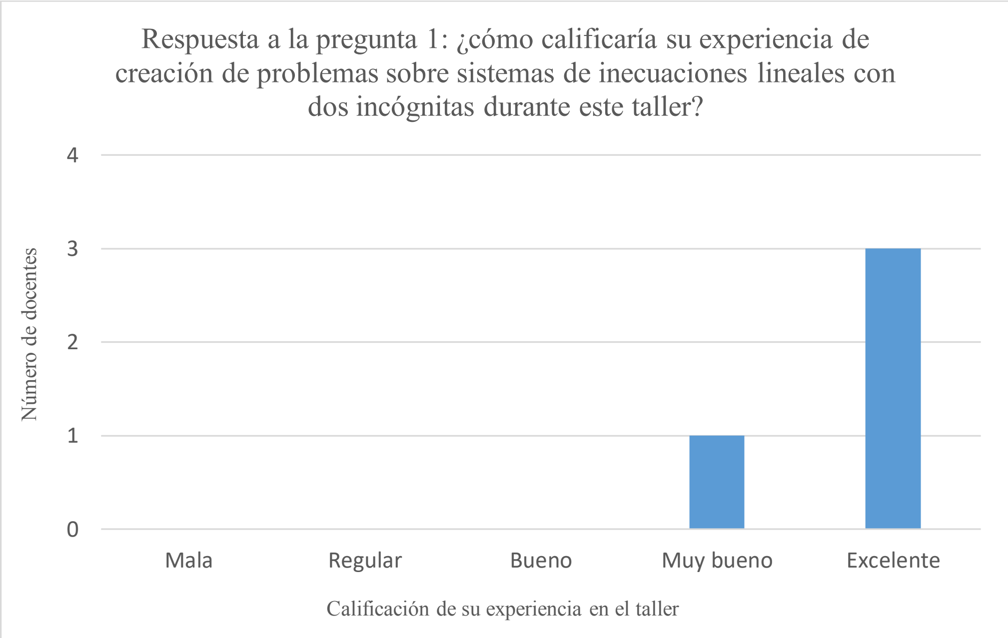


Figura 44. Respuestas a la pregunta 1 del Cuestionario de salida

En este diagrama de barras, se puede observar que en las respuestas a la pregunta 1, tres de los cuatro docentes marcaron la opción 5 y uno de los cuatro docentes marcó la opción 4. Es decir, el 75% de los docentes que respondieron a este cuestionario calificó como “excelente” su experiencia en este taller y el 25% de los docentes que respondieron a este cuestionario calificó como “buena” su experiencia en este taller.

La pregunta 2 tiene dos partes. En la primera parte se le pide responder a la pregunta ¿cuál de los problemas le parece más interesante crear en su labor docente? y en la segunda parte se le pide justificar su respuesta. Para responder a la pregunta 2 se brindaron dos opciones: Problema Pre y Problema Pos.

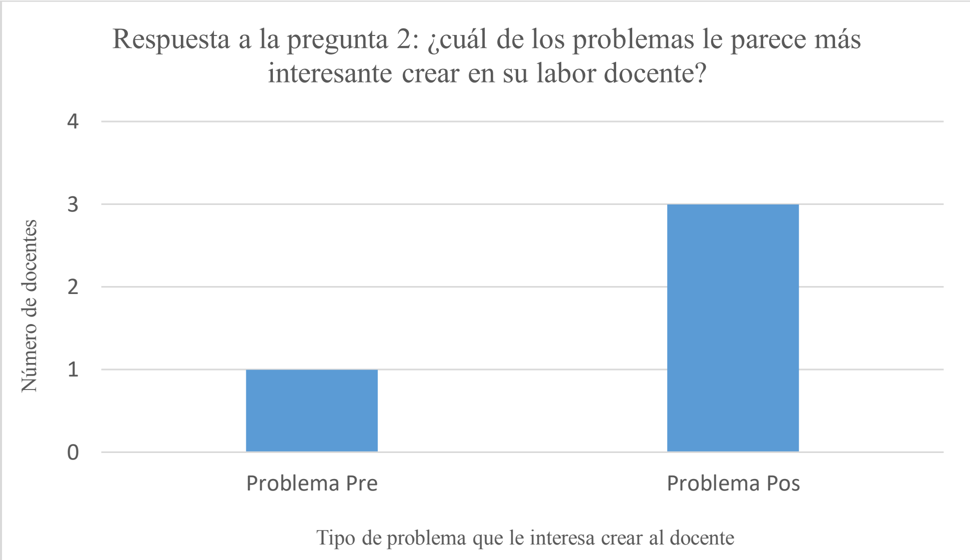


Figura 45. Respuestas a la pregunta 2 del Cuestionario de salida

En este diagrama de barras, se puede observar que en las respuestas a la pregunta 2, tres de los cuatro docentes escogieron la opción Problema Pos mientras que uno de los cuatro docentes escogió la opción Problema Pre. Es decir, el 75% de los docentes que respondieron a este cuestionario indicó que le parece más interesante crear Problemas Pos y el 25% de los docentes que respondieron a este cuestionario indicó que le parece más interesante crear Problemas Pre.

Los docentes que escogieron al Problema Pos coincidieron en resaltar que su interés se justifica porque son problemas más retadores no solamente para el estudiante sino también para la creatividad docente que puede llevarlos a crear problemas incluso en contextos extra matemáticos. El docente que escogió al Problema Pre justificó su respuesta manifestando que prefiere no complicar al estudiante hasta que aprenda, luego pasaría a reforzar lo aprendido mediante los Problemas Pos.

En la pregunta 3, se solicitó responder a: ¿qué importancia le da a la creación de problemas para la enseñanza de sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas? Para facilitar la respuesta se presentó una escala de Likert con opciones del 1 al 5 donde la opción 5 es “muy importante”.

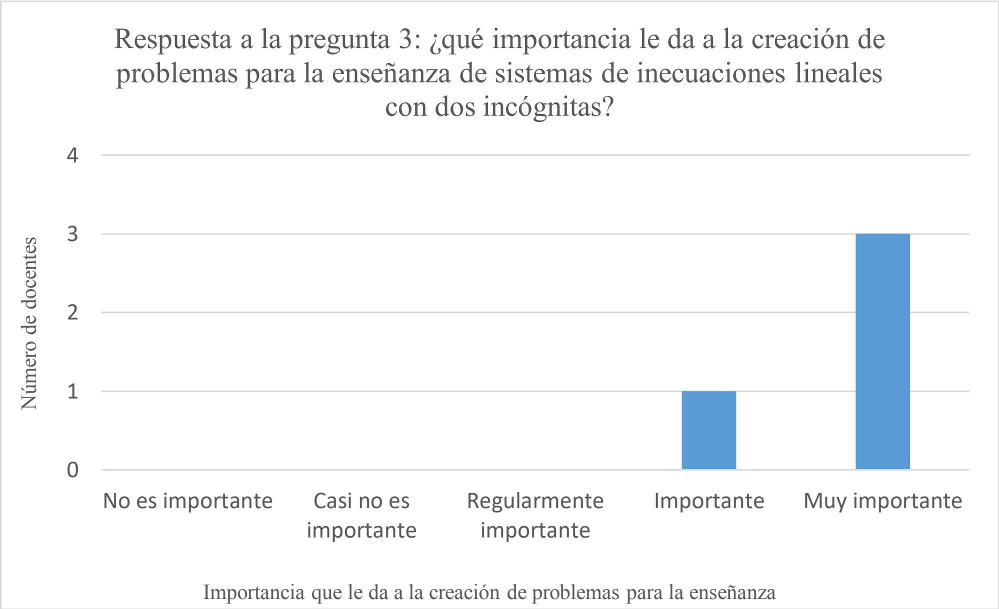


Figura 46. Respuestas a la pregunta 3 del Cuestionario final

En este diagrama de barras, se puede observar que en las respuestas a la pregunta 3, tres de los cuatro docentes marcaron la opción "muy importante" y uno de los cuatro docentes marcó la opción "Importante". Es decir, el 75% de los docentes que respondieron a este cuestionario manifestó que le parece "muy importante" la creación de problemas para enseñar sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas y el 25% de los docentes que respondieron a este cuestionario manifestó que le parece "importante" la creación de problemas para enseñar sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

En la pregunta 4, se solicitó responder a: ¿considera que este taller ha estimulado su capacidad de crear problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas? Para facilitar la respuesta se presentó una escala de Likert con opciones del 1 al 5 donde la opción 5 es "definitivamente sí".

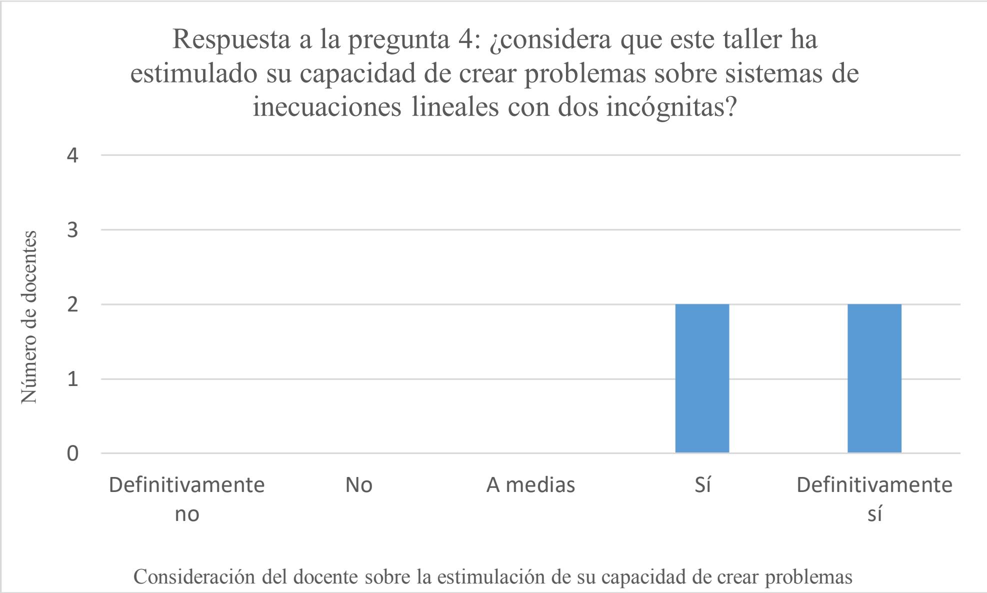


Figura 47. Respuestas a la pregunta 4 del Cuestionario final

En este diagrama de barras, se puede observar que en las respuestas a la pregunta 4, dos de los cuatro docentes marcaron la opción "definitivamente sí" y dos de los cuatro docentes marcó la opción "sí". Es decir, el 50% de los docentes que respondieron a este cuestionario considera que "definitivamente sí" se ha estimulado su capacidad de crear problemas sobre inecuaciones lineales con dos incógnitas y el otro 50% de los docentes que respondieron a este cuestionario considera que "sí" se ha estimulado su capacidad de crear problemas sobre inecuaciones lineales con dos incógnitas. Se puede afirmar que el 100% de los docentes que respondieron a este cuestionario considera que se ha estimulado su capacidad de crear problemas sobre inecuaciones lineales con dos incógnitas.

Comentario global del Cuestionario de salida

De manera general se puede comentar que la mayoría de docentes que asistieron a la última sesión y participaron de la Prueba de exploración final así como de este Cuestionario de salida califican como excelente su experiencia en el taller, manifiestan que les parece más interesante crear problemas pos, indican que les parece muy importante la creación de problemas para la enseñanza y consideran que el taller propuesto por esta investigación sí ha estimulado su capacidad para crear problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

En ese sentido se puede afirmar que la aplicación de la estrategia EPP ha logrado estimular la capacidad de crear problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas y que esa confirmación surge no solamente por los resultados de la prueba de exploración final (ver Anexo 10), sino que el cuestionario de salida (ver Anexo 11) ratifica dicha percepción por parte de los docentes que han sido los protagonistas del taller.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

En relación al primer objetivo específico de esta investigación:

"Identificar los conocimientos matemáticos y la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, de un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior, mediante una prueba de exploración inicial, antes de participar de una secuencia de actividades basada en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP)":

En base al análisis de las respuestas a la prueba de exploración inicial (ver Anexo 12) relacionada al objeto matemático sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas, se logró identificar que los docentes participantes del taller: plantearon correctamente la mayoría de las inecuaciones del sistema pero omitieron las inecuaciones que representan la no negatividad de las variables, es decir $x \geq 0$ y $y \geq 0$; crearon acertadamente inecuaciones con dos variables que corresponden a información presentada en la representación verbal, pero tuvieron dificultades en la interpretación que hacen de sus respectivas inecuaciones creadas, dado que no expresaron la idea de conjunto de valores diversos de x y de y, que son los que configurarán puntos en el plano, que corresponderían a una "región factible" en un determinado problema; trabajaron con representaciones algebraicas y gráficas para verificar las variaciones que le harían al problema dado; en muchos casos omitieron uno de los elementos de todo problema "el requerimiento" y plantearon solamente una pregunta en sus creaciones demostrando falta de "fluidez"; crearon problemas cuyo requerimiento se puede responder muy directamente, con solo determinar la región factible del sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas que le corresponde, esto puede advertir que de presentarse estos problemas a los estudiantes, estos podrían resolverlos por imitación, sin reflexionar en ellos.

En conclusión, se ha determinado que antes de la secuencia de actividades propuesta por esta investigación, los docentes han demostrado tener conocimientos sobre el objeto matemático, sin embargo, se han identificado limitaciones en relación a la creación de problemas.

Por lo anteriormente expuesto, se puede afirmar que se ha alcanzado el primer objetivo específico, porque se han identificado los conocimientos matemáticos y la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas en los docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior asistentes al taller propuesto por esta investigación mediante el análisis detallado de sus respuestas a las preguntas propuestas en la prueba exploratoria inicial.

En relación al segundo objetivo específico de esta investigación:

"Describir los cambios en la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, de un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior al aplicar una secuencia de actividades basada en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP) mediante rúbricas, comentarios y entrevistas":

Las rúbricas permitieron describir cuantitativamente la calidad de los problemas creados en base a su flexibilidad, originalidad y fluidez; además los criterios de esta permitieron hacer una evaluación objetiva de las producciones de los docentes sujetos de estudio desde el problema creado para la pregunta cinco de la prueba de exploración inicial hasta los problemas pre y pos de los episodio de clase N° 1 Y N° 2.

Los comentarios también permitieron describir los problemas creados por los sujetos de estudio durante su participación en la secuencia de actividades propuesta por el taller en base a su flexibilidad, originalidad y fluidez relacionados, pero también resaltando las ideas creativas y destacando las limitaciones con fines constructivos, desde el punto de vista de los investigadores.

Las entrevistas estuvieron enfocadas en reflexionar acerca de las dificultades observadas al crear un problema y permitieron recoger las impresiones de los sujetos de estudio para poder describir la evolución de esas dificultades desde la pregunta 5 de la prueba de exploración inicial, hasta los problemas creados en los episodios N° 1 y N° 2. Esta descripción se llevó a cabo desde el punto de vista del entrevistado, es decir, de los sujetos de estudio.

En conclusión, se ha determinado que la secuencia de actividades propuesta por esta investigación, ha sido descrita: mediante rúbricas aplicadas a los problemas creados por los sujetos de estudio; mediante comentarios desde el punto de vista de los investigadores al analizar las creaciones de los sujetos de estudio durante su participación en el taller; y mediante entrevistas al recoger el parecer de los sujetos de estudio en relación a sus creaciones.

Por lo anteriormente expuesto, se puede afirmar que se ha alcanzado el segundo objetivo específico, porque se han descrito los cambios en la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, de los dos docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior que son los sujetos de estudio de esta investigación.

En relación al tercer objetivo específico de esta investigación:

"Identificar los cambios en la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, de un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior luego de aplicar una secuencia de actividades basada en la estrategia Episodio, Problema pre, Problema pos (EPP), mediante diagramas de barras relacionados con la prueba de exploración inicial, la prueba de exploración final y el cuestionario de salida":

En la prueba de exploración inicial, específicamente en relación al problema creado por el docente D04, se detectó la omisión del requerimiento del problema lo que motivo que no se puedan comentar aspectos sobre la fluidez y flexibilidad, y que por lo tanto no se considere un problema relevante. En la misma prueba, el problema creado por el docente D06 considera variables discretas lo cual genera un conflicto al interpretar la región factible motivo por el cual no se considera un problema adecuado. Sin embargo, ambas propuestas tuvieron cierta originalidad en su redacción. En la prueba de exploración final, se hizo evidente que luego de la aplicación de la estrategia EPP, los problemas creados por los docentes sujetos de estudio habían mejorado su calidad (ver Tabla 7) en comparación a sus creaciones antes de la aplicación de la estrategia EPP.

Para identificar los cambios en la capacidad de crear problemas por variación, analizamos los cambios en la calidad de los problemas creados, para lo cual se realizó un análisis comparativo de los resultados de las rúbricas aplicadas a los problemas creados por los docentes sujetos de estudio D04 y D06 antes y después de la secuencia de actividades propuesta por la investigación mediante diagramas de barras para facilitar la comprensión de los resultados de esta investigación. Estos diagramas de barras (ver Figuras 40 y 43) nos permitieron identificar con mucha facilidad que ambos docentes tuvieron una evolución favorable en sus problemas creados, especialmente el docente D04 quién mejoró notablemente en la fluidez, originalidad y flexibilidad de sus creaciones.

Por otro lado, también utilizamos diagramas de barras, para organizar los resultados del cuestionario de salida. En este cuestionario los docentes manifestaron que su experiencia en el taller les pareció excelente, que prefieren crear problemas pos que problemas pre y que consideran que este taller sí ha estimulado su capacidad para crear problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas.

En conclusión, la creación de problemas por variación, mediante la aplicación de la estrategia de EPP en sus fases individual, grupal y de socialización ha permitido estimular la capacidad de crear problemas sobre el objeto matemático en estudio, lo cual se evidenció en la prueba de exploración final y el cuestionario de salida.
Por lo anteriormente expuesto, se puede afirmar que se ha alcanzado el tercer objetivo específico, porque se han identificado mediante diagramas de barras los cambios en la capacidad de crear problemas por variación, sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas en docentes de matemática de primeros ciclos de educación superior luego de una secuencia de actividades en la que se aplica la estrategia EPP.

En relación al objetivo general de esta investigación:

“Analizar cómo la estrategia EPP (Episodio, Problema pre, Problema pos) estimula la capacidad de crear problemas por variación, sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas, en un grupo de docentes de matemática de los primeros ciclos de educación superior”:

Considerando las conclusiones en relación a los objetivos específicos y dado que esta investigación es cualitativa y que se trabaja con el método de estudio de caso, se puede afirmar que esta investigación tiene validez interna. Gracias al principio de triangulación, toda la información recogida durante las 3 sesiones del taller mediante: la prueba de exploración inicial y las actividades propuestas por los episodios N° 1 y

N° 2; la prueba de exploración final y el cuestionario de salida, garantizan que se logró el objetivo general de analizar cómo la estrategia EPP logró estimular la capacidad de crear problemas por variación en los docentes sujetos de estudio.

En conclusión, la estrategia EPP, sí contribuye a estimular la capacidad de crear problemas por variación sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas en docentes que participan en toda la secuencia de actividades. Es importante considerar que en esta investigación la estrategia EPP trabaja de manera conjunta con los aportes de Hansen y Hana (2015) para determinar las dificultades en la creación de problemas.

5.2 Recomendaciones

Todo el proceso de investigación y las conclusiones alcanzadas permiten formular las siguientes recomendaciones:

a. Capacitar a los docentes en el enfoque de creación de problemas, dado que el conocer los elementos de un problema, las estrategias de creación de problemas, lo que es un problema pre, lo que es un problema pos, aspectos para evaluar la fluidez, flexibilidad y originalidad de un problema; pueden dar resultados interesantes y provechosos en las instituciones educativas en la elaboración de materiales así como en la elaboración de evaluaciones.
b. Considerar la creación de problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas planteando requerimientos sobre evaluación de puntos, agotamiento de recursos, traslación de rectas, programación lineal, entre otros trabajados en esta investigación.
c. Para futuras investigaciones relacionadas a la aplicación de la estrategia EPP se recomienda o planificar sesiones que duren más tiempo o planificar más sesiones, para así darle mucho más énfasis a la parte de socialización, dado que es enriquecedor para los objetivos de cada investigación conocer las propuestas, conocimientos, ideas, formas de trabajo y creaciones de los participantes.
d. Para futuras investigaciones relacionadas al enfoque de creación de problemas se recomienda ampliar el análisis de las dificultades observadas al crear un problema, en el sentido de Hansen y Hana (2015). Se sugiere elaborar una rúbrica para medir el nivel de dificultad al crear un problema.

REFERENCIAS

Beltrão, R. (2010). Dificuldades dos alunos para resolver problemas com inequações. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, *5*(1), 84-95. Recuperado de https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2010v5n1p84/21144

Bonotto, C. (2013). Artifacts as sources for problem-posing activities. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 37-55.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME*, *9*(1), 143-168. Recuperado de http://cmapspublic.ihmc.us/rid=1JM80JJ72-G9RGZN-2CG/La%20habilidad%20para%20cambiar%20el%20registro%20de%20representaci%C3%B3n.pdf

Haeussler, E.; Paul, R. y Wood, R. (2008). *Matemáticas para administración y economía*. México: Pearson Educación.

Harshbarger, R. y Reynolds J. (2004). *Matemáticas aplicadas a la administración, economía y ciencias sociales*. México: McGraw Hill.

Hansen, R. y Hana G. (2015). Problem posing from a modelling perspective. Singer, F., Ellerton, N. y Cai, J. (Eds.), *Mathematical problem posing from research to effective practice* (p. 35-45). New York: Springer Sciencie+Business Media.

Latorre, A., Rincón, D. y Arnal, J. (1996). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona, España: GR92.

Malaspina, U. (1999). *Matemáticas para el análisis económico*. Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú Fondo Editorial.

Malaspina, U. y Vallejo, E. (2014). Creación de problemas en la docencia e investigación. *Departamento Académico de Ciencias, Sección Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Reflexiones y propuestas en educación matemática*, 7-54.

Malaspina, U. (2014b). Flexibilidad, originalidad y fluidez en la variación de problemas. Unión, (39), p.135-140. Recuperado de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/39/archivo12.pdf

Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.* Recuperado de enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Maroto, A. (2013). Propuesta para la enseñanza y aprendizaje de las inecuaciones lineales. *Revista Educación*, *37*(2), 1-16. Recuperado de http://www.redalyc.org/html/440/44029444001/.

Martínez, C. (2015). Estrategias para estimular la creación de problemas de adición y sustracción de números naturales con profesores de educación primaria. Recuperado de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/6665

Martínez, M. (2006a). La investigación cualitativa (síntesis conceptual). *Revista de investigación en psicología*, *9*(1), 123-146. Recuperado de http://revistasinvestigacion.unmsm.edu.pe/index.php/psico/article/view/4033/3213

Martínez, P. (2006b). El método de estudio de caso: estrategia metodológica de la investigación científica. En *Pensamiento & Gestión* 20, 165-193. Universidad del Norte Barranquilla, Colombia. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/646/64602005.pdf

Miller, C., Heeren, V. y Hornsby, J. (2013) Matemática: Razonamiento y aplicaciones. México: Pearson Educación.

Oliveira, U. & De Jesus, G.(2014). Sistemas de Inequações Lineares: Uma Ferramenta para Resolver Problemas de Programação Linear. *Educação Matemática em Revista*, 57-64. Recuperado de https://scholar.google.es/scholar?lookup=0&q=Oliveira,+U.+%26+De+Jesus,+G.(2014).+Sistemas+de+Inequa%C3%A7%C3%B5es+Lineares:+Uma+Ferramenta+para+Resolver+Problemas+de+Programa%C3%A7%C3%A3o+Linear&hl=es&as_sdt=0,5

Perú, Congreso de la República. (2014). Ley N° 30220: Ley Universitaria. Lima: Congreso de la República. Recuperado de https://www.sunedu.gob.pe/wp-content/uploads/2017/04/Ley-universitaria-30220.pdf

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educacao matemática. *Bolema, 19*(25), 105-132.

Reaño, C. (2011). Sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas y problemas de programación lineal: una mirada desde la teoría de situaciones didácticas. Recuperado de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/5877

Stephenson G. (1971). *Inequalities and optimal problems in mathematics and the sciencies*. London: Longman Group Limited.

Struik, D. (1948). *A concise history of mathematics.* New York: Dover Publications Inc.

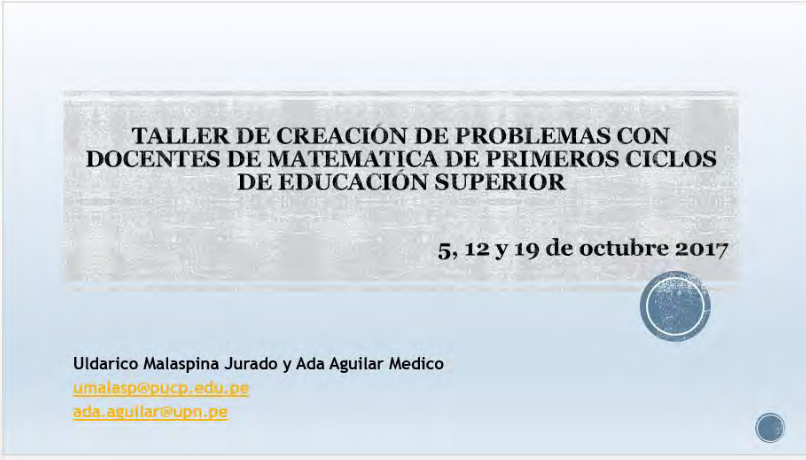
Torres, C. (2016). Creación de problemas sobre funciones cuadráticas por profesores en servicio mediante una estrategia que integra nociones del análisis didáctico. Recuperado de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/7226

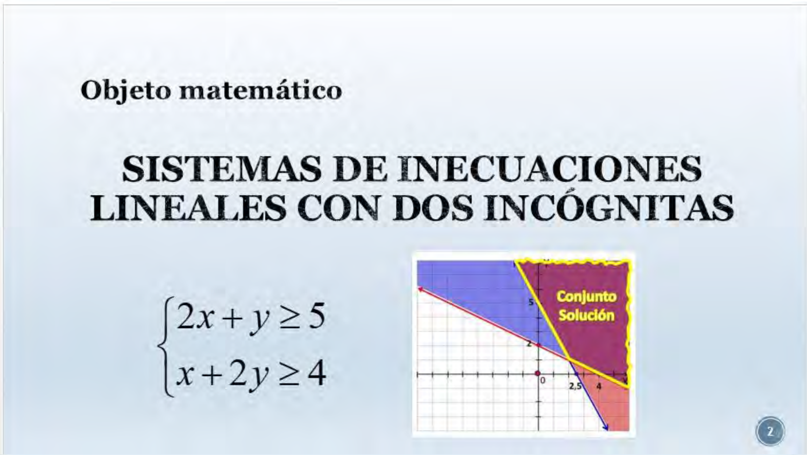
Universidad Privada del Norte. Modelo Educativo UPN. Basado en competencias y centrado en el estudiante. Recuperado de https://intranet.upn.edu.pe/academico/Secure/ModeloEduc.aspx

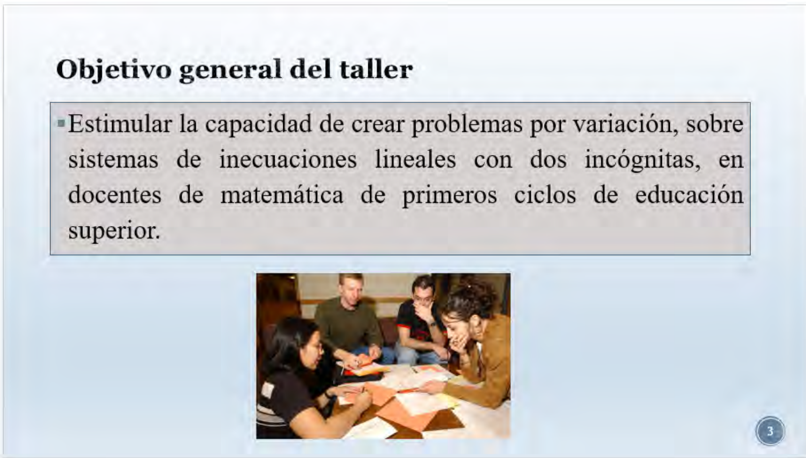
Yin, R. K. (2003). *Case study research: Desing and methods* (Second ed.) Thousand Oaks, CA: Sage publications.

ANEXOS

Anexo 1. Diapositivas del taller







SESIÓN 1:

1. **Entorno.**
2. **Marco teórico.**
3. **Ficha de datos informativos.**
4. **Prueba de exploración inicial.**

4

Entorno

Ley universitaria

- La Ley N° 30220 dada por el Congreso de la República de Perú, el 9 de julio de 2014, titulada Ley Universitaria, es el marco legal en el cual se desempeñan los docentes universitarios. Esta ley, establece que los docentes deben cumplir con "perfeccionar permanentemente su conocimiento y su capacidad docente y **realizar labor intelectual creativa**" (Deberes del docente, inciso 87.4 del artículo 87 del capítulo VIII titulado Docentes. Congreso de la República, 2014, p. 527242).

5

Entorno

Modelo Educativo 2.0 de UPN

DOCENTE

MENTOR

(1-3 ciclo)

Etapa de Inspiración

Los docentes mentores deben desarrollar en clase la competencia de **pensamiento creativo** y crítico de sus estudiantes.

¿Cómo el docente de primeros ciclos de educación superior puede desarrollar en clase el pensamiento creativo de sus estudiantes si no estimula su propia capacidad creativa?

6

Marco teórico
Enfoque de creación de problemas

La importancia de crear problemas

- Bonotto (2013):

  "El proceso de crear problemas representa una de las formas de auténtica investigación matemática..."

  "Impulsar la creación de problemas es una de las formas de lograr el desarrollo de diferentes potencialidades de los estudiantes y de estimular una mayor flexibilidad mental". (p. 53)

7

Marco teórico
Enfoque de creación de problemas

Docencia y creación de problemas

"La creación de problemas no debe verse como una tarea exclusiva de expertos, ni debe considerarse que los problemas a trabajar en clases son únicamente los que figuran en los libros o en internet. **Crear problemas es parte fundamental de la tarea docente**. Cada profesor conoce la realidad específica en su aula, el entorno sociocultural y las motivaciones de sus alumnos y es un desafío a sus conocimientos y competencias didáctico-matemáticas, tanto **crear secuencias de actividades y problemas adecuados para esa realidad**, como estimular a sus alumnos no solo a aprender resolviendo problemas, sino a "ir más allá": a aprender creando sus propios problemas" (Malaspina y Vallejo, 2014).

8

Marco teórico
Enfoque de creación de problemas

Elementos fundamentales de un problema (Malaspina, 2017)

La información | El requerimiento | El contexto | El entorno matemático

9

Marco teórico

Enfoque de creación de problemas

Los problemas tienen cuatro **elementos fundamentales** (Malaspina, 2017)

La información: Datos cuantitativos o relacionales que se dan en el problema.

El requerimiento: Lo que se pide que se encuentre, examine o concluya, que puede ser cuantitativo o cualitativo, incluyendo gráficos y demostraciones.

El contexto: Puede ser intra matemático o extra matemático.

El entorno matemático: El marco matemático global en el que se ubican los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para resolver el problema.

10

Marco teórico

Enfoque de creación de problemas

La creación de problemas de matemáticas es un proceso mediante el cual se obtiene un nuevo problema. Los problemas pueden crearse:

- **Por variación**
  - **- De un problema dado, variando al menos uno de sus cuatro elementos fundamentales.**
- **Por elaboración**
  - **- Libre, a partir de una situación dada o configurada que puede ser extra matemática o intra matemática.**
  - **- Por un pedido específico, con énfasis matemático o didáctico.**

(Malaspina, 2017)

11

Marco teórico

Dos estrategias para estimular la creación de problemas

Creación de problemas por Variación Estrategia EPP	Creación de problemas por Elaboración Estrategia SPP
• Episodio • Problema Pre • Problema Pos	• Situación • Problema Pre • Problema Pos

(Malaspina, 2017)

12

Marco teórico
Sobre las Estrategias

Estrategia EPP

- **Episodio.**- Es parte de una clase de un profesor, que incluye un problema y los comentarios hechos por sus estudiantes al resolver o tratar de resolver el problema.
- **Problema Pre.**- Problema que facilita la comprensión y solución del problema del episodio.
- **Problema Pos.**- Problema más retador inspirado en el problema del episodio.

(Malaspina, 2017)

13

Ejemplo

Episodio

La profesora Nancy propuso a sus alumnos de segundo año de secundaria el siguiente problema

Sea $f(x) = 3x + 2$. Define una función g modificando alguno de los parámetros de f de modo que la hipotenusa del triángulo que determina g con los ejes coordenados sea el doble de la hipotenusa del triángulo que determina f con los ejes coordenados.

Algunos de sus estudiantes comentaron:

Carlos: *Hay que duplicar el 3 y el 2*
María: *Primero hay que hallar la longitud de la hipotenusa con f*
Susana: *No me acuerdo el teorema de Pitágoras…*

Problema pre:

Considera las siguientes funciones:

$$p(x) = 2x + 1, \qquad q(x) = 2x + 3, \qquad r(x) = 3x + 1$$

a) Esboza en un mismo sistema de coordenadas los gráficos de las funciones dadas.

b) ¿Es verdad que las hipotenusas de los triángulos que determinan los gráficos de q y r son mayores que la hipotenusa del triángulo que termina el gráfico de p? ¿Por qué?

Problema pos:

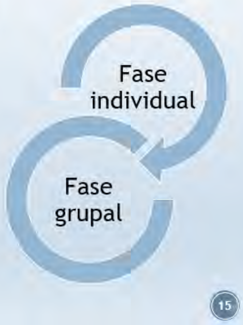
Sea $f(x) = 3x + 2$. Modifica alguno de los parámetros de f para que su gráfico determine con los ejes coordenados un triángulo en el primer cuadrante cuya área sea $10\ u^2$

14

Marco teórico
Sobre las Estrategias

Estrategia SPP

- **Situación**: La que se presenta. Puede ser real o configurada.
- **Problema Pre**: Facilita la comprensión y solución del problema creado inicialmente a partir de la situación dada.(Enfatiza el uso didáctico de la situación dada.)
- **Problema Pos**: Problema más retador que el problema creado inicialmente a partir de la situación dada.



(Malaspina, 2017)

15

Ejemplo

Situación

El precio del kilo de manzanas "Delicia" en la bodega de mi barrio es S/1,50 más que en el mercado mayorista.

Problema

Si el precio del kilo de manzanas "Delicia" en la bodega de mi barrio es S/ 4,00 y en el mercado mayorista es S/ 2,50 , pero debo gastar S/ 6,00 en pasajes de ida y vuelta ¿A partir de cuántos kilos de manzana "Delicia" me conviene comprar en el mercado mayorista?

16

Marco teórico

Análisis de los problemas creados

En la creación de problemas por variación, se puede analizar **flexibilidad, originalidad, fluidez.**

- **Flexibilidad**, cuando las modificaciones se hacen con amplitud, yendo más allá de cambios ligeros al problema dado.
- **Originalidad**, cuando el problema presenta novedad respecto al problema dado y se distingue notoriamente de otras modificaciones al mismo problema
- **Fluidez**, cuando se crea más de un problema, con ideas y propuestas diferentes, a partir de la situación o problema dado.

(Malaspina, 2014b)

17

Ficha de datos informativos
y
Prueba de exploración inicial

18

SESIÓN 2:

1. **Episodio de clase N°1**
   - **1.1 Actividad individual.**
   - **1.2 Actividad grupal 1.**
   - **1.3 Actividad grupal 2.**

19

Episodio de clase N°1

El docente Paredes propone a sus estudiantes el siguiente problema:

La empresa Aguilar S.A.C. utiliza los materiales A, B y C para elaborar dos tipos de productos: el primero, un aditivo para combustible y el segundo, una base para solvente. Para fabricar un litro de aditivo para combustible se mezclan 0,4 litros de material A y 0,6 litros de material C. Para fabricar un litro de la base para solvente se mezclan 0,5 litros de material A; 0,2 litros de material B y 0,3 litros de material C. La disponibilidad diaria de los materiales A, B y C es como máximo 20; 5 y 21 litros respectivamente.

¿Es posible que Aguilar S.A.C. produzca 23 litros de aditivo para combustible y 23 litros de base para solvente diariamente? Sustente su respuesta mediante una representación gráfica.

Algunos estudiantes comentan:

Juan : No me dan ecuaciones para graficar.

Violeta : No es necesario graficar para hallar la respuesta, se puede tantear para responder.

Alex : Tenemos que graficar inecuaciones con tres variables.

20

SESIÓN 3:

1. **Episodio de clase N°2**
   - **1.1 Actividad individual.**
   - **1.2 Actividad grupal 1.**
   - **1.3 Actividad grupal 2.**
2. **Prueba de exploración final.**
3. **Cuestionario de cierre.**

21

Episodio de clase N° 2

El docente Guerrero propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Un fabricante de alimento para gatos usa productos derivados de pescado y de carne de res. Cada onza del derivado de pescado contiene 12 g de proteína y 3g de grasa; cada onza del derivado de carne de res contiene 6 g de proteína y 9 de g de grasa. Las condiciones nutricionales para la producción de cada lata de alimento para gatos son

a) contener por lo menos 60 g de proteína.

b) contener por lo menos 45 g de grasa.

¿Cuál de estas condiciones nutricionales cambiaría para que pueda producirse latas que contengan 8 oz del derivado de pescado y 2 oz del derivado de carne de res? Sustente su respuesta mediante una representación gráfica.

Los estudiantes comentan:

Sara : *Se debe plantear un sistema de inecuaciones lineales pero no sé cuáles son las incógnitas.*

Samuel: *Puedo representar gráficamente las inecuaciones del sistema pero no lo relaciono con el cambio de las condiciones.*

Ana : *Al cambiar las condiciones cambian las gráficas de las rectas.*

22

Prueba de exploración final y Cuestionario de cierre

23

Referencias

- Bonotto, C. (2013). Artifacts as sources for problem-posing activities. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 37-55.
- Malaspina, U. y Vallejo, E. (2014). Creación de problemas en la docencia e investigación. *Departamento Académico de Ciencias, Sección Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, Reflexiones y propuestas en educación matemática*, 7-54.
- Malaspina, U. (2014b). Flexibilidad, originalidad y fluidez en la variación de problemas. Unión, (39), p.135-140. Recuperado de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/39/archivo12.pdf
- Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.* Recuperado de enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

24

Anexo 2. Ficha de datos informativos

ESTIMULACIÓN DE LA CAPACIDAD DE CREAR PROBLEMAS SOBRE SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS EN DOCENTES DE MATEMÁTICA DE PRIMEROS CICLOS DE EDUCACIÓN SUPERIOR

DATOS INFORMATIVOS

APELLIDOS Y NOMBRES: ____

GRADO ACADÉMICO:

 Bachiller. Magíster. Doctor.

LUGAR DONDE ALCANZÓ EL GRADO ACADÉMICO:

 Universidad estatal peruana. Universidad particular peruana.

 Otro (Especifique): ____

TIEMPO DE SERVICIO EN LA DOCENCIA SUPERIOR:

- Total de años de servicio en la Universidad Privada del Norte (UPN): ____________________
- Total de años de servicio en la docencia superior (considerando otras universidades o institutos superiores): ____

CURSOS QUE ENSEÑA ACTUALMENTE EN UPN:

 Complementos de matemática. Cálculo 1.
 Matemática Básica. Cálculo 2.
 Matemática 1. Cálculo 3.
 Geometría analítica. Cálculo 4.
 Otros (Especifique): ____

¿CUÁL ES LA FUENTE PRINCIPAL DE LOS EJERCICIOS Y PROBLEMAS QUE PROPONE A SUS ESTUDIANTES? ____

APROXIMADAMENTE, ¿QUÉ PORCENTAJE DE LOS EJERCICIOS Y PROBLEMAS QUE PROPONE A SUS ESTUDIANTES ES CREADO POR USTED?_________________________

¿QUÉ EXPECTATIVAS TIENE DE ESTE TALLER?____

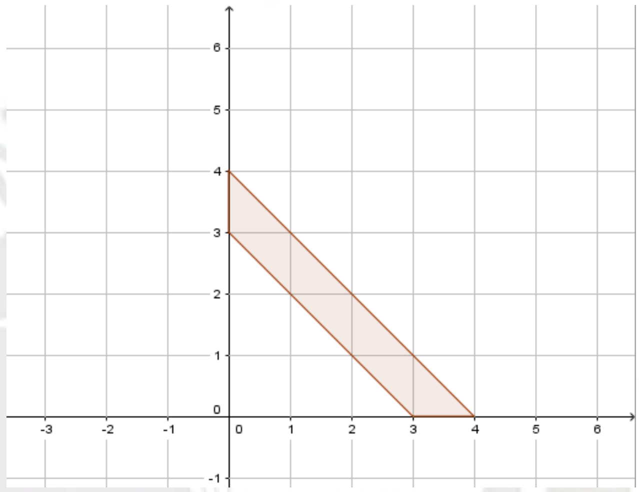
Anexo 3. Prueba de exploración inicial

PRUEBA DE EXPLORACIÓN INICIAL

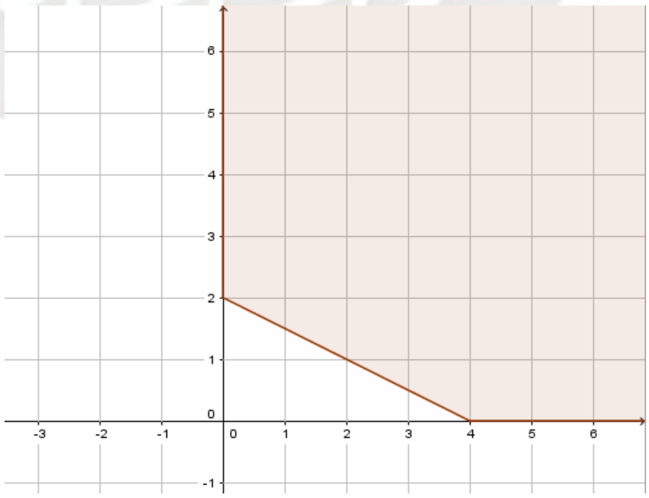
APELLIDOS Y NOMBRES: ____

1. Determine en cada caso el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas que le corresponda a la representación gráfica que se muestra:

   a)

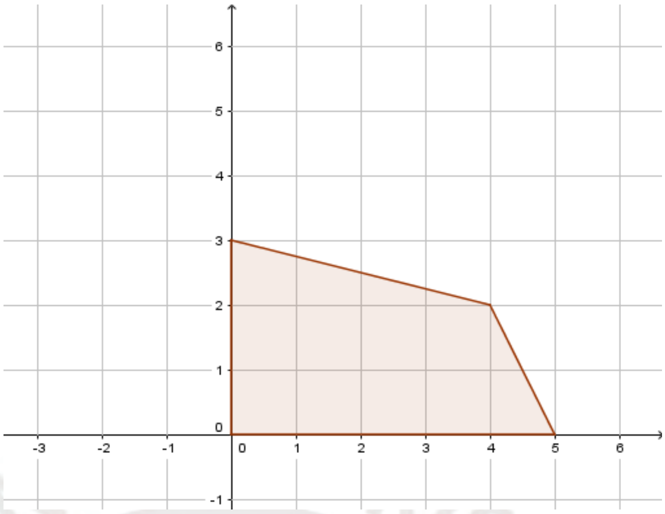


   b)



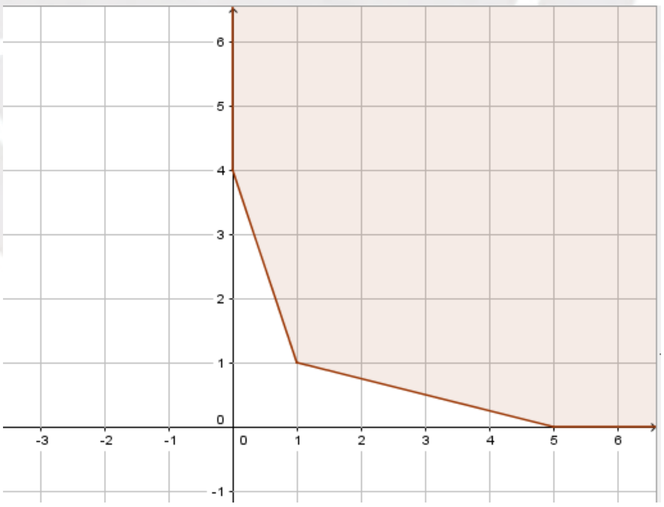
2. Marque con (X) la casilla (□) que identifica al sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas que le corresponde a cada representación gráfica:

a)



(i) □	(ii) □	iii) □	iv) □
$\begin{cases} x+4y\geq 12 \\ 2x+y\leq 10 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+4y\leq 12 \\ 2x+y\geq 10 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+4y\geq 12 \\ 2x+y\geq 10 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+4y\leq 12 \\ 2x+y\leq 10 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$

b)



(i) □	(ii) □	(iii) □	(iv) □
$\begin{cases} 3x+y\geq 4 \\ 4x+y\geq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+3y\leq 4 \\ x+4y\geq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x+y\geq 4 \\ x+4y\geq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x+y\leq 4 \\ x+4y\leq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$

3. A continuación se presentan enunciados. Para cada uno de ellos escriba la o las inecuaciones que lo representen, **definiendo explícitamente la o las variables que se requieran.**

a) Ángela ha entrenado más de 50 minutos.

b) El sueldo de Alejandra es a lo más 5 000 soles.

c) El sueldo de Elmer es por lo menos 8 000 soles.

d) Ramiro puede gastar como máximo 24 soles para comprar arroz y azúcar, cuyos precios por kg son 3 y 2 soles respectivamente.

e) Adán debe someterse a una dieta calórica en la cual en su almuerzo consuma menos de 600 calorías diarias. El día de hoy él almorzará carne que le aporta 2,65 calorías por gramo consumido y lentejas que le aporta 3,14 calorías por gramo consumido.

4. **Escriba una inecuación creada por usted, usando la información que se da en cada caso**. Defina explícitamente la o las variables que use y escriba una interpretación verbal que corresponda a la inecuación que escribió.

a) Para ingresar a una sala de cine, cada entrada de niño cuesta 8,50 soles y cada entrada de adulto cuesta 13,50 soles.

Definición de las variables	Inecuación creada por usted

Interpretación verbal de la inecuación creada por usted

b) Un técnico en carpintería tarda 20 minutos para ensamblar un mueble de televisor tipo A y 25 minutos para ensamblar un mueble de televisor tipo B.

Definición de las variables	Inecuación creada por usted

Interpretación verbal de la inecuación creada por usted

5. Considere el siguiente sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$\begin{cases} 2x + 5y \leq 100 & \text{.....(1)} \\ 4x + y \leq 80 & \text{.....(2)} \\ x \geq 0 & \text{.....(3)} \\ y \geq 0 & \text{.....(4)} \end{cases}$$

a) Cree un problema de contexto extra matemático donde especifique el significado que le atribuye a las variables x e y; y cuya representación algebraica esté dada por el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas dado.
b) Represente gráficamente el conjunto solución de su problema.
c) Interprete el punto (14; 10) en relación a su problema creado.
d) ¿Puede cambiar un término independiente de las inecuaciones del sistema de tal manera que el punto (20; 10) pertenezca al conjunto solución? Si su respuesta es afirmativa, especifique el cambio.

Anexo 4. Episodio de clase N° 1-Fase 1-Actividad individual

FICHA 1-1

ESTIMULACIÓN DE LA CAPACIDAD DE CREAR PROBLEMAS SOBRE SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS EN DOCENTES DE MATEMÁTICA DE PRIMEROS CICLOS DE EDUCACIÓN SUPERIOR

EPISODIO DE CLASE N° 1

CREACIÓN DE PROBLEMAS POR VARIACIÓN

Considere el siguiente episodio de una clase del profesor Paredes:

El docente Paredes propone a sus estudiantes el siguiente problema:

> La empresa Aguilar S.A.C. utiliza los materiales A, B y C para elaborar dos tipos de productos: el primero, un aditivo para combustible y el segundo, una base para solvente. Para fabricar un litro de aditivo para combustible se mezclan 0,4 litros de material A y 0,6 litros de material C. Para fabricar un litro de la base para solvente se mezclan 0,5 litros de material A; 0,2 litros de material B y 0,3 litros de material C. La disponibilidad diaria de los materiales A, B y C es como máximo 20; 5 y 21 litros respectivamente.
>
> ¿Es posible que Aguilar S.A.C. produzca 23 litros de aditivo para combustible y 23 litros de base para solvente diariamente? Sustente su respuesta mediante una representación gráfica.

Algunos estudiantes comentan:

- Juan : *No me dan ecuaciones para graficar.*
- Violeta : *No es necesario graficar para hallar la respuesta, se puede tantear para responder.*
- Alex : *Tenemos que graficar inecuaciones con tres variables.*

ACTIVIDAD INDIVIDUAL

1) Resolver el problema del episodio.
2) Escribir una reflexión sobre los comentarios de los estudiantes.
3) Crear un problema pre (problema que facilite la comprensión y solución del problema del episodio).
4) Resolver el problema pre creado.

Anexo 5. Episodio de clase N° 1-Fase 2-Actividad grupal 1

FICHA 1-2

ESTIMULACIÓN DE LA CAPACIDAD DE CREAR PROBLEMAS SOBRE SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS EN DOCENTES DE MATEMÁTICA DE PRIMEROS CICLOS DE EDUCACIÓN SUPERIOR

EPISODIO DE CLASE N° 1

CREACIÓN DE PROBLEMAS POR VARIACIÓN

Considere el siguiente episodio de una clase del profesor Paredes:

El docente Paredes propone a sus estudiantes el siguiente problema:

> La empresa Aguilar S.A.C. utiliza los materiales A, B y C para elaborar dos tipos de productos: el primero, un aditivo para combustible y el segundo, una base para solvente. Para fabricar un litro de aditivo para combustible se mezclan 0,4 litros de material A y 0,6 litros de material C. Para fabricar un litro de la base para solvente se mezclan 0,5 litros de material A; 0,2 litros de material B y 0,3 litros de material C. La disponibilidad diaria de los materiales A, B y C es como máximo 20; 5 y 21 litros respectivamente.
>
> ¿Es posible que Aguilar S.A.C. produzca 23 litros de aditivo para combustible y 23 litros de base para solvente diariamente? Sustente su respuesta mediante una representación gráfica.

Algunos estudiantes comentan:

- Juan : *No me dan ecuaciones para graficar.*
- Violeta : *No es necesario graficar para hallar la respuesta, se puede tantear para responder.*
- Alex : *Tenemos que graficar inecuaciones con tres variables.*

ACTIVIDAD GRUPAL 1 (Equipos de 2 ó 3 integrantes)

1) Intercambiar experiencias relacionadas a la actividad individual.
2) Escribir una reflexión grupal sobre los comentarios de los estudiantes.
3) Crear un problema pre grupal (problema que facilite la comprensión y solución del problema del episodio).
4) Resolver el problema pre grupal.

Anexo 6. Episodio de clase N° 1-Fase 4-Actividad grupal 2

FICHA 1-4

ESTIMULACIÓN DE LA CAPACIDAD DE CREAR PROBLEMAS SOBRE SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS EN DOCENTES DE MATEMÁTICA DE PRIMEROS CICLOS DE EDUCACIÓN SUPERIOR

EPISODIO DE CLASE N° 1

CREACIÓN DE PROBLEMAS POR VARIACIÓN

Considere el siguiente episodio de una clase del profesor Paredes:

> El docente Paredes propone a sus estudiantes el siguiente problema:
>
> La empresa Aguilar S.A.C. utiliza los materiales A, B y C para elaborar dos tipos de productos: el primero, un aditivo para combustible y el segundo, una base para solvente. Para fabricar un litro de aditivo para combustible se mezclan 0,4 litros de material A y 0,6 litros de material C. Para fabricar un litro de la base para solvente se mezclan 0,5 litros de material A; 0,2 litros de material B y 0,3 litros de material C. La disponibilidad diaria de los materiales A, B y C es como máximo 20; 5 y 21 litros respectivamente.
>
> ¿Es posible que Aguilar S.A.C. produzca 23 litros de aditivo para combustible y 23 litros de base para solvente diariamente? Sustente su respuesta mediante una representación gráfica.
>
> Algunos estudiantes comentan:
>
> - Juan : *No me dan ecuaciones para graficar.*
> - Violeta : *No es necesario graficar para hallar la respuesta, se puede tantear para responder.*
> - Alex : *Tenemos que graficar inecuaciones con tres variables.*

ACTIVIDAD GRUPAL 2 (Equipos de 2 ó 3 integrantes)

1) Crear un problema pos grupal (problema más retador inspirado en el problema del episodio).
2) Resolver el problema pos grupal.

Anexo 7. Episodio de clase N° 2-Fase 1-Actividad individual

FICHA 2-1

ESTIMULACIÓN DE LA CAPACIDAD DE CREAR PROBLEMAS SOBR E SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS EN DOCENTES DE MATEMÁTICA DE PRIMEROS CICLOS DE EDUCACIÓN SUPERIOR

EPISODIO DE CLASE N° 2

CREACIÓN DE PROBLEMAS POR VARIACIÓN

Considere el siguiente episodio de una clase del profesor Guerrero:

El docente Guerrero propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Un fabricante de alimento para gatos usa productos derivados de pescado y de carne de res. Cada onza del derivado de pescado contiene 12 g de proteína y 3g de grasa; cada onza del derivado de carne de res contiene 6 g de proteína y 9 de g de grasa. Las condiciones nutricionales para la producción de cada lata de alimento para gatos son

a) contener por lo menos 60 g de proteína
b) contener por lo menos 45 g de grasa.

¿Cuál de estas condiciones nutricionales cambiaría para que pueda producirse latas que contengan 8 oz del derivado de pescado y 2 oz del derivado de carne de res? Sustente su respuesta mediante una representación gráfica.

Los estudiantes comentan:

- Sara : *Se debe plantear un sistema de inecuaciones lineales pero no sé cuáles son las incógnitas.*
- Samuel: *Puedo representar gráficamente las inecuaciones del sistema pero no lo relaciono con el cambio de las condiciones.*
- Ana : *Al cambiar las condiciones cambian las gráficas de las rectas.*

ACTIVIDAD INDIVIDUAL

1) Organizar en una tabla la información del problema del episodio.
2) Resolver el problema del episodio.

Anexo 8. Episodio de clase N° 2-Fase 2-Actividad grupal 1

FICHA 2-2

ESTIMULACIÓN DE LA CAPACIDAD DE CREAR PROBLEMAS SOBR E SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS EN DOCENTES DE MATEMÁTICA DE PRIMEROS CICLOS DE EDUCACIÓN SUPERIOR

EPISODIO DE CLASE N° 2

CREACIÓN DE PROBLEMAS POR VARIACIÓN

Considere el siguiente episodio de una clase del profesor Guerrero:

El docente Guerrero propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Un fabricante de alimento para gatos usa productos derivados de pescado y de carne de res. Cada onza del derivado de pescado contiene 12 g de proteína y 3g de grasa; cada onza del derivado de carne de res contiene 6 g de proteína y 9 de g de grasa. Las condiciones nutricionales para la producción de cada lata de alimento para gatos son

a) contener por lo menos 60 g de proteína
b) contener por lo menos 45 g de grasa.

¿Cuál de estas condiciones nutricionales cambiaría para que pueda producirse latas que contengan 8 oz del derivado de pescado y 2 oz del derivado de carne de res? Sustente su respuesta mediante una representación gráfica.

Los estudiantes comentan:

- Sara : *Se debe plantear un sistema de inecuaciones lineales pero no sé cuáles son las incógnitas.*
- Samuel: *Puedo representar gráficamente las inecuaciones del sistema pero no lo relaciono con el cambio de las condiciones.*
- Ana : *Al cambiar las condiciones cambian las gráficas de las rectas.*

ACTIVIDAD GRUPAL 1 (Equipos de 2 ó 3 integrantes)

1) Intercambiar experiencias relacionadas a la actividad individual.

2) Escribir una reflexión grupal sobre los comentarios de los estudiantes.

3) Crear y resolver un problema **pre grupal (<u>problema que facilite la comprensión y solución del problema del episodio</u>)**.

- Enunciado del problema
- Solución del problema

Anexo 9. Episodio de clase N° 2-Fase 4-Actividad grupal 2

FICHA 2-4

ESTIMULACIÓN DE LA CAPACIDAD DE CREAR PROBLEMAS SOBRE SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS EN DOCENTES DE MATEMÁTICA DE PRIMEROS CICLOS DE EDUCACIÓN SUPERIOR

EPISODIO DE CLASE N° 2

CREACIÓN DE PROBLEMAS POR VARIACIÓN

Considere el siguiente episodio de una clase del profesor Guerrero:

El docente Guerrero propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Un fabricante de alimento para gatos usa productos derivados de pescado y de carne de res. Cada onza del derivado de pescado contiene 12 g de proteína y 3g de grasa; cada onza del derivado de carne de res contiene 6 g de proteína y 9 de g de grasa. Las condiciones nutricionales para la producción de cada lata de alimento para gatos son

a) contener por lo menos 60 g de proteína
b) contener por lo menos 45 g de grasa.

¿Cuál de estas condiciones nutricionales cambiaría para que pueda producirse latas que contengan 8 oz del derivado de pescado y 2 oz del derivado de carne de res? Sustente su respuesta mediante una representación gráfica.

Los estudiantes comentan:

- Sara : *Se debe plantear un sistema de inecuaciones lineales pero no sé cuáles son las incógnitas.*
- Samuel: *Puedo representar gráficamente las inecuaciones del sistema pero no lo relaciono con el cambio de las condiciones.*
- Ana : *Al cambiar las condiciones cambian las gráficas de las rectas.*

ACTIVIDAD GRUPAL 2 (Equipos de 2 ó 3 integrantes)

1) Crear un problema **pos grupal (problema <u>más retador</u>, inspirado en el problema del episodio**).

2) Resolver el problema pos grupal.

Anexo 10. Prueba de Exploración Final

PRUEBA DE EXPLORACIÓN FINAL

APELLIDOS Y NOMBRES: ____

1. **Escriba una inecuación creada por usted, usando la información que se da en cada caso**. Defina explícitamente la o las variables que use y escriba una interpretación verbal que corresponda a la inecuación que escribió.

   a) La confitería de un multicine vende el Combo 1 a S/17,50 y el Combo 2 a S/ 24,90.

Definición de las variables	Inecuación creada por usted

Interpretación verbal de la inecuación creada por usted

   b) En una casa de cambio, se compra cada dólar a S/3,24 y cada euro a S/3,85.

Definición de las variables	Inecuación creada por usted

Interpretación verbal de la inecuación creada por usted

2. La empresa Química del Norte fabrica los productos químicos A y B. Por cada litro del producto A, descarga 60 gramos de dióxido de carbono y 10 gramos de partículas a la atmósfera, mientras que por cada litro del producto B descarga 40 gramos de dióxido de carbono y 20 gramos de partículas a la atmósfera. Si la nueva reglamentación sobre contaminación no permite a la industria descargar más de 20000 gramos de dióxido de carbono, ni más de 5000 gramos de partículas a la atmósfera por día,

¿La empresa Química del Norte puede producir diariamente 100 litros del producto A y 300 litros del producto B?

a) Organice en un cuadro la información que se da en el problema.
b) Cree y resuelva un **problema pre (problema que facilite la comprensión y solución del problema del episodio)**.
c) Cree y resuelva un **problema pos (problema más retador que el problema del episodio)**.

Anexo 11. Cuestionario de salida

ESTIMULACIÓN DE LA CAPACIDAD DE CREAR PROBLEMAS SOBRE SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS EN DOCENTES DE MATEMÁTICA DE PRIMEROS CICLOS DE EDUCACIÓN SUPERIOR

CUESTIONARIO DE SALIDA

1. En una escala del 1 al 5, donde 5 es "excelente", ¿cómo calificaría su experiencia de creación de problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas durante este taller? Marque un aspa (X) en una sola casilla:

1	**2**	**3**	**4**	**5**

2. Complete la siguiente tabla:

<table>
<tr><td rowspan="2">Marque un aspa (X) en una sola casilla, para responder a la siguiente pregunta:
¿Cuál de los problemas le parece más interesante crear en su labor docente?</td><td>PROBLEMA PRE</td><td>PROBLEMA POS</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Justificación:</td></tr>
</table>

3. En una escala del 1 al 5, donde 5 es "muy importante", ¿qué importancia le da a la creación de problemas para la enseñanza de sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas? Marque un aspa (X) en una sola casilla:

1	**2**	**3**	**4**	**5**

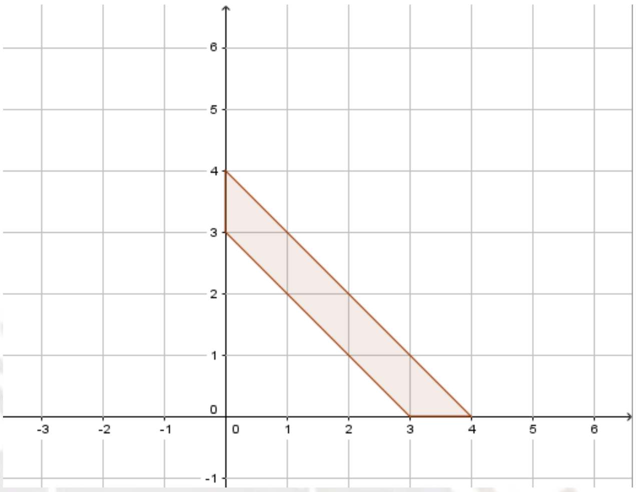
4. En una escala del 1 al 5, donde 5 es "definitivamente sí", ¿considera que este taller ha estimulado su capacidad de crear problemas sobre sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas? Marque un aspa (X) en una sola casilla:

1	**2**	**3**	**4**	**5**

Anexo 12. Análisis de la "Prueba de exploración inicial"

Pregunta 1.- Determina correctamente las inecuaciones lineales con dos incógnitas del sistema que le corresponda a la representación gráfica que se muestra:

a)



Docente	Ninguna inecuación correcta	Una inecuación correcta	Dos inecuaciones correctas	Tres inecuaciones correctas	Cuatro inecuaciones correctas	Inecuaciones correctas escritas por el docente	Inecuaciones incorrectas escritas por el docente
D01			X			$x+y\geq 3$ $x+y\leq 4$	
D02	-	-	-	-	-	-	-
D03			X			$y\leq -x+4$ $y\geq -x+3$	
D04					X	$3\leq x+y\leq 4$ $x\geq 0$ $y\geq 0$	
D05			X			$x+y\geq 3$ $x+y\leq 4$	

D06			X			$x+y\geq 3$ $x+y\leq 4$	
D07					X	$x+y\geq 3$ $x+y\leq 4$ $x\geq 0$ $y\geq 0$	
D08	-	-	-	-	-	-	-
D09			X			$y\leq -x+4$ $y\geq -x+3$	
D10					X	$x+y-3\geq 0$ $x+y-4\leq 0$ $x\geq 0$ $y\geq 0$	
D11					X	$x+y\leq 4$ $x+y\geq 3$ $x\geq 0$ $y\geq 0$	
D12					X	$x+y\geq 3$ $x+y\leq 4$ $x\geq 0$ $y\geq 0$	
D13		X				$x+y_1\geq 3$	$x+y_2\geq 4$

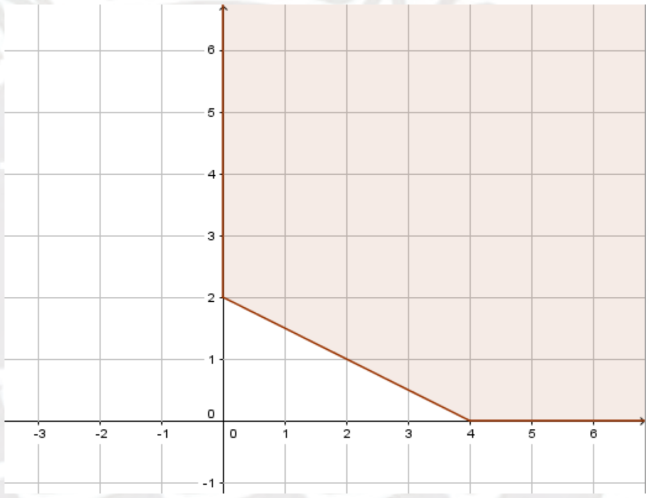
							$3 \leq x \leq 4$ $3 \leq y \leq 4$

Comentarios

De los 11 docentes que rindieron la prueba de exploración inicial, 6 de ellos no incluyeron las inecuaciones: $x \geq 0$ y $y \geq 0$.

De manera particular el docente D13 presentó errores en 3 de sus 4 inecuaciones propuestas.

b)



Docente	Ninguna inecuación correcta	Una inecuación correcta	Dos inecuaciones correctas	Tres inecuaciones correctas	Inecuaciones correctas escritas por el docente	Inecuaciones incorrectas escritas por el docente
D01	X					$2y + 4 \geq 4$
D02	-	-	-	-	-	-
D03		X			$y \geq -\frac{1}{2}x + 2$	
D04				X	$y \geq -\frac{1}{2}x + 2$	

					$x \geq 0$ $y \geq 0$	
D05				X	$2y + x - 4 \geq 0$ $x \geq 0$ $y \geq 0$	
D06		X			$x + 2y \geq 4$	
D07				X	$x + 2y \geq 4$ $x \geq 0$ $y \geq 0$	
D08	-	-	-	-	-	-
D09	X					$y \leq -\frac{1}{2}x + 2$
D10				X	$x + 2y - 4 \geq 0$ $x \geq 0$ $y \geq 0$	
D11				X	$x + 2y \geq 4$ $x \geq 0$ $y \geq 0$	
D12			X		$x \geq 0$ $y \geq 0$	$x - 2y \geq 4$
D13		X			$y + \frac{x}{2} \geq 2$	$x \geq 4$ $y \geq 2$

Comentarios

El docente D01 escribió incorrectamente la inecuación al omitir la variable x.

El docente D9 tuvo un error en el sentido de la desigualdad.

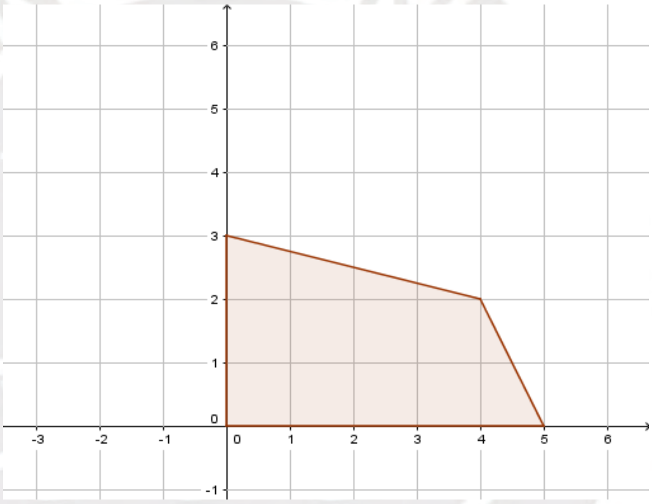
El docente D12 tuvo un error en el coeficiente de la variable y .

El docente D13 formuló erróneamente las inecuaciones $x \geq 4$ y $y \geq 2$ en lugar de $x \geq 0$ y $y \geq 0$.

De los 11 docentes que rindieron la prueba de exploración inicial, 5 de ellos no incluyeron las inecuaciones: $x \geq 0$ y $y \geq 0$.

Pregunta 2.- Identifica el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas que le corresponde a cada representación gráfica:

a)



(i) □	(ii) □	iii) □	iv) □
$\begin{cases} x+4y \geq 12 \\ 2x+y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+4y \leq 12 \\ 2x+y \geq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+4y \geq 12 \\ 2x+y \geq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+4y \leq 12 \\ 2x+y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

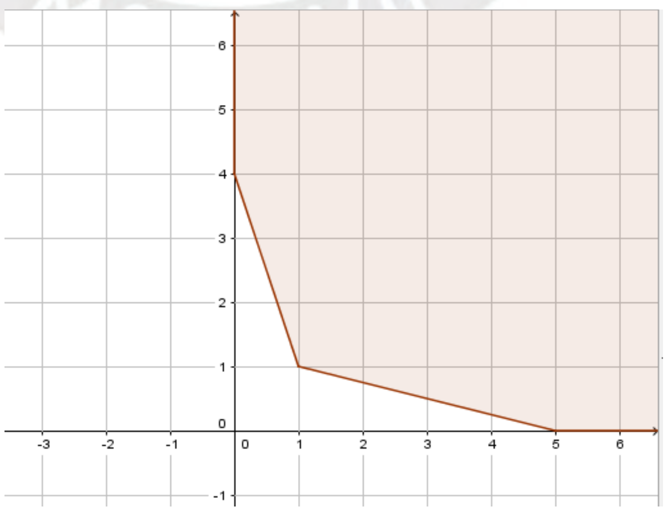
Docente	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	Observación
D01				X	Respuesta correcta
D02	-	-	-	-	-

D03				X	Respuesta correcta
D04				X	Respuesta correcta
D05				X	Respuesta correcta
D06				X	Respuesta correcta
D07				X	Respuesta correcta
D08	-	-	-	-	-
D09			X		Respuesta incorrecta
D10				X	Respuesta correcta
D11				X	Respuesta correcta
D12				X	Respuesta correcta
D13		X			Respuesta incorrecta

Comentarios

De los 11 docentes que rindieron la prueba, 9 respondieron correctamente, mientras que 2 lo hicieron de forma incorrecta.

b)



(i)	(ii)	(iii)	(iv)
$\begin{cases} 3x+y\geq 4 \\ 4x+y\geq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x+3y\leq 4 \\ x+4y\geq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x+y\geq 4 \\ x+4y\geq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x+y\leq 4 \\ x+4y\leq 5 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$

Docente	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	Observación
D01			X		Respuesta correcta
D02	-	-	-	-	-
D03			X		Respuesta correcta
D04			X		Respuesta correcta
D05			X		Respuesta correcta
D06			X		Respuesta correcta
D07			X		Respuesta correcta
D08	-	-	-	-	-
D09			X		Respuesta correcta
D10			X		Respuesta correcta
D11			X		Respuesta correcta
D12			X		Respuesta correcta
D13			X		Respuesta correcta

Comentarios

Los 11 docentes evaluados respondieron correctamente a la pregunta.

Pregunta 3.- Escribe la o las inecuaciones que representan a los enunciados y define explícitamente la o las variables que se requieren.

a) Angela ha entrenado más de 50 minutos.

Docente	Define la variable			Escribe la inecuación que corresponde al enunciado		
	No	Sí	Definición	No	Sí	Inecuación escrita por el docente
D01		X	Sea "x" el tiempo de entrenamiento de Angela.		X	$x > 50$
D02	-	-	-	-	-	-
D03		X	t: tiempo de entrenamiento de Angela.		X	$t > 50$
D04		X	x: Tiempo en minutos que ha entrenado Angela.		X	$x > 50$
D05		X	$x = \#$ minutos $(x \geq 0)$		X	$x > 50$
D06		X	Angela ha entrenado: x		X	$x > 50$
D07		X	$t =$ tiempo de entrenamiento de Angela, en minutos.		X	$t > 50$
D08	-	-	-	-	-	-
D09		X	x minutos		X	$x > 50$
D10		X	x: tiempo en minutos		X	$x > 50$

D11		X	Sea x: tiempo de entrenamiento de Angela en minutos.		X	$x > 50$
D12	X				X	$x > 50$
D13	X			X		**Horas** de entrenamiento > 50

Comentarios

Los docentes D12 y D13 no definen variables.

El docente D13 incluye expresiones verbales en su inecuación.

b) El sueldo de Alejandra es a lo más 5000 soles.

Docente	Define la variable			Escribe la inecuación que corresponde al enunciado		
	No	Sí	Definición	No	Sí	Inecuación escrita por el docente
D01		X	Sea "x" sueldo de Alejandra		X	$x \leq 5000$
D02	-	-	-	-	-	-
D03		X	s: Sueldo de Alejandra		X	$s \leq 5000$
D04		X	x: El sueldo de Angela, en soles. (Confundió sujeto)		X	$0 \leq x \leq 5000$
D05		X	$x =$ Sueldo de Alejandra $(x > 0)$		X	$x \leq 5000$
D06		X	El sueldo de Alejandra: x		X	$x \leq 5000$
D07		X	$s =$ Sueldo de Alejandra, en soles.		X	$s \leq 5000$

D08	-	-	-	-	-	-
D09		X	x Sueldo en soles		X	$x \leq 5000$
D10		X	x : Sueldo de Alejandra		X	$x \leq 5000$
D11		X	Sea x : sueldo de Alejandra, en soles.		X	$x \leq 5000$
D12	X				X	$x \leq 5000$
D13	X				X	Sueldo de Alejandra ≤ 5000 soles

Comentarios

Solamente el docente D04, consideró que el sueldo de Alejandra no puede ser negativo al escribir la inecuación $0 \leq x \leq 5000$.

Los docentes D12 y D13 no definen variables.

El docente D13 incluye expresiones verbales en su inecuación.

c) El sueldo de Elmer es por lo menos 8000 soles.

Docente	Define la variable			Escribe la inecuación que corresponde al enunciado		
	No	Sí	Definición	No	Sí	Inecuación escrita por el docente
D01		X	Sea "x" el sueldo de Elmer		X	$x \geq 8000$
D02	-	-	-	-	-	-
D03		X	s : Sueldo de Elmer		X	$s \geq 8000$

D04		X	x : El sueldo de Elmer, en soles		X	$8000 \leq x$
D05		X	$x =$ Sueldo de Elmer $(x > 0)$		X	$x \geq 8000$
D06		X	El sueldo de Elmer: x		X	$x \geq 8000$
D07		X	$x =$ Sueldo de Elmer, en soles.		X	$x \geq 8000$
D08	-	-	-	-	-	-
D09		X	x, sueldo en soles		X	$x \geq 8000$
D10		X	x : Sueldo de Elmer		X	$x \geq 8000$
D11		X	Sea x : sueldo de Elmer, en soles	X		$x \geq 5000$
D12	X				X	$x \geq 8000$
D13	X			X		Sueldo de Elmer ≤ 8000 soles

Comentarios

El docente D11 muestra un error al enunciar el término independiente de la inecuación.

Los docentes D12 y D13 no definen variables.

El docente D13 incluye expresiones verbales en su inecuación.

d) Ramiro puede gastar como máximo 24 soles para comprar arroz y azúcar, cuyos precios por kg son 2 y 3 soles respectivamente.

Docente	Define las variables	Escribe la o las inecuaciones que corresponden al enunciado

	No	Una	Dos	Definición	No	Sí	Inecuación escrita por el docente
D01			X	Sea "x" kg de arroz "y" kg de azúcar		X	$3x+2y\leq 24$
D02	-	-	-	-	-	-	-
D03			X	A: **precio** de arroz Z: **precio** de azúcar	X		$3A+2Z\leq 24$
D04			X	x: N° de kg de arroz que puede comprar Ramiro y: N° de kg de azúcar que puede comprar Ramiro		X	$3x+2y\leq 24$
D05			X	$x=$# Kg de arroz $(x\geq 0)$ $y=$# Kg de azúcar $(y\geq 0)$		X	$3x+2y\leq 24$
D06			X	Kg de arroz: x Kg de azúcar: y		X	$3x+2y\leq 24$
D07			X	$x=$ **precio** del kg de arroz, en soles. $y=$ **precio** del kg de azúcar, en soles.	X		$3x+2y\leq 24$
D08	-	-	-	-	-	-	-
D09			X	x kg de arroz y kg de azúcar		X	$3x+2y\leq 24$
D10			X	x :# Kg de arroz		X	$3x+2y\leq 24$

				$y:$# Kg de azúcar			
D11			X	$x:$# de kg de arroz que puede comprar Ramiro $y:$# de kg de azúcar que puede comprar Ramiro		X	$3x+2y \leq 24$
D12	X					X	$3x+2y \leq 24$
D13			X	$x:$arroz $y:$azúcar		X	$3x+2y \leq 24$

Comentarios

En los docentes D03 y D07 se presenta un error en la definición de variables al definirlas con el precio en soles, por lo tanto aunque algebraicamente la inecuación parece ser la adecuada, la interpretación de su inecuación no es correcta.

El docente D13 no considera unidades en su definición de variables.

Ningún docente enuncia $0 \leq 3x+2y \leq 24$

e) Adán debe someterse a una dieta calórica en la cual en su almuerzo consuma menos de 600 diarias. El día de hoy él almorzará carne que le aporta 2,65 calorías por gramo consumido y lentejas que le aporta 3,14 calorías por gramo consumido.

Docente	Define las variables				Escribe la o las inecuaciones que corresponde al enunciado		
	No	Una	Dos	Definición	No	Sí	Inecuaciones
D01			X	Sea "x" gr de carne	X		$2.65x+3.14y \geq 600$

				"y" gr de lenteja			
D02	-	-	-	-	-	-	-
D03			X	x: gramo consumido de carne y: gramo consumido de lenteja.		X	$2.65x + 3.14y < 600$
D04			X	x: N° de gramos de carne, consumido en un día y: N° de gramos de lenteja, consumido en un día		X	$2.65x + 3.14y < 600$
D05			X	$x = \#$ gramos consumidos de carne $(x \geq 0)$ $y = \#$ gramos consumidos de lenteja $(y \geq 0)$		X	$2.65x + 3.14y < 600$
D06			X	Carne: x Lenteja: y		X	$2{,}65x + 3{,}14y < 600$
D07			X	$x =$ masa de carne, en gramos. $y =$ masa de lentejas, en gramos.		X	$2{,}65x + 3{,}14y < 600$
D08	-	-	-	-	-	-	-
D09			X	x gramos de carne y gramos de lentejas	X		$2.65x + 3.14y \leq 600$
D10			X	x: # **calorías** por gramo consumido que aporta la carne		X	$2{,}65x + 3{,}14y < 600$

				y :# **calorías** por gramo consumido que aporta la lenteja.			
D11			X	x :# de gramos de carne y :# de gramos de lenteja.		X	$2{,}65x + 3{,}14y < 600$
D12	X					X	$2{,}65x + 3{,}14y < 600$
D13			X	x : carne y : lentejas.		X	$2{,}65x + 3{,}14y < 600$ calorías

Comentarios

El docente D10 no define correctamente la variable, considera que las variables indican el número de calorías en lugar de los gramos.

Los docentes D06 y D13 no consideran una unidad específica en la definición de sus variables.

Ningún docente enuncia $0 \leq 2{,}65x + 3{,}14y < 600$

Pregunta 4.-Crea una inecuación usando la información dada. Define explícitamente la o las variables que usa y escribe una interpretación verbal que corresponde a su inecuación creada.

a) Para ingresar a la sala de cine, cada entrada de niño cuesta 8,50 soles y cada entrada de adulto cuesta 13,50 soles.

Docente	Define las variables		Escribe la inecuación que corresponde al enunciado		Coherencia de la inecuación creada			Interpretación de la inecuación creada	Coherencia de la interpretación de la inecuación creada		
	No	Sí-Definición	No	Sí-Inecuación creada	Baja	Media	Alta		Baja	Media	Alta

D01		Sea "N"# de asistentes niños. "A"# de asistentes adultos. "I"S/ ingreso obtenido por sala de cine.		$8.50x + 13.50y \leq I$		X		"Con las condiciones dadas la sala de cine tendría un ingreso a lo más de I soles"		X	
D02	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D03		x : Número de niños ingresados. y : Número de adultos ingresados.		$13.5y + 8{,}50 < 200$		X		"Al ingresar a una sala de cine, la entrada cuesta 8,50 y la del adulto cuesta 13,50. El ingreso recaudado no supera S/200.		X	
D04		x : N° de niños que ingresan a la sala de cine. y : N° de adultos que ingresan a la sala de cine.		$8.50x + 13.50y \leq 5000$			X	"La recaudación o ingreso en cada sala de cine, es a lo más 5000 soles"		X	
D05		$x = \#$ entradas para niño. $y = \#$ entradas para adulto.		$8{,}50x + 13{,}50y \leq 3550$			X	"El ingreso total en soles que se recolectó en entradas para niños y adultos fue a			X

								lo más de S/3550”.			
D06		Entrada de adulto: x Entrada de niño: y		$13{,}50x + 8{,}50y \leq 150$ $13{,}50x > 8{,}50y$		X		“Ana desea invitar al cine a su familia pero sólo dispone de 150 soles. Si se sabe que cada entrada de niño cuesta S/8,50 y de adulto S/13,50. ¿A cuántos integrantes de su familia entre adultos y niños puede invitar si **tiene más familiares adultos que niños**?”		X	
D07		$x =$ número de niños. $y =$ número de adultos.		$8{,}50x + 13{,}50y \geq 61$			X	“El presupuesto mínimo para que una familia pueda asistir al cine es de 61 soles, sabiendo que cada entrada de niño cuesta 8,50 soles y cada entrada de adulto cuesta 13,50 soles.			X
D08	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

D09		x niños y adultos		$8{,}50x+13{,}50y \le 57{,}50$			X	“Se debe gastar a lo mucho 57,50 en las entradas”		X	
D10		x : # de niños que fueron al cine. y : # de adultos que fueron al cine		$8{,}50x+13{,}50y \le 53$			X	“La cantidad de niños que fueron al cine más la cantidad de adultos que los acompañaron generan un gasto de a lo más S/53. (Se puede decir que es una familia con 3 menores hijos)”.			X
D11		x : # de niños. y : # de adultos.		$x+y \le 150$ $8{,}50x+13{,}50y \le 1000$			X	“El administrador de un cine se percata que el día martes cuando la entrada de un niño cuesta S/8,50 y de un adulto cuesta S/13,50 el máximo ingreso que puede obtenerse es de S/1000. Si la capacidad de la sala es como 150 asistentes ¿cuántos niños y adultos asistieron ese			X

								martes al cine?”			
D12		x : cantidad de entradas de niños. y : cantidad de entradas de adultos.		$8{,}50x + 13{,}50y \leq 2000$			X	“Para ingresar a una sala de cine, cada entrada de niño cuesta 8,50 soles y cada entrada de adulto cuesta 13,50 soles. Además se sabe que el ingreso no supera los 2000 soles”		X	
D13		x : costo entrada niño. y : costo entrada adulto. z : total de dinero 2000 soles.		$8{,}50x + 13{,}50y \leq Z$			X	“Se desea llevar al cine al personal de su empresa conjuntamente con sus hijos y se dispone de 2000 soles. Se pide calcular para cuántos niños y adultos alcanza. Si la entrada de un niño es 8,50 soles y de un adulto es 13,50 soles”.			X

Comentarios

Los docentes que fueron calificados con coherencia de la interpretación de la inecuación creada “Media” han evidenciado falta de reflexión sobre el significado del conjunto solución de su inecuación creada, es decir, deben considerar que cada punto de la región factible responde a los valores que x e y tomen según los hayan definido.

Como casos particulares se presenta a los docentes: D01 quién define variables que no se encuentran en su inecuación creada y D10 quién en su interpretación analiza una posible solución.

b) Un técnico en carpintería tarda 20 minutos para ensamblar un mueble de televisor tipo A y 25 minutos para ensamblar un mueble de televisor tipo B.

Docente	Define las variables		Escribe la inecuación que corresponde al enunciado		Coherencia de la inecuación creada			Interpretación de la inecuación creada	Coherencia de la interpretación de la inecuación creada		
	No	Sí-Definición	No	Sí-Inecuación creada	Baja	Media	Alta		Baja	Media	Alta
D01		Sea $"x"$# de muebles para televisor A. $"y"$# de muebles para televisor B. $"T"$ tiempo total invertido.		$20x+25y \leq T$			X	"Con las condiciones dadas, el tiempo máximo empleado es de T minutos".		X	
D02	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D03		$a:$# de muebles tipo A. $b:$# de muebles tipo B.		$20a+25b<500$ $a+b \leq 90$			X	"Un técnico en carpintería tarda 20 min para ensamblar un mueble de televisor tipo A y 25 min un mueble de televisor tipo		X	

								B, si para la fabricación la cantidad de muebles no supera los 90 muebles, además dispone de no más de 500 min de ensamblaje”.			
D04		$x:$ N° de muebles tipo A. $y:$ N° de muebles tipo B.		$20x+25y \leq 300$			X	“El técnico en carpintería tarda a lo más 300 minutos para ensamblar x muebles de televisor tipo A e y muebles de televisor tipo B”.			X
D05		$x=\#$ muebles de televisor tipo A. $y=\#$ muebles de televisor tipo B.		$20x+25y \geq 2500$			X	“El tiempo total en minutos que se tardan en ensamblar **un** mueble de televisor tipo A y tipo B juntos es por lo menos 2500 minutos”	X		
D06		Muebles tipo A: x Muebles tipo B: y		$20x+25y \leq 700$ $x+y \leq 30$			X	“En una carpintería se confeccionan 2 tipos de muebles de televisor, si del tipo A se tarda 20		X	

								minutos para ensamblar y del tipo B 25 minutos para ensamblar, ¿cuántos muebles de cada tipo se pueden confeccionar si sólo se disponen de 700 minutos de ensamblaje y **sólo** se pueden confeccionar 30 muebles ”			
D07		$x =$ número de muebles tipo A. $y =$ número de muebles tipo B.		$20x + 25y \leq 400$			X	“El tiempo de trabajo de un técnico ensamblador de muebles en un día laboral no debe superar los 400 minutos; sabiendo que tarda 20 minutos en ensamblar un mueble para televisor tipo A y 25 minutos en ensamblar un mueble de televisor tipo B.			X
D08	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-
D09	-	-	-	-	-	-		-	-	-	-

D10		x:# de muebles tipo A. y:# de muebles tipo B.		$20x+25y<261$			X	"La cantidad de muebles fabricados tipo A más la cantidad de muebles fabricados tipo B deben emplear un tiempo menor de 261 minutos"			X
D11		x:# de t.v. tipo A. y:# de t.v. tipo B.		$20x+25y\leq 1000$			X	"Un técnico en carpintería dispone a lo mucho de 1000 min para ensamblar t.v. tipo A y t.v. tipo B. El técnico tarda 20 minutos y 25 minutos para ensamblar un t.v. tipo A y tipo B respectivamente"			X
D12		x:N° de muebles tipo A. y:N° de muebles tipo B.		$20x+25y\leq 180$			X	"Un técnico en carpintería tarda 20 minutos para ensamblar un mueble de televisor tipo A y 25 minutos para ensamblar un mueble de televisor tipo B. Se sabe que para		X	

								ensamblar los muebles se utilizan **a lo más 3 horas**”			
D13		x :# de muebles tipo A. y :# de muebles tipo B. z : total de muebles diarios.		$20x+25y \leq (20)(60)$ $20x+25y \leq 1200$		X		“Si para ensamblar muebles tipo A nos toma 20 minutos y para tipo B 25 minutos ¿cuántos muebles se podrán ensamblar en un día que se ha laborado las 24 horas?”		X	

Comentarios

Los docentes que fueron calificados con coherencia de la interpretación de la inecuación creada “Media” o “Baja” han evidenciado falta de reflexión sobre el significado del conjunto solución de su inecuación creada, es decir, deben considerar que cada punto de la región factible responde a los valores que x e y tomen según los hayan definido.

D06 Su interpretación no sugiere la inecuación $x+y \leq 30$ sino la ecuación $x+y=30$.

D13 Su interpretación no sugiere la inecuación $20x+25y \leq (20)(60)$ sino la ecuación $20x+25y \leq (24)(60)$.

Pregunta 5.- Al considerar el siguiente sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$\begin{cases} 2x+5y \leq 100 & .....(1) \\ 4x+y \leq 80 & .....(2) \\ x \geq 0 & .....(3) \\ y \geq 0 & .....(4) \end{cases}$$

a) Crea un problema de contexto extra matemático cuya representación algebraica esté dada por el sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas dado.

Docente	Se identifican claramente los elementos del problema				El contexto del problema creado es extra matemático		El problema creado tiene consistencia matemática		
	Información	Requerimiento	Contexto	Entorno	No	Sí	Baja	Media	Alta
D01	No	No	Sí	Sí		X	X		
D02	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D03	Sí	Sí	Sí	Sí		X		X	
D04	Sí	No	Sí	Sí		X		X	
D05	Sí	No	Sí	Sí		X		X	
D06	Sí	Sí	Sí	Sí		X		X	
D07	Sí	No	Sí	Sí		X		X	
D08	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D09	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D10	Sí	Sí	Sí	Sí		X			X
D11	Sí	No	Sí	Sí		X		X	
D12	No	No	Sí	Sí		X	X		
D13	No	No	Sí	No		X	X		

Comentarios

El requerimiento del docente D11 indica “determinar el número de polo de ambas calidades que deben fabricarse para que la producción sea constante”.

El error en la información del docente D12 es “cuando el costo del cuaderno es de S/2 y el costo de un libro es de S/5 el ingreso es al menos S/100”.

La información del problema del docente D13 es imprecisa dado que enuncia "sabiendo que el rendimiento en la producción de maíz y arroz es 2 y 5 genera ganancia alrededor de 100". La palabra "alrededor" genera la imprecisión.

b) Representa gráficamente el conjunto solución del problema:

Docente	Representa correctamente la inecuación				Destaca los vértices correctos de la región factible				Observación
	(1)	(2)	(3)	(4)	Uno	Dos	Tres	Cuatro	
D01	X	X	X	X		X			Destaca dos vértices ubicando números en los ejes X e Y
D02	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D03	X	X	X	X		X			Destaca dos vértices ubicando guiones en los ejes X e Y
D04	X	X	X	X		X			Destaca todos los vértices ubicando números en los ejes X e Y
D05	X	X	X	X			X		Destaca tres vértices ubicando números en los ejes X e Y
D06	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D07							X		Destaca todos los vértices ubicando números en los ejes X e Y
D08	-	-	-	-	-	-	-	-	-

D09	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D10	X	X	X	X		X			Destaca dos vértices ubicando números en los ejes X e Y
D11	X	X	X	X		X			Destaca dos vértices ubicando números en los ejes X e Y
D12		X	X	X	X				Destaca un vértice indicando su par ordenado.
D13	X	X	X	X		X			Destaca dos vértices ubicando números en los ejes X e Y

Comentarios

Todos los docentes grafican en el primer cuadrante del plano cartesiano.

c) Interpreta el punto (14;10) en relación a su problema creado:

Docente	Define las variables				Reconoce que el punto está en la región factible		Interpreta correctamente el punto tomando en cuenta las variables definidas		Interpreta correctamente el punto tomando en cuenta las inecuaciones del sistema que satisface	
	Ninguna	Sólo x	Sólo y	Ambas	No	Sí	No	Sí	No	Sí
D01	X					X	X		X	
D02	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D03				X		X		X		X

D04				X		X	X			X
D05				X		X		X	X	
D06	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D07				X	X			X		X
D08	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D09	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D10				X		X		X	X	
D11				X		X	X		X	
D12				X		X		X	X	
D13	X					X	X		X	

El docente D10 interpreta "el punto (14;10) está en la región factible donde la empresa va a obtener ganancia al producir 14 panetones Especiales y 10 panetones tipo Premium" pero en el problema no se brinda ningún dato para establecer que hay ganancia en ese punto.

El docente D13 asume erróneamente, sin cálculo alguno, que en el punto (14;10) ocurre el rendimiento óptimo.

d) Efectúa el cambio de un término independiente del sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas de tal manera que el punto (20;10) pertenezca al conjunto solución.

Docente	Evalúa el punto en el sistema para determinar cuál o cuáles inecuaciones no satisface				Efectúa el cambio correctamente	
	Algebraicamente		Geométricamente			
	No	Sí	No	Sí	No	Sí
D01	-	-	-	-	-	-
D02	-	-	-	-	-	-

D03	X			X		X
D04		X	X			X
D05		X	X			X
D06	-	-	-	-	-	-
D07	X		X			X
D08	-	-	-	-	-	-
D09	-	-	-	-	-	-
D10	X		X			X
D11	X		X		X	
D12	X		X		X	
D13	X		X		X	

Comentarios

Se puede observar que tres de los once docentes que resolvieron esta prueba, hacen un cambio incorrecto, lo cual daría indicios de carencias en el manejo de las representaciones geométrica y/o algebraica del término independiente de una inecuación.

Los docentes D01 y D06 no resuelven la pregunta.

El docente D03 busca rectas paralelas.

El docente D05 trabaja algebraicamente.

El docente D13 sugiere aumentar algún término independiente, 100 o 80.