

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DEL PERU
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERIA



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

**DESARROLLO DE UN ALGORITMO PARA EL DISEÑO DE
ÁRBOLES EN CAJAS REDUCTORAS DE VELOCIDAD CON
ENGRANAJES CILÍNDRICOS Y EJES HORIZONTALES
PARALELOS CONSIDERANDO RESISTENCIA A LA FLUENCIA,
RESISTENCIA A LA FATIGA Y DEFLEXIONES**

Tesis para optar el título de **Ingeniero Mecánico**, que presenta el bachiller:

ALEXANDER RICHARD LÓPEZ OCHOA

ASESOR: Dr. Quino Martín Valverde Guzmán

Lima, Febrero del 2018



*A mis padres, Gladys y Vidal,
por todos sus esfuerzos y ser los mejores ejemplos.*

*A mis hermanos, a quienes siempre
amaré y cuidaré.*

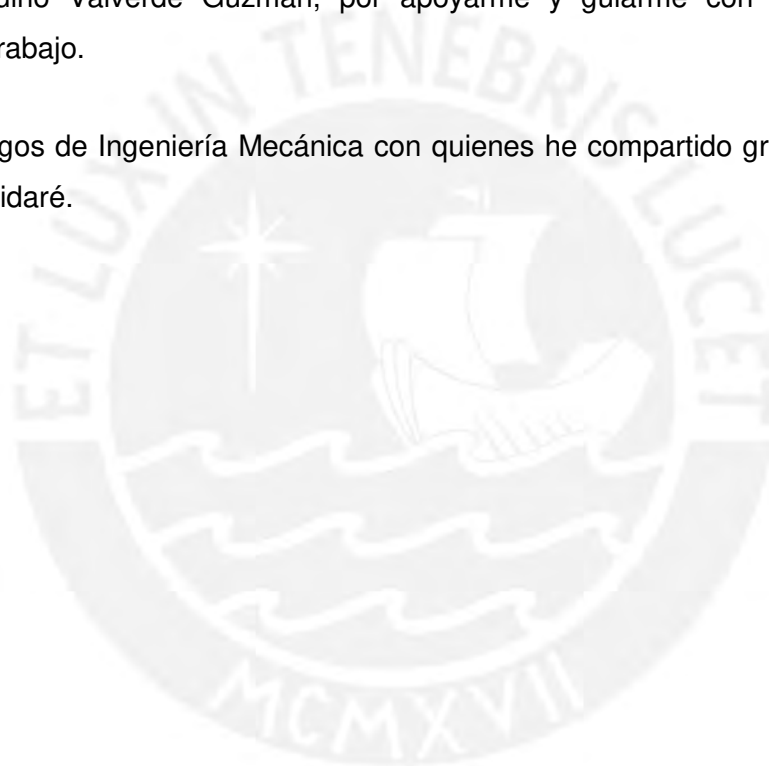
AGRADECIMIENTOS

A Dios por su infinita gracia.

A mi familia que nunca dejó de apoyarme durante esta etapa y gracias a quienes puedo tener la dicha de culminarla.

A mis profesores de la especialidad que aportaron en mi formación. En especial a mi asesor Quino Valverde Guzmán, por apoyarme y guiarme con el desarrollo del presente trabajo.

A mis amigos de Ingeniería Mecánica con quienes he compartido gratas experiencias que no olvidaré.



RESUMEN

Este trabajo de tesis presenta el desarrollo e implementación de un algoritmo para el diseño de árboles en cajas reductoras de velocidad con engranajes cilíndricos y ejes horizontales paralelos. El cual tiene como inputs a las cargas, condiciones de trabajo, y parámetros geométricos de rodamientos y engranes; y como outputs a los diámetros, factores de seguridad a la fluencia y fatiga y deformaciones. Con este algoritmo se consigue en el diseño de árboles de cajas reductoras, una reducción de tiempos de cálculo respecto a los métodos actuales tales como el cálculo manual.

La presente tesis forma parte de un proyecto de mayor alcance con el objetivo principal de diseñar una caja reductora de media y alta potencia. Esto conduce a que el algoritmo esté concebido como parte de un módulo de cálculo de árboles, dentro de un sistema inteligente de diseño de cajas reductoras. Asimismo, este sistema inteligente establece interacciones entre el módulo de árboles y los módulos orientados a los otros componentes de la caja reductora. Este algoritmo es implementado en la plataforma Visual Basic for Applications (VBA) que se encuentra en el software Autodesk Inventor.

El desarrollo e implementación del algoritmo se inicia con la recopilación de información en textos de diseño y normas técnicas internacionales acerca de procedimientos para el diseño de árboles. Con esta información se tipifican los árboles para este tipo máquinas. A continuación, se genera una librería de los árboles que es utilizada para el diseño de los mismos considerando sus formas constructivas principales y las relaciones entre sus longitudes y diámetros. Los parámetros de entrada requeridos para el cálculo de los árboles son las cargas, condiciones de trabajo y parámetros geométricos de rodamientos y engranes. Los criterios definidos para el cálculo de los árboles son el análisis de resistencia a la fluencia, análisis de resistencia a la fatiga y análisis de deflexiones. Finalmente, se obtienen los diámetros de cada sección considerando factores de seguridad a la fluencia y fatiga y deformaciones menores a las máximas admisibles.

De este modo se automatiza el proceso de diseño de los árboles y su modelamiento en 3D, pudiendo así realizar pruebas con ejemplos de aplicación y visualizar de forma gráfica los resultados. Estas pruebas son las que validan el correcto funcionamiento del algoritmo realizado.



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO

TÍTULO	DESARROLLO DE UN ALGORITMO PARA EL DISEÑO DE ÁRBOLES EN CAJAS REDUCTORAS DE VELOCIDAD CON ENGRANAJES CILÍNDRICOS Y EJES HORIZONTALES PARALELOS CONSIDERANDO RESISTENCIA A LA FLUENCIA, RESISTENCIA A LA FATIGA Y DEFLEXIONES
ÁREA	Diseño # 340
PROPUESTO POR	Dr. Ing. Quino Martín Valverde Guzmán
ASESOR	Dr. Ing. Quino Martín Valverde Guzmán
TESISTA	Alexander Richard López Ochoa
CÓDIGO	20100425
FECHA	05 de Mayo del 2016



DESCRIPCIÓN Y OBJETIVOS:

Actualmente existen distintas herramientas para el diseño de árboles de transmisión, sin embargo, estas no son orientadas a tareas específicas como es el caso de los árboles en cajas reductoras de velocidad. Debido a la necesidad en la industria minera de una herramienta con tales características, se está ejecutando un proyecto de desarrollo de un programa que asista al diseño a cajas reductoras de velocidad con engranajes cilíndricos y ejes horizontales paralelos. El presente trabajo de tesis forma parte de este proyecto, integrándose como el módulo que realice el diseño de árboles.

El objetivo de esta tesis es desarrollar un algoritmo para el diseño de árboles de cajas reductoras de velocidad. Para este diseño se realizará un estudio de las formas típicas, un análisis por resistencia a la fluencia y a la fatiga y un análisis de sus deflexiones. La implementación de este algoritmo se realizará en la plataforma de programación Visual Basic for Applications, la cual está incluida en un software comercial, Autodesk Inventor. Este trabajo debe ofrecer como resultado una herramienta que permita realizar el diseño de árboles en un tiempo reducido en comparación con procedimientos tradicionales.



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO

**DESARROLLO DE UN ALGORITMO PARA EL DISEÑO DE ÁRBOLES EN
CAJAS REDUCTORAS DE VELOCIDAD CON ENGRANAJES CILÍNDRICOS Y
EJES HORIZONTALES PARALELOS CONSIDERANDO RESISTENCIA A LA
FLUENCIA, RESISTENCIA A LA FATIGA Y DEFLEXIONES**

Introducción

1. Estado del Arte
2. Tipificación de Árboles
3. Desarrollo del Algoritmo
4. Implementación y Validación del Algoritmo

Conclusiones

Bibliografía

Anexos

Dr. Ing. Quino Martín Valverde Guzmán

Asesor

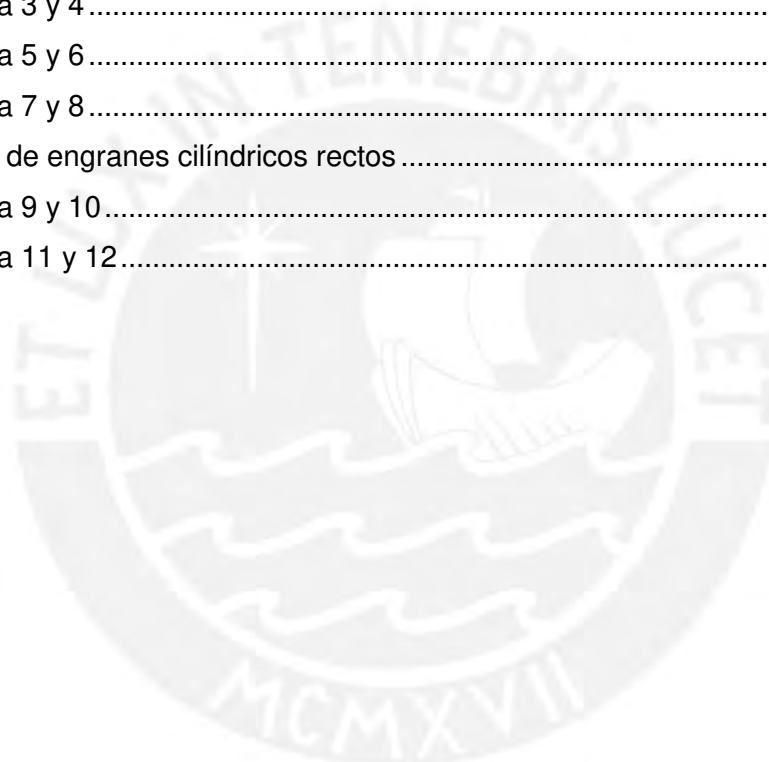
ÍNDICE DE CONTENIDO

LISTA DE SÍMBOLOS	V
Símbolos Griegos.....	VII
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1 ESTADO DEL ARTE	3
1.1. Cajas reductoras de velocidad	4
1.2. Árboles de transmisión	6
1.2.1. Parámetros de diseño.....	6
1.2.2. Clasificación.....	7
1.2.3. Materiales.....	8
1.3. Elementos de máquinas dentro de la caja	9
1.3.1. Rodamientos.....	9
1.3.1.1. Estructura de rodamientos	10
1.3.1.2. Clasificación de rodamientos	11
1.3.2. Engrane.....	12
1.3.2.1. Clasificación de engranes	13
1.3.3. Chavetas	14
1.3.3.1. Clasificación de chavetas.....	15
1.3.4. Accesorios de localización axial.....	16
1.3.4.1. Anillos de retención	17
1.3.5. Accesorios de hermetismo	17
1.3.5.1. Tapas.....	18
1.3.5.2. Sellos	19
1.3.6. Acoplamiento exteriores	20
1.3.6.1. Acoplamiento rígidos	20
1.3.6.2. Acoplamiento flexibles.....	21
1.4. Fundamentos teóricos para el diseño de árboles	22
1.4.1. Configuración de cargas.....	23
1.4.2. Resistencia a la fluencia.....	24
1.4.2.1. Fuerzas internas y esfuerzos	25
1.4.2.2. Criterios de falla de materiales.....	26
1.4.2.3. Factor de seguridad.....	26
1.4.3. Resistencia a la fatiga.....	27
1.4.3.1. Coeficientes de fatiga y concentradores de esfuerzos.....	28
1.4.3.2. Esfuerzos fluctuantes en el tiempo	30

1.4.3.3.	Factores de seguridad a la fatiga.....	31
1.4.4.	Deformación por flexión.....	32
1.5.	Herramientas actuales para el diseño de árboles.....	34
1.5.1.	Kissoft.....	35
1.5.2.	Mesys shaft calculation.....	35
1.5.3.	Shaftdesigner.....	36
1.5.4.	Bearinx-online.....	36
1.5.5.	Autodesk inventor professional.....	36
1.5.5.1.	Visual basic for applications.....	36
CAPÍTULO 2 TIPIFICACIÓN DE ÁRBOLES.....		38
2.1.	Formas constructivas.....	39
2.1.1.	Zonas de salida y entrada.....	39
2.1.2.	Zona de apoyos.....	39
2.1.3.	Zona de transmisión.....	40
2.2.	Planteamiento de casos.....	40
2.2.1.	Por número de etapas.....	41
2.2.1.1.	Dos etapas.....	41
2.2.1.2.	Tres etapas.....	43
2.2.2.	Por posición en la caja reductora.....	44
2.2.2.1.	Entrada.....	44
2.2.2.2.	Intermedio.....	45
2.2.2.3.	Salida.....	46
2.2.3.	Por sentido de giro de entrada y tipo de engrane.....	46
2.2.4.	Por ubicación de salida.....	52
2.3.	Selección de formas constructivas definitivas.....	54
2.3.1.	Criterio de selección.....	55
2.3.2.	Selección de casos.....	55
2.4.	Relaciones de longitudes y diámetros.....	59
2.4.1.	Longitudes.....	59
2.4.2.	Diámetros.....	60
CAPÍTULO 3 DESARROLLO DEL ALGORITMO.....		64
3.1.	Consideraciones para el desarrollo del algoritmo.....	64
3.1.1.	Ubicación dentro del algoritmo de diseño de cajas reductoras.....	65
3.1.2.	Técnica de diseño de algoritmo.....	65
3.1.3.	Entradas y salidas de algoritmo.....	66

3.2.	Algoritmo general para el diseño de árboles	67
3.2.1.	Datos de entrada	68
3.2.2.	Base de datos	69
3.2.3.	Datos intermedios	69
3.2.4.	Procesos	70
3.2.5.	Salida	72
3.3.	Algoritmo para el cálculo de resistencia a la fluencia	74
3.3.1.	Datos de entrada y salida	75
3.3.2.	Procesos	75
3.4.	Algoritmo para el cálculo de resistencia a la fatiga	76
3.4.1.	Datos de entrada y salida	76
3.4.2.	Procesos	77
3.5.	Algoritmo para el cálculo de deflexiones del árbol	79
3.5.1.	Datos de entrada y salida	79
3.5.2.	Procesos	80
CAPÍTULO 4 IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN DEL ALGORITMO		82
4.1.	Implementación del algoritmo	83
4.1.1.	Ventana para el ingreso de datos	83
4.1.2.	Ventana para el resumen de resultados	84
4.2.	Ejemplo de aplicación	86
4.2.1.	Resultados	86
4.2.2.	Validación	90
CONCLUSIONES		96
BIBLIOGRAFÍA		98
ANEXO		1
Anexo 1: Propiedades de materiales para árboles		1
Anexo 2: Coeficientes de fatiga		2
Anexo 3: Factor geométrico α_k y efectivo β_k de concentración de esfuerzos		3
Anexo 3.1: Gráficos de concentradores de esfuerzos		3
Anexo 3.2: Ecuaciones factores geométricos y efectivo de concentrados de esfuerzos		8
Canal plano:		8
Resalte:		9
Canal chavetero:		10
Anexo 4: Esquemas de árboles con engranes y sus fuerzas axiales		11
Anexo 4.1: Todos los casos analizados		11

Engranés cilíndricos helicoidales	11
Engranés Cilíndricos rectos.....	17
Anexo 4.2: Casos seleccionados	18
Engranés cilíndricos helicoidales	18
Engranés cilíndricos rectos	19
Anexo 5: Diagramas de árboles con las formas constructivas definitivas.....	21
Cajas de engranes cilíndricos helicoidales	21
Caja 1 y 2.....	21
Caja 3 y 4.....	22
Caja 5 y 6.....	23
Caja 7 y 8.....	24
Cajas de engranes cilíndricos rectos	25
Caja 9 y 10.....	25
Caja 11 y 12.....	26



LISTA DE SÍMBOLOS

b_e	Ancho de engrane
b_{max}	Ancho máximo entre rodamientos de la caja reductora
b_r	Ancho de rodamiento
C_c	Coefficiente de confiabilidad
C_{carg}	Coefficiente de carga
C_s	Coefficiente por acabado superficial
C_t	Coefficiente por tamaño
C_{temp}	Coefficiente por temperatura
d	Diámetro de una sección de análisis
$d_{a\ min}$	Diámetro mínimo de sección de apoyo de rodamiento
d_{aae}	Diámetro de zona de apoyo adyacente al acople de entrada
d_{aas}	Diámetro de zona de apoyo adyacente al acople de salida
d_{ace}	Diámetro de zona de acople de entrada
d_{acs}	Diámetro de zona de acople de salida
d_{ady}	Diámetro de sección adyacente
d_{aps}	Diámetro de zona de apoyo simple
Def	Deflexión en un punto del árbol
d_{eng}	Diámetro interno de engrane
dis	Distancia entre apoyos
d_{min}	Diámetro mínimo
d_r	Diámetro interno de rodamiento
d_{res}	Diámetro de zona de resalte
d_{ret}	Diámetro de zona de anillo de retención
d_{vac}	Diámetro de zona vacía
E	Módulo de elasticidad de la materia
F_a	Fuerza axial
F_r	Fuerza radial
FS	Factor de seguridad
$FS\ Fat$	Factor de seguridad a fatiga
$FS\ Fat\ max$	Factor de seguridad a fatiga máximo
$FS\ Fat\ min$	Factor de seguridad a fatiga mínimo
$FS\ Flu$	Factor de seguridad a fluencia
$FS\ Flu\ min$	Factor de seguridad a fluencia mínimo
$FS\ Flu\ R$	Factor de seguridad a fluencia recomendado
F_t	Fuerza tangencial
F_x	Fuerza en el eje x
F_y	Fuerza en el eje y

F_z	Fuerza en el eje z
i	Relación de transmisión
I	Momento de inercia del área de la sección transversal
L	Longitud del árbol
L_{aae}	Longitud de zona de apoyo adyacente al acople de entrada
L_{aas}	Longitud de zona de apoyo adyacente al acople de salida
L_{eap}	Longitud de zona entre apoyos
L_{eng}	Longitud de zona de engranes
L_{res}	Longitud de zona de resalte
L_{ret}	Longitud de zona de anillo de retención
L_{vac}	Longitud de zona vacía
M	Momento flexionante
M_f	Momento por flexión
M_r	Momento resultante de flexión
M_t	Momento por torsión
M_x	Momento en el eje x
M_{xre}	Momento resultante en el eje x
M_y	Momento en el eje y
M_{yre}	Momento resultante en el eje y
M_z	Momento en el eje z
M_{zre}	Momento resultante en el eje z
r_a	Radio de redondeo de cambio de sección en apoyo de rodamiento
R_x	Reacción en el eje x
R_{x1}	Reacción en apoyo 1 en el eje x
R_{x2}	Reacción en apoyo 2 en el eje x
R_y	Reacción en el eje y
R_{y1}	Reacción en apoyo 1 en el eje y
R_{y2}	Reacción en apoyo 2 en el eje y
R_z	Reacción en el eje z
R_{z1}	Reacción en apoyo 1 en el eje z
R_{z2}	Reacción en apoyo 2 en el eje z
S_e	Resalte mínimo para apoyo de engrane
S_r	Resalte mínimo para apoyo de rodamiento
v	Deflexión

Símbolos Griegos

α_k	Factor geométrico de concentración de esfuerzos
β_k	Factor efectivo de concentración de esfuerzos
η	Factor de sensibilidad a la entalla
θ	Ángulo de deflexión
σ_{adm}	Esfuerzo admisible
σ'_{aeq}	Esfuerzo alternante aumentado equivalente
σ_{Alt}	Esfuerzo alternante de flexión
σ_B	Esfuerzo límite a la rotura
σ_{equi}	Esfuerzo equivalente
σ_f	Esfuerzo de flexión
σ_{fa}	Esfuerzo por flexión alternante
σ'_{fa}	Esfuerzo por flexión alternante aumentado
σ_{fi}	Esfuerzo por flexión inferior
σ_{flu}	Esfuerzo límite a la fluencia
σ_{fm}	Esfuerzo por flexión medio
σ_{fs}	Esfuerzo por flexión superior
σ_i	Esfuerzo inferior
σ_{meq}	Esfuerzo medio equivalente
σ_s	Esfuerzo superior
τ_{fi}	Esfuerzo por torsión inferior
τ_{fs}	Esfuerzo por torsión superior
τ_t	Esfuerzo de torsión
τ_{ta}	Esfuerzo por torsión alternante
τ'_{ta}	Esfuerzo por torsión alternante aumentado
τ_{tm}	Esfuerzo por torsión medio
ω_1	Velocidad angular de entrada
ω_2	Velocidad angular de salida

INTRODUCCIÓN

Actualmente el sector industrial del Perú se encuentra en crecimiento del mismo modo que la demanda de máquinas, que por lo general son importadas. Es por este motivo que aumenta la necesidad del diseño y fabricación de máquinas en el país. Los equipos de transmisión de potencia, tal como la caja reductora de velocidad, se encuentran dentro de los equipos más solicitados y sobre todo en la industria minera.

Dentro de los principales componentes que posee una caja reductora, se ubican árboles que son los elementos encargados de transmitir potencia y giro. Además, sirve como sostén de otros dos elementos dentro de la caja: engranes y rodamientos. Debido a su importancia se han desarrollado distintas herramientas para el diseño de árboles de transmisión. Sin embargo, estas no son orientadas a tareas específicas como es el caso de los árboles en cajas reductoras de velocidad.

Existe una gran variedad de cajas reductoras, por lo que realizar un diseño de árboles para todas estas no conduciría a un desarrollo detallado. En el presente trabajo de tesis se enfocará el diseño de árboles ubicados en cajas reductoras de velocidad con engranajes cilíndricos y ejes horizontales paralelos.

La fabricación de árboles para cajas reductoras en la industria peruana, por lo general sigue diseños sobredimensionados y basados únicamente en otros diseños ya existentes. Con esta tesis se busca tener un diseño basado en: formas constructivas típicas, análisis por resistencia a la fluencia y a la fatiga, y análisis de deflexiones. Así mismo, con el incremento de herramientas computacionales se pretende automatizar este procedimiento con el fin de reducir tiempos de trabajo y gastos.

El algoritmo tendrá la capacidad de ser integrado en un algoritmo global y vinculado con otros algoritmos de diseño. Con esta herramienta se obtendrán las dimensiones principales del árbol y un modelo 3D de este.

Objetivo general

- Desarrollar e implementar un algoritmo que consiga diseñar árboles de cajas reductoras de velocidad de engranajes cilíndricos con ejes horizontales, teniendo

como criterios de diseño: resistencia a la fluencia, resistencia a la fatiga y análisis de deflexiones.

Objetivos específicos

- Definir diseños paramétricos típicos de árboles para cajas reductoras.
- Desarrollar un algoritmo para analizar la resistencia a la fluencia del árbol.
- Desarrollar un algoritmo para analizar la resistencia a la fatiga del árbol.
- Desarrollar un algoritmo para analizar las deflexiones del árbol.
- Implementar un módulo de prueba utilizando los algoritmos desarrollados y los diseños paramétricos definidos.
- Validar el algoritmo total con ejemplos de aplicación.

Alcance

Debido a la gran variedad de cajas reductoras y por ende de árboles, es necesario especificar las consideraciones en el presente trabajo de tesis.

- Los criterios para el diseño son el análisis de resistencia a la fluencia, resistencia a la fatiga y deflexiones.
- Los arboles están diseñados solo para cajas reductoras de dos y tres etapas con engranes cilíndricos de ejes horizontales.
- El algoritmo al ser un módulo insertado en un sistema de cálculo cumple con tener diseño capaz de interconectarse con otros módulos; seguir un diseño de algoritmo *Top Down*; y tener definidos los inputs y outputs. Inputs: cargas en el árbol; dimensiones de engranes y rodamientos; distancia entre apoyos del árbol; y condiciones de trabajo. Outputs: dimensiones del árbol; factores de seguridad a fluencia y fatiga; deformaciones del árbol.
- El uso de Autodesk Inventor para el desarrollo del módulo de árboles, se debe a que da facilidades para parametrizar los árboles y generar los modelos 3D. Adicionalmente, el sistema inteligente al cual pertenece este módulo de árboles también emplea el mismo programa para su desarrollo.
- El lenguaje de programación empleado, Visual Basic, se establece por consideraciones de facilidad de comunicación del sistema de diseño con Inventor.

CAPÍTULO 1

ESTADO DEL ARTE

El árbol es un elemento de máquina que permite transmitir potencia y movimiento giratorio. Este elemento es utilizado en diversos equipos de la industria, equipos que tienen el requerimiento de transmitir potencia o variar velocidades. Es por esto que el estudio del diseño de árboles se sigue realizando y desarrollando. Sin embargo, la existencia de la gran variedad de diseños impide que una norma pueda englobar los procedimientos y metodologías para el diseño de los árboles.

En la actualidad existen softwares comerciales, como Autodesk Inventor, que son empleados como herramientas para el diseño de árboles. Si bien estas herramientas facilitan el trabajo del diseñador, poseen dos inconvenientes: no ser orientadas a árboles de máquinas específicas y no poder modificarse para formar parte una herramienta global de diseño. Es por estos inconvenientes que las herramientas actuales no facilitan del todo el diseño global e interconectado de los distintos elementos de máquinas dentro de una misma máquina.

A los inconvenientes mencionados se les logra dar una solución parcial con el desarrollo de este trabajo de tesis. Esta tesis forma parte de un proyecto mayor que tiene como objetivo desarrollar un algoritmo para el diseño completo de cajas reductoras de velocidad. Este algoritmo de diseño de cajas reductoras podrá interconectar diferentes módulos, los cuales tienen objetivos específicos como el diseño de la carcasa, diseño de engranes, diseño de árboles, entre otros. Del mismo modo se tendrá un módulo que gobierne e interrelacione todos los módulos y lleve a

cabo el diseño final de la caja reductora. Dentro de esta tesis se desarrollará un algoritmo, el cual será el módulo de diseño de árboles y es así como esta tesis da solución a parte de los inconvenientes de las herramientas actuales para el diseño.

El diseño de un árbol se realiza bajo las premisas de funcionamiento que debe cumplir y la influencia de los componentes que interactúen con él, por este motivo es necesario tener conocimiento del funcionamiento de las cajas reductoras de velocidad y de sus componentes. Además, para realizar los análisis requeridos en el diseño de un elemento de máquina, se debe tener conocimientos de las teorías de falla para evaluar el correcto funcionamiento bajo las condiciones de trabajo dadas.

En el presente capítulo se explican los fundamentos teóricos del funcionamiento de las cajas reductoras de velocidad, así como el de los componentes que influyen directamente con el diseño del árbol. También se explican las teorías para el análisis orientado a árboles de transmisión.

1.1. Cajas reductoras de velocidad

Una caja reductora de velocidad es un equipo que recibe potencia y movimiento giratorio, transmite la potencia y varía la velocidad de giro y finalmente entrega la potencia con la velocidad de giro reducida. Este equipo puede tener distintos diseños, sin embargo el funcionamiento general es similar para todos los tipos.

El principal uso que se les da a las cajas reductoras de velocidad es formar parte del sistema de transmisión de una máquina y de este modo cumplir con sus exigencias de funcionamiento, según [1]. Estas exigencias pueden ser velocidades giratorias que un motor directamente no puede entregar o potencias a distintas velocidades de giro.

El funcionamiento se puede dividir en tres fases: entrada, variación y salida. La entrada, se refiere al ingreso de la velocidad que se quiere variar y que por lo general proviene de un motor. La variación, se refiere a la transición que se da en el tren de engranajes y que finalmente reduce la velocidad de ingreso. Por último, la salida es la fase en que se entrega la velocidad variada y que por lo general es entregada a una máquina que requería dicha velocidad para tener un buen funcionamiento.

Una caja reductora de velocidad se selecciona y diseña en función de tres variables principales [1]:

- Potencia a transmitir
- Velocidad de entrada
- Velocidad de salida

Estas tres variables son con las que se selecciona una caja reductora al momento de comprarla y con las que se inicia el proceso de diseño de cajas reductoras. Esto se debe a que a partir de estas variables se obtiene información como la relación de transmisión, número de etapas, tipos de engranes, entre otros datos importantes para el diseño de la caja. Estos conceptos son explicados en el desarrollo de este documento.

Las cajas se pueden clasificar según [1] por los tipos de transmisión, por la posición relativa entre los ejes y por el número de etapas.

Tipos de transmisión:

- Engranajes cilíndricos rectos
- Engranajes cilíndricos helicoidales
- Engranajes cónicos
- Tornillo sinfín y coronas
- Planetarios

Posición relativa entre ejes:

- Paralelos horizontales
- Paralelos verticales
- Paralelos inclinados
- Coaxiales
- Situados en un plano paralelo
- Cruzados

Número de etapas:

- Una etapa
- Dos etapas
- Tres etapas

1.2. Árboles de transmisión

Los árboles de transmisión como ya se explicó, son elementos de máquinas que tienen como funciones principales: transmitir potencia y movimiento giratorio. Estos suelen confundirse con el término eje, sin embargo, en este trabajo de tesis se establece el término eje como un elemento que puede tener una forma similar a un árbol pero no que transmitirá potencia.

El árbol tiene un diseño que depende directamente del uso que se da y en este trabajo de tesis se limita a realizar el diseño de los árboles en cajas reductoras de velocidad, por lo que se tiene presente esta condición durante todo el diseño.

1.2.1. Parámetros de diseño

Para el diseño de árboles de transmisión se requiere distintos datos conocidos como parámetros de diseño, los cuales son usados en los cálculos y decisiones que se realicen. En el presente trabajo de tesis el árbol se diseña con un propósito específico, que es pertenecer a una caja reductora de velocidad. Esta particularidad del árbol, trae consigo nuevos parámetros al diseño de un árbol en general. Es por este motivo que los datos pueden ser divididos en principales y secundarios. Los principales son los que se requieren para realizar un diseño general de un árbol, mientras que los secundarios son los datos adicionales que se requieren para consideraciones específicas del diseño del árbol.

Parámetros principales:

- Cargas que se aplicarán al árbol
- Diseño de los componentes transmisores de potencia que se montarán en el árbol
- Ubicación de los apoyos
- Material

Parámetros secundarios:

- Número de etapas
- Tipo de árbol
- Ubicación de extremo de salida respecto al de entrada
- Acabo superficial
- Temperatura de trabajo
- Dimensiones de chavetas
- Dimensiones de anillos de retención

1.2.2. Clasificación

La clasificación de los árboles que se usan dentro de una caja reductora se realiza en función de la posición en la que se ubica dentro de la caja [1]. Esto se debe a que la posición le dará funciones específicas y por lo tanto diseño específico. Esta clasificación se describirá de forma detallada en el Capítulo 2. A continuación se presentan los tipos de árboles y un esquema (Ver la Figura 1.1) para facilitar el entendimiento de ellos:

- Árbol de Entrada
- Árbol Intermedio
- Árbol de Salida

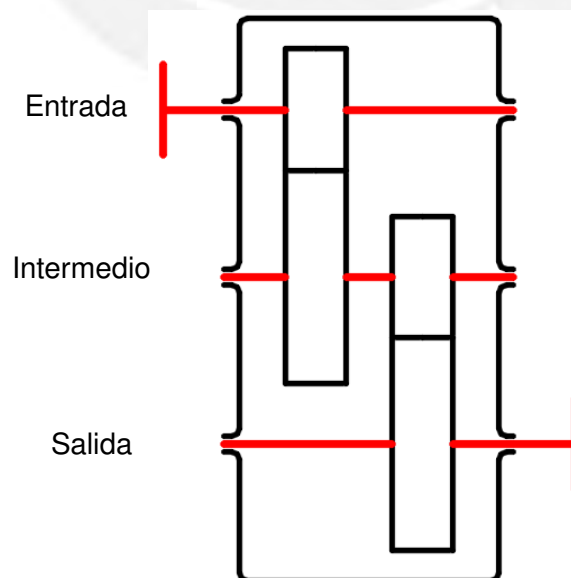


Figura 1.1
Caja reductora de dos etapas. Fuente: Adaptado de [1]

El diseño del árbol de una caja reductora también depende de las piezas que se encuentren acopladas en él. Por lo que el diseño incluye las zonas necesarias para cada pieza con la que interactúe el árbol; estas zonas del árbol son descritas en el Capítulo 2. Entre los componentes se encuentran: rodamientos, engranes, chavetas, anillos de retención, anillos separadores, retenes y los acoples exteriores. En la Figura 1.2 se muestra un árbol con la mayoría de los componentes acoplados que tienen influencia en su diseño.

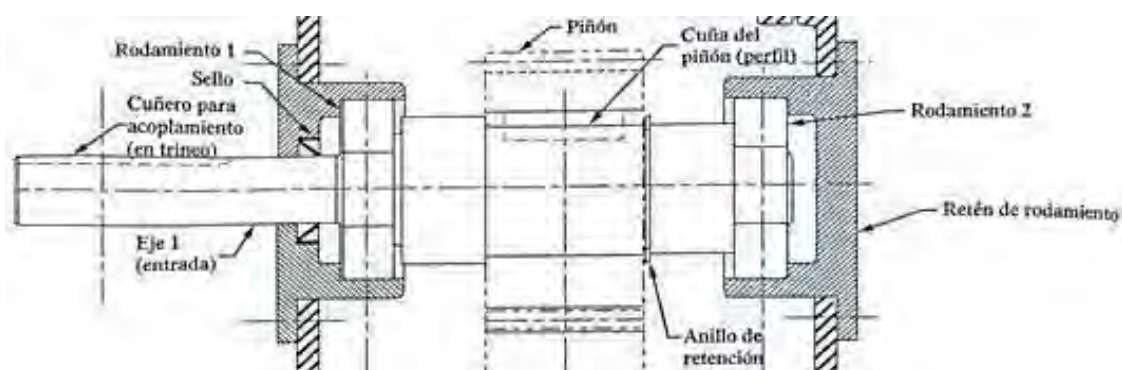


Figura 1.2
Árbol de entrada de caja reductora. Fuente: [2]

1.2.3. Materiales

Para la fabricación de los árboles se debe tener en cuenta que hay distintos materiales recomendados, principalmente aceros, sin embargo, existen distintos tipos. La selección dependerá de la aplicación que se le dará y de las cargas que deberá resistir. Es necesario realizar esta selección de material debido a que de este se obtendrán las propiedades que se utilicen en los cálculos realizados para el diseño de los árboles, específicamente, en el cálculo de las deflexiones. El cálculo de las deflexiones está enteramente relacionado con el material pues dependerá de la rigidez, y a su vez del material y la geometría. En la Tabla 1.1 se muestran los materiales para la fabricación de árboles, recomendados y comercializados por dos empresas de la industria peruana: Bohler y Aceros del Perú. Cabe resaltar que en la industria peruana se comercializan estos materiales sin embargo no siempre ofrecen toda la información del material necesaria para el diseño del árbol. Es por este motivo que se ha tomado los materiales, de los cuales se puede obtener información

completa en [3]. En el **Anexo 1** se mostrará una tabla con las propiedades de los materiales mencionados.

Tabla 1.1
Aceros para árboles y sus propiedades. Fuente: [3]

ACEROS COMERCIALES PARA ÁRBOLES	
	Propiedades y ejemplos de aplicación
BOHLER	
AISI 1018 DIN CK15	Pernos y clavijas o pasadores de mediana resistencia así como palancas y ruedas grandes.
AISI 4340H DIN 34CrNiMo6	Para piezas con alta tenacidad para mecanismos de accionamiento o propulsión bajo cargas altas.
AISI 4140 DIN 42CrMo4	Muy adecuado para piezas grandes forjadas.
AISI 1045 DIN CK45	Ejes y árboles con cargas altas y resistentes al desgaste, pernos, gorriones o pasadores de eje.
ACEROS DEL PERÚ	
AISI 1020 DIN C22	Elementos de construcción pequeños resistentes al desgaste.
AISI 4140 DIN 42CrMo4 H	Muy adecuado para piezas grandes forjadas.
AISI 1045 DIN C45	Ejes y árboles con cargas altas y resistentes al desgaste, pernos, gorriones o pasadores de eje.

1.3. Elementos de máquinas dentro de la caja

Como se ha mencionado, son varios los elementos dentro de la caja reductora, que interactúan con el árbol. Es por eso que todos estos deben ser estudiados para entender bien su funcionamiento antes de realizar el diseño de los árboles. En este capítulo no se realiza una descripción detallada ni el diseño de estos elementos, pues no forma parte de los objetivos de esta tesis. Sin embargo, se describe las principales características e influencia que tienen sobre los árboles, de tal forma que se pueda iniciar el diseño con las consideraciones necesarias. A continuación, se realiza la descripción de estos elementos.

1.3.1. Rodamientos

El rodamiento es un elemento de máquina que pertenece a la familia de los cojinetes de bolas, rodillos y agujas, según [4]. Así mismo, se establece que "...Siempre que

dos piezas tienen movimiento relativo, forman un cojinete por definición, sin importar su forma ni configuración.” [5]. Los rodamientos tienen la función de permitir el movimiento relativo entre dos elementos; sin embargo, no es su única función, pues también soporta cargas radiales, axiales o ambas dependiendo de su configuración. En la Figura 1.3 se muestra la variación de los rodamientos para las tres condiciones de cargas.

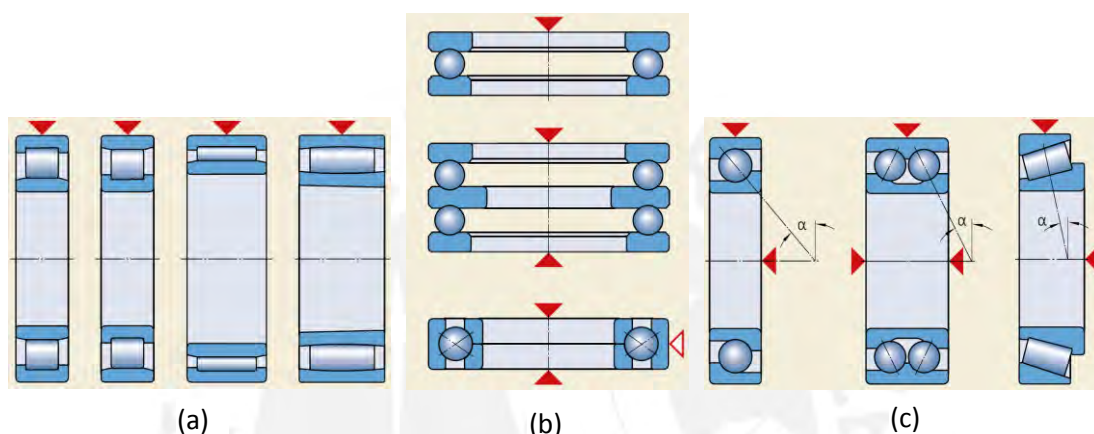


Figura 1.3

Rodamientos para diversas direcciones de la carga: a) rodamientos para carga radial; b) rodamientos para carga axial; c) rodamientos para carga radial y axial. Fuente: [6]

La fabricación de estos elementos se realiza bajo dimensiones estándares, estas dimensiones han sido definidas por AFBMA (Asociación de Fabricantes de Cojinetes Anti-Fricción por sus siglas en inglés) y por ISO (Asociación Internacional de Estándares por sus siglas en inglés), según [5]. Esta estandarización hace de los rodamientos un elemento de máquina fácil de reemplazar sin importar su marca.

1.3.1.1. Estructura de rodamientos

La estructura básica de un rodamiento está dividida en tres partes (ver la Figura 1.4):

- Pista exterior e interior: pistas entre las que se apoyan y se desplazan los elementos rodantes. Estas también están en contacto con los cuerpos exteriores cuando se encuentran montados. Estos cuerpos exteriores pueden ser ejes, retenes, chumaceras entre otros.
- Elemento rodante: encargado de transmitir las cargas entre las pistas. Estos pueden ser de forma esférica, cilíndrica, cónica, de rodillos esféricos o de agujas.

- Jaula: las jaulas serán las encargadas de mantener en una posición fija a los elementos rodantes y así evitar el contacto entre ellos. Estos podrán ser de chapa para bolas o macizas para rodillos.

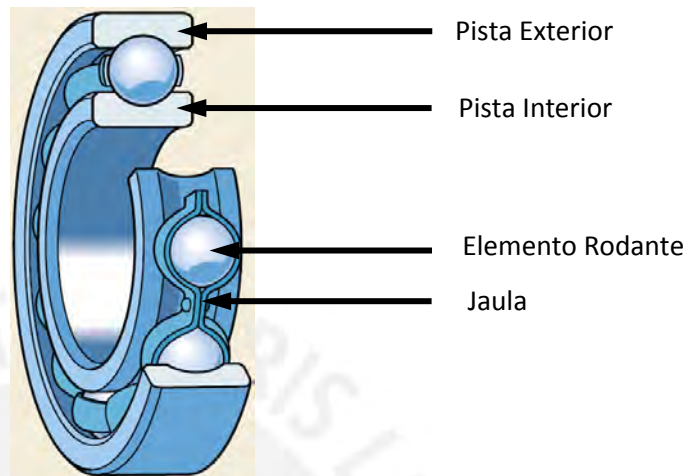


Figura 1.4
Rodamiento de una hilera de bolas. Fuente: [6]

1.3.1.2. Clasificación de rodamientos

La clasificación de los rodamientos se puede realizar bajo dos criterios: dirección de las fuerzas y por el tipo de elemento rodante. Dentro de la categoría por dirección de la fuerza se encuentra: radiales y axiales. En este trabajo de tesis, el enfoque son los árboles horizontales, los cuales transmiten a los rodamientos cargas que principalmente se encuentran en direcciones perpendiculares al eje. Por lo tanto, los rodamientos más adecuados para estas solicitudes de trabajo serán los radiales. Algunos de los rodamientos radiales también pueden ser empleados para resistir cargas axiales. A continuación, la Figura 1.5 muestra la clasificación por tipo de elemento rodante en los rodamientos radiales:

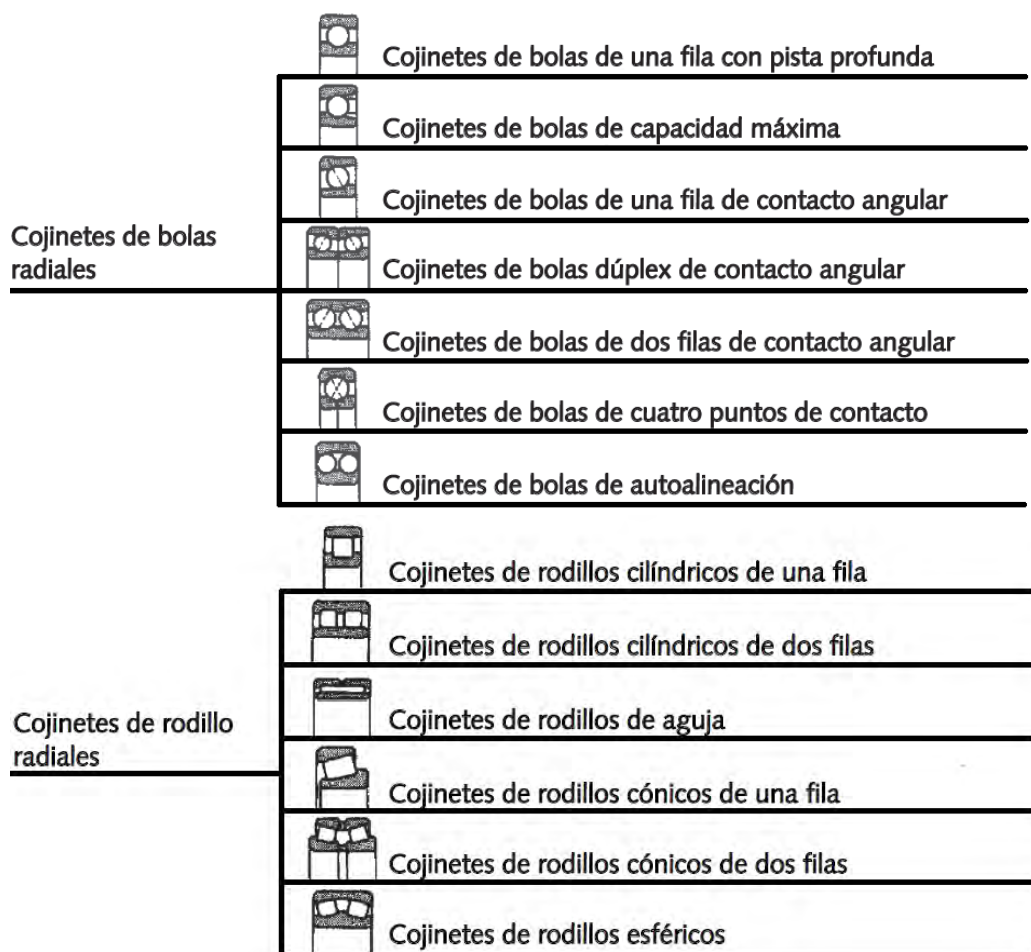


Figura 1.5
Clasificación de rodamientos radiales (NTN Corporation). Fuente: [5]

1.3.2. Engrane

Las cajas reductoras de velocidad emplean en su sistema de transmisión engranajes de distintos tipos. Los engranajes están compuestos por engranes, los cuales son elementos de máquinas diseñados para transmitir movimiento giratorio de un eje a otro. Esta transmisión de movimiento la consiguen gracias a la forma de sus dientes. Un engrane por sí solo no tiene forma de funcionar, debido a esto siempre trabajan dos o más engranes a la vez para formar un engranaje. El engrane de menor diámetro es el que impulsa el movimiento del engranaje y es conocido como piñón mientras que al impulsado se le continúa llamando engrane.

La principal característica de un engranaje es la relación de transmisión. Esta es la relación entre la velocidad angular de entrada y la velocidad angular de salida del engranaje, que sigue la siguiente fórmula:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (1)$$

Donde:

i: relación de transmisión

ω_1 : velocidad angular de entrada

ω_2 : velocidad angular de salida

1.3.2.1. Clasificación de engranes

La clasificación de engranes se realiza bajo tres criterios, estos son: forma, dirección de perfil del diente y tipo de perfil del diente.

Por forma:

- Engranes cilíndricos.
- Engranes cónicos.
- Engranes hiperbólicos.

Por dirección del perfil del diente:

- Engranes rectos.
- Engranes helicoidales hacia la derecha
- Engranes helicoidales hacia la izquierda

Por tipo de perfil del diente:

- De perfil evolvente.
- De perfil cicloidal.

En este trabajo de tesis, se realiza un análisis de la influencia en los árboles de cada tipo de engrane empleado en el diseño de la caja reductora. En función de los tres criterios de clasificación y los requerimientos del proyecto mayor de diseño de cajas reductoras, se toma solo los siguientes tres tipos de engranes (Ver la Figura 1.6):

- Engranés cilíndricos de dientes de perfil envolvente y recto
- Engranés cilíndricos de dientes de perfil envolvente y helicoidal derecho
- Engranés cilíndricos de dientes de perfil envolvente y helicoidal izquierdo

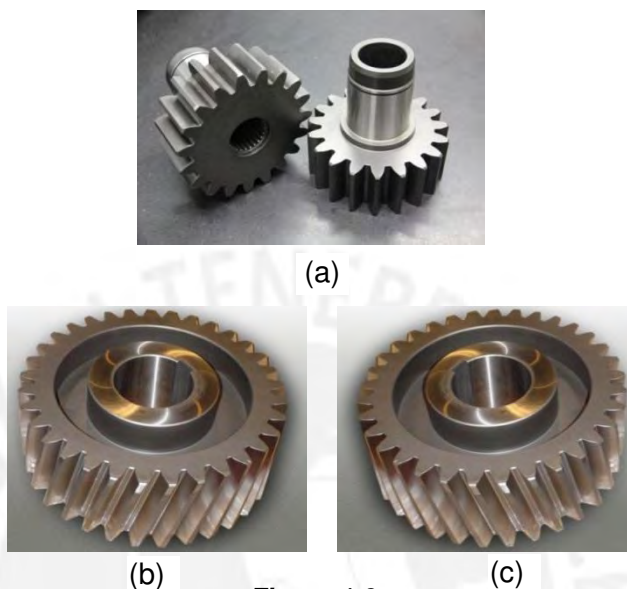


Figura 1.6

Engranés cilíndricos: a) rectos; b) helicoidal derecho; c) helicoidal izquierdo. Fuente: [7]

1.3.3. Chavetas

Las chavetas o cuñas son elementos de máquinas empleados para formar una unión de fuerza y forma entre un eje y el cubo de un elemento de transmisión de potencia como engranes, poleas, entre otros. Debido a su gran uso, sus medidas han sido estandarizadas en distintas normas como DIN 6885, ANSI B17.1 e ISO 773. Debido a su disposición entre el eje y el cubo del elemento de transmisión, se necesita maquinarse en ellos un espacio para posicionarla. A este espacio se le conoce como canal chavetero (ver la Figura 1.7).

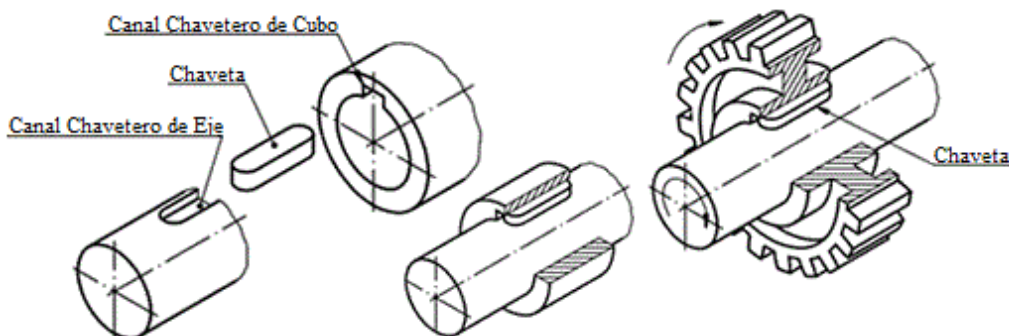


Figura 1.7

Canal chavetero de eje y cubo. Fuente: [8]

Si bien estas cuñas pueden ser seleccionadas por normas, esta es complementada por cálculos para comprobar su resistencia a las cargas que soportará al transmitir el torque entre el eje y el cubo. Este análisis comprueba su resistencia a esfuerzos de corte y de aplastamiento. Estos cálculos no se realizarán en el presente trabajo de tesis, pero sí se realizará el diseño del árbol tomando la influencia de los canales chaveteros como concentraciones de esfuerzos. En el caso particular de esta tesis, se usarán las chavetas DIN 6885 Forma B (Ver la Figura 1.8) por tener un mecanizado de menor complejidad y tener una longitud efectiva igual a su longitud total. Los parámetros de esta son: altura (h), ancho (b), longitud (L), profundidad que penetra la chaveta en el árbol (t_1), profundidad de canal en el cubo (t_2). Además de este tipo de chaveta también se define el tipo de canal, el cual sería el DIN 6885 Forma N1.

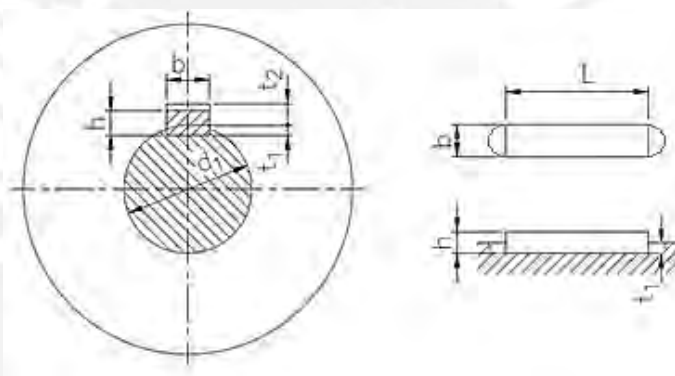


Figura 1.8

Chaveta de cara plana DIN 6885 Forma B con canal DIN 6885 Forma N1. Fuente: [9]

1.3.3.1. Clasificación de chavetas

La clasificación de estos elementos se realiza básicamente por la forma que tendrán.

- Chavetas paralelas: estas chavetas son las más comunes para ejes. Se les llama paralelas debido a que sus secciones transversales pueden tener forma cuadrada o rectangular y por lo tanto sus caras serán paralelas (Ver la Figura 1.9 a). Se recomienda usar las cuadradas para ejes de hasta 25mm de diámetro y rectangular para mayores diámetros, según [5].
- Chavetas inclinadas: estas chavetas tienen la cara superior con una pendiente, la cual permite que el cubo se deslice en ella hasta llegar a un tope definido por la altura del canal chavetero (Ver la Figura 1.9 b).

- Chavetas cilíndricas: esta tienen forma cilíndrica al igual que los canales en el eje y el cubo (Ver la Figura 1.9 c). La ventaja de este tipo es la reducción de factores de concentración de esfuerzos en comparación con los otros tipos, según [2].
- Chavetas Woodruff: este tipo de chaveta tiene forma semicircular en su sección transversal y por lo general es usada para transmitir cargas bajas. la ventaja de esta, es su fácil ensamble y el ser autoalineable (Ver la Figura 1.9 d).

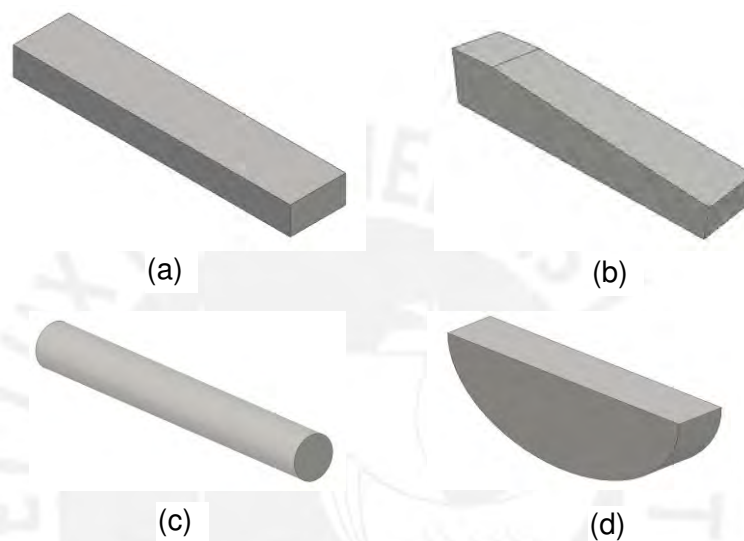


Figura 1.9
Chavetas: a) paralela; b) inclinada; c) cilíndrica; d) Woodruff.

1.3.4. Accesorios de localización axial

Existen elementos acoplados al árbol que deben ser asegurados y así evitar su deslizamiento axial. Estos elementos pueden transmitir cargas axiales como también pueden no hacerlo. Los elementos que transmitan cargas axiales tienen que ser asegurados con escalones, sin embargo, estos serán explicados más adelante ya que al ser mecanizado en el mismo árbol no sería considerado como accesorio. Los elementos que no transmitan cargas axiales también deben ser asegurados. Esto se debe a que el mismo funcionamiento de la caja reductora genera vibraciones, deslizamientos y pequeñas fuerzas axiales en los elementos de transmisión. Es así, que se justifica el uso de elementos tales como anillos de retención.

1.3.4.1. Anillos de retención

Estos anillos son instalados sobre canales maquinados en el árbol, de este modo quedarán fijos por el canal y con la superficie que sobresale del canal restringirán el movimiento axial del elemento a asegurar. Estos pueden ser instalados en canales de un eje o de una carcasa. La ventaja de usarlos radica en su simple montaje, poco uso de espacio y evitar el maquinado de escalones en el árbol, mientras que la desventaja se muestra en la generación de concentraciones de esfuerzos debido a los canales para su montaje, según [10].

Existe una gran variedad de modelos de estos anillos que pueden variar por el contacto en el ensamble (interno y externo), por el modo de ensamble (radial o axial), por la altura que sobresale del canal (hombro) y por la carga axial que pueda soportar. Dentro de todos los modelos tres son los principales: Anillo de retención de sección cónica, anillo de retención sección constante, anillo de retención en espiral. Si bien estos anillos no tienen como principal función resistir las cargas axiales, se debe considerar la existencia de pequeñas fuerzas axiales al seleccionar estos anillos. En la Figura 1.10 se muestran los tres principales modelos de anillos pero con contacto externo, los cuales son utilizados para ejes.

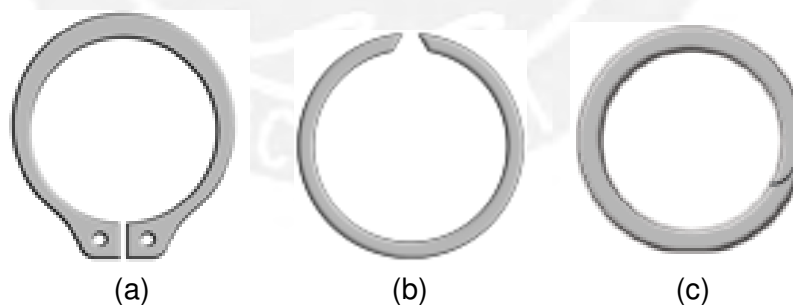


Figura 1.10

*Anillos de retención de contacto externo rotor clip: a) cónica; b) constante; c) espiral.
Fuente:[11]*

1.3.5. Accesorios de hermetismo

La protección de las máquinas ante el ingreso y salida de elementos, es una tarea importante en el proceso de diseño. Esta protección consiste en la hermetización de estas máquinas. Para las cajas reductoras, las principales fuentes de riesgos son los

orificios de las tapas de la caja por los cuales salen los árboles de entrada y salida. Estos orificios de las tapas generan dos problemas:

- Ingreso de elementos extraños: al estar expuesto al exterior en donde puede haber un ambiente de suciedad, partículas extrañas y humedad. Existe el riesgo del ingreso de estos elementos, generando así daños y deterioro de los componentes internos.
- Fugas de aceite: a través de estos orificios también pueden salir elementos. En las cajas reductoras los lubricantes serán los líquidos que deben ser impedidos de salir ya que estos ayudan a mantener la adecuada temperatura de funcionamiento y lubricidad entre los componentes internos.

Los sellos y tapas con orificio son los dos elementos que se encargan de proteger la caja reductora. Estos dos en conjunto logran dar un alto grado de hermetismo sin perjudicar ni impedir el funcionamiento de las cajas.

1.3.5.1. Tapas

Las tapas serán utilizadas principalmente para soportar los rodamientos y cubrir el orificio que la caja reductora. Estas tapas pueden ser cerradas o con orificio. Por un lado, la tapa cerrada sirve para cubrir los orificios de la caja en los cuales se ubican los extremos de los árboles y sus soportes. Por otro lado, la tapa con orificio es la que cubre el orificio que se requiere para que pasen los árboles de entrada y salida (ver la Figura 1.11). Esta última es la de interés para este trabajo de tesis pues está en contacto con el árbol.

La tapa con orificio si bien cubre gran parte del orificio, no llega a hermetizar por completo la caja, pues entre la tapa y el eje llega a quedar una luz por la cual aún pueden filtrarse pequeñas partículas. Es por este motivo que el trabajo de estos elementos es reforzado con los sellos.

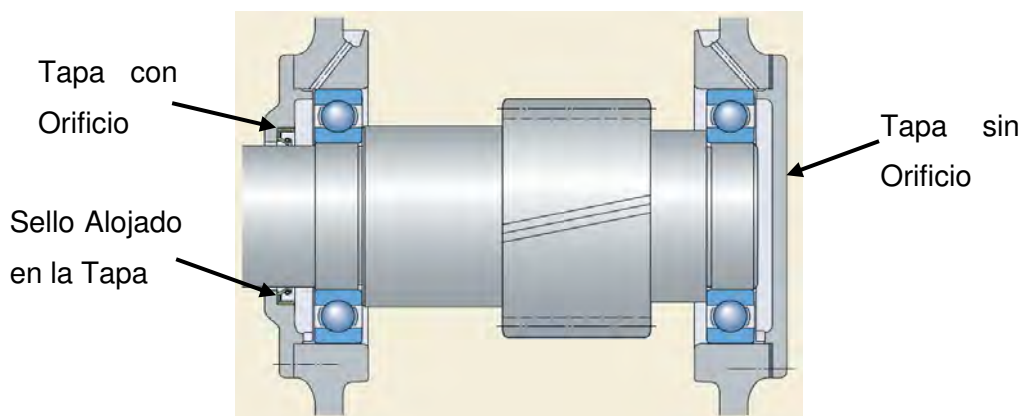


Figura 1.11
Tapa con y sin orificio de caja reductora. Fuente: [6]

1.3.5.2. Sellos

Los sellos son los elementos utilizados para poder brindar y asegurar un alto nivel de hermeticidad. Los sellos garantizarán un sellado mucho más eficiente que la tapa utilizada para las cajas. Es por este motivo que los sellos refuerzan el trabajo de las tapas al usarse en simultáneo. Este trabajo en conjunto se logra gracias a que las tapas tienen ranuras en las que se alojan los sellos y de este modo quedan presionados con la superficie del árbol generando el hermetismo necesario.

Los sellos son fabricados por lo general con elastómeros sintéticos, los cuales tienen distintas composiciones en función de las condiciones de trabajo que deba resistir. Entre los elastómeros más comunes se encuentran:

- Neopreno
- Fluocarbonos
- PNF(fluoroelastómero de fosfonitrilo)
- Butadieno

Estos sellos también son seleccionados en función del trabajo que realicen, puesto que en este trabajo se requieren sellos para los árboles de entrada y salida de cajas reductoras. Los sellos más comunes son los siguientes (Ver la Figura 1.12):

- Sello radiales
- Sellos en V

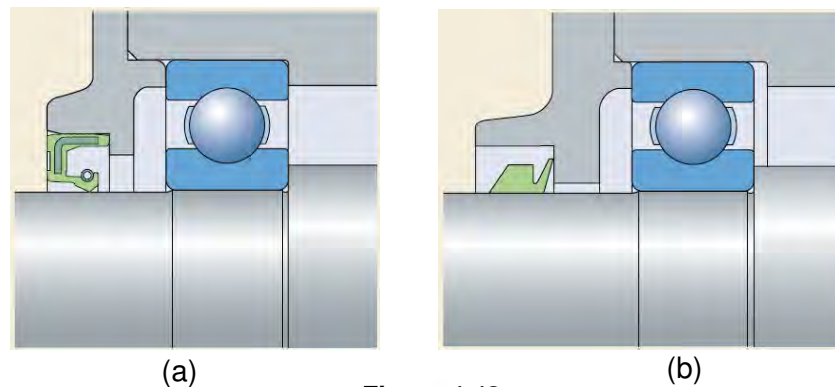


Figura 1.12
Sellos: a) radiales; b) en V. Fuente: [6]

1.3.6. Acoplamientos exteriores

Se sabe que las cajas reductoras son impulsadas por lo general por un motor, para luego estas impulsar una máquina. La conexión motor-caja reductora y caja reductora-máquina se realiza por medio de acoples. Los acoples son elementos de máquinas que tienen la finalidad de transmitir potencia entre dos árboles por medio de la conexión de sus extremos. Por lo tanto se tiene que usar acoples en el exterior de la caja, en el árbol de entrada y de salida que irán conectados al eje del motor y de la máquina respectivamente. Los acoples son divididos en dos clases: rígidos y flexibles.

1.3.6.1. Acoplamientos rígidos

La función principal de los acoplamientos rígidos es la de transmitir potencia entre los árboles y pueden ser usados solo cuando no existe desalineamientos entre estos. En caso de producirse desalineamientos los acoplamientos provocarán mayores esfuerzos, deformaciones y fallas en los elementos conectados. Por esta razón su uso no es tan común. Entre los acoplamientos rígidos más comunes se encuentran:

- Acoplamiento de tornillo prisionero (ver la Figura 1.13 a)
- Acoplamiento acuñaos (ver la Figura 1.13 b)
- Acoplamiento de sujeción (ver la Figura 1.13 c)

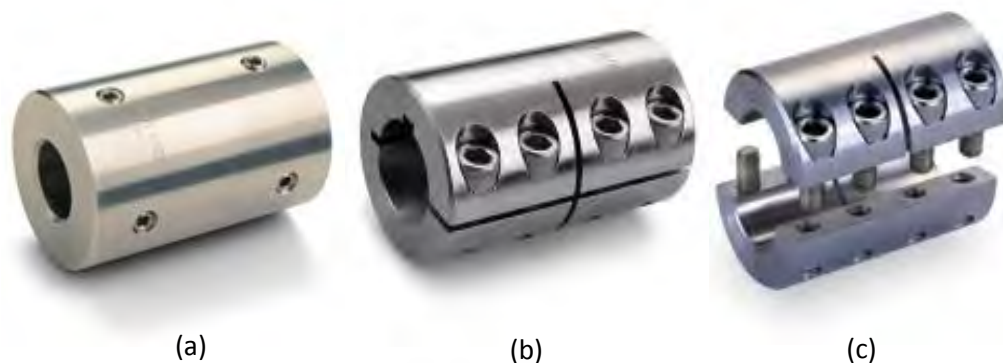


Figura 1.13

Acoplamiento rígidos: a) tornillo prisionero; b) acunado; c) sujeción. Fuente: [12]

1.3.6.2. Acoplamiento flexibles

Los acoplamiento flexibles tienen la característica principal de transmitir potencia compensando desalineaciones entre los ejes. Permitir movimientos relativos entre los ejes evita el surgimiento de esfuerzos y deformaciones que conlleven a la falla de estos. Los desplazamientos entre los ejes pueden ser de cuatro tipos y se pueden presentar por separados o en simultáneo. Los cuatro desplazamientos relativos son: axial, angular, radial, torsional (Ver la Figura 1.14).

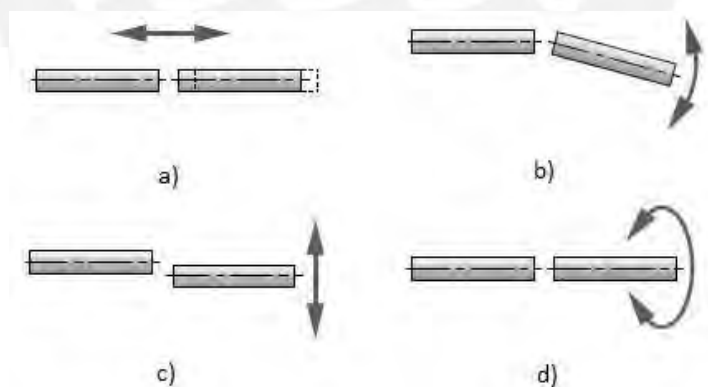


Figura 1.14

Tipos de desplazamientos entre ejes: a) axial; b) angular; c) radial; d) torsional. Fuente: [5]

Entre los acoplamiento flexibles más comunes se encuentran:

- Acoplamiento helicoidal (Ver la Figura 1.15 a)
- Acoplamiento de fuelle (Ver la Figura 1.15 b)
- Acoplamiento de mordaza (Ver la Figura 1.15 c)

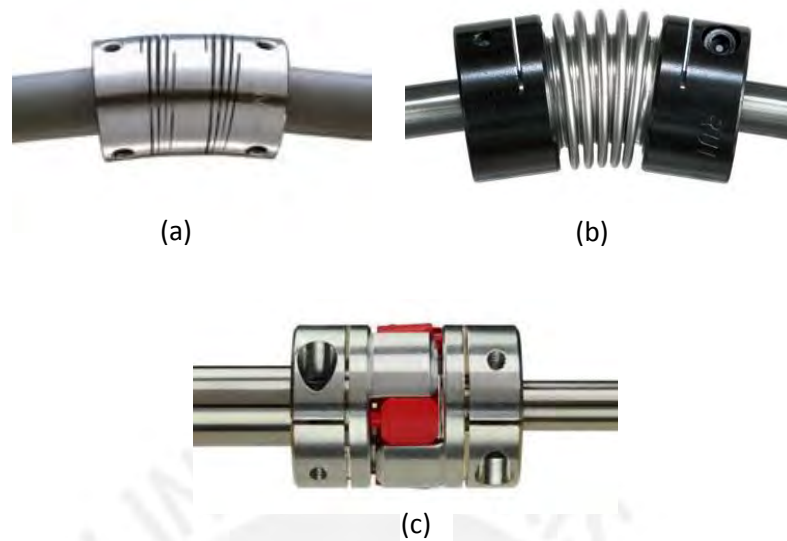


Figura 1.15

Acoplamientos flexibles: a) helicoidal; b) fuelle; c) mordaza. Fuente: [12]

1.4. Fundamentos teóricos para el diseño de árboles

El árbol es un elemento de gran importancia en toda máquina y al igual que cualquier otro, este debe ser diseñado para cumplir y resistir con las exigencias de trabajo. Para asegurar su correcto funcionamiento, este debe ser evaluado bajo ciertos criterios [5]. Estos criterios son:

- Resistencia a la fluencia
- Resistencia a la fatiga
- Deformaciones por esfuerzos de flexión
- Deformaciones por esfuerzos de torsión
- Velocidad crítica

En este trabajo de tesis se evalúa únicamente los criterios de resistencia a la fluencia, resistencia a la fatiga y deformaciones por esfuerzos de flexión. Con estos tres criterios se consigue establecer los diámetros de cada sección del árbol considerando que este podrá cumplir con las exigencias de fluencia y fatiga, además de tener deformaciones aceptables para árboles de cajas reductoras. Para llevar a cabo estos análisis, previamente se debe realizar la configuración de las posibles cargas que actuarán sobre el árbol.

1.4.1. Configuración de cargas

Para realizar esta configuración de cargas se deberá tener conocimientos de estática y elementos de máquinas. La configuración además requerirá del tipo de árbol y elementos acoplados en él. Debido a esto, se puede plantear una configuración de cargas general que abarca todos los casos que se expliquen en el siguiente capítulo. Esta configuración será dividida en tres: un árbol apoyado con el extremo izquierdo en voladizo (ver Figura 1.16), un árbol apoyado sin extremos en voladizo (ver Figura 1.17) y un árbol apoyado con el extremo derecho en voladizo (ver Figura 1.18). Se debe tomar en cuenta que en los puntos de transmisión de los extremos en voladizo, podrán existir cargas en las tres direcciones, tanto fuerzas como momentos: F_x , F_y , F_z , M_x , M_y y M_z . En los puntos de apoyo las reacciones únicamente serán fuerzas en las tres direcciones: R_x , R_y y R_z . Y entre los apoyos, los puntos de transmisión tendrán cargas en las tres direcciones excluyendo el momento en el eje x , por lo tanto estas serán las cargas: F_x , F_y , F_z , M_y y M_z . A continuación se muestran las cargas en cada árbol.

En el árbol con voladizo a la izquierda se tendrá cargas en un punto del extremo del voladizo y en un punto entre los apoyos, ver Figura 1.16.

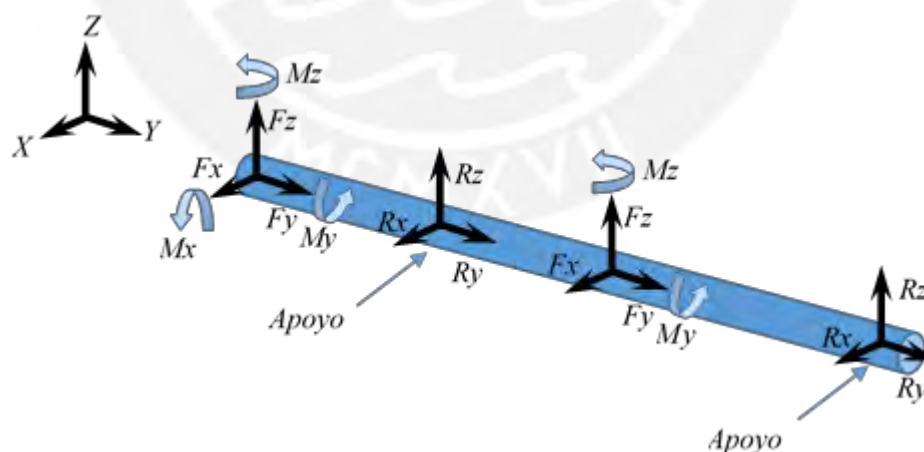


Figura 1.16
Configuración de cargas de árbol con voladizo a la izquierda.

En el árbol simplemente apoyado, se tendrá cargas en dos puntos entre los apoyos, ver Figura 1.17.

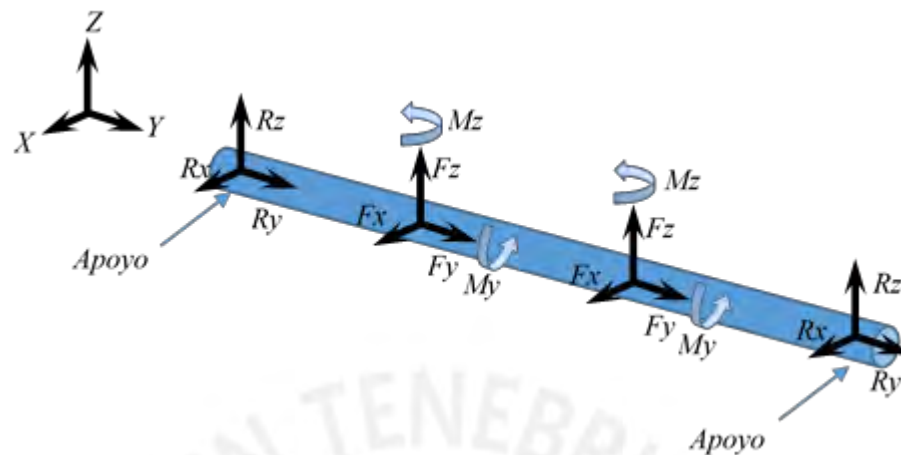


Figura 1.17
Configuración de cargas de árbol simplemente apoyado.

En el árbol con voladizo a la derecha se tendrá cargas en un punto entre los apoyos y en un punto del extremo del voladizo, ver Figura 1.18.

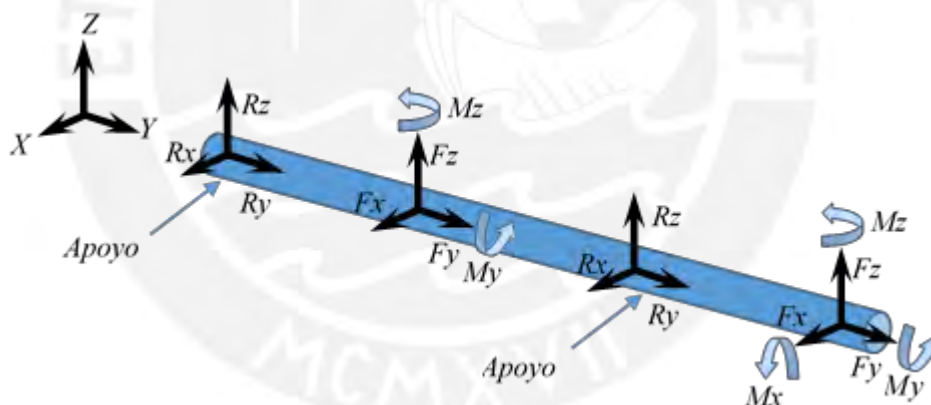


Figura 1.18
Configuración de cargas de árbol con voladizo a la derecha.

1.4.2. Resistencia a la fluencia

El análisis de la resistencia a la fluencia es necesario en todo diseño de árboles ya que este dará un valor mínimo de diámetros para que el material trabaje en su rango elástico y no falle. Este es una primera evaluación del árbol con la cual ya se podrá tener un dimensionamiento sobre el cual se realizaran modificaciones posteriores. Para realizar este análisis se requiere conocimientos de fuerzas y momentos internos, esfuerzos, criterios de falla de materiales y factores de seguridad. Todos estos se

relacionan en un procedimiento de cálculo para conseguir diámetros mínimos en distintos puntos analizados del árbol.

1.4.2.1. Fuerzas internas y esfuerzos

El análisis inicia hallando las fuerzas internas a lo largo del árbol (Ver la Figura 1.19). Esto se consigue realizando el cálculo estático en el árbol tomando en cuenta todas las fuerzas y momentos que son aplicadas en él.

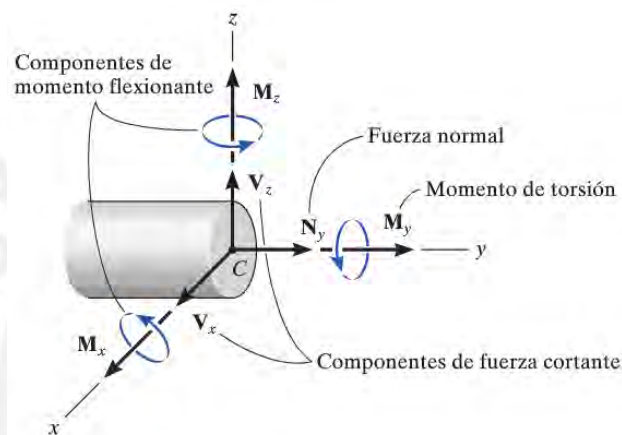


Figura 1.19
Fuerzas internas. Fuente: [13]

Luego de tener las fuerzas internas, se debe definir puntos críticos del árbol. Estos puntos críticos son los que tendrán las fuerzas internas más altas y cambios de sección. En estos puntos críticos se procede a calcular los esfuerzos originados por las fuerzas internas. Los esfuerzos que se tendrán que analizar son los de flexión (σ_f) y torsión (τ_t) que siguen las siguientes fórmulas:

$$\sigma_f = \frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot d^3} \quad (2)$$

$$\tau_t = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} \quad (3)$$

Donde:

Mf: momento por flexión en la sección de análisis

Mt: momento por torsión en la sección de análisis

d: diámetro en la sección de análisis

1.4.2.2. Criterios de falla de materiales

Al tener los esfuerzos por flexión y torsión se seguirá una de las teorías de falla para materiales dúctiles y de este modo hallar el esfuerzo equivalente. Dentro de las teorías para materiales dúctiles se encuentran:

- Teoría del máximo esfuerzo cortante (Tresca)
- Teoría de máxima energía de distorsión (von Mises)

La teoría de la Energía Máxima de distorsión - von Mises es la que se empleará pues en la actualidad, luego de muchas investigaciones y pruebas experimentales para materiales dúctiles, se han obtenido resultados muy cercanos a los arrojados por esta teoría. El criterio de falla de von Mises explica que *“la falla por fluencia ocurre cuando la energía de deformación total por unidad de volumen alcanza o excede la energía de deformación por unidad de volumen correspondiente a la resistencia a la fluencia en tensión o en compresión del mismo material”* [14]. Con este criterio y despreciando los esfuerzos por las fuerzas normales y fuerzas de corte puro, se consigue el esfuerzo equivalente descrito por la siguiente fórmula:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_f^2 + 3 \cdot \tau_t^2} \quad (4)$$

1.4.2.3. Factor de seguridad

El factor de seguridad (FS) es una relación que se plantea entre un valor máximo de resistencia de un material y el valor de resistencia con el que esté trabajando dicho material. En análisis por fluencia se utilizará este valor con la finalidad de compensar posibles sobrecargas que no sean previstas, errores de cálculo o incertidumbre de datos. Se sabe que un árbol trabajará bajo cargas dinámicas, por lo tanto el factor de seguridad a la fluencia deberá estar comprendido entre los valores recomendados, según [15], podrán ser:

$$FS_{FluR} = 3 \dots 4 \quad (5)$$

Al tomar un valor de factor de seguridad, se podrá plantear la relación entre el factor de seguridad (FS), esfuerzo límite a la fluencia del material (σ_{flu}), esfuerzo admisible (σ_{adm}) y el esfuerzo equivalente (σ_{eq}) obtenido con la teoría de von Mises:

$$\sigma_{eq} \leq \sigma_{adm} = \frac{\sigma_{flu}}{FS_{Flu}} \quad (6)$$

Con la relación del FS y reemplazando los esfuerzos en función del diámetro, se puede obtener un diámetro mínimo o admisible que satisfaga a las cargas, al factor de seguridad y al material dado.

$$d_{min} \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot FS_{Flu}}{\pi \cdot \sigma_{flu}} \cdot \sqrt{4 \cdot M_r^2 + 3 \cdot M_t^2}} \quad (7)$$

Con esta misma expresión del diámetro mínimo, se puede despejar el factor de seguridad y obtener la siguiente expresión:

$$FS_{Flu} \leq \frac{(d_{min})^3 \cdot \pi \cdot \sigma_{flu}}{16 \cdot \sqrt{4 \cdot M_r^2 + 3 \cdot M_t^2}} \quad (8)$$

1.4.3. Resistencia a la fatiga

Debido al movimiento giratorio del árbol y a la presencia de cargas, se generan esfuerzos que fluctúan en el tiempo. Esta fluctuación de esfuerzos es la que lleva a generar fallas en árboles, pero no se generan por ser grandes esfuerzos, se generan por la gran cantidad de repeticiones. Es así que se le llama falla por fatiga. Este análisis requiere los conocimientos ya mencionados para fluencia, además conocimientos de coeficientes de fatiga, concentradores de esfuerzos, esfuerzos fluctuantes en el tiempo y factores de seguridad a la fatiga.

Al tener los diámetros mínimos de todas las secciones se pasará a iniciar el análisis por fatiga con estas dimensiones. Con este análisis se comprobará que el factor de seguridad a la fatiga (FS_{Fat}) se encuentre entre el valor mínimo ($FS_{Fat \min}$) y máximo ($FS_{Fat \max}$).

1.4.3.1. Coeficientes de fatiga y concentradores de esfuerzos

Para realizar la comprobación de los factores de seguridad se debe primero analizar las características reales del árbol, esto implica el análisis de la geometría, de fabricación y de operación. Estas características tendrán una influencia, la cual se verá reflejada en los coeficientes de fatiga y factores geométricos de concentración de esfuerzos. Los valores de los coeficientes de fatiga se pueden obtener de forma inmediata pues en general dependen de las condiciones de trabajo y se encuentran en las tablas del **Anexo 2**.

Los coeficientes de fatiga son:

- Cs : coeficiente por acabado superficial
- Ct : coeficiente por tamaño (diámetro de la sección)
- Ctemp : coeficiente por temperatura (del árbol durante el trabajo)
- Ccarg : coeficiente de carga es igual a la unidad (1) para flexión y torsión
- Cc: coeficiente de confiabilidad, se tomará un 95% de confiabilidad por lo que se tendrá un valor de 0.868.

Los factores geométricos de concentración de esfuerzos tienen un procedimiento de cálculo más desarrollado, que se explicará a continuación:

El diseño de piezas mecánicas tales como vigas, placas, ejes, etc. presenta con frecuente cambios de sección como canales, entalles, agujeros y otras discontinuidades requeridas por la optimización del diseño. Estos cambios traen consigo el incremento de esfuerzos en las zonas donde se encuentran localizados, zonas conocidas como concentradores de esfuerzos. Los concentradores de esfuerzos son cuantificados por el factor geométrico de concentración de esfuerzos α_K , el cual representa la relación entre el máximo esfuerzo y el esfuerzo nominal dado en la sección de análisis. Sin embargo, este factor no muestra en su totalidad el efecto de los concentradores en la evaluación por fatiga, es por este motivo que se hace uso de un nuevo valor en los cálculos, el factor efectivo de concentración de esfuerzos β_K . Este valor viene a ser la relación entre la resistencia a la fatiga de un elemento sin concentradores de esfuerzos y otro con estos concentradores.

$$\beta_k = 1 + \eta * (\alpha_k - 1) \quad (9)$$

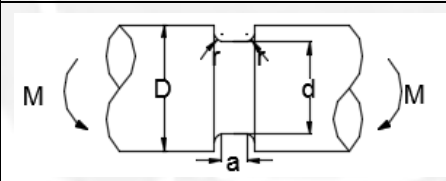
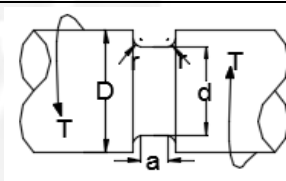
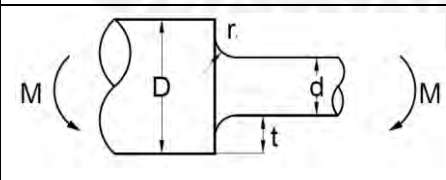
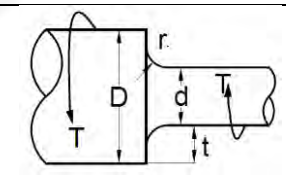
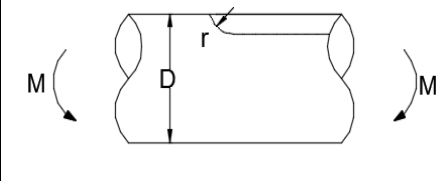
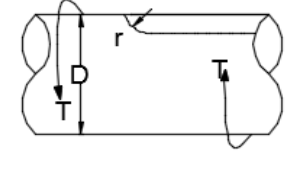
$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{8}{r} * \left(1 - \frac{\sigma_{flu}}{\sigma_B}\right)^3} \quad (10)$$

Donde:

η : Factor de sensibilidad a la entalla

Para el diseño del árbol se empleará tres tipos de concentradores de esfuerzos: canales anulares, resaltes y canales chaveteros. La distribución del esfuerzo en los concentradores variará en función del tipo de concentrador y a su geometría, sin embargo, también variará dependiendo de la carga que se le aplique. Como resultado de esto, para cada tipo de concentrador se diferenciará los dos tipos de cargas que tienen mayor influencia como ya se explicó anteriormente: flexión y torsión. A continuación se mostrará una tabla con los casos mencionados.

Tabla 1.2
Casos de concentración de esfuerzos.

	Carga de Flexión	Carga de Torsión
Canal Plano		
Resalte		
Canal Chavetero		

En este trabajo de tesis el factor geométrico de concentración de esfuerzos α_K se obtiene de un conjunto de ecuaciones obtenidas de las tablas del **Anexo 3**. Estas ecuaciones se han elaborado para este trabajo de tesis con la finalidad de para poder

optimizar el algoritmo de diseño de árboles. Todas las ecuaciones se muestran también en el **Anexo 3.2**.

1.4.3.2. Esfuerzos fluctuantes en el tiempo

Los elementos de máquinas por lo general estarán sometidos a cargas que variarán debido a su funcionamiento y en el caso particular de los ejes y árboles se tendrán esfuerzos fluctuantes debido al giro. Ante la presencia de estos esfuerzos que varían en el tiempo, se podrá definir un rango de valores entre los cuales fluctúan. El rango de variación estará definido por un valor máximo y mínimo que serán denominados por esfuerzo superior (σ_s) y esfuerzo inferior (σ_i) respetivamente. Además, estos esfuerzos pueden ser clasificados según la forma de variar en el tiempo, estos pueden ser alternantes o pulsantes. Llevando lo mencionado al análisis de árboles, se presentan dos tipos de esfuerzos: esfuerzo por flexión y esfuerzo de torsión que vienen a ser alternante y pulsante, respectivamente.

De los esfuerzos generados por flexión se toman dos valores: el superior (σ_{fs}) y el inferior (σ_{fi}). Con estos dos se obtienen los esfuerzos por flexión medio (σ_{fm}) y alternante (σ_{fa}). Además, con el esfuerzo por flexión alternante y el factor de concentración de esfuerzos efectivo a la flexión (β_f), se obtiene el esfuerzo por flexión alternante aumentado (σ'_{fa}).

$$\sigma_{fm} = \frac{\sigma_{fs} + \sigma_{fi}}{2} \quad (11)$$

$$\sigma_{fa} = \frac{\sigma_{fs} - \sigma_{fi}}{2} \quad (12)$$

$$\sigma'_{fa} = \frac{\beta_f}{c_s \cdot c_t \cdot c_{temp} \cdot c_{carg} \cdot c_c} \cdot \sigma_{fa} \quad (13)$$

Con los esfuerzos por torsión se sigue el mismo procedimiento que con los esfuerzos por flexión, obteniendo así los esfuerzos por torsión superior (τ_{ts}), inferior (τ_{ti}), medio (τ_{tm}), alternante (τ_{ta}) y con el factor de concentración de esfuerzos efectivo a la torsión (τ_t), se obtiene el alternante aumentado (τ'_{ta}).

$$\tau_{tm} = \frac{\tau_{ts} + \tau_{ti}}{2} \quad (14)$$

$$\tau_{ta} = \frac{\tau_{ts} - \tau_{ti}}{2} \quad (15)$$

$$\tau'_{ta} = \frac{\beta_f}{C_s \cdot C_t \cdot C_{temp} \cdot C_{carg} \cdot C_c} \cdot \tau_{ta} \quad (16)$$

A partir de estos valores se podrá hallar el esfuerzo alternante aumentado equivalente σ'_{aeq} y el esfuerzo medio equivalente σ_{meq} con la misma teoría de Von Mises:

$$\sigma'_{aeq} = \sqrt{\sigma'_{fa}{}^2 + 3 \cdot \tau'_{ta}{}^2} \quad (17)$$

$$\sigma_{meq} = \sqrt{\sigma_{fm}{}^2 + 3 \cdot \tau_{tm}{}^2} \quad (18)$$

1.4.3.3. Factores de seguridad a la fatiga

El análisis de factores de seguridad a la fatiga, a diferencia que el de factores de seguridad a la fluencia, considera que una sobrecarga sobre el elemento que se calcula, incrementará tanto la componente alternante de esfuerzos como la componente media, según [14]. Es por esto que se han realizado diversas investigaciones y pruebas para entender el comportamiento de los cuerpos y su resistencia a la fatiga. Entre los resultados más importantes se encuentran los diagramas de Smith y Goodman (ver la Figura 1.20). Con los que se pudo obtener la siguiente relación para el factor de seguridad:

$$\frac{1}{FS_{Fat}} = \frac{\sigma'_{aeq}}{\sigma_{Alt}} + \frac{\sigma_{meq}}{\sigma_B} \quad (19)$$

Donde:

σ_{Alt} : Esfuerzo alternante de flexión

σ_B : Esfuerzo límite a la rotura

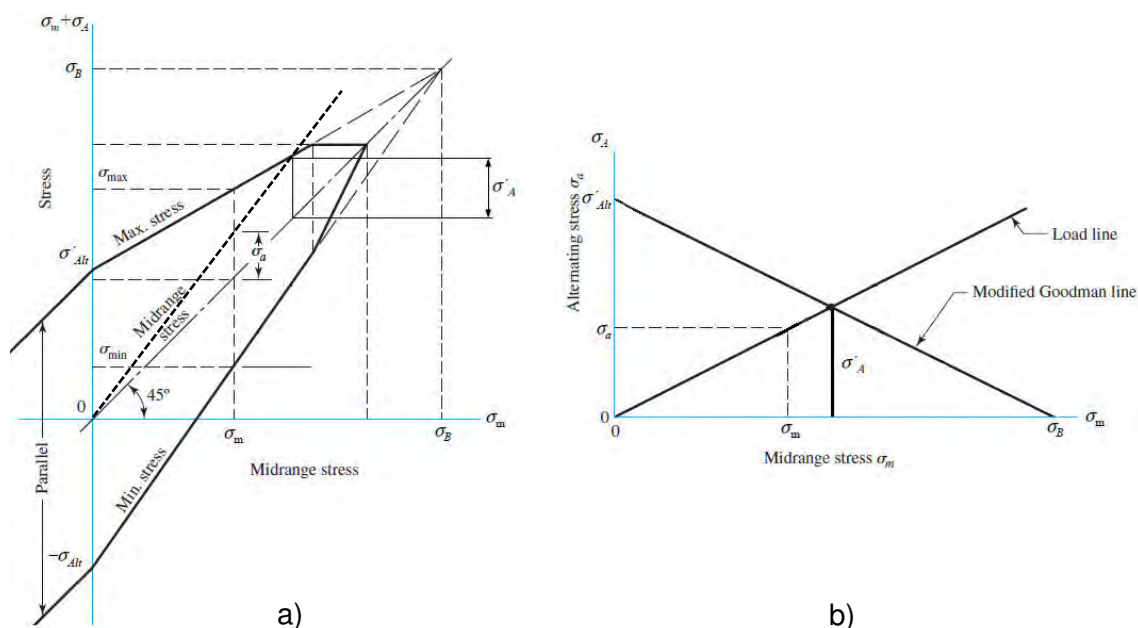


Figura 1.20

Curva de carga mostrada en diagramas de resistencia a la fatiga para el caso de crecimiento proporcional de las componentes σ'_a y σ_m del esfuerzo: a) según Smith; b) según Goodman. Fuente: [14]

Al hallar el valor del factor de seguridad a la fatiga se debe comprobar que este sea mayor o igual al factor de seguridad a la fatiga recomendado, según [15], este valor es:

$$FS_{FatR} = 1.2 \quad (20)$$

1.4.4. Deformación por flexión

Posterior al análisis por resistencia, los árboles deben ser verificados por sus deformaciones. En este trabajo de tesis como ya se mencionó, se realizará el cálculo de las deflexiones. Las deflexiones son deformaciones perpendiculares al eje de simetría del árbol, generadas por las cargas flexionantes. La importancia de estas, radica en que pueden llegar a generar interferencias entre los engranes de la caja y así perjudicar el funcionamiento. Es por este motivo que el diseño del árbol tendrá que considerar ciertos límites para no generar interferencias considerables. Según [4], las deflexiones (Def) tienen que cumplir la siguiente relación:

$$Def = (0.0003 \dots 0.0005) \cdot L \quad (21)$$

Donde:

L: longitud de árbol

Con los valores de las deflexiones en función de a la ubicación se forma un diagrama, el cual se conoce como curva elástica (Ver la Figura 1.21). Esta curva puede ser hallada por métodos como: Integración, superposición, áreas, Castigliano, entre otros. Para el desarrollo de esta tesis se requiere un método analítico para ser desarrollado en el algoritmo, por el cual el método de áreas queda descartado. El método de Castigliano que utiliza conceptos de energía es recomendado para hallar deflexiones en puntos específicos y no para obtener una función de estas a lo largo de un árbol, por lo cual también es descartado. El método de superposición es un modo práctico de simplificación de cálculos, pues individualiza el efecto de cada carga sobre el árbol. Sin embargo, este método es recomendado para elementos de sección cortante, por lo cual también es descartado. Por lo tanto, el método de integración será el utilizado para el cálculo de las deformaciones en este trabajo de tesis.

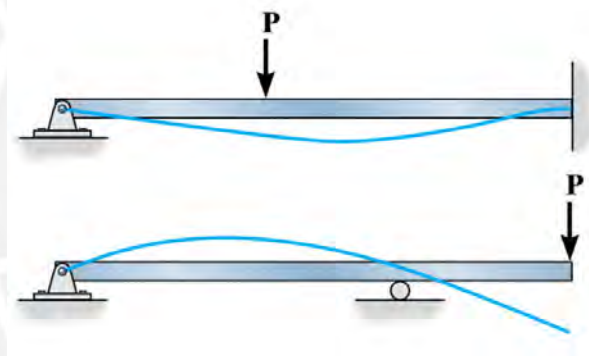


Figura 1.21
Curvas elásticas. Fuente: [13]

Para iniciar el cálculo de deformaciones por el método de integración, se plantea la siguiente relación entre la segunda derivada de la deflexión (v), momento flexionante (M) y la rigidez de flexión (EI) que es hallada con el producto del módulo de elasticidad del material (E) y el momento de inercia del área de la sección transversal (I):

$$\frac{d^2v(x)}{dx^2} = \frac{M(x)}{E(x) \cdot I(x)} \quad (22)$$

Luego de plantear la expresión (22), esta se integra y así se obtiene la siguiente relación, en la que se añade un nuevo valor llamado ángulo de deflexión (θ):

$$\frac{dv(x)}{dx} = \theta(x) = \int \frac{M(x)}{E(x) \cdot I(x)} \quad (23)$$

Luego se realiza una segunda integración a la expresión (22) y se obtiene la deflexión:

$$v(x) = \iint \frac{M(x)}{E(x) \cdot I(x)} \quad (24)$$

En el proceso de integración se generan constantes que podrán ser halladas con las condiciones de frontera y de continuidad. Estas condiciones darán información de las deflexiones y ángulos. Las condiciones de frontera serán las condiciones dadas por los apoyos que tenga el árbol (ver la Figura 1.22). Las condiciones de continuidad indican que el análisis de un punto evaluado por un lado y otro, darán los mismos valores de deflexión y ángulo de deflexión.

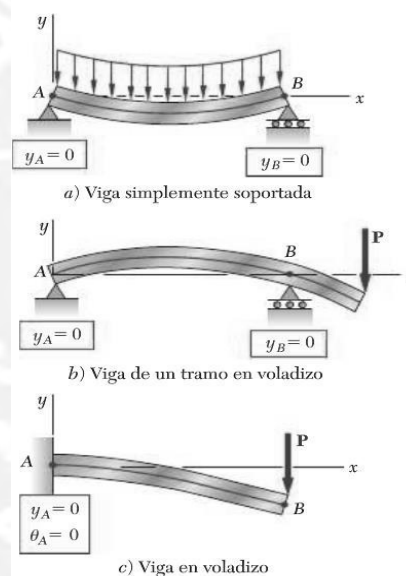


Figura 1.22

Condiciones de frontera. Fuente: [16]

1.5. Herramientas actuales para el diseño de árboles

En la actualidad existen diversos programas diseñados para realizar el cálculo de diseño de árboles. Entre estos softwares se encuentran: Kisssoft, Mesys shaft calculation, Shaftdesigner y Bearinx-online. Por lo general estas herramientas ofrecen análisis de resistencia, deformaciones y velocidades críticas. Pero para realizar los cálculos, estos requieren que sean ingresadas la longitud de tramos del árbol, cargas en el árbol, tipos de apoyos, entre otros. Además, al ser programas comerciales tienden a ser diseñadas para maquinas en general, omitiendo así características propias de los árboles de cajas reductoras. Todos estos programas han sido desarrollados en plataformas de programación con lenguajes como Visual Estudio,

C++, C#, entre otros. El presente trabajo de tesis implementará el algoritmo en lenguaje Visual Basic for Applications.

1.5.1. Kisssoft

Este software es un paquete que posee módulos de cálculo de distintos elementos de máquinas entre los cuales se encuentran los árboles. Esta herramienta requiere como datos de entrada las dimensiones del árbol y permite obtener la evaluación de la resistencia, determinación de las fuerzas de reacciones en los apoyos, determinación de velocidades críticas y determinación de cargas de pandeo. Finalmente, este software tiene la ventaja de considerar relaciones con otros elementos de máquinas dentro de una caja reductora, como es el caso de los engranes. Sin embargo, su programación no puede ser manipulada para insertarse como modulo dentro de un programa de diseño global de cajas reductoras.

1.5.2. Mesys shaft calculation

Esta herramienta fue desarrollada para realizar el cálculo de deformaciones de árboles y ejes de distintas máquinas, teniendo incluida la influencia de la rigidez no lineal de los rodamientos. También tiene las funciones de calcular las fuerzas internas y velocidades críticas del elemento. Este software tiene incluido un módulo de cálculo de rodamientos, el cual aumenta la capacidad de la herramienta. Ver Figura 1.23.

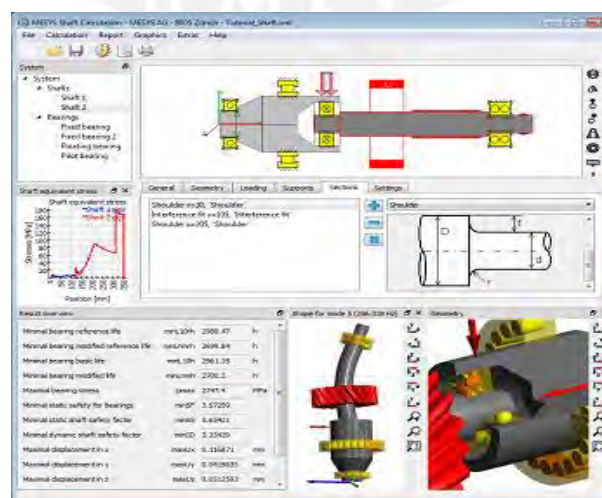


Figura 1.23
Interfaz de Mesys shaft calculation. Fuente: [17]

1.5.3. Shaftdesigner

Este programa de diseño a diferencia de la mayoría, está orientado al diseño de árboles con un uso específico, propulsión de buques. Esta herramienta fue desarrollada en función de cálculos y datos obtenidos por experiencias reales en buques. Y tiene la finalidad de conseguir un diseño con mayor precisión, un correcto montaje y adecuado mantenimiento.

1.5.4. Bearinx-online

Con este programa se logra calcular, a partir de solicitudes para el árbol, los diámetros requeridos. También se toma en cuenta la influencia de la flexión y forma real del árbol y la elasticidad de los rodamientos. Otra ventaja que ofrece esta herramienta es el cálculo de la duración a la fatiga. Finalmente este programa tiene la capacidad de usar sus resultados en otros módulos de diseño y así realizar un diseño interconectado con otros elementos de máquinas. Sin embargo y al igual que otros softwares, no presenta la opción de ser manipulada para insertarse como módulo dentro de un programa de diseño global de cajas reductoras

1.5.5. Autodesk inventor professional

Este programa es un software CAD, el cual puede calcular distintos elementos de máquinas como árboles o engranes. Este tiene una interfaz para cada uno de estos elementos. Para el cálculo de árboles, la herramienta es Shaft component generator. En esta se deben ingresar las dimensiones y cargas. Con esta configuración inicial, se consigue tener las fuerzas y momentos internos, deformaciones y un modelo del árbol. Al igual que para la mayoría, esta herramienta también requiere de las dimensiones preestablecidas del árbol por el usuario para luego verificar la resistencia, deformación o velocidades críticas.

1.5.5.1. Visual basic for applications

Dentro de Autodesk Inventor se encuentra una herramienta adicional, la cual es utilizada en este trabajo de tesis, Visual Basic for Applications (VBA). Es por este

motivo que se debe tener en consideración las características principales del entorno de desarrollo VBA.

VBA se caracteriza principalmente por ser un entorno de desarrollo que ofrece facilidad en su uso en comparación a otros. Esta herramienta de programación brinda al programador una interfaz amigable para trabajar y crear distintas aplicaciones, esta interfaz tiene como nombre IDE. Para ingresar a esta desde la ventana de Inventor, se debe seleccionar la opción de Menú Herramientas>Macro>Editor Visual Basic o simplemente la combinación de teclas ALT+F11. Una vez abierta, se podrá encontrar barras de herramientas, menús y distintas ventanas que ayudarán a la tarea del programador (Ver la Figura 1.24).

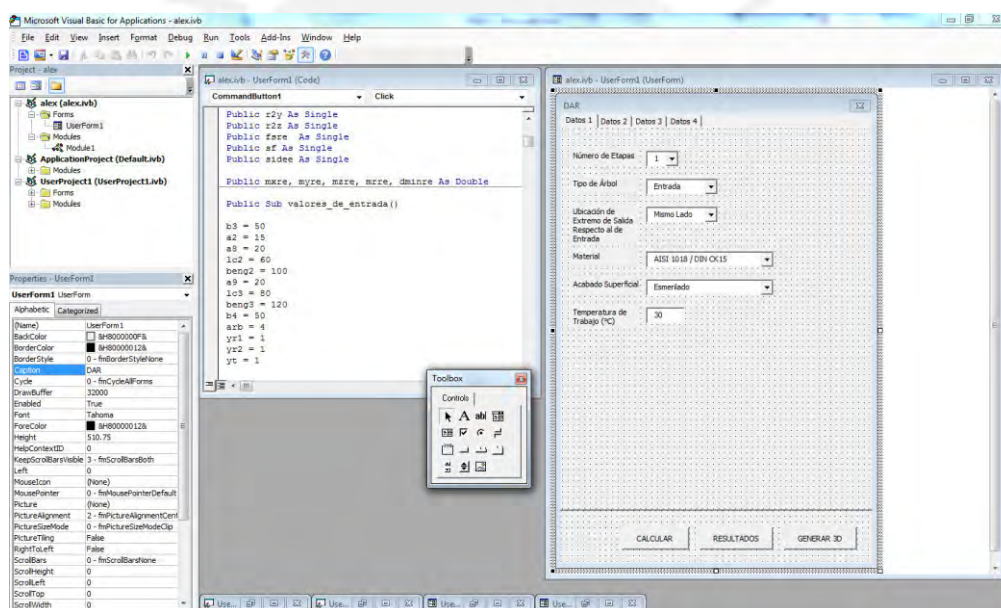


Figura 1.24
Entorno de desarrollo VBA de Autodesk Inventor.

Otra característica de VBA es la capacidad de desarrollar aplicaciones que se muestren mediante interfaces de usuario o que únicamente tengan un código de programación. En el caso de poseer una interfaz de usuario, este tendrá: ventanas, cuadros de texto, botones, imágenes, etc. Pero estas a su vez también tendrán un código de programación que genere las funciones de cada elemento de la interfaz. Y en caso la aplicación solo esté conformada por códigos de programación, esta por lo general será usada como un sub programa de otra aplicación.

CAPÍTULO 2

TIPIFICACIÓN DE ÁRBOLES

La tipificación es un proceso inicial en el diseño de elementos de máquinas. Es el proceso en el que se crea una base de datos con las características típicas que tendrá el elemento a diseñar a fin de tener un conjunto definido y limitado de posibilidades en el diseño.

Para la tipificación se requiere un trabajo de búsqueda de información de formas constructivas, información que justifique o corrobore su buen funcionamiento, un análisis de los casos posibles en los que trabaje el elemento a diseñar, una evaluación de dichas formas en relación al objetivo principal, una selección de los modelos definitivos que tendrá el diseño y finalmente una restricción para las dimensiones de las formas constructivas. Todas estas funciones de la tipificación de elementos de máquinas quedan englobadas en cuatro partes principales: definición de formas constructivas, planteamiento de casos, selección de casos y relación de dimensiones. Dentro de cada una se encontrarán los criterios mencionados para su desarrollo.

Se iniciará la tipificación con la definición de formas constructivas dentro del árbol. Luego se realizará el planteamiento de los casos posibles de árboles dentro de una caja reductora. Una vez planteado el universo de casos posibles, se podrá pasar a la etapa de selección y descarte, se usará una serie de criterios para obtener una base de datos con la menor cantidad de modelos posibles que engloben todas las condiciones de trabajo. Finalmente, con los modelos ya definidos se darán restricciones principalmente en relación a las dimensiones de longitudes y diámetros.

2.1. Formas constructivas

Los árboles en general se construyen a partir de barras de sección circular. Es a partir de esta sección, que se generan todas las formas constructivas que se puede apreciar en un árbol. Todas estas tienen un propósito y una influencia en los cálculos posteriores. Las formas constructivas que se usan para este trabajo de tesis son formas maquinada en el mismo árbol, estas son: resaltes, redondeos, ranuras y canales chaveteros. A continuación se presentaran tres zonas en las que se ha dividido el árbol y en las que están presentes las formas constructivas mencionadas.

2.1.1. Zonas de salida y entrada

Estas zonas se presentan únicamente en los árboles de entrada y salida. Específicamente se refieren a los extremos que están al exterior de la caja reductora. En estas zonas se tendrá el acople de la caja reductora del motor que la impulse en la entrada o el de la maquina a la que impulse en la salida. Como ya se mencionó existe distintos tipos de acople por lo cual esta zona puede también tener un canal chavetero si es que es requerido. En caso, en estas zonas se posicione otro elementos de transmisión y requiera estar posicionado axialmente, se tendrá un resalte que cumplirá este requerimiento.

2.1.2. Zona de apoyos

Esta zona se presenta en todos los árboles, pues será en la que se ubiquen los rodamientos que servirán como apoyos. Dos apoyos estarán presentes en cada árbol: uno fijo y otro móvil, para formar así un sistema isostático. Sin embargo, esta diferencia entre fijo y móvil no significa diferencias en el diseño del apoyo sino en el tipo de rodamiento que se deberá utilizar. La ubicación de estos, será la que divida esta zona en dos tipos. Los dos tipos de zonas de apoyo serán: la ubicada en el inicio de los extremos de entrada o salida y la ubicada en los extremos del árbol que no estén expuestas al exterior de la caja.

En la primera zona se tendrá al rodamiento, sello y tapa con orificio de la caja. Por lo que este requerirá una mayor longitud que se calculará en función del ancho del rodamiento. Mientras que en la segunda zona se tendrá únicamente un rodamiento y

la longitud no tendrá que aumentar. Para los dos tipos se requerirá de un resalte en el que el rodamiento pueda descansar. Este será diseñado cumpliendo el rango recomendado por el fabricante del rodamiento así como el redondeo en el cambio de sección.

2.1.3. Zona de transmisión

Esta zona se ubica en todos los árboles, pues todos tienen elementos de transmisión acoplados, en este caso se refiere a los engranes. Estos engranes requerirán en primer lugar una chaveta para poder transmitir la potencia, por lo que se deberá tener también un canal chavetero. Estos requerirán de un resalte para apoyarse, pues pueden generar fuerzas axiales. E incluso si no se generan estas fuerzas axiales, podrían tener desplazamientos axiales producto de vibraciones por lo que también deberán ser fijados con anillos de retención. Estos anillos estarán fijos debido a la ranura en la cual se ubican. La ranura tiene una forma y dimensiones (Ver la Figura 2.1) recomendadas por el fabricante del anillo, las cuales se cumplirán en el diseño de esta zona.

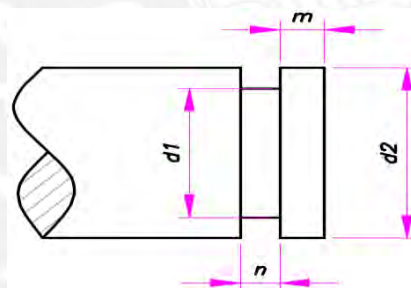


Figura 2.1

Ranura para anillo de retención.

2.2. Planteamiento de casos

El planteamiento de casos es el proceso en el cual se reúne información de los modelos y formas constructivas típicas. En este caso particular se realizará este procedimiento para el elemento de máquina, árbol. El proceso de la tipificación tendrá como resultado la base de datos o librería de casos en los que trabajarán realmente los árboles de cajas reductoras. Este proceso requerirá la esquematización y análisis de todas las situaciones que puedan darse con el árbol en las cajas reductoras de velocidad. Los tipos de árboles de transmisión tendrán distintas variantes las cuales

están en relación al número de etapas de la caja, sentido de giro del árbol de entrada, dirección de salida del árbol de salida y la posición del árbol dentro de la caja.

2.2.1. Por número de etapas

El diseño del árbol es parte de un proyecto mayor, el cual tiene como objetivo el diseño total de una caja reductora de velocidad. Esto conlleva a que el diseño del árbol tenga dependencias directas de la caja reductora. Una de las características principales y la que servirá como criterio en el planteamiento de los casos, es el número de etapas. El número de etapas de una caja reductora se refiere al número de transmisiones de engranajes que se darán dentro de la caja.

Al plantear los casos por el número de etapas que tenga la caja reductora, se tendrá presente que solo se trabajará con las siguientes:

- Dos etapas
- Tres etapas

Cada una de estas, dará características de diseño al árbol, sin embargo, estas características no son exclusivas de cada etapa sino que puede darse el caso que algunas características se repitan en los distintos casos de árboles.

2.2.1.1. Dos etapas

Para el caso de dos etapas se encontró una serie de cajas de dos etapas con distintas características pero estas pueden ser para usos generales o para disposiciones de trabajo o requerimientos específicos. Entre estas características se encontró: disposiciones de árboles que varían en el número de engranes dentro del mismo engranaje; el uso y no uso de piñones solidarios (ver árbol intermedio en la Figura 2.2); presencia de soportes intermedios al interior de la caja (ver Figura 2.2); o la distribución de una sola etapa en dos engranajes separados (Ver la Figura 2.3).

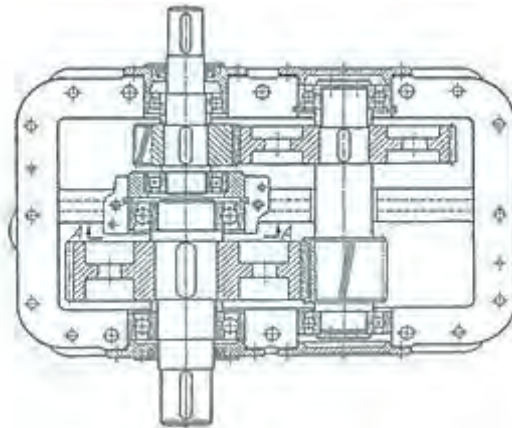


Figura 2.2

Caja reductora de dos etapas y soporte medio. Fuente: [1]

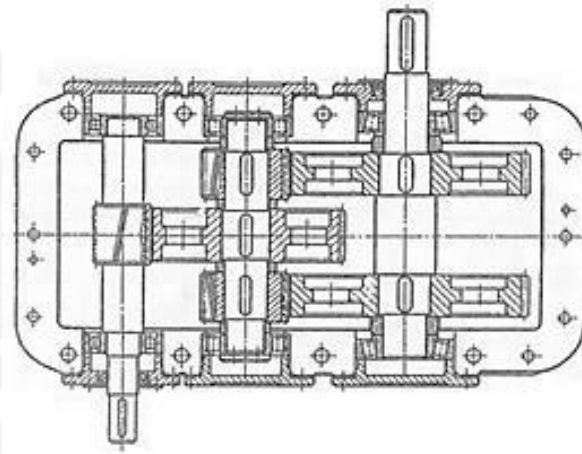


Figura 2.3

Caja reductora de dos etapas y doble engrane en árbol de salida. Fuente: [1]

De estos modelos se pudo tomar los que iban acorde a las delimitaciones del proyecto de diseño de cajas reductoras, el cual busca un diseño que cumpla con las exigencias del usuario pero que se obtengan con un diseño inicial básico para un posterior desarrollo de modelos más complejos si es requerido. Con esta premisa, se fue descartando modelos de más de dos engranes por etapa, el uso de piñones solidarios y uso de apoyos en el interior de la caja. Y es así que solo se emplearán sistemas de tres árboles, soportes distintos para cada árbol, solo dos engranes por etapa y disposición diagonal. La Figura 2.4 muestra un ejemplo de una caja reductora de dos etapas acorde a las características que se tomarán en cuenta, sin embargo, esta tiene la particularidad de tener en el árbol de entrada un piñón solidario, el cual no será empleado en el diseño del presente trabajo de tesis.

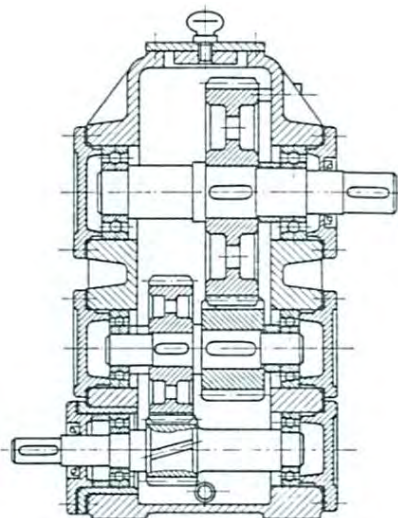


Figura 2.4
Caja reductora de dos etapas. Fuente: [18]

2.2.1.2. Tres etapas

Para el caso de tres etapas se repitió el procedimiento empleado para dos etapas. En este caso, si bien el hecho de tener tres etapas suponía una mayor complejidad en las disposiciones de árboles y el diseño, no se encontró una gran cantidad de variantes que diferencien un diseño de otro. Esto fue debido a que el tener tres reducciones dentro de una caja reductora, representa un uso alto de volumen y precisión para tener una disposición ordenada. En la Figura 2.5 se muestra una caja de tres etapas con la disposición diagonal de los cuatro árboles que se tomará como modelo, sin embargo, este posee piñones solidarios los cuales no se tomarán en cuenta en el diseño final, que solo contará con engranes de unión por chaveta. Los cuatro árboles mencionados son: de entrada, dos intermedios y de salida.

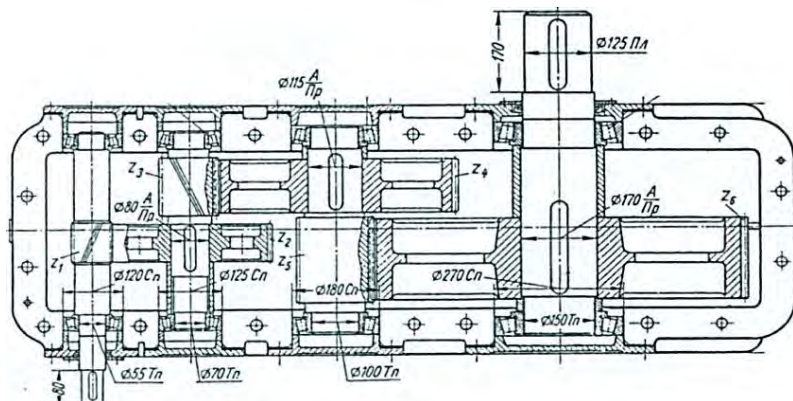


Figura 2.5
Caja reductora de tres etapas. Fuente: [1]

2.2.2. Por posición en la caja reductora

Los árboles tendrán distintas formas constructivas no solo por el número de etapas de la caja, sino también por la posición que posea. La posición que tiene un árbol le brindará su principal función y configuración de cargas. Para este planteamiento de casos, si bien no habrá una selección pues únicamente habrá tres tipos de posiciones, se establecerán sus funciones y configuraciones de cargas.

Las posiciones que tendrán dentro de la caja serán las siguientes:

- Entrada
- Intermedio
- Salida

2.2.2.1. Entrada

Los árboles que se encuentren ubicados como la entrada de la caja, serán los encargados de transmitir la potencia y velocidad de entrada a la caja (Ver la Figura 2.6). En el extremo del árbol que se encuentra fuera de la carcasa, estará acoplado un sistema que entregará potencia e impulsará la caja reductora. La configuración de elementos que representará de forma más precisa a este árbol, será una viga con un tramo entre dos apoyos y un tramo en voladizo (Ver la Figura 2.7). En el tramo ubicado entre apoyos, se encontrarán cargas ubicadas en un solo punto, y en el tramo en voladizo se encontrarán cargas ubicadas en un solo punto también.

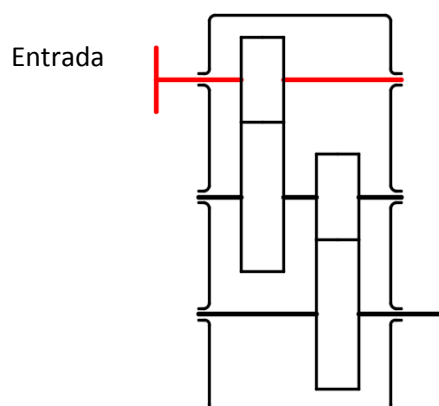


Figura 2.6

Caja reductora de dos etapas. Fuente: Adaptado de [1]

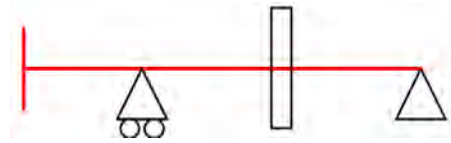


Figura 2.7

Árbol con dos apoyos y un extremo en voladizo.

2.2.2.2. Intermedio

Los árboles intermedios (Ver la Figura 2.8) tienen la función de transmitir la potencia de un árbol a otro. Esto lo consiguen transmitiendo la potencia desde el árbol de entrada por medio de un engranaje, luego este árbol intermedio trasmite la potencia al siguiente engranaje y consecuentemente al árbol de salida. La configuración de elementos que representará este árbol será el de una viga simplemente apoyada sin tramos en voladizo (Ver la Figura 2.9). Además, se tendrá en consideración que en las cajas de tres etapas, se ubicarán dos árboles intermedios como se mostró en la Figura 2.5.

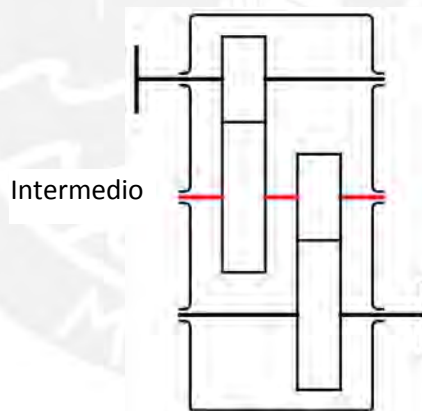


Figura 2.8

Caja reductora de dos etapas. Fuente: Adaptado de [1]

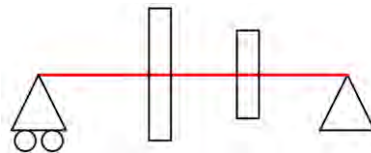


Figura 2.9

Árbol simplemente apoyado sin extremos en voladizo.

2.2.2.3. Salida

El tercer tipo de árbol según la posición en la caja, es el árbol de salida. Este tendrá la función de entregar la potencia, que ingreso desde el árbol de entrada y pasó posteriormente por el intermedio, y la velocidad reducida a un sistema receptor acoplado al extremo del árbol que se encuentra en el exterior de la caja (Ver la Figura 2.10). La configuración de elementos representativa del árbol de salida es una viga con un tramo entre dos apoyos y un tramo en voladizo (Ver la Figura 2.11).

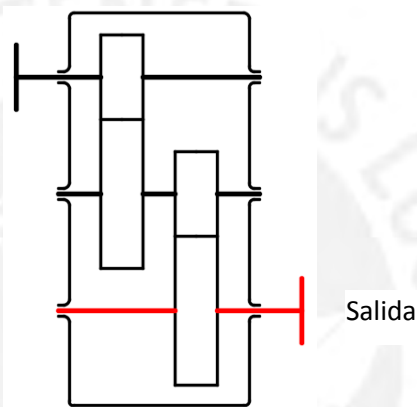


Figura 2.10
Caja reductora de dos etapas. Fuente: Adaptado de [1]

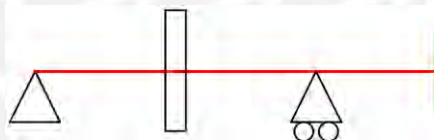


Figura 2.11
Árbol con dos apoyos y un extremo en voladizo.

2.2.3. Por sentido de giro de entrada y tipo de engrane

El sentido de giro del árbol de entrada será una condición inicial en el diseño de la caja reductora y por lo tanto del árbol, pues esta dependerá del sistema que entregará la potencia y velocidad a reducir. Además, el sentido de giro del árbol de entrada será también el que defina el sentido de giro de los demás árboles y por lo tanto el de los engranes, el cual entrará en el análisis para la tipificación. Los sentidos de giro del árbol podrán ser únicamente los siguientes:

- Horario
- Anti horario

La importancia de analizar el sentido de giro del árbol junto al tipo de engrane radica en que estos dos definirán las direcciones y sentidos de las fuerzas que se generarán en los engranes y que se transmitirán al árbol. Y consecuentemente, la ubicación de los resaltes necesarios y anillos de retención.

El análisis principal se da para el caso de los engranes helicoidales pues a diferencia de los rectos, los helicoidales generan no solo fuerzas radiales (F_r) y tangenciales (F_t) sino también fuerzas axiales (F_a) en el árbol. Se analiza un engranaje con solo dos engranes tal como se ha definido para el diseño de la caja reductora. En el análisis se plantearán los casos que surgen a partir de los dos sentidos de giro del árbol, en el que se encuentre el engrane motriz, y del sentido (derecho o izquierdo) que tenga el engrane motriz helicoidal.

A continuación se presenta cuatro engranajes que ejemplificarán los casos analizados:

Engranaje 1: el engrane motriz es helicoidal derecho y el sentido de giro es anti horario, por lo tanto el engrane movido es helicoidal izquierdo y su sentido de giro es horario (Ver la Figura 2.12a). Las direcciones y sentidos de las fuerzas que se generan en el engrane motriz y movido se muestran en la Figura 2.12b.

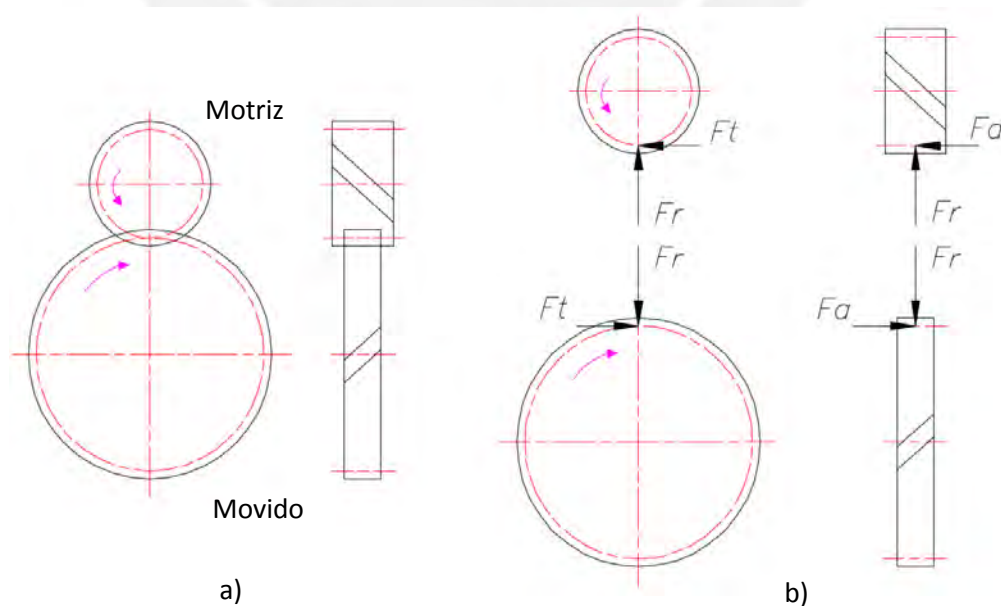


Figura 2.12
 Engranaje 1: a) disposición de engranaje; b) fuerzas de engranes.

Engranaje 2: el engrane motriz es helicoidal derecho y el sentido de giro es horario, por lo tanto el engrane movido es helicoidal izquierdo y su sentido de giro es anti horario (Ver la Figura 2.13a). Las direcciones y sentidos de las fuerzas que se generan en el engrane motriz y movido se muestran en la Figura 2.13b.

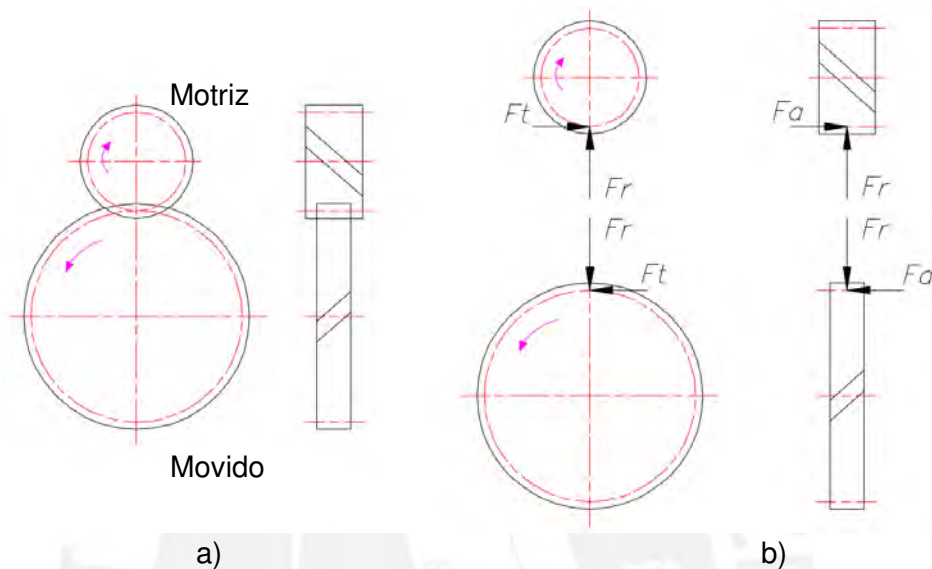


Figura 2.13
Engranaje 2: a) disposición de engranaje; b) fuerzas de engranes.

Engranaje 3: el engrane motriz es helicoidal izquierdo y el sentido de giro es anti horario, por lo tanto el engrane movido es helicoidal derecho y su sentido de giro es horario (Ver la Figura 2.14a). Las direcciones y sentidos de las fuerzas que se generan en el engrane motriz y movido se muestran en la Figura 2.14b.

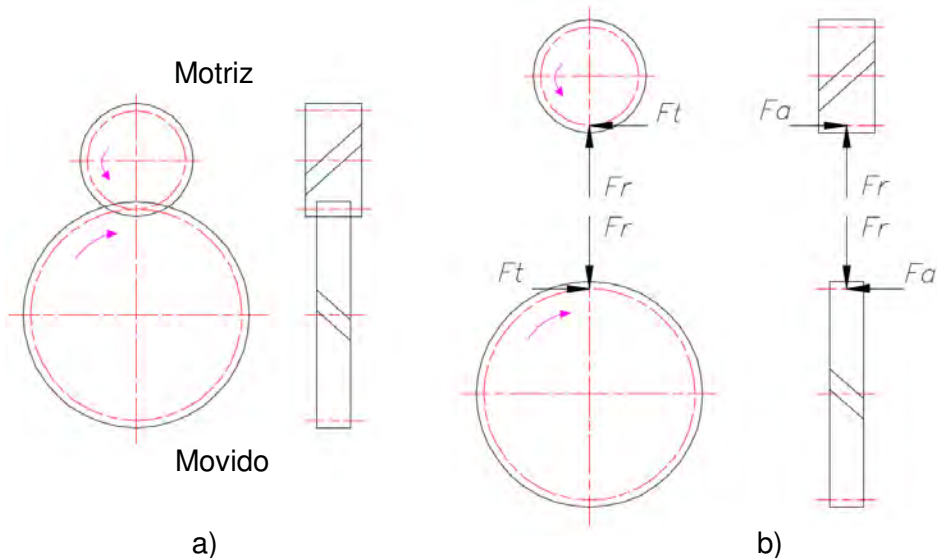


Figura 2.14
Engranaje 3: a) disposición de engranaje; b) fuerzas de engranes.

Engranaje 4: el engrane motriz es helicoidal izquierdo y el sentido de giro es horario, por lo tanto el engrane movido es helicoidal derecho y su sentido de giro es anti horario (Ver la Figura 2.15a). Las direcciones y sentidos de las fuerzas que se generan en el engrane motriz y movido se muestran en la Figura 2.15b.

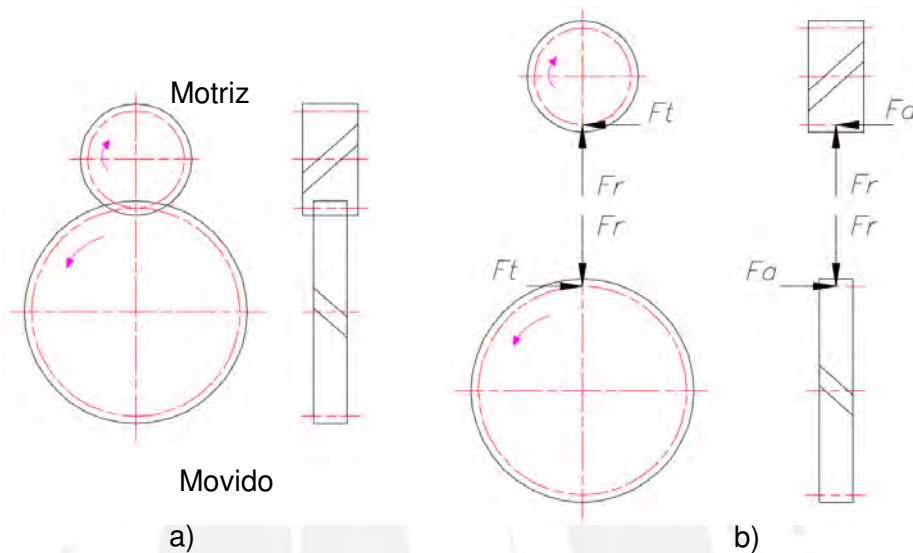
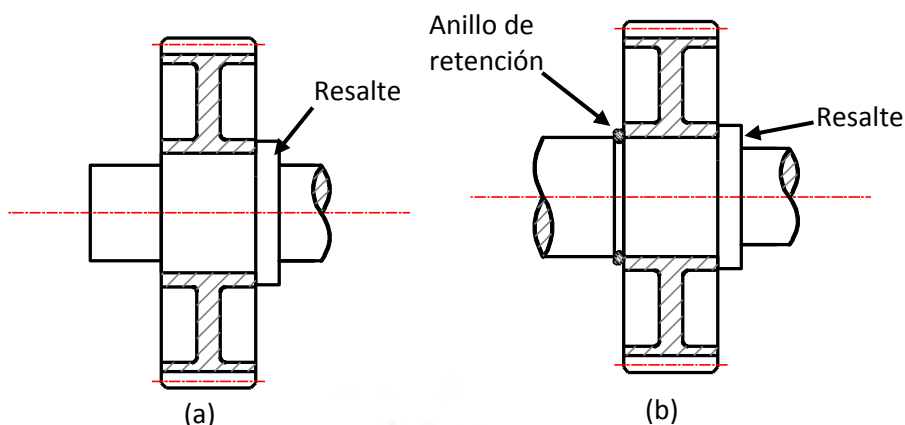


Figura 2.15

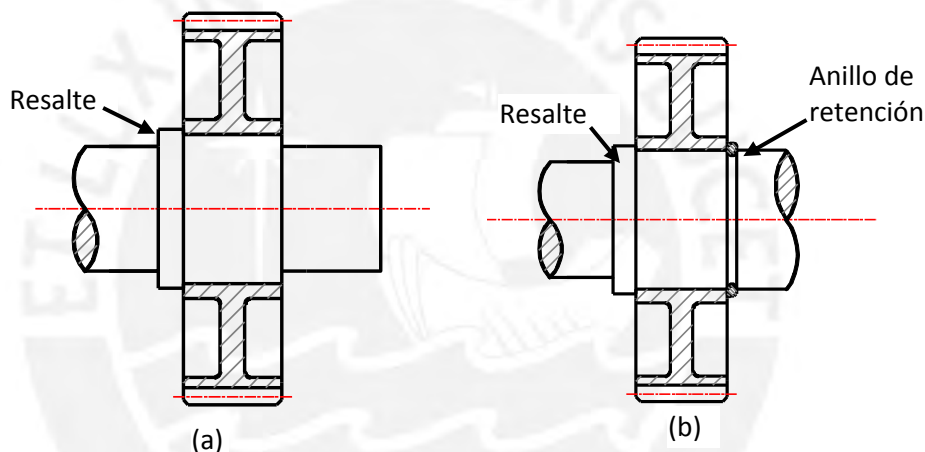
Engranaje 4: a) disposición de engranaje; b) fuerzas de engranes.

Para este caso de tipificación, la componente axial o en dirección al eje del árbol será más relevante que la tangencial y radial. Esto es debido a que esta fuerza define a qué lado del engrane se coloca el resalte que soporta esta fuerza y que a la vez sirva como tope para fijar su posición en el árbol. Además, si es necesario el uso de un anillo de retención para el engrane, su ubicación también será definida por la componente axial.

En el caso de tener un engrane que genere una fuerza axial hacia la derecha, se tendrá que colocar un resalte al lado derecho de este (Ver la Figura 2.16a). En el caso de requerir un anillo de retención, el anillo se colocará al lado izquierdo del engrane (Ver la Figura 2.16b). Mientras que en el caso de tener una fuerza axial hacia la izquierda, se tendrá que colocar el resalte al lado izquierdo del engrane (Ver la Figura 2.17a) y en el caso de requerir de un anillo de retención, este se colocará al lado derecho del engrane (Ver la Figura 2.17b).

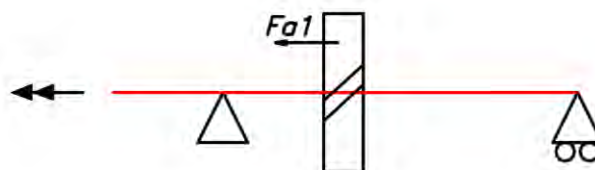
**Figura 2.16**

Engranes apoyados en resalte derecho: a) engrane apoyado en resalte; b) engrane entre anillo de retención y resalte.

**Figura 2.17**

Engranes apoyados en resalte izquierdo: a) engrane apoyado en resalte; b) engrane entre resalte y anillo de retención.

Teniendo la influencia tanto del sentido de giro como del tipo de engrane, se deberá plantear los casos que se generan en todos los árboles mostrando la dirección de la fuerza axial que se generará en cada engrane. Los árboles que tienen un solo engrane, que vienen a ser los árboles de entrada y salida, requieren de un apoyo que soporte la fuerza axial y este caso será planteado como se ve en la Figura 2.18. Este tipo de árbol debido a tener solo un engrane y con fuerza axial hacia la derecha, podrá tener la forma mostrada en la Figura 2.19.

**Figura 2.18**

Esquema de árbol de entrada con engrane y fuerza axial hacia la izquierda.

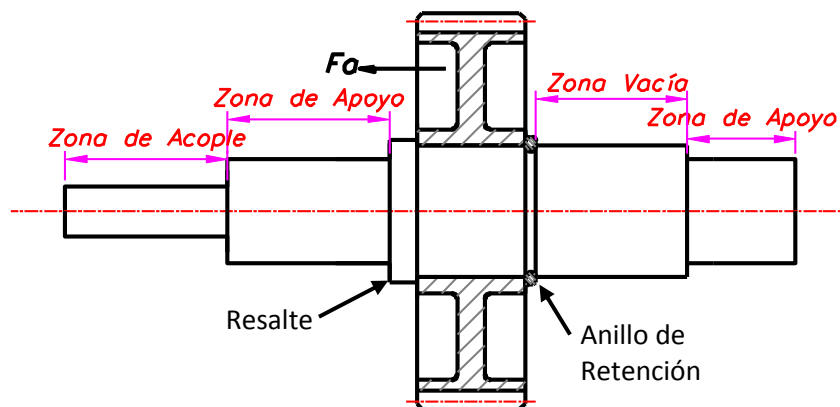


Figura 2.19

Árbol de entrada de caja reductora de dos etapas, con engrane, fuerza axial hacia la izquierda, resalte a la izquierda y anillo de retención a la derecha.

Los casos planteados para los árboles con dos engranes, que serán los intermedios, tendrán más variantes debido a que las combinaciones de direcciones de fuerzas axiales son tres: dos engranes con fuerzas axiales en un mismo sentido, sea derecha o izquierda (Ver la Figura 2.20a); dos engranes con fuerzas axiales en sentidos opuestos pero apuntando hacia el interior (Ver la Figura 2.20b); y dos engranes con fuerzas axiales en sentido opuesto apuntando hacia el exterior (Ver la Figura 2.20c). Y por lo tanto, los árboles intermedios podrían tener formas como las mostradas en la Figura 2.21.

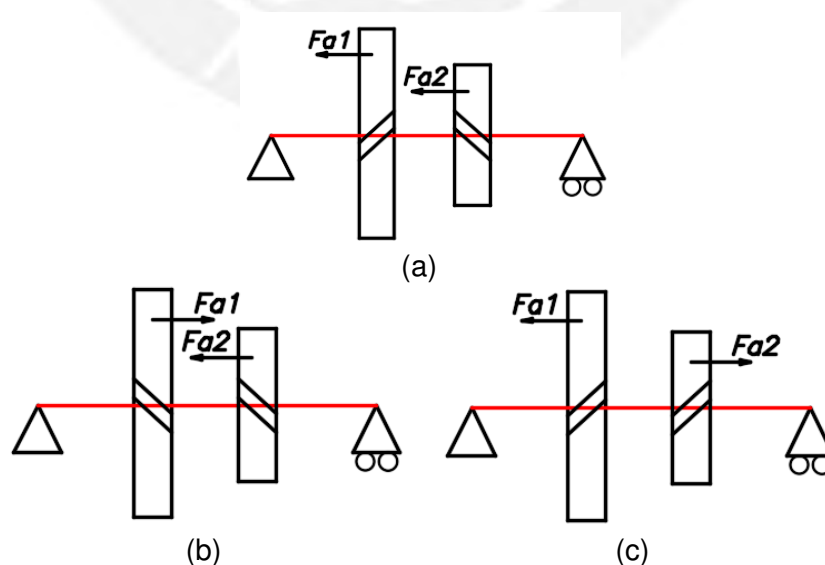


Figura 2.20

Fuerzas axiales en árboles intermedios: a) un mismo sentido; b) sentidos opuestos pero apuntando hacia el interior; c) sentido opuesto apuntando hacia el exterior.

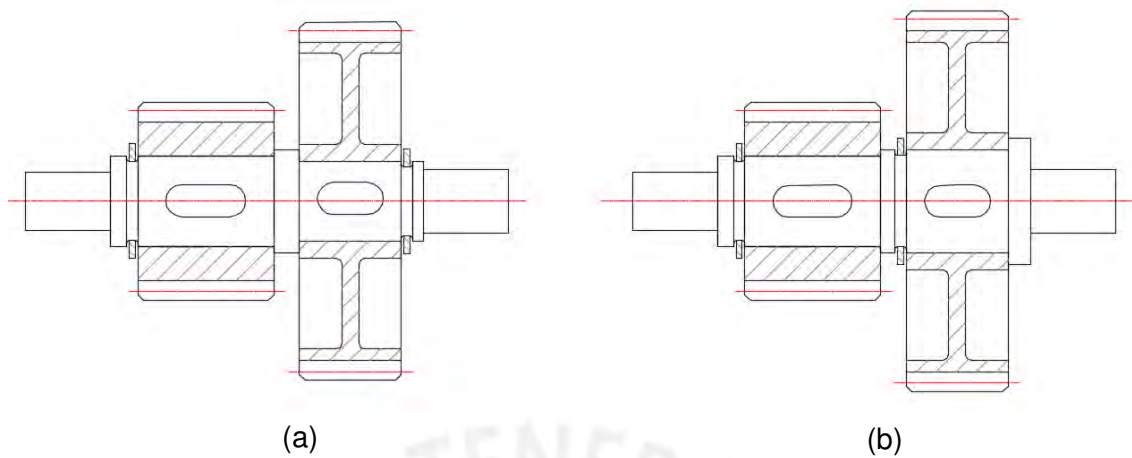


Figura 2.21
Árboles intermedios de dos etapas.

En este análisis se obtiene una larga cantidad de esquemas de árboles como los mostrados en la Figura 2.18 y Figura 2.20. Como se mostró en esta sección, el sentido de giro y tipo de engrane, definirá estos parámetros en el otro engrane con el que trabaje. De este modo es que se podrá definir estas mismas condiciones para todos los engranes de las cajas. Teniendo en cuenta esto, la lista de casos planteados se dividirá por número de etapas, sentido de giro de entrada y tipo de engrane inicial. Esta lista de los casos se mostrará de forma completa en **Anexo 4.1**.

2.2.4. Por ubicación de salida

Los sistemas acoplados a la entrada y salida de la caja reductora están situados al lado que el usuario requiera, por lo tanto es una condición inicial que se deberá tener en cuenta para el diseño. Las ubicaciones de estos dos sistemas podrán ser a lados opuestos (Ver la Figura 2.22 a) o al mismo lado (Ver la Figura 2.22 b).

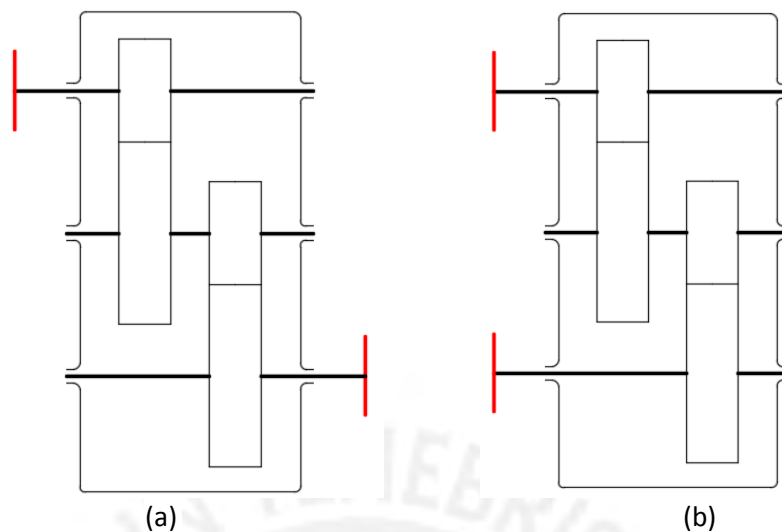


Figura 2.22

Cajas reductoras con sistemas de entrada y salida en lados opuestos y al mismo lado. Fuente: Adaptado de [1]

Para poder simplificar el diseño se ha tomado como variante principal solo la ubicación del sistema de salida. Esto quiere decir que variando la forma constructiva del árbol de salida se podrá cumplir con los dos casos ya planteados. La simplificación de la tipificación conlleva a que los árboles de salida solo tendrán que variar la zona de acople y zonas de rodamiento. Con esto se logra mantener sin alteraciones la zona entre apoyos sea cual sea la ubicación del sistema de salida. En la Figura 2.23 se puede observar dos árboles de salida que varían en la ubicación el sistema de salida y mantienen sin cambios la zona entre apoyos.

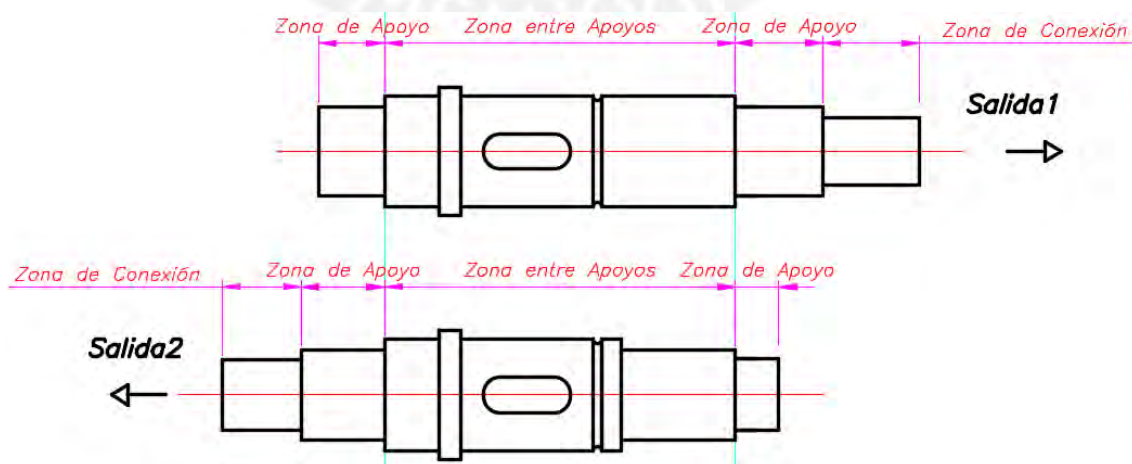


Figura 2.23

Árbol de salida con las dos posibles configuraciones de entrega.

2.3. Selección de formas constructivas definitivas

En el planteamiento de casos se obtienen todas las posibilidades de árboles que se pudieran requerir para el diseño de las cajas reductoras de dos y tres etapas. Todos estos casos se encuentran esquematizados en **Anexo 4.1**. Sin embargo, no todos los casos planteados sirven correctamente o son la mejor alternativa de diseño, es por este motivo que se realiza una selección entre todos y se crea una librería final de los árboles con las formas constructivas definitivas. En este proceso se busca tener la menor cantidad de árboles tipificados para satisfacer todos los requerimientos de la caja reductora. Las cajas reductoras que se requieren son 8 como mínimo para los casos principales de engranes helicoidales, pero se agregan 4 para los de engranes rectos, estas son:

- Caja 1: Caja reductora de 2 etapas, velocidad a la entrada en sentido horario y con sistema de entrada y salida en lados opuestos
- Caja 2: Caja reductora de 2 etapas, velocidad a la entrada en sentido horario y sistema de entrada y salida al mismo lado
- Caja 3: Caja reductora de 2 etapas, velocidad a la entrada en sentido anti horario y con sistema de entrada y salida en lados opuestos
- Caja 4: Caja reductora de 2 etapas, velocidad a la entrada en sentido anti horario y con sistema de entrada y salida al mismo lado
- Caja 5: Caja reductora de 3 etapas, velocidad a la entrada en sentido horario y con sistema de entrada y salida en lados opuestos
- Caja 6: Caja reductora de 3 etapas, velocidad a la entrada en sentido horario y sistema de entrada y salida al mismo lado
- Caja 7: Caja reductora de 3 etapas, velocidad a la entrada en sentido anti horario y con sistema de entrada y salida en lados opuestos
- Caja 8: Caja reductora de 3 etapas, velocidad a la entrada en sentido anti horario y con sistema de entrada y salida al mismo lado
- Caja 9: Caja reductora de 2 etapas con engranes rectos, velocidad a la entrada en sentido horario o anti horario y con sistema de entrada y salida en lados opuestos
- Caja 10: Caja reductora de 2 etapas con engranes rectos, velocidad a la entrada en sentido horario o anti horario y sistema de entrada y salida al mismo lado

- Caja 11: Caja reductora de 3 etapas con engranes rectos, velocidad a la entrada en sentido horario o anti horario y con sistema de entrada y salida en lados opuestos
- Caja 12: Caja reductora de 3 etapas con engranes rectos, velocidad a la entrada en sentido horario o anti horario y sistema de entrada y salida al mismo lado

2.3.1. Criterio de selección

Para realizar esta parte de la tipificación se utilizan criterios de selección con los cuales se toma los árboles más convenientes acorde a estos criterios. Los criterios son los siguientes:

- Criterio 1: al tener una alternativa que no sea funcional en el sentido de que la configuración requiera de más accesorios rara vez usados o formas constructivas no usadas, se descarta.
- Criterio 2: al tener dos o más alternativas que cumplan la misma función, se toma la alternativa con el diseño de menor complejidad de producción y fabricación.
- Criterio 3: al tener dos o más alternativas que cumplan la misma función, se toma la alternativa con el diseño típico según bibliografía.
- Criterio 4: al tener dos o más alternativas que cumplan la misma función, se toma la alternativa que reduzca la cantidad total de árboles tipificados.

2.3.2. Selección de casos

Se inicia la selección con los árboles para la Caja 1 y luego se sigue hasta la Caja 8 separándolos por dos y tres etapas. Los casos se muestran en **Anexo 4.1**.

Para la **Caja 1** se tiene las alternativas: caso 1b, caso 2b, caso 3b y caso 4b. Con el criterio 1 se descarta el caso 3b, esto se debe a que en el árbol intermedio se tienen las fuerzas axiales en sentido contrario y hacia el exterior por lo cual se requeriría dos resaltes en los extremos y esto haría inaccesible el ensamble de los engranes. Con el criterio 3 se descarta el caso 1b, esto porque en el árbol intermedio las fuerza axiales están en un mismo sentido pero el piñón tiene como apoyo al escalón donde se encuentra la rueda. Esta configuración no es conveniente según los árboles típicos porque el diámetro en la sección del piñón es mayor que en la sección de la rueda. Por

el criterio 2 se selecciona el **caso 2b**, pues el tener el árbol intermedio con las fuerzas axiales en sentido contrario y hacia adentro, hace que se requiera un único resalte como apoyo de los engranes.

Para la **Caja 2** se tiene las alternativas: caso 1a, caso 2a, caso 3a y caso 4a. Por el criterio 4 se selecciona el **caso 2a**, pues tiene la misma configuración que la Caja 1 solo que cambia en el lado de salida.

Para la **Caja 3** se tiene las alternativas: caso 5b, caso 6b, caso 7b y caso 8b. Con el criterio 1 se descarta el caso 6b; con el criterio 3 se descarta el caso 8b; y con el criterio 2 se descarta el caso 5b. Por lo tanto se selecciona el **caso 7b** para la Caja 3.

Para la **Caja 4** se tiene las alternativas: caso 5a, caso 6a, caso 7a y caso 8a. Por el criterio 4 se selecciona el **caso 7a**, pues tiene la misma configuración que la Caja 3 variando el lado de salida.

Para la **Caja 5** se tiene las alternativas: caso 9b, caso 10b, caso 11b, caso 12b, caso 13b, caso 14b, caso 15b y caso 16b. Con el criterio 1 se descarta el caso 11b, caso 12b, caso 13b y caso 15b; con el criterio 3 se descarta el caso 9b y caso 10b; y con el criterio 2 se descarta el caso 14b por tener dos árboles intermedios de mayor complejidad de producción mientras que el caso 16b tiene solo uno. Por lo tanto, se selecciona el **caso 16b** para la Caja 5.

Para la **Caja 6** se tiene las alternativas: caso 9a, caso 10a, caso 11a, caso 12a, caso 13a, caso 14a, caso 15a y caso 16a. Por el criterio 4 se selecciona el **caso 16a**, pues tiene la misma configuración que la Caja 5 variando el lado de salida.

Para la **Caja 7** se tiene las alternativas: caso 17b, caso 18b, caso 19b, caso 20b, caso 21b, caso 22b, caso 23b y caso 24b. Con el criterio 1 se descarta el caso 18b, caso 20b, caso 23b y caso 24b; con el criterio 3 se descarta el caso 21b y caso 22b; y con el criterio 2 se descarta el caso 17b por tener dos árboles intermedios de mayor complejidad de producción mientras que el caso 23b tiene solo uno. Por lo tanto se selecciona el **caso 19b** para la Caja 7.

Para la **Caja 8** se tiene las alternativas: caso 17a, caso 18a, caso 19a, caso 20a, caso 21a, caso 22a, caso 23a y caso 24a. Por el criterio 4 se selecciona el **caso 19a**, pues tiene la misma configuración que la Caja 7 variando el lado de salida.

Para las cajas de engranes rectos se toman los mismos modelos que se emplean en las cajas de engranes helicoidales, con la diferencia de usar engranes rectos únicamente. Esto se puede realizar debido a que si bien los engranes rectos no generan fuerzas axiales, deberán ser localizados axialmente y para esto se requieren las mismas formas constructivas en el árbol.

Para la **Caja 9** se toma la **Caja 1**, para la **Caja 10** se toma la **Caja 2**, para la **Caja 11** se toma la **Caja 5** y para la **Caja 12** se toma la **Caja 6**.

Todos estos casos seleccionados se ordenan nuevamente y forman la librería final de casos esquematizados (**Anexo 4.2**). A continuación, se muestran los casos seleccionados, en las Figuras 2.24, 2.25, 2.26.

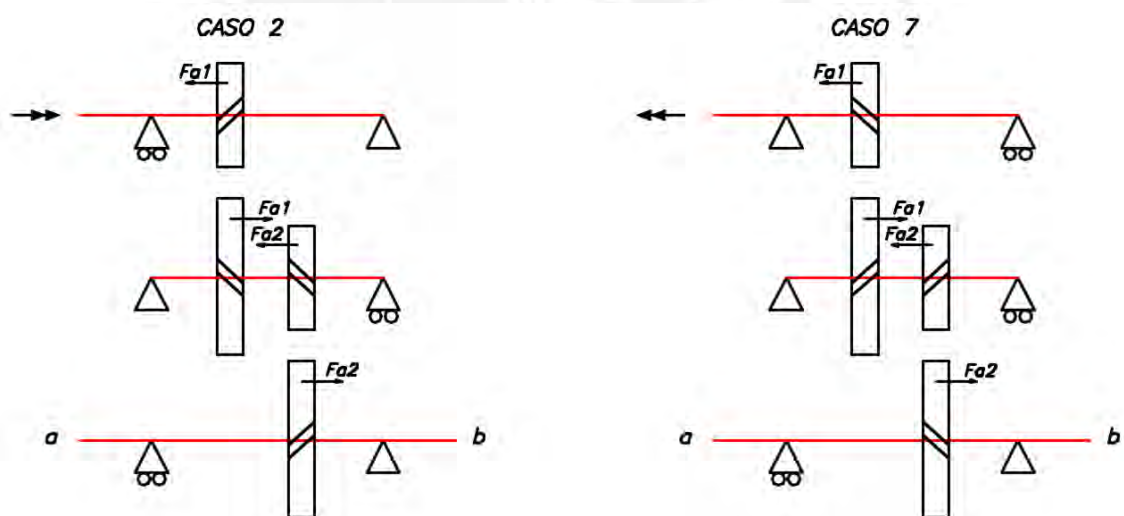


Figura 2.24

Esquemas de árboles con engranes cilíndricos helicoidales en cajas de 2 etapas.

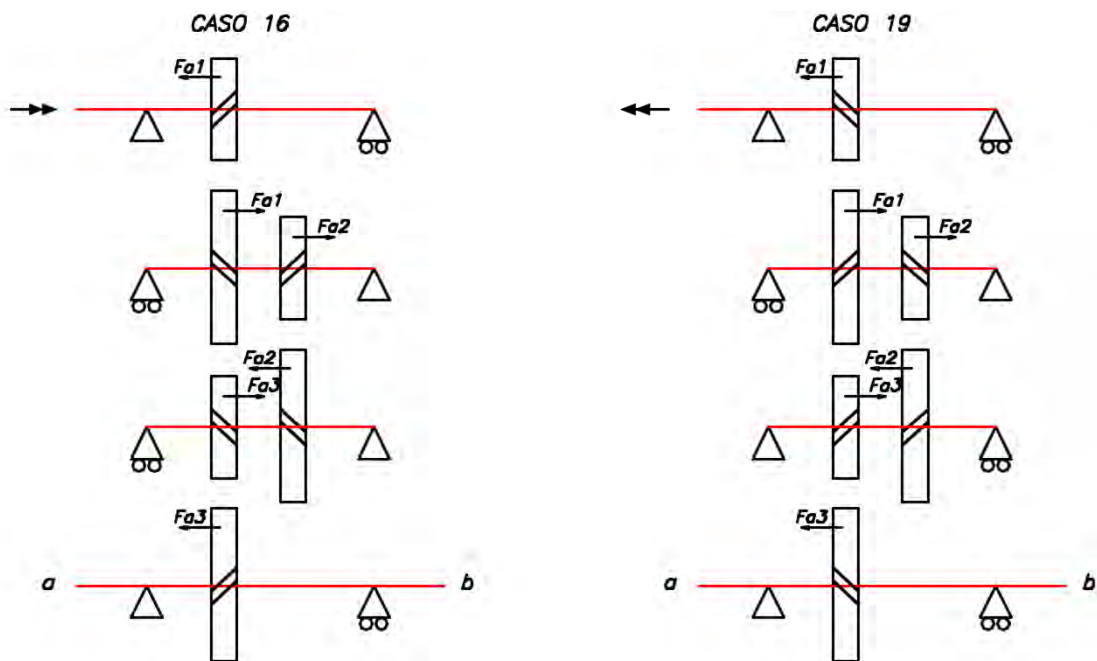


Figura 2.25

Esquemas de árboles con engranes cilíndricos helicoidales en cajas de 3 etapas.

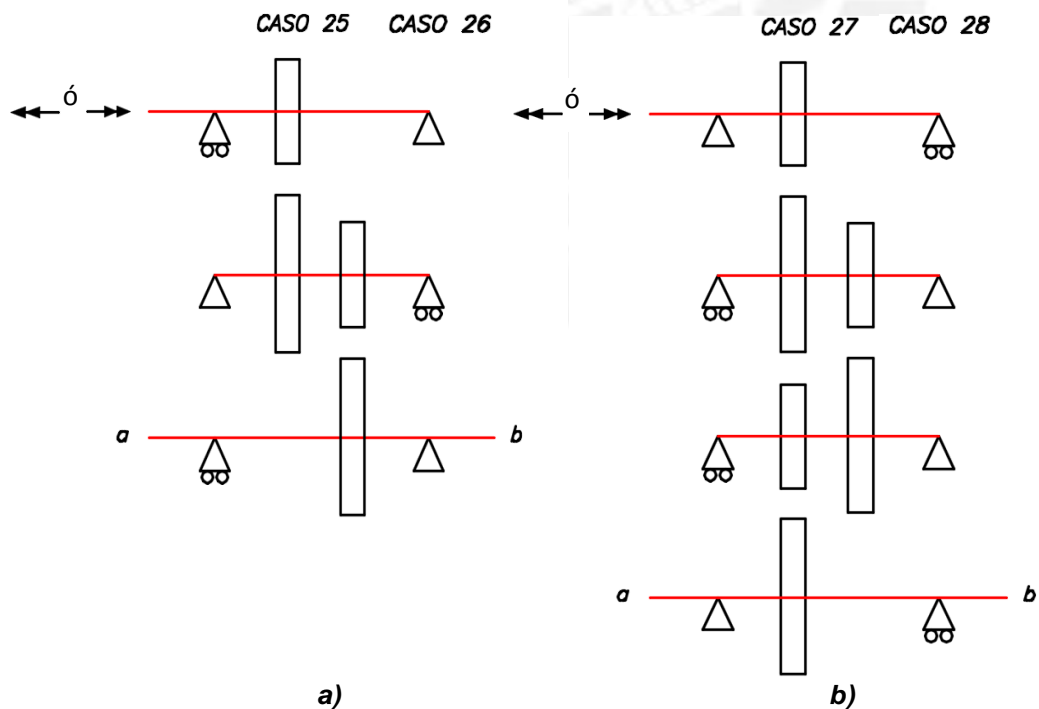


Figura 2.26

Esquemas de árboles con engranes cilíndricos rectos: a) en cajas de 2 etapas; b) en cajas de 3 etapas.

2.4. Relaciones de longitudes y diámetros

Al tener una librería con todos los casos seleccionados se pasa a la última parte de la tipificación, la asignación de relaciones de longitudes y diámetros. Esta parte de la tipificación da como resultado la forma constructiva final de los árboles considerando los tipos de cargas que se le aplicarán y detalles constructivos como apoyos, resaltes, canales chaveteros y canales para anillos de retención. Para este proceso se realiza una división del árbol y así ordenar el análisis. Todos los árboles están divididos en zonas, pero no todos los árboles cuentan con todas estas. A continuación se enlista todas las zonas que serán tipificadas con longitudes y diámetros:

- Zona de acople de entrada
- Zona de apoyo adyacente al acople de entrada
- Zona de apoyo simple
- Zona de resalte
- Zona de engranes
- Zona de anillo de retención
- Zona vacía
- Zona de apoyo adyacente al acople de salida
- Zona de acople de salida

2.4.1. Longitudes

Las relaciones de longitudes que tiene cada sección del árbol se dan en función de datos de entrada, recomendaciones y cálculos.

- Zona de acople de entrada: esta longitud es dada como valor de entrada pues depende directamente de lo que el usuario desee conectar.
- Zona de apoyo adyacente al acople de entrada (L_{aae}): esta longitud se define por la siguiente expresión:

$$L_{aae} = 2.5 * b_{max} \quad (25)$$

Dónde:

b_{max} : ancho máximo entre rodamientos de la caja reductora

- Zona de apoyo simple: esta longitud es igual al ancho del rodamiento que corresponda a dicho apoyo sumado con la medida del chaflán.
- Zona entre apoyos (L_{eap}): esta zona dependiendo del árbol, puede tener incluidas las zonas de resalte, engrane, anillo de retención y vacía. Esta zona tiene una longitud igual a la suma de sus zonas internas pero también puede ser un dato de entrada.
- Zona de resalte (L_{res}): el ancho de estos resaltes o escalones debe ser 0.1 a 0.15 del diámetro adyacente superior según [1]. Sin embargo, este diámetro no se tiene inicialmente, por este motivo se toma un valor promedio para este ancho:

$$L_{res} = 25 \text{ mm} \quad (26)$$

- Zona de engranes (L_{eng}): la longitud que tendrá será igual al ancho del engrane correspondiente. En esta zona también se encuentra centrada la zona de chaveta, la cual se obtiene en función de la norma DIN 6885 y cálculos de resistencia para la chaveta.
- Zona de anillo de retención (L_{ret}): el anillo de retención se encuentra ubicado dentro de un canal maquinado en el árbol. Este canal tendrá un ancho recomendado por el fabricante del anillo. Este anillo se selecciona en función del diámetro del eje en dicha sección, pero al no tener un diámetro inicial, se tomará un ancho promedio según [19] para el canal del anillo de retención.

$$L_{ret} = 4.15 \text{ mm} \quad (27)$$

- Zona vacía (L_{vac}): la longitud de esta zona estará en función de la zona entre apoyos y las zonas dentro de ella.

$$L_{vac} = L_{eap} - (L_{res} + L_{eng} + L_{ret}) \quad (28)$$

- Zona de apoyo adyacente al acople de salida (L_{aas}): esta longitud se define por la siguiente expresión:

$$L_{aas} = 2.5 * b_{max} \quad (29)$$

- Zona de acople de salida: esta longitud es dada como valor de entrada pues depende directamente de lo que el usuario desee accionar.

2.4.2. Diámetros

Para los diámetros se tiene varias relaciones pues todos los diámetros son calculados y luego corregidos en función de estas relaciones. Las relaciones de diámetros que

tiene cada sección del árbol se dan en función de recomendaciones y formas constructivas como el requerimiento de apoyos para absorber cargas y fijar posiciones axiales.

- Zona de acople de entrada (d_{ace}): este diámetro tiene que cumplir con la siguiente condición:

$$d_{ace} < d_{aae} - 10mm \quad (30)$$

- Zona de apoyo adyacente al acople de entrada (d_{aae}): este diámetro tiene que cumplir la siguiente condición según [6]:

$$d_{aae} + 2 * s_r > d_{res} \quad (31)$$

- Zona de apoyo simple (d_{aps}): este diámetro tiene que cumplir con la siguiente condición:

$$d_{aps} < d_{res} \quad (32)$$

- Zona entre apoyos: esta zona dependiendo del árbol, puede tener incluidas las zonas de resalte, engrane, anillo de retención y vacía. Por lo tanto, tiene distintos diámetros en sus distintas secciones.

- Zona de resalte (d_{res}): este diámetro tiene que cumplir las siguiente condiciones: El diámetro del resalte es mayor que el de las dos secciones adyacentes.

$$d_{res} > d_{ady1} \quad \wedge \quad d_{res} > d_{ady2} \quad (33)$$

También debe ser como mínimo 1.1 del diámetro adyacente superior según [1].

$$1.1 * d_{adys} < d_{res} \quad (34)$$

Si es que hay rodamientos apoyados en este resalte, este diámetro también debe ser menor que el diámetro interno del rodamiento más $2*s_r$.

$$d_r + 2 * s_r > d_{res} \quad (35)$$

- Zona de engranes (d_{eng}): este diámetro se calculará y no dependerá de relaciones con otras secciones.
- Zona de anillo de retención (d_{ret}): el anillo de retención se encuentra ubicado dentro de un canal maquinado en el árbol. Este canal tiene un diámetro recomendado por el fabricante del anillo. Este anillo se selecciona en función del diámetro del eje en dicha sección según [19], pero al no tener un diámetro inicial, se halla luego de realizar el análisis por resistencia y obtener un diámetro inicial del árbol.

- Zona vacía (d_{vac}): esta zona se ubica en todos los casos, adyacente al anillo de retención, por lo que se le asigna el diámetro de la zona de engrane con el que trabaja dicho anillo.
- Zona de apoyo adyacente al acople de salida (d_{aas}): este diámetro tiene que cumplir la siguiente condición:

$$d_{aas} + 2 * s_r > d_{res} \quad (36)$$

- Zona de acople de salida (d_{acs}): este diámetro tiene que cumplir con la siguiente condición:

$$d_{acs} < d_{aas} - 10mm \quad (37)$$

Estas relaciones permiten tener una idea más clara de las formas constructivas que tendrán los árboles en relación con sus diámetros y longitudes por sección. Con estas condiciones finales se obtienen 9 árboles definitivos, 4 serán para cajas de 2 etapas (ver Figura 2.27) y 5 serán para cajas de 3 etapas (ver Figura 2.28). Dando así la posibilidad de darles configuraciones de cargas, tipos de engranes y sentido de giro para cumplir los 12 casos establecidos. En el **ANEXO 5** se muestran los diagramas de los árboles con las formas que tendrán para cada caso.

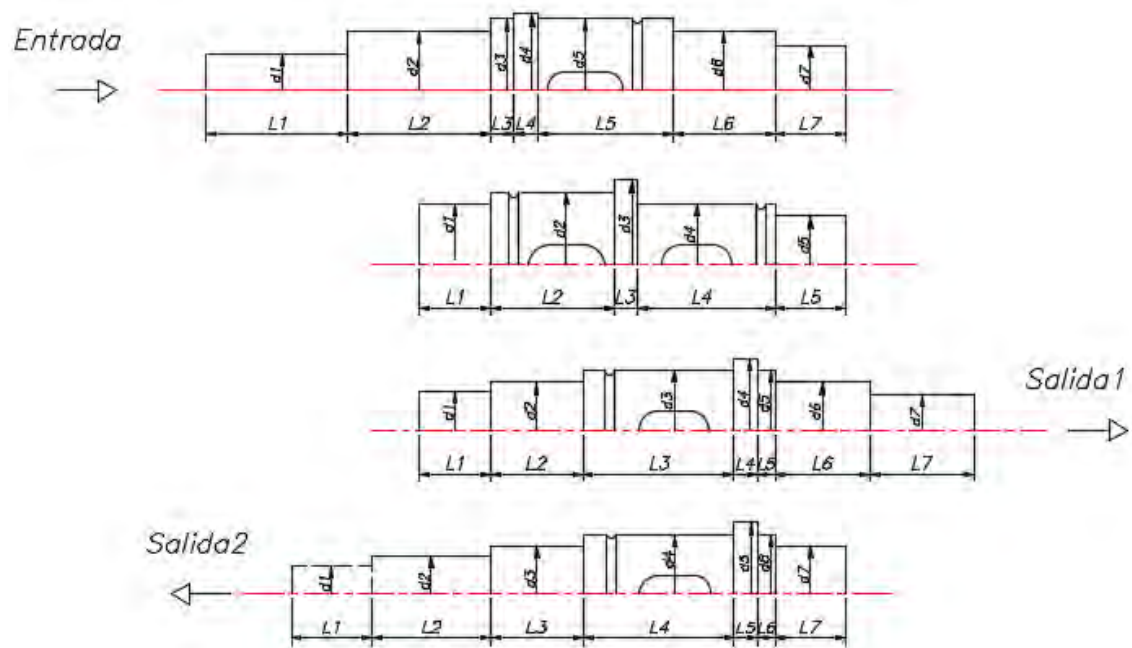


Figura 2.27
Esquema de árboles definitivos en cajas de 2 etapas.

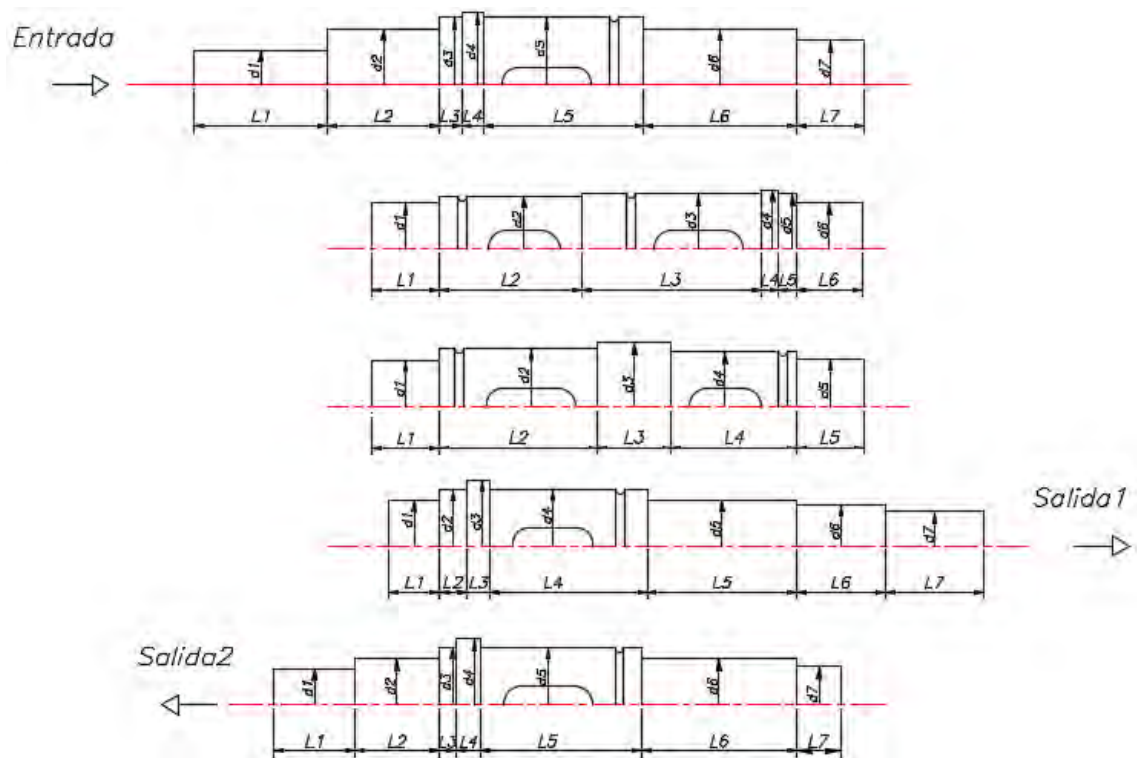


Figura 2.27
Esquema de árboles definitivos en cajas de 3 etapas.

CAPÍTULO 3

DESARROLLO DEL ALGORITMO

El objetivo de este capítulo es elaborar un algoritmo que permita dimensionar y comprobar árboles para cajas reductoras. Para conseguirlo se debe tener conocimiento previo de los parámetros y procedimientos para el diseño de los árboles para cajas reductoras. También se debe establecer la división inicial para su desarrollo: entrada, proceso y salida. Esta división logra distinguir los datos que se necesitan para el funcionamiento del algoritmo, las operaciones que se realizan y los datos que se obtengan al finalizar. Finalmente se debe tener conocimientos de técnicas de diseño de algoritmos y de este modo evitar un desarrollo desordenado y redundante.

Este capítulo se dividirá en la explicación de las consideraciones tomadas, y en el desarrollo del algoritmo. El desarrollo será también esquematizado en diagramas de flujos para mostrar su secuencia lógica con mayor facilidad.

3.1. Consideraciones para el desarrollo del algoritmo

Es necesario establecer ciertas consideraciones previas al desarrollo de un algoritmo. Pues con estas se tendrá una mejor idea de la forma de trabajo que se busca, mayor organización al inicio y durante el desarrollo, noción de la información con la que se cuenta y noción de qué es lo que se espera.

Las consideraciones para el desarrollo del algoritmo se pueden dividir en tres. La ubicación del algoritmo como módulo dentro del algoritmo mayor para el diseño de cajas reductoras. La técnica escogida para el diseño del algoritmo, *Top Down*. Y los datos que intervendrán en él, tanto para la entrada como para la salida.

3.1.1. Ubicación dentro del algoritmo de diseño de cajas reductoras

Se tiene que establecer que este algoritmo tendrá como una de sus principales características, el ser flexible para poder ser incluido en un algoritmo mayor. Esto se debe a que como ya se mencionó, el presente trabajo de tesis pertenece a un proyecto que busca el desarrollo de un programa de diseño de cajas reductoras, en el cual el árbol es uno de los elementos a diseñar. Y es así que el algoritmo que se desarrolla en esta tesis será uno de los módulos utilizados en el algoritmo para el diseño de cajas.

Tener la capacidad de ser incluido en un algoritmo mayor, implicará interconectarse con los otros algoritmos de la caja reductora. Estos algoritmos serán de dos tipos: de gobierno y esclavo. El de gobierno será un algoritmo que utilice e interconecte a los algoritmos esclavos para poder realizar las operaciones globales. Y el esclavo será el algoritmo que realice las tareas específicas. En el diseño de las cajas reductoras habrá uno solo de gobierno y será el que reciba y entregue datos entre los esclavos, para así conseguir un diseño global de la caja reductora. Mientras que los esclavos serán los módulos de diseño de elementos como: rodamientos, engranes, carcasas y árboles.

3.1.2. Técnica de diseño de algoritmo

El algoritmo se desarrollará conforme al modelo *Top Down*, el cual busca darle un orden descendente. Este orden descendente, se refiere a disminuir la dificultad de un problema dividiéndolo en problemas más sencillos y así continuar de forma progresiva con los nuevos problemas (ver la Figura 3.1). Esta división se realiza hasta llegar a un punto en el cual la complejidad sea mínima.

Con esta técnica se podrá conseguir distintas ventajas como:

- Tener un algoritmo más simplificado pues este será dividido en partes más sencillas.

- Tener independencia entre las partes divididas.
- Detallar procedimientos importantes que se perderían de no haberse independizado.
- Una mejor organización de los procedimientos en módulos y submódulos.

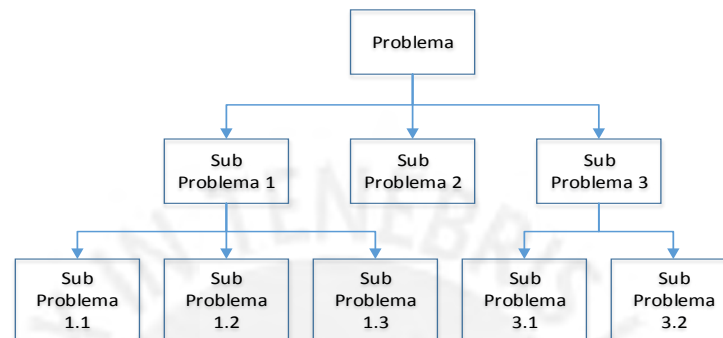


Figura 3.1
Diagrama de diseño Top Down.

3.1.3. Entradas y salidas de algoritmo

A la información que el algoritmo recibirá y entregará se le denominará entradas y salidas respectivamente. Estas estarán vinculadas por medio de los procedimientos, los cuales se explicarán a partir de la sección 3.2, tanto la entrada como la salida serán parámetros para el diseño de árboles, los cuales han sido señalados en la sección 1.2.1.

Las entradas serán los datos iniciales que el algoritmo requerirá para poder iniciar las operaciones. En este trabajo de tesis se desarrolla un algoritmo que tendrá datos de entrada que pueden provenir tanto del usuario como del programa mayor de diseño de cajas reductoras y los otros módulos de diseño. Por otro lado los datos de salida pueden tener dos destinos, estos pueden ser dirigidos y presentados al usuario o dirigidos a otro módulo del programa de diseño de cajas reductoras y funcionar como dato de entrada.

Los datos de entrada serán los siguientes: cargas en el árbol; dimensiones de engranes y rodamientos; distancia entre apoyos del árbol, la cual será opcional pues en caso no se tenga se deberá ingresar las dimensiones de todos los engranes existentes en la caja reductora; y condiciones de trabajo. Estos datos serán los que se

tendrán que ingresar cada vez que se inicie el algoritmo por el usuario, sin embargo, se tendrán otros datos que no son ingresados por el usuario sino que ya se encontrarán en la base de datos y servirán como datos de entrada para ciertos procesos, estas bases de datos serán las librerías.

Los datos que pertenecen a estas librerías y los cuales son valores que el usuario no puede modificar son: árboles típicos, materiales, factores de seguridad para fluencia y fatiga, factores de concentración de esfuerzos, chavetas y anillos de retención.

Los datos de salida serán los siguientes: dimensiones del árbol; factores de seguridad a fluencia y fatiga; deformaciones del árbol.

En la Figura 3.2 se puede ver la representación gráfica de los datos que ingresarán al algoritmo y los datos que este entregará, mientras que en la caja negra se encontrarán los procedimientos.

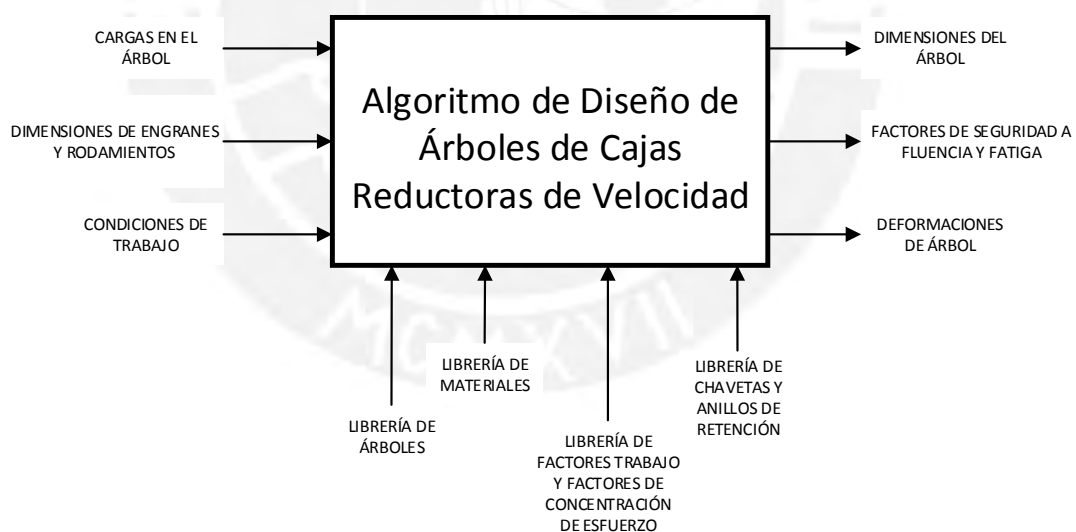


Figura 3.2
Caja negra de diseño de árboles de caja reductora.

3.2. Algoritmo general para el diseño de árboles

Como ya se mencionó, el algoritmo será diseñado con la técnica Top Down, y es por este motivo que se iniciará describiendo el desarrollo del algoritmo general, el cual contendrá distintitos módulos que serán explicados en las siguientes secciones del capítulo. Este algoritmo general del diseño de árboles será representado en la Figura

3.3. En él se puede ver que se inicia con la lectura de los datos de ingreso requeridos para el diseño de los árboles, tanto datos ingresados por el usuario como provenientes de otro módulo de diseño. Luego de la lectura, se inicia el diseño de árboles, en el cual estará incluido el análisis por fluencia, fatiga y deformación. Esta subrutina, “diseño de árboles”, será parte de un bucle que terminará cuando la condición de cumplir sea afirmativa. Al finalizar el bucle y se tenga el diseño definitivo, este se mostrará dando así por finalizado el algoritmo.

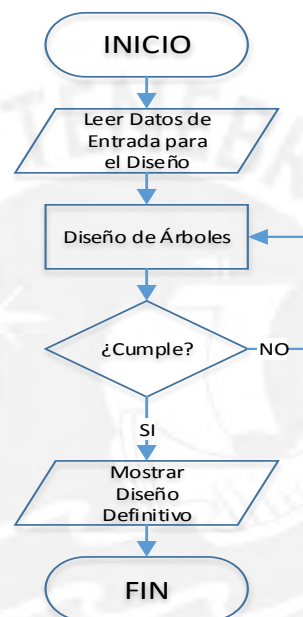


Figura 3.3

Diagrama de flujo de algoritmo general de diseño de árboles de caja reductora.

En la Figura 3.3 se mostró el diagrama de flujo del algoritmo general de forma simplificada, sin mostrar los datos de entrada o las bases de datos utilizadas. A continuación, este se detallará de forma más profunda en un diagrama de flujo donde se tendrá una clasificación de sus partes: datos de entrada, base de datos, datos intermedios, procesos y salida.

3.2.1. Datos de entrada

En las Figuras 3.4, 3.5, 3.6, 3.7 y 3.8 se puede observar que los datos de entrada para todo el algoritmo son:

- Número de etapas
- Tipo de árbol

- Ubicación de extremo de salida respecto al de entrada
- Dimensiones de engranes y rodamientos
- Cargas en el árbol
- Material
- Temperatura de trabajo

3.2.2. Base de datos

Como se puede ver, estos datos son direccionados a ciertos procesos dependiendo de la función que tengan y también pueden ser direccionados a librerías en caso estas dependan de los datos de entrada. Los datos de las librerías se encuentran fijos y no pueden ser modificados ni manipulados directamente por el usuario, salvo el material que puede ser elegido, pues es también un dato de entrada. Se ha mencionado a las librerías, las cuales son bases de datos que el algoritmo tendrá incluido y de las cuales podrá disponer cuando lo requiera. Estas librerías tendrán una base de datos de:

- Árboles típicos
- Materiales
- Factores de seguridad para fluencia y fatiga
- Factores de concentración de esfuerzos
- Elementos de máquinas: chavetas y anillos de retención

3.2.3. Datos intermedios

Teniendo definidas las librerías, se podrá obtener de ellas los datos intermedios necesarios, que también serán direccionados a ciertos procesos. Los datos intermedios serán:

- Puntos de evaluación para fluencia y para fatiga
- Esfuerzo máximo a la fluencia: σ_{flu}
- Esfuerzo máximo a la rotura: σ_B
- Esfuerzo máximo a la fluencia alternante: σ_{Alt}
- Factor de seguridad a la fluencia recomendado y mínimo: $FS_{Flu R}$, $FS_{Flu min}$
- Factor de seguridad a la fatiga mínimo y máximo: $FS_{Fat min}$, $FS_{Fat max}$

- Módulo de elasticidad: E

3.2.4. Procesos

Luego de haber leído todos los datos y haber sido ingresados a los procesos, estos comenzarán a seguir el flujo mostrado en las Figuras 3.4, 3.5, 3.6, 3.7 y 3.8. A continuación, se muestran los procesos:

- Selección del árbol típico
- Establecer longitudes en el árbol
- Calculará las reacciones
- Calcular fuerzas y momentos internos
- Diseño por fluencia
- Corregir diámetros para cumplir relaciones entre diámetros adyacentes
- Diseño por fatiga
- Diseño por deflexiones

En esta sección se explicarán todos los procesos con excepción de los de diseño por fluencia, fatiga y deflexión, los cuales serán descritos en las secciones siguientes de este capítulo.

En la selección del árbol típico se toma el número de etapas, el tipo de árbol y la ubicación del extremo de salida respecto al de entrada. Con estos datos se tomará uno de los 8 árboles típicos que se han establecido en el Capítulo 2 y que se encuentran en la librería de árboles típicos.

Luego de haber seleccionado el árbol típico, se continúa con el proceso de establecer longitudes en el árbol. Para esto se toma las dimensiones de engranes y rodamientos además de la distancia entre apoyos en caso se necesaria. Con estos datos de entrada, el proceso continúa y se le asigna a cada sección del árbol una longitud cumpliendo con las relaciones establecidas en la sección 2.4.1. Es así que la primera parte de la geometría del árbol queda concluida y solo restaría calcular los diámetros de cada sección y las formas constructivas específicas. El tener definidas las

longitudes del árbol, también implicará tener las ubicaciones de los apoyos y puntos en donde se ubican las cargas.

Con la información definida en el proceso anterior y las cargas generadas en el árbol debido a los elementos de transmisión ensamblados en él, se podrá iniciar el cálculo de las reacciones en los apoyos. Se debe tener presente que en este trabajo de tesis no se incluirá el peso del árbol para los cálculos, debido a que este no será relevante en los resultados. Este cálculo tendrá como resultado las 6 posibles componentes de las reacciones en los tres ejes de los dos apoyos que tendrá el árbol.

Teniendo las reacciones en los apoyos del árbol y las cargas que las generaron, se procederá a iniciar el cálculo de las fuerzas internas, las cuales pueden ser fuerzas y momentos generados a lo largo de todo el elemento. En el cálculo de árboles y específicamente en el proceso de cálculo de diámetros, las fuerzas internas de interés son los momentos de flexión y torsión. Estas serán descritas por funciones que tendrán como variable a la ubicación en la cual se quieran hallar. Los árboles, al tener 3 configuraciones de cargas, tendrán distintas funciones que describan los momentos internos generados en él. Es por eso que por cada configuración de cargas se tendrá tres funciones, que representarán a los momentos generados en los tres ejes.

Al finalizar estos procesos descritos, se pasará a iniciar los procesos de diseño por fluencia, fatiga y deflexiones. Pero entre estos procesos se encuentra uno intermedio, corregir diámetros para cumplir relaciones entre diámetros adyacentes. Se puede observar en la Figura 3.6 que este proceso inicia luego de verificar que sí cumplen el diseño por fluencia.

La corrección de diámetros para cumplir con las relaciones establecidas en la sección 2.4.2, se realiza luego del haber obtenido los diámetros mínimos en el diseño por fluencia. Esto se debe a que los diámetros calculados no necesariamente se ajustarán a las relaciones mencionadas. Para conseguir estas correcciones se aumentarán los diámetros necesarios, pues con esto no disminuirán los factores de seguridad a fluencia. La ubicación de este se debe a que cada vez que se realice un cambio de diámetros siempre se tendrá que volver a pasar por este proceso para hacer cumplir las relaciones y obtener los diámetros definitivos. Con estos diámetros ya definidos, se calculará el FSflu definitivo del árbol. Si bien el FSflu se calcula en el diseño por

fluencia, que se explicará más adelante, en este aún no se tienen los diámetros definitivos. Una vez terminado este proceso, se iniciarán los otros dos diseños posteriores, por fatiga y deflexiones.

3.2.5. Salida

En cada proceso se obtuvo distintos datos que posteriormente fueron utilizados por otros procesos o simplemente se mostraron como datos finales. Al finalizar el último proceso de diseño de árboles, se pasará a mostrar como resultado del algoritmo: los parámetros de diseño del árbol definitivo y el modelo 3D. En las Figuras 3.4, 3.5, 3.6, 3.7 y 3.8 se puede apreciar de qué proceso proviene cada dato. A todos estos se les puede clasificar como salidas y son los siguientes:

- Reacciones: R_{1x} , R_{1y} , R_{1z} , R_{2x} , R_{2y} , R_{2z}
- Momentos internos resultantes: M_{xre} , M_{yre} , M_{zre}
- Diámetros mínimos y corregidos
- Coeficientes de fatiga y factor de concentración de esfuerzos: C_s , C_t , C_{temp} , C_{carg} , C_c , β
- Factores de Seguridad a la fluencia y a la fatiga: FS_{Flu} , FS_{Fat}
- Deflexión máxima
- Parámetros de árbol definitivo
- Modelo 3D de árbol

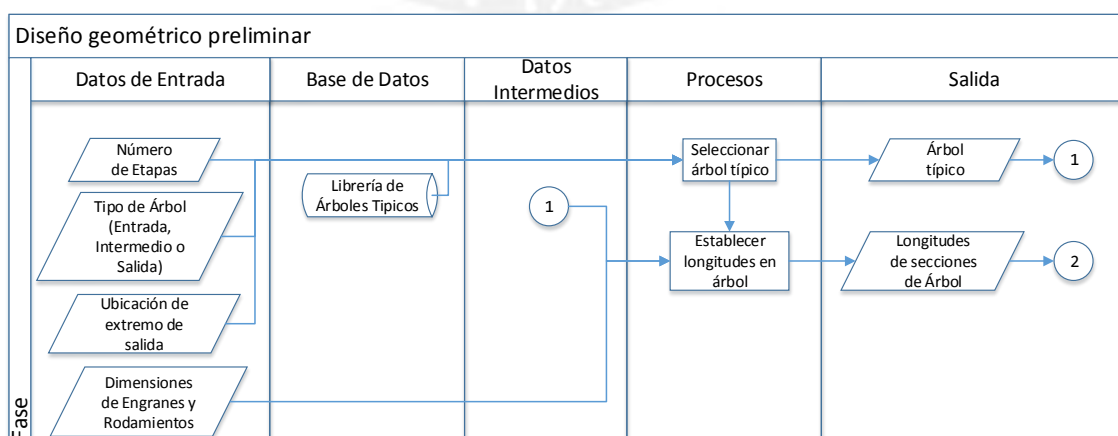


Figura 3.4

Diagrama de flujo de diseño geométrico preliminar.

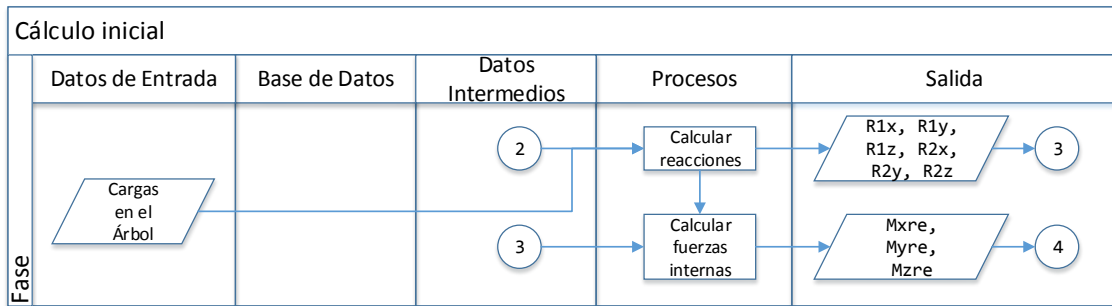


Figura 3.5
Diagrama de flujo del cálculo inicial.

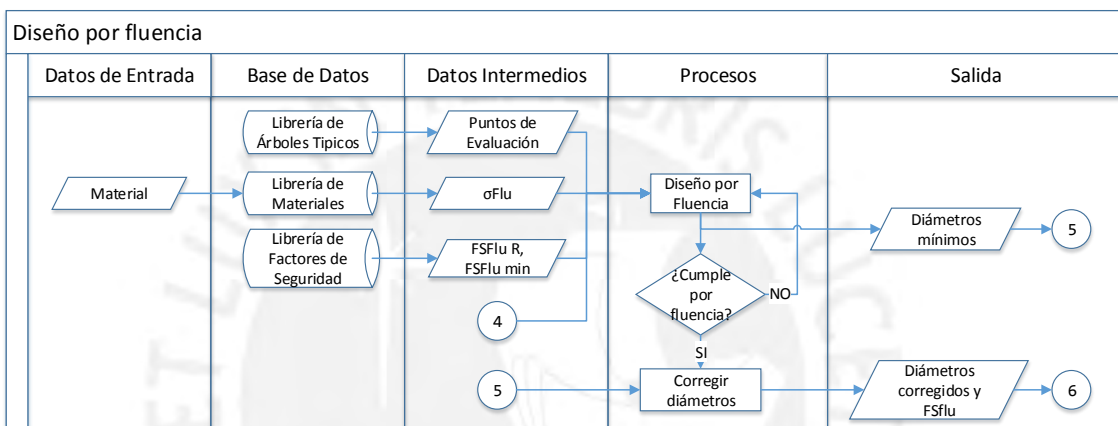


Figura 3.6
Diagrama de flujo del diseño por fluencia.

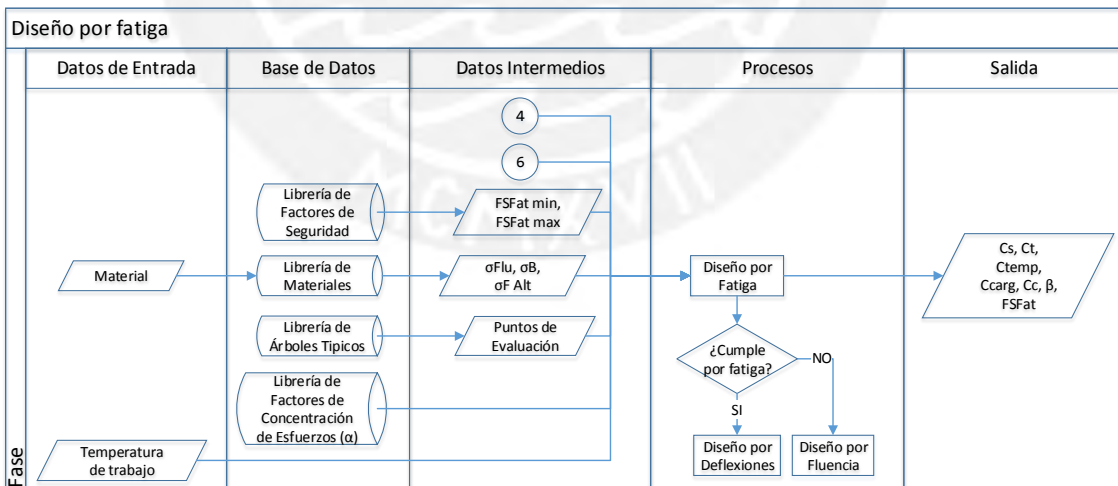


Figura 3.7
Diagrama de flujo del diseño por fatiga.

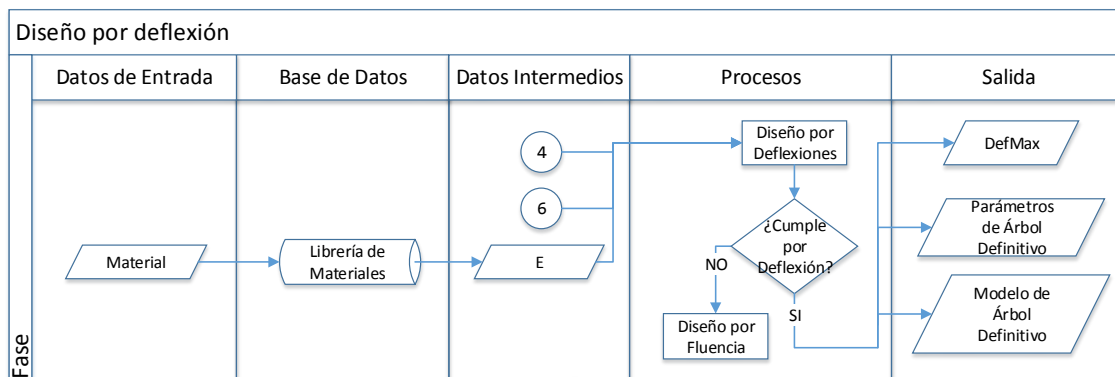


Figura 3.8
Diagrama de flujo del diseño por deflexión.

3.3. Algoritmo para el cálculo de resistencia a la fluencia

El algoritmo para el diseño por fluencia dará como resultado los diámetros mínimos en cada sección del árbol, para que este trabaje con un factor de seguridad recomendado. Como ya se mencionó, esta rutina del algoritmo general inicia luego de obtener los momentos internos en el árbol. Sin embargo, esto se dará únicamente la primera vez que se pasa por esta rutina, pues a partir de la segunda vez que se pase por esta, se iniciará con el fin de la rutina de Diseño por Fatiga o Diseño por Deflexión, esto se puede ver en la Figura 3.9. Esta rutina también se dividirá en datos de entrada, procesos y datos de salida.

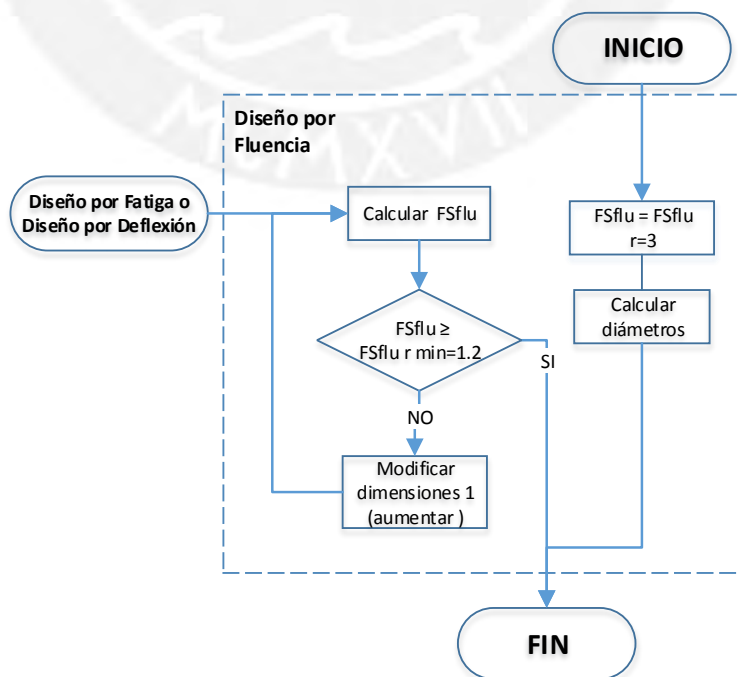


Figura 3.9
Diagrama de flujo de algoritmo para el diseño por fluencia.

3.3.1. Datos de entrada y salida

Como ya se mencionó, esta rutina busca hallar los diámetros mínimos del árbol en cada sección, y esto lo conseguirá con los datos ingresados por el usuario, datos intermedios obtenidos desde las librerías y obtenidos desde datos de salida de otros procesos. Todos estos se muestran de forma gráfica en la Figura 3.6 pero también se enlistarán a continuación:

Entrada:

- Puntos de evaluación para fluencia
- Esfuerzo máximo a la fluencia: σ_{flu}
- Factor de seguridad a la fluencia recomendado y mínimo: $FS_{Flu R}$, $FS_{Flu min}$
- Momentos internos: M_{xre} , M_{yre} , M_{zre}

Salida:

- Diámetros mínimos

3.3.2. Procesos

Para describir los procesos que se generan en esta rutina, se hará uso del diagrama de flujo de la Figura 3.9. Por un lado, si es que se inicia con el término del cálculo de momentos internos, se pasará a darle al factor de seguridad de fluencia un valor recomendado, el cual se da para iniciar el cálculo de diámetros teniendo en cuenta que el árbol trabajará a cargas dinámicas. El valor recomendado es: $FS_{FLU R}=3$. Al tener este factor de seguridad (FS_{Flu}) se continuará con el cálculo de los diámetros mínimos, siguiendo la expresión 7 de la sección 1.4.2.3 y usando los valores de los momentos internos y esfuerzo máximo a la fluencia. Estos diámetros mínimos serán calculados en los puntos de evaluación para fluencia que serán obtenidos de la librería de árboles. Al finalizar el cálculo de diámetros, también se dará por finalizada la rutina de Diseño por Flexión.

Por otro lado, si es que se inicia con el término del Diseño por Fatiga o Diseño por Deflexión se pasará a calcular el factor de seguridad por fluencia con los diámetros modificados, mediante la expresión 8 de la sección 1.4.2.3. Luego se evaluará si este

factor de seguridad es mayor al valor mínimo ($FS_{Flu\ min}=1.2$). En caso sí sea mayor o igual se dará por finalizado el Diseño por Flexión. Caso contrario, se deberá modificar los diámetros para conseguir aumentar este factor de seguridad y cumpla con la condición. Al terminar este proceso, se retornará al punto donde se calculan los factores de seguridad para continuar el bucle hasta que se cumpla la condición y se finalice la rutina.

3.4. Algoritmo para el cálculo de resistencia a la fatiga

El algoritmo para el diseño por fatiga dará como resultado el factor de seguridad a la fatiga de árbol. Como ya se mencionó, esta rutina del algoritmo general inicia luego de corregir los diámetros mínimos para hacer cumplir las relaciones entre diámetros adyacentes, esto también se puede ver en las Figuras 3.6 y 3.7. Esta rutina al igual que la de diseño por fluencia, también se dividirá en datos de entrada, procesos y datos de salida.

3.4.1. Datos de entrada y salida

Como ya se mencionó, esta rutina busca hallar el factor de seguridad a la fatiga del árbol, sin embargo durante su proceso también se obtendrán otros valores. Todos estos se conseguirán con los datos ingresados por el usuario, de las librerías y obtenidos desde la salida de otros procesos. Todos estos se muestran de forma gráfica en la Figura 3.7 pero también se enlistarán a continuación:

Entrada:

- Puntos de evaluación para fluencia y para fatiga
- Temperatura de trabajo
- Esfuerzo máximo a la fluencia: σ_{flu}
- Esfuerzo máximo a la rotura: σ_B
- Esfuerzo de fluencia alternante: σ_{Alt}
- Factor de seguridad a la fatiga mínimo y máximo: $FS_{Fat\ min}$, $FS_{Fat\ max}$
- Momentos internos: M_{xre} , M_{yre} , M_{zre}
- Diámetros corregidos
- Librería de Factores Geométricos de Concentración de Esfuerzos: α

Salida:

- Coeficientes de fatiga: C_s , C_t , C_{temp} , C_{carg} , C_c
- Factor Efectivo de Concentración de Esfuerzos: β
- Factor de Seguridad a la Fatiga: FS_{Fat}

3.4.2. Procesos

Para poder describir los procesos que ocurren en esta rutina, se hará uso del diagrama de flujo de la Figura 3.10 que se muestra a continuación:

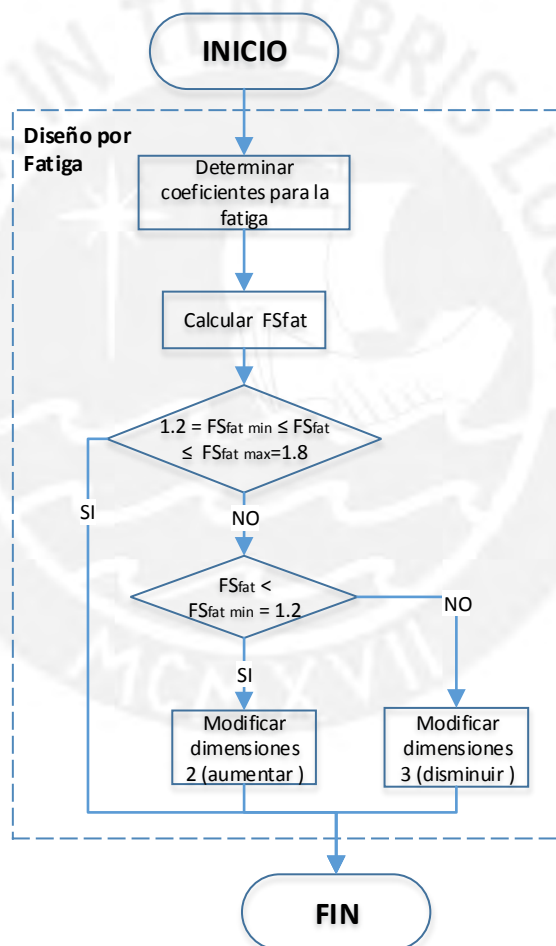
**Figura 3.10**

Diagrama de flujo de algoritmo para el diseño por fatiga.

Como se aprecia en este diagrama, la rutina de diseño por fatiga iniciará con el cálculo de los factores de seguridad de fatiga. Este proceso al ser de mayor complejidad también se describirá mediante su diagrama de flujo mostrado en la Figura 3.11. En este diagrama se puede observar que el cálculo de los factores de seguridad iniciará

con la determinación de los coeficientes de fatiga: C_s , C_t , C_{temp} , C_{carg} , C_c . Esta determinación se realizará con los datos de acabados superficiales, temperatura de trabajo y diámetro de la sección a evaluar.

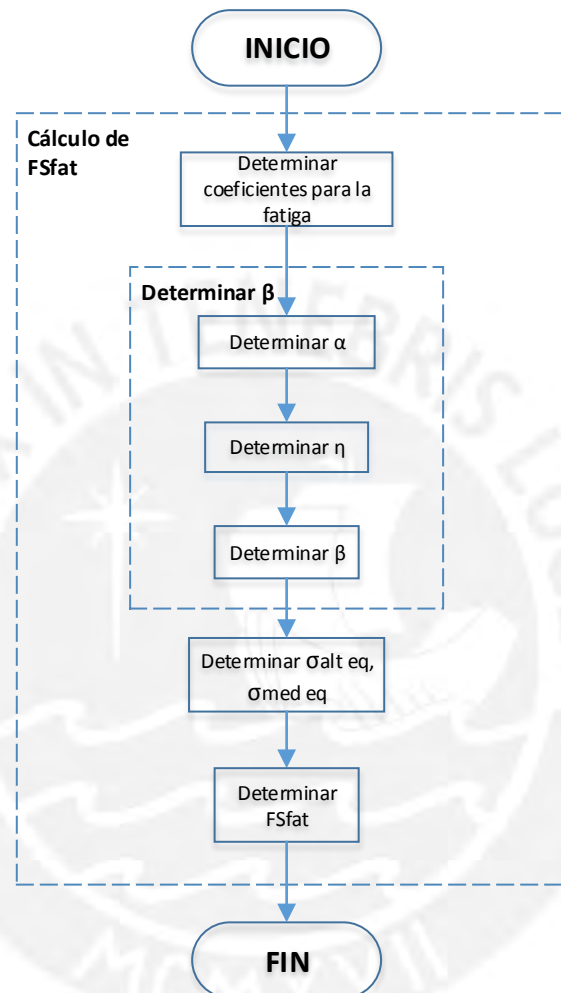


Figura 3.11

Diagrama de flujo de algoritmo para el cálculo del factor de seguridad a la fatiga.

Al tener estos coeficientes se pasará a determinar el factor efectivo de concentración de esfuerzos (β). Para esto, se deberá determinar primero el factor geométrico de concentración de esfuerzos (α), que dependerán de: diámetros definitivos; redondeos y resaltes recomendados por el fabricante de rodamientos; dimensiones de canales chaveteros; y dimensiones de ranuras de resaltes. Luego se deberá calcular el factor de sensibilidad a la entalla (η), que dependerá del radio de redondeo y de los esfuerzos máximos a la rotura y a fluencia. Con estos valores calculados, finalmente se pasará a calcular el valor de β . Los valores η y β , serán calculados con las expresiones 10 y 9 de la sección 1.4.3.1 respectivamente.

Con el valor de β y los momentos internos se podrá calcular el esfuerzo alternante equivalente ($\sigma_{a\ eq}$) y el medio equivalente ($\sigma_{m\ eq}$), siguiendo las expresiones mostradas en la sección 1.4.3.2. Finalmente al tener estos esfuerzos equivalentes junto al σ_B y el σ_{Alt} , se calculará el FS_{Fat} siguiendo la expresión 19 de la sección 1.4.3.3.

Luego de obtener el valor del FS_{Fat} , y como se observa en la Figura 3.10, se debe evaluar si es que está entre los valores mínimos y máximos ($FS_{Fat\ min}=1.2$, $FS_{Fat\ max}=1.8$). De cumplir con esta condición, se finalizará la rutina. Caso contrario, se evaluará si este valor es menor que el mínimo. En caso se cumpla esta última condición, se realizara una modificación de los redondeos para disminuir la concentración de esfuerzos. Esta modificación consistirá en aumentar los radios de redondeo para obtener de este modo un factor geométrico de concentración de esfuerzos (α) menor. En caso contrario, también se realizará una modificación de los redondeos con el fin de aumentar la concentración de esfuerzos. Con esta modificación se buscará disminuir los radios de redondeo y así obtener un mayor valor de α . Estas dos modificaciones de redondeos, si se dan en un apoyo de un rodamiento, tendrán como limites los redondeos recomendados por el fabricante del rodamiento. Al finalizar cualquiera de las dos modificaciones también se estará finalizando la rutina.

3.5. Algoritmo para el cálculo de deflexiones del árbol

El algoritmo para el diseño por deflexiones del árbol dará como resultado el valor de la deflexión máxima. Esta rutina iniciará al término del diseño por fatiga, y al finalizar se dará por terminado el diseño del árbol. La ubicación de esta rutina en el algoritmo general, también se puede observar en las Figuras 3.7 y 3.8. A continuación se describirá sus tres partes: datos de entrada, procesos y datos de salida.

3.5.1. Datos de entrada y salida

Como ya se mencionó, esta rutina busca hallar la deflexión máxima del árbol, lo cual se conseguirá con el ingreso de datos o la obtención de ellos mediante proceso previos. Esta rutina al igual que las dos anteriores, también dará distintos datos durante sus procesos antes de arrojar el resultado final. A continuación se enlistarán todos los datos de entrada y salida:

Entrada

- Módulo de elasticidad: E
- Momentos internos: M_{xre} , M_{yre} , M_{zre}
- Diámetros corregidos

Salida

- Ángulos de deflexión en apoyos
- Deflexión máxima
- Dimensiones de árbol definitivo

3.5.2. Procesos

Para poder describir los procesos que ocurren en esta rutina, se hará uso del diagrama de flujo de la Figura 3.12. En este diagrama se muestra que la rutina inicia calculando las deflexiones del árbol, este es un proceso de mayor complejidad por lo que se requerirá una descripción detallada y de su propio diagrama de flujo mostrado en la Figura 3.13.

Tal como se puede observar en la Figura 3.13, el cálculo de las deformaciones seguirá el proceso descrito en la sección 1.4.4. Primero se deberá hallar la función que describa el ángulo de deflexión, lo cual se realizará con los momentos internos, diámetros definitivos y módulo de elasticidad. Al tener esta función del ángulo, se podrá continuar y hallar la función de la deformación. Como se menciona en la sección 1.4.4, al hallar estas funciones, se generan constantes de integración que se pueden hallar con las condiciones de borde. En esta tesis, estas condiciones ya han sido analizadas y las constantes han sido halladas y puestas en funciones de los datos de entrada del algoritmo. Luego de tener la función se hallará la deflexión máxima, lo cual se logra utilizando fundamentos de cálculo para hallar valores máximos y mínimos de una función. Esto quiere decir que se derivará la función de la deformación respecto a la ubicación y se igualará a cero, así se obtendrá la ubicación de la máxima deformación. Luego se reemplazará este valor en la función de la deformación para hallar el valor máximo.

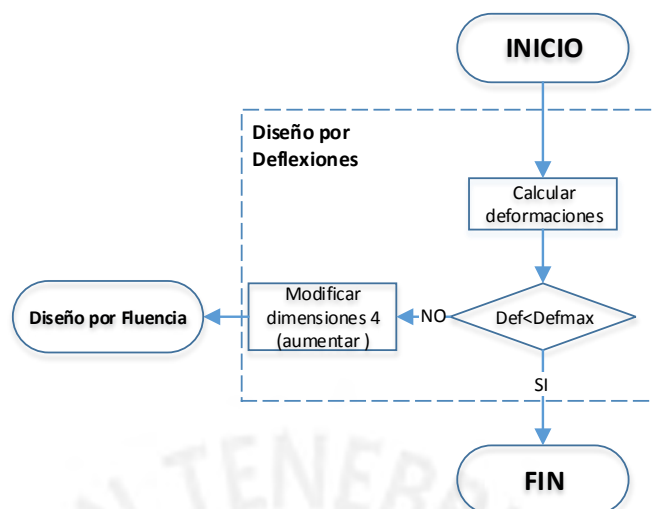


Figura 3.12

Diagrama de flujo del algoritmo para el diseño por deflexiones de árbol.

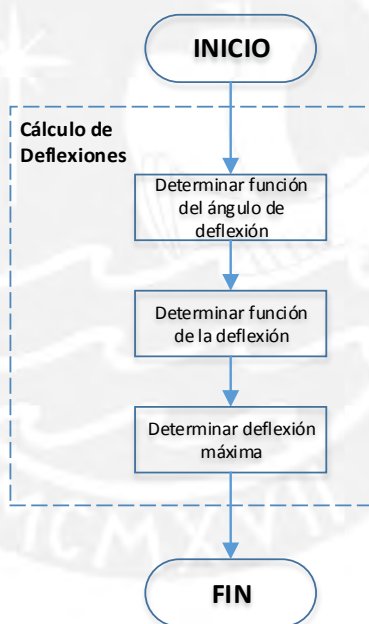


Figura 3.13

Diagrama de flujo del algoritmo para el cálculo de deflexiones de árbol.

Una vez calculada la deflexión máxima, esta se evaluará para saber si es mayor al límite máximo de deflexión, que se obtiene con la expresión 21 de la sección 1.4.4. En caso no cumpla con la condición, se realizará una modificación para disminuir las deformaciones. Esta consistirá en aumentar los diámetros o cambiar el material por uno de mayor E, para aumentar la rigidez y así disminuir la deformación. Así se dará por finalizada la rutina y se volverá a la rutina de diseño por fluencia. Caso contrario, se dará por finalizada la rutina pues se tendrá un diseño con deformaciones menores o iguales a la permitida y se podrá pasar finalmente a mostrar los resultados.

CAPÍTULO 4

IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN DEL ALGORITMO

En este capítulo se describirá la implementación y validación del algoritmo que se ha descrito en el capítulo anterior. Esta implementación automatizará el algoritmo pues se convertirá en un programa computacional. Programa en el cual, solo se tendrá que ingresar datos (cargas, condiciones de trabajo y dimensiones de elementos), así los procesos serán realizados por una computadora y finalmente este entregará los resultados (dimensiones principales, factores de seguridad y deflexiones). Y la validación servirá para corroborar la correcta implementación del algoritmo.

Con esta implementación se obtiene un programa computacional que se le ha denominado ADAR (Aplicación para el Diseño de Árboles). Como ya se mencionó, la implementación se desarrolla en el entorno de VBA con el lenguaje Visual Basic. ADAR será una herramienta para el diseño de árboles que podrá ser conectada a un programa principal para el Diseño de Cajas Reductoras.

Para validar el diseño realizado con ADAR, se presentará un caso de trabajo, se realizará el diseño con ADAR bajo las solicitudes del caso, luego se evaluará con una herramienta computacional de Autodesk Inventor el diseño obtenido. Finalmente, se realizará una comparación entre los resultados obtenidos en cada diseño.

4.1. Implementación del algoritmo

La implementación del algoritmo puede ser dividida en etapas, en la primera etapa se crean las ventanas para el ingreso de datos y resumen de resultados. En estas ventanas se encontrarán los botones, cuadros de texto y otros elementos para crear la interfaz. En la segunda etapa, se desarrollarán los códigos de programación. Estos códigos serán pertenecientes a los elementos de la interfaz y serán los que directamente realicen estos procedimientos del algoritmo.

4.1.1. Ventana para el ingreso de datos

El ingreso de los datos, es el primer paso que se realiza en el uso de toda aplicación. Es por este motivo que la ventana para los parámetros de entrada deberá ser una interfaz clara y ordenada para que el usuario pueda ingresar la información que se le solicite.

En la Figura 4.1 se muestra la ventana en la que se seleccionarán e ingresarán los datos de entrada, lo cual se realizó creando un formulario con la opción UserForm. En esta ventana se han dividido los datos en tres páginas con la opción MultiPage. En la primera página de nombre Datos 1, se muestra una lista de parámetros de entrada: número de etapas, tipo de árbol, ubicación de extremo de salida respecto al de entrada, material, acabado superficial y temperatura de trabajo. Todos estos fueron creados con la opción Label. A la izquierda de los 5 primeros parámetros se encuentran casillas desplegables (ComboBox) para elegir la opción que corresponda. A la izquierda del último parámetro se muestra una casilla para ingresar un valor (TextBox).

En la Figura 4.2 se muestra la segunda página de nombre Datos 2. En esta página se muestra una lista de parámetros de entrada que corresponden a dimensiones de los dos posibles engranes que pueden haber en un árbol. De cada engrane se requerirá: S_{emin} y b_e , que serán ingresados en las casillas correspondientes. En la parte inferior se muestra una imagen que fue añadida con la opción Image. En esta imagen se puede observar a que dimensiones hacen referencia los valores solicitados.

En la Figura 4.3 se muestra la tercera página de nombre Datos 3. Esta página al igual que Datos 2, posee ciertos parámetros de entrada y tendrán que ser ingresados en las casillas correspondientes. Pero estos estarán referidos a dimensiones de los dos rodamientos del árbol. De cada engrane se requerirá: br , br_{max} y $ramax$. En la parte inferior se muestra una imagen con las dimensiones solicitadas. Luego de esto se encuentra la información del ancho del acople que se tendrá en la entrada o salida de la caja.

En la Figura 4.4 se muestra la ventana Datos 4, la cual es la última para ingresar los datos. En esta se tendrán campos para colocar las cargas que pasarán tanto del acople como de los engranes al árbol. Estas cargas son fuerzas y momentos los cuales pueden ir en los distintos ejes. Para facilitar la ubicación de estas cargas se tendrá una imagen con el DCL's en la parte inferior que cambiará según el tipo de árbol que se desee diseñar.

En la ventana de entrada también se muestran tres botones en la parte inferior tal como se puede ver las Figuras 4.1, 4.2, 4.3 y 4.4. Estos botones fueron creados con la opción `CommandButton` y son activados al dar `Click` sobre ellos. Los botones tienen como nombre: `Calcular`, `Resultados` y `Generar 3D`. El botón `Calcular` tiene como objetivo, leer los datos de entrada y realizar los cálculos para obtener los resultados finales. El botón `Resultados`, abrirá la ventana para el resumen de resultados y los mostrará. Y el botón `Generar 3D`, realizará el modelo 3D del árbol con las dimensiones obtenidas.

4.1.2. Ventana para el resumen de resultados

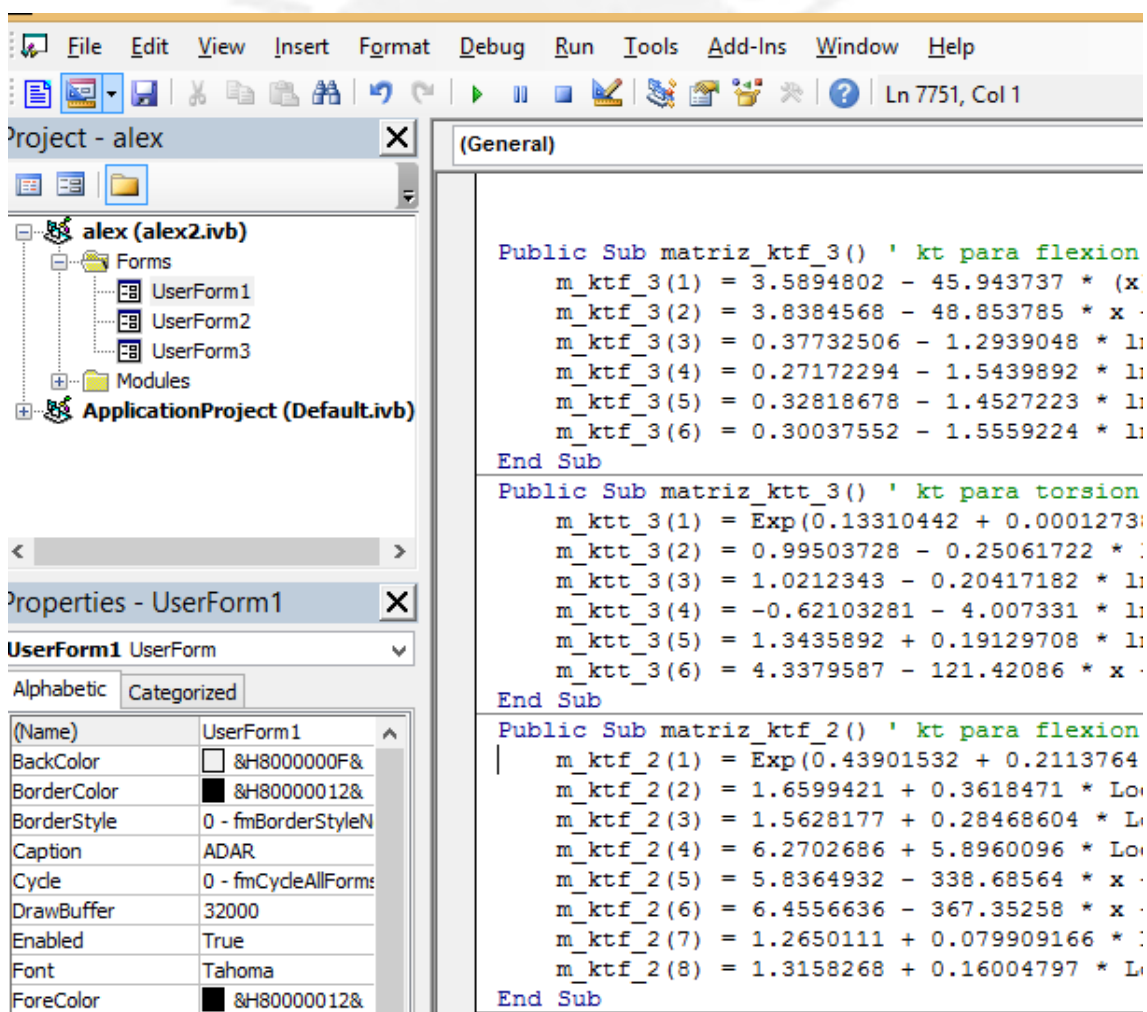
Luego de haber ingresado y seccionado los datos de entrada, se dará `Click` al botón `Calcular` y luego a `Resultados`. Con este último botón, se abrirá la ventana para el resumen de resultados. En esta ventana se mostrarán las dimensiones principales, los factores de seguridad con los que trabajará y las deformaciones críticas del árbol diseñado. En la Figura 4.5 se mostrará la disposición de estos resultados, y una imagen para ayudar a entender las dimensiones en el árbol.

Los resultados también serán mostrados de forma gráfica con un modelo 3D, esto se conseguirá dando `Click` en el botón `Generar 3D`. Este botón creará un archivo que

contendrá el modelo del árbol diseñado con las medidas y formas constructivas definitivas. En la Figura 4.6 se mostrará un ejemplo de un modelo 3D del árbol.

4.1.3. Desarrollo de códigos de programación

Se ha mencionado que en una primera instancia se crean las ventanas que servirán de interfaz para que el usuario pueda ingresar y obtener datos. Sin embargo, detrás de estas ventanas existe un trabajo de programación, el cual toma los valores de entrada para luego ingresarlos en el algoritmo ya implementado y finalmente mostrar los resultados al usuario. La programación se realizó en el lenguaje Visual Basic. En la Figura 4.1 se puede apreciar parte de la programación realizada.



The screenshot shows the Visual Basic IDE interface. On the left, the Project Explorer displays a project named 'alex (alex2.ivb)' containing three forms: 'UserForm1', 'UserForm2', and 'UserForm3'. Below it, the Properties window for 'UserForm1' is visible, showing various properties like BackColor, BorderColor, Caption (ADAR), and Font (Tahoma). The main area on the right is the Code Editor, showing the 'General' tab with the following VBA code:

```

Public Sub matriz_ktf_3() ' kt para flexion
    m_ktf_3(1) = 3.5894802 - 45.943737 * (x
    m_ktf_3(2) = 3.8384568 - 48.853785 * x
    m_ktf_3(3) = 0.37732506 - 1.2939048 * l
    m_ktf_3(4) = 0.27172294 - 1.5439892 * l
    m_ktf_3(5) = 0.32818678 - 1.4527223 * l
    m_ktf_3(6) = 0.30037552 - 1.5559224 * l
End Sub

Public Sub matriz_ktt_3() ' kt para torsion
    m_ktt_3(1) = Exp(0.13310442 + 0.0001273
    m_ktt_3(2) = 0.99503728 - 0.25061722 *
    m_ktt_3(3) = 1.0212343 - 0.20417182 * l
    m_ktt_3(4) = -0.62103281 - 4.007331 * l
    m_ktt_3(5) = 1.3435892 + 0.19129708 * l
    m_ktt_3(6) = 4.3379587 - 121.42086 * x
End Sub

Public Sub matriz_ktf_2() ' kt para flexion
    m_ktf_2(1) = Exp(0.43901532 + 0.2113764
    m_ktf_2(2) = 1.6599421 + 0.3618471 * Lo
    m_ktf_2(3) = 1.5628177 + 0.28468604 * L
    m_ktf_2(4) = 6.2702686 + 5.8960096 * Lo
    m_ktf_2(5) = 5.8364932 - 338.68564 * x
    m_ktf_2(6) = 6.4556636 - 367.35258 * x
    m_ktf_2(7) = 1.2650111 + 0.079909166 *
    m_ktf_2(8) = 1.3158268 + 0.16004797 * L
End Sub

```

Figura 4.1
Código de programación.

4.2. Validación del algoritmo

La validación del algoritmo se consigue mediante la evaluación de un ejemplo de aplicación. Este ejemplo es una caja reductora de 2 etapas y en esta son evaluados los árboles que contiene. Esta evaluación se realiza con el programa desarrollado en el presente trabajo de tesis, denominado ADAR, y también se evalúa con la herramienta computacional Autodesk Inventor. A continuación, se presentan las condiciones y solicitudes de trabajo de uno de los árboles de la caja, además de datos de entrada establecidos para este ejemplo:

Caja reductora de 2 etapas de 110kW, árbol de entrada, material AISI 1018 / DIN CK15, maquinado en frío, temperatura de trabajo 60°C. En la primera etapa los cubos de engranes tienen un ancho de 144 mm y en la segunda etapa 150 mm. Ancho de rodamientos 26 mm y radio de apoyos 1 mm (condición de entrada). Ancho de acople de 90 mm. Cargas que llegan al árbol desde el engrane: fuerza radial de 1.81 kN, fuerza tangencial de 5.58 kN y momento torsor de 656.51 Nm.

4.2.1. Aplicación con ADAR

Con esta información del ejemplo se llenan los campos de la ventana de datos de entrada de ADAR (ver Figuras 4.2, 4.3, 4.4 y 4.5). Luego de esto se utilizan los botones obtener los resultados en la ventana de datos de salida (ver Figura 4.6) y generar el sólido 3D (ver Figura 4.7).

ADAR

Datos 1 | Datos 2 | Datos 3 | Datos 4

Número de Etapas: 2

Tipo de Árbol: Entrada

Ubicación de Extremo de Salida Respecto al de Entrada: Lado Opuesto

Material: AISI 1018 / DIN CK15

Temperatura de Trabajo (°C): 30

CALCULAR RESULTADOS GENERAR 3D

Figura 4.2
Ventana de datos de entrada 1.

ADAR

Datos 1 | Datos 2 | Datos 3 | Datos 4

Ancho de Engranés y Límite de Resaltes (mm)

be1: 144, be2: 144, be3: 150, be4: 150, Se1min: 5, Se2min: 5

be1: 70, be2: 70, be3: 80, be4: 60, be5: 80, be6: 60, Se1min: 5, Se2min: 5

CALCULAR RESULTADOS GENERAR 3D

Figura 4.3
Ventana de datos de entrada 2.

ADAR

Datos 1 | Datos 2 | Datos 3 | Datos 4

Dimensiones de Rodamientos (mm)

br 1 br 2 br max
 ra 1max ra 2max

Dimensiones de Rodamiento de Máximo Ancho (mm)

Ancho de Acople en Entrada o Salida (mm)

b acó

CALCULAR RESULTADOS GENERAR 3D

Figura 4.4
Ventana de datos de entrada 3.

ADAR

Datos 1 | Datos 2 | Datos 3 | Datos 4

Cargas en el Árbol (N)

Fx1 Fx2
 Fy1 Fy2
 Fz1 Fz2

(N.mm)

Mx1 Mx2
 My1 My2
 Mz1 Mz2

CALCULAR RESULTADOS GENERAR 3D

Figura 4.5
Ventana de datos de entrada 4.

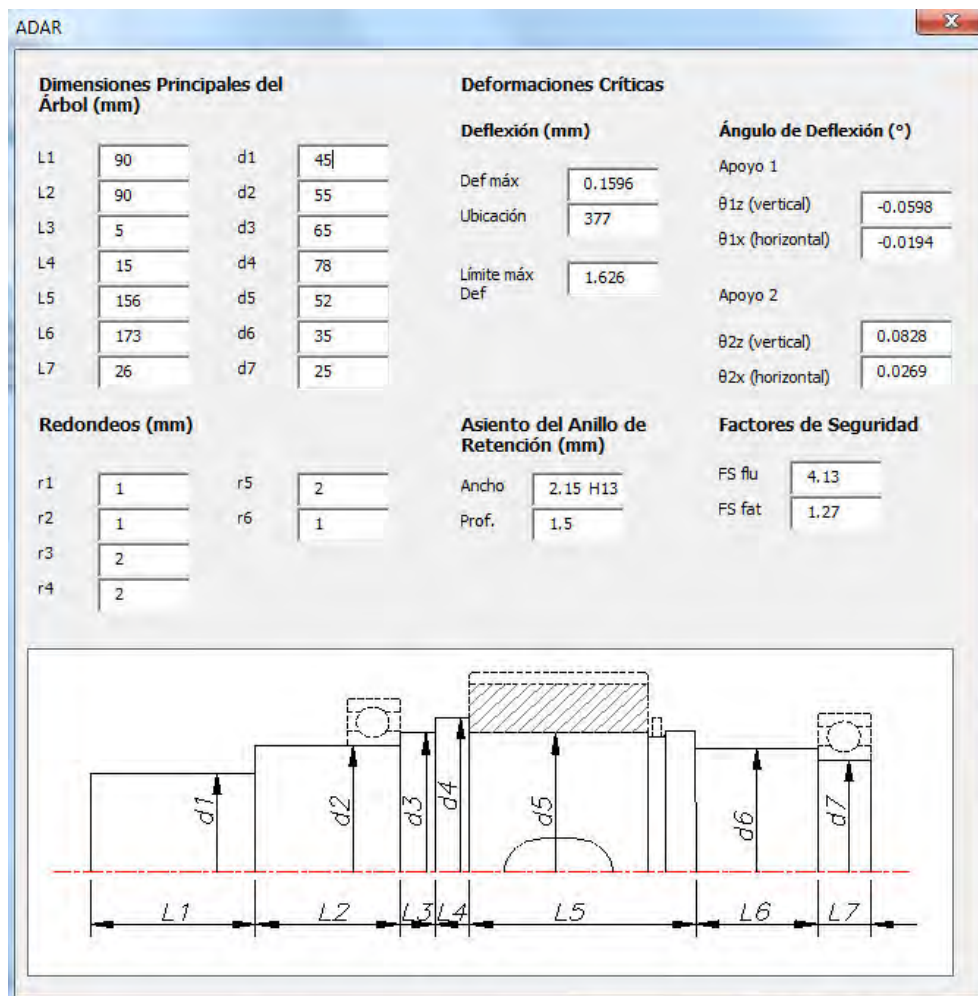


Figura 4.6
Ventana de datos de salida.

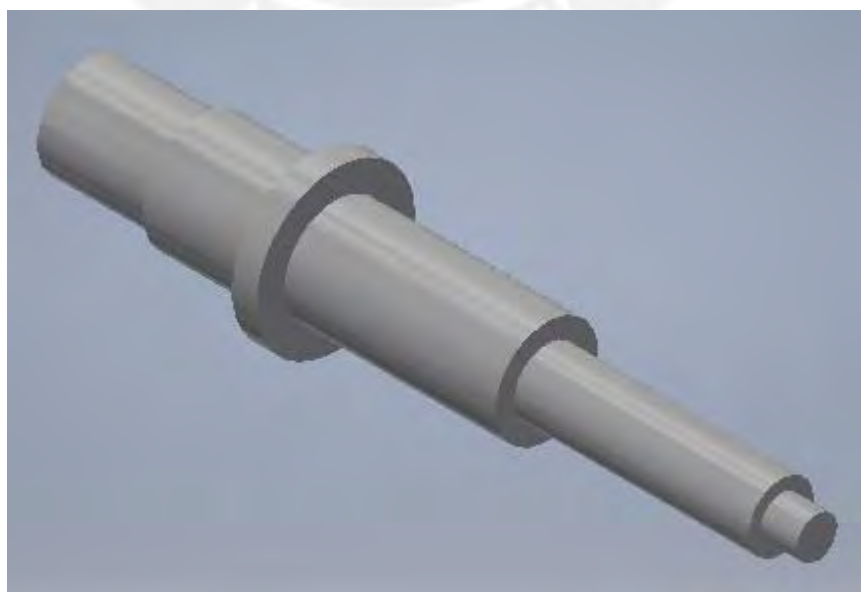


Figura 4.7
Modelo 3D del árbol.

4.2.2. Aplicación con Autodesk Inventor

A partir de las dimensiones obtenidas con ADAR y las cargas a las que está solicitado, se generará un árbol con la herramienta Shaft Component Generator (ver Figura 4.8). Cabe mencionar que la herramienta de Autodesk Inventor no diseñan árboles, solo pueden evaluarlos bajo ciertas cargas con dimensiones predefinidas.

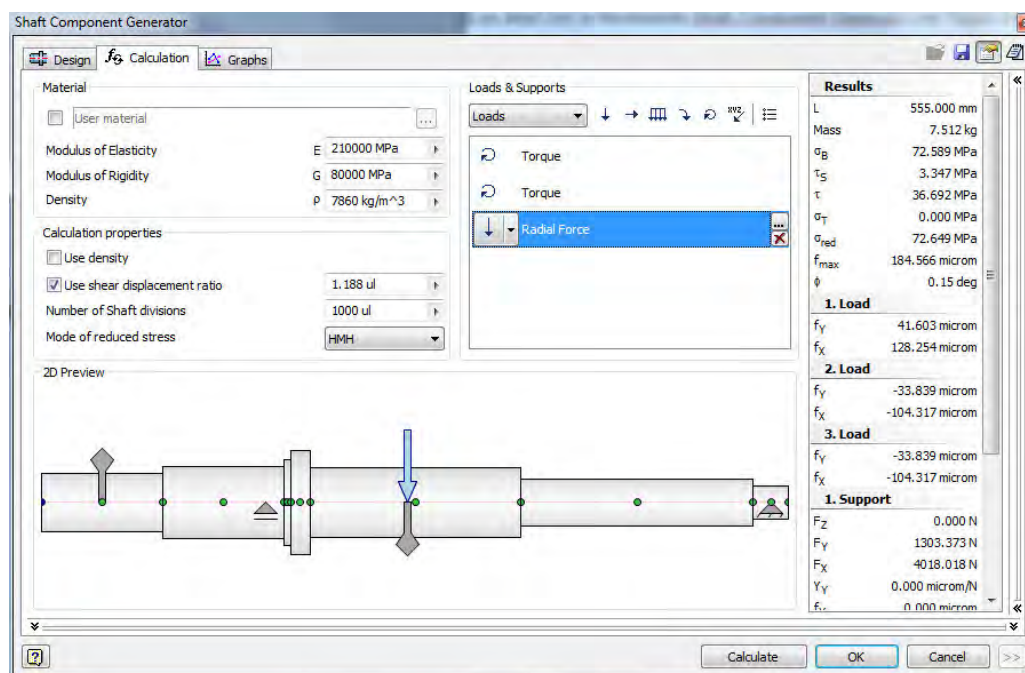


Figura 4.8
Ventana de cálculo de Shaft Component Generator.

A partir de este diseño se obtienen los siguientes gráficos, ver Figuras 4.9, 4.10 y 4.11, 4.12:

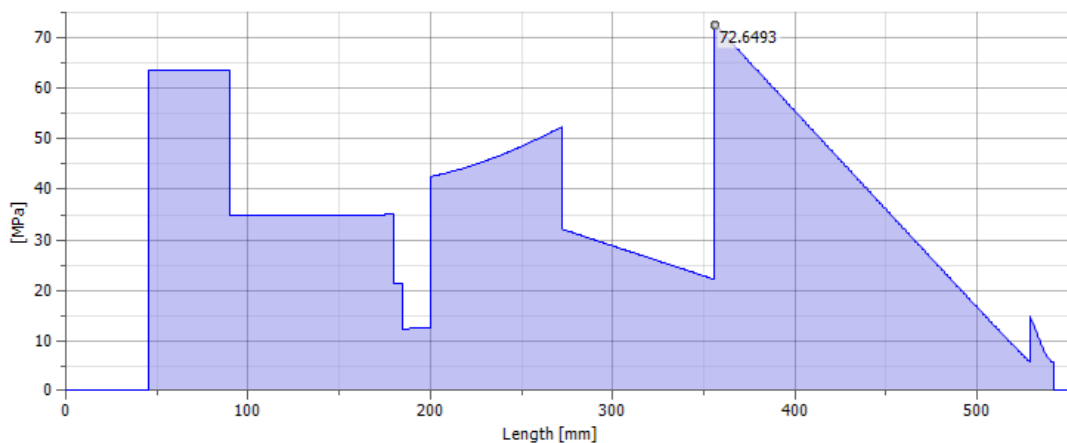


Figura 4.9
Esfuerzo equivalente según Von-Mises.

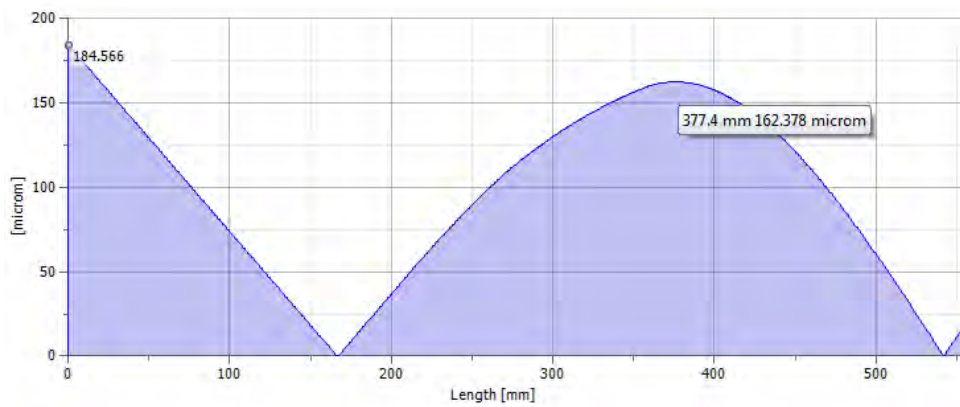


Figura 4.10
Deflexión total.

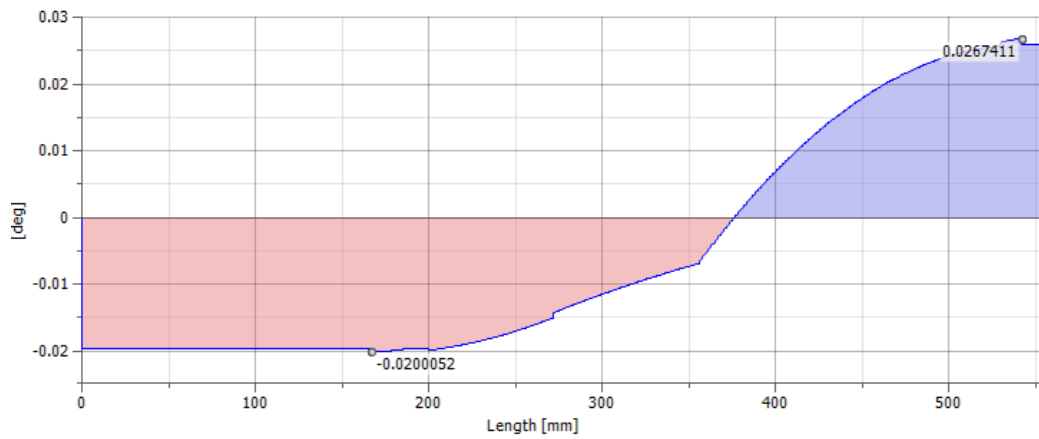


Figura 4.11
Ángulo de deflexión en plano XY (horizontal).

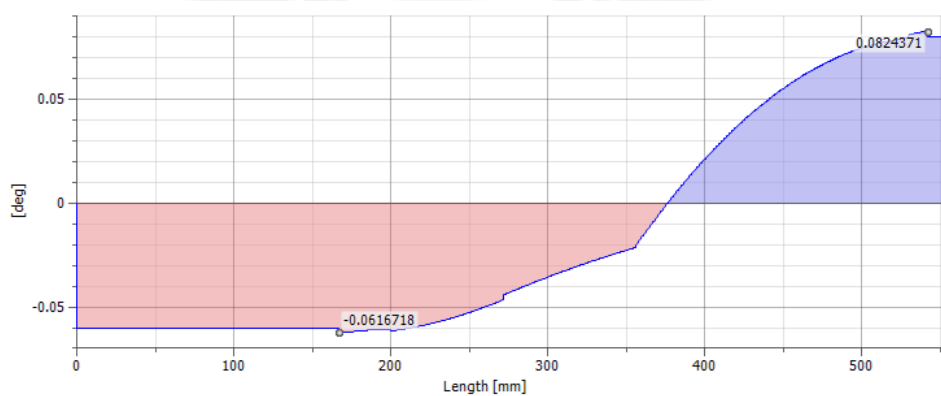


Figura 4.12
Ángulo de deflexión en plano ZY (vertical).

4.2.3. Comparación de resultados

Es necesario conocer la exactitud con la que el algoritmo implementado permite diseñar los árboles. Debido a esto se realiza una comparación entre los valores obtenidos de ADAR y de los gráficos de Inventor, en puntos (ver Figura 4.13) de máximos esfuerzos y concentradores de esfuerzos, se forma la Tabla 4.1.

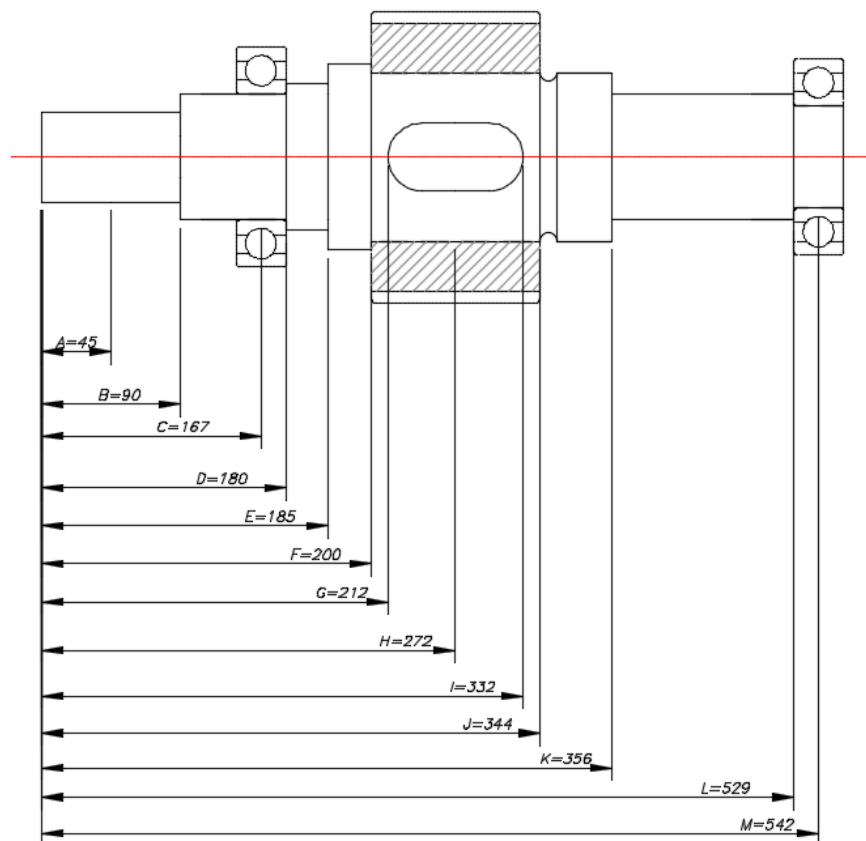


Figura 4.13
Puntos de análisis en el árbol.

Ubicación (mm)	ADAR		Inventor	Factor de Seguridad a la Fluencia		Coeficientes de fatiga						Factor efectivo de concentración de esfuerzos			Factor de Seguridad a la Fatiga	
	$\sigma_{eq}(Mpa)$	$\sigma_{eq}(Mpa)$		Fsflu	Cs	Ct	Ctemp	Ccarg	Cc	β_{flex}	β_{tor}	Fsfat	Fsfat			
45	63.55	63.55	63.55	4.721	0.9	0.83	1	1	0.868	-	1.00	3.99				
90	63.55	63.55	63.55	4.721	0.9	0.83	1	1	0.868	-	1.67	2.02				
167	34.80	34.94	34.94	8.586	0.925	0.80	1	1	0.868	-	1.00	5.40				
180	34.97	35.10	35.10	8.547	0.925	0.80	1	1	0.868	2.56	1.67	3.48				
185	21.27	21.38	21.38	14.032	0.9	0.78	1	1	0.868	1.94	1.55	5.91				
200	42.41	42.54	42.54	7.052	0.925	0.81	1	1	0.868	2.19	1.59	2.72				
212	43.43	43.57	43.57	6.885	0.925	0.81	1	1	0.868	1.70	1.50	2.77				
272	52.23	52.34	52.34	5.732	0.925	0.81	1	1	0.868	1.00	1.00	2.81				
332	25.00	25.04	25.04	11.981	0.925	0.81	1	1	0.868	1.70	-	2.99				
344	23.55	23.58	23.58	12.723	0.925	0.81	1	1	0.868	2.48	-	2.18				
356	72.59	72.65	72.65	4.129	0.825	0.85	1	1	0.868	1.46	-	1.25				
529	15.00	15.07	15.07	19.907	0.925	0.88	1	1	0.868	2.04	-	5.03				
542	5.76	5.80	5.80	51.724	0.925	0.88	1	1	0.868	1.00	-	23.90				

Tabla 4.1
Resultados en puntos analizados

Para poder observar la exactitud del procedimiento en este caso se tomarán los factores de seguridad mínimos que también se muestran en la ventana de resultados del programa ADAR. Se calcula la diferencia porcentual entre el resultado obtenido mediante el procedimiento planteado y el obtenido por Inventor.

Tabla 4.2
Diferencia porcentual en factores de seguridad.

	ADAR	Inventor	
	Factor de Seguridad		(%)
Fluencia	4.13	4.129	0.01
Fatiga	1.27	1.25	1.60

A continuación, se muestra un cuadro en el que se resumen las deformaciones principales que se muestran en las gráficas de Inventor y en la ventana de resultados de ADAR. Comparación de los resultados obtenidos con ADAR e Inventor:

Tabla 4.3
Diferencia porcentual en deflexiones.

	ADAR	Inventor	
	Deflexiones (mm)		(%)
def máx	0.159	0.162	-1.85
ubicación	377	377.4	-0.11
	Ángulo de deflexión en apoyos (°)		(%)
θ_{1z}	-0.0598	-0.0616	-2.92
θ_{1x}	-0.0194	-0.02	-3.00
θ_{2z}	0.0828	0.0824	0.49
θ_{2x}	0.0269	0.0267	0.75

Al igual que el análisis para el árbol de entrada, se realiza también para el caso del árbol intermedio y de salida. De estos análisis se obtienen las siguientes tablas (Tablas 4.4 y 4.5) en las que se resumen los resultados.

Tabla 4.3
Diferencia porcentual en árbol intermedio.

	ADAR	Inventor	
Factor de Seguridad			(%)
Fluencia	2.767	2.755	0.44
Fatiga	1.57	1.55	1.29
Deflexiones (mm)			(%)
def max	0.059	0.0593	-0.51
ubicación	249	247.3	0.69
Ángulo de deflexión en apoyos (°)			(%)
θ_{1z}	0.0179	0.0183	-2.19
θ_{1x}	0.0089	0.0093	-4.30
θ_{2z}	-0.0323	-0.0333	-3.00
θ_{2x}	-0.0134	-0.0137	-2.19

Tabla 4.3
Diferencia porcentual en árbol de salida.

	ADAR	Inventor	
Factor de Seguridad			(%)
Fluencia	6.34	6.318	0.35
Fatiga	1.45	1.43	1.40
Deflexiones (mm)			(%)
def max	0.068	0.067	1.49
ubicación	177	178	-0.56
Ángulo de deflexión en apoyos (°)			(%)
θ_{1z}	0.0321	0.0306	4.90
θ_{1x}	0.0098	0.0094	4.26
θ_{2z}	-0.0256	-0.0248	3.23
θ_{2x}	-0.0078	-0.00757	3.04

Se observa de los resultados que la diferencia porcentual para los factores de seguridad de fluencia y fatiga es menor al 3% y para las deformaciones es menor al 5%. Esto permite concluir que el programa ha sido diseñado e implementado correctamente para calcular árboles de forma exacta.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha desarrollado e implementado el algoritmo que logra agilizar y facilitar el diseño de árboles de cajas reductoras de velocidad de engranes cilíndricos de ejes horizontales. Este algoritmo tiene como criterios de diseño los análisis por resistencia a la fluencia, resistencia a la fatiga y deflexiones.

1. La parametrización del diseño de árboles típicos en cajas reductoras delimita el universo de todos los posibles árboles en cajas reductoras de velocidad de dos y tres etapas.

Esta parametrización se logra mediante la tipificación de los árboles. Con la tipificación se han definido 12 cajas reductoras que varían por el tipo de engranes usado, el número de etapas, el sentido de giro del árbol de entrada y la ubicación del extremo de salida respecto al de entrada. Asimismo, se simplificó a 9 árboles el universo de casos planteados.

2. El desarrollo de un algoritmo que analice resistencia a la fluencia, resistencia a la fatiga y deflexiones asegura al diseñador un procedimiento y cálculo correcto y una reducción en el tiempo empleado.

El algoritmo proporciona en cada análisis una secuencia de cálculos que evita repeticiones innecesarias dentro del proceso obteniendo en algunos casos expresiones globales para todos los tipos de árboles.

Adicionalmente, en el análisis por resistencia a la fatiga se logra prescindir del uso de tablas y gráficas de factores concentradores. Esto debido a que en este trabajo de tesis se han reducido a expresiones matemáticas, dando así mayor rapidez y exactitud para obtener estos valores.

Finalmente, en el análisis de deflexiones se logra reducir a expresiones polinómicas las resultantes de todas las integrales requeridas.

3. Con los modelos paramétricos definidos y la implementación de los algoritmos desarrollados, se obtiene un programa denominado ADAR.

ADAR permite ingresar los datos necesarios para el diseño del árbol solicitado, estos son procesados de forma automática y finalmente entrega el diseño del árbol con un modelo 3D para poder visualizar de forma más clara el resultado. Se consigue una mayor facilidad y rapidez en el diseño, debido a que el programa posee una interfaz amigable y gráficas que hacen más intuitivo su uso.

4. El algoritmo logra ser validado al implementarse el programa ADAR y realizar una comparación porcentual de los resultados obtenidos con la herramienta Autodesk Inventor.

El análisis mostrado del árbol de entrada, entrega los siguientes resultados: factor de seguridad a la fluencia 4.13, factor de seguridad a la fatiga 1.27 y deflexión máxima de 0.159 mm. Estos resultados al ser comparados con la herramienta de Inventor, establecen una diferencia menor al 5% (Tabla 4.2), lo cual muestra la exactitud del programa.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] BELIÁEV, V. N. & RESHÉTOV, D. N.
1981 *Atlas de elementos de máquinas y mecanismos*. Barcelona: CEAC.
- [2] MOTT, R. L.
2006 *Diseño de elementos de máquinas*. México: Pearson Educación.
- [3] REITOR & HOHMANN
1977 *Grundlagen des Konstruierens*. Essen: Girardet.
- [4] DECKER, Karl-Heinz.
2007 *Maschinenelemente: Funktion, Gestaltung und Berechnung*. München: Carl Hanser.
- [5] NORTON, R. L.
2011 *Diseño de máquinas: Un enfoque integrado*. Naucalpan de Juárez: Pearson Education.
- [6] SKF
2008 *Catálogo general*. [s.l.] : SKF.
- [7] ANEM TRANSMISSIONS
2017 *Engranajes - ANEM transmissions*.14/06/2017.
<http://www.anemsa.com/engranajes/>
- [8] REFORMIX
2017 *Serviços de Manutenção em Chavetas - Reformix - Nós fazemos a diferença*.18/07/2017. <http://www.reformix.com.br/manutencao-chavetas.html>
- [9] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG
2012 *Mechanical engineering: basic standards 2 / DIN Deutsches Institut für Normung*. 5ta edición. Berlín: Beuth.
- [10] ORLOV, P.
1974 *Ingeniería de diseño*. Moscú: Mir.
- [11] COIRO, Jon.
2017 *Spanish Retaining Rings, Snap Rings, Spiral Rings and Contact Section Rings*. 26/07/2017. <https://www.rotorclip.com/es>

- [12] RULAND
2017 *Acoplamientos de Eje para Aplicaciones Servo | Ruland*. 02/08/2017.
http://espanol.ruland.com/ps_acoplamientos.asp
- [13] HIBBELER, R.C.
2011 *Mecánica de materiales*. 8va edición. México: Prentice Hall.
- [14] BUDYNAS, R. G., NISBETT, J. K., & SHIGLEY, J. E.
2011 *Shigley's mechanical engineering design*. New York: McGraw-Hill.
- [15] WITTEL, H. , MUHS, D., JANNASCH, D., VOBIEK, J.
2013 *Roloff / Matek Maschinenelemente: Normung, Berechnung, Gestaltung*.
- [16] BEER, F. P.
2010 *Mecánica de materiales*. México: McGraw-Hill.
- [17] MESYS
2017 *Wellensysteme | MESYS AG*. 09/08/2017.
<http://www.mesys.ch/images/ShaftImage2.png>
- [18] CEAC
1980 *Elementos de máquinas: Enciclopedia CEAC del delineante*. Barcelona: CEAC.
- [19] OTIA
2005 *Catálogo de productos*. [s.l.]: Otia.
- [20] LIPSON, Ch. y JUVINALL, R,
1963 *Handbook of Stress and Strength Design and Material Applications*. Michigan: Macmillan.
- [21] PILKEY, W. D., & PETERSON, R. E.
2002 *Peterson's stress concentration factors*. New York: Wiley.