

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE GRADUADOS

MAESTRÍA EN INGENIERÍA DE CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN



“DISEÑO DE UN CONTROLADOR ADAPTIVO CON IDENTIFICACIÓN
EN LÍNEA APLICADO A UNA PLANTA MODELO DE PRESIÓN”

Tesis para optar el Grado Académico de
MAGÍSTER EN INGENIERÍA DE CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN

Presentado por:

Ing. ELOY EDWIN ACERO COILA

LIMA – PERÚ

2006



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER EN INGENIERÍA DE CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN

TÍTULO : Diseño de un Controlador Adaptivo con Identificación en Línea aplicado a una Planta Modelo de Presión.

ÁREA : Maestría en Ingeniería de Control y Automatización

ASESOR : Dr. Antonio Morán Cárdenas

ALUMNO : Ing. Eloy Edwin Acero Coila

CÓDIGO : 20024605

FECHA : 14 de Abril de 2005

DESCRIPCION Y OBJETIVOS:

En la actualidad se vienen empleando diferentes algoritmos de control, a fin de mejorar el comportamiento de las variables de los procesos en las plantas industriales, muchos procesos son de naturaleza no lineal y variantes en el tiempo o de dinámica cambiante; así mismo en una gran variedad de casos el modelamiento es muy difícil especialmente cuando los parámetros del proceso varían frecuentemente, esto es porque muchos métodos de control requieren un conocimiento exacto del modelo del proceso.

En muchos casos las estrategias de control con parámetros constantes no pueden ser adaptadas a los cambios en las condiciones de operación. Las no-linealidades y la naturaleza variante en el tiempo de los procesos es la razón principal para el desarrollo de las técnicas del control adaptivo, las cuales tienen la ventaja de variar los parámetros del controlador a fin de corresponder a los cambios producidos en la planta.

En la presente tesis se propone una metodología para diseñar controladores adaptivos con Identificación en Línea, con la capacidad de controlar una Planta Modelo de Presión que es un sistema no-lineal que presenta variaciones en su dinámica. Para llevar a cabo la identificación en Línea se utilizará el método de mínimos cuadrados recursivos a fin de obtener la dinámica del proceso y para el diseño del algoritmo de control adaptivo se va usar la metodología de Controladores de Auto-sintonización – STR.

La metodología propuesta involucra la implementación de un sistema de control, así como las herramientas de hardware y software, el cual funcionará en Tiempo Real, donde se realizarán la identificación en línea y control de la planta. Los resultados se aplicarán a la Planta Modelo de Presión, que se encuentren en el laboratorio de Control.



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE GRADUADOS

Tema: "DISEÑO DE UN CONTROLADOR ADAPTIVO CON IDENTIFICACIÓN EN LÍNEA APLICADO A
UNA PLANTA MODELO DE PRESIÓN"

Tesis para optar el Grado Académico de Magíster en Ingeniería de Control y Automatización

Presentado por : Ing. Eloy Edwin Acero Coila
Asesor : Dr. Antonio Morán Cárdenas

RESUMEN

Se presenta el diseño del controlador adaptivo aplicado a la Planta Modelo de Presión desarrollado en base a Controladores Adaptivos de Auto-sintonización – STR con Identificación Recursiva en Línea. Este algoritmo de control está basado en el método de asignación de polos y del algoritmo de identificación recursivo de mínimos cuadrados – RLS y mínimos cuadrados extendidos REELS. El control es tal que permite que el proceso esté a una referencia deseada, manteniendo siempre la regulación deseada. Además el control es capaz de hacer frente a las perturbaciones existentes en el proceso por ser altamente no lineal. El diseño incluyó etapas de identificación, control y simulación del sistema de control, las cuales se utilizaron para hallar las soluciones a los requerimientos de funcionamiento, asimismo se realizó la implementación del controlador en MatLab – Simulink.

Palabras Claves: Controladores Adaptivos de Auto-sintonización – STR. Identificación Recursiva de Mínimos Cuadrados – RLS, Identificación Recursiva de Mínimos Cuadrados Extendidos – REELS, asignación de polos.

Dedicado a:

Al Prof. José y a la Enf. Juana Elva, los padres más abnegados, que pacientemente, con su fe, soporte e integridad han dedicado su vida a la conclusión de esta etapa de mi vida y son mi eterna fuente de energía.

Agradecimientos Personales

¡Gracias a Dios por la vida que me ha dado tanto!

Al término de esta importante etapa, no puedo dejar de agradecer a lo más valioso que Dios me ha podido dar en esta vida, mi familia, va mis agradecimientos con todo el amor del mundo a mis padres José y Juana Elva, a mi abuelo Gregorio, a mi hermano René Richard, a mi primita Andrea y tío Leonidas por su comprensión y apoyo incondicional que en todo momento supieron darme.

Ing. Eloy Edwin Acero Coila

Agradecimientos

Mis agradecimientos muy reconocidos a la Pontificia Universidad Católica del Perú, Escuela de Graduados y en especial a su Laboratorio de Control y Automatización por haberme cobijado en el transcurso de mis estudios de maestría, como también a todos mis profesores que supieron darme conocimientos a lo largo de mis estudios que me permiten enfrentar la realidad del mundo actual.

También va mi reconocimiento a mi asesor al **Dr. Antonio Morán Cárdenas** por su apoyo, incentivo y así mismo por dar paso al trámite incondicional para el logro del desarrollo de la presente tesis. Así mismo va mi agradecimiento especial al **M.Sc. Ing. José Dávalos Pinto** por el apoyo y su invaluable colaboración que hizo posible la culminación de esta tesis.

Es necesario que retribuya con un reconocimiento a todos los profesores de la Maestría quienes me incentivaron a la culminación y desarrollo de esta Tesis a los docentes **Dr. Javier Sotomayor, M.Sc. Ing. Julio Tafur, Dr. José Carlos Álvarez.**

A mis amigos Gonzalo Chávez, Reynaldo Mayorca, Juan Ingaluque, ha mis primos Carlos Estaña, Hugo Apaza y mis tíos Juan Estaña y Simona Coaquira, por su apoyo siempre incondicional.

Finalmente, mis gratitudes a los miembros del jurados, por dedicar su tiempo a la revisión de la presente tesis.

Atentamente,
Ing. Eloy Edwin Acero Coila



ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE	i
LISTA DE FIGURAS	iii
LISTA DE TABLAS	viii
INTRODUCCIÓN	ix
CAPITULO 1. PLANTA MODELO DE PRESIÓN.	
1.1 Generalidades.	1
1.2 Descripción del proceso.	2
1.3 Caracterización de la planta modelo de presión.	5
1.3.1 Características generales de la planta modelo de presión.	5
1.3.2 Características técnicas de los instrumentos de la planta modelo de presión.	6
1.4 Adquisición de datos de la planta modelo de presión.	13
CAPITULO 2. IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS DINAMICOS.	
2.1 Generalidades.	15
2.2 Identificación de sistemas dinámicos.	16
2.3 Métodos de identificación.	18
2.4 Métodos para el ajuste de parámetros.	19
2.4.1 Errores de predicción o residuos de un modelo.	21
2.4.2 Regresión lineal.	21
2.4.3 Método de mínimos cuadrados – LS.	21
2.4.4 Método de identificación recursiva.	24
2.4.5 Método de mínimos cuadrados extendidos o generalizados	25
2.5 Algoritmo recursivo de identificación	25
2.6 Modificaciones al algoritmo recursivo de identificación.	26
2.6.1 Inclusión de un factor de olvido o memoria.	26
2.6.2 Suma de una matriz positiva.	27
2.6.3 Problemas y soluciones.	27
2.7 Convergencia e identificabilidad.	28
2.8 Metodología para la identificación de la Planta Modelo de Presión.	29
2.9 Algoritmo de identificación recursivo en línea propuesto.	30
2.10 Identificación de la planta modelo de presión.	32
2.10.1 Estudio experimental.	33
2.10.2 Identificación no paramétrica de la planta modelo de presión.	37
2.10.3 Identificación paramétrica de la planta modelo de presión.	42
2.10.4 Identificación recursiva en línea de la planta modelo de presión.	62
2.10.4.1 Método recursivo de mínimos cuadrados – RLS.	63
2.10.4.2 Método recursivo de mínimos cuadrados extendidos – RELS.	67
2.10.5 Implementación en MatLab del algoritmo de identificación recursiva en línea.	68

2.10.6	Pruebas y resultados.	73
2.10.6.1	Resultados de las simulaciones de la identificación en línea.	73
2.10.6.2	Resultados Experimentales de la identificación en línea.	83
CAPITULO 3. CONTROL ADAPTIVO		
3.1	Generalidades.	88
3.2	Perspectiva histórica.	89
3.3	Control adaptivo.	90
3.3.1	Controladores Adaptivos con Modelo de Referencia - MRAC.	93
3.3.2	Control adaptivo de Auto-sintonización – STR.	96
3.4	Control adaptivo como una herramienta versátil en el diseño de controladores no lineales.	96
3.5	Diseño de controladores adaptivos por auto-sintonización – STR.	97
3.5.1	Diseño mediante asignación de polos y ceros.	100
3.5.2	Condiciones de Causalidad	103
3.5.3	Interpretación del Controlador como Modelo de Referencia	104
3.5.4	Casos Particulares en el diseño de controladores adoptivos de auto-sintonización.	105
3.5.4.1	Cancelación de todos los ceros del sistema.	105
3.5.4.2	No se cancela ningún cero del sistema.	105
3.5.5	Consideraciones Generales de Diseño.	106
3.5.5.1	Algoritmo de identificación explícita.	106
3.5.5.2	Algoritmo de identificación implícita.	107
3.6	Diseño del controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos aplicado a la planta modelo de presión	109
3.6.1	Identificación Recursiva en Línea	110
3.6.2	Cálculo del Controlador Adaptivo de Auto-sintonización mediante Asignación de Polos.	110
3.6.3	Obtención y aplicación de la Ley de Control.	119
3.6.4	Selección de los polos deseados, P_m y A_o .	121
3.7	Implementación en MatLab del controlador adaptivo de auto-sintonización.	123
3.8	Pruebas y resultados.	128
3.8.1	Resultados de las Simulaciones del Controlador Adaptivo.	128
3.8.2	Resultados Experimentales del Controlador Adaptivo.	136
CONCLUSIONES		141
RECOMENDACIONES		143
BIBLIOGRAFÍA		144
ANEXOS		147

LISTA DE FIGURAS

CAPITULO 1. PLANTA MODELO DE PRESIÓN.		Pág.
Figura 1.1	Diagrama esquemático de la Planta Modelo de Presión.	2
Figura 1.2	Diagrama de Instrumentación PI&D de la Planta Modelo de Presión.	4
Figura 1.3	Planta Modelo de Presión, Laboratorio de Control y Automatización – PUCP.	6
Figura 1.4	Vista del Controlador Indicador y el Registrador de la Planta de Presión.	8
Figura 1.5	Vista del Convertidor Electro-neumático de la Planta de Presión.	9
Figura 1.6	Vista de la Válvula de Control de la Planta Modelo de Presión.	10
Figura 1.7	Vista del Tanque de Almacenamiento de la Planta Modelo de Presión.	11
Figura 1.8	Vista del Transmisor de Presión de la Planta de Presión.	12
Figura 1.9	Vista del Indicador de Flujo de Aire.	12
Figura 1.10	Diagrama instrumental para la adquisición de datos - DAQ de la Planta Modelo de Presión	14
CAPITULO 2. IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS DINAMICOS.		
Figura 2.1	Carta de flujo del proceso de identificación	17
Figura 2.2	Diagrama de la Planta Modelo de Presión	34
Figura 2.3	Filtrado de la señal de salida del sistema	35
Figura 2.4	Densidad Espectral de Potencia de la Planta Modelo de Presión	36
Figura 2.5	Característica Estática de la Planta Modelo de Presión.	38
Figura 2.6	Respuesta a una señal escalón de la Planta Modelo de Presión para una apertura de la válvula del 5% al 20% (Primera Zona Lineal)	40
Figura 2.7	Respuesta a una señal escalón de la Planta Modelo de Presión para una apertura de la válvula del 36% al 42% (Segunda Zona Lineal)	42
Figura 2.8	Densidad Espectral de Potencia de la Planta Modelo de Presión	43
Figura 2.9 (a)	Respuesta a la señal SBPA de la Planta Modelo de Presión para una apertura de válvula de 5% al 20% (Primera Zona Lineal)	44
Figura 2.9 (b)	Respuesta a la señal SBPA de la Planta Modelo de Presión para una apertura de válvula de 36% al 42% (Segunda Zona Lineal)	45
Figura 2.10	Resultados de la identificación paramétrica para la Primera Zona Lineal.	50
Figura 2.11	Diagrama de bloques para el proceso identificado usando la estructura ARMAX.	51
Figura 2.12	Diagrama de ubicación de ceros y polos del modelo estimado para la 1ra Zona Lineal	52

Figura 2.13	Resultados de la identificación paramétrica para la Segunda Zona Lineal.	53
Figura 2.14	Resultados de validación de la identificación paramétrica para la Primera Zona de Lineal.	54
Figura 2.15	Resultados de validación de la identificación paramétrica para la Segunda Zona de Lineal.	55
Figura 2.16 (a)	Diagrama de autocorrelación y correlación cruzada del modelo ARMAX[2,2,2,5] para la Primera Zona Lineal de la Planta Modelo de Presión.	55
Figura 2.16 (b)	Diagrama de autocorrelación y correlación cruzada del modelo ARMAX[2,2,2,5] para la Segunda Zona Lineal de la Planta Modelo de Presión.	56
Figura 2.17	Diagrama de los residuos asociados con el modelo y los datos de validación para el modelo ARMAX[2, 2, 2, 5] de la Planta Modelo de Presión	56
Figura 2.18 (a)	Gráfica de la respuesta al escalón debido al modelo estimado según la ecuación (2.43) y la data experimental de la Primera Zona Lineal.	58
Figura 2.18 (b)	Gráfica de la respuesta al escalón debido al modelo estimado según la ecuación (2.48) y la data experimental de la Primera Zona Lineal.	59
Figura 2.19 (a)	Gráfica de la respuesta al escalón debido al modelo estimado según la ecuación 2.48 y la data experimental de la Segunda Zona Lineal.	60
Figura 2.19 (b)	Gráfica de la respuesta al escalón debido al modelo estimado según la ecuación 2.43 y la data experimental de la Segunda Zona Lineal.	61
Figura 2.20	Librería para Identificación Recursiva implementada con S-Function, M-File.	68
Figura 2.21	Diagrama de simulación para la identificación recursivo de mínimos cuadrados – RLS.	69
Figura 2.22	Diagrama de simulación para la identificación recursivo de mínimos cuadrados extendidos – RELS	70
Figura 2.23	Librería de Identificación Recursiva para la Implementación en Tiempo Real	70
Figura 2.24	Subsistema DAQ, Adquisición de Datos de la Planta Modelo de Presión	71
Figura 2.25	Adquisición de Datos de la Planta Modelo de Presión	71
Figura 2.26	Diagrama de la implementación en Tiempo Real para el Algoritmo de Identificación Recursivo en Línea aplicado a la Planta Modelo de Presión	72
Figura 2.27	Resultados de la Identificación en línea considerando el modelo de la primera zonal lineal y una señal de entrada SBPA con rangos de operación de 36% a 42% de apertura de válvula, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)	74
Figura 2.28	Resultados de la Identificación en línea considerando el modelo de la segunda zonal lineal y una señal de entrada SBPA con rangos de operación de 5% a 20% de apertura de válvula, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)	75
Figura 2.29	Adaptación del factor de olvido variable considerando una matriz de covarianza inicial de $P=\alpha I$ ($\alpha=10^7$), algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)	76

Figura 2.30 (a)	Resultados de la Identificación en línea considerando una matriz de covarianza inicial $P=\alpha I$ ($\alpha=10^{12}$), el modelo de la primera zonal lineal y una señal de entrada SBPA con rangos de operación de 36% al 42% de apertura de válvula, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)	76
Figura 2.30 (b)	Resultados de la Identificación en línea considerando una matriz de covarianza inicial $P=\alpha I$ ($\alpha=10^{12}$), el modelo de la segunda zonal lineal y una señal de entrada SBPA con rangos de operación de 5% al 20% de apertura de válvula, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)	77
Figura 2.31	Adaptación del Factor de Olvido Variable considerando una matriz de covarianza inicial de $P=\alpha I$ ($\alpha=10^{12}$), algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)	78
Figura 2.32	Resultados de la identificación en línea para un incremento en la varianza del ruido gaussiano $V=0.05$, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)	79
Figura 2.33	Adaptación del Factor de Olvido Variable, para un incremento en la varianza del ruido gaussiano $V=0.05$	80
Figura 2.34	Resultados de la identificación en línea para un incremento en la varianza del ruido gaussiano $V=0.1$, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)	80
Figura 2.35	Adaptación del Factor de Olvido Variable, para un incremento en la varianza del ruido gaussiano $V=0.1$.	81
Figura 3.36	Resultados de la identificación en línea para un incremento en la varianza del ruido gaussiano $V=1$, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)	81
Figura 2.37	Adaptación del Factor de Olvido Variable, para un incremento en la varianza del ruido gaussiano $V=1$	82
Figura 2.38	Data Experimental de la Identificación en Línea de la Planta Modelo de Presión, para una señal de entrada SBPA de 15% al 35% de apertura de válvula.	84
Figura 2.39	Adaptación del Factor de Olvido Variable, para una señal de entrada SBPA de 15 al 35% de apertura de válvula.	85
Figura 2.40	Data Experimental de la Identificación en Línea de la Planta Modelo de Presión, para una señal de entrada SBPA del 60% al 80% de apertura de válvula.	86
Figura 2.41	Adaptación del Factor de Olvido Variable, para una señal de entrada SBPA del 60% al 80% de apertura de válvula.	87

CAPITULO 3. CONTROL ADAPTIVO

Figura 3.1	Configuración básica de control adaptivo	90
Figura 3.2	Control Adaptivo por Ganancia Programa - Gain Sheduling.	92
Figura 3.3	Estructura de control adaptivo con modelo de referencia MRAC	93

Figura 3.4	Separación del sistema – Hiperestabilidad	95
Figura 3.5	Estructura del Controlador Adaptivo de Auto-sintonización STR.	96
Figura 3.6	Controlador Adaptivo de Auto-sintonización –STR (Self-Tuning Controllers)	98
Figura 3.7	Estructura del Control Adaptivo – STR mediante asignación de polos.	101
Figura 3.8	Interpretación del controlador como modelo de referencia	104
Figura 3.9	Algoritmo con identificación implícita	108
Figura 3.10	Diagrama de bloques del sistema de control adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos	109
Figura 3.11	Estructura del controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos	111
Figura 3.12	Diagrama funcional del controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos aplicado a la Planta Modelo de Presión	120
Figura 3.13	Grafica de los polos deseados en el Plano s	122
Figura 3.14	Librería del Control Adaptivo – STR mediante Asignación de Polos implementada con S-Function, M-File	124
Figura 3.15	Diagrama de simulación para el controlador adaptivo – STR mediante asignación de polos, usando la identificación recursivo de mínimos cuadrados – RLS.	125
Figura 3.16	Diagrama de simulación para el controlador adaptivo – STR mediante asignación de polos, usando la identificación recursivo de mínimos cuadrados extendidos – RELS.	125
Figura 3.17	Librería del Control Adaptivo – STR mediante Asignación de Polos para la Implementación en Tiempo Real	126
Figura 3.18	Diagrama de la implementación real del Controlador Adaptivo – STR mediante Asignación de Polos aplicado de la Planta Modelo de Presión	127
Figura 3.19	Resultados del sistema ante una entrada 5 al 15% de trayectoria deseada, con una varianza de ruido gaussiano $V = 0$	129
Figura 3.20	Resultados del sistema ante una entrada 5 al 15% de la trayectoria deseada, con una varianza de ruido gaussiano $V = 0.01$	129
Figura 3.21	Adaptación de los parámetros del controlador adaptivo, ante una varianza de ruido gaussiano $V=0.01$	130
Figura 3.22	Resultados del sistema ante una entrada 5 al 15% de la trayectoria deseada, se ha variado el tiempo de asentamiento a 5 seg. y la varianza de ruido gaussiano a 0.01	131
Figura 3.23	Resultados del sistema ante una entrada 5 al 15% de la trayectoria deseada, considerando la identificación recursiva de mínimos cuadrados extendidos RELS y una varianza de ruido gaussiano $V = 0.01$	132
Figura 3.24	Resultados del sistema ante una entrada 5 al 15% de la trayectoria deseada, considerando la identificación en línea RELS, factor de amortiguamiento $\zeta = 0.85$ y una varianza de ruido gaussiano $V = 0.01$	133

Figura 3.25	Resultados del sistema ante una entrada 30 al 60% de trayectoria deseada, considerando identificación en línea RELS, factor de amortiguamiento $\zeta = 0.85$, tiempo de asentamiento $t_s = 5\text{seg}$ ($\alpha=1$) y una varianza de ruido gaussiano $V = 0.05$	134
Figura 3.26	Adaptación de los parámetros del controlador adaptivo, considerando identificación en línea RELS, factor de amortiguamiento $\zeta = 0.85$, tiempo de asentamiento $t_s = 5\text{seg}$ ($\alpha = 1$) y una varianza de ruido gaussiano $V = 0.05$	135
Figura 3.27	Resultados del sistema ante una entrada 30 al 60% de trayectoria deseada, considerando identificación en línea RELS, factor de amortiguamiento $\zeta = 0.85$, tiempo de asentamiento $t_s = 10 \text{ seg}$ ($\alpha = 2$) y una varianza de ruido gaussiano $V = 0.05$	136
Figura 3.28	Data Experimental del Control Adaptivo de la Planta Modelo de Presión, para una entrada de 15 al 35% de trayectoria deseada.	137
Figura 3.29	Data Experimental de la adaptación de los parámetros del Controlador Adaptivo para la Planta Modelo de Presión, considerando una entrada de 15 al 35% de trayectoria deseada	138
Figura 3.30	Data Experimental del Control Adaptivo de la Planta Modelo de Presión, para una entrada del 60 al 80% de trayectoria deseada.	139
Figura 3.31	Data Experimental de la adaptación de los parámetros del Controlador Adaptivo para la Planta Modelo de Presión, considerando una entrada de 60 al 80% de trayectoria deseada	140

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.1	Características técnicas del Controlador de la Planta Modelo de Presión	7
Tabla 1.2	Características técnicas del Registrador de la Planta Modelo de Presión.	8
Tabla 1.3	Características técnicas del Convertidor Electro-neumático de la Planta Modelo de Presión.	9
Tabla 1.4	Características técnicas de la Válvula de control de la Planta de Presión.	9
Tabla 1.5	Características técnicas del Tanque de Almacenamiento de la Planta Modelo de Presión.	10
Tabla 1.6	Características técnicas del Transmisor de Presión de la Planta Modelo de Presión.	11
Tabla 1.7	Características técnicas del Indicador de Flujo de aire de la Planta Modelo de Presión.	12
Tabla 1.8	Características del compresor.	13
Tabla 1.9	Características técnicas de los reguladores de presión de aire.	13
Tabla 2.1	Característica Estática de la Planta Modelo de Presión	38
Tabla 2.2	Estructuras y Errores para el Modelo ARMAX de la Planta Modelo de Presión	49

INTRODUCCIÓN

En la actualidad se vienen empleando diferentes algoritmos de control, a fin de mejorar el comportamiento de las variables de los procesos en las plantas industriales, y muchos de estos procesos son de naturaleza no lineal y variantes en el tiempo, debido a las incertidumbres, las perturbaciones estructurales y las variaciones ambientales; asimismo en una gran variedad de casos el modelamiento es muy difícil especialmente cuando los parámetros del proceso varían frecuentemente, esto es porque muchos métodos de control requieren un conocimiento exacto del modelo del proceso. La solución a este problema es diseñar un controlador que sea auto-ajustable o de auto-sintonización en respuesta a las variaciones en la dinámica del proceso y sus entradas.

En la presente tesis se expone el diseño del Controlador Adaptivo de Auto-sintonización (Self Tuning Controllers – STR) con Identificación en Línea aplicado a una Planta Modelo de Presión. Este algoritmo de control es una alternativa de solución cuando los parámetros del proceso sufren variaciones ocasionadas por las incertidumbres, perturbaciones estructurales y variaciones ambientales.

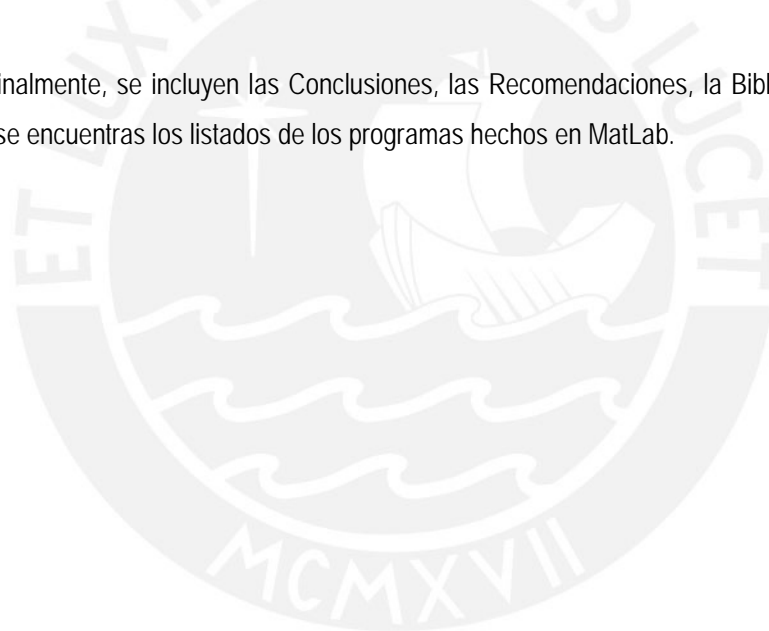
En el primer capítulo se expone la Planta Modelo de Presión, se describen los elementos constitutivos de la planta y los accesorios que se necesitan para la identificación y control de la planta, se empieza por este capítulo porque para cualquier análisis y diseño de identificación y control es necesario conocer el proceso para entender los requerimientos o restricciones de cualquier naturaleza (físicas, mecánicas y electrónicas).

En el segundo capítulo se expone la Identificación de Sistemas Dinámicos, para determinar el modelo dinámico de la planta a partir de datos experimentales, en este capítulo se ha utilizado el método de la identificación recursiva de mínimos cuadrados para la estimación de los parámetros en línea, la identificación del planta se ha planificado experimentalmente, se muestran los procedimientos

que se realizaron para encontrar su característica estática, su respuesta al escalón (Identificación No Paramétrica), se determinó el período básico de la señal SBPA con lo que se realizó la Identificación Paramétrica fuera de Línea, se obtuvieron dos modelos que representan a dos zonas diferentes de funcionamiento, estos modelos se han tomado como base para verificar la performance del algoritmo de identificación recursiva propuesto. Además en este capítulo se presentan los resultados de las simulaciones y de la data experimental de la identificación de la Planta Modelo de Presión.

En el tercer capítulo denominado Control Adaptivo donde se expone el diseño de Controlador Adaptivo de Auto-sintonización mediante Asignación de Polos aplicado a la Planta Modelo de Presión. Se expone el método para diseñar el controlador adaptivo de auto-sintonización. Este método contiene: diseño del controlador, implementación en MatLab y las simulaciones respectivas. Además en este capítulo se presentan los resultados experimentales del control adaptivo de la Planta Modelo de Presión.

Finalmente, se incluyen las Conclusiones, las Recomendaciones, la Bibliografía y los anexos en donde se encuentran los listados de los programas hechos en MatLab.



Capítulo 1

PLANTA MODELO DE PRESIÓN

1.1 GENERALIDADES.

Las plantas industriales como hornos, intercambiadores de calor, calderas, columnas de destilación, concentradoras (extracción de metales), tratamiento de agua, lixiviación, extracción por solventes, cámaras refrigerantes, etc., son instalaciones orientadas a la fabricación o a la obtención de productos, formado por un conjunto de equipos y máquinas que realizan la transformación de las materias primas en productos terminados. Entre estos procesos industriales que intervienen en las plantas industriales más comunes tenemos: flujo de fluidos (gases y líquidos), transporte de sólidos, reducción de tamaño, presión de aire en tanques, nivel de líquidos y sólidos en tanques o reservorios, temperatura de hornos y líquidos en tanques, concentración en líquidos, mezclas de tanques, molinos, pulverizadores, celdas de flotación, hidrociclones, etc., estos procesos requieren de operaciones comunes que se efectúen sobre el proceso con el fin de obtener un producto.

El *control de presión de aire* en: tanques, celdas de flotación, bombas-neumáticas, etc., es probablemente una de las operaciones más ampliamente empleadas en las industrias y a la vez es requerido cada vez más como una exigencia en la producción, para aumentar tanto la calidad como la cantidad obtenido del proceso.

Tradicionalmente el control de presión de aire es controlado por sistemas de control PID en bucles independientes, generalmente el sintonizado es manual mediante procedimiento de prueba – error y sin hacer uso de los modelos matemáticos, lo que evidentemente no conduce a unas prestaciones óptimas.

En los últimos tiempos se empezó a desarrollarse y aplicarse sistemas con estrategias de control más sofisticadas, gracias al empleo de nuevas técnicas como identificación de sistemas, todo ello apoyado en las nuevas tecnologías en microelectrónica, en la información y las comunicaciones.

Esta tesis se centra en el diseño de un controlador adaptivo con identificación en línea de la Planta Modelo de Presión, este proceso es de naturaleza no lineal y variante en tiempo e influye en muchos procesos industriales, su operación es complicada de manera notable para la obtención de producto final (por ejemplo en Calderas de Centrales Térmicas)

1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROCESO.

El control de presión por lo regular es crítico en una variedad de procesos industriales, son difíciles de controlar debido a que exhiben un comportamiento fuertemente no lineal debido a los cambios en las condiciones de operación y de su naturaleza variante en el tiempo (estas variaciones se presentan en un rango pequeño en sus magnitudes de su dinámica).

En la figura 1.1 muestra el diagrama esquemático del proceso.

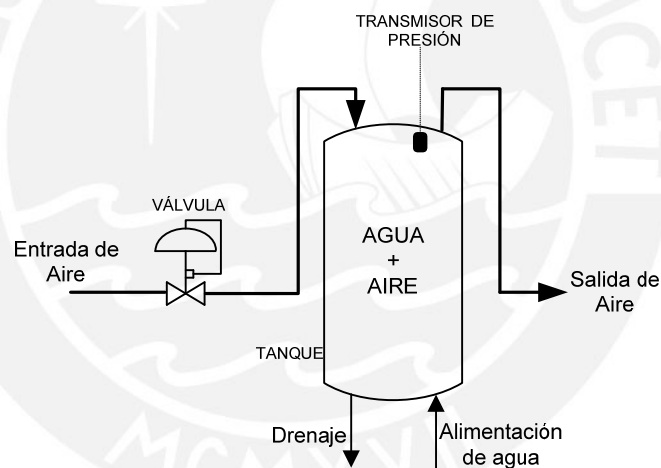


Figura 1.1 Diagrama esquemático de la Planta Modelo de Presión.

En la Planta Modelo de Presión se controla la presión de aire dentro un tanque de acero inoxidable mediante el flujo de aire a través de una tubería de $\frac{1}{2}$ " regulado por una válvula neumática proporcional, el aire es suministrado por una compresora que opera en el rango de 3 a 6 bar de presión. El flujo de aire que pasa a través de la tubería es considerado como el flujo newtoniano, es decir, los esfuerzos cortantes a los que está sometido son directamente proporcionales a la deformación producida, este tipo de fluidos además tiene la propiedad de poseer una viscosidad dinámica independiente del movimiento al que esta sometido el fluido.

En la planta modelo de presión encontramos que la característica del aire como fluido es su compresibilidad, los gases y vapores son altamente compresibles, si se supone incompresibilidad, es mucho más fácil describir el estado del fluido y su comportamiento cuando está en movimiento. Sin embargo, hay que notar que los gases como el aire pueden ser tratados como incompresibles solamente si el cambio en la presión es pequeño a través del sistema de flujo. La compresibilidad es la medida del cambio de volumen y densidad, cuando una sustancia está sujeta a presiones o tensiones normales, y está definida por:

$$\text{compresibilidad} = -\left(\frac{\partial V}{V}\right) \frac{1}{\partial p} = \left(\frac{\partial \rho}{\rho}\right) \frac{1}{\partial p} \quad (1.1)$$

donde:

V es el volumen

P es la presión del fluido

ρ es la densidad del fluido

El recíproco de la compresibilidad es conocido como el módulo de elasticidad volumétrico E_v . Los datos de compresibilidad para líquidos son datos usualmente en términos de E_v es determinado experimentalmente. E_v depende de la manera como fundamento para caracterizar el cambio de volumen. Considerar la compresibilidad del aire sirve como fundamento para caracterizar el comportamiento del fluido a ser desplazado hacia volúmenes finitos.

En el tanque de acero donde se mide la presión de aire, se ha visto que el cambio incremental decrece a medida que la presión de aire aumenta, esto se debe a que algún momento el aire comienza a comprimirse, esto sucede al abrir casi totalmente la válvula neumática de control.

La variable controlada del sistema es la presión y puede ser definida como fuerza entre área. Es una cantidad escalar y la fuerza asociada a una presión dada actuando sobre una unidad de área es $p \partial A$ y tiene dirección de la normal al área ∂A . Así en un punto en el interior de una masa de fluido, la dirección de la fuerza de presión depende de la orientación del plano o corte a través del plano.

La presión puede medirse con respecto a un valor cero absoluto (presión absoluta), o con respecto a la presión atmosférica en la localidad donde está ubicada la planta (presión manométrica). La presión medida por el transmisor de presión en el tanque corresponde a la presión manométrica.

En la figura 1.2 muestra el diagrama de instrumentación PI&D de la Planta Modelo de Presión, donde encontramos los instrumentos, equipos y controladores, así como su interconexión mediante tuberías, sistema eléctrico, etc.

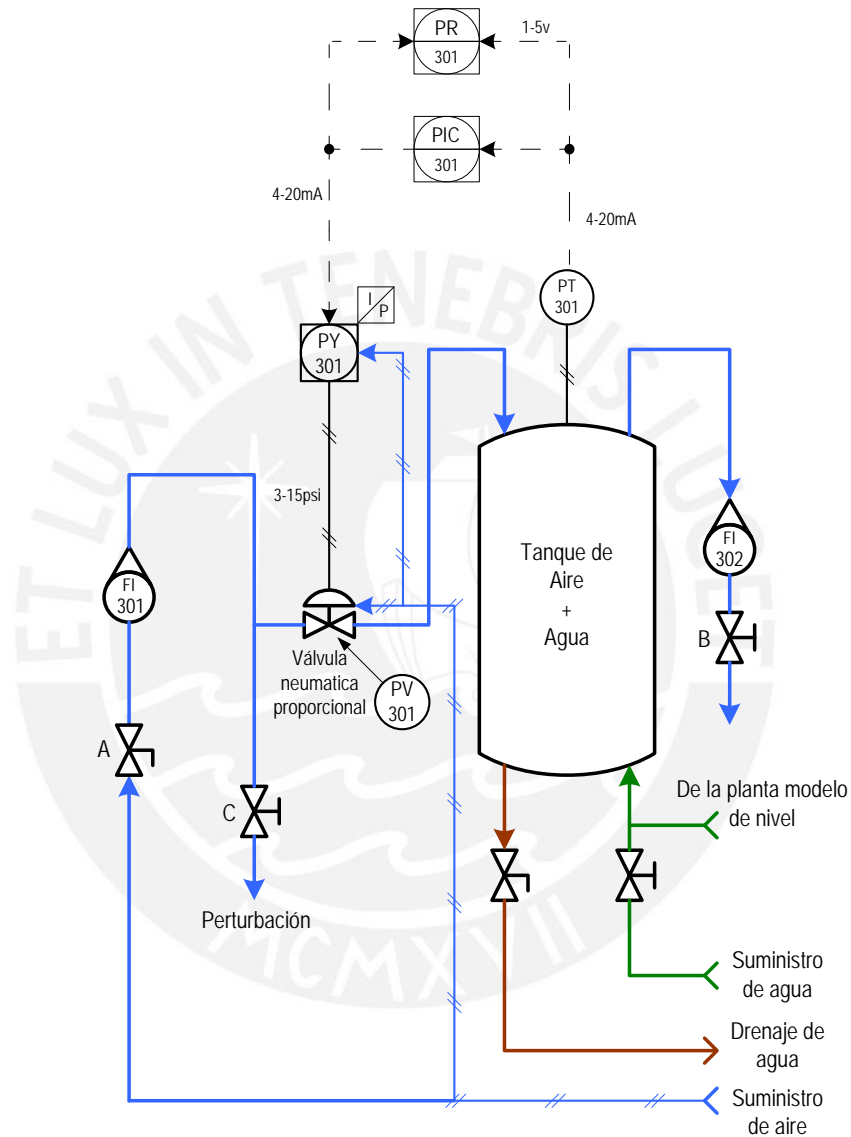


Figura 1.2 Diagrama de Instrumentación PI&D de la Planta Modelo de Presión.

Observando el diagrama de instrumentación del proceso - PI&D, podemos describir el funcionamiento de la planta modelo de presión, se inicia con el suministro de aire que es proporcionado por un compresor de aire, el flujo de aire ingresa a través de la válvula A, donde es registrada por el rotámetro FI-301. En condiciones de operación normal, la válvula de perturbaciones C, se encuentra cerrada, por lo que el flujo de aire continúa su curso a través de la válvula neumática proporcional PV-

301, que será utilizada como elemento final de control, para finalmente ingresar al tanque. Este tanque inicialmente tiene un nivel de agua arbitrario, el que puede incrementarse o disminuirse con las válvulas de alimentación de agua y drenaje respectivamente. El aire finalmente sale del tanque a través de la válvula B y es registrada por el rotámetro FI-302. Este escape permite un flujo de aire continuo, lo que posibilita controlar la presión dentro del tanque, la medición de la presión de aire en el tanque lo realiza el transmisor de presión PT-301, el control de presión se hace a través del controlador-indicador PIC-301, también cuenta con registrador PR-301 que registra gráficamente la variables del proceso, el control de presión se realiza manipulando el ingreso del flujo de aire con la válvula neumática proporcional PV, pero como esta válvula es neumática y el controlador envía señales eléctricas (4-20mA) es hace una conversión de corriente a presión con el convertidor electro-neumático PY-301.

1.3 CARACTERIZACIÓN DE LA PLANTA MODELO DE PRESIÓN.

Las características operativas, estructurales permiten clasificar y definir sus cualidades en relación a su aplicación. La finalidad de la planta modelo de presión es la realización de ensayos de laboratorios aplicados a la docencia, investigación o servicios a terceros, por lo tanto no es de interés la capacidad de producción de insumos sino más bien la operatividad del sistema e interconectividad con otras plantas.

1.3.1 CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LA PLANTA MODELO DE PRESIÓN.

Las características generales de la planta son:

- Proceso : Presión de Aire en un tanque de almacenamiento
- Tamaño : 2 m².
- Capacidad : 30 psi.
- Equipamiento
 - Controlador : PID (digital con capacidad de comunicación).
 - Elemento primario : Transmisor de Presión (1 a 5 v)
 - Elemento final : Válvula electro-neumática (3 a 15 psi)
 - Planta : Tanque
- Visualización : Pantalla LCD
- Registro : Disco flexible 3 ½.
- Uso : Docencia, investigación y servicios a terceros.
- Materia prima : Agua, aire comprimido y energía eléctrica monofásica 220V.

1.3.2 CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DE LOS INSTRUMENTOS DE LA PLANTA MODELO DE PRESIÓN.

Para conocer las cualidades de los instrumentos y equipos de la planta se ofrece sus características más resaltantes de la planta modelo de presión, que tiene por finalidad mantener la presión de aire dentro de un tanque en un valor conocido como referencia a pesar de las perturbaciones.

En la figura 1.3 muestra una vista de la Planta Modelo de Presión.



Figura 1.3 Planta Modelo de Presión, Laboratorio de Control y Automatización – PUCP.

La Planta Modelo de Presión consta de los siguientes equipos primarios:

- Un Controlador e Indicador de presión de aire PIC,
- Un Convertidor electro-neumático PY,
- Una Válvula de control PV,
- Un Tanque de almacenamiento para el aire TA,
- Un Transmisor de presión PT,
- Dos Indicadores de flujo FI y
- Un Registrador de presión de aire PR.

Adicionalmente, se tienen los siguientes equipos secundarios:

- Dos Reguladores de presión de aire,
- Un Compresor para el suministro de aire,
- Válvulas manuales.

Para conocer específicamente la Planta Modelo de Presión mencionaremos las características técnicas de sus componentes industriales:

El *Controlador e Indicador de Presión* de aire PIC-301, es un controlador e indicador de presión basado en un microcontrolador. La operatividad se puede configurar mediante teclado y su pantalla LCD indica el valor de las variables en forma numérica y gráfica mediante barras, lo cual permite una apreciación más objetiva del proceso.

En la tabla 1.1 se ofrecen las características técnicas del controlador de la Planta Modelo de Presión.

Tabla 1.1 Características técnicas del Controlador de la Planta Modelo de Presión

Modelo/ Marca	UDC6000/ Honeywell
Entradas	4 Analógicas para: 1-5v/ 0-10v/ 10-50mA/ 4-20mA/ 4-20mA 1 Analógica: Termocupla / RTD/Contador de pulsos 2 Digitales: Interruptores
Algoritmos de control	PID/ Encendido-apagado Topología de salida: Encendido-apagado/ Tiempo proporcional/Corriente proporcional Modo de operación: Manual/ Automático
Salidas	2 Analógicas: 4-20mA 4 Digitales: (2) control, (2) Alarmas
Opciones	Sintonía Adaptiva Referencia Local/ remoto Comunicaciones: RS-422/ RS-485/ Modbus RS-485/RTU

El *Registrador de Presión* de aire PR-301 es un graficador digital configurable que permite graficar la variación de las señales en el tiempo de muestreo. Tiene una memoria con capacidad de 128k para almacenamiento de datos en disco flexible de 3½.

En la tabla 1.2 se ofrecen las características técnicas del Registrador de la Planta Modelo de Presión.

Tabla 1.2 Características técnicas del Registrador de la Planta Modelo de Presión.

Modelo/ Marca	DGR100/ Honeywell
Entradas	4 entradas: 4-20mA / 1-5v
Salidas	Pantalla LCD
Opciones	Comunicaciones: RS-232/ RS-485 Modbus

En la figura 1.4 muestra una vista del Controlador e Indicador y Registrador de la Planta Modelo de Presión.



Figura 1.4 Vista del Controlador Indicador y el Registrador de la Planta de Presión.

El *Convertidor electro-neumático* PY-301, convierte la señal de corriente de 4 a 20mA que entrega el controlador en una señal de presión de 3 a 15psi, la cual se aplica a la válvula de control.

En la tabla 1.3 se ofrecen las características técnicas del convertidor electro-neumático PY-301.

Tabla 1.3 Características técnicas del Convertidor Electro-neumático de la Planta Modelo de Presión.

Modelo/ Marca	TEIP 11/ Sensycom
Entrada	1 Analógica: 4-20mA
Salida	1 Analógica: 3-15psi
Alimentación de aire	20psi
Precisión	+/- 0.25% span

En la figura 1.5 muestra una vista del convertidor electro-neumático PY-301 de la Planta Modelo de Presión.



Figura 1.5 Vista del Convertidor Electro-neumático de la Planta de Presión.

La **válvula de control** PV-301, es un actuador que permite variar el suministro de aire al tanque de manera que la presión dentro de él, se mantenga en un valor de referencia. La válvula es neumática y consta de un posicionador neumático lineal de efecto simple.

En la tabla 1.4 se ofrecen las características técnicas de la válvula de Control de la Planta Modelo de Presión.

Tabla 1.4 Características técnicas de la válvula de control de la Planta de Presión.

Modelo/ Marca	987/ Cashco
Obturador	Globo 1"
Actuador	Neumático. Acción directa
Cv	2.75
Δp	62

En la figura 1.6 muestra una vista de la válvula de control de la Planta Modelo de Presión.



Figura 1.6 Vista de la Válvula de Control de la Planta Modelo de Presión.

La presión de aire en el *Tanque de Almacenamiento* constituye la planta o proceso, el cual tiene tuberías para ingreso y salida de aire, como una tubería de ingreso de agua.

En la tabla 1.5 se ofrecen características técnicas del Tanque de Almacenamiento de la Planta Modelo de Presión.

Tabla 1.5 Características técnicas del Tanque de Almacenamiento de la Planta Modelo de Presión.

Modelo/ Marca	/Fabricación nacional
Dimensiones	0.30 m. diámetro x 0.70 m. Altura
Material	Acero

En la figura 1.7 muestra una vista del Tanque de Almacenamiento de la Planta Modelo de Presión.



Figura 1.7 Vista del Tanque de Almacenamiento de la Planta Modelo de Presión.

El *Transmisor de Presión* PT-301, mide la presión del interior del tanque en el rango de 0 a 30psi y entrega una señal de corriente en el rango de 4 a 20 mA., la cual se envía al controlador de presión PIC como señal de realimentación.

En la tabla 1.6 se ofrecen las características técnicas del Transmisor de Presión de la Planta Modelo de Presión.

Tabla 1.6. Características técnicas del Transmisor de Presión de la Planta Modelo de Presión.

Modelo/ Marca	50GP4100A/ Fisher & Porter
Sensor	Capacitivo
Entrada	2000psi máx.
Salida	4-20 mA
Alimentación de voltaje	12-45 Vdc

En la figura 1.8 muestra una vista del Transmisor de Presión PT-301 de la Planta Modelo de Presión.



Figura 1.8 Vista del Transmisor de Presión de la Planta de Presión.

El **Indicador de flujo** FI-301/302 o rotámetro es un medidor de flujo por desplazamiento de un cono metálico al interior de un tubo de vidrio graduado. En la tabla 1.7 se ofrecen las características técnicas del Indicador de Flujo de la Planta modelo de Presión.

Tabla 1.7 Características técnicas del Indicador de Flujo de aire de la Planta Modelo de Presión.

Modelo/ Marca	D10A 1197A/ Fisher & Porter
Tasa de flujo	1500 l/h agua.
Escala	0-100%

En la figura 1.9 muestra una vista del Indicador de Flujo de la Planta Modelo de Presión.



Figura 1.9 Vista del Indicador de Flujo de Aire.

Finalmente, el *Compresor de aire* tiene por finalidad proveer la alimentación de aire para la Planta Modelo, es decir para el tanque de almacenamiento y los reguladores de presión. En la tabla 1.8 se ofrecen las características técnicas del compresor de aire.

Tabla 1.8 Características del compresor.

Modelo/ Marca	2MK245-2M/300/ FINI-AIRCOA
Compresor	Flujo de aire 24 m ³ /h Presión efectiva 30 psi. Transmisión directa
Motor	Potencia 2HP, Velocidad 3400RPM Voltaje 220v monofásico

Los *Reguladores de presión* tienen la función de mantener constante la presión de alimentación del aire a los equipos. Se tiene también manómetro y filtro. En la tabla 1.9 se ofrecen las características técnicas del regulador de presión de aire.

Tabla 1.9 Características técnicas de los reguladores de presión de aire.

Modelo/ Marca	Type 5100P/ Cashco
Rango	0-30 psi
Alimentación de aire	250 psi máx.

1.4 ADQUISICIÓN DE DATOS DE LA PLANTA MODELO DE PRESIÓN.

Para realizar los diferentes ensayos y/o experimentos en laboratorio para la identificación y control, se ha acondicionado la Planta Modelo de Presión para la adquisición de datos y se usó los siguientes equipos:

- Tarjeta de adquisición de datos DAQ – PCI 6024E, National Instruments,
- Bornera para las conexiones, National Instruments,
- Una computadora personal Pentium IV,
- Convertidor de voltaje-corriente V/I.

En la figura 1.10 muestra el equipamiento para la adquisición de datos - DAQ de la Planta Modelo de Presión.

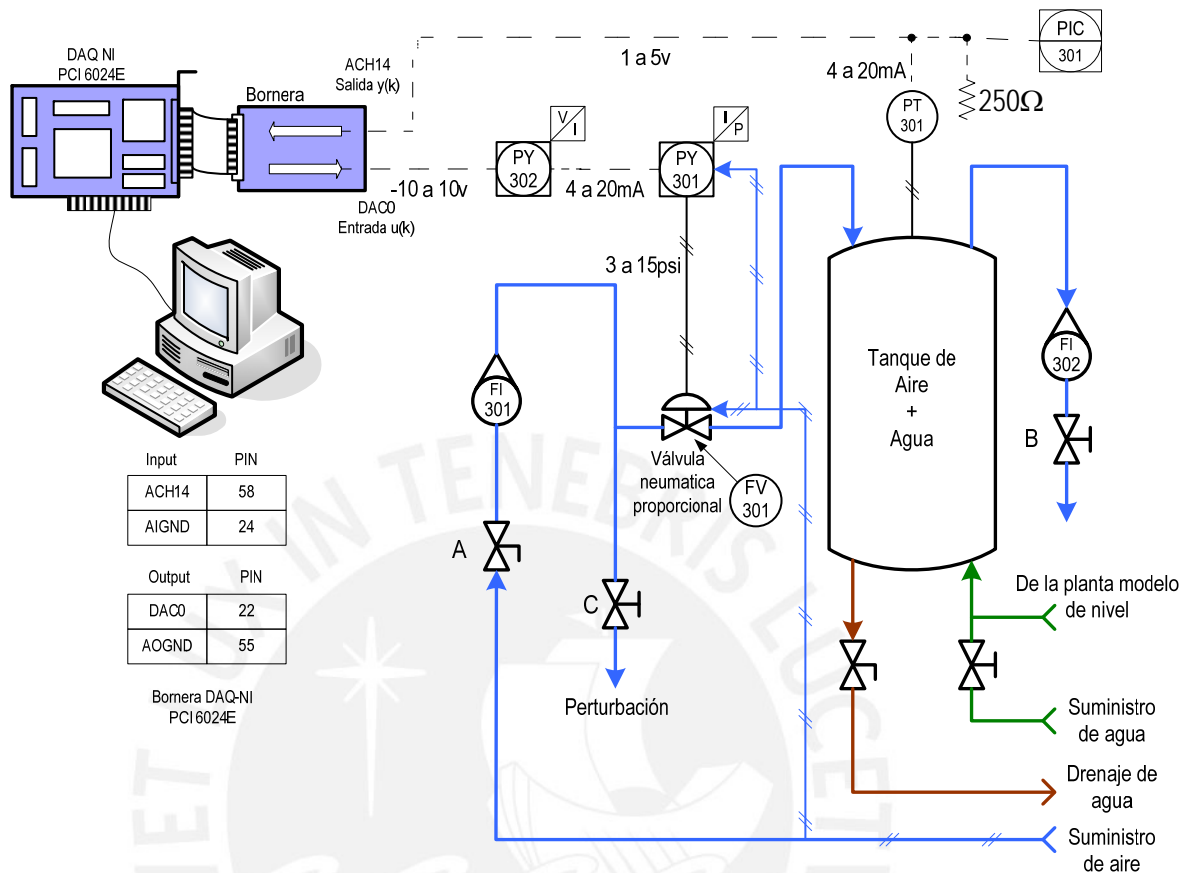


Figura 1.10 Diagrama instrumental para la adquisición de datos – DAQ de la Planta Modelo de Presión

La Planta Modelo de Presión cuenta con un controlador digital UDC6000-Honeywell, el cual se desconectará durante el ensayo (modo manual). El diagrama de conexiones entre la planta y la Tarjeta de Adquisición DAQ queda como se muestra en diagrama de instrumentación en la figura 1.10, la salida de la tarjeta es por el canal analógico DAC0 y esta en el rango de ± 10 voltios que va al convertidor voltaje-corriente, luego al convertidor corriente-presión, y finalmente se manipula la válvula neumática proporcional. La entrada a la tarjeta se realiza por el canal analógico CH14 (Referenciado), donde se recibe la señal del transmisor de presión que esta en el rango de 4 a 20 mA, pero este antes es acondicionado con una resistencia de instrumentación de 250Ω a un rango de 1 a 5 voltios. El acondicionamiento de la señal de entrada lo realizamos desde software con un filtro pasa-bajo. Una vez realizadas las conexiones, asegurarse que la válvula C de perturbaciones se encuentre cerrada, el tanque se encuentre con un nivel de agua apropiado (aproximadamente 30cm), la válvula A de ingreso de aire se encuentre abierta, y la válvula B de salida se encuentre adecuadamente abierta (debe girar unos 360° aproximadamente de su posición completamente cerrada).

Capítulo 2

IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS DINÁMICOS

2.1 GENERALIDADES.

Una parte muy importante de los sistemas de control adaptivo es el algoritmo de identificación de parámetros, dedicándose la mayor parte del tiempo en la estimación en línea de los parámetros del sistema, a la par es muy cierta la premisa de que una *buena identificación lleva a un buen control*.

La identificación de sistemas dinámicos se define como la obtención de la estructura y parámetros de un modelo matemático (ya sea en ecuaciones diferenciales o en diferencias) generalmente dinámico, mediante datos experimentales, que reproducen con suficiente exactitud para los fines deseados de las características dinámicas del proceso objeto de estudio. (Soderstrom and Stoica, 1989)

La identificación de sistemas dinámicos se definió como un planteamiento experimental para la obtención de modelo dinámico que represente con exactitud la dinámica real del proceso, y se plantea en la práctica con un procedimiento iterativo para encontrar el mejor modelo matemático que se adecue al proceso real.

Desde el punto de vista de procesamiento, la identificación puede ser hecha fuera de línea, es decir las medidas efectuadas son guardadas y posteriormente procesadas. Por otro lado si la identificación se hace en cada tiempo de muestreo, tenemos lo que se llama *identificación en línea (tiempo real)*. Para el caso de los sistemas de control adaptivo, estamos interesados en la identificación en línea, por lo que normalmente utilizaremos la versión recursiva de dichos algoritmos de identificación en línea.

Por todo ello, es interesante disponer de un algoritmo de identificación en línea que sea adecuada en *tiempo de ejecución y convergencia*.

En este capítulo se pretende mostrar la metodología de identificación de sistemas dinámicos, que se ha utilizado para la obtención del modelo matemático de la Planta Modelo de Presión, como paso previo para diseñar el Controlador Adaptivo de Auto-sintonización.

2.2 IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS DINÁMICOS.

Para el diseño de controladores continuos o discretos, ya sea mediante técnicas clásicas o avanzadas, todos requieren de un modelo matemático del proceso a controlar que caracterice con exactitud su comportamiento dinámico real. Este modelo matemático permite al diseñador realizar y validar mediante simulación el ajuste de los parámetros del controlador que permiten obtener una respuesta que satisfaga las especificaciones de diseño.

La identificación de sistemas dinámicos como metodología experimental para la obtención de modelos matemáticos de los procesos comprende los siguientes pasos (Astrom and Witenmark, 1997):

1. *Estudio experimental* (adquisición de datos), incluye el diseño del experimento, así como la elección de las señales a medir, elección del tipo de entrada, elección del periodo de muestro, elección del número de muestra a tomar, tratamiento previo de los datos registrados (eliminación del ruido o perturbaciones en alta frecuencia, eliminación de datos erróneos, tratamiento de niveles de continua, etc.).
2. *Selección de una estructura del modelo*, se define a partir del conocimiento previo del proceso y de las perturbaciones (ARX, ARMAX,...)
3. *Formulación de un criterio de Identificación*, posibilita tener una medida de hasta qué punto el modelo se ajusta a los datos experimentales.
4. *Estimación de los parámetros del modelo*, se formula como un problema de optimización en el que el mejor modelo es aquel que mejor se ajusta a los datos, de acuerdo con un criterio dado. Una distinción especial se realiza entre los métodos de estimación de parámetros en línea y fuera de línea.
5. *Validación del modelo identificado*, consiste en determinar si el modelo obtenido satisface el grado de exactitud requerido para la aplicación en cuestión, determinar sus posibles defectos y diagnosticar sus causas.

El proceso de identificación consiste en la obtención del modelo dinámico a partir de mediciones realizadas a la salida y a la manipulación de las entradas del sistema a identificar. En la práctica, este proceso es iterativo, paso a paso hasta llegar a la última etapa de la validación donde nos preguntamos si el modelo estimado es el que se ajusta con suficiente exactitud al modelo real, en caso de que no válido, se deben revisar los siguientes aspectos como posibles causas:

- El conjunto de datos de entrada-salida no proporciona suficiente información sobre la dinámica del sistema.
- La estructura escogida no es capaz de proporcionar una buena descripción del modelo.
- El criterio de ajuste de parámetros seleccionado no es el más adecuado.

Dependiendo de la causa estimada, deberá repetirse el proceso de identificación desde el punto correspondiente. Por tanto, el proceso de identificación es un proceso iterativo, cuyos pasos pueden observarse en la carta de flujo que se presenta en la figura 2.1.

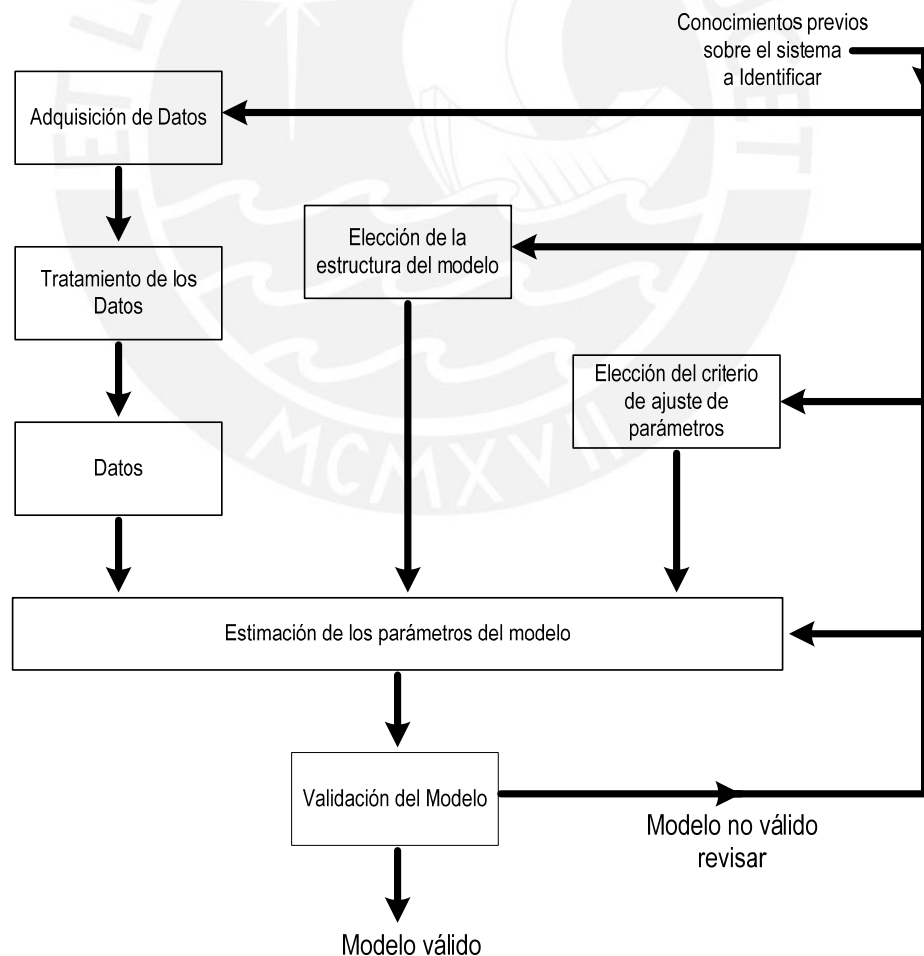


Figura 2.1 Carta de flujo del proceso de identificación

2.3 MÉTODOS DE IDENTIFICACIÓN.

Existen diversos métodos de identificación, que pueden clasificarse según distintos criterios.

Dependiendo del tipo de modelo obtenido:

- ◆ *Métodos No Paramétricos*, este método nos permite obtener modelos no paramétricos, estos se caracterizan por la propiedad de que los modelos resultantes son curvas o funciones, los cuales no son necesariamente parametrizados mediante un vector de parámetros finito dimensional. Algunos de estos métodos son: análisis de la respuesta transitoria, análisis de la respuesta en frecuencia, análisis de la correlación, análisis espectral, análisis de Fourier, etc.
- ◆ *Métodos Paramétricos*, estos métodos requieren la elección de una posible estructura y número finito de parámetros que relacionan las señales de interés del sistema (entradas, salidas y perturbaciones). Generalmente estos modelos permiten describir el comportamiento de cualquier sistema. La dificultad radica en la elección del tipo de modelo (orden del mismo, número de parámetros, etc.) que se ajuste satisfactoriamente a los datos de entrada-salida obtenidos experimentalmente.

Dependiendo de la aplicación o procesamiento:

- ◆ *Métodos de identificación fuera de línea*, son utilizados en aplicaciones en que no requieran un ajuste en línea del modelo. En estos casos, se realiza la identificación fuera de línea del proceso, considerándose que la validez de los parámetros obtenidos no se verá alterada con el paso del tiempo.
- ◆ *Métodos de identificación en línea (identificación recursiva)*, en este método los parámetros se van actualizando en línea a partir de los nuevos datos de entrada-salida obtenidos durante la evolución del proceso. Estos métodos son muy utilizados en sistemas de control adaptativo.

Dependiendo del criterio de ajuste de los parámetros, existen diversos métodos matemáticos para ajustar los parámetros de una estructura a un conjunto de datos de entrada-salida. Algunos de los más utilizados en el campo de la identificación son el método de mínimos cuadrados y el método de las variables instrumentales entre los que se puede mencionar.

2.4 MÉTODOS PARA EL AJUSTE DE PARAMETROS.

Los métodos para el ajuste de parámetros tiene por objetivo la determinación o estimación de los coeficientes, constantes o variables, del modelo paramétrico y son de forma optima con respecto a un índice estadístico (Ljung, 1987). Este ajuste se realiza haciendo uso de las mediciones tomadas sobre dicho sistema ha identificar. El problema de estimación o ajuste de parámetros lo solucionamos con los siguientes elementos:

- Datos de entrada y salida del sistema.
- Una estructura de modelo (ARX, ARMAX, BJ, OE,...)
- Un criterio de optimización.

La estimación o ajuste de parámetros se puede formular como un problema de optimización, en el que el mejor modelo es aquel que mejor ajuste los datos con un criterio dado. Estos métodos asumen por lo general un modelo lineal en diferencias conocido como modelo de regresión, el cual puede ser representado en la forma (Soderstrom and Stoica, 1989):

$$y(k) = -\sum_{j=1}^n a_j y(k-j) + \sum_{j=1}^n b_j u(k-j-d) + e(k) \quad (2.1)$$

El modelo discreto de la ecuación 2.1 consta de dos partes fundamentales, una autoregresión de los valores anteriores de la salida $y(k)$ hasta $y(k-n)$, así como de otra de regresión de los valores previos de la entrada $u(k-d)$ hasta $u(k-n-d)$.

El término $e(k)$ representa a un proceso aleatorio al que se le atribuye diferentes interpretaciones. Desde un punto de vista puramente estadístico, este término generalmente se interpreta como un residuo o efecto no considerado en el modelo de regresión. Considerado desde la óptica de los sistemas de control, este término es asociado al ruido o perturbaciones presentes en el sistema. Como ruido no es medible, el cálculo de $e(k)$ a partir del modelo puede servir con una estimación del mismo. Si no existieran ruidos $e(k)$, el problema de estimación o ajuste de parámetros a partir de las mediciones se reduciría a resolver las ecuaciones del modelo matemático del sistema. Sin embargo, al considerar la presencia de ruido en el modelo, sitúa en un plano más cercano a la realidad la identificación de sistemas dinámicos. Esto significa que se admite a priori que el modelo asumido no es exacto, que refleja sólo parcialmente al sistema y que factores tales como la no linealidad, las

imprecisiones de la mediciones (datos erróneos), la presencia de perturbaciones no consideradas de forma explícita en el modelo, etc. Influyen sobre el mismo (Dávalos, 2005).

Al término $e(k)$ se definió como el ruido del modelo y se le atribuyen generalmente las siguientes propiedades estadísticas:

$$\begin{aligned}
 E\{e(k)\} &= 0 \\
 E\{e^2(k)\} &= \sigma^2 \\
 E\{e(k)e(k-1)\} &= 0, \quad i \neq 0 \\
 E\{e(k)y(k-1)\} &= 0 \\
 E\{e(k)u(k-1)\} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

De esta forma $e(k)$ se considera un proceso de ruido blanco, de media cero y varianza σ^2 no correlacionado con la entrada o salida del sistema. El modelo descrito en la ecuación 2.1 puede ser expresado en la forma:

$$y(k) = \hat{y}(k) + e(k) \tag{2.3}$$

donde:

$$\hat{y}(k) = -\sum_{j=1}^n a_j y(k-j) + \sum_{j=1}^n b_j u(k-j-d) + e(k) \tag{2.4}$$

donde el término $\hat{y}(k)$ puede interpretarse como la predicción de la señal de salida $y(k)$ a partir de las mediciones anteriores de $y(k-1)$, $y(k-2)$, ..., $y(k-n)$, $u(k-1-d)$, $u(k-2-d)$, ..., $u(k-n-d)$ y de los parámetros del modelo a_j , b_j .

El modelo de regresión descrito en la ecuación 2.1, además puede ser representado mediante la expresión:

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k-d) + C(q^{-1})e(k) \tag{2.5}$$

La ecuación 2.5 evidencia un hecho significativa importancia para la identificación de los parámetros del modelo que describe la dinámica real del proceso. Para la estimación o ajuste de los parámetros del modelo descrito por la ecuación 2.5 se reportan diversos métodos. Uno de los métodos más utilizados en la estimación de dichos parámetros lo constituye el Método de Mínimos Cuadrados.

2.4.1 ERRORES DE PREDICCIÓN O RESIDUOS DE UN MODELO.

Todo modelo matemático es capaz de predecir el valor de la salida del sistema en función de las entradas y salidas en instantes anteriores. Se llama error de predicción $\varepsilon(k, \theta)$ a la diferencia entre la salida estimada por el modelo y la salida real del sistema en un determinado instante de tiempo:

$$\varepsilon(k, \theta) = y(k) - \hat{y}(k, \theta) \quad (2.6)$$

donde $\hat{y}(k, \theta)$ es la salida estimada por el modelo en el instante k .

2.4.2 REGRESIÓN LINEAL.

Se dice que una estructura posee regresión lineal cuando la salida estimada puede expresarse como:

$$\hat{y}(k, \theta) = \varphi^T(k) \theta \quad (2.7)$$

donde:

$\varphi^T(k)$ es un vector columna formado por las salidas y entradas anteriores (*vector de regresión*), y θ es el vector de parámetros del modelo.

2.4.3 MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS – LS.

Este método es el más popular y más utilizado en la práctica como parte fundamental de los sistemas de control adaptivo. De acuerdo con Gauss, el principio de mínimos cuadrados consiste en buscar los parámetros desconocidos de tal forma que la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores medidos y calculados multiplicado por un número que mide el grado de precisión sea un mínimo. Para poder obtener una solución analítica, los valores calculados deben ser funciones lineales de los parámetros desconocidos. Normalmente los sistemas no son perfectamente deterministas, sino que están afectados por ruidos, tal como lo describe las ecuaciones 2.1 y 2.5. Para el análisis se supone que $C(z^{-1})=1$ y que el error $e(k)$ es incorrelado con los elementos de $\varphi(k)$, de media nula y distribución normal, por lo que el modelo del sistema queda:

$$y(k) = \varphi^T(k) \theta + e(k) \quad (2.8)$$

donde: $\varphi(k) = [-y(k-1) \quad -y(k-2) \quad \dots \quad -y(k-n) \quad u(k-d-1) \quad u(k-d-2) \quad \dots \quad u(k-d-m)]$
 $\theta^T = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_m]$

El primer término del segundo miembro de la ecuación 2.8, puede ser interpretado como la predicción de un paso $\hat{y}(k/k-1)$ de la salida $y(k)$ con los datos disponible en el instante $k-1$, por lo que el error resulta ser la diferencia real y su predicción. Además, se caracteriza a la perturbación $e(k)$ como un proceso estocástico, entonces la estima de mínimos cuadrados resulta una variable aleatoria, y tiene sentido su minimización usando el criterio cuadrático de los errores de predicción:

$$\begin{aligned}\varepsilon(k) &= y(k) - \hat{y}(k/k-1) \\ e(k) &= y(k) - \varphi^T(k)\theta\end{aligned}$$

El método de mínimos cuadrado consiste en minimizar el cuadrado del error:

$$J = \sum_k e_k^2 = \sum_k (y_k - \varphi_k^T \theta)^2$$

Considerando que se disponen de N pares de datos de entrada y salida, y el criterio es minimizar la función:

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} [y(k) - \varphi^T(k)\theta]^2 \quad (2.9)$$

operando la ecuación anterior, obtenemos:

$$\begin{aligned}V_N(\theta) &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y^T(k)y(k) - 2\theta^T \varphi(k)y(k) + \theta^T \varphi(k)\varphi(k)^T \theta] \\ V_N(\theta) &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^T(k)y(k) - \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \theta^T \varphi(k)y(k) + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \theta^T \varphi(k)\varphi^T(k)\theta\end{aligned} \quad (2.10)$$

Asumimos f_N y R_N , para facilitar el cálculo:

$$\begin{aligned}f_N &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k)y(k) \\ R_N &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k)\varphi^T(k)\end{aligned} \quad (2.11)$$

$R_N = R_N^T$ matriz cuadrática y simétrica (en la implementación de este algoritmo, tenga cuidado con las dimensiones de dichas matrices). Reemplazando en la ecuación 2.10

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^T(k)y(k) - 2\theta^T f_N + \theta^T R_N \theta \quad (2.12)$$

sumando y restando $f_N^T R_N^{-1} f_N$ en la ecuación 2.11 y factorizando R_N , se obtiene:

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^T(k)y(k) - f_N^T R_N^{-1} f_N + (\theta^T R_N \theta - 2\theta^T R_N^{-1} R_N f_N + f_N^T R_N^{-2} R_N f_N)$$

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^T(k)y(k) - f_N^T R_N^{-1} f_N + (\theta^T \theta - 2\theta^T R_N^{-1} f_N + f_N^T R_N^{-2} f_N) R_N$$

finalmente se obtiene:

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^T(k)y(k) - f_N^T R_N^{-1} f_N + (\theta - R_N^{-1} f_N)^T R_N (\theta - R_N^{-1} f_N) \quad (2.13)$$

Para minimizar esta función, simplemente hacemos que el factor $\theta - R_N^{-1} f_N$ sea igual a 0, y despejamos $\hat{\theta}$ (theta estimada) y obtenemos los parámetros del modelo estimado:

$$\theta - R_N^{-1} f_N = 0 \Rightarrow \theta = R_N^{-1} f_N$$

$$\hat{\theta} = R_N^{-1} f_N \quad (2.14)$$

o bien podemos representarlo como:

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) y^T(k) \right] \quad (2.15)$$

El desarrollo del algoritmo de mínimos cuadrados es bien conocido y conduce a los siguientes pasos:

- [1] Seleccionar los datos para la identificación y validación.
- [2] Obtener los nuevos datos del tratamiento en continua (pre – procesamiento)
- [3] Seleccionar los grados de los polinomios $A(q^{-1})$ y $B(q^{-1})$, más el retardo (determinar los valores n , m , y d).
- [4] Calcular el vector de regresión $\varphi^T(k)$.
- [5] Calcular f_N y R_N
- [6] Calcular los parámetros estimados, es decir $\hat{\theta}$.
- [7] Calculamos la salida estimada $\hat{y}(k)$, y verificamos que el Error Medio Cuadrático sea mínimo.
- [8] Validamos el modelo con los datos de validación.

Si el sistema dinámico presenta variaciones en sus parámetros ya sea por su comportamiento no lineal (puede ser que haya cambiado su rango de operación), para determinar el nuevo modelo por identificación necesitamos tomar otras medidas y volver a calcular los parámetros estimados. Este proceso a la luz de la expresión de la estimación de mínimos cuadrados conlleva a calcular una nueva matriz de regresión $\phi(k)$. Para el caso, si la identificación se realizará en línea, estos problemas no se presentarían, porque en cada momento se actualizan los parámetros estimados.

2.4.4 MÉTODO DE IDENTIFICACIÓN RECURSIVA.

Como se mencionó antes, ha veces es necesario estimar los parámetros de un modelo, en el momento que se registran los datos de entrada-salida, este tipo de identificación lo usan los sistemas de control adaptativo. Esto permite actualizar los parámetros del modelo en el caso de que se produzcan variaciones en el proceso. Este tipo de algoritmos se conocen como *métodos de identificación recursiva*.

Los métodos recursivos aprovechan parte de los cálculos realizados en un paso para el siguiente, por lo que el cálculo de los parámetros en un instante se realiza como:

$$\hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + \text{corrección} \quad (2.16)$$

Además si el sistema esta variando o bien se desea una actualización permanente de los parámetros, se suele ponderar las medidas que se van tomando, dándole más peso a las mas recientes.

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + L(k+1) \left[y(k+1) - \hat{y}(k+1) \right] \quad (2.17)$$

donde $\hat{\theta}(k+1)$ es el vector de parámetros estimados en el instante $k+1$, $y(k+1)$ la salida real del sistema en dicho instante de tiempo en $k+1$, $\hat{y}(k+1)$ la salida estimada con los parámetros actuales en el instante $k+1$ y $\hat{\theta}(k)$ el vector de parámetros en el instante k , de esta forma $L(k+1)$ determina el modo en que el error de predicción de salida real menos la salida estimada afecte su actualización en línea de los parámetros del modelo, generalmente este factor se debe elegir de tal manera que se minimice el error.

2.4.5 MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS EXTENDIDOS O GENERALIZADOS

En mínimos cuadrados se supone que los residuos están incorrelados, si no es así, se puede utilizar una versión extendida, en cuya caso se supone que los residuos están correlados de la forma $C(q^{-1})e(k)$, donde el polinomio $C(q^{-1})$ tiene todos sus ceros dentro del círculo unitario. De todo ello se deduce que utilizando el modelo ARMAX (Auto-Regresiva de Media Móvil Controlada), descrita por la ecuación 2.5, donde el valor de $e(k)$ se calcula mediante la ecuación 2.6, esto nos permite modelar la parte determinística y de la parte estocástica del proceso con un promediador móvil.

2.5 ALGORITMO RECURSIVO DE IDENTIFICACIÓN

Este algoritmo recursivo de identificación en línea se utiliza para la estimación de los parámetros mediante el método de mínimos cuadrados – LS, y se utilizan las siguientes expresiones de los parámetros en los instantes N y $N+1$ y se calcula el término de la corrección de:

$$\hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + \text{corrección} \quad (2.22)$$

El desarrollo del algoritmo es bien conocido y sigue los siguientes pasos:

- [1] Seleccionar los valores iniciales de $P(k)$ (matriz de covarianza inicial) y $\hat{\theta}(k)$.
- [2] Obtener los nuevos valores de $y(k+1)$ y $u(k+1)$, para obtener el vector $\varphi(k+1)$.
- [3] Calcular el error residual a priori:

$$e(k+1) = y(k+1) - \varphi^T(k+1) \hat{\theta}(k) \quad (2.23)$$

- [4] Calcular $L(k+1)$ dado por la expresión:

$$L(k+1) = \frac{P(k)\varphi(k+1)}{1 + \varphi^T(k+1)P(k)\varphi(k+1)}$$

- [5] Calcular los nuevos parámetros estimados dados por:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + L(k+1)e(k+1) \quad (2.24)$$

- [6] Actualizar la matriz de covarianza.

$$P(k+1) = (I - L(k+1)\varphi^T(k+1))P(k) \quad (2.25)$$

- [7] Actualizar el vector de medidas $\varphi(k+2)$.
- [8] Hacer $k = k+1$ y volver al paso 2.

La estimación de los parámetros θ , está dada por los valores de la estimación anterior corregida por un término lineal del error entre la salida y su predicción siendo $L(k+1)$ la ganancia de la corrección. La ecuación 2.24 también puede ser interpretada como una cuasi-newton iteración para minimizar el error cuadrático e^2 , donde $\varphi = -\text{grad}_p(e)$ y el término φ_e puede ser interpretado como el gradiente de $e^2/2$. La matriz de covarianza $P(k)$ modifica la dirección del gradiente y determina la longitud del paso. También puede interpretarse como un factor de ganancia que determina el cambio de la identificación.

Cuando los residuos están correlacionados, los parámetros estimados pueden sufrir desviaciones. Por otro lado el orden del sistema y el retardo deben ser conocidos exactamente.

2.6 MODIFICACIONES AL ALGORITMO RECURSIVO DE IDENTIFICACIÓN.

Cuando identificamos los parámetros de un sistema, por lo general el identificador formulado tiene *memoria infinita*, es decir, tienen el mismo peso todas las medidas obtenidas, pero sin embargo, los *parámetros varían lentamente*, bien por derivadas o porque el sistema sea no lineal, es conveniente reducir la memoria del identificador con el objeto de que éste pueda seguir las variaciones del sistema, ponderando las medidas de forma que tenga más peso las últimas sobre las mas antiguas. Esto se puede hacer esencialmente:

- Introduciendo un factor de memoria (λ), aunque algunos autores lo denominan factor de olvido "c".
- Sumando una matriz positiva (R) a la matriz de covarianza (P) del identificador.

Estas modificaciones consiguen que la matriz P no se haga muy pequeña, ya que en el identificador original esta matriz es monótonamente decreciente. El método más empleado es el factor de olvido o de memoria, que en algunos casos es variable.

2.6.1 INCLUSIÓN DE UN FACTOR DE OLVIDO O MEMORIA.

Introduciendo un factor de memoria u olvido, se consigue que el identificador tenga *memoria finita*. La modificación en concreto consiste en sustituir $P(k)$ por $\frac{P(k)}{c}$. Cuando $c = 1$ el algoritmo de mínimos cuadrados es normal, mientras que para $c < 1$ el algoritmo olvida las medidas más antiguas. Como referencia podemos mencionar que para un $c = 0.99$, tiene una memoria de 100 pasos, un rango

normal de utilización del factor de olvido esta entre 0.98 y 1. En algunos casos especiales disminuye hasta 0.95. La elección de c es un compromiso entre una gran eliminación del ruido o un mejor seguimiento de la variación de los parámetros.

La función de costo por mínimos cuadrados que minimice el error es:

$$J = \sum_{m=1}^k c^{k-m} e^2(k) \quad (2.26)$$

2.6.2 SUMA DE UNA MATRIZ POSITIVA.

Este método aleatorio del paso (random walk), consiste en sumar una matriz R positiva a la matriz $P(k)$, que pasa a ser de la forma:

$$P(k+1) = [1 - L(k+1)\varphi^T(k+1)]P(k) + R \quad (2.27)$$

con ello se asegura que la matriz de covarianza permanezca limitada a un valor superior a R .

2.6.3 PROBLEMAS Y SOLUCIONES.

Si a lo largo del tiempo el punto de funcionamiento del sistema no cambia, es decir, la excitación es pobre, pueden aparecer algunos problemas. El producto $P(k)\varphi(k)$ puede hacerse cero o muy pequeño, por lo que la expresión en la ecuación 2.25 se reduce a $P(k+1) = P(k)/c$. Si se utiliza un factor de olvido o memoria menor de la unidad, $P(k)$ puede crecer mucho, siendo por ello el identificador muy sensible a cualquier cambio. Los problemas numéricos en $P(k)$ se pueden evitar utilizando varias técnicas, las cuales no son excluyentes.

A continuación mencionaremos algunas posibles soluciones:

- a. Un método para evitar los problemas mencionados es utilizar un factor de olvido variable, basándose para ello en la información disponible, de forma que es calculado a cada paso según la expresión:

$$c(k+1) = 1 - \left[1 - \varphi^T(k+1)L(k+1) \right] \frac{e(k+1)^2}{S_0}$$

Cuando el error tiende a cero, $c(k)$ tiende a uno, por lo que puede evitarse el problema de crecimiento de la matriz $P(k)$. El parámetro S_0 debe buscarse a priori, S_0 está relacionado con la suma de los errores al cuadrado, pero el identificador es menos sensible a su búsqueda que a la de $c(k)$.

Normalmente en la fase inicial de puesta en marcha del algoritmo es cuando interesa que el factor de olvido sea pequeño, ya que en esta fase los parámetros son más inciertos, siendo necesario que a lo largo del tiempo se incrementen al valor que se desea. Esto puede conseguirse fácilmente, utilizando por ejemplo una expresión de la forma:

$$c(k+1) = c_0 c(k) + c_f (1 - c(k))$$

donde $c_0 < 1$ y $c_f < 1$

siendo el límite de $c(k+1)$ cuando k tiende a infinito igual a c_f . La técnica del factor de olvido variable no elimina totalmente los problemas mencionados anteriormente, pero disminuye la probabilidad de aparición.

- b. Otra posible solución para evitar el crecimiento de la matriz $P(k)$, es hacer $c(k) = 1$ cuando la traza de la matriz $P(k)$ exceda de un cierto valor.
- c. También se propone una estructura con dos factores de olvido, cuya expresión es de la forma:

$$L(k+1) = \frac{P(k) \varphi(k+1)}{\frac{c_1(k)}{c_2(k)} + \varphi^T(k+1) P(k) \varphi(k+1)}$$

$$P(k+1) = \left[I - L(k+1) \varphi^T(k+1) \right] \frac{P(k)}{c_1(k)}$$

donde:

$$0 < c_1(k) < 1 \quad \text{y} \quad 0 < c_2(k) < 2$$

obteniéndose los mejores resultados para ganancia constante $P(k) = P(0)$, o bien para traza constante $\text{traza}(P(k)) = \text{traza}(P(0))$. Una posible solución es fijar el cociente $c_1(k)/c_2(k)$ entre 0.8 y 1, resolviendo la ecuación de $P(k+1)$ para $c_1(k)$ de forma que la traza de $P(k+1)$ sea igual a la traza de $P(k)$ e igual a una constante.

2.7 CONVERGENCIA E IDENTIFICABILIDAD.

El criterio general que debe cumplir un algoritmo de identificación es que los parámetros no sufran desviaciones, o sea, que $E[\hat{\theta}(N)] = \theta_0$ para $N \rightarrow \infty$.

Para mínimos cuadrados las condiciones que se necesitan, se pueden resumir en:

1. El orden de los polinomios y el retardo d del sistema deben ser conocidos.
2. U_∞ e Y_∞ deben ser conocidos exactamente (es decir, se deben conocer las mediciones de las variables de entrada y salida del sistema a identificar).
3. $u(k)$ debe ser persistentemente excitada de orden n mayor.
4. $y(k)$ debe estar perturbada por un ruido estacionario (para la simulación).
5. $e(k)$ debe ser incorrelado con los elementos de $\varphi(k)$.
6. $E[e(k)] = 0$, el error de identificación debe ser cero.
7. La convergencia también depende de los valores de inicialización del identificador.

Actualmente, presentan una significativa popularidad los métodos de estimación de parámetros de sistemas operando en lazo cerrado (Ljung, 1999), se dice identificables si los parámetros estimados son consistentes cuando, usando un método de identificación apropiado, se tiene que:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E(\hat{\theta}(N)) = \theta_0$$

y la salida debe ser medible.

Dado que en los sistemas de control adaptivo la identificación se realiza con el sistema operando en bucle cerrado pueden aparecer problemas de identificabilidad en ciertos parámetros, cuando se utiliza un controlador lineal y no se emplean señales externas de excitación. Entonces, para que un sistema pueda ser identificado operando en lazo cerrado debe satisfacer las condiciones de identificabilidad, estas condiciones están relacionadas con los órdenes de los polinomios de la planta y del controlador. (Isermann, 1981)(Landau, 1990)

2.8 METODOLOGÍA PARA LA IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA MODELO DE PRESIÓN.

La identificación de sistemas dinámicos es un planteamiento experimental para la obtención de modelos dinámicos que representen con exactitud la dinámica real del proceso.

Esta identificación incluye los pasos de estudio experimental, selección de la estructura, formulación de un criterio, estimación de los parámetros y la validación del modelo identificado, por lo que podemos afirmar que el procedimiento de identificación de sistemas dinámicos es iterativo. Por ejemplo, cuando se tiene el conocimiento pobre de un proceso que deseamos identificar, es razonable

comenzar con un análisis transitorio o de respuesta en frecuencia para lograr una estimación gruesa de la dinámica y de las perturbaciones, basándose en los resultados se puede mejorar la estructura del modelo, haciendo nuevos experimentos.

En la práctica es difícil y costoso realizar experimentos en procesos industriales, por el hecho que debemos realizar muchos ensayos, eso implica detener la producción de la planta. Por lo tanto es deseable disponer de métodos de identificación en línea, como el método que estamos planteando.

Se plantea una metodología de identificación recursiva en línea, usando el método de mínimos cuadrados para la obtención de los parámetros del modelo en línea. A este algoritmo de identificación recursiva de mínimos cuadrados se le ha incluido una serie de mejoras, con respecto a los algoritmos básicos de identificación recursiva, porque estos suelen ser insuficientes en aplicaciones prácticas. Además se plantea dos métodos de identificación recursiva, el algoritmo de identificación de mínimos cuadrados – RLS que usa la estructura del modelo ARX y el método de identificación recursiva de mínimos cuadrados extendidos – RELS que usa la estructura del modelo ARMAX para las estimaciones de los parámetros del modelo del proceso. Esto se ha realizado con el objetivo de comparar los resultados obtenidos del modelo estimado que mejor se ajuste a los datos obtenidos experimentalmente en línea.

Para mostrar el funcionamiento y convergencia de los algoritmos propuestos, se ha realizado simulaciones en MatLab utilizando los modelos previamente identificados a partir de datos reales (Identificación Paramétrica Fuera de Línea). Luego se implemento el algoritmo de identificación recursiva en línea en la planta real, donde se obtuvieron resultados satisfactorios.

2.9 ALGORITMO DE IDENTIFICACIÓN RECURSIVO EN LINEA PROPUESTO.

El algoritmo de identificación recursivo propuesto, se planteó para obtener los parámetros del modelo de la planta y de la perturbación (con ello nos permite modelar su parte determinista y estocástico del proceso a identificar), y se han usado el método recursivo de estimación de mínimos cuadrados – RLS, para la estructura del modelo de tipo ARX (Auto-Regresiva Controlada), y el método recursivo de estimación de mínimos cuadrados extendidos o generalizados – RELS para la estructura del modelo tipo ARMAX (Auto-Regresiva de Media Móvil Controlada). Esto se ha realizado con el objetivo de comparar los resultados obtenidos del modelo estimado que mejor se ajuste a los datos obtenidos experimentalmente en línea.

Al algoritmo de identificación recursiva de mínimos cuadrados (RLS y RELS), se le ha incluido una serie de mejoras, con respecto a los algoritmos básicos de identificación recursiva, porque estos suelen ser insuficientes en aplicaciones prácticas. Por ello se ha incluido un factor de olvido variable, en el rango entre 0.96 y 1. Al mismo tiempo se ha incluido una acotación inferior y superior de la matriz de covarianza. Para acotar inferiormente esta matriz se le suma una matriz R constante y para acotarla superiormente a la traza de dicha matriz de covarianza. Con estas mejoras se ha solucionado el apagado de la matriz de covarianza y se ha encontrado un compromiso entre la sensibilidad a cualquier cambio (varianza de los parámetros) con su rapidez de convergencia de los parámetros estimados con los valores reales.

Por estas consideraciones y dadas las buenas características de simplicidad y convergencia, el algoritmo de identificación recursivo en línea propuesto quedan resumidos en los pasos siguientes:

- [1]. Seleccionar los valores iniciales de $P(k)$ y $\hat{\theta}(k)$
- [2]. Obtener los nuevos valores de $y(k+1)$ y $u(k+1)$, para obtener el vector $\varphi(k+1)$.
- [3]. Calcular el error residual a priori:

$$e(k+1) = y(k+1) - \varphi^T(k+1)\hat{\theta}(k) \quad (2.28)$$

- [4]. Calcular $L(k+1)$ dado por la expresión:

$$L(k+1) = \frac{P(k)\varphi(k+1)}{c(k) + \varphi^T(k+1)P(k)\varphi(k+1)} \quad (2.29)$$

- [5]. Calcular los nuevos parámetros estimados dados por:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + L(k+1)e(k+1) \quad (2.30)$$

- [6]. Calcular el nuevo factor de olvido o memoria $c(k+1)$:

$$c(k+1) = 1 - \left[1 - \varphi^T(k+1)L(k+1)\right] \frac{e(k+1)^2}{S_0} \quad (2.31)$$

$$\text{Si } c(k+1) < c_{\min} \quad \text{Entonces } c(k+1) = c_{\min}$$

$$\text{Si } c(k+1) > 1 \quad \text{Entonces } c(k+1) = 1$$

- [7]. Actualizar la matriz de covarianza.

$$\begin{aligned}
 W(k+1) &= [I - L(k+1)\varphi^T(k+1)]P(k) + R_1 \\
 \text{si } \operatorname{tr}\left(\frac{W(k+1)}{c(k+1)}\right) &> \operatorname{tr}_{\max} \quad \text{Entonces } c(k+1) = 1 \\
 P(k+1) &= \frac{W(k+1)}{c(k+1)}
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

- [8]. Actualizar el vector de medidas $\varphi(k+2)$.
- [9]. Hacer $k = k+1$ y volver al paso 2.

Nótese para la implementación de este algoritmo de identificación recursivo en línea para los dos métodos es el mismo, solo difieren del vector de parámetros (θ) y el vector de regresión (φ).

2.10 IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA MODELO DE PRESIÓN.

A efectos de evaluar la metodología propuesta de identificación de sistemas dinámicos, se ha identificado la Planta Modelo de Presión, para la obtención del modelo matemático, a partir de la información proporcionada de las mediciones hechas a las señales de entrada y salida del proceso.

El modelo matemático hallado por experimentación (ensayos realizados en laboratorio), debe representar con exactitud al comportamiento dinámico real, también el modelo debe llegar a un compromiso entre la exactitud en el planteamiento del modelo y la similitud entre la respuesta del mismo y del proceso.

Formalmente el Algoritmo de Identificación Recursivo de Estimación de Mínimos Cuadrados en Línea que se ha utilizado, está basado en la aceptación de una estructura inicial del modelo matemático (este modelo se ha obtenido a partir de la identificación no paramétrica y paramétrica fuera de línea), del cual se conocen los parámetros para una zona de trabajo establecida (rango de operación). Esto se ha realizado con objetivo de comparar la exactitud y la convergencia de los parámetros estimados en línea.

El conocimiento de las magnitudes de algunos parámetros (tiempo de retardo, orden del sistema,...), puede ayudar significativamente a la determinación de los mismos mediante este algoritmo de identificación recursivo, dado que reduce el espacio de búsqueda y redundante en una disminución

apreciable del tiempo de cómputo. Además, el algoritmo propuesto trabajará en todo el rango de trabajo para cubrir todas las no linealidades que presente el proceso.

En función de la metodología propuesta para la obtención del modelo matemático hallado por Identificación se ha considerado los siguientes pasos:

1. Identificación No Paramétrica, se realizaron ensayos en laboratorio para conocer su respuesta a la señal escalón, la respuesta a la señal sinusoidal, para conocer los tiempos de inflexión, orden del sistema, intervalo de muestreo apropiado, el periodo ultimate, etc. En la identificación no paramétrica obtenemos el conocimiento previo importante para realizar posteriormente la identificación paramétrica.
2. Identificación Paramétrica Fuera de Línea, se realizaron ensayos en laboratorio para conocer la respuesta a la señal SBPA que permite obtener la matriz de regresión φ^T con N datos de entrada – salida, con los que se ha obtenido los modelos de la planta y la perturbación para dos zonas de trabajo.
3. Identificación Recursiva en Línea, se realizaron ensayos en laboratorio para obtener y/o estimar los parámetros del modelo en tiempo real. Se aplicaron los métodos de identificación de mínimos cuadrados - RLS que usa la estructura del modelo ARX y el método de identificación recursiva de mínimos cuadrados extendidos - RELS que usa la estructura del modelo ARMAX para las estimaciones de los parámetros del modelo del proceso. Esto se ha realizado con el objetivo de comparar los resultados obtenidos del modelo estimado que mejor se ajuste a los datos obtenidos experimentalmente en línea.

2.10.1 ESTUDIO EXPERIMENTAL.

La obtención de forma experimental del modelo de la Planta Modelo de Presión, conlleva al conocimiento previo del comportamiento físico, es decir, que leyes físicas rigen su comportamiento, si presenta retardo, si estable o inestable, etc. En cuanto a su funcionamiento, esto puede ser proporcionado por los fabricantes y por los operarios quienes determinan las cualidades del proceso.

En la figura 2.2 muestra el diagrama de la planta, donde podemos notar las señales de entrada y salida.

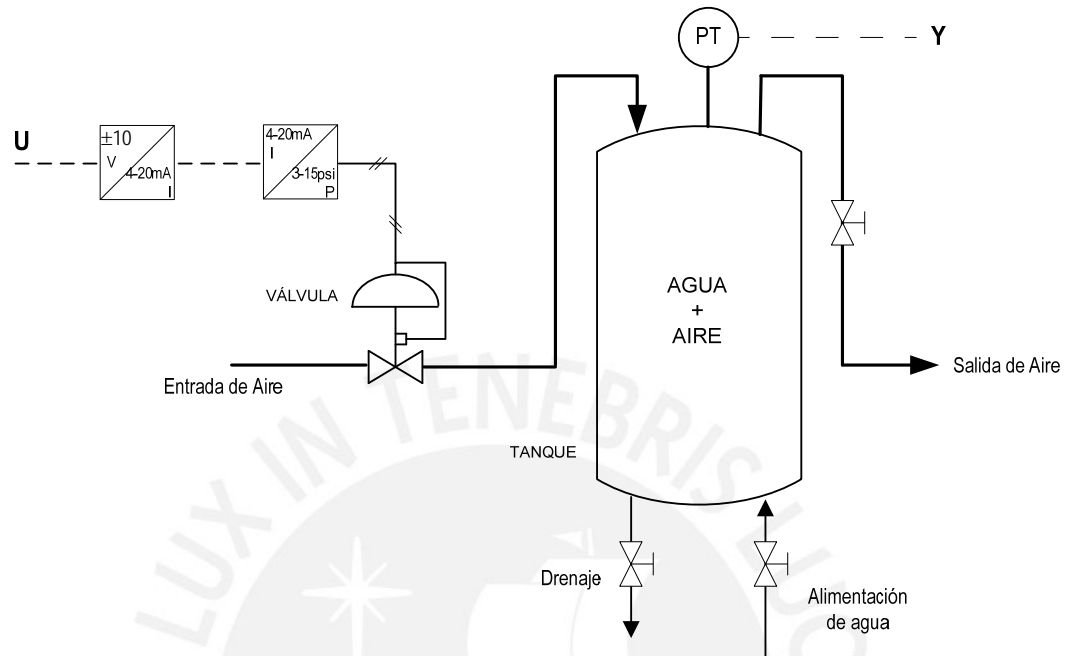


Figura 2.2 Diagrama de la Planta Modelo de Presión

Se realizó los ensayos experimentales sobre la Planta Modelo de Presión para obtener la curva característica del proceso, lo que posibilita conocer el rango de operación donde el proceso es lineal, con esa información se procedió a la identificación no paramétrica mediante el análisis transitorio obteniendo la respuesta al escalón. El siguiente paso es la identificación paramétrica con la información valiosa obtenido mediante la identificación no paramétrica y finalmente la identificación en línea donde la actualización de los parámetros es continuo, en cada tiempo de muestreo.

El equipamiento para la adquisición de datos está constituido por una tarjeta de adquisición de datos PCI 6024E y una bornera para las conexiones, ambos de National Instruments. Una computadora personal Pentium IV y un convertidor de voltaje-corriente.

Es importante anotar que el software usado fue el MatLab v6.5, para la implementación de la experiencia, este software permite la programación iterativa, y para la programación gráfica se ha usado Simulink, también se ha usado el Toolbox de Real-Time Windows Target para generar el código ejecutable para la implementación en tiempo real.

Antes de proceder a realizar la identificación, es necesario analizar los datos registrados y decidir si son los más adecuados para la identificación, en especial si presentan ruido a altas frecuencias, esto debido a muchos factores internos y externos que escapan a nuestro diseño, entonces, se deben solucionar eliminando este ruido, con un filtro pasa-bajos, se usó dos filtros; un filtro analógico Butterworth con una frecuencia de corte de 5 rad/seg, y un filtro digital FIR (se ha usado la herramienta FDATool, Filter Design & Analysis Tool de Matlab), se ha especificado dos frecuencias, la banda de paso en 0.5Hz (F_{pas}), y la banda de rechazo en 1.5Hz (F_{stop}), también se ha especificado la característica de respuesta magnitud del filtro, para la banda de paso en 0.4dB (A_{pass}) y para la atenuación de la banda de rechazo en 60dB (A_{stop}).

En la figura 2.3 muestra la señal real de la salida del sistema, con los filtros Butterworth y FIR.

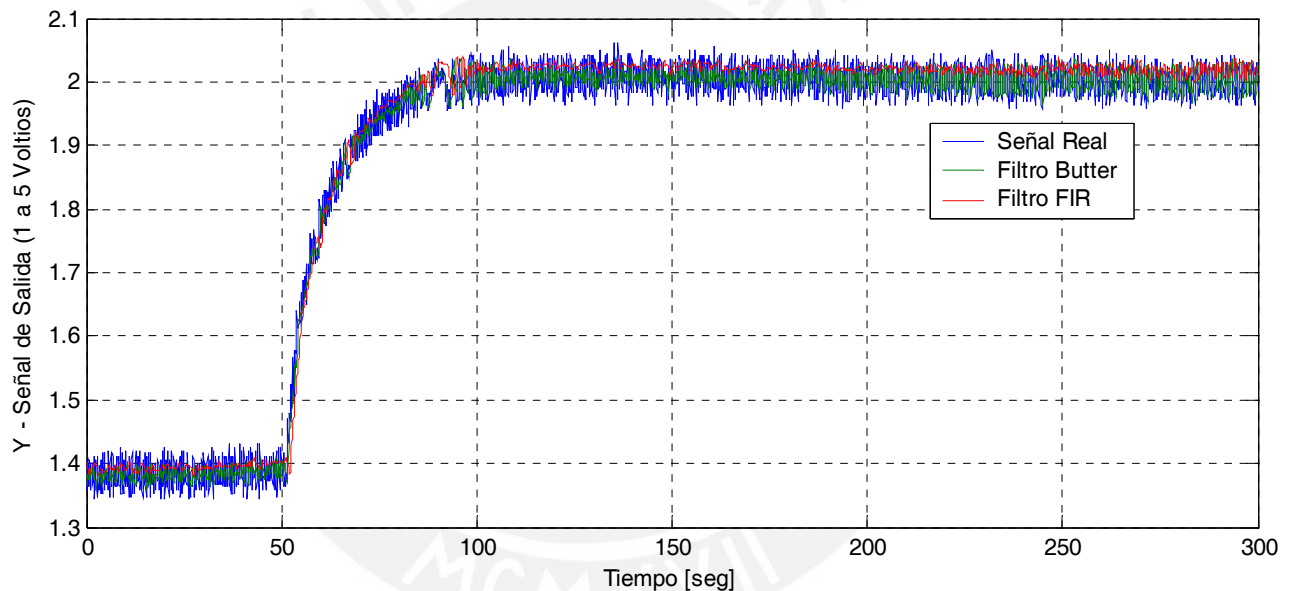


Figura 2.3 Filtrado de la señal de salida del sistema

Antes de realizar los ensayos experimentales, se ha seleccionado el *tiempo de muestreo* h , que está comprendido en las condiciones de estabilidad junto con los parámetros del controlador. Sin embargo, en la práctica normal es determinar el tiempo de muestreo independientemente de otras consideraciones. Desafortunadamente, no hay criterios cuantitativos generales para seleccionar el tiempo de muestreo salvo quizás el teorema de muestreo donde este sea aplicable, o bien utilizar la referencia que hace *Ljung* que consiste en dividir el tiempo de estabilización entre 10 o 20 veces aproximadamente. Esto corresponde aproximadamente a muestrear en torno a cinco u ocho valores del tiempo de subida de la respuesta al escalón del sistema. En general, el rendimiento del lazo de control

mejora a medida que el tiempo de muestreo disminuye. No obstante el tiempo de computación del hardware también aumenta con el decrecimiento del tiempo de muestreo. Por consiguiente, la selección del tiempo de muestreo es a menudo un compromiso entre estos dos requerimientos en conflicto.

La implicación cualitativa del teorema de muestreo es que el tiempo de muestreo tiene que ser lo bastante pequeño para asegurar que no se pierda información esencial. Así, un periodo de muestreo muy pequeño puede llevar a la obtención de datos redundantes, que no aportan información sobre el sistema, mientras que un periodo de muestreo demasiado grande provoca grandes dificultades a la hora de identificar la dinámica del sistema.

Para *la elección del tiempo de muestreo*, se generó una señal sinusoidal con una amplitud tal que provoque saturación y frecuencia variable de manera de poder evaluar la respuesta del proceso ante señales de diferentes frecuencias. Teniendo los datos de la respuesta a la señal sinusoidal de la planta modelo de presión se puede determinar la densidad espectral de potencia, que permite mostrar la frecuencia a la cual la amplitud de la densidad espectral de potencia se hace muy pequeña y por tanto encontrar su frecuencia en rad/seg.

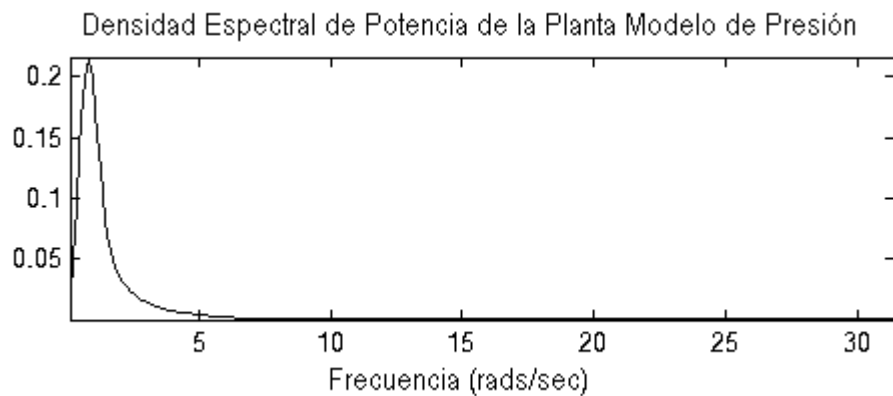


Figura 2.4 Densidad Espectral de Potencia de la Planta Modelo de Presión

En la figura 2.4 muestra la densidad espectral de potencia de la planta modelo de presión, en ella se puede observar que para una frecuencia de aproximadamente 5 rad/seg la densidad espectral es muy pequeña. Por lo tanto aplicando el Teorema de Muestreo obtenemos la frecuencia de muestreo, $f_h \geq 2f \Rightarrow f_h \geq 10 \text{ rad/seg.}$, entonces el tiempo de muestreo es $h = 0.1 \text{ seg.}$

2.10.2 IDENTIFICACIÓN NO PARAMÉTRICA DE LA PLANTA MODELO DE PRESIÓN.

Se realizaron los experimentos o ensayos para identificación no paramétrica para obtener los datos y gráficos con el objetivo de obtener las primeras aproximaciones de las características del sistema como son el orden, el retardo, la constante de tiempo, etc.

(a) Determinación de la zona lineal de la Planta Modelo de Presión.

A partir de las *características estáticas* de la planta modelo de presión, se determina la zona de operación donde el proceso se comporta como sistema lineal, esto es una aproximación utilizada para linealizar un sistema no lineal.

La obtención de la zona lineal se obtiene mediante la experimentación en lazo abierto del sistema. Esto es levantar una curva de la medida correspondiente a cada valor escalar de la variable manipulada en toda la zona de control, obteniéndose una tabla de datos u_i, y_{iss} . Esta señal de control u debe ser lo suficientemente grande a fin de obtener una respuesta analizable para poder observar los límites de la linealidad del proceso.

Para obtener la zona lineal, se ha seguido el siguiente procedimiento:

- [1] Se calculan varios puntos con relación a la entrada y la salida del proceso.
- [2] Se obtiene el punto (u_i, y_i) de la característica estática, haciendo que la señal de entrada sea fijada a un valor constante ($u_i = \text{constante}$), y la salida del proceso es medida cuando se ha alcanzado el estado estable ($y_i = y_{ss}$).
- [3] Se repite el procedimiento anterior para el rango de interés de la señal de entrada, es decir del 5 al 100% de apertura de la válvula.
- [4] En base a los puntos hallados se traza la curva y vs u .
- [5] Se determina la(s) zona(s) lineales (segmentos que presenten linealidad).

Normalmente, en el análisis de la característica estáticas del sistema encontramos más de un segmento lineal, por lo que notamos que el sistema presenta variaciones en sus parámetros, si esta variación es pequeña, la aproximación que se realiza en una zona de trabajo es adecuada y aceptable, pero en el caso de estas variaciones se hace notoria, es decir son grandes, entonces tenemos que

trabajar en más de una zona lineal, porque el modelo presenta variaciones en sus parámetros como los modelos estocásticos.

En la tabla 2.1 muestra los datos obtenidos de la característica estática del proceso.

Tabla 2.1. Característica Estática de la Planta Modelo de Presión

Entrada Escalón u_i			Respuesta en estado estable (y_{ss}) Rango de 1 a 5 Vdc
Voltaje -10 a 10 Vdc generado por la PC	Corriente 4 a 20 mA	Valor en % de apertura de la Válvula 0 – 100%	
Apertura de la Válvula			Presión de Aire en el Tanque
-9	4.8	5	1.44
-8	5.6	10	1.58
-7	6.4	15	1.73
-6	7.2	20	1.93
-5	8.0	25	2.19
-4	8.8	30	2.53
-3	9.6	35	3.09
-2	10.4	40	3.51
-1	11.2	45	3.99
0	12.0	50	4.31
1	12.8	55	4.41
2	13.6	60	4.44
3	14.4	65	4.47
4	15.2	70	4.48
6	16.8	80	4.49
8	18.4	90	4.54
9	19.2	95	4.54
10	20.0	100	4.56

En la figura 2.5 muestra la curva de la característica estática de la planta modelo de presión.

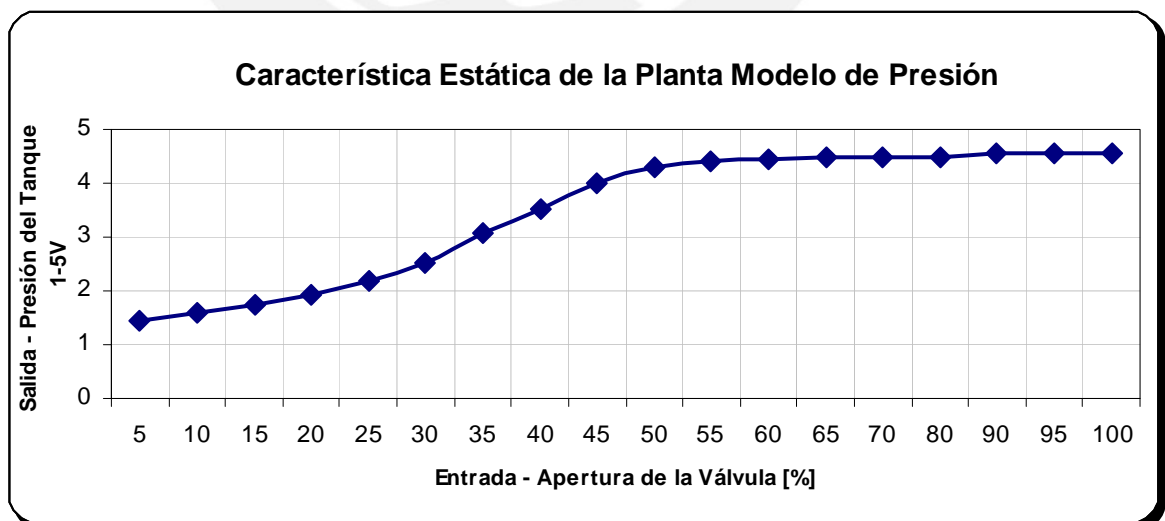


Figura 2.5 Característica Estática de la Planta Modelo de Presión.

Se puede apreciar más de un tramo lineal en la curva de la característica estática de la Planta Modelo de Presión, los cuales serán usados para establecer el Rango de Operación. Para efectos de comparación y evaluación se consideró dos tramos:

Primera Zona Lineal	5% al 30% de apertura de válvula neumática.
Segunda Zona Lineal	35% al 50% de apertura de válvula neumática.

Puede que encontremos más zonas de trabajo, por el mismo hecho de que el sistema es no lineal y es variante en el tiempo, esto es debido a muchos factores de los cuales podemos mencionar; retardos, zonas muertas (offset), variación de parámetros, entre otras cosas. Para nuestro caso se ha tomado en consideración dos zonas lineales como se indico (a partir de estos segmentos lineales se ha determinado los modelos).

(b) Determinación de la Respuesta al Escalón de la Planta Modelo de Presión.

Uno de los métodos clásicos y más primitivos de identificación de sistemas lineales LTI, es a partir del análisis de la respuesta (transitoria) del sistema a entradas particulares, generalmente escalón o impulso (La excitación del sistema con un impulso no siempre es posible, por razones de implementación, seguridad, económicas, etc.).

A partir de estas mediciones sobre la respuesta al escalón del sistema se obtuvo una primera estimación de los parámetros del modelo, además de ofrecernos una información valiosa del modelo ha estimar (tiempo retardo, constante de tiempo, ganancia estática, tiempo de establecimiento,...), que posteriormente será utilizado en la identificación paramétrica.

Teniendo en cuenta la *Primera Zona Lineal de la Planta Modelo de Presión*, se ha considerado como rangos de apertura de la válvula un porcentaje inicial de 5% y un porcentaje final de 20%, con esto aseguramos que la respuesta al escalón estará en la primera zona lineal.

Este experimento consiste en aplicar una señal escalón a la válvula de presión y medir el comportamiento de la presión en el tanque con el transmisor de presión PT de la planta.

En la figura 2.6 muestran los resultados experimentales de la respuesta al escalón de la Planta Modelo de Presión.

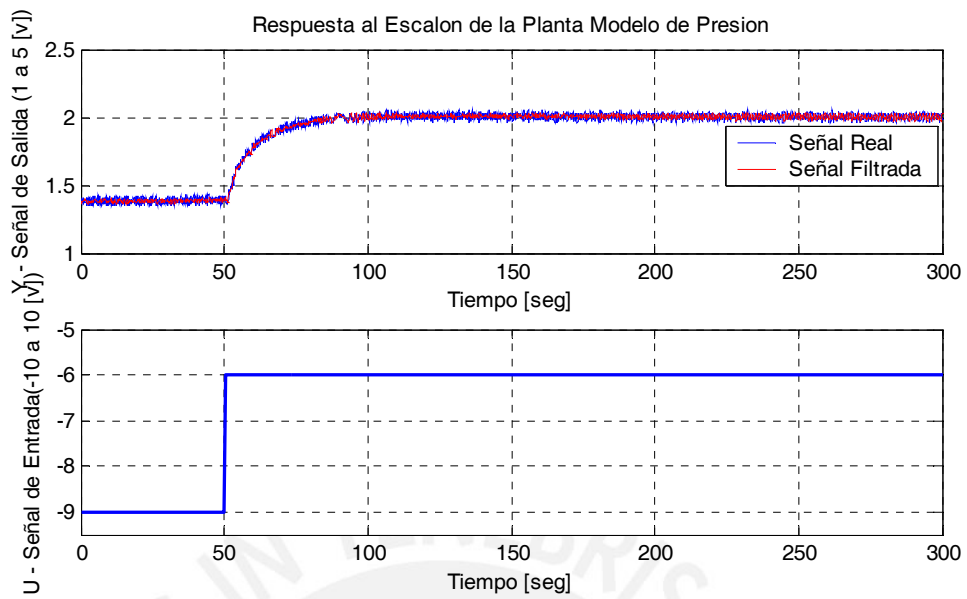


Figura 2.6 Respuesta a una señal escalón de la Planta Modelo de Presión para una apertura de la válvula del 5% al 20% (Primera Zona Lineal)

Nótese que la respuesta al escalón de la planta representa a un sistema de primer orden, pero el modelo ha estimar es de orden superior (por la presencia de la válvula, I/P, V/I, filtro, etc.), entonces en este caso vamos aproximar la respuesta de un sistema de orden superior mediante un modelo de primer orden, cuyo comportamiento dinámico se describe mediante la expresión:

$$G_p(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-Ls} \quad (2.33)$$

donde:

- K ganancia estática K
- τ constante de tiempo
- L retardo de tiempo

La respuesta al escalón de la planta modelo de presión, nos permite obtener de forma gráfica estos parámetros.

La ganancia estática K, se obtiene de la relación entre el valor final de u_{ss} e y_{ss} , tal como muestra la siguiente relación.

$$K = \frac{y_{ss}}{u_{ss}} = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{u_{\max} - u_{\min}} = 0.2262$$

Para obtener la constante de tiempo y el tiempo retardo, se toman dos puntos de la curva que corresponden al 63.2% y al 28.4% del valor estacionario final (más el offset de $y[k]$), y se determinan $t_{0,284}$ y $t_{0,632}$, luego se plantean las ecuaciones:

$$t_{0,284} = L + \frac{\tau}{3}$$

$$t_{0,632} = L + \tau$$

El tiempo de retardo es igual a:

$$L = d \times h \quad (2.34)$$

donde:

- d el retardo puro, y
- h es el tiempo de muestreo.

De los cálculos efectuados se obtiene:

$$L \approx 0.5 \text{ seg. (d = 5; h = 0.1)}$$

$$\tau \approx 10.8 \text{ seg.}$$

De la respuesta al escalón de la planta se obtuvieron los siguientes resultados: retardo de tiempo $L \approx 0.5$ seg., constante de tiempo $\tau \approx 10.8$ seg., ganancia estática $K \approx 0.2262$, tiempo de establecimiento $t_s \approx 30$ seg. El modelo obtenido por la identificación no paramétrica queda representado por siguiente expresión:

$$G_p(s) = \frac{0.2262}{10.8s + 1} e^{-0.5s} \quad (2.35)$$

Este modelo obtenido a partir de la identificación no paramétrica puede ser utilizado directamente en el diseño de controladores PID usando el método de Ziegler y Nicholls, pero esto no sucede lo mismo para el diseño de controladores avanzados. Si se desea diseñar con dichos modelos es necesario obtener una aproximación paramétrica más elaborada, en todo caso, este método es una buena aproximación, pero no es robusta o ideal para representar con exactitud al modelo real.

Para la experimentación de la *Segunda Zona Lineal de la Planta Modelo de Presión*, se ha considerado un rango de apertura de la válvula un porcentaje inicial de 36% y un porcentaje final de 42%, con esto aseguramos que la respuesta al escalón estará en la segunda zona lineal.

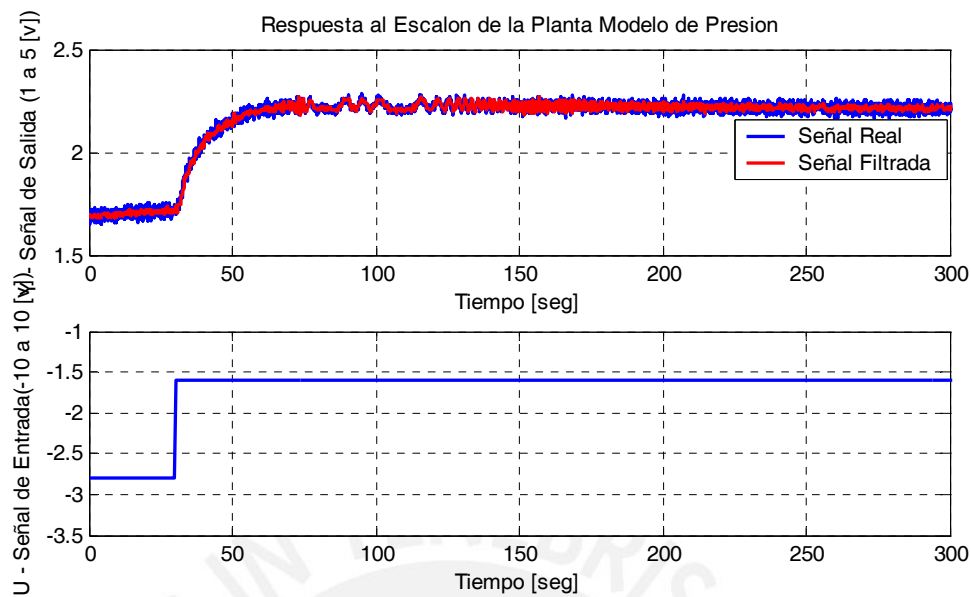


Figura 2.7 Respuesta a una señal escalón de la Planta Modelo de Presión para una apertura de la válvula del 36% al 42% (Segunda Zona Lineal)

En la figura 2.7 muestra la respuesta al escalón de la planta modelo de presión para la segunda zona lineal, por su forma similar a la primera podemos afirmar que es posible representarlo como un sistema de primer orden. Del comportamiento dinámico del proceso se obtuvieron los siguientes resultados: ganancia estática $K \approx 0.4937$, retardo de tiempo $L \approx 0.5$ seg., constante de tiempo $\tau \approx 11.85$ seg., tiempo de asentamiento $t_s \approx 30$ seg. Estos resultados son casi iguales del modelo anterior pero difieren, porque se toman de diferentes rangos de operación.

2.10.3 IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA DE LA PLANTA MODELO DE PRESIÓN.

Existen varios métodos de identificación paramétrica que se basan en la obtención del modelo a partir de una estructura y un número finito de parámetros. Entre las distintas estructuras (AR, ARX, ARMAX, OE, BJ, etc.), se usó el modelo ARMAX (Auto-Regresiva de Media Móvil Controlada), ya que permite modelar la parte determinística y la parte estocástica del proceso con un promediador móvil. Para la identificación paramétrica es necesario generar la señal de entrada al sistema, se ha usado la señal SBPA (Secuencia Binaria Pseudo-Aleatoria, estas señales son periódicas por naturaleza, siendo sus periodos relativamente cortos, no obstante sus integrales de autocorrelación se aproximan satisfactoriamente a la función Delta de Dirac, y estos se aproximan al ruido blanco, con densidad espectral constante, presentando un contenido espectral *rico en frecuencias*), las amplitudes que se usaron para generar la señal SBPA están relacionados con las dos zonas lineales que se han

determinado anteriormente. Estos datos registrados van a contener la información significativa del proceso, con los que se ha identificado satisfactoriamente. Para generar la señal SBPA es necesario determinar primero el periodo básico Δt , para obtener los datos de salida $y(k)$ y entrada $u(k)$ del proceso.

(a) **Determinación del Periodo Básico de la señal SBPA.**

Se generó una señal sinusoidal con una amplitud tal que provoque saturación y frecuencia variable de manera de poder evaluar la respuesta del proceso ante señales de diferentes frecuencias. Teniendo los datos de la respuesta a la señal sinusoidal de la planta modelo de presión se puede determinar la densidad espectral de potencia, que permite mostrar la frecuencia a la cual la amplitud de la densidad espectral de potencia se hace muy pequeña y por tanto encontrar su frecuencia en rad/seg.

En la figura 2.8 muestra la densidad espectral de potencia de la planta modelo de presión, en ella se puede observar que para una frecuencia de aproximadamente 5 rad/seg la densidad espectral es muy pequeña. Por lo tanto el período básico Δt para la señal SBPA es aproximadamente de 1 seg.

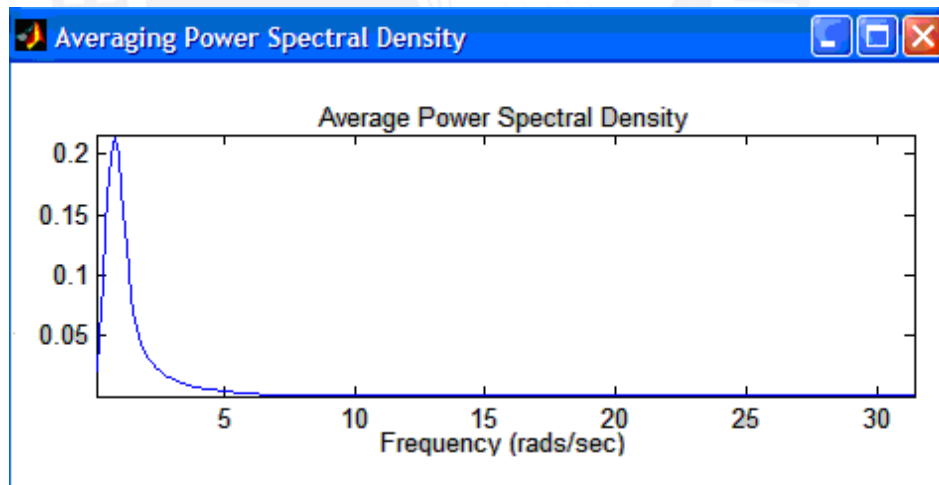


Figura 2.8 Densidad Espectral de Potencia de la Planta Modelo de Presión

(b) **Determinación de la respuesta a la señal SBPA de la Planta Modelo de Presión.**

El objetivo de la experiencia realizada era obtener la respuesta del proceso frente a una entrada de señal binaria pseudo-aleatoria, con la finalidad de adquirir (registrar) los datos de entrada $u(k)$ y de salida $y(k)$ que contengan la mayor cantidad de información posible sobre el proceso real. Se

han registrado 10000 muestras de datos del proceso con un tiempo de muestreo de 0.1 seg., este tiempo de muestreo es el más adecuado y responde a los criterios establecidos anteriormente, también se ha considerado un periodo básico Δt de un 1 seg., para generar la señal SBPA.

Para los amplitudes de la señal binaria SBPA, se han definido dos rangos de apertura de la válvula de control; para la primera zona lineal se definió un porcentaje mínimo de 5% y un porcentaje máximo de 20%. De igual manera para la segunda zona lineal se ha definido un porcentaje mínimo de 36% y un porcentaje máximo de 42%.

Para generar la señal binaria SBPA de entrada y la adquisición de las señales se desarrolló un programa en Simulink v5.0 y para la generación el código ejecutable para la operación en Tiempo Real RT se usó la librería Real-time Windows Tarjet de MatLab v6.5. El archivo es presion_daq.mdl.

En la figura 2.9 (a) muestra la respuesta a la señal binaria pseudo aleatoria - SBPA para la primera zona lineal, los datos de salida $Y(k)$ y entrada $U(k)$ son registradas y guardadas en el archivo *sbpa001.mat*.

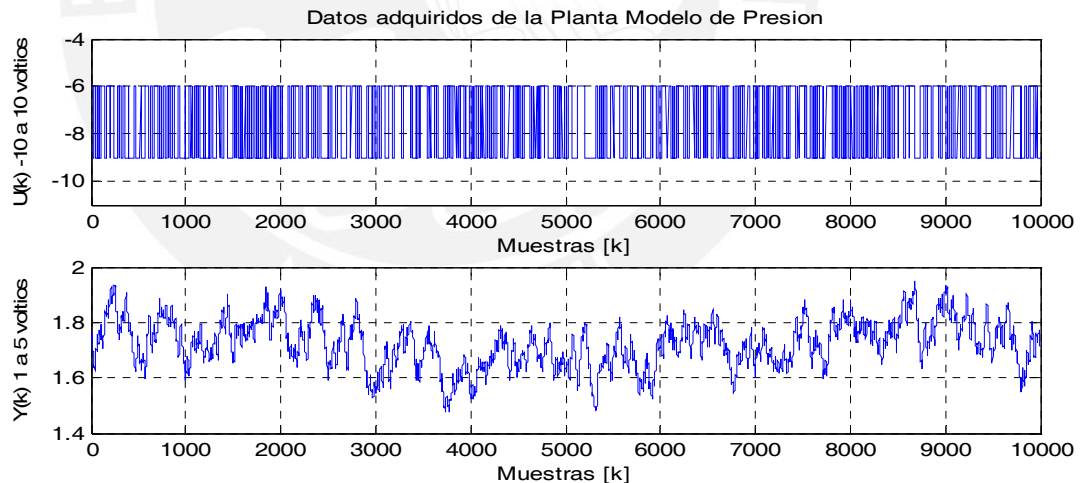


Figura 2.9 (a) Respuesta a la señal SBPA de la Planta Modelo de Presión para una apertura de válvula de 5% al 20% (Primera Zona Lineal)

En la figura 2.9 (b) muestran la respuesta a la señal binaria pseudo aleatoria - SBPA para la segunda zona lineal, los datos de salida $Y(k)$ y entrada $U(k)$ son registradas y guardadas en el archivo *sbpa002.mat*.

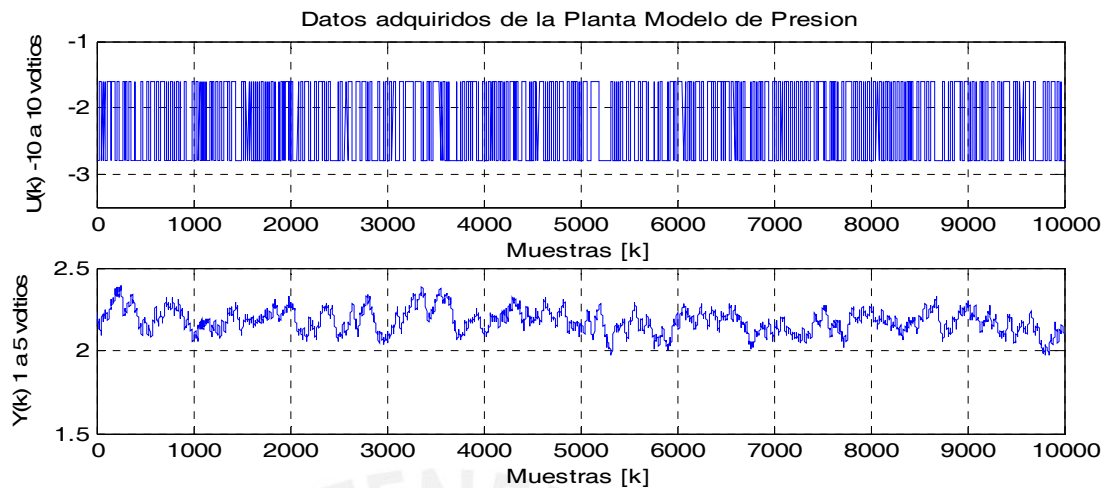


Figura 2.9 (b) Respuesta a la señal SBPA de la Planta Modelo de Presión para una apertura de válvula de 36% al 42% (Segunda Zona Lineal)

(c) Elección de la estructura del modelo para la identificación.

La elección de la estructura del modelo es una de las decisiones más importantes y difíciles que se ha tomado, por eso, es necesario el conocimiento previo del proceso, para que facilite la elección del número de parámetros y del retardo del sistema, con el objetivo de obtener los parámetros del modelo que más se ajusten a los datos de entrada $u(k)$ y salida $y(k)$ obtenidos experimentalmente.

Para la identificación de la planta Modelo de Presión se tomaron como base la estructura del modelo ARMAX (Auto-Regresiva de Media Móvil Controlada), ya que permite modelar la parte determinística y la parte estocástica del proceso con un promediador móvil, y se describe:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})z^{-d}u(k) + C(z^{-1})e(k) \quad (2.36)$$

donde

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n}$$

$$B(z^{-1}) = b_1z^{-d-1} + b_2z^{-d-2} + \dots + b_mz^{-m-d}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_qz^{-q}$$

Su representación en ecuaciones de diferencia es:

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_ny(k-n) = b_1u(k-d-1) + b_2u(k-d-2) + \dots + b_mu(k-d-m) + \dots + e(k) + c_1e(k-1) + c_2e(k-2) + \dots + c_qe(k-q) \quad (2.37)$$

donde:

n	determina en grado de $A(z^{-1})$, o el número de polos,
m	determina el grado de $B(z^{-1}) - 1$, o el número de ceros + 1,
q	determina el grado de $C(z^{-1})$ que es la perturbación, y
d	es el retardo inicial del estímulo de entrada.
$y(k)$	señal de salida del proceso (presión de aire).
$u(k)$	señal de entrada al proceso (flujo de presión de aire).
$e(k)$	señal de ruido blanco (como perturbación)

Encontrando la Función de Transferencia Pulso de la expresión 2.37:

$$Y(z^{-1}) = \left(\frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}} \right) z^{-d} U(z^{-1}) + \left(\frac{1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_q z^{-q}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}} \right) E(z^{-1}) \quad (2.38)$$

$$Y(z^{-1}) = G_p(z^{-1}) z^{-d} U(z^{-1}) + G_v(z^{-1}) E(z^{-1})$$

De esta última ecuación, la expresión $G_p(q^{-1})$ nos determina la función de transferencia pulso de la planta y $G_v(q^{-1})$ nos determina la función de transferencia pulso de la perturbación o ruido blanco.

Nótese que el objetivo es determinar los valores n , m , q y d de la estructura del modelo que más se ajusten a los datos de entrada $u(k)$ y salida $y(k)$ obtenidos experimentalmente.

(d) Estimación de los parámetros del modelo.

La estimación o ajuste de parámetros se ha formulado como un problema de optimización, en el que el mejor modelo es aquel que mejor ajuste los datos con un criterio dado. El criterio que se ha utilizado es el de mínimos cuadrados, es decir, se va a minimizar el error medio cuadrático.

Considerando que se disponen de $N = 10000$ datos de entrada y salida, la función está dada por expresión:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{emc}} &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[y(k) - \hat{y}(k) \right]^2 \\ \epsilon_{\text{emc}} &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[y(k) - \phi^T(k) \theta \right]^2 \end{aligned} \quad (2.39)$$

donde:

$y(k)$ es la salida medida

$\hat{y}(k)$ es la salida estimada

$\varphi^T(k)$ matriz de regresión, contiene las mediciones de entrada - salida, y

θ contiene los coeficientes del modelo estimado

En su representación matricial:

$$\varphi^T(k) = [-y(k-1) \quad -y(k-2) \quad \dots \quad -y(k-n) \quad u(k-d-1) \quad u(k-d-2) \quad \dots \quad u(k-d-m) \\ e(k-1) \quad e(k-2) \quad \dots \quad e(k-q)]_{[N \times (n+m+q)]}$$

$$\hat{\theta}(k) = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_m \quad c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_q]^T_{[(n+m+q) \times 1]}$$

Operando la ecuación 2.39, obtenemos:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{emc} &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y^T(k)y(k) - 2\theta^T \varphi(k)y(k) + \theta^T \varphi(k)\varphi(k)^T \theta] \\ \varepsilon_{emc} &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^T(k)y(k) - \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \theta^T \varphi(k)y(k) + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \theta^T \varphi(k)\varphi(k)^T \theta \end{aligned}$$

Asumimos f_N y R_N , para facilitar el cálculo:

$$\begin{aligned} f_N &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k)y(k) \\ R_N &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k)\varphi(k)^T \end{aligned} \tag{2.40}$$

$R_N = R_N^T$ matriz cuadrática y simétrica (en la implementación de este algoritmo tenga cuidado con las dimensiones de las matrices). Reemplazando se obtiene:

$$\varepsilon_{emc} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^T(k)y(k) - 2\theta^T f_N + \theta^T R_N \theta$$

sumando y restando el termino $f_N^T R_N^{-1} f_N$ y factorizando R_N , se obtiene:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{emc}} &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^T(k)y(k) - f_N^T R_N^{-1} f_N + (\theta^T R_N \theta - 2\theta^T R_N^{-1} R_N f_N + f_N^T R_N^{-2} R_N f_N) \\ \varepsilon_{\text{emc}} &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^T(k)y(k) - f_N^T R_N^{-1} f_N + (\theta^T \theta - 2\theta^T R_N^{-1} f_N + f_N^T R_N^{-2} f_N) R_N\end{aligned}$$

finalmente se obtiene:

$$\varepsilon_{\text{emc}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^T(k)y(k) - f_N^T R_N^{-1} f_N + (\theta - R_N^{-1} f_N)^T R_N (\theta - R_N^{-1} f_N)$$

Para minimizar esta función, simplemente hacemos que el factor $\theta - R_N^{-1} f_N$ sea igual a 0:

$$\begin{aligned}\theta - R_N^{-1} f_N &= 0 \\ \theta &= R_N^{-1} f_N \\ \therefore \hat{\theta} &= R_N^{-1} f_N\end{aligned}$$

o bien podemos representarlo como:

$$\hat{\theta} = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k) y^T(k) \right] \quad (2.41)$$

Nótese que $\hat{\theta}$ contiene los parámetros del modelo estimado. La implementación del algoritmo de mínimos cuadrados se resume a los siguientes pasos:

- [1] Seleccionar los datos para la identificación y validación.
- [2] Obtener los nuevos datos del tratamiento en continua (pre – procesamiento)
- [3] Seleccionar los grados de los polinomios $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, y $C(z^{-1})$, más el retardo (determinar los valores n , m , q y d).
- [4] Calcular el vector de regresión $\varphi^T(k)$.
- [5] Calcular f_N y R_N

- [6] Calcular los parámetros estimados, es decir $\hat{\theta}$.
- [7] Calculamos la salida estimada $\hat{y}(k)$, y el error medio cuadrático.
- [8] Verificamos que el error medio cuadrático sea mínimo.
- [9] Validamos el modelo con los datos de validación.

Se ha desarrollado un programa M-File en MatLab v6.5 donde está implementado el algoritmo de identificación paramétrica fuera de línea para la planta modelo de presión, el archivo es IdenArmax.m y el proceso es iterativo hasta llegar a un modelo estimado que represente el comportamiento dinámico del proceso real.

Con la finalidad de formar la matriz $\varphi(k+1)$ se tomaron 10000 datos del archivo de datos adquiridos de la Planta Modelo de Presión, y para la fase de identificación se tomó el 70% de los datos, es decir unos 7000 datos con la finalidad de encontrar los coeficientes del modelo (estimar θ) y los restantes se usó para la validación.

- **Estimación de los parámetros del modelo para la Primera Zona Lineal.**

Para la estimación de los parámetros de la 1ra zona lineal, (rango de operación de 5% al 20% de apertura de la válvula de control), se obtuvieron los siguientes resultados por simulación en MatLab:

Tabla 2.2 Estructuras y Errores para el Modelo ARMAX de la Planta Modelo de Presión

ESTRUCTURA DEL MODELO [n m q d]	ERROR-IDENTIFICACIÓN		ERROR-VALIDACIÓN	
	Data	emc	Data	Emc
[1 1 1 5]	7000	0.0051	3000	0.0057
[1 2 2 5]	7000	0.0050	3000	0.0056
[2 2 2 5]	7000	0.0036	3000	0.0043
[3 3 3 5]	7000	0.0035	3000	0.0042

En la tabla 2.2 muestran los errores en la identificación y la validación, como se observa el comportamiento de estos errores se va reduciendo conforme crece el orden del modelo, entonces al aumentar el orden del modelo se disminuye el error, con ello *conseguimos que el modelo sea más exacto*, pero sin embargo, *empeoramos en la estabilidad*, porque requerimos establecer un *compromiso entre la exactitud en estado estacionario y la estabilidad relativa del sistema*.

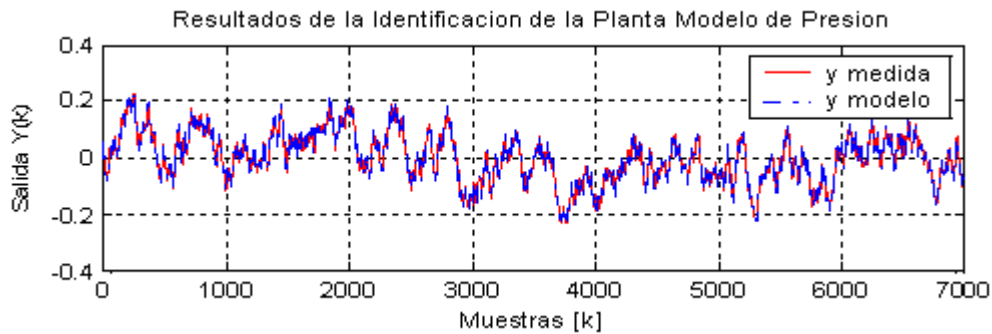


Figura 2.10 Resultados de la identificación paramétrica para la Primera Zona Lineal.

En la figura 2.10 muestra los resultados de la salida medida y la salida del modelo identificado y pertenecen a la estructura del modelo ARMAX [2 2 2 5], este modelo es que más se asemeja al comportamiento dinámico real y presenta un error de identificación de 0.0036 %, para un 70% de la datos registrados del proceso.

El modelo de la planta y la perturbación identificado es:

$$\begin{aligned} (1 - 1.833z^{-1} + 0.8348z^{-2})y(k) = & (-0.0008781 z^{-6} + 0.001274 z^{-7})u(k) + \dots \\ & \dots + (1 - 0.4448z^{-1} - 0.4229z^{-2})e(k) \end{aligned} \quad (2.42)$$

La ecuación 2.42 representa el modelo estimado del proceso y esta expresado en potencias de z , donde z^{-1} se interpreta como el operador retraso unitario, $y(k)$ la secuencia de salida, $u(k)$ la secuencia de entrada y $e(k)$ es la perturbación o ruido blanco, que es estimado.

Su estructura ARMAX del modelo identificado es:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})z^{-d}u(k) + C(z^{-1})e(k)$$

donde :

$$A(z^{-1}) = 1 - 1.833z^{-1} + 0.8348z^{-2}$$

$$B(z^{-1}) = -0.0008781 z^{-1} + 0.001274 z^{-2}$$

$$C(z^{-1}) = 1 - 0.4448z^{-1} - 0.4229z^{-2}$$

Obteniendo la Función de Transferencia Pulso del Sistema Identificado:

$$y(k) = \left(\frac{-0.0008781 z^{-1} + 0.001274 z^{-2}}{1 - 1.833z^{-1} + 0.8348 z^{-2}} \right) z^{-5} u(k) + \left(\frac{1 - 0.4448 z^{-1} - 0.4229 z^{-2}}{1 - 1.833z^{-1} + 0.8348 z^{-2}} \right) e(k) \quad (2.43)$$

La Función de Transferencia Pulso de la Planta y la Perturbación, esta dado por:

$$Y(z^{-1}) = G_p(z^{-1}) z^{-5} U(z^{-1}) + G_v(z^{-1}) E(z^{-1}) \quad (2.44)$$

donde:

$$G_p(z^{-1}) = \left(\frac{-0.0008781 z^{-1} + 0.001274 z^{-2}}{1 - 1.833z^{-1} + 0.8348 z^{-2}} \right) z^{-5} \quad (2.45)$$

$$G_v(z^{-1}) = \left(\frac{1 - 0.4448 z^{-1} - 0.4229 z^{-2}}{1 - 1.833z^{-1} + 0.8348 z^{-2}} \right) \quad (2.46)$$

La ecuación 2.45 nos determina la función de transferencia pulso de la planta, y la ecuación 2.46 nos determina la función de transferencia pulso de la perturbación, ambas ecuaciones representan la dinámica real de la Planta Modelo de Presión, para una estructura ARMAX.

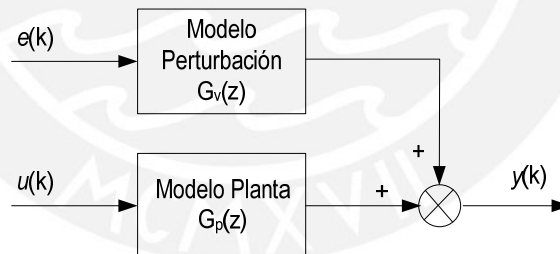


Figura 2.11 Diagrama de bloques para el proceso identificado usando la estructura ARMAX.

En la figura 2.12 muestra la representación de los ceros y polos para el vector de parámetros, theta estimado ($\hat{\theta}$), para determinar si el modelo proporciona una descripción simple y apropiada del proceso identificado.

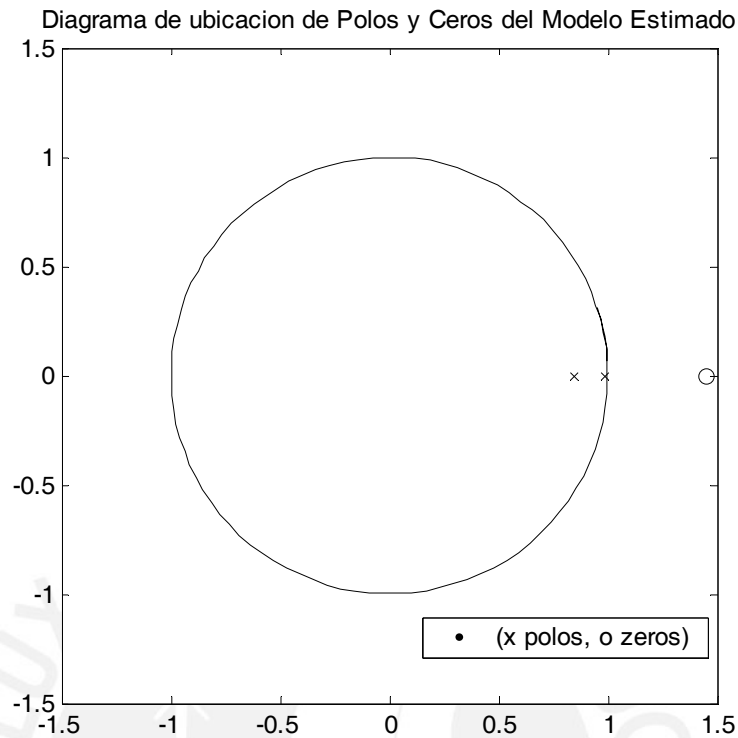


Figura 2.12 Diagrama de ubicación de ceros y polos del modelo estimado para la Primera Zona Lineal.

Note de la grafica del diagrama de ubicación de polos y ceros del modelo estimado podemos mencionar que el sistema identificado presenta 2 polos reales y se encuentran en el interior del círculo unitario (polos estables), y un cero que se encuentra fuera del círculo unitario, este cero asegura que nuestro sistema sea de fase no mínima.

Encontrando la función de transferencia pulso de la planta para su descriptor matemático de ceros, polos, y ganancia estática (zeros, pole, and gains), es igual a:

$$G_p(z) = \frac{-0.00087808 (z - 1.451)}{z^5 (z - 0.9905)(z - 0.8428)} \quad (2.47)$$

Note que en esta última ecuación 2.47 notamos la presencia de 5 polos en el origen comúnmente llamado polos de exceso y representa el retardo que existe en nuestro sistema (retardo de 5 muestras calculados anteriormente en la identificación no paramétrica).

- Estimación de los parámetros del modelo para la Segunda Zona Lineal.

Como se mencionó, la dinámica de la Planta Modelo de Presión presenta variaciones en sus parámetros, tal como muestra la figura 2.4 donde se observa más de una zona lineal. En tal sentido, se va a estimar los parámetros del modelo para la 2da Zonal Lineal usando un rango de operación de 36% al 42% de apertura de la válvula de control.

En la figura 2.13 se han comparado por simulación, la salida medida con la salida del modelo, donde podemos apreciar una buena aproximación de la salida del modelo a la salida medida obteniendo un error de identificación de 0.0037% para un total de 7000 muestras.

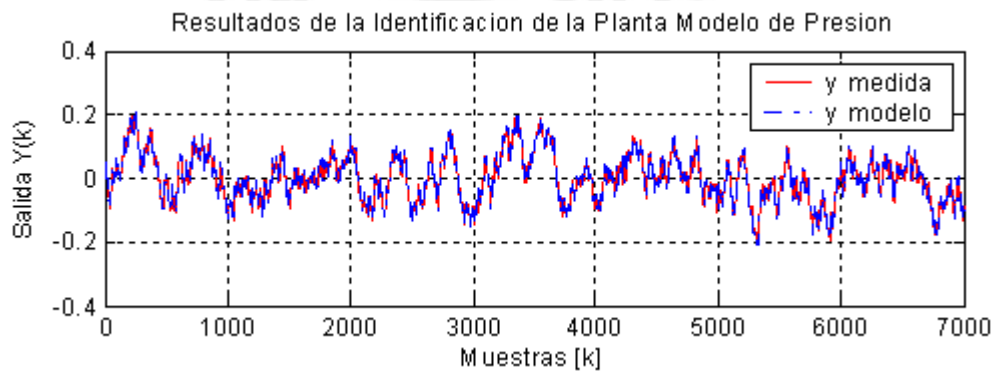


Figura 2.13 Resultados de la identificación paramétrica para la Segunda Zona Lineal.

El modelo de la planta y la perturbación identificado para la segunda zona lineal es:

$$(1 - 1.802z^{-1} + 0.8043z^{-2})y(k) = (-0.002035z^{-6} + 0.003142z^{-7})u(k) + \dots \\ \dots + (1 - 0.4718z^{-1} - 0.4460z^{-2})e(k)$$

Obteniendo la Función de Transferencia Pulso del Sistema Identificado:

$$y(k) = \left(\frac{-0.002035z^{-1} + 0.003142z^{-2}}{1 - 1.802z^{-1} + 0.8043z^{-2}} \right) z^{-5} u(k) + \left(\frac{1 - 0.4718z^{-1} - 0.4460z^{-2}}{1 - 1.802z^{-1} + 0.8043z^{-2}} \right) e(k) \quad (2.48)$$

Encontrando la función de transferencia pulso, para la planta y la perturbación para la Segunda Zona Lineal:

$$Y(z^{-1}) = G_p(z^{-1}) z^{-5} U(z^{-1}) + G_v(z^{-1}) E(z^{-1}) \quad (2.49)$$

donde:

$$\frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})} = \left(\frac{-0.002035 z^{-6} + 0.003142 z^{-7}}{1 - 1.802 z^{-1} + 0.8043 z^{-2}} \right) \quad (2.50)$$

$$\frac{Y(z^{-1})}{E(z^{-1})} = \left(\frac{1 - 0.4718 z^{-1} - 0.4460 z^{-2}}{1 - 1.802 z^{-1} + 0.8043 z^{-2}} \right) \quad (2.51)$$

Las ecuaciones 2.43 y 2.48 representan el modelo identificado para la Planta Modelo de Presión. Nótese que los coeficientes difieren uno del otro, esto es debido a que se ha usado diferentes zonas de trabajo donde el proceso se comporta como un sistema lineal.

(d) Validación del modelo obtenido por identificación.

Este último paso consiste en determinar si el modelo obtenido satisface con exactitud a los datos obtenidos experimentalmente o que represente fielmente la dinámica real del proceso, además requerimos establecer un compromiso entre la exactitud en estado estacionario y la estabilidad relativa del sistema.

Para la validación del modelo identificado se ha reservado el 30% de los datos adquiridos, con esta información restante se ha comparado por simulación la salida medida con la salida del modelo, esto es una forma directa y fácil de evaluar la respuesta de un modelo.

En la figura 2.14 se puede apreciar la buena aproximación de la salida del modelo a la salida medida. El error de validación que se obtuvo fue de 0.0043% para un total de 3000 muestras.

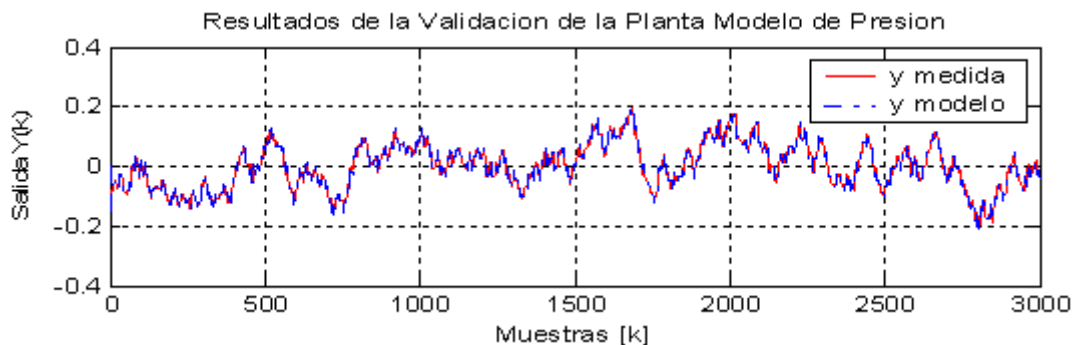


Figura 2.14 Resultados de validación de la identificación paramétrica para la Primera Zona de Lineal.

De igual manera podemos apreciar una buena aproximación de la salida del modelo a la salida medida para la segunda zona lineal mostrada en la figura 2.15, donde el error de validación es de 0.0037% para un total de 300 muestras.

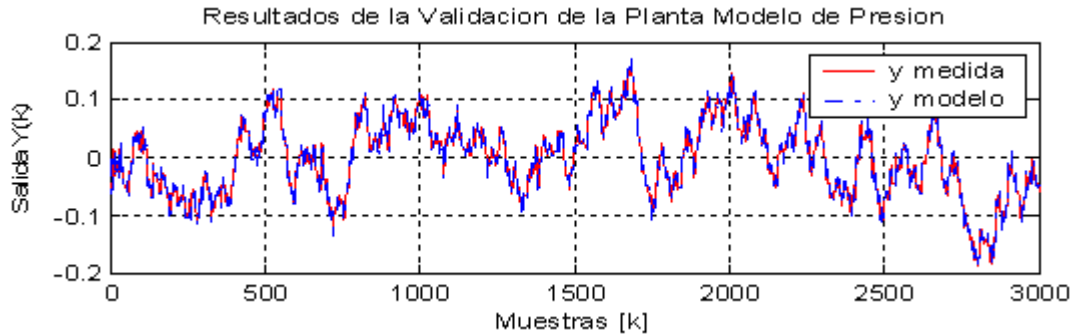


Figura 2.15 Resultados de validación de la identificación paramétrica para la Segunda Zona de Lineal.

Para una validación menos convencional, se ha utilizado el análisis de residuos mediante gráficos de autocorrelación y correlación cruzada para determinar la validez del modelo obtenido experimentalmente. Este análisis de residuos se debe a los errores de predicción obtenidos al calcular el error, es decir, $\varepsilon(k, \theta) = y(k) - \hat{y}_e(k, \theta)$, igualmente estos residuos deben ser independientes de la entrada. Si no sucede así, significa que hay componentes en $\varepsilon(k, \theta)$, que procede de la entrada $u(k)$, lo cual a su vez significa que el modelo no es capaz de describir completamente la dinámica del sistema.

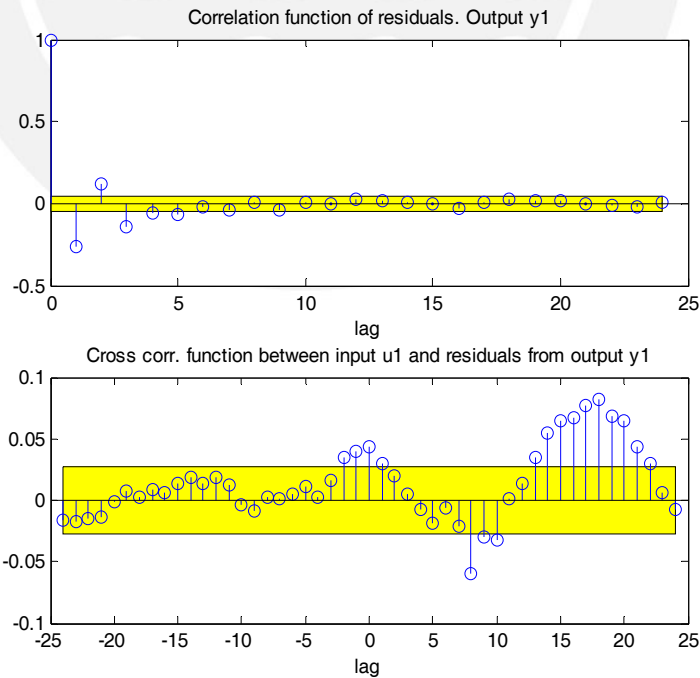


Figura 2.16 (a) Diagrama de autocorrelación y correlación cruzada del modelo ARMAX[2, 2, 2, 5] para la Primera Zona Lineal de la Planta Modelo de Presión

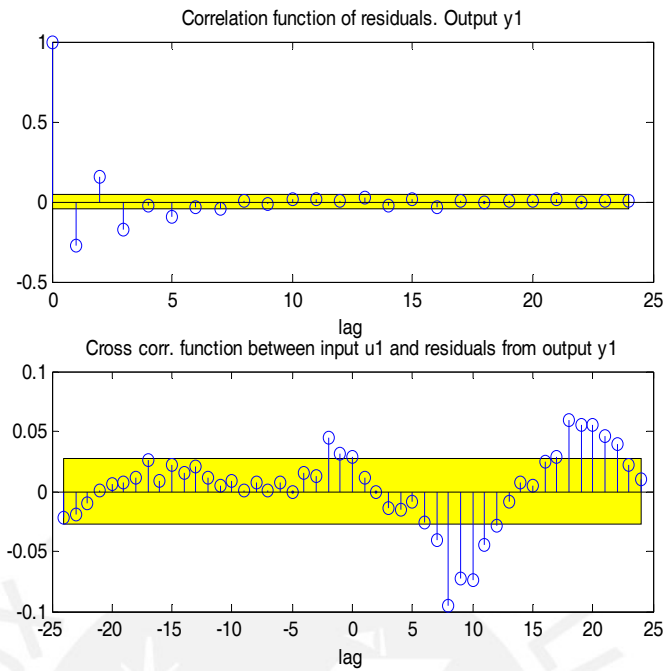


Figura 2.16 (b) Diagrama de autocorrelación y correlación cruzada del modelo ARMAX[2, 2, 2, 5] para la Segunda Zona Lineal de la Planta Modelo de Presión

En la figura 2.16 (a) y (b) muestra la autocorrelación y correlación cruzada para las dos zonas de operación, donde el modelo identificado queda suficientemente caracterizado con la dinámica real del sistema. Los tramos que salen del rango de confianza muestran que los residuos del modelo no son blancos y por ende los parámetros del modelo tendrán error.

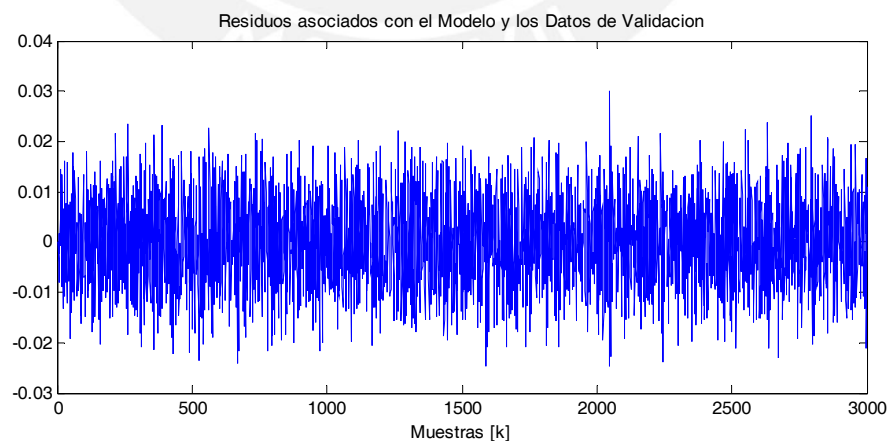


Figura 2.17 Diagrama de los residuos asociados con el modelo y los datos de validación para el modelo ARMAX[2, 2, 2, 5] de la Planta Modelo de Presión

En la figura 2.17 muestra el error de predicción cometido por el modelo al predecir el valor medido correspondiente al instante k utilizando el vector de parámetros conocido en el instante anterior $k-1$. El hecho que los residuos sean aleatorios no garantiza un buen desempeño del modelo en términos de predicciones.

Con la finalidad de presentar los resultados de la identificación paramétrica fuera de línea, se ha simulado y comparado las salidas del modelo con la salida medida a la respuesta al escalón.

En la figura 2.18 se ha comparado la señal de salida medida de la respuesta al escalón tomada del archivo `escalon01.mat` (leídos del Workspace de MatLab y pertenecen a los datos de la primera zona lineal), con la señal de salida de los modelos representados por las ecuaciones 2.43 y 2.48.

En la figura 2.18(a) se puede apreciar la buena aproximación de la salida del modelo estimado debido a la ecuación 2.43 (color azul) con la salida medida de la respuesta al escalón (color verde claro). Con esto queda demostrado que el modelo estimado describe de forma adecuada el comportamiento dinámico del proceso real. Esto no sucede así con la salida del modelo representado por la ecuación 2.48, esto se debe a que el modelo ha sido estimado para la 2da zona lineal, tal como se aprecia en la figura 2.18(b).

En la figura 2.19 se ha comparado la señal de salida medida de la respuesta al escalón tomada del archivo `escalon02.mat` (leídos del Workspace de MatLab y pertenecen a los datos de la 2da zona lineal), con la señal de salida de los modelos representados por las ecuaciones 2.43 y 2.48.

En la figura 2.19(a) se puede apreciar la buena aproximación de la salida del modelo estimado debido a la ecuación 2.48 (color azul) con la salida medida de la respuesta al escalón (color verde claro). Con esto queda demostrado que el modelo estimado describe de forma adecuada el comportamiento dinámico del proceso real. Esto no sucede así con la salida del modelo representado por la ecuación 2.43, esto se debe a que el modelo ha sido estimado para la 1ra zona lineal, tal como se aprecia en la figura 2.19(b).

Con estas simulaciones queda demostrado que los modelos estimados representados por las ecuaciones 2.43 y 2.48 describen con una buena aproximación (predicciones), el comportamiento dinámico del proceso real. Pero estos son válidos solamente para las zonas de trabajo donde fueron obtenidos.

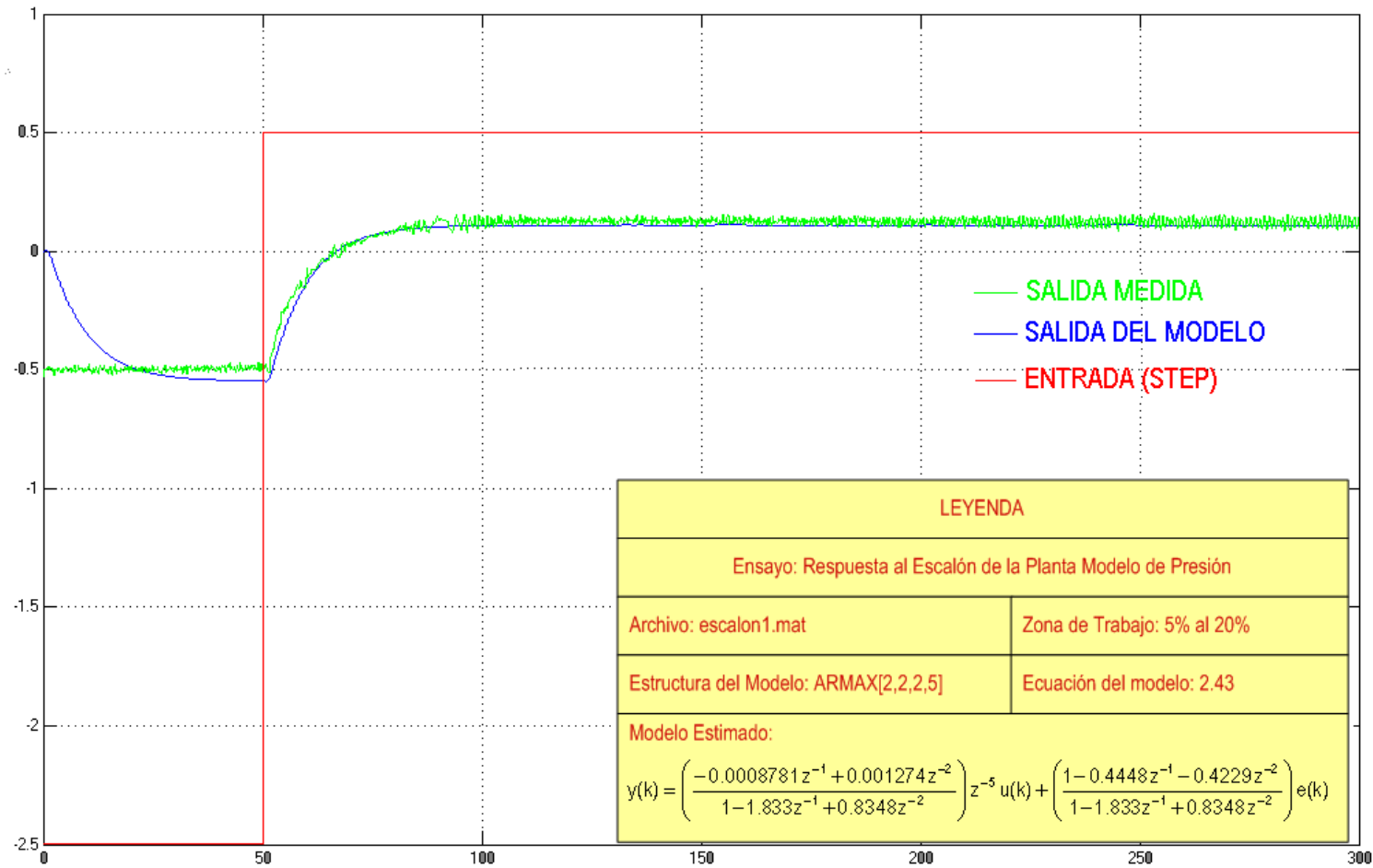


Figura 2.18(a) Gráfica de la respuesta al escalón debido al modelo estimado según la ecuación (2.43) y la data experimental de la Primera Zona Lineal.

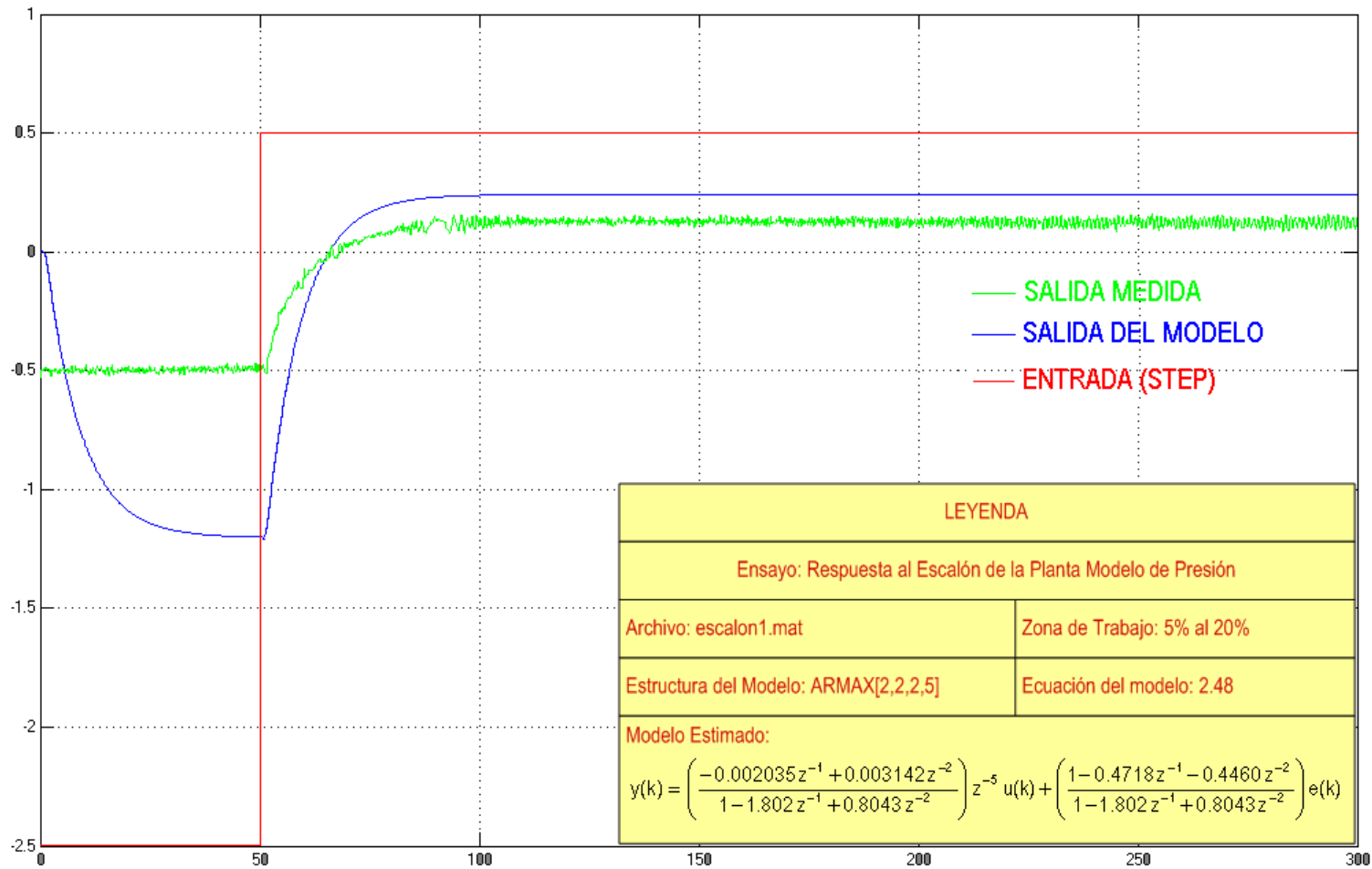


Figura 2.18(b) Gráfica de la respuesta al escalón debido al modelo estimado según la ecuación (2.48) y la data experimental de la Primera Zona Lineal.

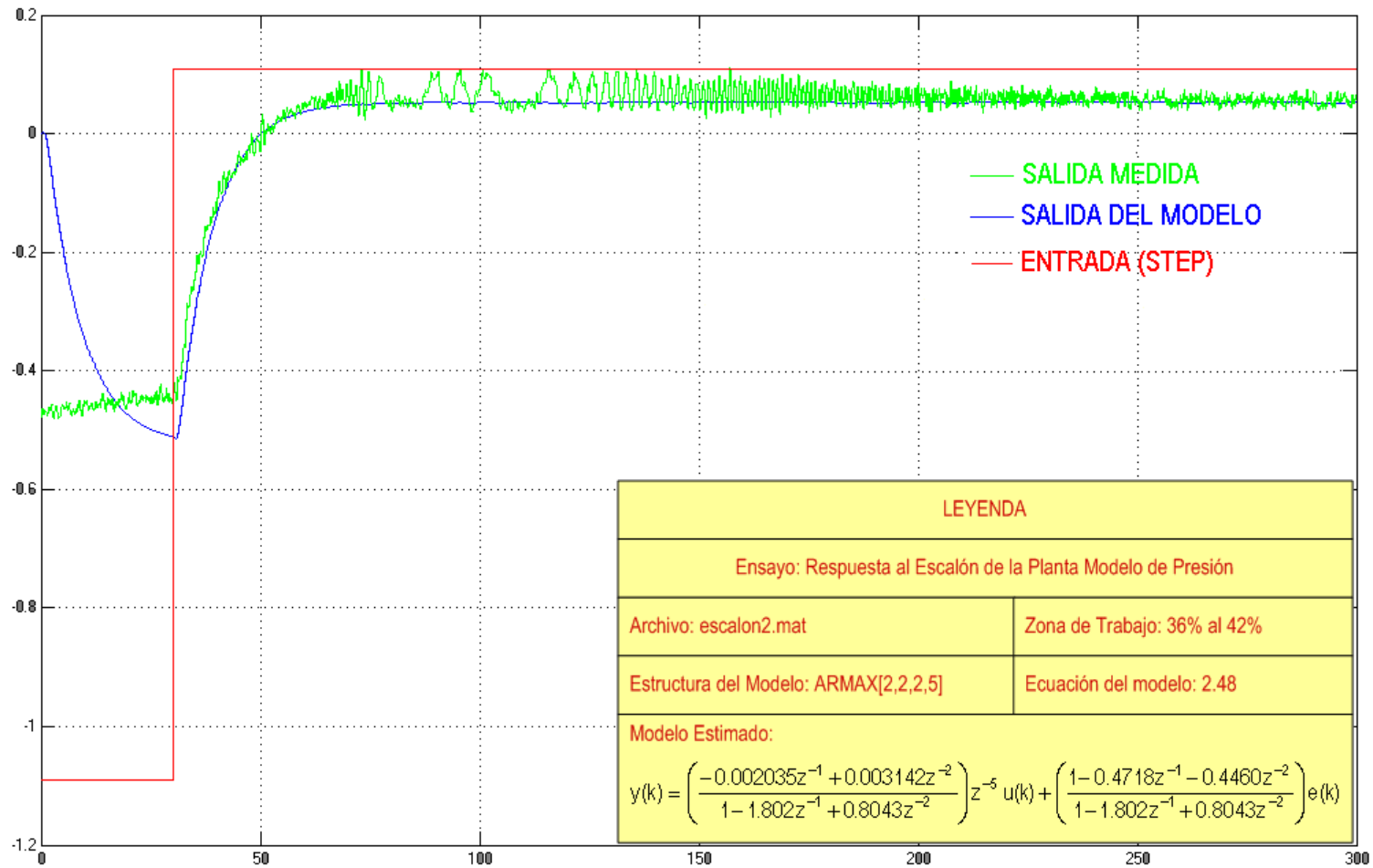


Figura 2.19(a) Gráfica de la respuesta al escalón debido al modelo estimado según la ecuación (2.48) y la data experimental de la Segunda Zona Lineal.

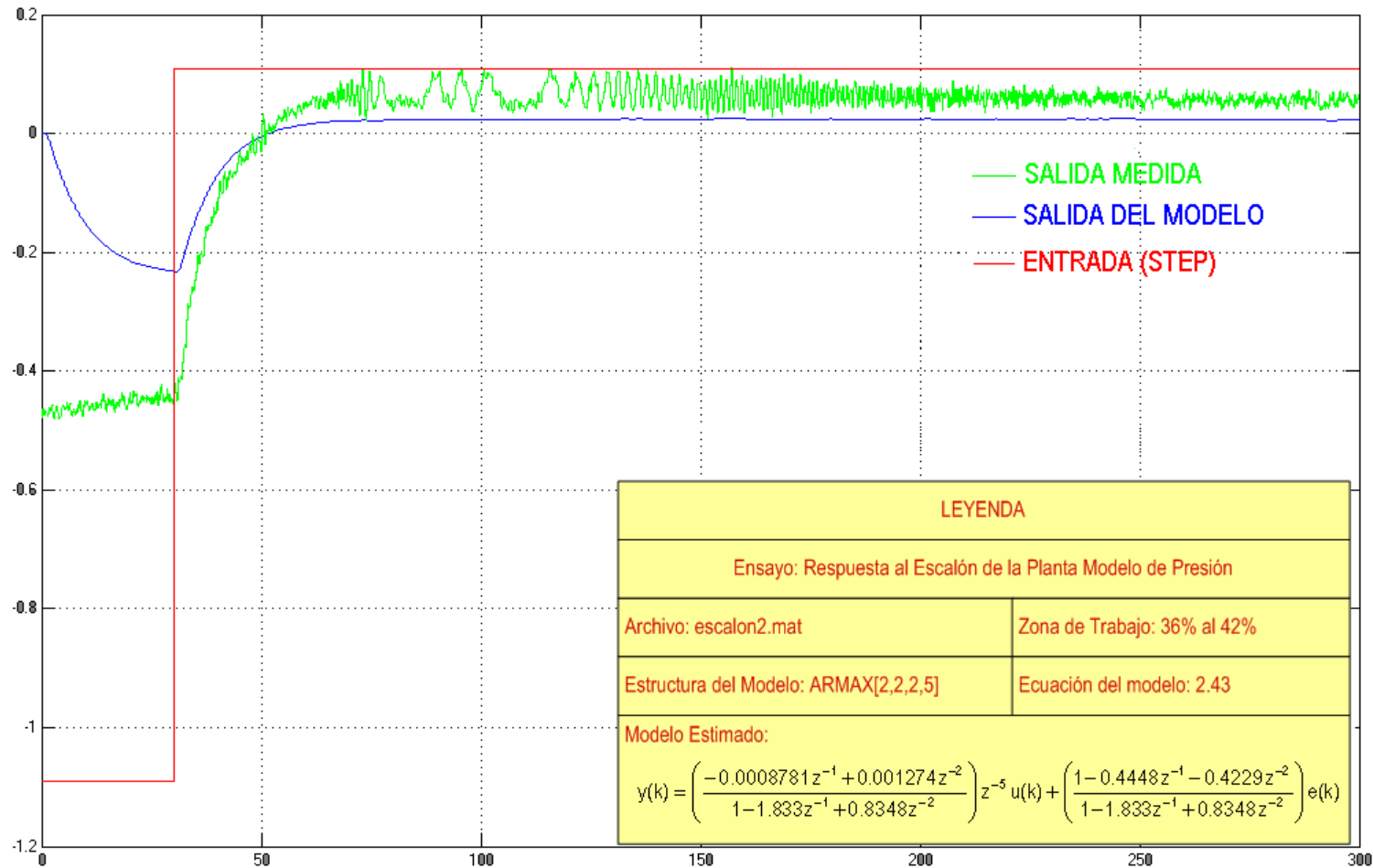


Figura 2.19(a) Gráfica de la respuesta al escalón debido al modelo estimado según la ecuación (2.43) y la data experimental de la Segunda Zona Lineal.

2.10.4 IDENTIFICACIÓN RECURSIVA EN LÍNEA DE LA PLANTA MODELO DE PRESIÓN.

La identificación recursiva en línea permite el cálculo del modelo matemático en cada instante de muestreo, de manera recursiva y sin necesidad de guardar los datos del proceso, es decir que gracias a su actualización constante de sus parámetros hace que se pueda identificar sistemas de control donde sus parámetros varían en el tiempo.

El método de mínimos cuadrados – LS, es la base de los distintos métodos paramétricos recursivos y no recursivos de identificación, este método da una estimación insesgada y consistente del modelo estimado. De acuerdo con Gauss, el principio de mínimos cuadrados consiste en buscar los parámetros desconocidos de tal forma que la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores medidos y calculados multiplicado por un número que mide el grado de precisión sea un mínimo. Para poder obtener una solución analítica, los valores calculados deben ser funciones lineales de los parámetros desconocidos.

La aplicación del método de mínimos cuadrados recursivos – RLS (para estructuras del modelo ARX), y el método de mínimos cuadrados extendidos – RELS (para estructuras del modelo ARMAX), dependen del modelo de perturbación que se tenga de tipo ruido blanco o ruido coloreado, en el caso que no cumpla se debe aplicar otro método, sobretodo si la relación ruido/señal es grande.

El algoritmo de identificación recursivo de mínimos cuadrados propuesto, se ha incluido una serie de mejoras. Entre las que destacamos el factor de olvido variable, en el rango entre 0.96 y 1. Al mismo tiempo se ha incluido acotación inferior y superior de la matriz de covarianza. Para acotar inferiormente esta matriz se le suma una matriz R constante y para acotarla superiormente a la traza de dicha matriz.

Para mostrar el funcionamiento y convergencia del algoritmo propuesto de identificación recursiva en línea, se ha realizado simulaciones en MatLab utilizando los modelos identificados a partir de datos reales (Identificación paramétrica fuera de línea), además se realizaron comparación de los resultados de los métodos utilizados en la identificación recursiva en línea propuestos en este trabajo (RLS y RELS), para luego implementarlo en la planta real donde se obtuvieron resultados satisfactorios, tal como se muestra en las figuras correspondientes.

El modelo de la planta y la perturbación, en el caso más general es:

$$Y(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} (z^{-d}) U(z^{-1}) + \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} E(z^{-1}) \quad (2.52)$$

donde $E(z^{-1})$ es el ruido blanco y

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} \\ B(z^{-1}) &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m} \\ C(z^{-1}) &= 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_q z^{-q} \end{aligned} \quad (2.53)$$

Para el desarrollo del algoritmo de identificación en línea se han tomado con base los modelos obtenidos experimentalmente en la identificación paramétrica fuera de línea partir de datos reales.

El modelo obtenido por identificación para una apertura de la válvula de un porcentaje inicial de 5% y un porcentaje final de 20% es representada mediante la siguiente expresión:

$$Y(z^{-1}) = \left(\frac{-0.0008781 z^{-1} + 0.001274 z^{-2}}{1 - 1.833 z^{-1} + 0.8348 z^{-2}} \right) z^{-5} U(z^{-1}) + \left(\frac{1 - 0.4448 z^{-1} - 0.4229 z^{-2}}{1 - 1.833 z^{-1} + 0.8348 z^{-2}} \right) E(z^{-1}) \quad (2.54)$$

De igual manera, para una apertura de la válvula de un porcentaje inicial de 36% y un porcentaje final de 42% es representada mediante la siguiente expresión:

$$Y(z^{-1}) = \left(\frac{-0.002035 z^{-1} + 0.003142 z^{-2}}{1 - 1.802 z^{-1} + 0.8043 z^{-2}} \right) z^{-5} U(z^{-1}) + \left(\frac{1 - 0.4718 z^{-1} - 0.4460 z^{-2}}{1 - 1.802 z^{-1} + 0.8043 z^{-2}} \right) E(z^{-1}) \quad (2.55)$$

2.10.4.1 MÉTODO RECURSIVO DE MÍNIMOS CUADRADOS – RLS.

El método recursivo de mínimos cuadrados permite organizar los cálculos de manera que se pueda utilizar los resultados obtenidos en el instante k para calcular los parámetros en el instante $k+1$. El vector de parámetros y el vector de regresión son los utilizados en la estructura del modelo ARX, haciendo $C(z^{-1}) = 1$ en la ecuación 2.52, se tiene:

$$Y(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} (z^{-d})U(z^{-1}) + \frac{1}{A(z^{-1})} E(z^{-1}) \quad (2.56)$$

donde:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}$$

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m}$$

Su representación en ecuaciones de diferencia:

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) - \dots - a_n y(k-n) + b_1 u(k-1-d) + \dots + b_2 u(k-2-d) + \dots + b_m u(k-m-d) + e(k) \quad (2.57)$$

En forma vectorial:

$$y(k+1) = \varphi^T(k+1) \theta(k) \quad (2.58)$$

donde:

$$\varphi^T(k+1) = [-y(k-1) \quad -y(k-2) \quad \dots \quad -y(k-n) \quad u(k-1-d) \quad u(k-2-d) \quad \dots \quad u(k-m-d)] \quad (2.59)$$

$\varphi^T(k+1)$ Vector de Regresión, formado por las salidas y entradas anteriores.

$$\theta(k) = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_m] \quad (2.60)$$

$\theta(k)$ Vector de Parámetros del modelo estimado.

El criterio del algoritmo recursivo es minimizar el error estimado en el instante $k+1$:

$$\varepsilon(k+1) = y(k+1) - \hat{y}(k+1) \quad (2.61)$$

$$\varepsilon(k+1) = y(k+1) - \varphi^T(k+1) \hat{\theta}(k)$$

Para estimar los parámetros del modelo del proceso usaremos las señales actuales $U(k)$ e $Y(k)$ en lugar de sus desviaciones $u(k)$ e $y(k)$.

Implementación del Algoritmo Recursivo de Mínimos Cuadrados - RLS

El algoritmo recursivo de identificación se implementa de la siguiente forma:

[1] Inicializar el vector de parámetros (θ), y el vector de regresión (φ).

Para inicializar el vector de parámetros $\hat{\theta}(k)$ cuando $k=1$, podemos usar los parámetros del modelo identificado fuera de línea representado por las ecuaciones 2.54 y 2.55, pero en la práctica estos parámetros se desconocen, entonces podemos inicializarlos de forma aleatoria, de tal forma que obtenemos el vector inicial de parámetros:

$$\hat{\theta}(1) = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m]^T_{[(n+m) \times 1]} \quad (2.62)$$

La estructura del modelo ha identificar lo determina el número de polos $n = 2$, de ceros $+ 1$ esto es igual $m = 2$ y el retardo del sistema $d = 5$. Entonces el vector inicial de parámetros queda:

$$\hat{\theta}(1) = [a_1 \ a_2 \ b_1 \ b_2]^T_{[4 \times 1]}$$

Para inicializar el vector de regresión:

$$\varphi^T(k+1) = [-y(k-1) \ -y(k-2) \ \dots \ -y(k-n) \ u(k-1-d) \ u(k-2-d) \ \dots \ u(k-m-d)]^T_{[1 \times (n+m)]} \quad (2.63)$$

Se aconseja que se inicialice con ceros el vector de regresión:

$$\varphi^T(1) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T_{[1 \times 4]}$$

- [2] Seleccionar la matriz de covarianza inicial $P(k)$, por lo general esta matriz decrece continuamente, fenómeno indeseable llamado apagado de la matriz $P(k)$, por lo que la inicialización de la matriz de covarianza debe ser alta para evitar el apagado del algoritmo y permitir que la adaptación de los parámetros estimados sea más rápida a los cambios o variaciones del proceso (modelos estocástico).

La matriz $P(k)$, es una matriz cuadrada de dimensión $(n+m) \times (n+m)$ y tiene la estructura:

$$P(k) = \alpha I \quad (2.64)$$

donde:

I es la matriz identidad cuadrada,

α es un escalar de preferencia de valor grande ($\alpha \gg 1$).

Para nuestro identificador, tenemos la matriz inicial de covarianza:

$$P(1) = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix}_{[(n+m) \times (n+m)]} ; \alpha = 10^9 \quad (2.65)$$

[3] Obtener las nuevas mediciones de $Y(k+1)$ y de $U(k+1)$.

[4] Calcular el error residual a priori:

$$e(k+1) = y(k+1) - \varphi^T(k+1) \hat{\theta}(k) \quad (2.66)$$

[5] Calcular $L(k+1)$, dado por la expresión:

$$L(k+1) = \frac{P(k)\varphi(k+1)}{c(k) + \varphi^T(k+1)P(k)\varphi(k+1)} \quad (2.67)$$

[6] Calcular los nuevos parámetros estimados dados por:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + L(k+1)e(k+1) \quad (2.68)$$

[7] Calcular el nuevo factor de olvido $c(k+1)$

$$c(k+1) = 1 - \left[1 - \varphi^T(k+1)L(k+1)\right] \frac{e(k+1)^2}{S_0} \quad (2.69)$$

$$\text{Si } c(k+1) < c_{\min} \quad \text{Entonces } c(k+1) = c_{\min}$$

$$\text{Si } c(k+1) > 1 \quad \text{Entonces } c(k+1) = 1$$

El rango de variación del factor olvido esta entre 0.96 y 1.

El termino S_0 debe de estar relacionado con la suma de errores al cuadrado, y debe buscarse aleatoriamente (a priori).

[8] Actualizar la matriz de covarianza, para ello se ha sumado una matriz R definida positiva a la matriz de covarianza P (usando el método paso aleatorio - random walk), al sumar esta matriz se ha asegurado que la matriz de covarianza P permanezca limitada a un valor superior a R (cota inferior de la matriz de covarianza).

$$W(k+1) = P(k) - L(k+1)\varphi^T(k+1)P(k) + R \quad (2.70)$$

Al mismo tiempo se ha incluido una acotación superior a la traza de dicha matriz de covarianza, es decir:

$$\text{si } \text{tr} \left(\frac{W(k+1)}{c(k+1)} \right) > \text{tr}_{\max} \Rightarrow c(k+1) = 1 \quad (2.71)$$

Se actualiza la matriz de covarianza:

$$P(k+1) = \frac{W(k+1)}{c(k+1)} \quad (2.72)$$

donde tr es la suma de los elementos de la diagonal de una matriz (también es la suma de los autovalores de la matriz), Se debe fijar un tr_{max} para actualiza la matriz de covarianza.

[9] Actualizar el vector de regresión $\varphi(k+2)$, con las medidas $Y(k+1)$, $U(k+1)$, para la nueva iteración.

[10] Hacer $k = k+1$ y volver al paso 3.

2.10.4.2 MÉTODO RECURSIVO DE MÍNIMOS CUADRADOS EXTENDIDOS – RELS.

La implementación de este algoritmo recursivo de mínimos cuadrados extendidos - RELS es el mismo que se implemento para el algoritmo recursivo de mínimos cuadrados - RLS, solo difieren del vector de parámetros y el vector de regresión, puesto que este método utiliza la estructura del modelo ARMAX descrita en la ecuación 2.52:

$$Y(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} (z^{-d})U(z^{-1}) + \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} E(z^{-1})$$

El vector de regresión,

$$\varphi^T(k+1) = [-y(k-1) \quad -y(k-2) \quad \dots \quad -y(k-n) \quad u(k-1-d) \quad u(k-2-d) \quad \dots \quad \dots u(k-m-d) \quad e(k-1) \quad e(k-2) \quad \dots \quad e(k-q)] \quad (2.73)$$

El vector de parámetros,

$$\theta(k) = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_m \quad c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_q]^T \quad (2.74)$$

El ruido blanco $E(k)$ se estima a partir de las ecuación 2.66, para la construcción de vector de regresión (nótese que solo se tiene 2 señales en el proceso, $Y(k)$ que se mide, y $U(k)$ que se manipula):

$$\hat{e}(k) = y(k) - \varphi^T(k-1)\hat{\theta}(k) \quad (2.75)$$

2.10.5 IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB DEL ALGORITMO DE IDENTIFICACIÓN RECURSIVA EN LÍNEA.

Para la implementación del algoritmo de identificación recursiva en línea se utilizó un software en Tiempo Real, éste se desarrolló usando el Toolbox de Real-Time Windows Target v2.2 de MatLab v6.5 para generar el código ejecutable en tiempo real y para la programación grafica se desarrollo usando el Simulink, que es un entorno gráfico y fácil de usar.

Se ha desarrollado 2 librerías para la Identificación Recursiva en Línea, la primera se ha usado para simulación usando S-Functions con M-File, y la segunda se ha utilizado librerías de Simulink que se ejecutan en Tiempo Real (Real-Time Windows Target).

La librería *Lib_RecursivaSF.mdl* se ha usado para simular los métodos de identificación recursiva en línea a partir de funciones diseñadas en S-Function con M-File, los cuales pueden ser usadas con fines didácticos o de diseño y nos permiten sintonizar los parámetros de forma adecuada y/o modificarlas a medida que el identificador lo requiera, pero estos no se pueden implementar en tiempo real.

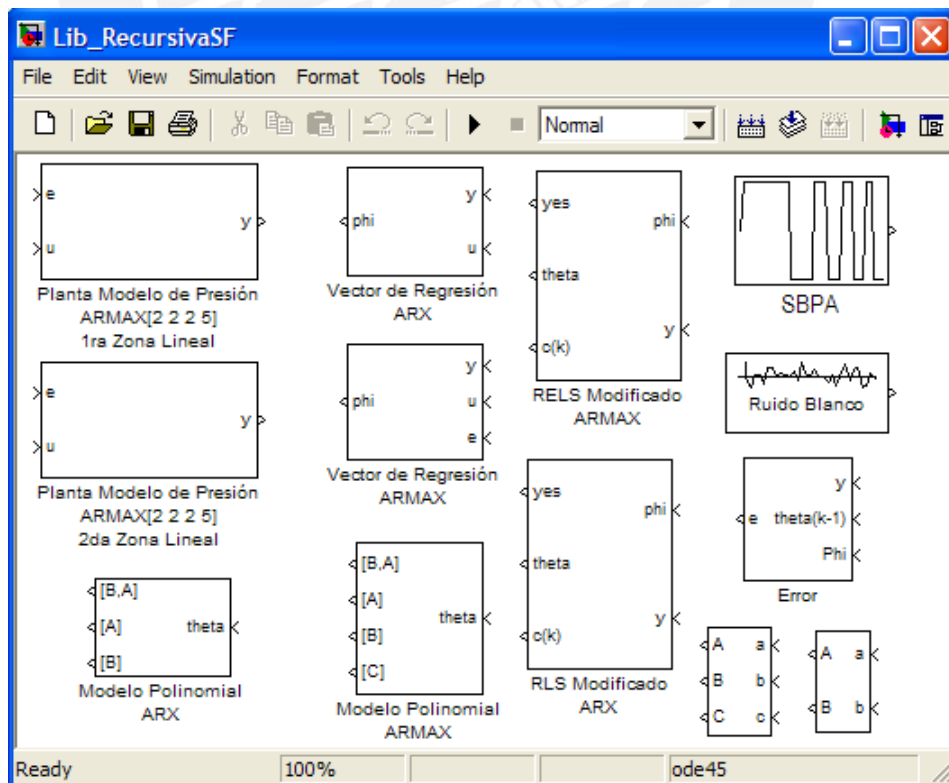


Figura 2.20 Librería para Identificación Recursiva implementada con S-Function, M-File.

En la figura 2.20 muestra la Librería de Identificación Recursiva en Línea implementado con S-Function (M-File), donde se encuentran los subsistemas necesarios para la implementación del identificador recursivo en línea y la programación de las funciones se encuentran en los archivos M-File phiarx.m; phiarmax.m y recursivo.m.

En la figura 2.21 muestra el diagrama de simulación en Simulink para el método de identificación recursiva de mínimos cuadrados – RLS, donde el identificador esta compuesto por tres subsistemas: el subsistema Vector de Regresión, RLS Modificado ARX y Modelo Polinomial ARX.

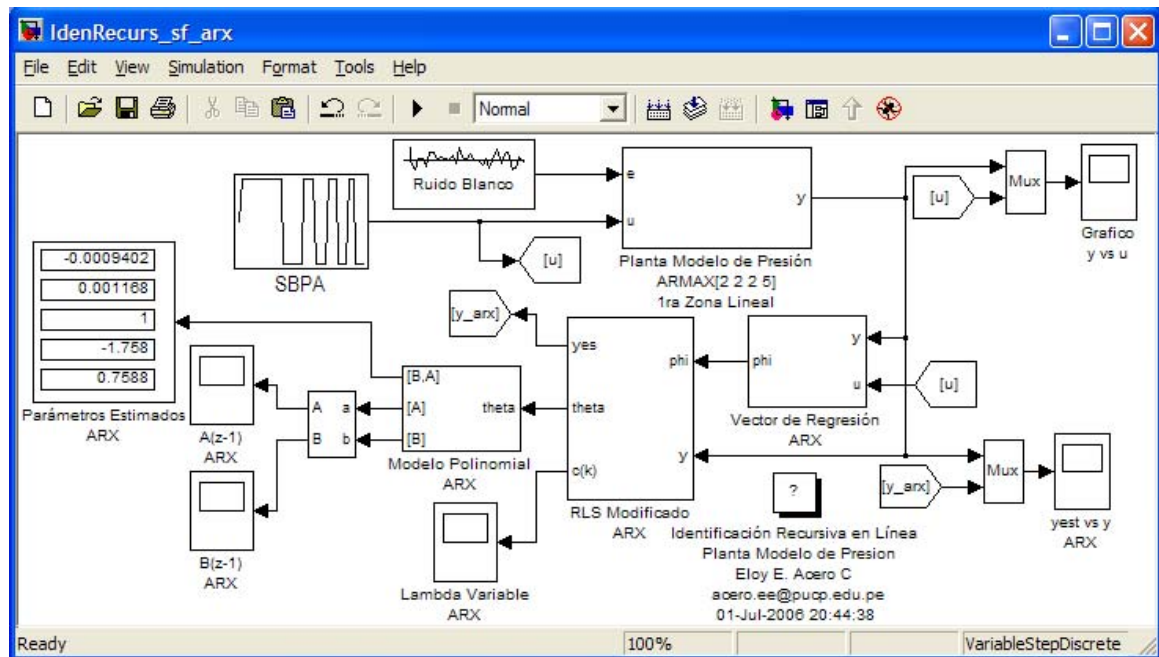


Figura 2.21 Diagrama de simulación para la identificación recursivo de mínimos cuadrados – RLS.

En la figura 2.22 muestra el diagrama de simulación en Simulink para el método de identificación recursivo de mínimos cuadrados extendidos – RELS, donde el identificador esta compuesto por cuatro subsistemas: el subsistema Error (donde se estima el error a partir de la ecuación 2.66), el Vector de Regresión ARMAX, RELS Modificado ARMAX y Modelo Polinomial ARMAX, y nótese que al identificador solo ingresan las señales del sistema, la salida $y(k)$ y la entrada $u(k)$.

Nótese la diagramación de ambos programas, se difieren del subsistema Vector de Regresión y del Modelo Polinomial. El uso de la librería (subsistemas), nos permite realizar cambios en cuanto a la diagramación de lo bloques para la implementación de diferentes métodos de identificación recursiva en línea.

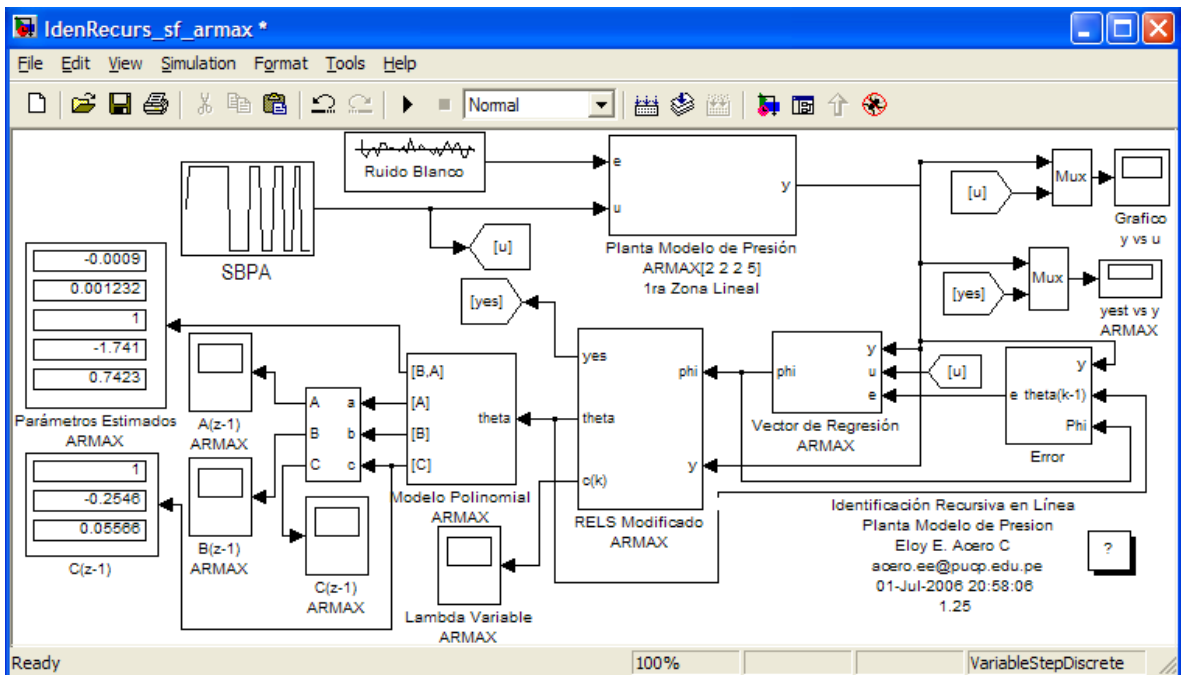


Figura 2.22 Diagrama de simulación para la identificación recursivo de mínimos cuadrados extendidos – RELS

Para la implementación del algoritmo de identificación recursiva en línea en tiempo real, se ha creado la librería Lib_Recursiva.mdl, donde encontramos los subsistemas que se emplean para la implementación del programa en simulink, este programa genera el código ejecutable en tiempo real.

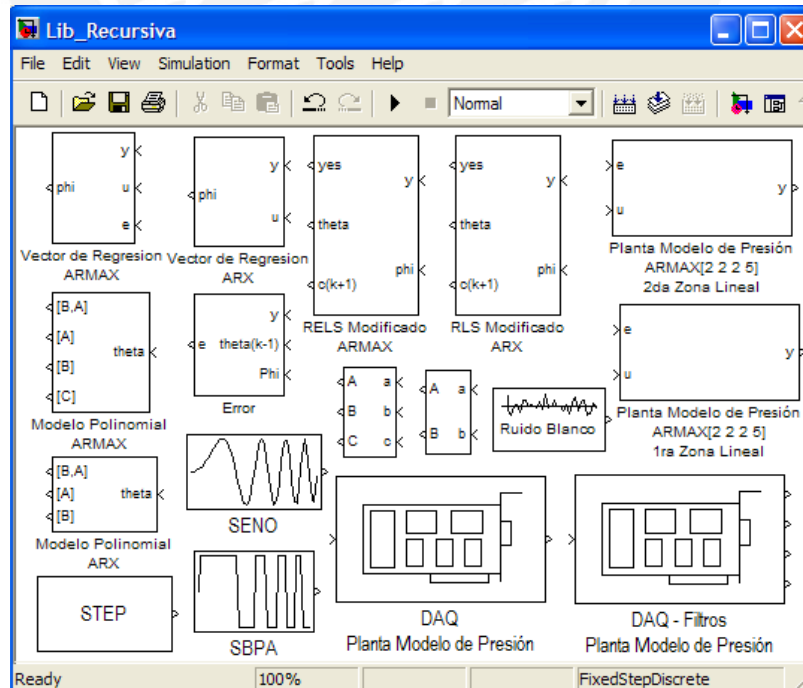


Figura 2.23 Librería de Identificación Recursiva para la Implementación en Tiempo Real

En la figura 2.23 muestra la Librería de Identificación Recursiva en Línea para la implementación en Tiempo Real, donde se encuentran los subsistemas necesarios para la implementación del identificador.

Para la implementación en tiempo real del algoritmo de identificación recursivo en línea, se toma como base los diagramas de bloques de las simulaciones anteriores (Figura 2.21 y 2.22), donde se ha modificado el subsistema Planta Modelo de Presión por el subsistema DAQ Planta Modelo de Presión, (tomado de la librería Lib_Recursiva.mdl).

En la figura 2.24 muestra el subsistema DAQ - Planta Modelo de Presión, este subsistema tiene los bloques de adquisición de datos, tanto para la entrada (canal analógico de salida DAQ0, con rango de ± 10 voltios, señal a la válvula), como para la salida (canal analógico de entrada CH14, con rango es de 1 a 5 voltios, señal del sensor).

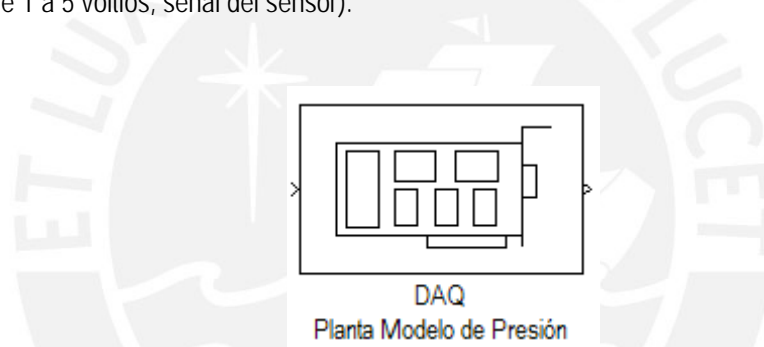


Figura 2.24 Subsistema adquisición de datos – DAQ Planta Modelo de Presión

En la figura 2.25 muestra el contenido del Subsistema DAQ Planta Modelo de Presión (esto se puede acceder haciendo doble click en el icono), también se ha utilizado un filtro pasa-bajos Butterworth (con una frecuencia de corte de 5 rad/seg), para filtrar el ruido en altas frecuencias y acondicionar la señal de entrada.

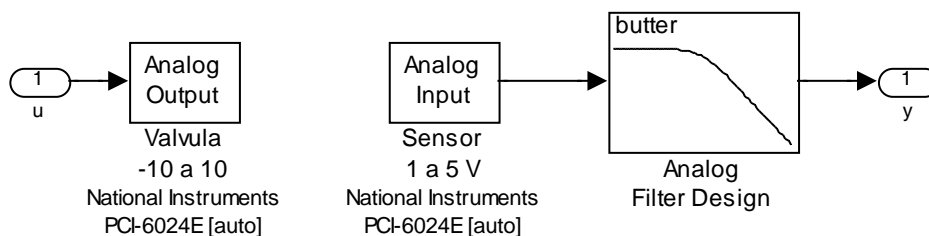


Figura 2.25 Adquisición de Datos de la Planta Modelo de Presión

En la figura 2.26 muestra la implementación del diagrama del algoritmo de identificación recursivo en línea que se ejecuta en Tiempo Real.

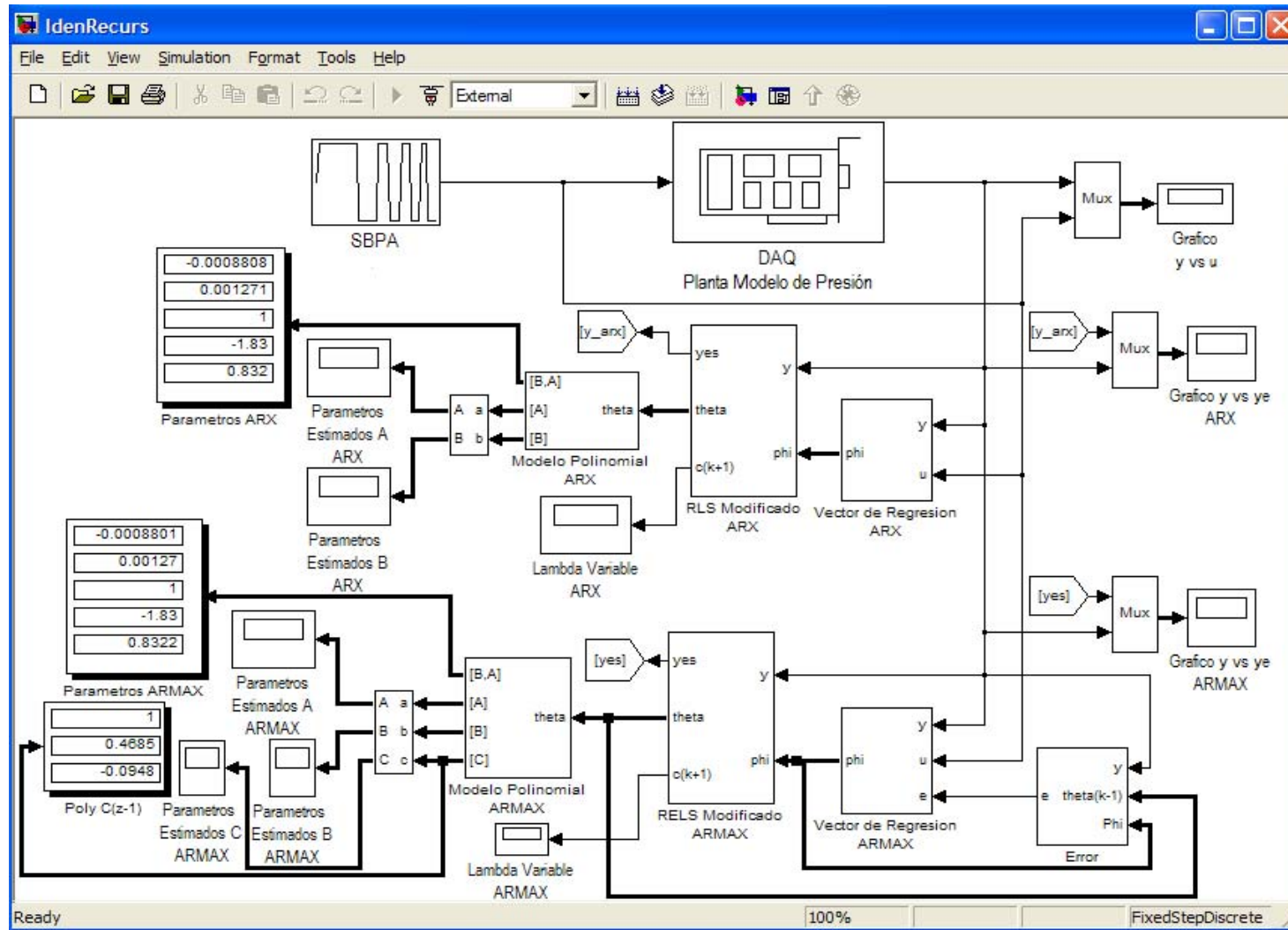


Figura 2.26 Diagrama de la implementación en Tiempo Real para el Algoritmo de Identificación Recursivo en Línea aplicado a la Planta Modelo de Presión

Para la ejecución del programa *IdenRecurs.mdl* en tiempo real debemos de instalar el Kernel Real-Time Windows Target y realizar una serie de configuraciones que se necesitan para ejecutar dicho programa, los pasos se detallan en el Anexo 01.

2.10.6 PRUEBAS Y RESULTADOS.

Teniendo en cuenta las premisas puestas de manifiesto en los apartados anteriores se procedió realizar las simulaciones, para luego implementarlas en la planta real.

2.10.6.1 RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES DE LA IDENTIFICACIÓN EN LÍNEA.

En esta sección se muestran los resultados de las simulaciones de la identificación en línea, dichos resultados de simulación se muestran en las figuras posteriores donde las condiciones iniciales y/o parámetros del identificador cumplen con la convergencia de los parámetros estimados a los parámetros reales del proceso.

Nótese que el algoritmo de identificación en línea tiene el factor de olvido variable (entre 0.96 y 1), al mismo tiempo se ha incluido acotación inferior y superior de la matriz de covarianza. Para acotarla inferiormente esta matriz se le suma una matriz R definida positiva constante y para acotarla superiormente a la traza de dicha matriz (covarianza).

En la figura 2.27 muestra los resultados de la simulación de la identificación en línea considerando las siguientes condiciones iniciales: Matriz de Covarianza Inicial $P = \alpha I$ ($\alpha=10^7$); Matriz definida positiva $R = \alpha_R I$ ($\alpha_R=0.05$), el factor de olvido inicial es $c_0 = 0.98$, el factor de olvido mínimo es $c_{\min} = 0.96$, la traza máxima es $\text{Trace}_{\max} = 100000$ y la relación del error al cuadrado es $S_0=0.000001$, para una señal de entrada binaria pseudo-aleatoria SBPA con rangos de operación de 36% al 42% de apertura de válvula, se utilizó la expresión 2.54 como modelo de la planta, se consideró una varianza de ruido gaussiano muy pequeño (casi nulo ≈ 0).

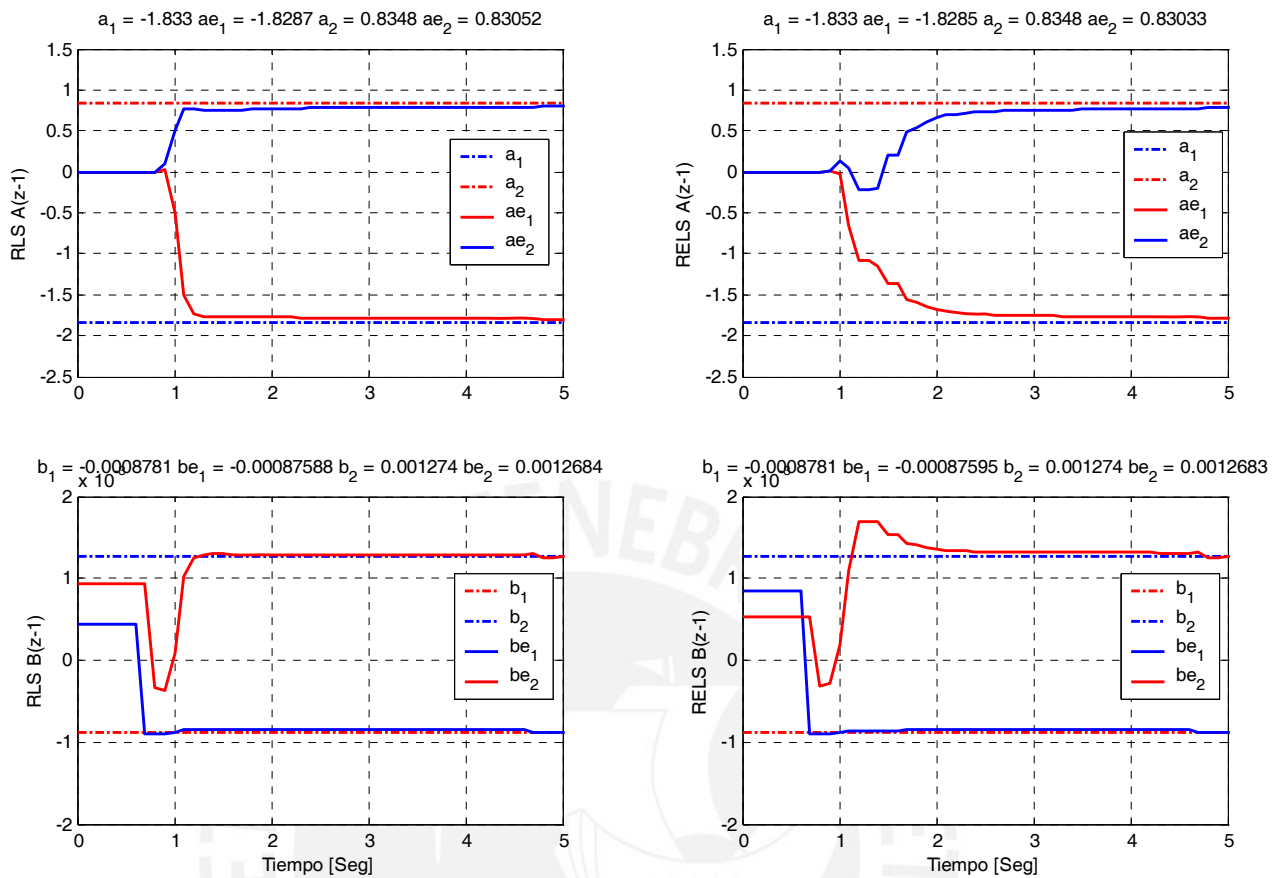


Figura 2.27 Resultados de la Identificación en línea considerando el modelo de la primera zona lineal y una señal de entrada SBPA con rangos de operación de 36% al 42% de apertura de válvula, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)

Como se puede observar la evolución de la identificación recursiva en línea, notamos que el algoritmo RLS converge mas rápido que el algoritmo RELS, (converge en 1seg el algoritmo RLS, mientras que en 2seg aproximadamente el algoritmo RELS). Además, la adaptación de los parámetros estimados en línea es satisfactoria a los parámetros del modelo, considerando que se esta utilizando un a zona de operación distinta al modelo de la planta (es decir, el rango de operación de la señal SBPA es de 36% al 42% y se utilizo el modelo de la primera zona lineal, representado por la ecuación 2.54). Nótese la varianza de los parámetros (picos de las curvas), y la rapidez de adaptación de los parámetros estimados para ambos algoritmos.

En la figura 2.28 muestra los resultados de la simulación de la identificación en línea considerando el modelo para la segunda zona lineal (ecuación 2.55), las condiciones iniciales son las mismas de la simulación anterior y la señal de entrada binaria pseudo-aleatoria SBPA con rangos de operación de 5% al 20% de apertura de válvula.

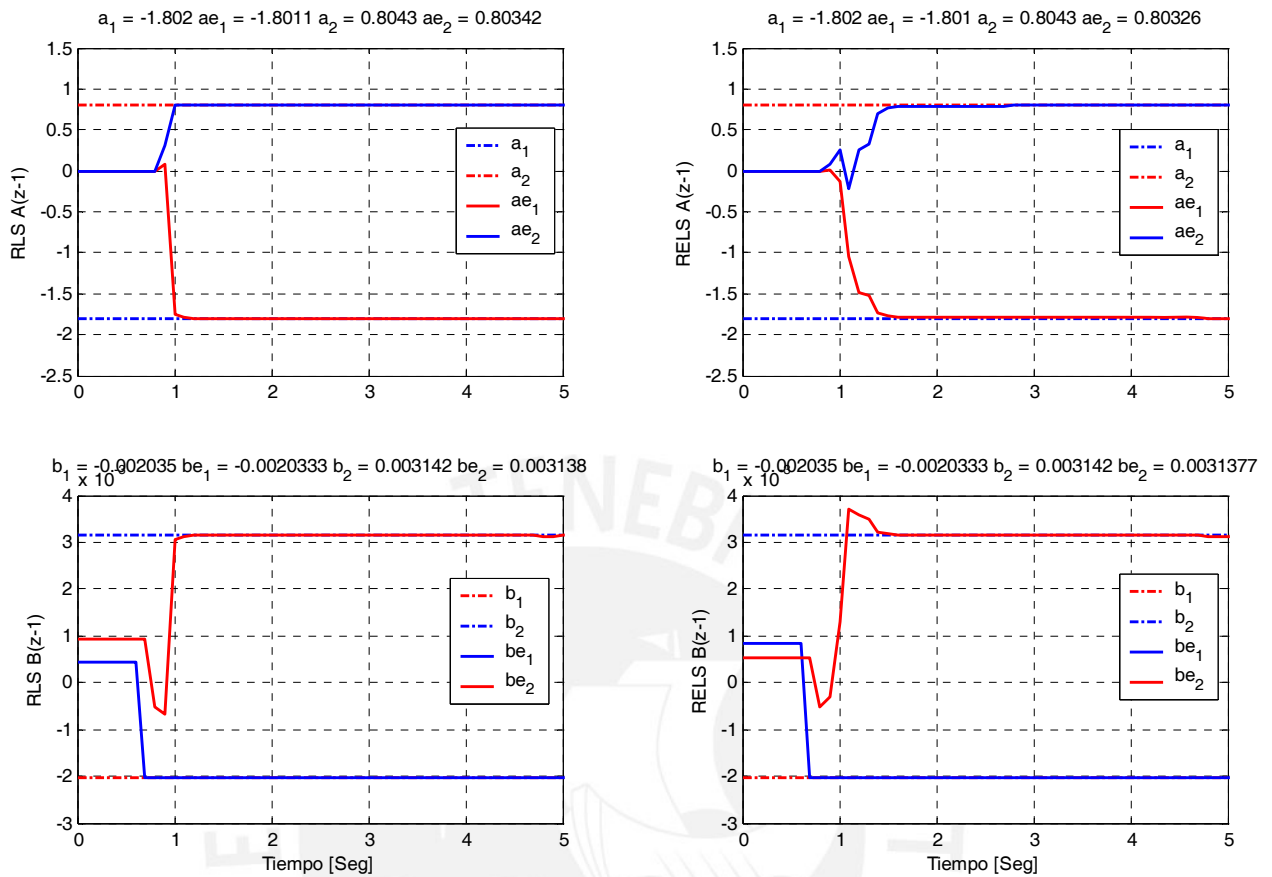


Figura 2.28 Resultados de la Identificación en línea considerando el modelo de la segunda zona lineal y una señal de entrada SBPA con rangos de operación de 5% al 20% de apertura de válvula, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)

Notamos que la evolución de los parámetros del algoritmo RLS converge más rápido que el algoritmo RELS, (es decir, converge en 1seg el algoritmo RLS, mientras que en 2seg aproximadamente el algoritmo RELS). Además, la adaptación de los parámetros estimados para este modelo es satisfactorio considerando que se esta utilizando un a zona de operación distinta al modelo de la planta.

En la figura 2.29 muestran como evoluciona el factor de olvido variable para ambos algoritmos de identificación RLS y RELS. Los resultados mostrados son similares para ambas simulaciones en donde se han utilizado diferentes zonas de operación en la señal de entrada y su respectivo modelo. El comportamiento del factor de olvido variable es determinado por la convergencia de los parámetros estimados en línea a los del modelo, en otras palabras el factor de olvido variable modifica su valor en función al error residual en cada instante. Esto es cuando detecta una excesiva discrepancia entre las observaciones experimentales y las predicciones del modelo, reduce su valor.

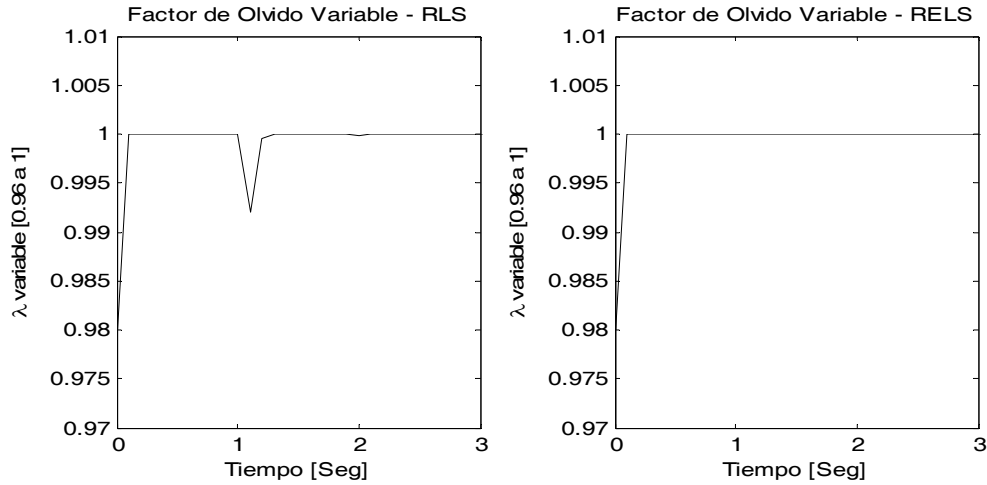


Figura 2.29 Adaptación del Factor de Olvido Variable considerando una matriz de covarianza inicial de $P = \alpha I$ ($\alpha = 10^7$), algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)

Ahora se muestran los resultados de las simulaciones incrementando la matriz de covarianza inicial en $P = \alpha I$ ($\alpha = 10^{12}$), los demás parámetros del identificador son los mismos usados en las anteriores simulaciones.

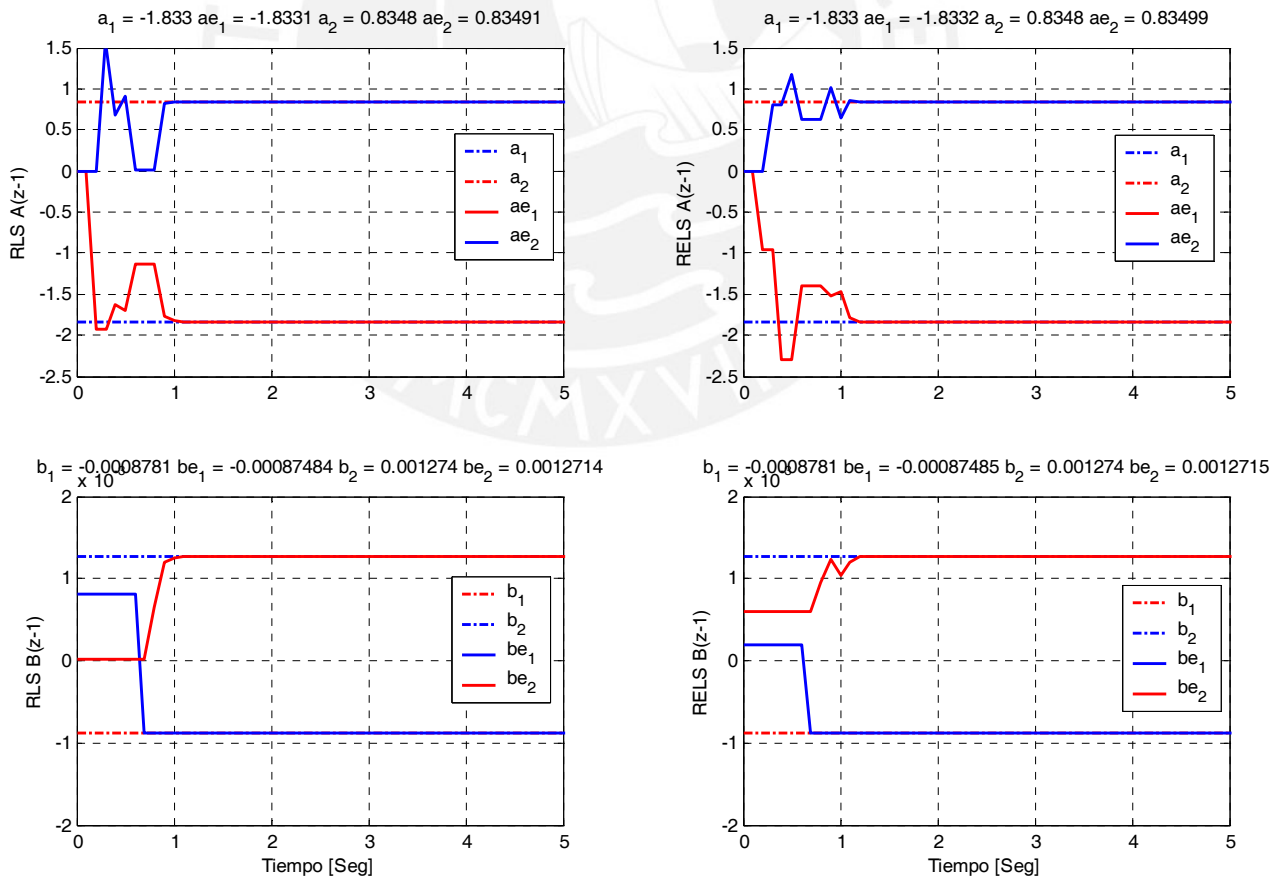


Figura 2.30 (a) Resultados de la Identificación en línea considerando una matriz de covarianza inicial $P = \alpha I$ ($\alpha = 10^{12}$), el modelo de la primera zona lineal, y una señal de entrada SBPA con rangos de operación de 36% al 42% de apertura de válvula, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)

En la figura 2.30 (a) observamos que la varianza de los parámetros ha crecido (picos de las curvas de los parámetros estimados) y la rapidez de adaptación de los parámetros es aproximadamente de 1seg (es más rápida la convergencia).

Nótese que se debe de encontrar un compromiso entre la varianza de los parámetros y la rapidez de adaptación de los parámetros estimados (si P es grande, la adaptación es mas rápida, pero la varianza de los parámetros crece, es decir los picos).

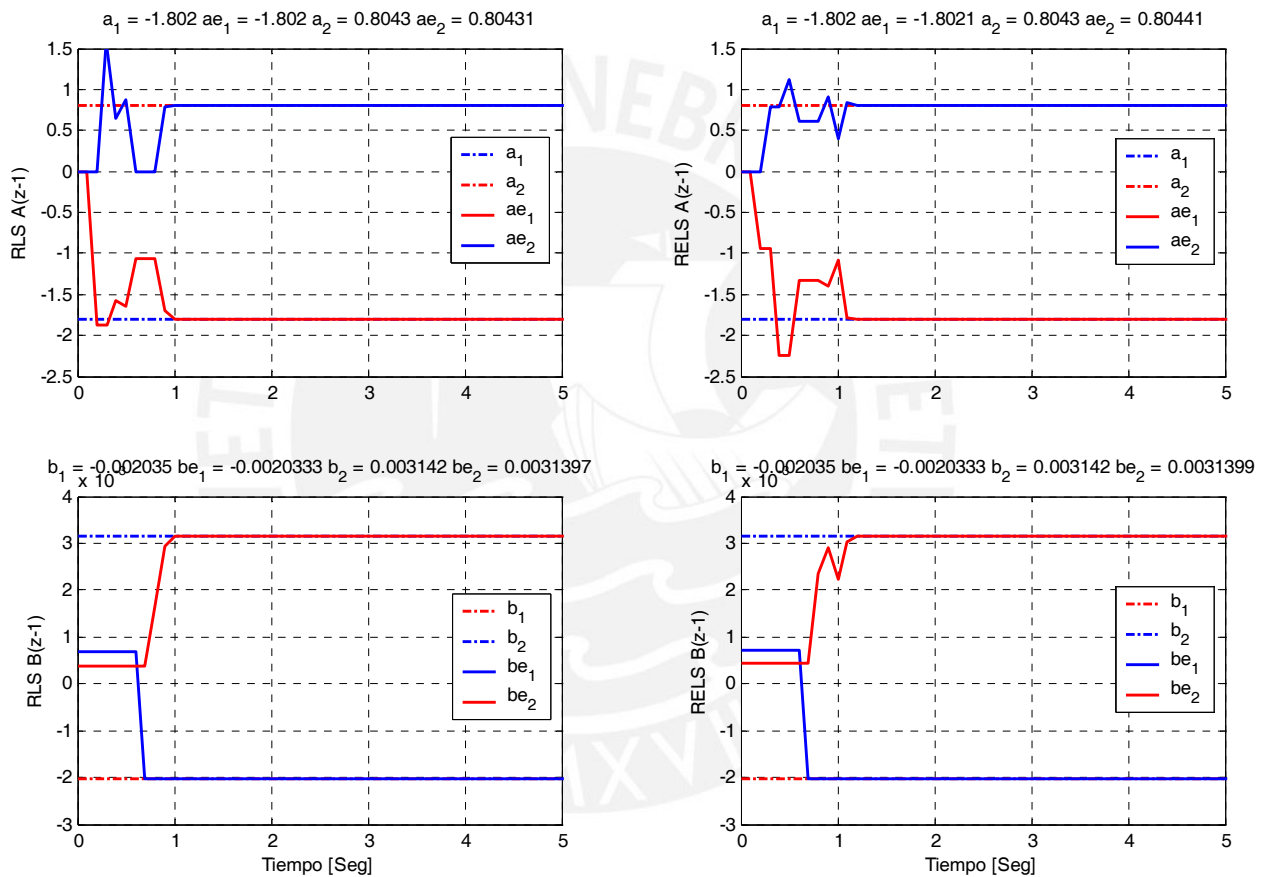


Figura 2.30 (b) Resultados de la Identificación en línea considerando una matriz de covarianza inicial $P = \alpha I$ ($\alpha = 10^{12}$), el modelo de la segunda zona lineal y una señal de entrada SBPA con rangos de operación de 5% al 20% de apertura de válvula, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)

En la figura 2.30 (b) muestra los resultados de simulación y son similares a los resultados anteriores, Notamos que la evolución de los parámetros estimados en línea se adapta con rapidez y convergen a sus parámetros reales en aproximadamente 1 seg.

En la figura 2.31 muestran como evoluciona el factor de olvido variable para ambos algoritmos de identificación RLS y RELS. Los resultados mostrados son similares para ambas simulaciones en donde se han utilizado diferentes zonas de operación en la señal de entrada con su respectivo modelo usado en la simulación.

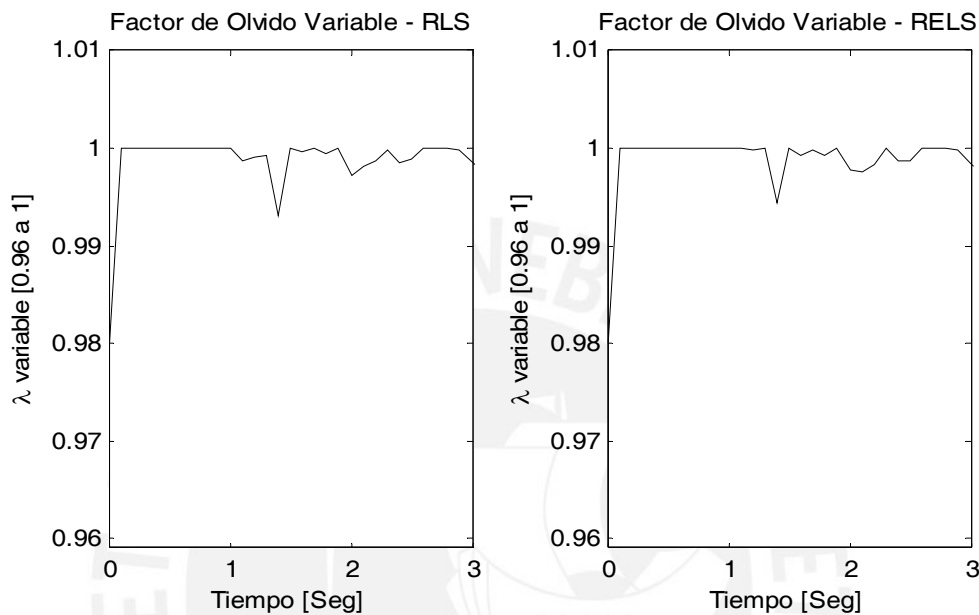


Figura 2.31 Adaptación del Factor de Olvido Variable considerando una matriz de covarianza inicial de $P = \alpha I$ ($\alpha = 10^{12}$), algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)

El comportamiento del factor de olvido variable es determinado por la convergencia de los parámetros estimados en línea a los del modelo (valores reales), en otras palabras, el factor de olvido variable modifica su valor en función al error residual en cada instante. Esto es cuando detecta una excesiva discrepancia entre las observaciones experimentales y las predicciones del modelo, reduce su valor.

En la figura 2.29 y 2.31 observamos que el factor de olvido tiende aproximadamente a 1 (0.99, 0.998,...), esto es comprensible, debido a que se han adaptado con rapidez los parámetros estimados y no hay necesidad de que el factor de olvido sea pequeño (cuando mas pequeño sea el factor de olvido indica la rapidez con la que se olvidan los datos antiguos, y con ello se asegura que error sea mínimo), esto es debido a que la perturbación que se introduce al modelo es de magnitud pequeña, es decir, la varianza de ruido gaussiano es pequeña (se ha utilizado el ruido gaussiano con media cero para generar la perturbación en el modelo y se ha utilizado la función "randn" de MatLab para generarlo y se ha usado la siguiente expresión $e(k)=V \times \text{randn}(k)$, donde V es la varianza del ruido gaussiano).

Todas las simulaciones mostradas hasta ahora se han realizado para una varianza regularmente pequeña (de los ordenes menores a 0.005).

Ahora se muestran las simulaciones realizadas incrementando la varianza del ruido gaussiano en 0.05, 0.1 y 1, con el fin de verificar la convergencia y robustez del identificador recursivo en línea.

Las condiciones iniciales del identificador son: Matriz de Covarianza Inicial $P = \alpha I$ ($\alpha=10^7$); Matriz definida positiva $R = \alpha_R I$ ($\alpha_R=0.05$), el factor de olvido inicial es $c_0 = 0.98$, el factor de olvido mínimo es $c_{\min} = 0.96$, la traza máxima es $\text{Trace}_{\max} = 100000$ y la relación del error al cuadrado es $S_0=0.00001$.

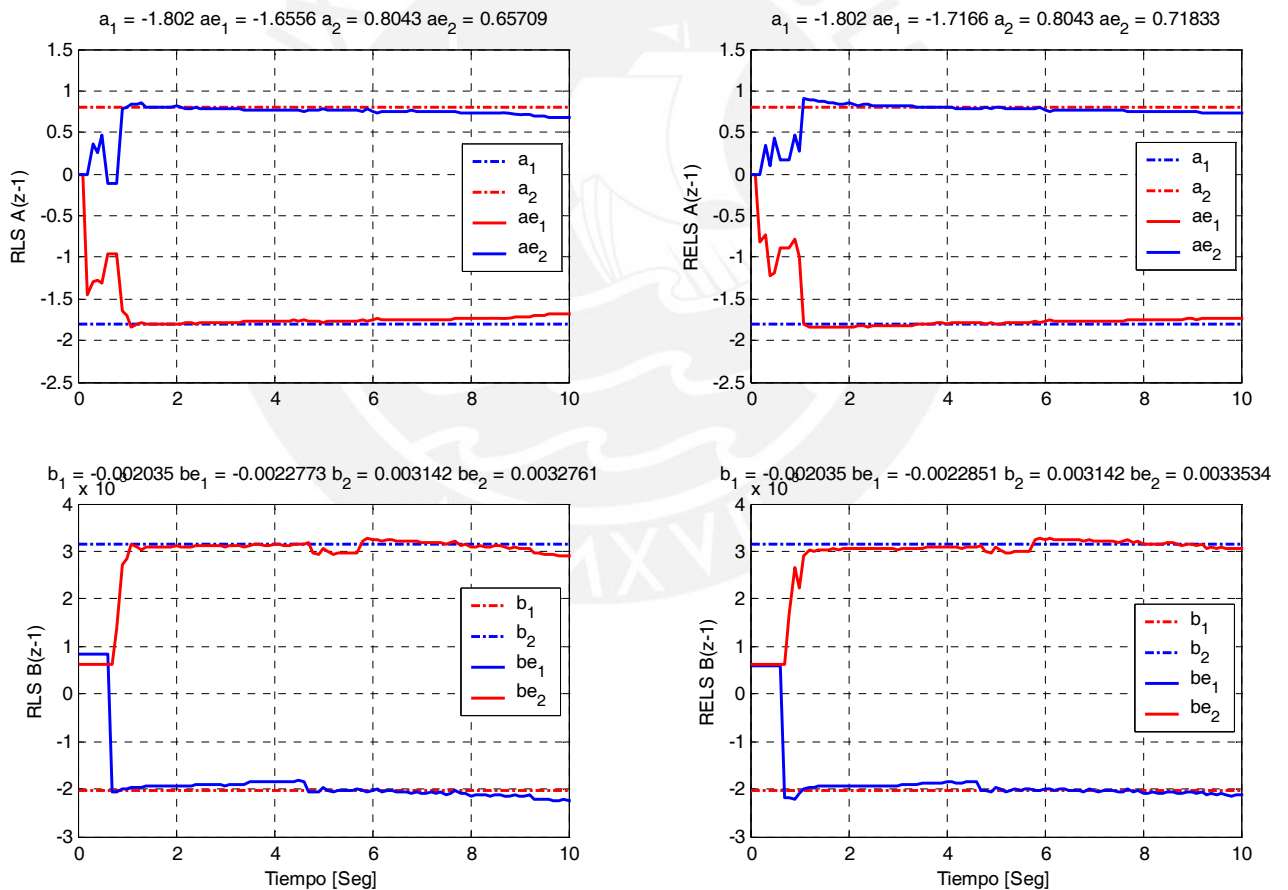


Figura 2.32 Resultados de la identificación en línea para un incremento en la varianza del ruido gaussiano $V=0.05$, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)

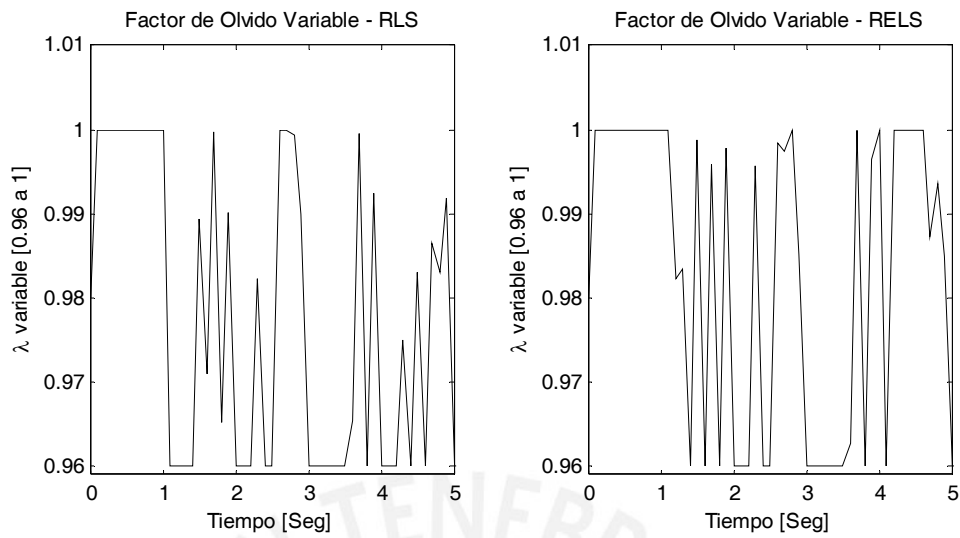


Figura 2.33 Adaptación del Factor de Olvido Variable, para un incremento en la varianza del ruido gaussiano

$V=0.05$

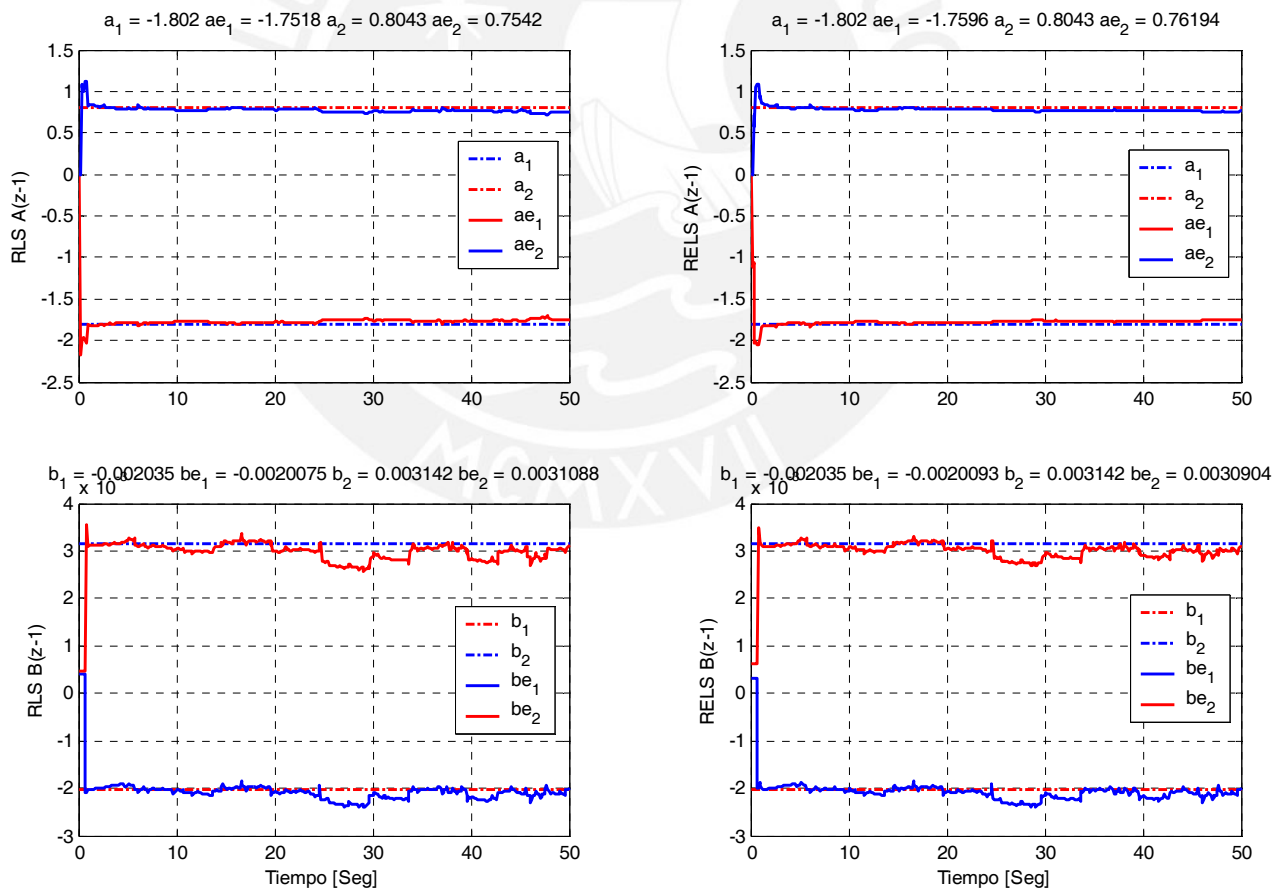


Figura 2.34 Resultados de la identificación en línea para un incremento en la varianza del ruido gaussiano $V=0.1$, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)

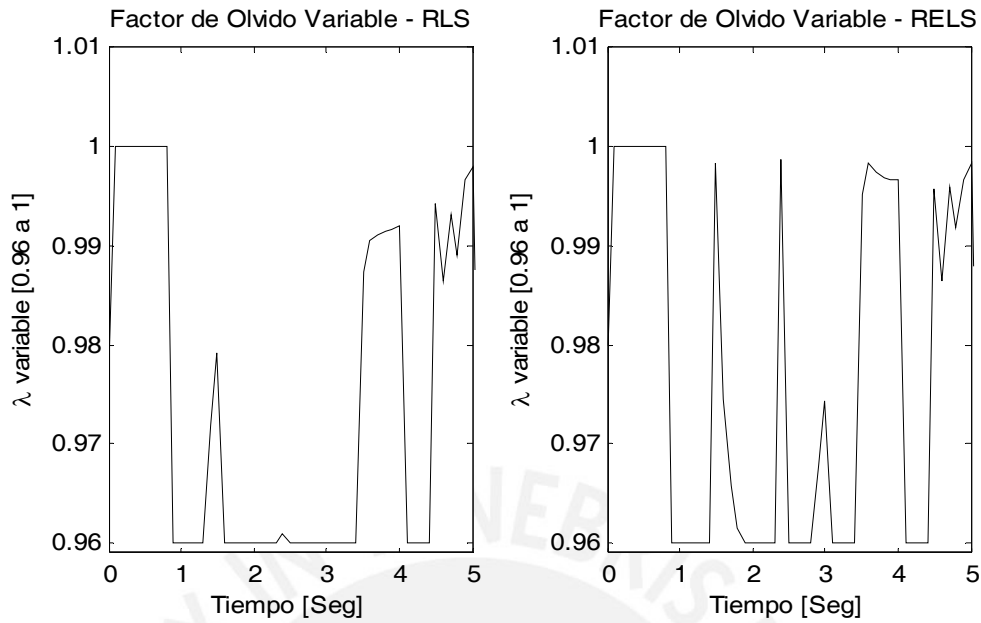


Figura 2.35 Adaptación del Factor de Olvido Variable, para un incremento en la varianza del ruido gaussiano $V=0.1$.

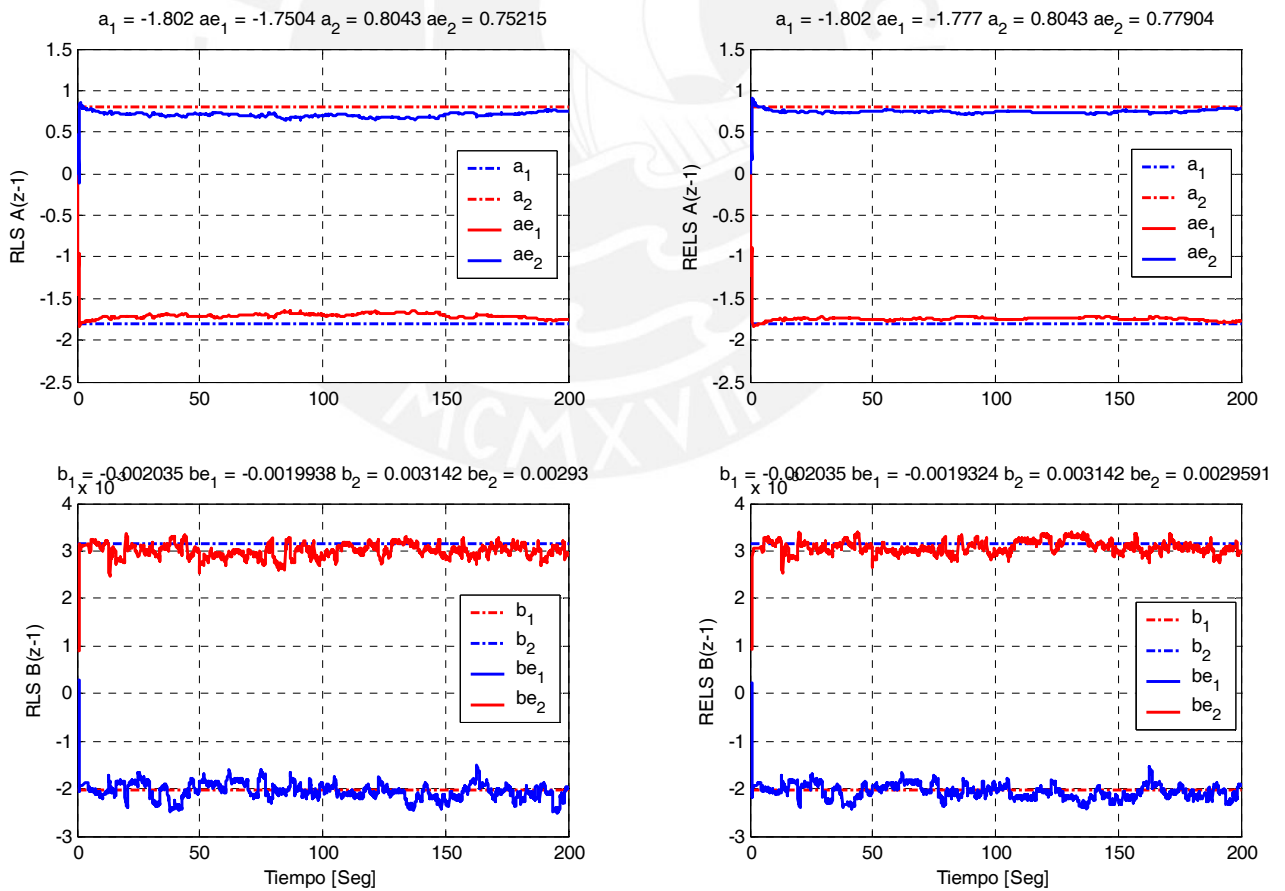


Figura 2.36 Resultados de la identificación en línea para un incremento en la varianza del ruido gaussiano $V=1$, algoritmo RLS (a la izquierda) y algoritmo RELS (a la derecha)

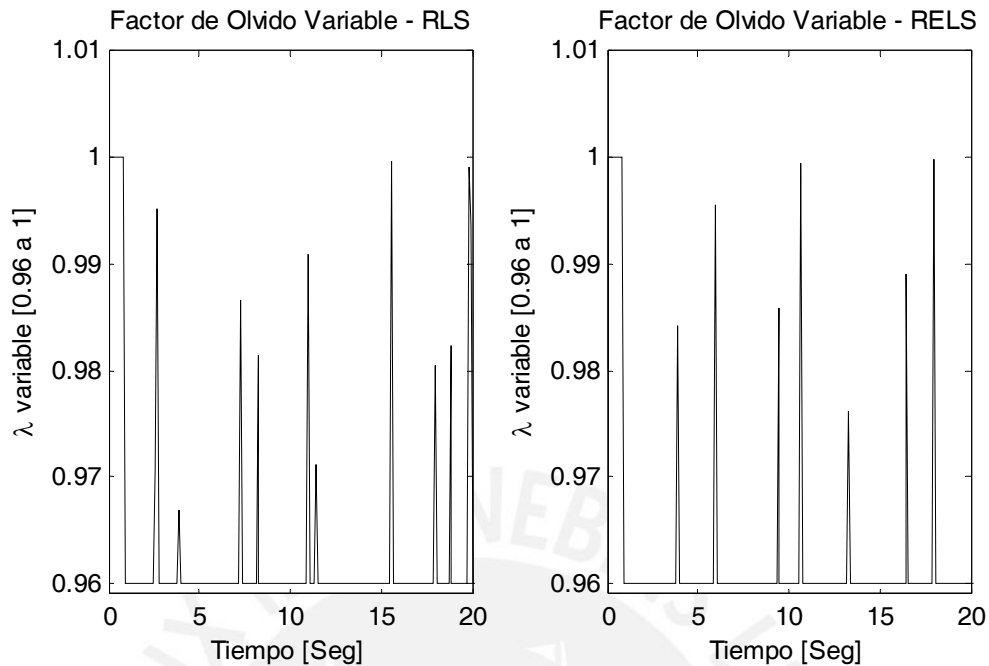


Figura 2.37 Adaptación del Factor de Olvido Variable, para un incremento en la varianza del ruido gaussiano $V=1$

En la figura 2.33, 2.35 y 2.37 observamos que el factor de olvido se hace cada vez pequeño cuando aumentamos la varianza de ruido gaussiano, es decir cuando más pequeño sea el factor de olvido indica la rapidez con la que se olvidan los datos antiguos, y con ello se asegura que error sea mínimo (con eso aseguramos que el algoritmo tenga memoria finita y eliminamos la influencia de los datos antiguos).

En la figura 2.32 y 2.34 observamos la evolución de los parámetros estimados en línea, se adapta con rapidez y su convergencia a los parámetros reales es aceptable (existen un pequeño error en sus magnitudes).

En la figura 2.36 muestra la evolución de los parámetros en línea para una varianza de ruido gaussiano igual a 1 (regularmente grande), los parámetros estimados converge en un mismo rate y estas convergencias no necesariamente tienen que converger a los valores reales del modelo; pero si encontrar una estabilidad en el sistema a pesar de incertidumbres (perturbaciones).

Con estas simulaciones queda demostrado que el algoritmo de identificación recursiva en línea propuesto (RLS y RELS) se adapta con rapidez y su convergencia a los parámetros reales es aceptable y responde satisfactoriamente a las incertidumbres o variaciones por causas externas o internas (sistemas que varían en el tiempo).

Su principal ventaja es que en cada tiempo de muestreo se están actualizando los parámetros del modelo estimado, su factor de olvido es variable y se adapta a las condiciones de estimación, también se ha solucionado el problema de apagado de la matriz de covarianza, incluyéndole una matriz positiva R y la traza de dicha matriz.

Pero el algoritmo que mejor responde es el algoritmo de identificación recursivo de mínimos cuadrados extendidos – RELS, esto es debido a la estructura del modelo ARMAX (Auto-Regresiva de Media Móvil Controlada), que permite modelar la parte determinística y la parte estocástica del proceso con un promediador móvil.

2.10.6.2 RESULTADOS EXPERIMENTALES DE LA IDENTIFICACIÓN EN LÍNEA.

Para validar el análisis y diseño que se realizó, se implementó la identificación recursiva de mínimos cuadrados - RLS y de mínimos cuadrados extendidos RELS en la planta modelo de presión.

Haciendo funcionar la planta modelo presión se obtuvo los siguientes datos muestreados en instantes que la planta se encontraba en funcionamiento.

La figura 2.38 muestra la data real de la identificación en línea, las condiciones iniciales fueron: para una señal de entrada binaria aleatoria SPBA con un rango de operación inicial de 15% y una final de 35% de apertura de válvula, el ingreso de flujo de aire constante al 40%, el tanque se encuentre con un nivel 15cm de agua aproximadamente y la válvula B de salida se encuentre adecuadamente abierta (con un giro de 360° aproximadamente de su posición completamente cerrada).

Se consideró las siguientes condiciones iniciales para el identificador: el vector inicial de parámetros θ igual a cero, la matriz de covarianza inicial es igual a $P = \alpha I$ ($\alpha=10^9$), la matriz definida positiva $R = \alpha_R I$ ($\alpha_R=0.05$), factor de olvido inicial es $c_0 = 0.98$, factor de olvido mínimo $c_{\min} = 0.96$, una traza máxima de $\text{Trace}_{\max} = 100000$ y la relación de error al cuadrado es $S_0=0.000001$.

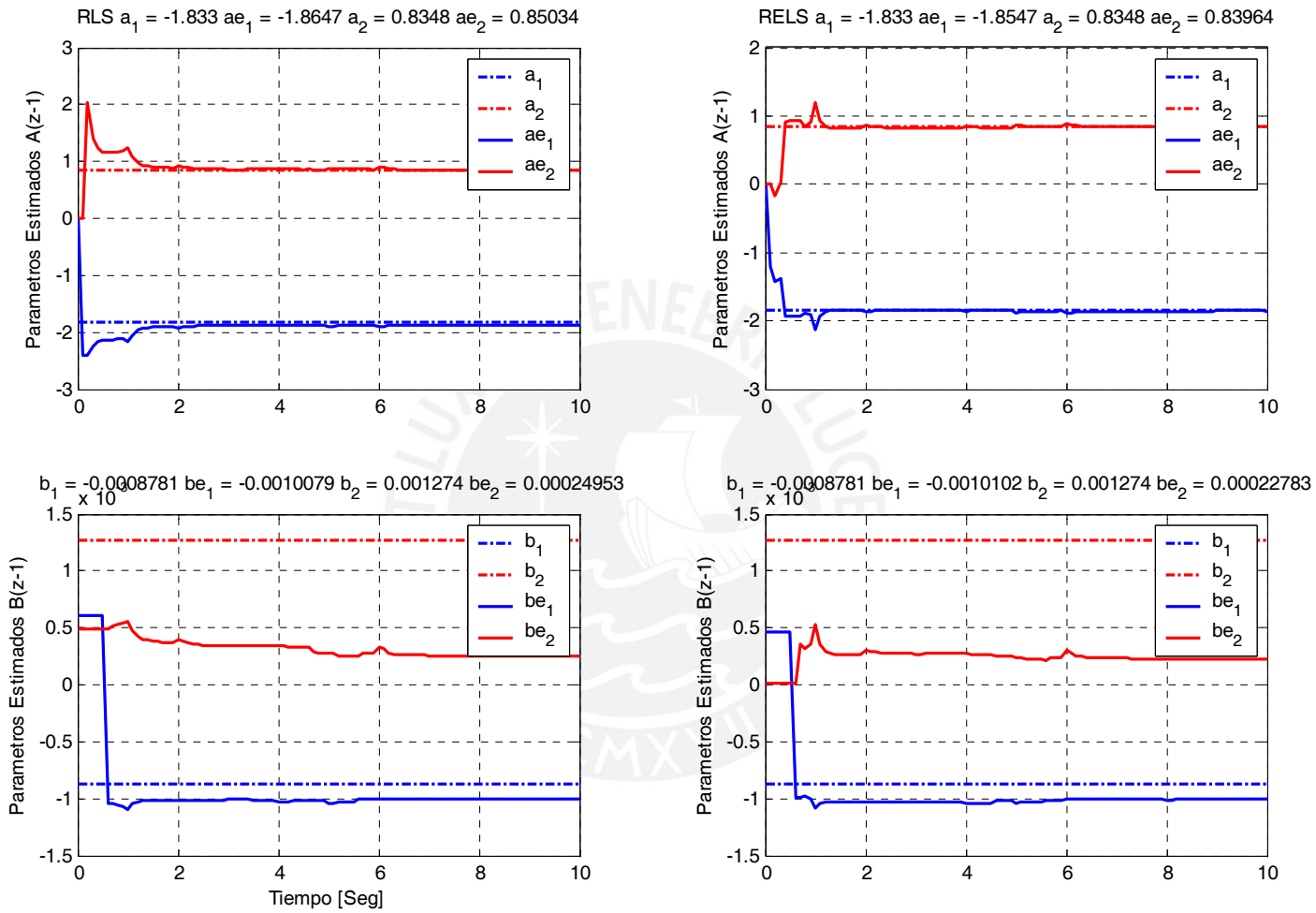


Figura 2.38 Data Experimental de la Identificación en Línea de la Planta Modelo de Presión, para una señal de entrada SBPA de 15% al 35% de apertura de válvula.

Nótese que los parámetros convergen en aproximadamente 2 seg en la identificación recursiva de mínimos cuadrados - RLS y aproximadamente 1 seg en la identificación recursiva de mínimos cuadrados extendidos RELS (notamos que el algoritmo RELS converge mas rápido que el algoritmo RLS).

En la identificación en línea los parámetros deben de converger con un mismo rate y estas convergencias *no necesariamente tienen que converger a los valores reales* del modelo; pero si encontrar una *estabilidad* en el sistema a pesar de incertidumbres presentes. Nótese en la estimación del parámetro b_{e2} no converge al valor b_2 del modelo, el error presente en la estimación es aceptable, porque proporciona la estabilidad necesaria al sistema (para ambos métodos de identificación en línea).

La figura 2.39 muestra la evolución del factor de olvido variable para ambos algoritmos RLS y RELS, su comportamiento se adapta a las condiciones de estimación, es decir el factor de olvido variable modifica su valor en función al error residual (error de identificación) en cada instante del periodo de muestreo. Esto es cuando detecta una excesiva discrepancia entre las observaciones o estimaciones experimentales y las predicciones del modelo, reduce su valor.

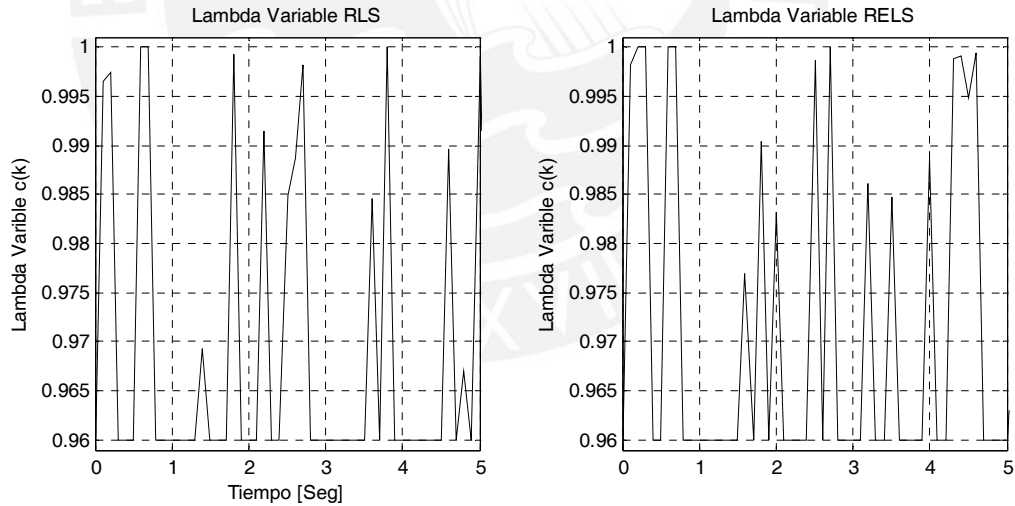


Figura 2.39 Adaptación del Factor de Olvido Variable, para una señal de entrada SBPA de 15 al 35% de apertura de válvula.

Observando el comportamiento del factor de olvido variable se hace cada vez pequeño esto nos indica la rapidez con la que se olvidan los datos antiguos y con ello se asegura que error sea mínimo (con eso aseguramos que el algoritmo tenga memoria finita y eliminamos la influencia de los datos antiguos).

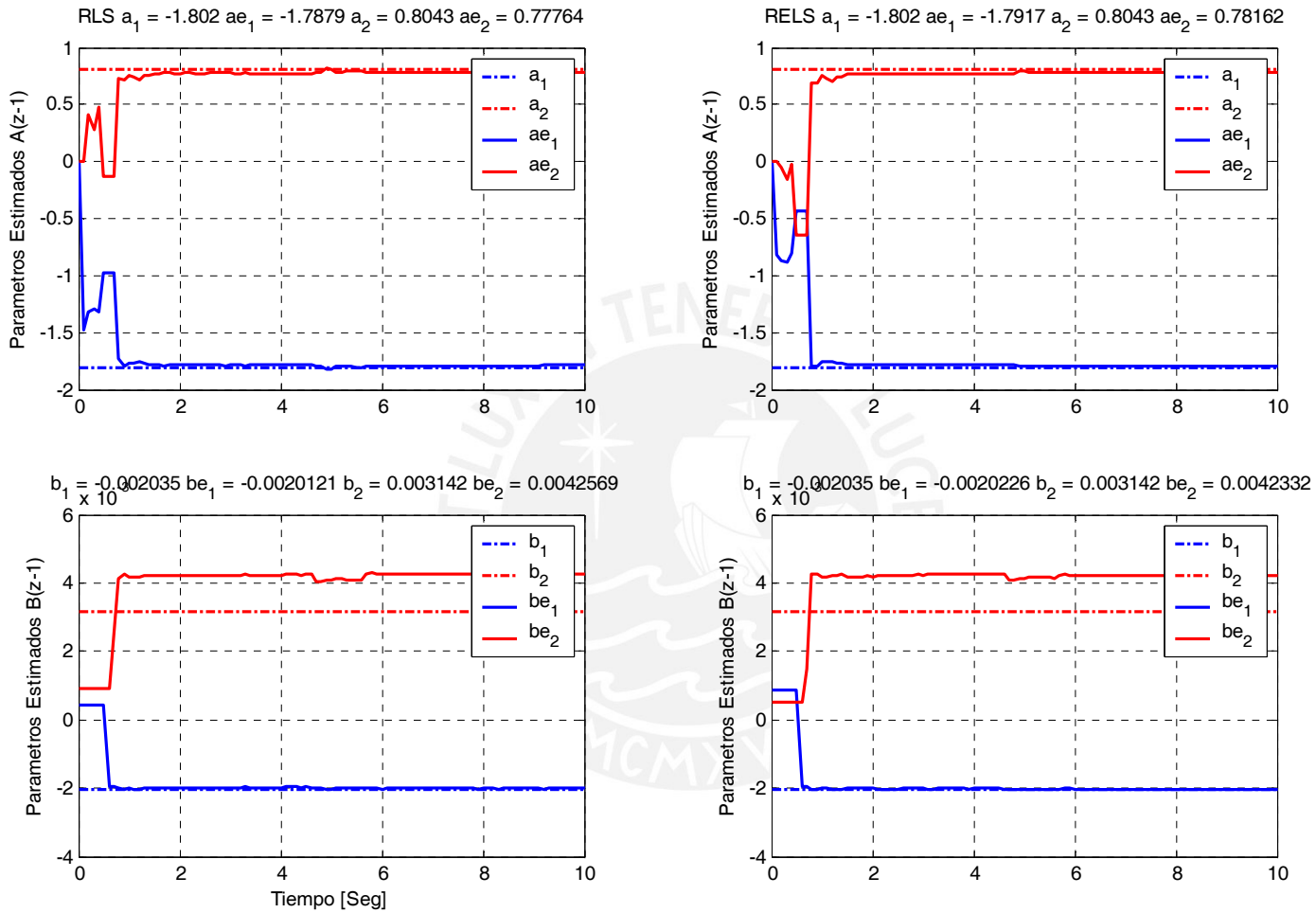


Figura 2.40 Data Experimental de la Identificación en Línea de la Planta Modelo de Presión, para una señal de entrada SBPA del 60% al 80% de apertura de válvula.

La figura 2.40 muestra la data real de la identificación en línea considerando una señal de entrada binaria aleatoria SBPA con un rango de operación inicial de 60% y una final de 80% de apertura de válvula, las condiciones iniciales y especificaciones del identificador fueron las mismas de la experiencia anterior.

Como se puede observar los resultados de la data real, la rapidez con que se adaptan los parámetros es de aproximadamente 1 seg, y convergen con el mismo rate (proporción), y estas convergencias *no necesariamente tienen que converger a los valores reales del modelo*, pero si encontrar una *estabilidad* en el sistema a pesar de incertidumbres presentes, nótese en la estimación del parámetro b_{e2} no converge al valor b_2 del modelo, el error presente es aceptable porque proporciona la estabilidad necesaria al sistema.

La figura 2.41 muestra la evolución del factor de olvido variable para una señal de entrada SBPA con un rango de operación inicial de 60% al 80% de apertura de válvula y notamos que su comportamiento se hace cada vez más pequeño, esto nos indica la rapidez con la que se olvidan los datos antiguos, y con ello se esta asegurando que el error sea mínimo (con eso aseguramos que el algoritmo tenga memoria finita y eliminamos la influencia de los datos antiguos).

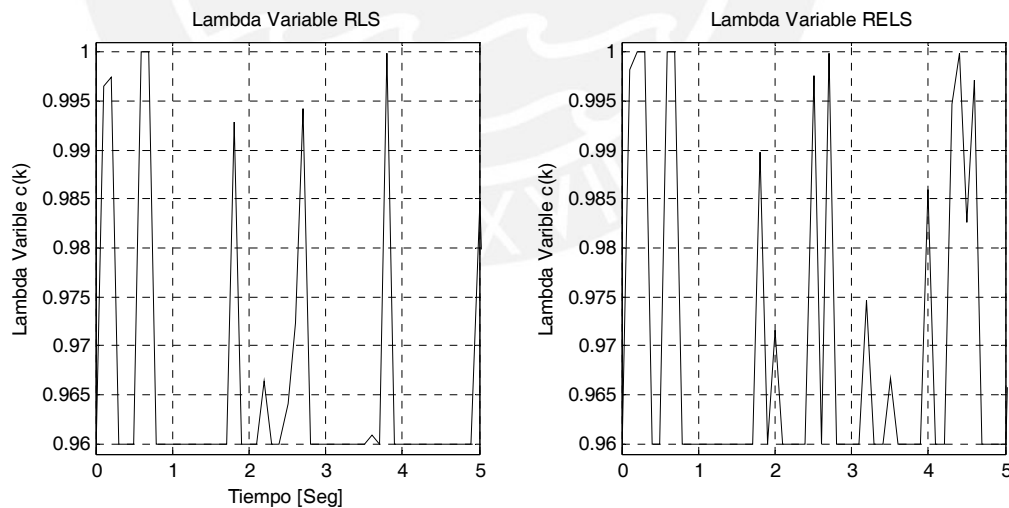


Figura 2.41 Adaptación del Factor de Olvido Variable, para una señal de entrada SBPA del 60% al 80% de apertura de válvula.

Capítulo 3

CONTROL ADAPTIVO

3.1 GENERALIDADES.

Muchos procesos de control son típicamente de naturaleza no lineal y variantes en el tiempo; asimismo en una gran variedad de casos el modelamiento es muy difícil especialmente cuando los parámetros del proceso varían frecuentemente, esto es porque muchos métodos de teoría de control moderno requieren un conocimiento exacto del modelo del proceso que no puede ser aplicado satisfactoriamente en el contexto industrial. En muchos casos las estrategias de control con parámetros constantes no pueden ser adaptadas a los cambios en las condiciones de operación. Las no-linealidades y la naturaleza variante en el tiempo de los procesos es la razón principal para el desarrollo de las técnicas del control adaptivo. Por ejemplo, en el caso de los controladores PID, se usan para regular un lazo de control no lineal, la sintonía normalmente se realiza en un punto de operación, a medida que se va afectando el funcionamiento del proceso por su naturaleza no lineal, la pobre sintonía origina una pérdida de rendimiento en el controlador, causando una elevada variabilidad en las salidas controladas. Estas variaciones en la dinámica, es debido a que las señales que interactúan cambian la dinámica del proceso, como por ejemplo por el efecto del desgaste de los equipos, consumo de insumos, zonas muertas, presencia de ruido o perturbaciones, etc.

Un controlador adaptivo tiene la ventaja de variar los parámetros del controlador a fin de corresponder a los cambios producidos en la dinámica del proceso y a las señales que interactúan sobre dicho proceso.

El control adaptivo no significa un cambio en la estrategia de control, pero si una adaptación en los parámetros del controlador para prevenir un decaimiento en la performance global del sistema en presencia de cambios en la dinámica del proceso.

3.2 PERSPECTIVA HISTÓRICA.

En los inicios de la década de los 50, hubo gran investigación en control adaptivo en relación con el diseño de autopilotos para una alta performance en el vuelo de las aeronaves; tales aeronaves operaban bajo un gran rango de velocidad y altitud. Se conocía que los controladores lineales existentes trabajaban bien en un punto; pero no para un régimen de vuelo variado. Se necesitaban controladores mas avanzados.

Después de muchos esfuerzos de investigación se encontró que variando la ganancia de los controladores era la solución para los sistemas de control de vuelo. El interés en control adaptivo parcialmente disminuyo porque los problemas de control adaptivo fueron también difíciles de manejar usando las técnicas que estuvieron disponibles en ese entonces.

En 1960, hubo un mayor desarrollo en la teoría de control para desarrollar control adaptivo. Las variables de estado y la teoría de la estabilidad fueron introducidas. Hubo también un importante resultado en la teoría del control estocástico. La programación dinámica fue introducido por Bellman, incrementando el entendimiento del proceso adaptivo. La contribución fundamental fue hecha por Tsytkin, quien mostró que muchos esquemas para el aprendizaje del control adaptivo podrían ser descritos en un marco común. Hubo también desarrollos en Sistemas de Identificación. Un renacimiento de control adaptivo ocurrió en 1970, cuando diferentes diseños de estimación fueron combinados con varios métodos de diseño. Muchas aplicaciones fueron reportadas, pero los resultados teóricos fueron muy limitados.

En los finales de 1970 y comienzos de 1980, se demostró estabilidad en los sistemas adaptivos que aparecían, bajo ciertas asunciones limitantes. Los esfuerzos para unir ideas del control robusto e identificación de sistemas son de particular relevancia; se inicio una interesante investigación dentro de la robustez del control adaptivo.

En los finales de los 80 y inicio de los 90, investigaciones dieron una nueva visión dentro de la robustez de los controles adaptivos, investigaciones de los sistemas no lineales también permitieron un significativo incremento en el entendimiento del control adaptivo.

Ha habido muchos experimentos del Control Adaptivo en los laboratorios e industria. El progreso rápido en la Microelectrónica era un estímulo fuerte. La interacción entre la teoría y la

experimentación ha producido el desarrollo vigoroso de control adaptivo. Como resultado, el controlador adaptivo empezó a comercializarse a comienzos de los 80, este desarrollo está acelerando ahora. Un resultado es que virtualmente todos los controladores de un solo lazo están comercialmente disponibles con técnicas adaptables de alguna forma. La principal razón para introducir el Control Adaptivo era obtener controladores que podrían adaptar a los cambios en la dinámica del proceso y la perturbación. Se ha encontrado que también pueden usarse el Control Adaptivo para proporcionar afinación automática a los controladores.

3.3 CONTROL ADAPTIVO.

En términos adaptivo significa cambiar el comportamiento conforme a nuevas circunstancias. Un controlador adaptivo es un controlador que puede modificar su comportamiento en respuesta a cambios en la dinámica del sistema y a las perturbaciones, es decir a las señales que interactúan en proceso.

Existen muchas definiciones de *control adaptivo*, siendo una de las más aceptadas, que control adaptivo es un tipo especial de control no lineal en que el estado del proceso puede ser separado en dos escalas de tiempo que evolucionan a diferente velocidad. La escala lenta corresponde a los cambios de los parámetros y por consiguiente a la velocidad con la cual los parámetros del controlador son modificados y la escala rápida que corresponde a la dinámica del lazo ordinario que es de realimentación. (Rodríguez y López, 1996)

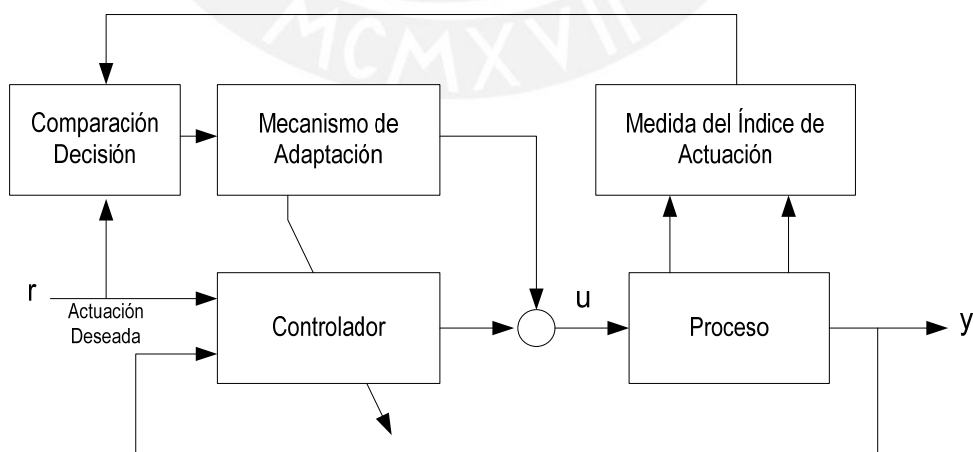


Figura 3.1 Configuración básica de control adaptivo

En la figura 3.1 muestra el esquema básico de control adaptivo (Landau, 1974), esta compuesto por un lazo principal de realimentación negativa, en el que actúa al igual que en los sistemas convencionales un controlador y de otro lazo en el que se mide un cierto índice de funcionamiento, el cual es comparado con el índice deseado y se procesa el error en un mecanismo de adaptación que ajusta los parámetros del controlador y en algunos casos actúa directamente sobre la señal de control. También puede existir un tercer bucle dedicado a supervisar la marcha de los dos lazos anteriores (Isermann, 1982), en orden a asegurar la estabilidad del sistema y a mejorar la respuesta del algoritmo de control.

Existen muchos tipos de controladores adaptivos que proporcionan buenas características de control en presencia de cambios en la dinámica del proceso y de perturbación. Estos controladores están divididos en varias categorías. La categoría más general está los controladores adaptivos en lazo abierto y en lazo cerrado. Los controladores adaptivos en lazo abierto no son realmente adaptivos, puesto que la adaptación se realiza en lazo abierto, también llamados controladores de ganancia programada o tabulada (Gain Scheduling).

Los controladores de ganancia programada o cambio por tabla (Gain Scheduling), consiste en la modificación de los parámetros de controlador a partir de una tabla que ha sido calculada previamente para distintos puntos de operación, en función de una variable auxiliar. El concepto de control por ganancia tabulada se origina en sistemas de control de aeronaves. En estas aplicaciones, las ecuaciones no lineales de movimiento de la aeronave se linealizan alrededor de ciertos puntos de operación que capturan los modos principales de operación de la aeronave a lo largo del patrón de vuelo deseado. Se diseñan, entonces controladores lineales para alcanzar la estabilidad y el desempeño deseado para cada una de las linealizaciones del sistema en cada punto de operación. Luego se interpolan los valores de los parámetros de los controladores como funciones de las variables de tabulación típicamente, presión, velocidad, altitud, etc. Finalmente, el controlador por ganancia programada o tabulada se implementa como un sistema no lineal, cuyo controlador puede ser cambiado en función de la altura del avión (Astrom-Wittenmark, 1995).

En la figura 3.2 se presenta esquemáticamente este tipo de controladores. Se supone que existe una fuerte relación entre la variable auxiliar y la dinámica de los parámetros del sistema. Este tipo de adaptación tiene la ventaja de que el controlador puede ser cambiado muy rápidamente, dependiendo de la rapidez con que la variable auxiliar refleje el cambio de la dinámica del proceso, siendo muy importante la elección de dicha variable. Sin embargo estos controladores consumen

mucho tiempo en la realización de la tabla de parámetros, presentando así mismo algunos problemas de conmutación de unos parámetros a otros.

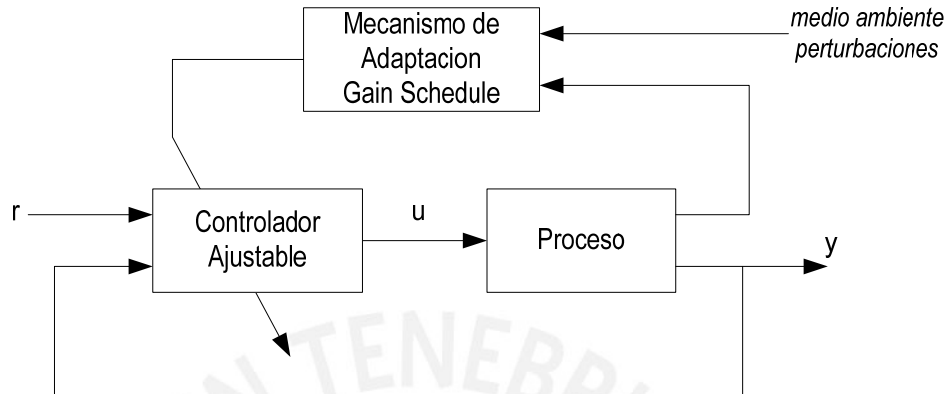


Figura 3.2 Control Adaptivo por Ganancia Programa - Gain Sheduling.

Dentro de los *controladores adaptivos de lazo cerrado* mostrado en la figura 3.1, encontramos dos grupos, Controladores Adaptivos con Modelo de Referencia - MRAC y los Controladores de Auto-sintonización - STR, estos pueden ser considerados como una aproximación a la solución del problema de control adaptivo. La hipótesis que justifica la aproximación es que para cualquier juego de valores posibles de los parámetros de la planta y las perturbaciones, existe un controlador lineal con una complejidad fijada, tal que el conjunto de controlador y planta tienen características preespecificadas. Los controladores adaptivos con modelo de referencia, intentan alcanzar para una señal de entrada definida, un comportamiento en lazo cerrado dado por un modelo de referencia. Los controladores de auto-sintonización tratan de alcanzar un control óptimo, sujeto a un controlador y ha obtener información del proceso y sus señales. (Rodríguez-López, 1996)

Estas dos técnicas han sido desarrolladas separadamente durante varios años, pudiéndose demostrar su equivalencia en muchos casos. Las ventajas de MRAC están en su rápida adaptación para una entrada definida y en la simplicidad de tratamiento de la estabilidad utilizando la teoría de estabilidad de sistemas no lineales. Sin embargo, no se adapta convenientemente si la señal de entrada al sistema tiene poca riqueza. En cambio, un Controlador de Auto-sintonización STR tiene la ventaja de que se adapta para cualquier caso y en particular para perturbaciones no medibles (ruido coloreado), teniendo al mismo tiempo una estructura modular, lo que hace posible la programación por bloques, siendo fácil de realizar distintos controladores. (Rodríguez-López, 1996)

3.3.1 CONTROLADORES ADAPTIVOS CON MODELO DE REFERENCIA - MRAC.

Los Controladores Adaptivos con Modelo de Referencia (Model-Reference Adaptive Control), fueron diseñados primeramente para sistemas continuos por minimización de un índice de actuación, siendo dicho índice la integral del error al cuadrado. Esta regla de diseño fue propuesta por Whitaker del MIT en 1958, Instrumentation Laboratory, denominándose por ello la regla del MIT.

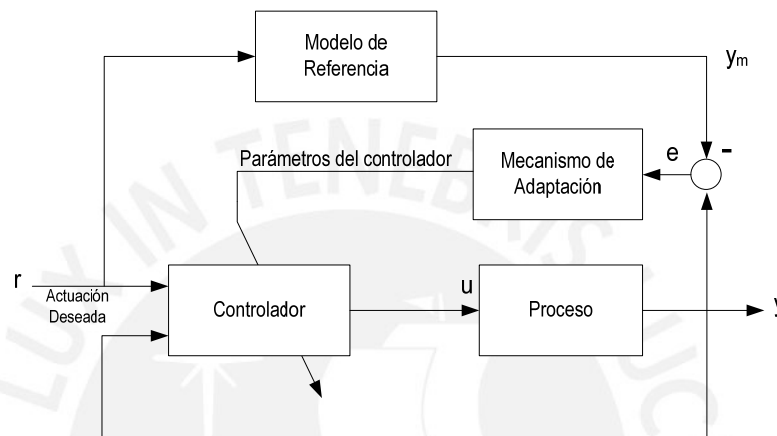


Figura 3.3 Estructura de control adaptivo con modelo de referencia MRAC

En cuanto a las configuraciones posibles con modelo de referencia, la más usual es utilizar un modelo paralelo, en la figura 3.3 muestra este tipo de configuración. Aunque son posibles otras configuraciones con modelo serie, serie-paralelo, etc. Existe una dualidad entre los sistemas de control adaptivo a un modelo de referencia y el problema de identificación con un modelo ajustable, siendo en este caso el modelo de referencia la planta a identificar.

Dado un modelo de referencia $G_m(s,p)$ y un sistema ajustable $G_a(s,\hat{p})$, el cual se desea que siga al modelo para que el error sea nulo o mínimo en el caso de la presencia de perturbaciones, se define el índice de funcionamiento:

$$J = \frac{1}{2} \int e^2 dt, \quad e = y_m - y_a \quad (3.1)$$

- Y_m salida del modelo de referencia
- Y_a salida del modelo ajustable
- \hat{p} parámetro a ajustar

Usando la técnica de optimización del gradiente se tiene que la regla de adaptación es:

$$\Delta \hat{p}(e, t) = -K \text{ grad}(J) = -K \frac{\partial J}{\partial p} \quad (3.2)$$

siendo $\Delta \hat{p}$ la variación de \hat{p} con relación al último valor calculado y K es la ganancia de adaptación.

La validación del parámetro ajustable con relación al tiempo será:

$$\dot{\hat{p}} = \frac{dp}{dt} = -K \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial J}{\partial p} \right) \quad (3.3)$$

Si se asume variación lenta de la ley de adaptación, se puede intercambiar el orden de las derivadas:

$$\dot{\hat{p}} = -K \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial J}{\partial t} \right) = -K \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{2} e^2 \right) = -Ke \frac{\partial e}{\partial p}$$

Esta ecuación última se denomina la ley de adaptación que representa la regla del M. I. T.

$$\frac{\partial e}{\partial p} = \frac{\partial (y_m - y_a)}{\partial p} = -\frac{\partial y_a}{\partial p} \quad (3.4)$$

luego,

$$\dot{\hat{p}} = Ke \frac{\partial y_a}{\partial p} \quad (3.5)$$

La $\partial y_a / \partial p$ es la función de sensibilidad del modelo ajustable con respecto al parámetro. En este caso la función de sensibilidad es proporcional a y_m quedando la ley de adaptación de la forma:

$$\dot{\hat{p}} = K_1 e y_m \quad (3.6)$$

Esta regla ha sido muy popular debido a su simplicidad. Sin embargo para el caso de ajuste de varios parámetros requiere un número elevado de funciones de sensibilidad (tantas como parámetros). Por otro lado la ganancia de adaptación gobierna la velocidad de respuesta, si ésta es muy grande el sistema puede ser inestable y si es muy pequeña la velocidad será muy lenta. Para obtener un buen compromiso entre la velocidad de respuesta y estabilidad es necesario un laborioso estudio por simulación.

Otra técnica de diseño se fundamenta en la utilización del segundo método de Lyapunov, el cual tiene la ventaja de que asegura la estabilidad global para cualquier valor de la ganancia de adaptación y cualquier tipo de entrada. La principal desventaja de este método es que se requiere el conocimiento del vector de estado, que no siempre es accesible. Otra desventaja es que no es aplicable a los casos donde los parámetros del conjunto planta más controlador no pueden ser modificados directamente.

En 1981 Landau propone una técnica de diseño basada en el concepto de hiperestabilidad y en la teoría de estabilidad de Popov. El concepto de hiperestabilidad está relacionado con la estabilidad de una clase de sistemas, tales que pueden ser separados en dos bloques tan como muestra la figura 3.4. Este sistema esta formada por una parte lineal invariante en el tiempo y otra no lineal o variante en el tiempo.

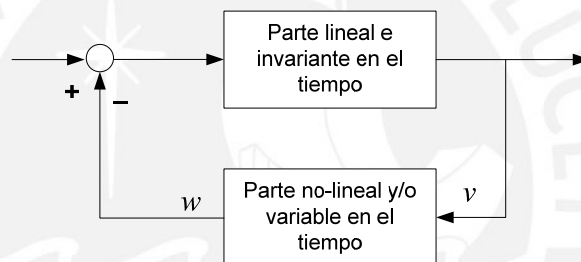


Figura 3.4 Separación del sistema - Hiperestabilidad

Si la entrada y salida de la parte no lineal están relacionadas por la desigualdad de Popov:

$$n(0, t) = \int_0^t v w dt \geq -Y_0^2, \forall t > 0 \quad (3.7)$$

donde v es la entrada y w la salida e Y_0^2 es una constante finita positiva independiente de t , el problema de encontrar la estabilidad absoluta de este sistema, se concreta en averiguar las condiciones que debe de cumplir la parte lineal para que el conjunto sea estable. Para diseñar la ley de adaptación mediante esta técnica detallaremos en forma resumida, que el primer paso es transformar el sistema con modelo de referencia en uno equivalente que tenga la estructura de la figura 3.4, después debemos encontrar la ley de adaptación para que se cumpla la desigualdad de Popov, como tercer paso demos encontrar la parte de la ley de adaptación que aparezca en la parte lineal para que el conjunto del sistema sea globalmente estable y el ultimo paso es volver al sistema original y formular la ley de adaptación explícitamente. Con esta técnica se garantiza la estabilidad del conjunto, siendo su principal desventaja que a menudo son necesarios una serie de diferenciadores.

3.3.2 CONTROL ADAPTIVO DE AUTO-SINTONIZACIÓN – STR.

Los Controladores Adaptivos de Auto-Sintonización STR (Self Tuning Controllers), son lo que se ajustan, su comportamiento a las cambiantes propiedades del proceso controlado y de las señales que interactúan sobre el proceso.

En la figura 3.5 muestra el diagrama de bloques, en donde podemos distinguir 3 bloques claramente diferenciadas, un algoritmo recursivo de estimación de parámetros, un mecanismo de adaptación que desarrolla la tarea de diseño del controlador, y un controlador con parámetros ajustables. (Rodríguez-López, 1996)

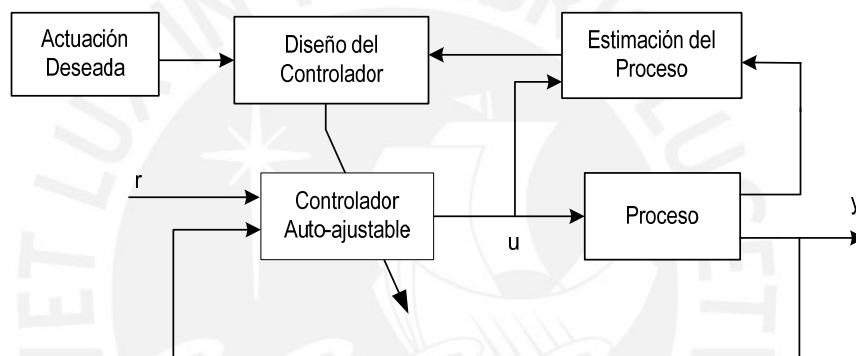


Figura 3.5 Estructura del Controlador Adaptivo de Auto-sintonización STR.

La idea de los Controladores de Auto-Sintonización puede ser aplicada a muchos problemas de control que nos son formulados como un problema de control estocástico (Astrom-Wittenmark, 1995).

3.4 CONTROL ADAPTIVO COMO UNA HERRAMIENTA VERSÁTIL EN EL DISEÑO DE CONTROLADORES NO LINEALES.

Dado que un Controlador Adaptivo es un sistema no lineal en que es necesario ajustar una serie de parámetros, es importante explorar bajo que circunstancia es insuficiente utilizar un controlador convencional y será necesario un controlador adaptivo.

Un controlador convencional está pensado para controlar sistemas la mayor parte de las veces lineales, cuyos parámetros permanecen constantes. Esto es una buena aproximación en la mayor parte de los casos, cuando se pretende controlar un sistema en un punto fijo de operación. Cuando existen perturbaciones, si estas son pequeñas, dicha aproximación continua siendo suficiente para obtener

buenos resultados en el control. Sin embargo, la aproximación en torno a un punto de funcionamiento no suele seguir siendo buena, si el punto de funcionamiento cambia y las perturbaciones son más notorias, resulta más eficaz una aplicación de un controlador adaptivo. En general no es inmediato decidir el tipo de control necesitará dicho proceso, comúnmente esta decisión se toma estudiando detenidamente las características de la aplicación en cuestión.

La ventaja que se tiene de estos Controladores Adaptivos es que, a pesar de que es bastante compleja, un mismo diseño puede ser utilizado en diferentes aplicaciones. Entonces el costo en el desarrollo del controlador se divide entre las bastas aplicaciones que puede llegar a tener. Un ejemplo en el que resulta útil la aplicación del controlador adaptivo es cuando se trabaja con actuadores no lineales que generalmente se linealizan en torno a un punto de operación estacionario. En estos casos se observa mediante simulaciones que el sistema funciona bien solo en un punto de funcionamiento y que opera pobremente en los demás. Otro ejemplo particularmente interesante es aquél en el que existen tanques y tuberías largas interconectadas. En estos sistemas se va introducir un tiempo de retardo y constante de tiempo que va variar de acuerdo a la entrada, originando varios comportamientos, es decir, los parámetros van ha variar en el tiempo, de acuerdo a sus características dinámicas de cada proceso. Con estos ejemplos se pone de manifiesto que existe muchos procesos que pueden ser candidatos para aplicar Control Adaptivo. Si la modificación de los parámetros es conocida, puede aplicarse un controlador auto-ajustable por tabla (Gain Sheduling), pero cuando existen partes del sistema cuya variación no conocemos no podemos medir, un buen candidato es aplicar control adaptivo identificando sólo la parte que desconocemos (Self-Tuning Controllers, Model-Reference Adaptive Control), en la practica un control adaptivo es exitoso, versátil y es óptimo ya que consigue modelar incertidumbres en sistemas lineales y no lineales mientras realiza una actualización de los parámetros del modelo en línea (on line).

3.5 DISEÑO DE CONTROLADORES ADAPTIVOS DE AUTO-SINTONIZACIÓN – STR.

En general, cuando diseñamos un controlador convencional, este se diseña para un punto de funcionamiento determinado del proceso (zona de trabajo donde su comportamiento es lineal y estable). Ahora bien, si los parámetros del proceso varían con el tiempo y las perturbaciones son mas notorias (debido al cambio de los parámetros por algún factor externo, desgastes de las constantes físicas, o bien porque el proceso es no lineal), se modifica el punto de funcionamiento del proceso, entonces el controlador calculado para este punto de operación concreto no será el adecuado para este tipo de situaciones, puesto que el proceso se hace inestable. Cuando nos enfrentamos con este tipo de

problemas, podemos plantear una estructura de control que además del bucle de principal del controlador que existe en todo sistema de control, incorpora un segundo bucle de control, en el que a partir de la información recogida del proceso y con un determinado criterio de diseño se modifican los parámetros del controlador. A este tipo de controladores se les conoce como Controladores Adaptivos.

Los Controladores Adaptivos de Auto-Sintonización STR (Self Tuning Controllers), son lo que se adaptan a los cambios de la dinámica del proceso y las perturbaciones. Además de contar una estructura modular, es decir, conforma una estructura sub-óptima, basada en el principio de separación de las tareas de control e identificación.

En la figura 3.6 muestra el diagrama de bloques de estos controladores y se distinguen tres partes claramente diferenciadas:

- Un algoritmo recursivo de estimación de parámetros.
- Un mecanismo de adaptación que desarrolla la tarea de diseño del controlador, y
- Un controlador con parámetros ajustables.

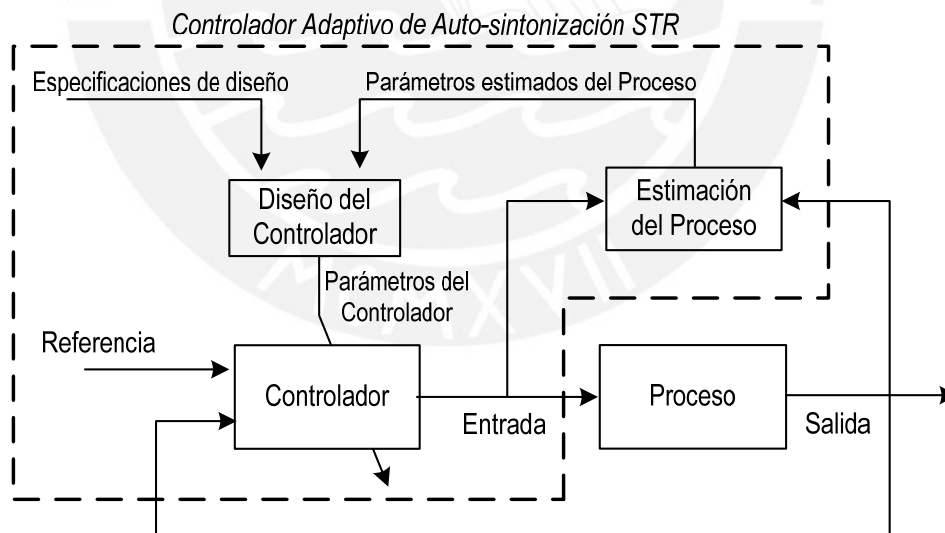


Figura 3.6 Controlador Adaptivo de Auto-sintonización –STR (Self-Tuning Controllers)

El diseño comienza con un método de diseño para sistemas con parámetros conocidos, sustituyendo posteriormente los parámetros conocidos por sus estimados y recalculando el controlador en cada tiempo de muestreo. La aplicación de esta idea es lo que se conoce como el principio de equivalencia cierta.

La idea de los controladores adaptivos de auto-sintonización STR, puede ser aplicada a muchos problemas de control que no son formulados como un problema de control estocástico. Dada la modularidad y la separación de control e identificación, pueden formarse muchas clases de controladores adaptivos de auto-sintonización por combinación de diferentes métodos de diseño de controladores (ubicación de polos, PID, mínima varianza, optimal, etc.) y de identificadores (RLS, RELS, etc.).

En cuanto el modelo del proceso, supondremos en general, que sobre el sistema actúan perturbaciones estocásticas, por lo que el proceso estará descrito por su modelo ARMAX, de la siguiente forma:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-d) + C(z^{-1})v(k) \quad (3.8)$$

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} u(k) + \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} v(k)$$

donde los distintos polinomios y variables tienen el significado siguiente:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} \\ B(z^{-1}) &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m} \\ C(z^{-1}) &= 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_q z^{-q} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Siendo $y(k)$ es la secuencia de salida, $u(k)$ la señal de control del sistema, $v(k)$ es la perturbación (señal aleatoria independiente con distribución gaussiana $N[0, \sigma]$). La perturbación puede entrar en el sistema de muchas maneras, aquí se supone que ellos entran a la salida del proceso. Para sistemas lineales, el principio de superposición sostiene, que una perturbación de la entrada equivalente puede encontrarse siempre. El parámetro d se llama los polos en exceso representa la parte entera del retraso de tiempo y el período muestreado (d es el retardo del sistema). Además, A y B son los polinomios descritos por el operador " z^{-1} " en retraso.

En cuanto el criterio de diseño, pueden dividirse en dos tipos, según el planteamiento del problema sea estocástico o no estocástico. Cuando el planteamiento es estocástico, se consideran sistemas cuyas señales no pueden conocer exactamente y tampoco se pueden predecir.

En el diseño con planteamiento estocástico, normalmente se minimiza un cierto índice de actuación, como por ejemplo para el caso de mínima varianza, se trata de minimizar las variaciones con respecto a cero, ya que se trata de un problema de regulación.

$$J = E[y^2(t+d+1)] \quad (3.10)$$

o bien puede plantearse un índice más general de la forma:

$$J = E[(Qy(t+d+1) + Ru(t) - Pw(t))^2] \quad (3.11)$$

Mediante el planteamiento no estocástico, se considera que las perturbaciones que inciden sobre un sistema son exactamente conocidas, pudiéndose describir estos sistemas analíticamente por medio de un sistema dinámico determinista.

En este caso el índice de actuación se da en función de unas especificaciones que debe cumplir la salida del sistema, lo que normalmente se traduce en especificar una función de transferencia deseada en lazo cerrado, como es el caso de asignación de polos. En la actualidad se ha demostrado en numerosas caso que ambos planteamiento conducen a los resultados similares.

3.5.1 DISEÑO MEDIANTE ASIGNACIÓN DE POLOS Y CEROS.

K. J. Åström y B. Wittenmark, propone una estructura de control con diseño mediante asignación de polos como se describe en la figura 3.7(a). Esta estructura puede interpretarse como un compensador en adelanto un compensador retroalimentado (feedback). También puede demostrarse que dicha estructura corresponde a un controlador lineal por realimentación del estado y a un observador. La ley de control puede diseñarse para unos polos deseados del sistema en lazo cerrado, preservando los ceros inestables en lazo abierto.

El problema que se plantea consiste en hacer que la función de transferencia, desde la salida a la referencia del sistema de la figura 3.7(b), sea de la forma:

$$y(k) = \frac{R_m}{P_m} z^{-d} w(k) \quad (3.12)$$

donde los polinomios R_m y P_m no tienen factores comunes y el grado $\deg P_m \geq \deg R_m$. Esto permitirá dar las especificaciones del problema de seguimiento en términos de la respuesta deseada a una señal de referencia. También habrá que especificar al dinámica del observador median el polinomio A_0 .

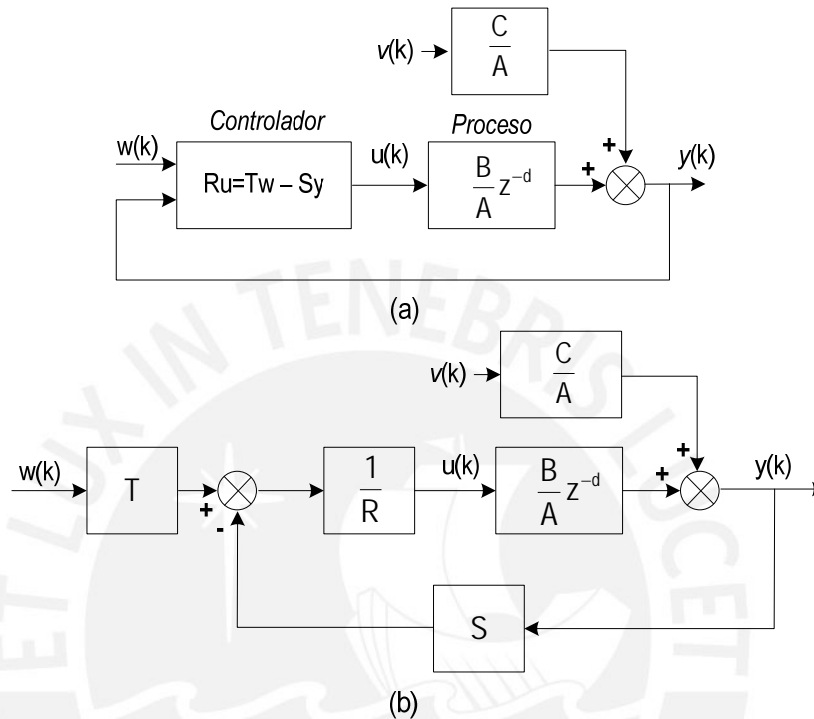


Figura 3.7 Estructura del Control Adaptivo – STR mediante asignación de polos.

El método de diseño elegido es el de síntesis algebraica directa. La solución consiste básicamente en resolver una ecuación polinomial con ciertas restricciones en los órdenes de los polinomios para asegurar que el controlador sea casual y con realización mínima.

A partir de la figura 3.7 (b), la función de transferencia en lazo cerrado que se obtiene es:

$$\begin{aligned}
 y(k) &= \frac{BTz^{-d}}{AR + BSz^{-d}} w(k) + \frac{CR}{AR + BSz^{-d}} v(k) \\
 u(k) &= \frac{AT}{AR + BSz^{-d}} w(k) - \frac{BS}{AR + BSz^{-d}} v(k)
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

La ecuación polinomial característica en lazo cerrado es:

$$AR + BSz^{-d} = A_{LC}
 \tag{3.14}$$

La idea importante del método de diseño es especificar el polinomio característico deseado en lazo cerrado A_{LC} . Los polinomios R y S pueden obtenerse resolviendo la ecuación 3.14. Esta ecuación juega un papel fundamental en el diseño y es llamada la Ecuación Diophantine.

Suponiendo que las perturbaciones son despreciables e igualando dicha ecuación con la ecuación 3.12, se tiene la siguiente ecuación polinomial:

$$(AR + BSz^{-d}) R_m = BTP_m \quad (3.15)$$

Las raíces de esta ecuación polinomial contienen las raíces de los polinomios T , B y P_m . Si el polinomio B no está contenido en el polinomio R_m , entonces formará parte del controlador que cancelará estos ceros, luego para que así pueda ocurrir, los ceros del polinomio B deben ser estables o estar contenidos en R_m .

Factorizando B como $B^- \times B^+$, donde el subíndice $-$ corresponde a los ceros inestables y el $+$ a los ceros estables. Haciendo el siguiente arreglo tenemos también:

$$\begin{aligned} R_m &= B^- R_{m1} \\ R &= R_1 B^+ \\ T &= A_0 R_{m1} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Reemplazando en la ecuación 3.15:

$$(AR_1 B^+ + B^- B^+ Sz^{-d}) B^- R_{m1} = B^- B^+ A_0 R_{m1} P_m$$

simplificando:

$$AR_1 + B^- Sz^{-d} = A_0 P_m \quad (3.17)$$

La ecuación 3.17 denominado Ecuación Diophantine cuyas incógnitas son R_1 y S , para resolverlas se pueden utilizar varios métodos, como son: resolución de un sistema de ecuaciones lineales simultáneas, utilización del método de la matriz polinomial, o bien se puede resolver mediante un segundo algoritmo de identificación, lo que conduce a un método llamado cuasi-directo.

3.5.2 CONDICIONES DE CAUSALIDAD.

La ecuación 3.17 tiene infinitas soluciones, pudiéndose obtener una solución única realizable. Para ello es necesario determinar los órdenes mínimos de los polinomios para que el controlador mediante asignación de polos y ceros de K. J. Aström y B. Wittenmark, sea causal. Nosotros imponemos las siguientes condiciones.

$$\begin{aligned} \deg S &\leq \deg R \\ \deg T &\leq \deg R \end{aligned} \quad (3.18)$$

La ecuación de Diophantine (descritas por 3.14 ó 3.17), tiene muchas soluciones porque si R^0 y S^0 son las soluciones, entonces:

$$\begin{aligned} R &= R^0 + QB \\ S &= S^0 - QA \end{aligned}$$

donde Q es un polinomio arbitrario. Hay muchas soluciones subsecuentemente, nosotros podemos seleccionar la solución del controlador de grado más bajo. Nosotros llamamos a esta solución de grado mínimo. Entonces el $\deg A > \deg B$, el término de orden más alto de la ecuación 3.14 es del lado izquierdo y es AR . Entonces:

$$\deg R = \deg A_{LC} - \deg A$$

Debido a la ecuación 3.14, hay siempre una solución tal que $\deg S < \deg A = n$. Nosotros podemos encontrar así siempre una solución en que el grado de S es a lo sumo el $\deg A - 1$. Esto se llama la solución del grado mínimo de la ecuación de Diophantine. La condición $\deg S \leq \deg R$ implica:

$$\deg A_{LC} \geq 2 \deg A - 1 \quad (3.19)$$

De la ecuación 3.16 ($T = A_0 R_{m1}$) donde el $\deg T \leq \deg R$, esta condición implica:

$$\deg P_m - \deg R_{m1} \geq \deg A - \deg B^+$$

Agregando al $\deg B^-$ a ambos lados, nosotros encontramos que esto es equivalente al $\deg P_m - \deg R_m \geq d$. Esto significa eso en el caso de tiempo discreto que el retraso de tiempo del modelo debe ser por lo menos tan grande como el retraso de tiempo del proceso que es una condición muy natural. Resumiendo, nosotros encontramos que la causalidad condicionada por la expresión 3.18 puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \deg A_{LC} &\geq 2 \deg A - 1 \\ \deg P_m - \deg R_m &\geq \deg A - \deg B = d \end{aligned} \tag{3.20}$$

Es natural escoger una solución en que el controlador sea de grado mínimo. En el caso de tiempo discreto es razonable que nosotros también requiramos que no haya retraso extra en el controlador. Esto implica que los polinomios $R, S,$ y T deben tener los mismos grados.

3.5.3 INTERPRETACIÓN DEL CONTROLADOR COMO MODELO DE REFERENCIA.

La estructura del controlador diseñado puede interpretarse como seguimiento a un modelo de referencia de la forma dada en la ecuación 3.12, operando con la ecuación 3.15, para obtener T/R y sustituyendo en la expresión del controlador:

$$u(k) = \frac{1}{R} [T w(k) - S y(k)] \tag{3.21}$$

se tiene:

$$u(k) = \frac{A}{B} y_r(k+d) + \frac{S}{R} [y_r(k) - y(k)] \tag{3.22}$$

que corresponde a la estructura de la figura 3.8.

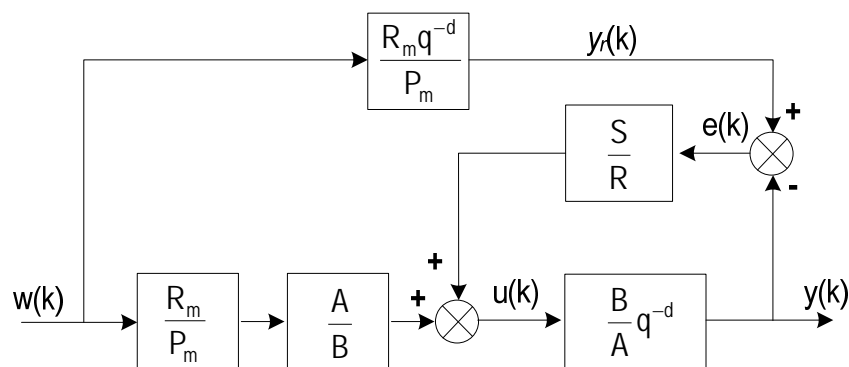


Figura 3.8 Interpretación del controlador como modelo de referencia

En dicha estructura se puede observar que el controlador esta compuesto de dos partes, un controlador en adelante - feedforward y controlador en lazo cerrado - feedback. Si la señal $e(k)$ es igual a cero, la acción del bloque S/R desaparece y la relación que liga la entrada con la salida es justamente el modelo de referencia dada por la ecuación 3.12. Por otro lado es de notar que el bloque A/B no es realizable pero sí lo es $R_m A/P_m B$.

3.5.4 CASOS PARTICULARES EN EL DISEÑO DE CONTROLADORES ADAPTIVOS DE AUTO-SINTONIZACIÓN.

Para el diseño del controlador propuesto es necesario *factorizar el polinomio B* y resolver la ecuación polinomial 3.17. Estos pasos pueden consumir un tiempo de cálculo apreciable y si se pretende que el algoritmo funcione en línea con el proceso, caso normal de control adaptivo, es de gran interés considerar casos particulares en los que dichos cálculos se simplifiquen.

3.5.4.1 Cancelación de todos los ceros del sistema.

En este caso se supone que el sistema es de fase mínima, pudiéndose cancelar todos los ceros del sistema en lazo abierto, por lo que se tiene:

$$\begin{aligned} B^+ &= B & B^- &= 1 \\ R_m &= R_{m1} = K & R &= R_1 B & T &= K A_0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

que sustituyendo en la ecuación 3.17, se tiene el siguiente resultado:

$$AR_1 + Sz^{-d} = P_m A_0 \quad (3.24)$$

3.5.4.2 No se cancela ningún cero del sistema.

Si el sistema a controlar es de fase no mínima, se supone que todos los ceros están fuera del círculo unitario y se eligen los ceros del sistema en lazo cerrado como $R_m = KB$, siendo K una constante, o sea:

$$\begin{aligned} B^+ &= 1 & B^- &= B \\ R_m &= BR_{m1} = KB & R &= R_1 & T &= K A_0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

La ecuación resultante es de la forma que se muestra:

$$AR + BSz^{-d} = P_m A_0 \quad (3.26)$$

3.5.5 CONSIDERACIONES GENERALES DE DISEÑO.

Hasta ahora hemos mencionado el diseño de controladores para procesos cuyos parámetros se han supuesto conocidos. En este punto reemplazaremos esta hipótesis por otra en que se supone que los parámetros son desconocidos y constantes. No obstante, como han demostrado experimentalmente algunos autores entre los que podemos mencionar a K. J. Åström y B. Wittenmark, estas técnicas pueden ser aplicadas cuando los *parámetros varían lentamente* o bien bruscamente, pero sus valores se mantienen constantes durante *largos periodos de tiempo*. La idea básica en que se basan los Controladores Adaptivos de Auto-sintonización STR, reside en la aplicación del *principio de equivalencia cierta*. Ello implica el utilizar un algoritmo de identificación de parámetros y calcular los parámetros del controlador en base a suponer que los parámetros estimados coinciden con los reales.

Dentro de los Controladores de Auto-sintonización, que aplican el principio de equivalencia cierta, para realizar el mecanismo de adaptación, existen básicamente dos tipos de algoritmos, unos que identifican directamente los parámetros del sistema dinámico (*algoritmo con identificación explícita*), figura 3.6, y otros que mediante una reescritura del modelo del sistema dinámico, simplifican los pasos, estimándose en este caso directamente los parámetros del controlador (*algoritmo con identificación implícita*), tal como lo muestra la figura 3.9.

3.5.5.1 Algoritmo de identificación explícita.

El procedimiento es el siguiente:

- [1] Estimar los parámetros del modelo de la ecuación 3.8 mediante un algoritmo de identificación de parámetros, propuesto en el capítulo 2.
- [2] Calcular los parámetros del controlador, necesiéndose en muchos casos resolver una ecuación polinomial.
- [3] Calcular la señal de control con los parámetros del controlador.
- [4] Repetir los pasos 1, 2 y 3 en cada periodo de muestreo.

Implementación del algoritmo con identificación explícita.

Dados R_m , A_0 , P_m , d :

- [1] Estimar A y B en el modelo,

$$y(k) = \frac{B}{A} z^{-d} u(k)$$

- [2] Factorizando el polinomio $B = B^- B^+$
 [3] Resolver la ecuación siguiente para R_1 y S ,

$$AR_1 + B^- Sz^{-d} = A_0 P_m \quad (3.27)$$

que corresponde a un sistema de ecuaciones lineales.

- [4] Calcular la señal de control mediante,

$$u(k) = \frac{1}{R} [Tw(k) - Sy(k)] \quad \begin{cases} T = A_0 R_{m1} \\ R = R_1 B^+ \end{cases}$$

- [5] Ir al paso 1

3.5.5.2 Algoritmo de identificación implícita.

El procedimiento es el siguiente:

- [1] Estimar los parámetros del modelo reparametrizado mediante un algoritmo de identificación de parámetros
 [2] Calcular la señal de control con los parámetros del controlador.
 [3] Repetir los pasos 1 y 2 en cada periodo de muestreo.

La realización de este algoritmo no siempre es posible, ya que para el paso 1, se necesita en cada caso particular reformular el modelo para que aparezcan directamente los parámetros del controlador. Se pone de manifiesto que en el caso de la identificación implícita, la reescritura del modelo conduce aun modelo bilineal en los parámetros que entraña una mayor dificultad para su identificación. También se hace notar que la reescritura del modelo no siempre es posible y hay que realizar para cada caso en particular.

Implementación del algoritmo con identificación implícita.

La ecuación 3.27 puede reescribirse de la siguiente forma:

$$AR_1 y(k) + B^- Sz^{-d} y(k) = A_0 P_m y(k)$$

como por otro lado $Ay(k) = Bz^{-d}u(k)$, lleva a,

$$R_1 Bz^{-d}u(k) + B^- Sz^{-d}y(k) = A_0 P_m y(k)$$

teniendo en cuenta que $R = R_1 B^+$ y $B = B^+ B^-$, resulta:

$$A_0 P_m y(k) = B^- z^{-d} [Ru(k) + Sy(k)]$$

Esta ecuación puede verse como el modelo de un proceso, en el que los polinomios del controlador R y S aparecen directamente. Teniendo en cuenta esto, puede escribirse el algoritmo de control adaptivo con identificación implícita siguiente:

Dados R_{m1} , A_0 , P_m , d :

[1] Estimar R, S y B^- en el modelo,

$$A_0 P_m y(k) = B^- z^{-d} [R u(k) + S y(k)]$$

[2] Calcular la señal de control mediante,

$$u(k) = \frac{1}{R} [T w(k) - S y(k)]$$

$$T = A_0 R_{m1}$$

[3] Ir al paso 1.

Hay que hacer notar que el modelo a Identificar en este caso es bilineal en los parámetros, por lo que la identificación no es trivial. Para el caso en que $B^- = 1$, o sea que tengamos un sistema de fase mínima que tiene todos sus ceros estables, el algoritmo se reduce notablemente, ya que la identificación del modelo resultante no presenta ningún problema.

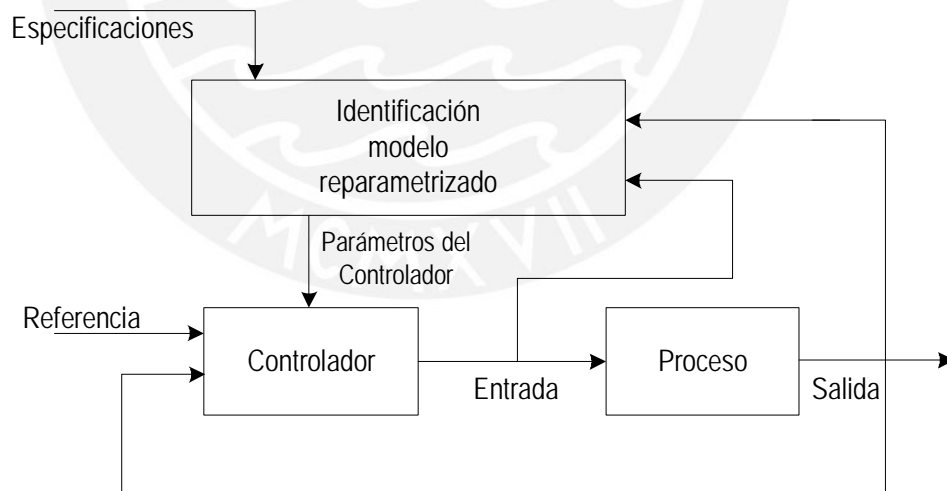


Figura 3.9 Algoritmo con identificación implícita

3.6 DISEÑO DEL CONTROLADOR ADAPTIVO DE AUTO-SINTONIZACIÓN MEDIANTE ASIGNACIÓN DE POLOS APLICADO A LA PLANTA MODELO DE PRESIÓN.

El objetivo principal del control adaptivo de auto-sintonización es mantener consistente el rendimiento del proceso en presencia de incertidumbres, o variaciones no conocidas en los parámetros de la planta. En tal sentido, se ha diseñado el controlador con el objetivo de mantener la presión de aire en el taque a una referencia dada de cuyo buen funcionamiento dependerá el rendimiento óptimo del proceso.

El control se lleva a cabo de modo adaptivo debido a que el comportamiento del proceso es no lineal y es variable en el tiempo, por lo que el control adaptivo posibilitara la obtención de aproximaciones lineales apropiadas para todo el rango de operación del proceso.

En la figura 3.10 muestra el diagrama de bloques del controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos aplicado a la Planta Modelo de Presión.

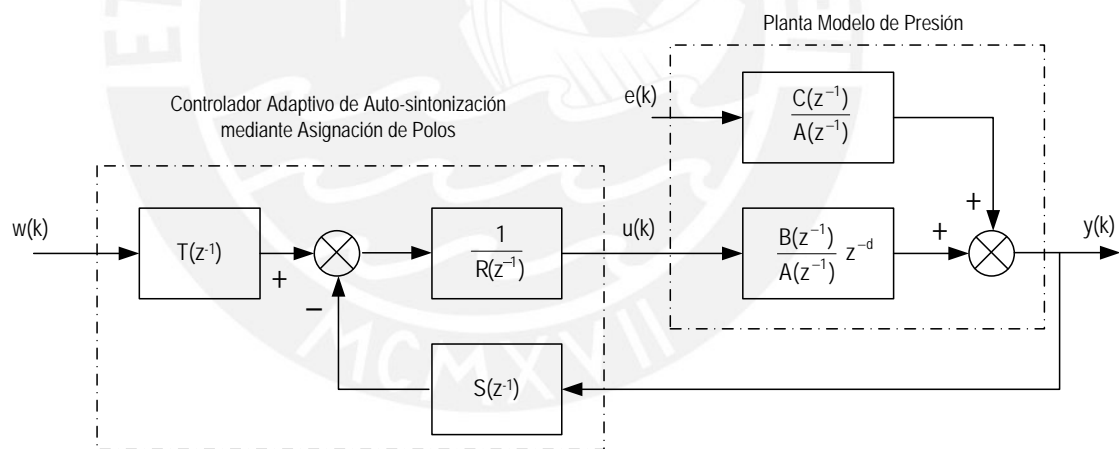


Figura 3.10 Diagrama de bloques del sistema de control adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos

La estrategia de control consiste en tres pasos fundamentales:

Paso 1. Identificación del sistema lineal recursivo en todo el rango de trabajo.

Paso 2. Cálculo del controlador apropiado para el sistema identificado.

Paso 3. Obtención y aplicación de la señal de control producida por el controlador, a partir del error entre la referencia y la salida del sistema.

3.6.1 IDENTIFICACIÓN RECURSIVA EN LÍNEA.

Para el desarrollo del algoritmo de identificación en línea se han tomado con base los modelos identificados fuera de línea partir de datos reales. La expresión 3.28 muestra el modelo identificado para una apertura de la válvula de un porcentaje inicial de 5% y un porcentaje final de 20%.

$$y(k) = \left(\frac{-0.0008781 z^{-1} + 0.001274 z^{-2}}{1 - 1.833z^{-1} + 0.8348z^{-2}} \right) z^{-5} u(k) + \left(\frac{1 - 0.4448z^{-1} - 0.4229z^{-2}}{1 - 1.833z^{-1} + 0.8348z^{-2}} \right) e(k) \quad (3.28)$$

La expresión 3.29 muestra el modelo identificado para una apertura de la válvula de un porcentaje inicial de 36% y un porcentaje final de 42%.

$$y(k) = \left(\frac{-0.002035 z^{-1} + 0.003142 z^{-2}}{1 - 1.802z^{-1} + 0.8043z^{-2}} \right) z^{-5} u(k) + \left(\frac{1 - 0.4718z^{-1} - 0.4460z^{-2}}{1 - 1.802z^{-1} + 0.8043z^{-2}} \right) e(k) \quad (3.29)$$

La identificación en línea se realizó aplicando el método recursivo de mínimos cuadrados RLS y el método recursivo de mínimos cuadrado extendido RELS.

Como se ha descrito en el capítulo 2 el algoritmo básico de Identificación, suele ser insuficiente en las aplicaciones prácticas por lo que hay que incluir una serie de mejoras. Por ello se ha incluido un factor de olvido variable, en el rango entre 0.96 y 1. Al mismo tiempo se ha incluido acotación inferior y superior de la matriz de covarianza. Para acotarlo inferiormente esta matriz se le suma una matriz R constante y para acotarla superiormente a la traza de dicha matriz.

3.6.2 CÁLCULO DEL CONTROLADOR ADAPTIVO DE AUTO-SINTONIZACIÓN MEDIANTE ASIGNACIÓN DE POLOS.

Se ha optado por diseñar el controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos y forzando a que el sistema completo resultante en lazo cerrado, posea error estacionario nulo. Por último, se exige que el sistema tenga ganancia estacionaria unitaria.

En la figura 3.11 se puede apreciar la disposición de este controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos.

El método de asignación de polos, se pretende que el sistema en lazo cerrado, incluyendo al controlador posea una dinámica especificada. Para ello se exige que la función de transferencia posea un denominador igual al polinomio deseado $P_m(z^{-1})$.

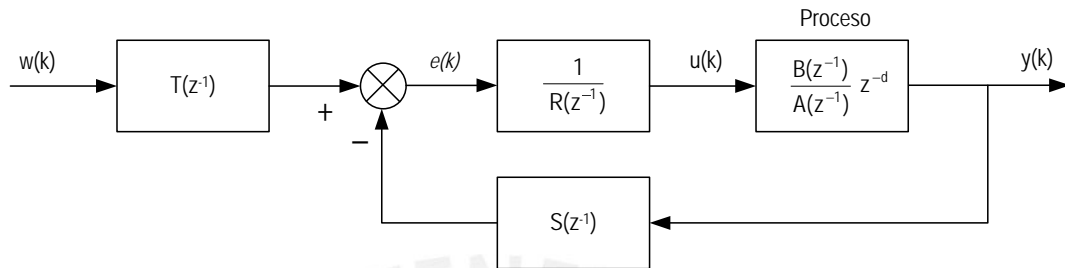


Figura 3.11 Estructura del controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos

La función de transferencia de lazo cerrado de la figura 3.11 es:

$$G_{LC}(z^{-1}) = \frac{T(z^{-1})B(z^{-1})z^{-d}}{A(z^{-1})R(z^{-1}) + B(z^{-1})S(z^{-1})z^{-d}} \quad (3.30)$$

se desea que tenga la forma:

$$G_{LCd}(z^{-1}) = \frac{R_m(z^{-1})}{P_m(z^{-1})} z^{-d} \quad (3.31)$$

De la figura 3.11 el proceso se determina por la función de transferencia pulso:

$$H(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} = \left(\frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \right) z^{-5} \quad (3.32)$$

siendo $A(z^{-1})$ y $B(z^{-1})$ polinomios sin factores comunes.

La ley de control se puede expresar por la ecuación:

$$R(z^{-1}) u(k) = T(z^{-1}) w(k) - S(z^{-1}) y(k) \quad (3.33)$$

que incluye un término de prealimentación y otro de realimentación de la salida, los polinomios R (polinomio mónico), S y T se obtienen del siguiente diseño que se detallan a continuación.

Nótese que el modelo identificado en línea de la planta, representado por las ecuaciones 3.28 y 3.29 son de fase no mínima (todos los ceros están fuera del círculo unitario), en tal sentido, se han elegido los ceros del sistema en lazo cerrado, tal como describe la siguiente expresión:

$$R_m = K B \quad (3.34)$$

siendo K una constante, o sea:

$$\begin{aligned} B^+ &= 1 & B^- &= B \\ R_m &= B R_{m1} = K B & R &= R_1 \\ T &= K A_0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

Ahora bien, reemplazando 3.35 en 3.30 y 3.31, e igualando obtenemos la siguiente ecuación:

$$AR + BSz^{-d} = P_m A_0 \quad (3.36)$$

A esta expresión se le denomina Ecuación Diophantine, entonces debemos resolver esta ecuación para hallar la ley de control (resolver la ecuación diophantine es obtener los polinomios R y S) y finalmente se halla el polinomio T de la ecuación 3.34 y 3.35 (el pre-filtro).

Verificando si el sistema es de *fase no mínima*, del modelo del proceso:

$$\begin{aligned} H(z^{-1}) &= \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-5} \\ \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} &= \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \end{aligned}$$

Los modelos que se utilizarán para el diseño de controlador adaptivo son descritos por las expresiones 3.28 y 3.29, estos modelos han sido identificados a partir de datos reales del proceso realizados en el Capítulo II. Suponiendo que $e(k) = 0$, se tiene las siguientes ecuaciones:

$$\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \left(\frac{-0.0008781 z^{-1} + 0.001274 z^{-2}}{1 - 1.833z^{-1} + 0.8348 z^{-2}} \right) \quad (3.37)$$

$$\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \left(\frac{-0.002035 z^{-1} + 0.003142 z^{-2}}{1 - 1.802 z^{-1} + 0.8043 z^{-2}} \right) \quad (3.38)$$

Entonces, si $\left| \frac{b_2}{b_1} \right| > 1$ cumple esta condición, en ese caso no se permite cancelación de ceros.

Para ambas ecuaciones cumple esta condición, con esto aseguramos que nuestro diseño, no se van ha cancelar ceros.

La condición de que posea error en estado estacionario nulo, esta dado por el integrador:

$$R = R'(z - 1) \quad (3.39)$$

Entonces, en resumen el diseño del controlador adaptivo de auto-sintonización mediante ubicación de polos, no se van ha cancelar ceros (el sistema es de fase mínima), el error en estado estacionario debe ser cero y la ganancia estacionaria deben ser 1.

$$i) \quad BT = R_m A_0 \quad (3.40)$$

$$ii) \quad AR + BS z^{-d} = P_m A_0 \quad (3.41)$$

Condiciones de causalidad.

El controlador debe cumplir las *condiciones de causalidad*, esto implica unas restricciones en los grados de los polinomios R, S y T:

$$\begin{aligned} \deg S &\leq \deg R \\ \deg T &\leq \deg R \end{aligned} \quad (3.42)$$

Mediante métodos racionales se obtienen los polinomios R, S y T que satisfacen la ecuación 3.40, 3.41 y las restricciones de control.

La Ecuación Diophantine esta dado por:

$$A R + BS z^{-d} = P_m A_0 = A_{LC}$$

Para que el sistema tenga una solución causal deben de cumplir las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} \deg A &> \deg B \\ \deg A_0 &= \deg A - \deg B^+ - 1 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{deg } A_{LC} = 2 \text{ deg } A - 1 = 3$$

$$\therefore \text{deg } P_m = 2, \text{ y } \text{deg } A_0 = 1$$

entonces:

$$\text{deg } S = \text{deg } A - 1 = 1$$

$$\text{deg } R = \text{deg } A_0 + \text{deg } P_m - \text{deg } A = 1$$

De la condición del integrador, debe ser agregue a R:

$$R = R'(z - 1)$$

Inspeccionemos las condiciones del grado S y R en la ecuación diophantine:

$$\text{deg } R = 2 \rightarrow \text{deg } A_0 = \text{deg } A_0' + 1 = 2$$

Para poder cumplir las especificaciones, el orden de S tiene que ser aumentado, $\text{deg } S = 2$.

Finalmente tenemos los grados de los polinomios:

$$\begin{aligned} \text{deg } P_m &= 2 & \text{deg } A_0 &= 2 & \text{deg } R &= 2 \\ \text{deg } S &= 2 & \text{deg } T &= 2 \end{aligned} \tag{3.43}$$

Resolviendo la Ecuación Diophantine.

Se necesitan métodos eficaces por resolver esta Ecuación Diophantine, este se plantea como una ecuación lineal debido a los polinomios R y S que son incógnitas (los polinomios A y B tienen factores no comunes):

$$A R + B S z^{-d} = A_0 P_m = A_{LC} \tag{3.44}$$

Dados los polinomios P_m , A_0 , y d:

$$P_m(z) = z^2 + a_{m1} z + a_{m2}$$

Polinomio de los polos deseados del controlador.

$$A_0(z) = z^2 + a_{o1} z + a_{o2}$$

Polinomio de los polos del observador.

$A(z)$ y $B(z)$.

Polinomios del proceso

El integrador en el paso directo para garantizar que el error estacionario sea cero.

$$\begin{aligned} R(z) &= (z-1)R' = (z-1)(z-r) = z^2 + (r-1)z - r \\ S(z) &= s_0z^2 + s_1z + s_2 \end{aligned} \quad (3.45)$$

Resolviendo la Ecuación Diophantine:

$$\begin{aligned} (z^2 + a_1z + a_2)[z^2 + (r-1)z - r] + (b_1z + b_2)(s_0z^2 + s_1z + s_2) z^{-d} &= \dots \\ \dots &= (z^2 + a_{m1}z + a_{m2})(z^2 + a_{o1}z + a_{o2}) \end{aligned}$$

Operando:

$$\begin{aligned} z^4 + (r-1+a_1)z^3 + [-r+a_1(r-1)+a_2]z^2 + [a_2(r-1)-a_1r]z - a_2r + \dots \\ \dots + [b_1s_0z^3 + (b_1s_1 + b_2s_0)z^2 + b_1s_2 + b_2s_1]z + b_2s_2 z^{-d} &= \dots \\ \dots &= z^4 + (a_{o1} + a_{m1})z^3 + (a_{o2} + a_{m1}a_{o1} + a_{m2})z^2 + (a_{m1}a_{o2} + a_{m2}a_{o1})z + a_{m2}a_{o2} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Agrupando e igualando términos, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} r + b_1s_0 &= a_{o1} + a_{m1} + 1 - a_1 \\ (a_1 - 1)r + b_1s_1 + b_2s_0 &= a_{o2} + a_{m1}a_{o1} + a_{m2} + a_1 - a_2 \\ (a_2 - a_1)r + b_2s_1 + b_1s_2 &= a_{m1}a_{o2} + a_{m2}a_{o1} + a_2 \\ -a_2r + b_2s_2 &= a_{m2}a_{o2} \end{aligned} \quad (3.47)$$

Encontrando su representación matricial, para obtener una solución simple:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & b_1 & 0 & 0 \\ (a_1 - 1) & b_2 & b_1 & 0 \\ (a_2 - a_1) & 0 & b_2 & b_1 \\ -a_2 & 0 & 0 & b_2 \end{bmatrix}}_G \underbrace{\begin{bmatrix} r \\ s_0 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{o1} + a_{m1} + 1 - a_1 \\ a_{o2} + a_{m1}a_{o1} + a_{m2} + a_1 - a_2 \\ a_{m1}a_{o2} + a_{m2}a_{o1} + a_2 \\ a_{m2}a_{o2} \end{bmatrix}}_H \quad (3.48)$$

La resolución es simple:

$$\begin{aligned} Gx &= H \\ \therefore x &= G^{-1} H \end{aligned} \quad (3.49)$$

La variable x contiene los coeficientes de los polinomios R y S.

Calculo de polinomio T.

Calculo del pre-filtro o el polinomio T, del conjunto de ecuaciones en 3.34 y 3.35 se determina T, despejando K de la ecuación 3.34, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 K B &= R_m \\
 \therefore K &= \frac{R_m}{B}
 \end{aligned}
 \tag{3.50}$$

De las especificaciones de diseño se pide que el sistema tenga ganancia unitaria, además el sistema tiene ceros inestables (B contiene ceros fuera del círculo unitario), entonces R_m debe cumplir las condiciones de compatibilidad que el proceso mismo $(B(1) / A(1)) = 1$.

$$\begin{aligned}
 \frac{R_m(1)}{P_m(1)} &= 1 \Rightarrow R_m(1) = P_m(1) \\
 P_m(1) &= 1 + a_{m1} + a_{m2}
 \end{aligned}
 \tag{3.51}$$

Reemplazando en 3.51 en 3.50, se obtiene:

$$K = \frac{R_m}{B(1)} = \left(\frac{1 + a_{m1} + a_{m2}}{b_1 + b_2} \right)
 \tag{3.50}$$

Reemplazando 3.50 en 3.35, finalmente se obtienen el pre- filtro:

$$\begin{aligned}
 T &= \left(\frac{1 + a_{m1} + a_{m2}}{b_1 + b_2} \right) A_0 \\
 T &= \left(\frac{1 + a_{m1} + a_{m2}}{b_1 + b_2} \right) (z^2 + a_{01} z + a_{02}) \\
 T &= t_0 z^2 + t_1 z + t_2
 \end{aligned}
 \tag{3.52}$$

Implementación en MatLab para la resolución de la Ecuación Diophantine.

Igualando los coeficientes de la ecuación del diophantine dada por ecuación 3.44 (en todo caso debe ser igual al modelo descrito por la ecuación 3.53):

$$\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (3.53)$$

Se puede escribirse como un juego de ecuaciones lineales, tal como se muestra:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & b_0 & 0 & \dots & 0 \\ a_1 & 1 & \ddots & \vdots & b_1 & b_0 & \ddots & \vdots \\ a_2 & a_1 & \ddots & 0 & b_2 & b_1 & \ddots & 0 \\ \vdots & a_2 & \ddots & 1 & \vdots & b_2 & \ddots & b_0 \\ a_n & \vdots & \ddots & a_1 & b_n & \vdots & \ddots & b_1 \\ 0 & a_n & & a_2 & 0 & b_n & & b_2 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & a_n & 0 & \dots & 0 & b_n \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & b_0 & 0 & \dots & 0 \\ b_1 & b_0 & \dots & \vdots \\ b_2 & b_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n & b_{n-1} & \dots & b_0 \end{pmatrix}}_B \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_k \\ s_0 \\ \vdots \\ s_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{LC1} - a_1 \\ \vdots \\ a_{LCn} - a_n \\ a_{LCn+1} \\ \vdots \\ a_{LC \ k+l+1} \end{pmatrix} \quad (3.54)$$

Para la resolución de la ecuación diophantine se utilizó la matriz de Sylvester, [Åström y Wittenmark, 1995]. Esta matriz tiene la propiedad que no es singular si y solo si los polinomios A(z) y B(z) no tienen ningún factor común. Si no hay ningún factor común entonces existe una única solución para la ecuación 3.54. Note, sin embargo, la no singularidad con respecto a los órdenes de R y S. Las dimensiones diferentes de k y l darán diferentes R y S.

Antes de aplicar la matriz de Sylvester, debemos hacer unos pequeños cambios a nuestra ecuación Diophantine ($AR + BS z^{-d} = A_{LC}$), para su programación en MatLab:

De la acción integral $R = (z - 1)R'$, reemplazando y agrupando en la ecuación Diophantine:

$$\begin{aligned} AR + BS z^{-d} &= A_{LC} \\ \underbrace{A(z-1)R'}_{\text{agrupando}} + BS z^{-d} &= A_{LC} \\ \underbrace{[A(z-1)]}_{A_1} R' + BS z^{-d} &= A_{LC} \end{aligned}$$

Finalmente queda de la siguiente forma la Ecuación Diophantine:

$$A_1 R' + B S z^{-d} = A_{LC} \quad (3.55)$$

Haciendo los siguientes arreglos:

$$\begin{aligned}
 A_{LC} = P_m A_o &= (z^2 + a_{m1} z + a_{m2})(z^2 + a_{o1} z + a_{o2}) = z^4 + a_{c1} z^3 + a_{c2} z^2 + a_{c3} z + a_{c4} \\
 A_1 = (z-1)A(z) &= (z-1)(z^2 + a_1 z + a_2) = z^3 + (a_1 - 1)z^2 + (a_2 - a_1)z - a_2 \approx z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3 \quad (3.56) \\
 R' &= r_1 z + r_2
 \end{aligned}$$

Nótese que se ha multiplicado el polinomio $A(z)$ con el termino integral $(z-1)$.

Reemplazando la ecuación 3.56 en 3.55:

$$\begin{aligned}
 (z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3)(r_1 z + r_2) + [(b_1 z + b_2)(s_0 z^2 + s_1 z + s_2)] z^{-d} &= z^4 + a_{c1} z^3 + a_{c2} z^2 + a_{c3} z + a_{c4} \\
 r_1 z^4 + a_1 r_1 z^3 + r_1 a_2 z^2 + a_3 r_1 z + r_2 z^3 + a_1 r_2 z^2 + a_2 r_2 z + a_3 r_2 + [b_1 s_0 z^3 + (b_1 s_1 + b_2 s_0)z^2 + \dots \\
 \dots + (b_1 s_2 + b_2 s_1)z + b_2 s_2] z^{-d} &= z^4 + a_{c1} z^3 + a_{c2} z^2 + a_{c3} z + a_{c4} \\
 r_1 z^4 + (a_1 r_1 + r_2)z^3 + (r_1 a_2 + a_1 r_2)z^2 + (a_3 r_1 + a_2 r_2)z + a_3 r_2 + [b_1 s_0 z^3 + (b_1 s_1 + b_2 s_0)z^2 + \dots \\
 \dots + (b_1 s_2 + b_2 s_1)z + b_2 s_2] z^{-d} &= z^4 + a_{c1} z^3 + a_{c2} z^2 + a_{c3} z + a_{c4}
 \end{aligned}$$

Igualando términos:

$$\begin{aligned}
 r_1 &= 1 \\
 a_1 r_1 + r_2 + b_1 s_0 &= a_{c1} \approx a_{o1} + a_{m1} \\
 r_1 a_2 + a_1 r_2 + b_1 s_1 + b_2 s_0 &= a_{c2} \approx a_{o2} + a_{m1} a_{o1} + a_{m2} \\
 a_3 r_1 + a_2 r_2 + b_1 s_2 + b_2 s_1 &= a_{c3} \approx a_{m1} a_{o2} + a_{m2} a_{o1} \\
 a_3 r_2 + b_2 s_2 &= a_{c4} \approx a_{m2} a_{o2}
 \end{aligned} \quad (3.57)$$

Hallando su representación matricial que es igual a la matriz de Sylvester, entonces su implementación en MatLab es sencillo y fácil, solo debemos tener en cuenta la estructura de controlador (grados de los polinomios A , B , R y S ; claro esta que debemos usar dicha matriz de Sylvester).

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & b_1 & 0 & 0 \\ a_2 & a_1 & b_2 & b_1 & 0 \\ a_3 & a_2 & 0 & b_2 & b_1 \\ 0 & a_3 & 0 & 0 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ s_0 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a_{c1} \\ a_{c2} \\ a_{c3} \\ a_{c4} \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Claro esta antes de utilizar al polinomio R debemos multiplicarlo por la parte integral $(z - 1)$, es decir:

$$R(z) = (z-1)R' = (z-1)(r_1 z - r_2) \approx r_0 z^2 + r_1 z - r_2 \quad (3.59)$$

3.6.3 OBTENCIÓN Y APLICACIÓN DE LA LEY DE CONTROL.

La ley de control de asignación de polos esta dada por:

$$R u(k) = T w(k) - S y(k) \quad (3.59)$$

donde $R(z^{-1}) = r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2}$
 $S(z^{-1}) = s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2}$
 $T(z^{-1}) = t_0 + t_1 z^{-1} + t_2 z^{-2}$

Reemplazando se obtiene:

$$(r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2})u(k) = (t_0 + t_1 z^{-1} + t_2 z^{-2})w(k) - (s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2})y(k) \quad (3.60)$$

Hallando su representación en ecuaciones de diferencias:

$$\begin{aligned} r_0 u(k) + r_1 u(k-1) + r_2 u(k-2) &= t_0 w(k) + t_1 w(k-1) + t_2 w(k-2) - \dots \\ &\dots - s_0 y(k) - s_1 y(k-1) - s_2 y(k-2) \end{aligned} \quad (3.61)$$

Despejando en función de $u(k)$:

$$r_0 u(k) = -r_1 u(k-1) - r_2 u(k-2) - s_0 y(k) - s_1 y(k-1) - s_2 y(k-2) + t_0 w(k) + t_1 w(k-1) + t_2 w(k-2)$$

En el instante $k = 1$

$$u(1) = \frac{1}{r_0} (t_0 w(1) - s_0 y(1)) \quad (3.62)$$

En el instante $k=2$

$$u(2) = \frac{1}{r_0} (-r_1 u(1) - s_0 y(2) - s_1 y(1) + t_0 w(2) + t_1 w(1)) \quad (3.63)$$

En el instante $k=3$

$$u(3) = \frac{1}{r_0} (-r_1 u(2) - r_2 u(1) - s_0 y(3) - s_1 y(2) - s_2 y(1) + t_0 w(3) + t_1 w(2) + t_2 w(1)) \quad (3.64)$$

Note los valores actuales en cada instante k , entonces, para la implementación del algoritmo de control, se hace un pre-cálculo de la ley de control:

$$\begin{aligned} \text{pre_}u &= [-r_1u(2) - r_2u(1)] + [-s_1y(2) - s_2y(1)] + [t_1w(2) + t_2w(1)] \\ \text{pre_}u &= [-r_1u(k-1) - r_2u(k-2)] + [-s_1y(k-1) - s_2y(k-2)] + [t_1w(k-1) + t_2w(k-2)] \end{aligned} \quad (3.65)$$

Entonces, para el primer instante $k=1$, se tiene la condición inicial de un $\text{pre_}u = 0$, entonces se tiene la siguiente expresión de la ley de control:

$$u(k) = \frac{1}{r_0} (t_0w(k) - s_0y(k) + \text{pre_}u) \quad (3.66)$$

Nótese que la ley de control se determinó a partir de la resolución de la ecuación característica en lazo cerrado (Ecuación Diophantine), es decir, mediante dicha ecuación se determina el grado de los polinomios del controlador adaptivo, además del valor de sus coeficientes.

En la figura 3.12 muestra el diagrama funcional del controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos.

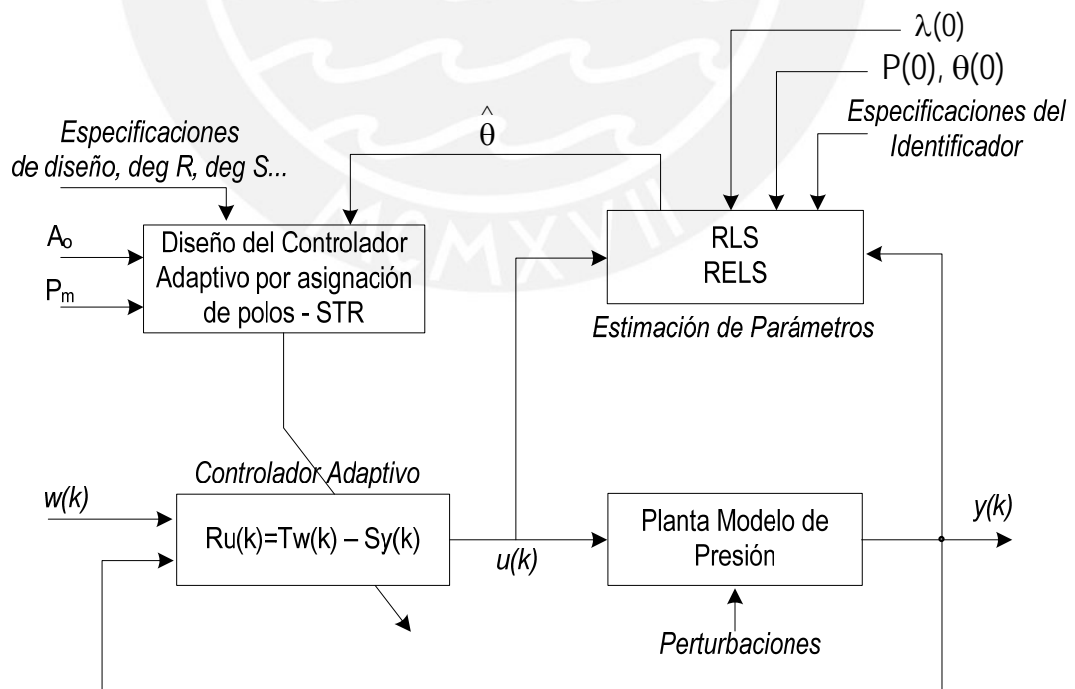


Figura 3.12 Diagrama funcional del controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos aplicado a la Planta Modelo de Presión

3.6.4 SELECCIÓN DE LOS POLOS DESEADOS, P_m y A_o .

La selección de los polos deseados en lazo cerrado para el controlador y el observador, se determinan desde el punto de vista del desempeño general del sistema (basados en los requisitos de respuesta transitoria y/o respuesta en frecuencia como velocidad, factor de amortiguamiento relativo o ancho de banda). En muchos casos prácticos, la selección de los polos se reduce a un punto intermedio entre una respuesta rápida y la sensibilidad a perturbaciones o al ruido en la medición. Es decir, si aumentamos la velocidad de la respuesta, entonces, por lo general aumentan los efectos adversos de las perturbaciones y de ruido en la medición.

Nótese que los polos deseados para el controlador y para el observador son independientes uno del otro. Los polos deseados en lazo cerrado para el controlador se seleccionan en forma tal que el sistema satisfaga los requisitos de desempeño. Los polos del observador por lo general se seleccionan para que la respuesta del observador sea mucho más rápida que la respuesta del sistema. Una regla práctica es escoger una respuesta de observador por lo menos cuatro a cinco veces más rápida que la respuesta del sistema, en algunos casos, escoger todos los polos del observador en el origen (para una respuesta con oscilaciones muertas). En vista de que el observador no es por lo general, una estructura de hardware, sino un programa de computadora, es posible aumentar la velocidad de respuesta u obtener la respuesta con oscilaciones muertas de forma que el estado observado converja con rapidez al estado verdadero. La velocidad máxima de respuesta del observador queda generalmente limitada sólo por los problemas de ruido y de sensibilidad involucrados en el sistema de control.

Selección de los polos deseados en lazo cerrado.

La selección de los polos deseados en el plano z , se realiza a partir de los polos deseados en tiempo continuo tal como mostramos a continuación:

$$(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) (s + \alpha\omega_n) \quad (3.67)$$

donde :

$$s_0 = -\alpha\omega_n \quad (3.68)$$

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

donde ζ es el factor amortiguamiento, y determinara la respuesta del sistema, es decir, para que el sistema de control sea su respuesta suficientemente rápida y amortiguada, el factor de amortiguamiento debe estar entre 0.4 y 0.8, para valores menores a 0.4 presenta sobreimpulso

excesivo y para valores mayores de 0.8 responde lentamente; ω_n es el ancho de banda o la frecuencia natural no amortiguada, y α es factor del polo insignificante por lo regular debe ser grande, puede ser desde 1 hasta ∞ .

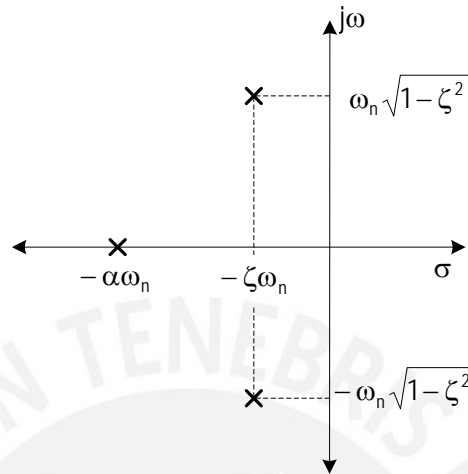


Figura 3.13 Grafica de los polos deseados en el Plano s

Podemos observar que tenemos un par de polos conjugados quienes dominarán el comportamiento de respuesta transitoria, mientras que el polo real que se ubican más a la izquierda del plano s no influyera en la respuesta (o su contribución a la respuesta será insignificante).

Mapeo de los polos deseados al Plano Z.

Podemos mapearlos en el plano z a través de la relación $z = e^{sh}$, donde h es el tiempo de muestreo.

$$\begin{aligned} z_0 &= e^{(-\alpha\omega_n)h} \\ z_{1,2} &= e^{(-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})h} \end{aligned} \tag{3.69}$$

Los polos en el plano z:

$$\left(z - e^{(-\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})h} \right) \left(z - e^{(-\zeta\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})h} \right) \left(z - e^{-\alpha\omega_n h} \right) \tag{3.70}$$

Finalmente se tiene ecuación deseada en el plano z:

$$(z^2 + p_1z + p_2) (z - p_0) \tag{3.71}$$

La selección de los polos del observador se elige para que sean por lo menos dos veces más rápidos que la respuesta del sistema, se tiene la siguiente estructura:

$$(s^2 + 2\beta\zeta\omega_n s + (\beta\omega_n)^2)(s + \beta\alpha\omega_n) \quad (3.72)$$

Donde $\beta \approx 2, 3, 4, \dots$

En el caso que se quiera obtener una respuesta con oscilaciones muertas, se deben escoger todos los polos del observador en el origen, se puede la siguiente estructura:

$$A_o(z) = (z + a_0)^2 \quad (3.73)$$

donde $a_0 = -e^{\left(\frac{-2\beta}{T_u}\right)h}$, β es factor de diseño por lo regular es 1, T_u es la periodo ultimate (frecuencia critica de oscilación sostenida).

La selección y mapeo de los polos deseados, tanto para el controlador P_m y el observador A_o se ha implementado en la función M-file *poledeseados.m*, donde debemos ingresar el factor de amortiguamiento, el tiempo de asentamiento, el factor β para los polos del observador y el tiempo de muestreo, nos devuelve los polos para el controlador P_m y el observador A_o , en tiempo discreto.

3.7 IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB DEL CONTROLADOR ADAPTIVO DE AUTO-SINTONIZACIÓN.

Para la implementación del controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos se utilizó un software en Tiempo Real, se desarrolló usando el Toolbox de Real-Time Windows Target v2.2 de MatLab v6.5 para generar el código ejecutable en tiempo real y para la programación grafica se desarrolló usando Simulink, que es un entorno grafico y fácil de usar.

Se ha desarrollado 2 librerías para la implementación de controlador adaptivo de auto-sintonización, la primera se ha implementado para la simulación usando S-Functions con M-File, y la segunda se ha utilizado librerías de Simulink que se han ejecutado en Tiempo Real (Real-Time Windows Target).

La librería *Lib_adaptivoSF.mdl* se ha usado para simular el controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos a partir de funciones diseñadas en S-Function con M-File, los cuales pueden ser usadas con fines didácticos o de diseño y nos permite sintonizar los parámetros de forma adecuada y/o modificarlas a medida que lo requiera el controlador, pero estos no se pueden implementar en tiempo real.

En la figura 3.14 muestra la Librería de Control Adaptivo – STR implementada con S-Function, donde se encuentran los subsistemas necesarios para la implementación del controlador y la programación de las funciones se encuentran en los archivos M-File *cadapt.m*; *dis_poly.m*; *rst.m*; *diophantine.m*; *phiarx.m*; *phiarmax.m* y *recursivo.m*.

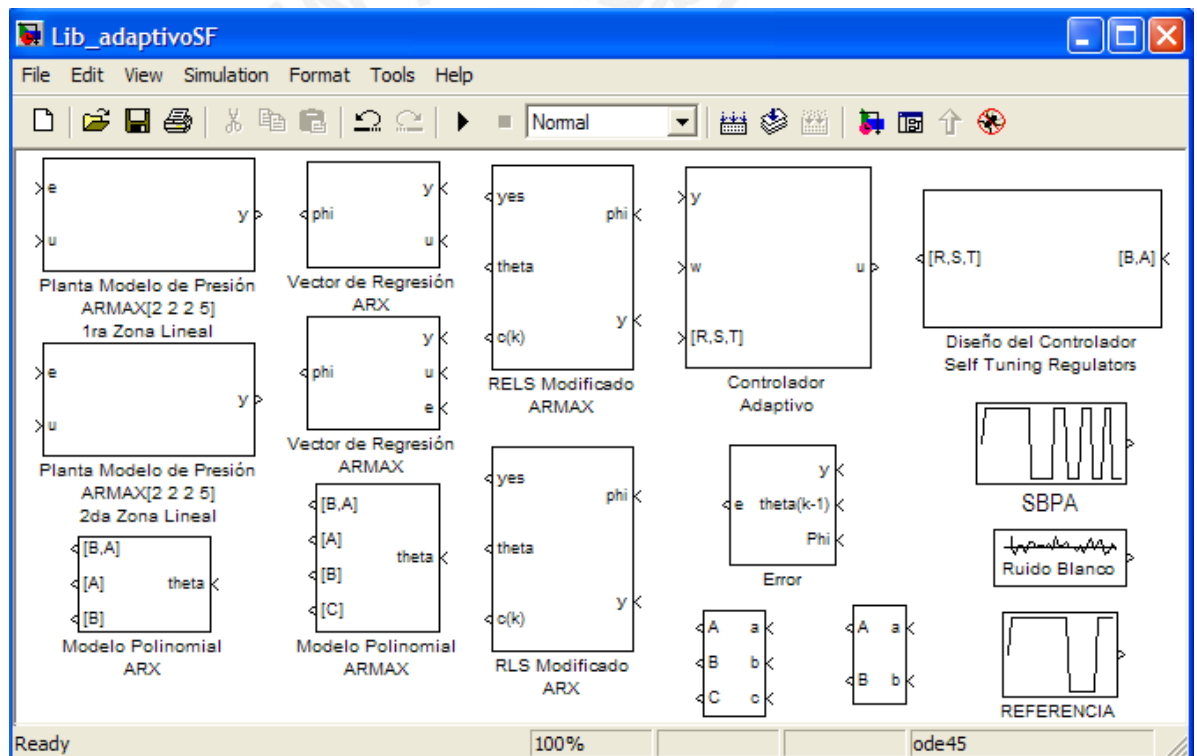


Figura 3.14 Librería del Control Adaptivo-STR mediante Asignación de Polos implementada con S-Function, M-File

En la figura 3.15 y 3.16 muestran los diagramas de simulación para el controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos aplicado a la Planta Modelo de Presión, estos difieren por el uso del método de identificación recursiva, (método recursivo de mínimos cuadrados - RLS y el método recursivo de mínimos cuadrados extendidos - RELS).

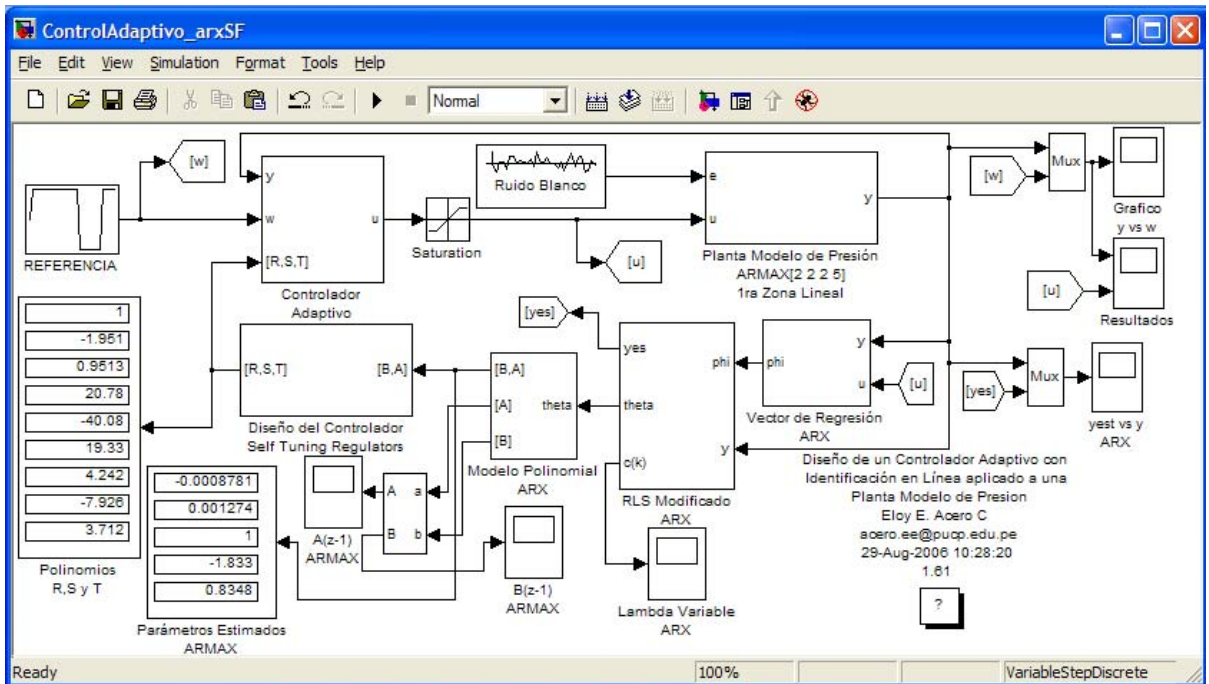


Figura 3.15 Diagrama de simulación para el controlador adaptivo – STR mediante asignación de polos, usando la identificación recursivo de mínimos cuadrados – RLS.

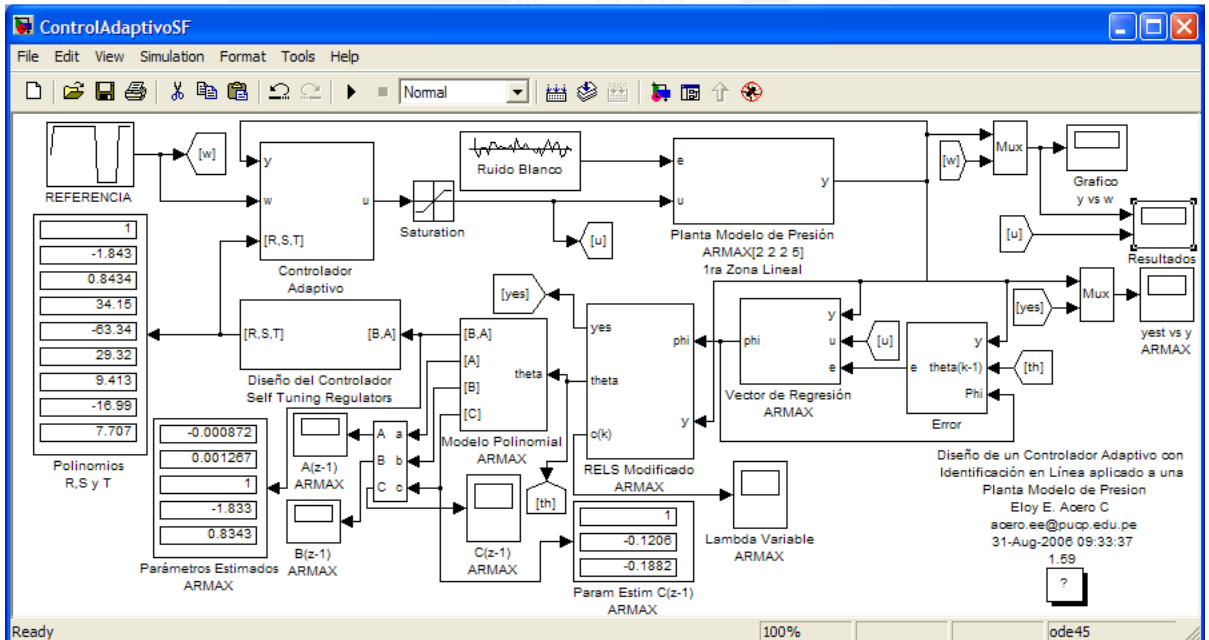


Figura 3.16 Diagrama de simulación para el controlador adaptivo – STR mediante asignación de polos, usando la identificación recursivo de mínimos cuadrados extendidos – RELS.

En la figura 3.17 muestra la librería *Lib_adaptivo.mdl* para la implementación en tiempo real del controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos, en esta librería encontramos los subsistemas que se emplean para la implementación del programa en simulink, este programa va generar el código ejecutable en tiempo real.

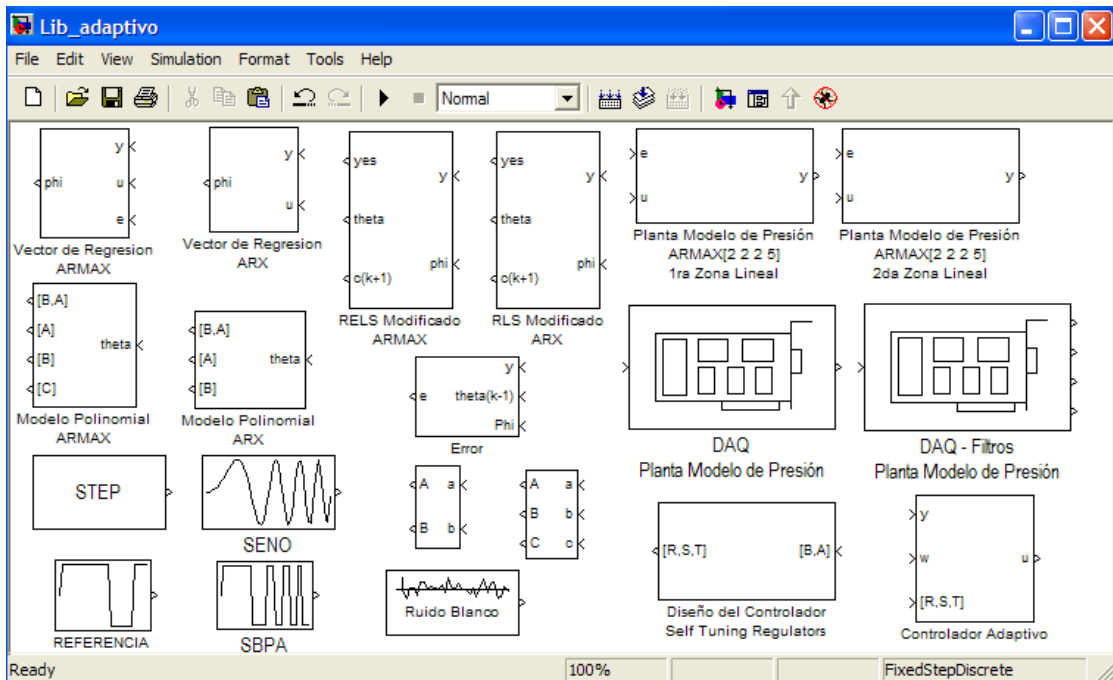


Figura 3.17 Librería del control adaptivo – STR mediante asignación de polos para la Implementación en Tiempo Real

Para la implementación en tiempo real del controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos se ha utilizado el método de identificación recursiva de mínimos cuadrados extendidos – RELS que usa la estructura del modelo ARMAX, este permite identificar la parte determinística y la parte estocástica del proceso con un promediador móvil, además con este identificador se obtuvieron mejores resultados en la identificación en línea vistas en el Capítulo 2, por lo tanto se ha tomado como base el diagrama de simulación mostrado en la figura 3.16, donde solo se ha modificado el subsistema Planta Modelo de Presión por el subsistema DAQ Planta Modelo de Presión (adquisición de datos), para la implementación real.

En la figura 3.18 muestra la implementación real del diagrama del controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos aplicado a la Planta Modelo de Presión.

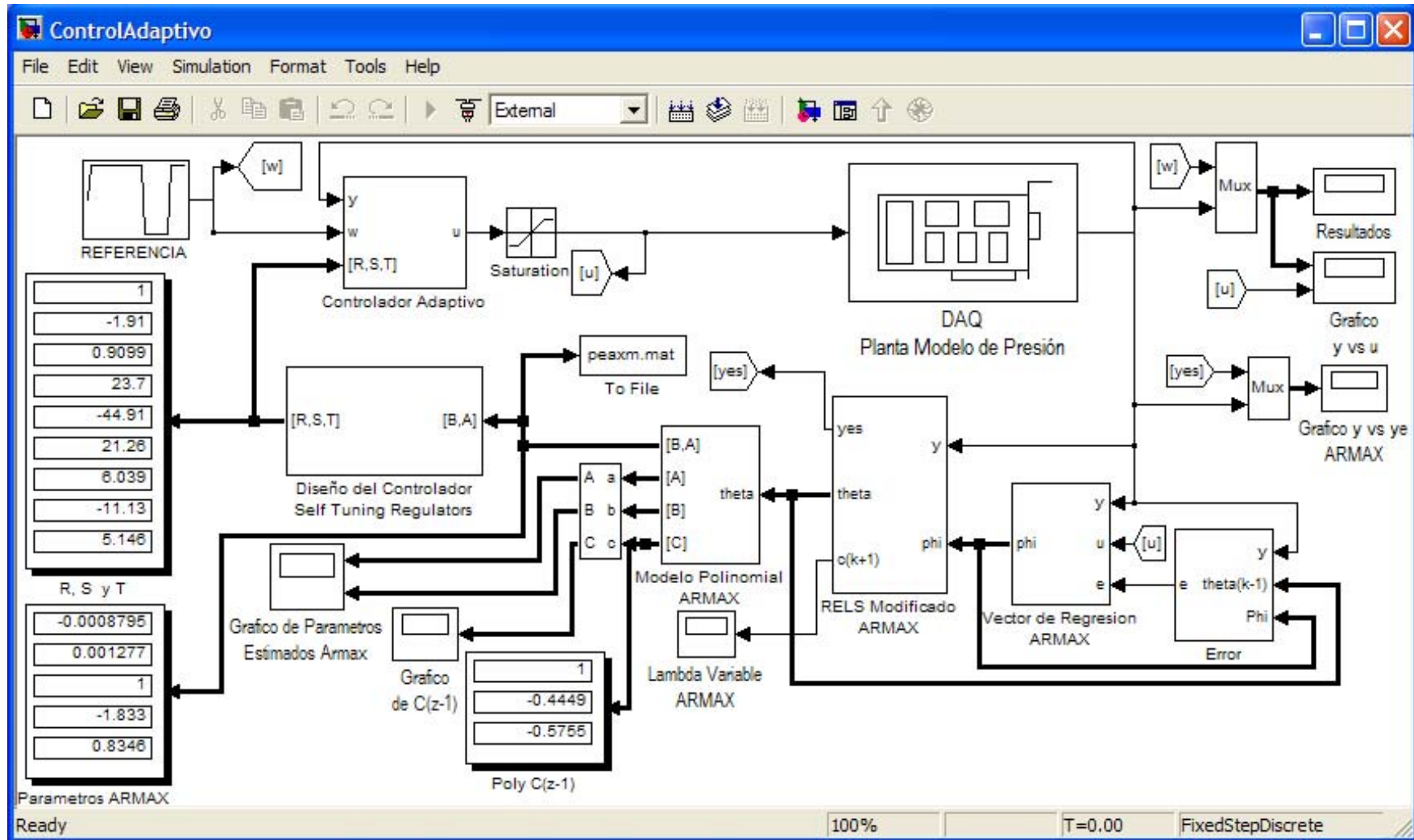


Figura 3.18 Diagrama de la implementación real del Controlador Adaptivo de Auto-sintonización mediante asignación de polos aplicado a la Planta Modelo de Presión.

Para la ejecución del programa ControlAdaptivo.mdl en tiempo real debemos de instalar el Kernel Real-Time Windows Target y realizar un serie de configuraciones que se necesitan para ejecutar dicho programa, los pasos se detallan en el Anexo 01.

3.8 PRUEBAS Y RESULTADOS.

Teniendo en cuenta las premisas puestas de manifiesto en los apartados anteriores se procedió realizar las simulaciones, para luego implementarlas en la planta real.

3.8.1 RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES DEL CONTROLADOR ADAPTIVO.

En esta sección se muestran las Simulaciones del Controlador Adaptivo de Auto-sintonización mediante Asignación de Polos. Dichas simulaciones se muestran en las figuras posteriores donde los parámetros de sintonización que presentamos cumplen con el objetivo de control.

Se ha escogido como especificaciones de diseño en el dominio del tiempo, un factor de amortiguamiento $\zeta = 0.8$ y un tiempo de asentamiento $t_s = 10$ seg. Con el que se calculo la frecuencia natural en: $\omega_n = \frac{4}{\zeta t_s}$ donde $\omega_n = 0.5$ rad/seg, y el factor de los polos del observador es $\alpha = 2$.

En la figura 3.19 muestra los resultados de la simulación para el controlador adaptivo usando la identificación recursiva de mínimos cuadrados – RLS. La simulación se realizó considerando una trayectoria deseada de 5 al 15% de presión deseada en el tanque, se utilizó la expresión 3.28 como modelo de la planta y una varianza igual a cero para generar el ruido gaussiano ($V = 0$). Donde los resultados obtenidos son: el tiempo de establecimiento es de aproximadamente 15 seg, el sobrepaso máximo porcentual es de aproximadamente 1.5% y el error en estado estacionario es nulo.

Se obtuvo la siguiente ley de control adaptivo $R(z^{-1})u(k) = T(z^{-1})w(k) - S(z^{-1})y(k)$:

$$\begin{aligned}
 u(k) = & 1.91u(k-1) - 0.91u(k-2) - 23.80y(k) + 45.90y(k-1) - 21.34y(k-2) + \dots \\
 & \dots + 6.07w(k) - 11.18w(k-1) + 5.17w(k-2)
 \end{aligned} \quad (3.74)$$

donde los parámetros del controlador no varia en tiempo, esto es debido a que la dinámica de la planta no sufre variación alguna (no existe perturbación $V=0$).

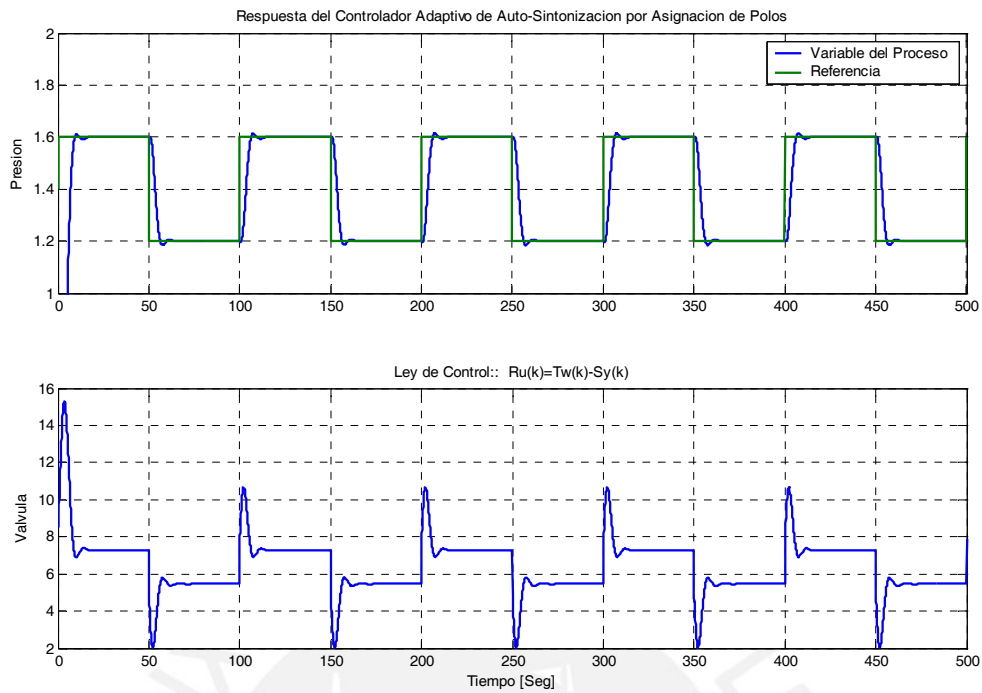


Figura 3.19 Resultados del sistema ante una entrada 5 al 15% de trayectoria deseada, con una varianza de ruido gaussiano $V = 0$

En la figura 3.20 muestra los resultados de la simulación para una varianza de ruido gaussiano $V = 0.01$, las especificaciones de diseño son las mismas de la simulación anterior.

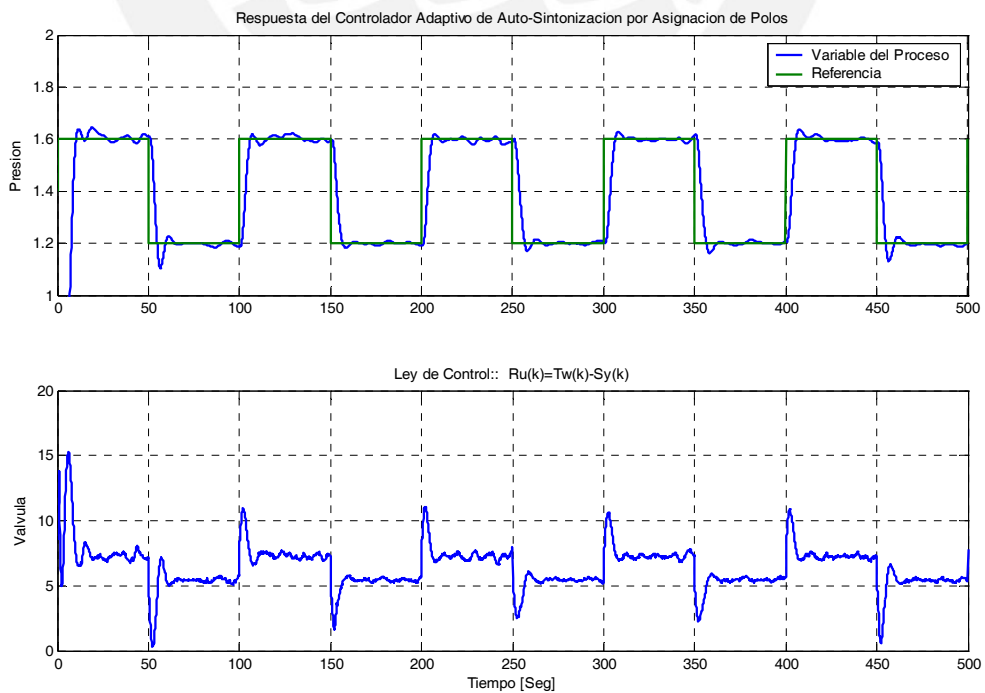


Figura 3.20 Resultados del sistema ante una entrada 5 al 15% de la trayectoria deseada, con una varianza de ruido gaussiano $V = 0.01$

En la figura 3.20 se obtuvieron los siguientes resultados de la simulación: el tiempo de establecimiento es de aproximadamente 18 seg, el sobrepaso máximo porcentual es de aproximadamente 5% y el error en estado estacionario es igual a 2%. Note que se ha incrementado estos valores con respecto a la anterior simulación.

Es importante mencionar como va transcurriendo la simulación el controlador adaptivo va convergiendo a sus parámetros más óptimos o adecuados, es decir se está adaptando a las incertidumbres que presenta la planta y por consiguiente esta minimizando el error existen en el sistema.

También podemos observar que la ley de control presenta una magnitud grande al inicio del control; la cual es limitada en el programa para su implementación real. Nótese que la ley de control es susceptible a los parámetros de sintonización (debido a los polos del controlador y del observador)

En la figura 3.21 muestra la variación de los parámetros del controlador adaptivo debido a las perturbaciones existentes en el sistema.

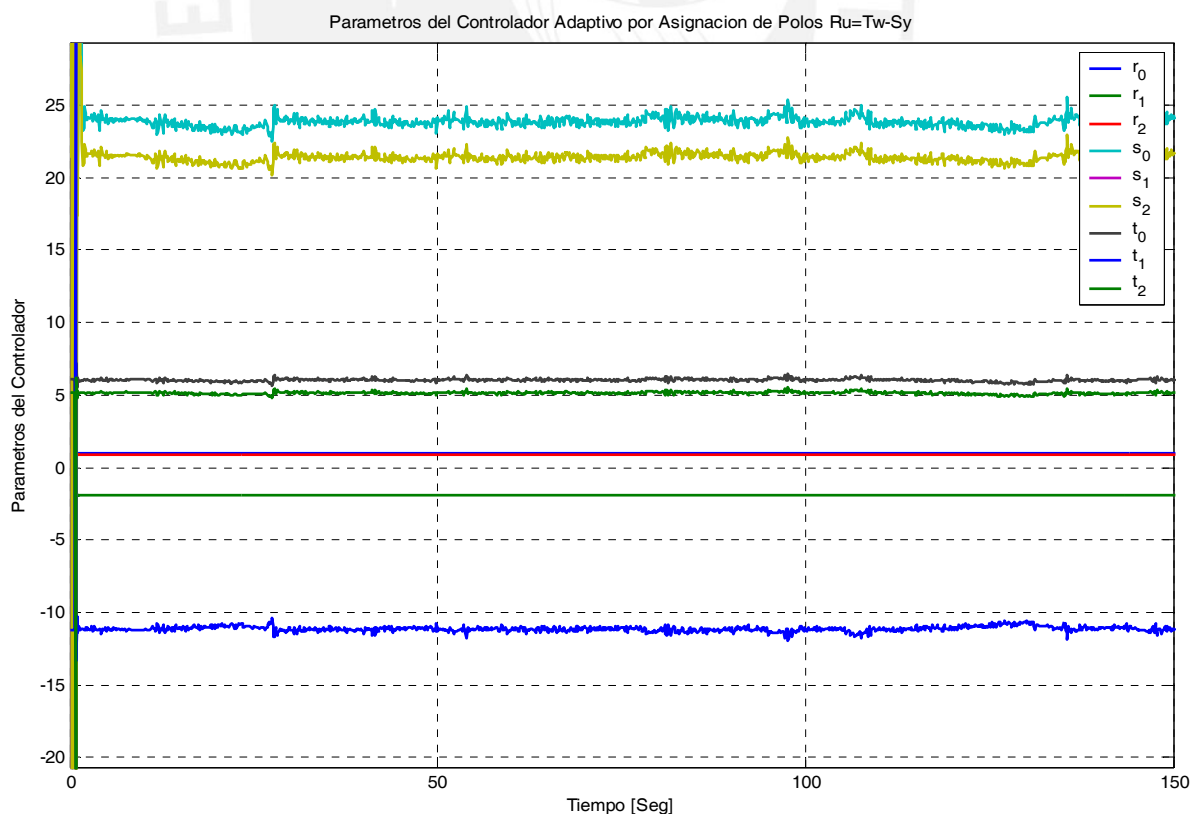


Figura 3.21 Adaptación de los parámetros del controlador adaptivo, ante una varianza de ruido gaussiano $V=0.01$

En la figura 3.22 muestra los resultados de la simulación para las misma especificaciones de diseño anterior ($\zeta=0.8$, RLS), sólo se ha modificado el tiempo de asentamiento $t_s = 5$ seg con el que se calculó una frecuencia natural, $\omega_n = 1$ rad/seg y el factor de los polos del observador en $\alpha=1$. la varianza que se utilizó para generar el ruido gaussiano sigue en 0.01 ($V=0.01$).

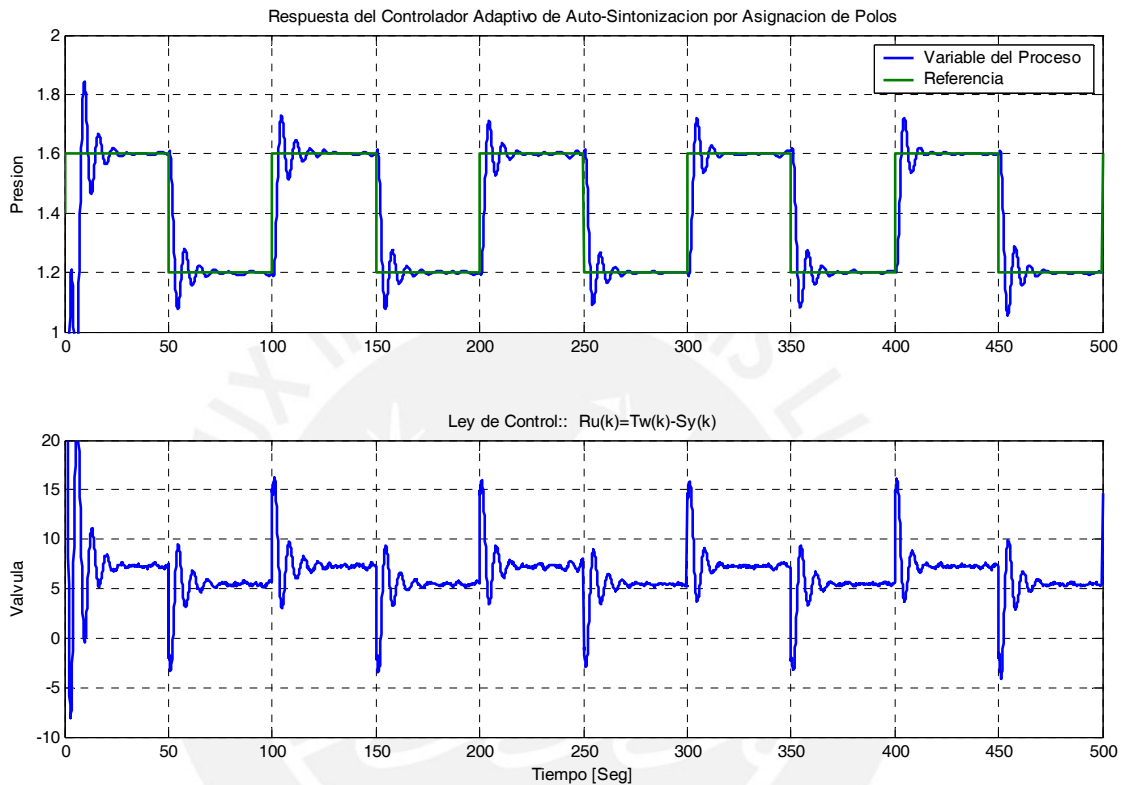


Figura 3.22 Resultados del sistema ante una entrada 5 al 15% de la trayectoria deseada, se ha variado el tiempo de asentamiento a 5seg y la varianza de ruido gaussiano a 0.01

Como se puede observar en los resultados obtenidos de la simulación: el tiempo de establecimiento es de aproximadamente 20 seg, el sobrepaso máximo porcentual es de aproximadamente 12% y el error en estado estacionario es aproximadamente 0.5%. Nótese que se ha mejora el error en estado estacionario y la ley de control presenta picos, es decir ha saturado.

En la figura 3.23 muestra la simulación del controlador adaptivo usando la *identificación recursiva de mínimos cuadrados extendidos RELS*. La simulación se realizó con las siguientes especificaciones de diseño: factor de amortiguamiento $\zeta = 0.8$, tiempo de asentamiento $t_s = 5$ seg., frecuencia natural $\omega_n = 1$ rad/seg y el factor de los polos del observador es $\alpha=1$, se consideró una trayectoria deseada de 5 al 15% de presión deseada en el tanque, el utilizó la expresión 3.28 como modelo de la planta y una varianza igual a 0.01 para generar el ruido gaussiano.

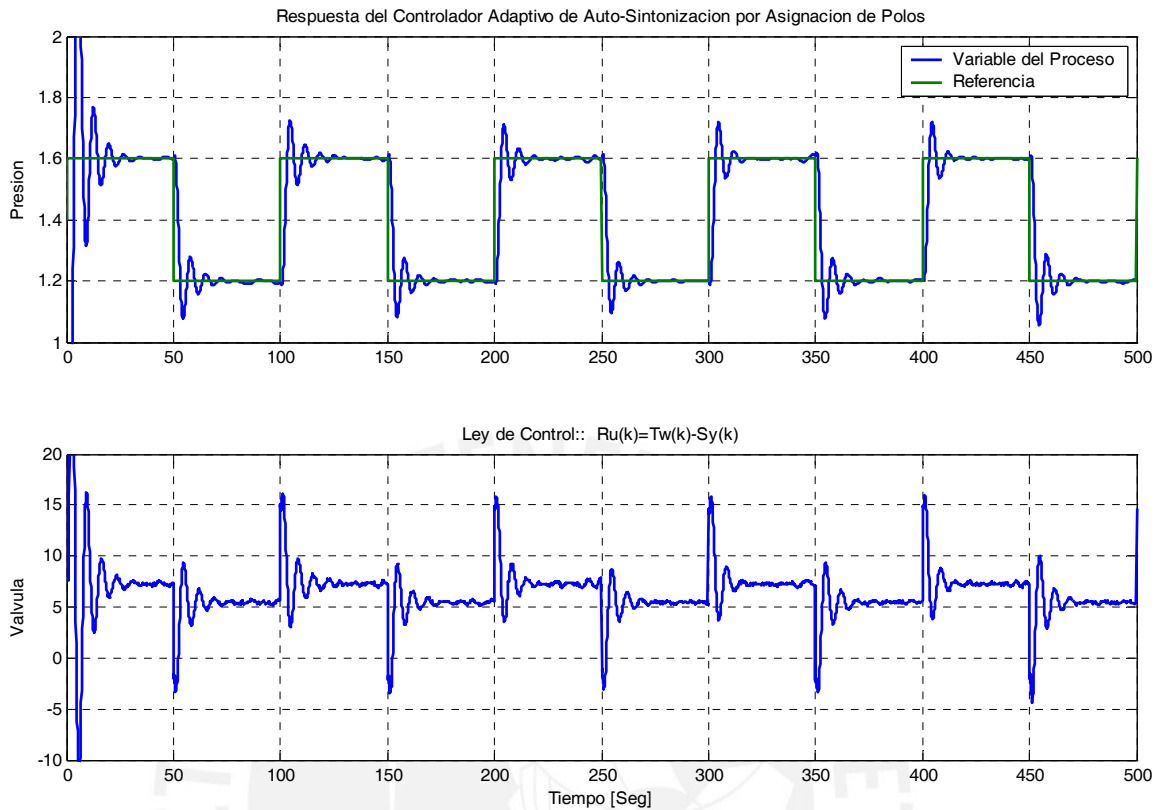


Figura 3.23 Resultados del sistema ante una entrada 5 al 15% de la trayectoria deseada, considerando la identificación recursiva de mínimos cuadrados extendidos RELS y una varianza de ruido gaussiano $V = 0.01$

Como se puede observar en los resultados obtenidos de la simulación: el tiempo de establecimiento es de aproximadamente 15 seg, el sobrepaso máximo porcentual es de aproximadamente 12.65% y el error en estado estacionario es aproximadamente 0.45%. Nótese que se ha mejora el tiempo de establecimiento y el error en estado estacionario, pero en cambio, se ha incrementado el sobrepaso máximo porcentual y la ley de control ha saturado.

En la figura 3.24 muestra los resultados de la simulación con las misma especificaciones de diseño anterior ($t_s = 5$ seg, $\alpha = 1$, RELS), sólo se ha modificado el factor de tiempo de amortiguamiento $\zeta=0.85$, con el que se calculó una frecuencia natural, $\omega_n = 0.9412$ rad/seg y la varianza que se utilizó para generar el ruido gaussiano sigue en 0.01 ($V=0.01$).

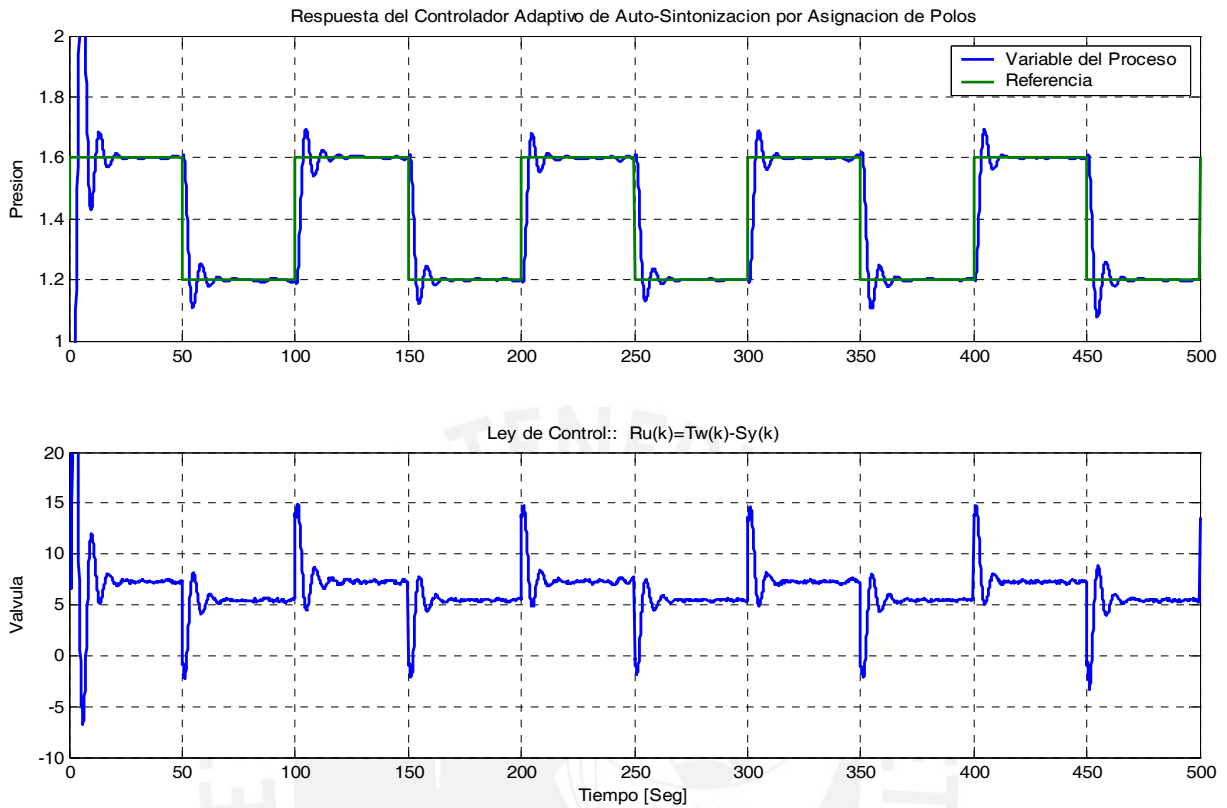


Figura 3.24 Resultados del sistema ante una entrada 5 al 15% de la trayectoria deseada, considerando la identificación en línea RELS, factor de amortiguamiento $\zeta = 0.85$ y una varianza de ruido gaussiano $V = 0.01$

Los resultados obtenidos son los siguientes: el tiempo de establecimiento es de aproximadamente 15 seg., el sobrepaso máximo porcentual es de aproximadamente 9.2% y el error en estado estacionario es aproximadamente 0.75%, nótese que los valores han mejorado con respecto a la simulación anterior.

La figura 3.25 muestra los resultados de la simulación del controlador adaptivo STR usando como modelo de la planta la expresión descrita en la ecuación 3.29. La simulación se realizó considerando las especificaciones de diseño siguientes: factor de amortiguamiento $\zeta = 0.85$, tiempo de asentamiento $t_s = 5$ seg, frecuencia natural, $\omega_n = 0.9412$ rad/seg y el factor de los polos del observador es $\alpha=1$. Se ha considerado una trayectoria deseada de 30 al 60% de presión deseada en el tanque, el algoritmo de identificación en línea utilizado es RELS, la varianza del ruido gaussiano es igual a 0.05.

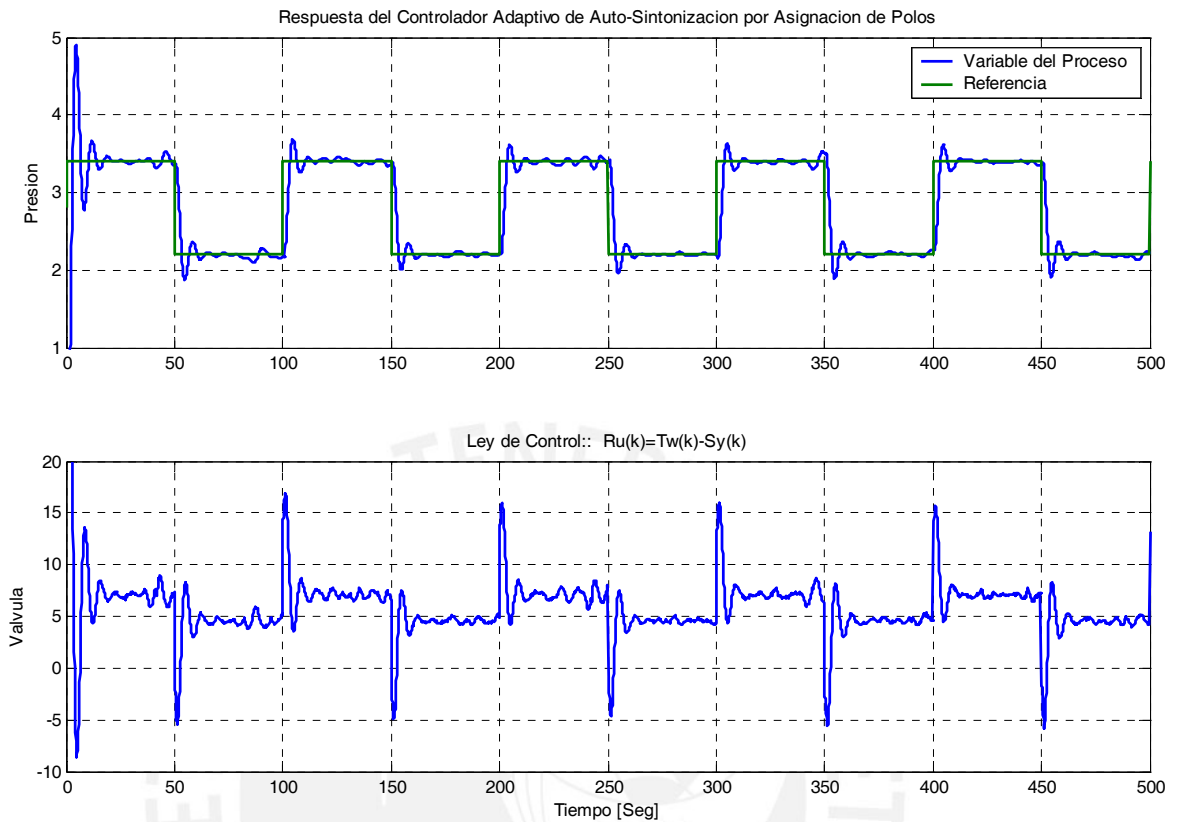


Figura 3.25 Resultados del sistema ante una entrada 30 al 60% de trayectoria deseada, considerando identificación en línea RELS, factor de amortiguamiento $\zeta = 0.85$, tiempo de asentamiento $t_s = 5\text{seg}$ ($\alpha=1$) y una varianza de ruido gaussiano $V = 0.05$

Como se puede observar los resultados obtenidos de la simulación: el tiempo de establecimiento del sistema es de aproximadamente 10 seg, el sobrepaso máximo porcentual es de aproximadamente 20% y el error en estado estacionario es aproximadamente 3%.

En la figura 3.26 muestra la adaptación de los parámetros del controlador adaptivo, esta convergencia no necesariamente tienen que converger a los valores de los polinomios del controlador (Ecuación 3.74), pero si encontrar una estabilidad al sistema a pesar de las incertidumbres presentes.

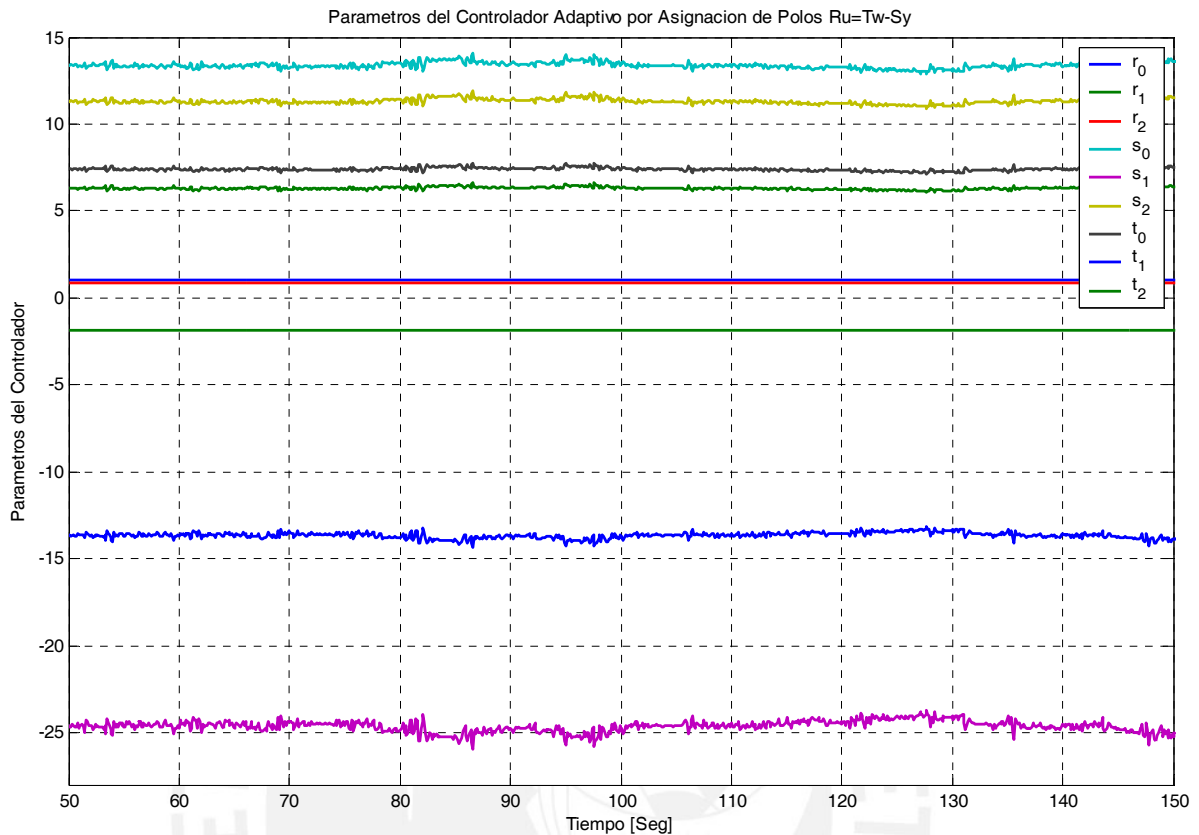


Figura 3.26 Adaptación de los parámetros del controlador adaptivo, considerando identificación en línea RELS, factor de amortiguamiento $\zeta = 0.85$, tiempo de asentamiento $t_s = 5\text{seg}$ ($\alpha = 1$) y una varianza de ruido gaussiano $V = 0.05$

La figura 3.27 muestra los resultados de la simulación del controlador adaptivo STR usando como modelo de la planta la expresión descrita en la ecuación 3.29. La simulación se realizó considerando las especificaciones de diseño siguiente: factor de amortiguamiento $\zeta = 0.85$, tiempo de asentamiento $t_s = 10$ seg, frecuencia natural, $\omega_n = 0.4706$ rad/seg y el factor de los polos del observador es $\alpha = 2$. Se ha considerado una trayectoria deseada de 30 al 60% de presión deseada en el tanque, el algoritmo de identificación en línea utilizado es RELS, la varianza del ruido gaussiano es igual a 0.05.

Como se puede observar los resultados obtenidos de la simulación: el tiempo de establecimiento del sistema es de aproximadamente 10 seg, el sobrepaso máximo porcentual es de aproximadamente 10% y el error en estado estacionario es aproximadamente 10%.

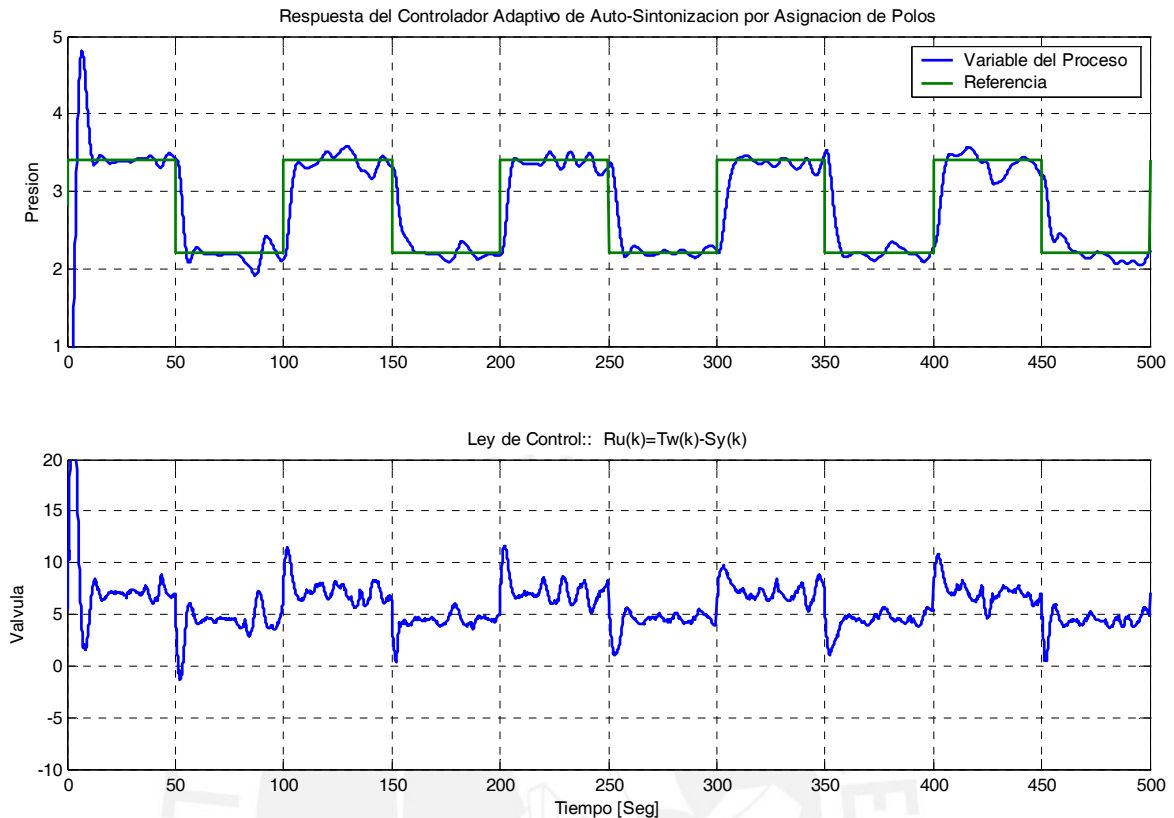


Figura 3.27 Resultados del sistema ante una entrada 30 al 60% de trayectoria deseada, considerando identificación en línea RELS, factor de amortiguamiento $\zeta = 0.85$, tiempo de asentamiento $t_s = 10$ seg ($\alpha = 2$) y una varianza de ruido gaussiano $V = 0.05$

Nótese que el comportamiento de la ley de control adaptivo presenta una magnitud grande al inicio de control, por lo que la ley de control adaptivo es susceptible a los parámetros de sintonización (especificaciones de diseño), y al offset que presenta el modelo experimental, pero este problema es limitada en el algoritmo de control adaptivo y se utilizó la función de *Saturation* de Simulink, para su implementación real.

3.8.2 RESULTADOS EXPERIMENTALES DEL CONTROLADOR ADAPTIVO

Para validar el análisis y el diseño que se realizó, se implementó este controlador adaptivo en la planta modelo de presión. Haciendo funcionar la Planta Modelo de Presión se obtuvo las siguientes datos muestreadas en instantes en que la planta se encontraba en funcionamiento.

La figura 3.28 muestra la data real del control adaptivo, las condiciones iniciales fueron: trayectoria deseada de 15 al 35% de presión en el tanque, ingreso de flujo de aire constante al 40%, el tanque se encuentre con un nivel 15cm de agua aproximadamente y la válvula B de salida se encuentre adecuadamente abierta (con un giro de 360° aproximadamente de su posición completamente cerrada). Se consideró las siguientes especificaciones de diseño: factor de amortiguamiento $\zeta = 0.85$, tiempo de asentamiento $t_s = 5$ seg, frecuencia natural, $\omega_n = 0.9412$ rad/seg y el factor de los polos del observador es $\alpha=2$ (especificaciones para los polos deseados del controlador y del observador).

Nótese que el control de presión alcanza una estabilidad en aproximadamente 10 seg como en las simulaciones, el error de control de presión es de 0.15% (de error en estado estacionario). Además se puede observar que la ley de control no sobrepasa a los ± 10 voltios.

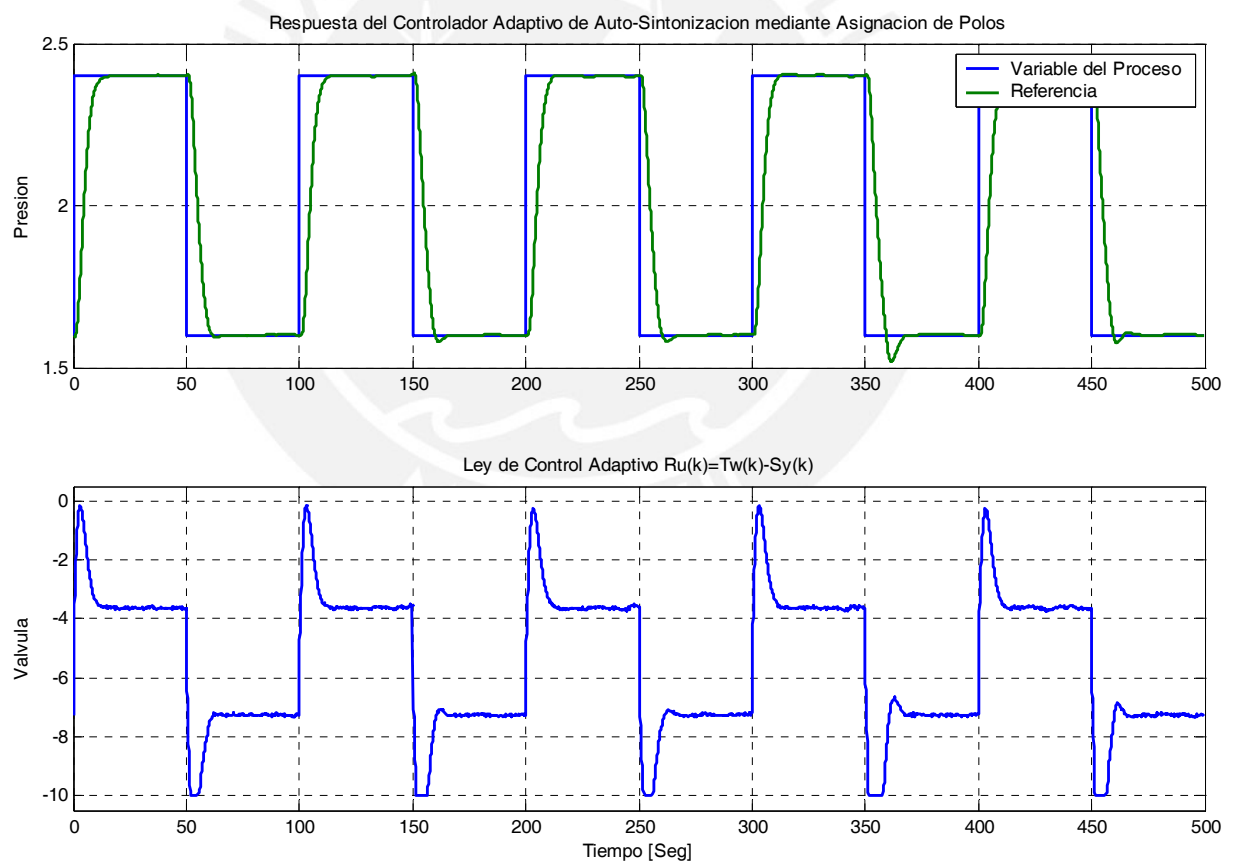


Figura 3.28 Data Experimental del Control Adaptivo de la Planta Modelo de Presión, para una entrada de 15 al 35% de trayectoria deseada.

En la figura 3.29 se observa la data real de la adaptación de los parámetros del controlador adaptivo debido a las incertidumbres presentes en el sistema de control adaptivo.

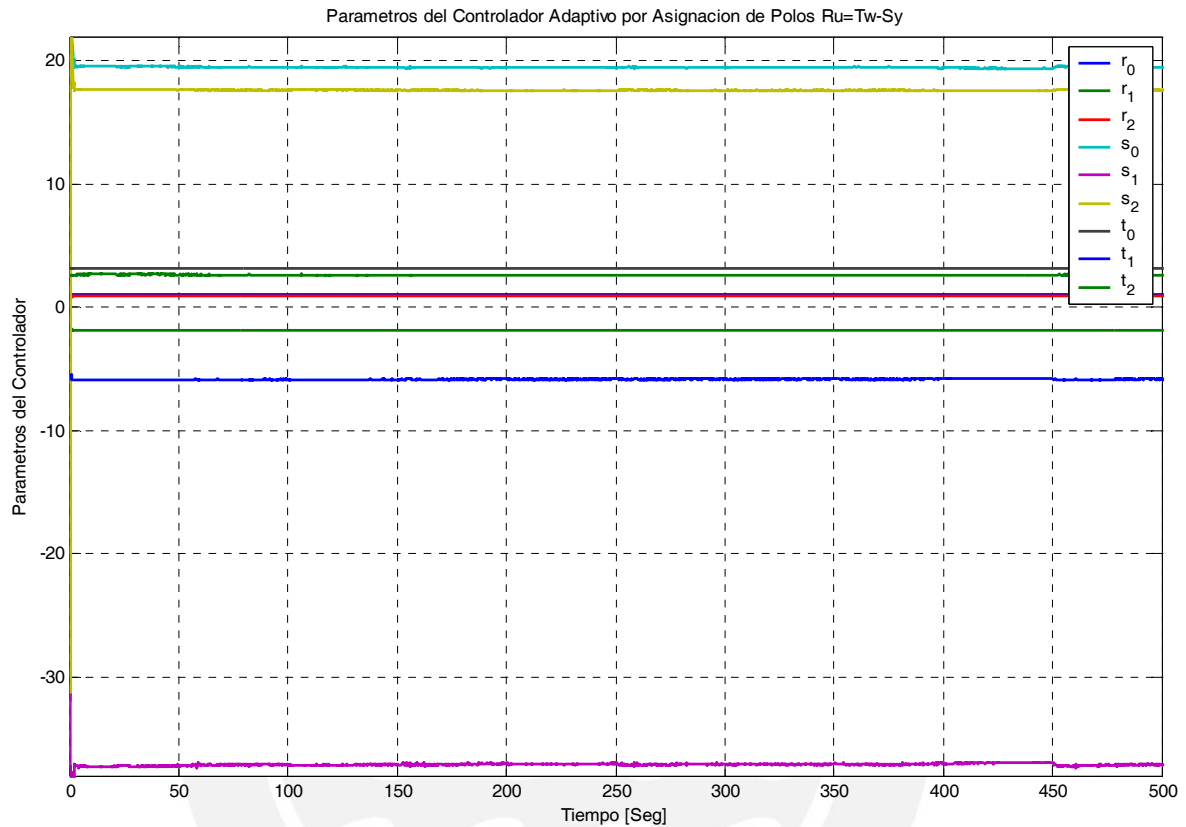


Figura 3.29 Data Experimental de la adaptación de los parámetros del Controlador Adaptivo para la Planta Modelo de Presión, considerando una entrada de 15 al 35% de trayectoria deseada

Como se puede observar de la data experimental, la adaptación de los parámetros del controlador adaptivo converge a la siguiente ley de control adaptivo:

$$u(k) = 1.91u(k-1) - 0.91u(k-2) - 19.48y(k) + 37.07y(k-1) - 17.62y(k-2) + \dots \quad (3.75)$$

$$\dots + 3.19w(k) - 5.82w(k-1) + 2.66w(k-2)$$

Esta ley de control adaptivo es susceptible a los parámetros de sintonización (especificaciones de diseño) y pertenece exclusivamente a las condiciones iniciales descritas o para el rango de operación descrita (trayectoria deseada).

La figura 3.30 muestra la data real del control adaptivo, considerando una trayectoria deseada del 60 al 80 % de presión en el tanque, las condiciones iniciales y especificaciones de diseño fueron las mismas de la experiencia anterior ($\zeta = 0.85$, $t_s = 5$ seg, $\omega_n = 0.9412$ rad/seg y $\alpha=2$).

Nótese que el control de presión alcanza una estabilidad en aproximadamente 10 seg como en las simulaciones, el error de control de presión es de 0.15% (de error en estado estacionario). Además se puede observar que la ley de control no sobrepasa a los ± 10 voltios.

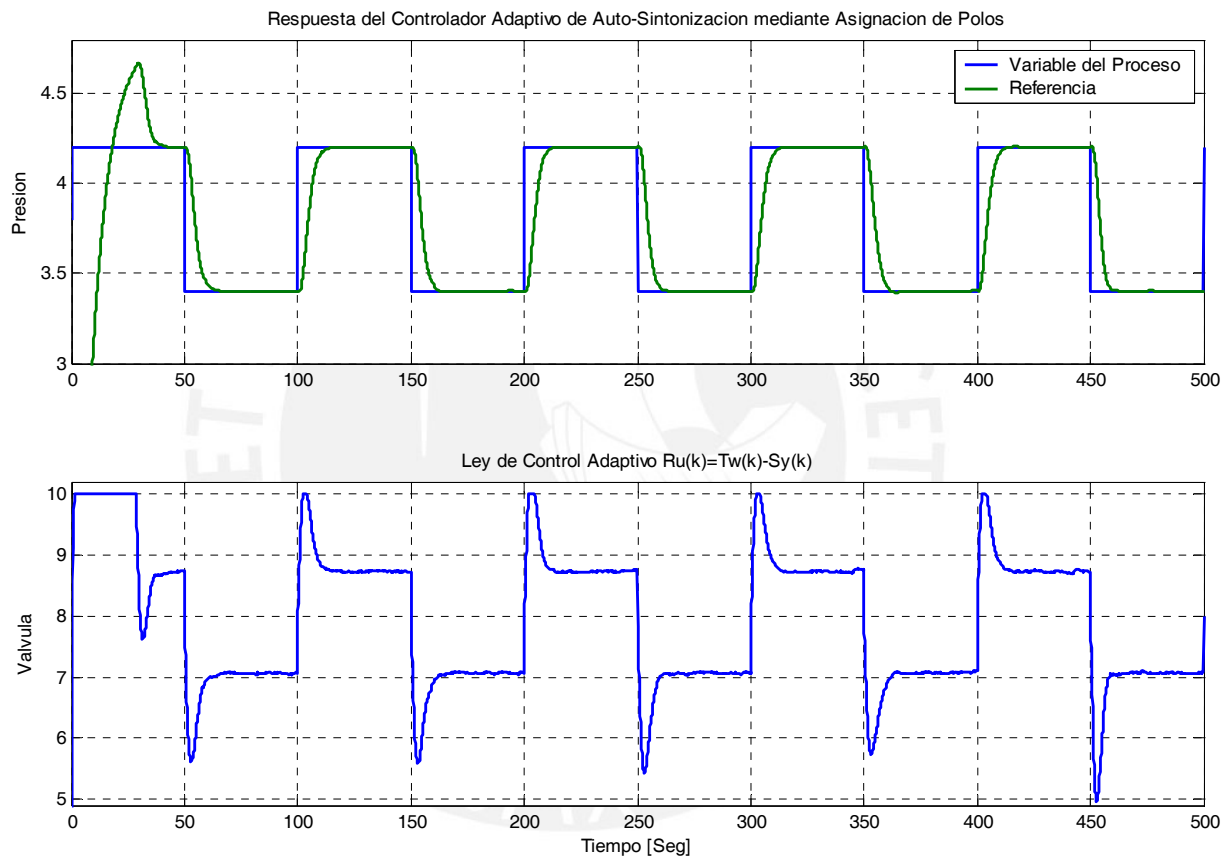


Figura 3.30 Data Experimental del Control Adaptivo de la Planta Modelo de Presión, para una entrada del 60 al 80% de trayectoria deseada.

Nótese el comportamiento de la variable del proceso, presión de aire en el tanque en los primeros 50seg, presenta una magnitud grande al inicio del control (alrededor de 90% de presión de aire), en esos instantes la ley de control adaptivo ha saturado como podemos observar en la figura correspondiente, esto se debe a que el tanque inicialmente estaba vacío, se supone que la presión en el tanque debe encontrarse al 60% de presión de aire al inicio de ejecutar el control del sistema, para

los siguientes periodos no presenta este sobre impulso, esto es debido al buen comportamiento del controlador adaptivo.

En la figura 3.31 se observa la data real de la adaptación de los parámetros del controlador adaptivo debido a las incertidumbres presentes en el sistema de control adaptivo.

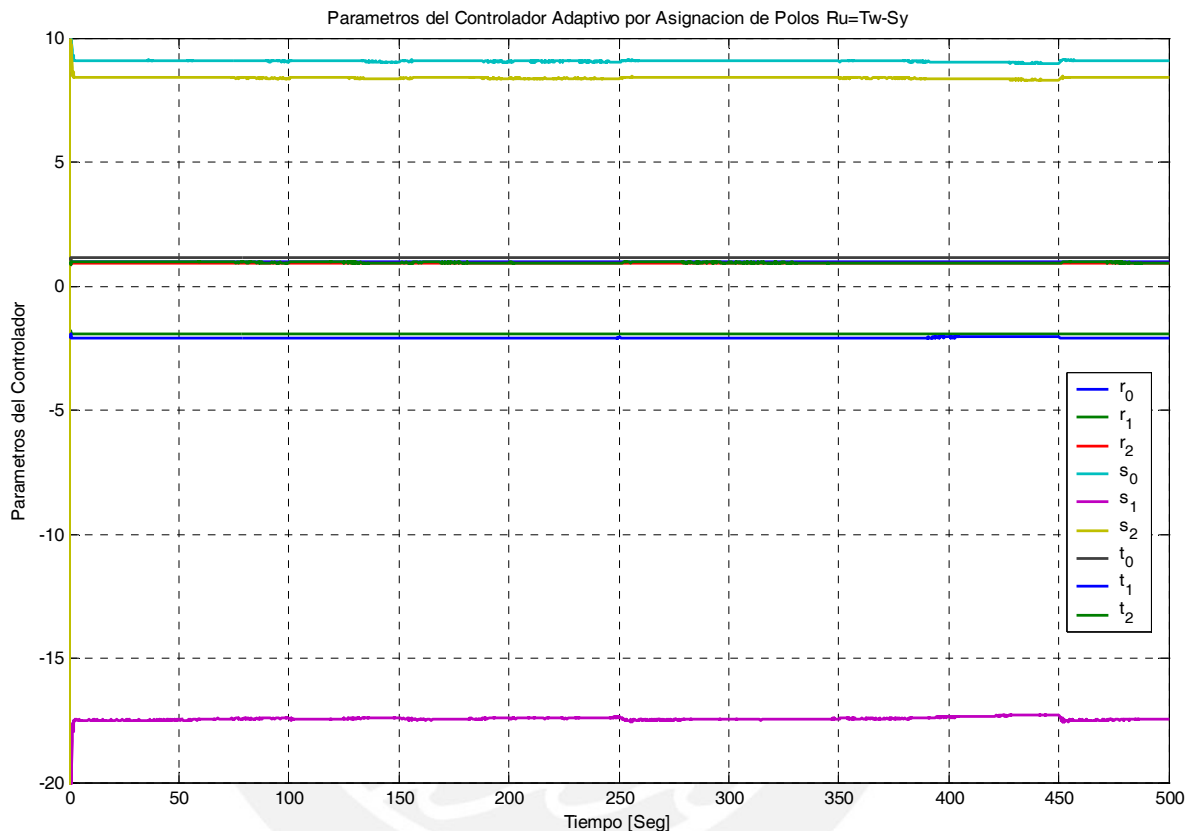


Figura 3.31 Data Experimental de la adaptación de los parámetros del Controlador Adaptivo para la Planta Modelo de Presión, considerando una entrada de 60 al 80% de trayectoria deseada

Como se puede observar de la data experimental, la adaptación de los parámetros del controlador adaptivo converge a la siguiente ley de control adaptivo:

$$\begin{aligned}
 u(k) = & 1.939u(k-1) - 0.94u(k-2) - 9.08y(k) + 17.47y(k-1) - 8.40y(k-2) + \dots \\
 & \dots + 1.146w(k) - 2.086w(k-1) + 0.95w(k-2)
 \end{aligned}
 \tag{3.76}$$

Esta ley de control adaptivo es susceptible a los parámetros de sintonización (especificaciones de diseño) y pertenece exclusivamente a las condiciones iniciales descritas o para el rango de operación descrita (trayectoria deseada).

CONCLUSIONES

Se ha desarrollado el diseño del Controlador Adaptivo de Auto-sintonización usando el método de Asignación de Polos para la Planta Modelo de Presión. La sencillez y la buena performance que proporciona este método en su respuesta, es ideal para aplicarlos en problemas de control que son formulados como un problema de control estocástico.

El Controlador Adaptivo de Auto-sintonización presenta muy buen comportamiento para hacer frente a las no linealidades del proceso. Su principal ventaja es que no se requiere resintonizar el controlador ante cambios significativos en el valor de la referencia deseada o debido a la presencia de perturbaciones. Su sintonía es muy sencilla y práctica, ya que con solo modificar los polos deseados del controlador y del observador se puede determinar la respuesta deseada del sistema. En esta asignación de polos debe de encontrarse un compromiso entre una respuesta rápida y la estabilidad debido al ruido en altas frecuencias. El diseño del controlador se reduce a resolver la Ecuación Diophantine y se ha utilizado la matriz de Sylvester para este fin.

Se ha desarrollado el método de identificación recursiva de mínimos cuadrados – RLS y de mínimos cuadrados extendidos – RELS, el cual ha permitido obtener los parámetros en línea del modelo que describe la dinámica de la Planta Modelo de Presión. La ventaja de usar este método de identificación recursiva en línea, es que modela las incertidumbres ocasionadas por las no-linealidades o por los cambios en el rango de operación del proceso, esto se debe a que en cada instante se esta realizando una actualización de sus parámetros estimados.

La sintonía del identificador recursivo en línea es sencilla y práctica, solo se selecciona la matriz de covarianza inicial en un valor regularmente grande, y se ha solucionado el apagado de la matriz de covarianza que normalmente ocurre al usar este método, por lo que se ha incluido una acotación inferior y superior de la dicha matriz. Para acotarlo inferiormente se le suma una matriz R definida positiva constante y para acotarlo superiormente se ha limitado con la traza de la matriz de covarianza. También se la incluyó un factor de olvido variable con lo que nuestra identificación recursiva en línea es más robusta y eficaz, tal como lo muestran los resultados.

Se obtuvo un tiempo de convergencia de los parámetros de 2 seg para la identificación recursiva de mínimos cuadrados-RLS y de 1 seg para la identificación de mínimos cuadrados extendidos-RELS. Además la identificación recursiva de mínimos cuadrados extendidos-RELS presentó una buena identificación de los parámetros estimados con los reales, es decir, convergen con un mismo rate y proporcionan una buena estabilidad al sistema a pesar de incertidumbres presentes (esto es debido a que usa la estructura del modelo ARMAX para la identificación).

Se obtuvo un tiempo de 10 seg en estabilizar la presión en el tanque, el error de control de presión es de 0.15%, estos resultados son para todo el rango de operación del sistema. Además la ley de control no sobrepasa a los ± 10 voltios (no presenta saturación), y su actualización es en cada periodo de muestreo.

Los resultados experimentales presentados en esta tesis demuestran que el método de diseño de controladores adaptivos de auto-sintonización mediante asignación de polos ofrece un rendimiento superior con respecto a los controladores tradicionales.

RECOMENDACIONES

Utilizar el Controlador Adaptivo de Auto-sintonización mediante Asignación de Polos propuesto en esta tesis a otras aplicaciones, demostrar y difundir sus ventajas o limitaciones.

Utilizar el algoritmo de Identificación Recursivo de Mínimo Cuadrados Extendidos - RELS para la estimación de parámetros de procesos altamente no-lineales o variantes en tiempo.

Como trabajo futuro pendiente queda la extensión de este método al caso multivariable y una comparación exhaustiva con los resultados derivados de la utilización de otros controladores, como Predictivos, Baskstepping, Sliding Mode Control, Neurocontroladores, etc.

BIBLIOGRAFIA

- Aguirre Luís Antonio (2000). *"Introducción a la Identificación de Sistemas"*. Editora UFMG www.editora.ufmg.br
- Astrom K. J. and Wittenmark P.D Bjorn (1980). *"Self-tuning Controllers Based on Pole-zero Placement"*. Proc. IEE Vol. 127-3 pp 120-120.
- Astrom Karl Johan and Wittenmark Bjorn (1995). *"Adaptive Control"*. Addison-Wesley.
- Astrom Karl Johan and Wittenmark Bjorn (1997). *"Computer Control Systems"*. Prentice-Hall.
- Bryson Arthur E. and Ho Jr. Yui-Chi (1995). *"Applied Optimal Control – Optimatization, Estimation, and Control"*. Hemisphere Publishing Corporation Washington DC – USA.
- Chang C. Hang, Tong H. Lee and Weng K. Ho. (1993). *"Adaptive Control"*. Instrument Society of America. USA.
- Dávalos Pinto José Amadeo (2005). *"Identificación de Procesos en Plantas Modelo"*. M.Sc. Tesis, Escuela de Graduados, Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Dorf Richard C. (1989). *"Sistemas Modernos de Control"*. Addison-Wesley.
- Eronini Umez – Eronini (2001). *"Dinámica de Sistema y Control"*. Thomson Learning.

Franklin G. and Powell J.D (1991). *"Control de Sistemas Dinámicos con Retroalimentación"*. Addison Wesley.

Hassan K. Hhalil (1996). *"Nonlinear Systems"*. Michigan State University. Macmillan Publishing Company.

Isermann Rolf, Lachmann K.H. and Matko D. (1992). *"Adaptive Control Systems"*. Prentice-Hall.

Isermann Rolf. (1989). *"Digital Control Systems"*. Springer-Verlag New York.

Landau I.D. (1990) *"System Identification and Control Design"*. Prentice-Hall.

Ljung Lennart (1984). *"Modeling of Dynamic System"*. PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Ljung Lennart (1987). *"System Identification"*. Theory for the User. PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Ljung Lennart (1995). *"System Identification"*. Toolbox for use with MATLAB. The MathWorks.

Massachusetts Institute of Technology. *"Adaptive control for the two degree of freedom Fast Eye Gimbal"*. URL://exodus.mit.edu/jesse/papers/abstracts/2152-abst.html.

Ogata Katsuhiko (1993). *"Ingeniería de Control Moderna"*. Prentice-Hall.

Ogata Katsuhiko (1995). *"Dinámica de Sistemas"*. Prentice-Hall.

Ogata Katsuhiko (1996). *"Sistemas de Control en Tiempo Discreto"*. Prentice-Hall.

Robert H. Bishop (1997). *"Modern Control System Analysis and Design Using MatLab"*. Addison Wesley.

Rodríguez Rubio Francisco y López Sánchez Manuel Jesús (1996). *"Control Adaptivo y Robusto"*. Universidad de Sevilla, España.

Rojas Moreno Arturo (1995). *"Design of self-tuning controllers for processes having multiple unknown time-varying delays"*. Ph.D. Thesis, Utah State University, Logan, UT.

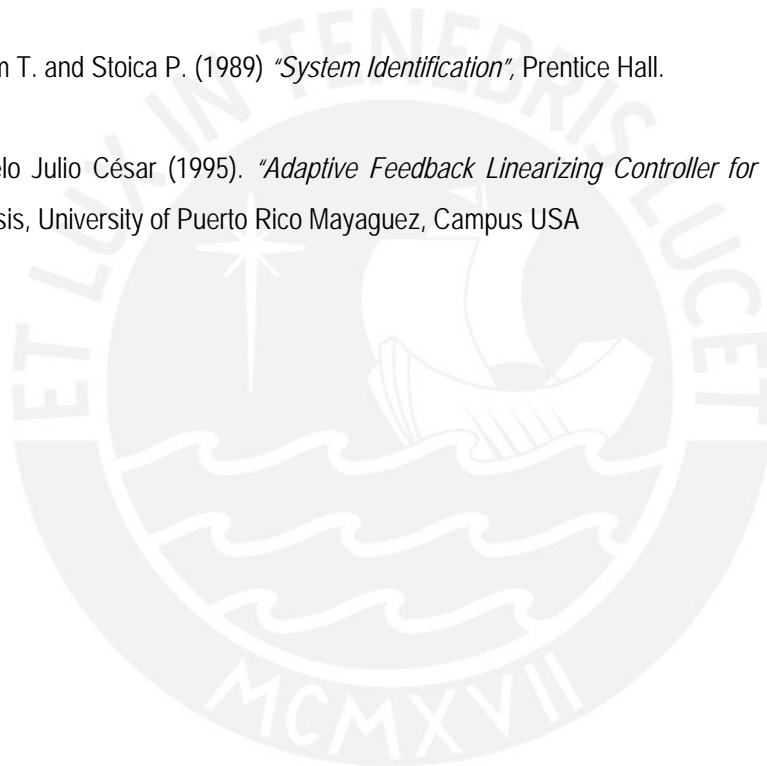
Rojas Moreno Arturo (2001). *"Control Avanzado - Diseño y Aplicaciones en Tiempo Real"*. Universidad Nacional de Ingeniería, Perú.

Simon, A. Schuster Company (1996). *"The Student Edudent of Simulink"*. The Math Works Inc.

Slotine Jean-Jacques E. and Weiping Li (1991). *"Applied Nonlinear Control"*. Prentice-Hall.

Soderstrom T. and Stoica P. (1989) *"System Identification"*, Prentice Hall.

Tafur Sotelo Julio César (1995). *"Adaptive Feedback Linearizing Controller for a DC Shunt Motor"*. M.Sc. Thesis, University of Puerto Rico Mayaguez, Campus USA





ANEXOS

ANEXO 1: Configuraciones en Real-Time Windows Target.

Para la ejecución de los programas en tiempo real, es necesario instalar y realizar algunas configuraciones en Real-Time Windows Target de MatLab.

Instalando el Kernel y escogiendo el compilador para que el Matlab pueda generar el código ejecutable en Tiempo Real.

Verificamos si esta instalado el kernel Real-Time Windows Target. Para esto, ejecute Matlab y escriba lo siguiente en la ventana de comandos:

```
>> rtwintgt -version
```

Le debe aparecer el siguiente mensaje

```
There is no Real-Time Windows Target kernel installed
```

Necesitamos instalar el kernel, para ello ingrese lo siguiente en la línea de comando:

```
>> rtwintgt -setup
```

```
You are going to install the Real-Time Windows Target kernel.
```

```
Do you want to proceed? [y] : y
```

```
The Real-Time Windows Target kernel has been successfully installed.
```

Puede verificar si el kernel de Real-Time Windows Target fue correctamente instalado, para ello ingrese lo siguiente en la línea de comando:

```
>> rtwho
```

```
Real-Time Windows Target version 2.2.0 (C) The MathWorks, Inc. 1994-2002
```

```
Running on ACPI compatible computer.
```

```
MATLAB performance = 100.0%
```

```
Kernel timeslice period = 1 ms
```

Además del Kernel de Real-Time Windows Target, es necesario que se instale un compilador para poder generar el código ejecutable en tiempo real, para ello ingrese lo siguiente en la línea de comando:

```
>> mex -setup
```

```
Please choose your compiler for building external interface (MEX) files:
```

```
Would you like mex to locate installed compilers [y]/n? y
```

Select a compiler:

[1] Lcc C version 2.4 in C:\MATLAB6P5\sysllcc

[2] Microsoft Visual C/C++ version 6.0 in C:\Archivos de programa\Microsoft Visual Studio

Compiler: 2

Please verify your choices:

Compiler: Microsoft Visual C/C++ 6.0

Location: C:\Archivos de programa\Microsoft Visual Studio

Are these correct?(y/n): y

Nótese que debe reiniciar la computadora para el kernel de Real-Time Windows Target funcione correctamente.

Para la ejecución del programa en tiempo real en Simulink/MatLab, debemos configurar las siguientes opciones, para esto se realiza los siguientes pasos:

Ingresamos al menú SIMULATION, luego ingrese al submenú SIMULATION PARAMETERS (Ctrl+E), haga clic con el mouse en REAL-TIME WORKSHOP, tal como se muestra en la figura (a).

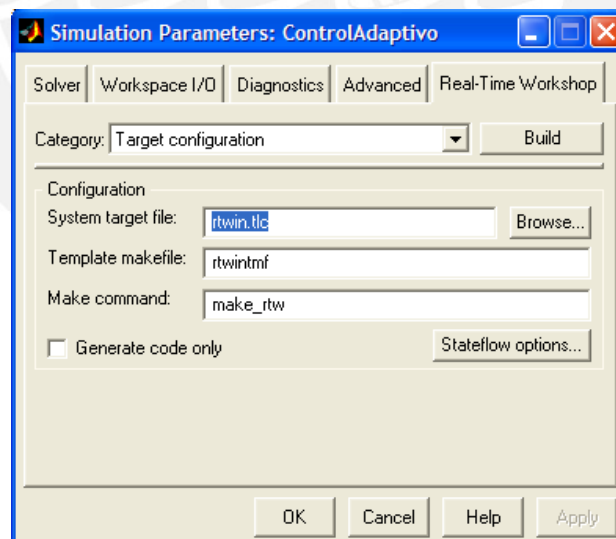


Figura (a) Submenú Simulation Parameters

En este submenú debemos configurar en SYSTEM TARGET FILE con el archivo RTWIN.TLC, esto se configura para la ejecución de Real-Time Windows Target.

Para poder registrar un número elevado de datos, modifique las siguientes opciones:

Ingresé al menú TOOLS, luego ingrese al submenú EXTERNAL MODE CONTROL PANEL y presione el submenú SIGNAL & TRIGGERING tal como se muestra en la figura (b).

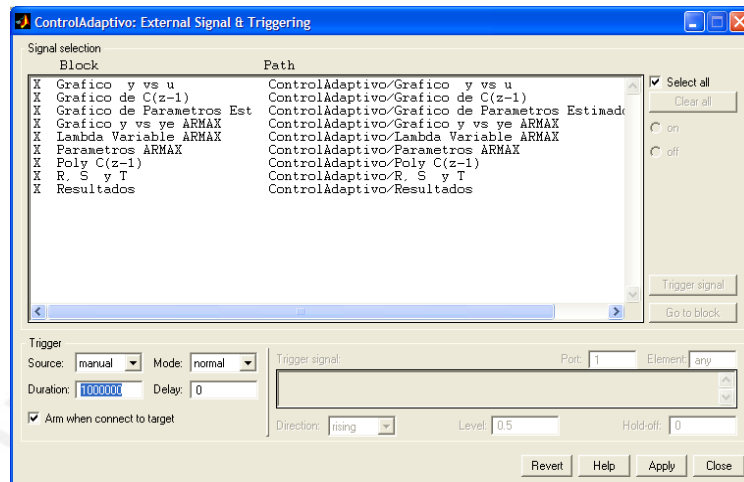


Figura (b) Submenú Signal & Triggering

En la opción de DURATION debe encontrarse un numero igual o mayor de los datos a registrar. Para aceptar los datos presionar CLOSE.

Luego tenemos que configurar los parámetros del SCOPE, ingresando al submenú PARAMETERS.

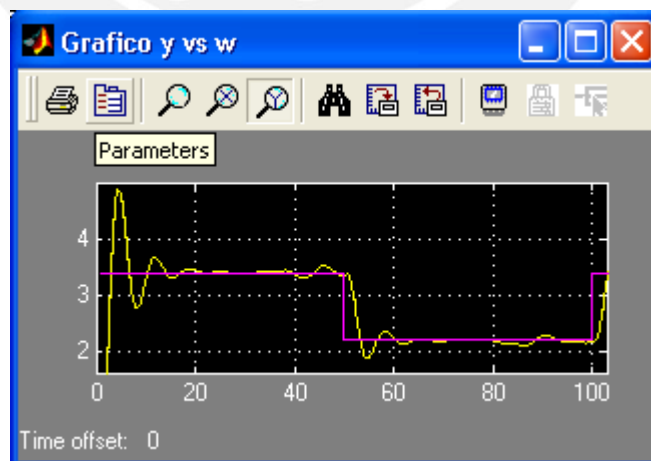


Figura (c) Osciloscopio SCOPE

Luego ingrese al submenú DATA HISTORY, se debe habilitar la opción LIMIT DATA POINTS TO LAST, debe se ingresa un valor igual al de la opción DURATION (del caso anterior). Además para poder guardar y/o registrar los datos debemos habilitar la opción SAVE DATA TO WORKSPACE, ingrese un nombre donde se van ha guardar los datos y cambie el formato a STRUCTURE WITH TIME. Para aceptar los cambios presionar APPLY y luego OK. Tal como se muestra en la figura (d).

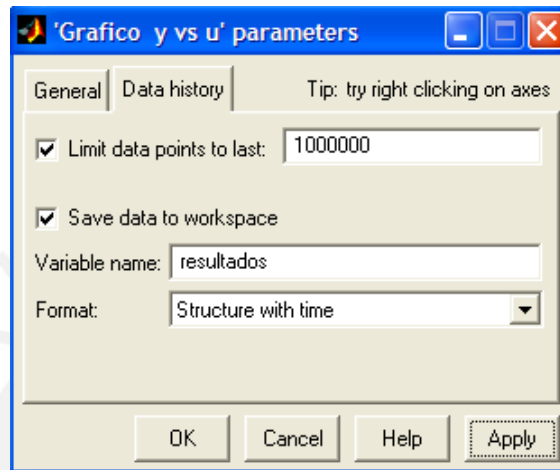


Figura (d) Submenú Data history

Recuerde que debe de modificarse las opciones de todos los SCOPE en el programa que se ha creado en Simulink. Ya casi esta listo la implementación en tiempo real del controlador, solo falta hacer unos ajustes en el menú SIMULATION.

Ingresamos al menú SIMULATION, luego ingrese al submenú SIMULATION PARAMETERS (Ctrl+E), haga clip con el mouse en la opción SOLVER, luego en SOLVER OPTIONS haga clip en TYPE y seleccione FIXED-STEP, luego aparecerá la opción FIXED STEP SIZE donde debe ingresarse el tiempo de muestreo., también en la opción MODE debe estar seleccionado la opción SINGLE TASKING. En la figura (e) muestra el submenú SOLVER.

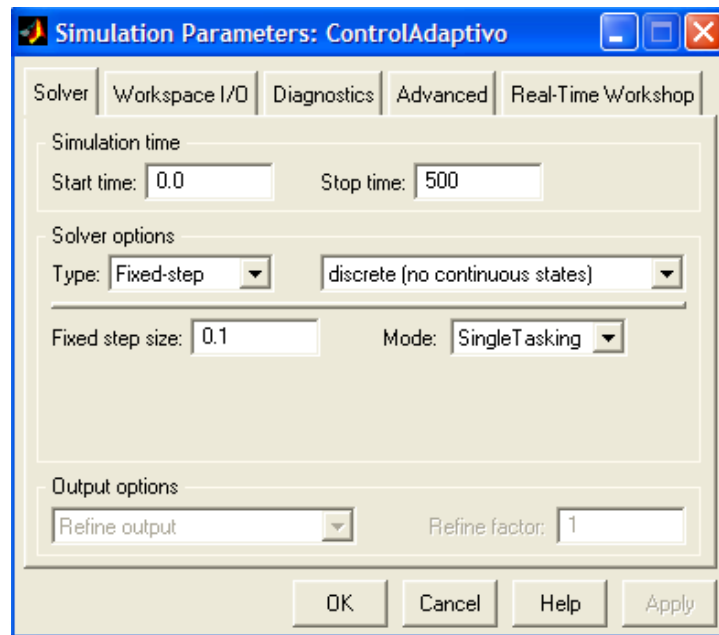


Figura (e) Submenú Simulation Parameters, opción Solver

Antes de ejecutar el programa debemos generar el código en tiempo real, esto se hace compilando el programa, para ello, el barra principal modifique que le modo de ejecución sea externo, ósea EXTERNAL.

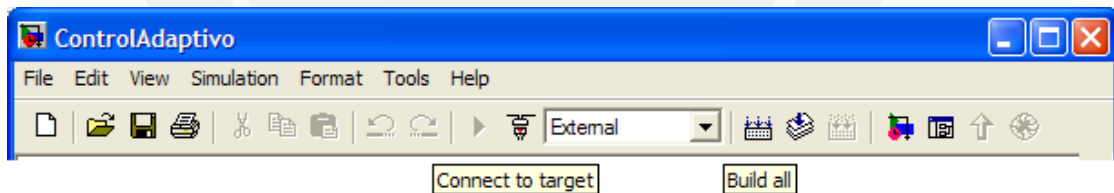


Figura (f) Barra principal del programa Control Adaptivo

Luego presione el icono BUILD ALL para que generar el código ejecutable en tiempo real (Nótese que se debe generar el código cada vez que se modifique el programa de lo contrario solo se genera una sola vez).

Después presione el icono CONNECT TO TARGET que conecta con dispositivo de la tarjeta DAQ-PCI6024E-NI con el programa, esto puede demorar algunos segundos.

Finalmente ejecute el programa haciendo clip con el mouse en el icono ▶, el programa se ejecutara hasta el tiempo de parada STOP TIME, vea la figura (e).

ANEXO 2: Listado del programa S-Functions que genera el vector de regresión PHI

```
function [sys,x0,str,ts] = phiarmax(t,x,input,flag,n,m,q,d,h)

% phiarmax.m es M-file S-function para el vector de regresion Phi usando la estructura del modelo ARMAX
%
% phi(k+1) = [-y(k-1) -y(k-2) ... -y(k-n) u(k-d-1) u(k-d-2)... u(k-d-m) e(k-1) e(k-2)...e(k-q)]'
%
% Inputs: u señal de control, e señal de ruido blanco, y señal de la salida
% Outputs: phi, vector de regresion (x)
% Parametros: m, n, q, numero de parametros; d retardo puro; h, tiempo de muestreo

% Copyright (c) 2005
%      Eloy E. Acero C., PUCP
% Last Modified: June 23, 2006

switch flag,
  case 0,
    [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(n,m,q,d,h);
  case 2,
    sys = mdlUpdate(x,input,n,m,q,d);
  case 3,
    sys = mdlOutputs(x,n,m,q,d);
  case {1,4,9},
    sys = [];
  otherwise
    error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end

function [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(n,m,q,d,h)
sizes = simsizes;
sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates = n+m+q+d;
sizes.NumOutputs = n+m+q;
sizes.NumInputs = 3;
sizes.DirFeedthrough = 0;
sizes.NumSampleTimes = 1;
```



```

sys = simsizes(sizes);

x0 = zeros(m+n+q+d,1);
str = [];
ts = [h 0];

function sys = mdlUpdate(x,input,n,m,q,d)
old_y = x(1:n);
old_u = x(n+1:n+m+d);
old_e = x(n+m+d+1:m+n+q+d);

y = input(1);
u = input(2);
e = input(3);

% vector de regresion
old_y = [y;old_y(1:n-1)];
old_u = [u;old_u(1:m+d-1)];
old_e = [e;old_e(1:q-1)];

x = [old_y;old_u;old_e]; % salida del sistema o estado lo que devuelve
sys = x;

function sys = mdlOutputs(x,n,m,q,d)
old_yf = x(1:n);
old_uf = x(n+1+d:n+m+d);
old_ef = x(n+m+d+1:n+m+q+d);
yph = [old_yf;old_uf;old_ef]; % salida
sys = yph;

```

ANEXO 3: Listado del programa S-Functions del Algoritmo Recursivo de Mínimos Cuadrados.

```

function [sys,x0,str,ts] = recursivo(t,x,u,flag,n,theta_0,P_0,lambda_inicial,c_min,R_dp,So,Trace_max,h)

% recursivo.m es M-file S-function, implementa el Algoritmo de Estimacion Recursiva de Minimos Cuadrados-LS
% este algoritmo incluye un factor de olvido variable, en el rango entre c_min(0.96) y 1(0.99). Al mismo tiempo
% se ha incluido acotación inferior y superior de la matriz de covarianza. Para acodar inferiormente esta matriz
% se le suma una matriz R constante y para acotarla superiormente a la traza de dicha matriz (covarianza).
%
%      y = phi' * theta
%
% Inputs: phi(k+1), vector de regresion; y, la salida del proceso
% Outputs: theta, el vector de parametros estimados; P, matriz de covarianza; c, factor de olvido variable
% Parametros: n, numeros de los parametros a identificar; theta_0, vector inicial de parametros estimados
%      P_0, matriz inicial de covarianza debe ser grande; lambda_inicial, factor de olvido inicial;
%      R_dp, matriz q limita la matriz de Covarianza;
%      So, debe estar relacionada con la suma de errores al cuadrado
%      Trace_max, se denomina Trace Tr(P), cota superior de la Matriz Covarianza;
%      h, tiempo de muestreo

% Copyright (c) 2005
%      Eloy E. Acero C., PUCP
% Last Modified: June 23, 2006

switch flag,
  case 0,
    [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(n,theta_0,P_0,lambda_inicial,h);
  case 2,
    sys = mdlUpdate(x,u,n,c_min,R_dp,So,Trace_max);
  case 3,
    sys = mdlOutputs(x);
  case {1,4,9},
    sys = [];
  otherwise
    error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end

```

```

function [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(n,theta_0,P_0,lambda_inicial,h)
    sizes = simsizes;
    sizes.NumContStates = 0;
    sizes.NumDiscStates = n+1+n^2;
    sizes.NumOutputs = n+1+n^2;
    sizes.NumInputs = n+1; % entradas la dimension de Phi + y
    sizes.DirFeedthrough = 0;
    sizes.NumSampleTimes = 1;

    sys = simsizes(sizes);

    x0 = mdlColumnna(theta_0,P_0,lambda_inicial,n);
    str = [];
    ts = [h 0];

    function sys = mdlUpdate(x,u,n,c_min,R_dp,So,Trace_max)
    [theta,P,lambda] = mdlMatriz(x,n);
    % Entradas phi, y
    phi = u(1:n);
    y = u(n+1);

    e = y - phi**theta; % Calculo del error residual a priori
    L =( P*phi ) / (lambda + phi**P*phi);
    new_theta = theta + L*(y - phi**theta); % Actualizacion de Theta

    new_lambda = 1 - (1 - phi**L)*((y - phi**theta)^2 / So); % Calculo del nuevo Factor de olvido

    if new_lambda < c_min
        new_lambda = c_min;
    elseif new_lambda > 1
        new_lambda = 1;
    else
        new_lambda =new_lambda;
    end

    % Actualizacion de la Matriz de Convarianza
    new_Pc = (eye(n) - L * phi') * P + R_dp;
  
```

```
tr_w=trace(new_Pc/new_lambda); % Se def. Trace Tr(A), a la suma de los elementos Diagonales de una Matriz
```

```
if tr_w > Trace_max
```

```
    new_lambda = 1;
```

```
end
```

```
new_P = new_Pc/new_lambda;          % Actualizando la Matriz de Covarianza
```

```
x = mdlColumna(new_theta,new_P,new_lambda,n);
```

```
sys = x;
```

```
function sys = mdlOutputs(x)
```

```
sys = x;
```

```
% Funciones adicionales, note que x es un vector columna
```

```
function x = mdlColumna(theta,P,lambda,n)
```

```
P_vec = [];
```

```
for j = 1:n
```

```
    P_vec = [P_vec;P(:,j)];
```

```
end
```

```
x = [theta;P_vec;lambda];
```

```
function [theta,P,lambda] = mdlMatriz(x,n)
```

```
theta = x(1:n,1);
```

```
P = [];
```

```
for j = 1:n
```

```
    P = [P,x(j*n+1:(j+1)*n,1)];
```

```
end
```

```
lambda=x(n+n^2+1,1);
```

ANEXO 4: Listado del programa S-Functions que diseña el controlador adaptivo de auto-sintonización mediante asignación de polos de mínimo grado sin cancelación de ceros.

```
function [sys,x0,str,ts] = dis_poly(t,x,u,flag,n_a,n_b,n_r,A_m,A_o,A_r,h);

% dis_poly.m es M-File S-función, que implementa el Controlador Adaptivo de Auto-sintonizacion
% mediante asignacion de polos, de minimo-grado sin cancelacion de ceros.
%
% inputs: u = [B,A], B y A son los polinomios del modelo estimado por Identificacion Recursiva LS
% outputs: R,S y T polinomios, Ru(k) = Tw(k) - Sy(k)
% parametros: n_a, deg A; n_b, deg B; n_r, deg R;
%      A_m, polinomio deseado de lazo cerrado (closed-loop)
%      A_o, polinomio del observador
%      A_r, accion integral pre-determinados de R
%      h es tiempo de muestreo.

% Copyright (c) 2005
%      Eloy E. Acero C., PUCP
% Last Modified: June 23, 2006

switch flag,
case 0,
    [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(n_a,n_b,n_r,h);
case 2,
    sys = mdlUpdate;
case 3,
    sys = mdlOutputs(u,n_b,A_m,A_o,A_r);
case 9,
    sys = [];
otherwise
    error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end
```

```
function [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(n_a,n_b,n_r,h)
```

```
sizes = simsizes;  
sizes.NumContStates = 0;  
sizes.NumDiscStates = 0;  
sizes.NumOutputs = 3*(n_r+1);  
sizes.NumInputs = (n_a+1) + (n_b+1);  
sizes.DirFeedthrough = 1;  
sizes.NumSampleTimes = 1;
```

```
sys = simsizes(sizes);
```

```
x0 = [];  
str = [];  
ts = [h 0];
```

```
function sys = mdlUpdate  
sys = [];
```

```
function sys = mdlOutputs(u,n_b,A_m,A_o,A_r)
```

```
B = u(1:n_b+1)';  
A = u(n_b+2:end)';
```

```
[R,S,T]=rst(B,A,A_m,A_o,A_r);  
sys = [R,S,T]';
```

ANEXO 5: Listado de la función que determina los polinomios R, T y S, del Controlador Adaptivo de Auto-sintonización.

```
function [r,s,t]=rst(b,a,pm,ao,ar);

% rst.m es M_File function, que determina los polinomios R, S y T del Controlador Adaptivo de Auto-sintonizacion
% por asignación de polos, de minimo-grado sin cancelacion de ceros
%
% Calculo de::   R(q) u(k) = T(q) r(k) - S(q) y(k)
%
% Inputs:
% b: El numerador en lazo abierto (ceros)
% a: El denominador en lazo abierto (polos)
% pm: El polinomio deseado en lazo cerrado
% ao: El polinomio del observador
% ar: El factor Integral [1 -1]**k
% Outputs: R,S,T: Los polinomios del controlador STR.

% Copyright (c) 2005
%      Eloy E. Acero C., PUCP
% Last Modified: June 23, 2006

ae = conv(a,ar); % integrador
aopm = conv(pm,ao);

[r1,s] = diophantine(ae,b,aopm);

r = conv(r1,ar);
%bm = b;
t0 = sum(pm)/sum(b);
t = t0*ao;

s = s/r(1);
t = t/r(1);
r = r/r(1);
```


ANEXO 6: Listado de la Función que resuelve la ecuación Diophantine.

```

function [x,y] = diophantine(a,b,c)

% diophantine.m es M-File function que resuelve la ecuacion Diophantine este algoritmo se encuentra en el
% Cap 11, ítem 11.4 del texto Adaptive Control de K.J.Astrom B. Wittenmark
%
%   AR + BS = PmAo
%   [R,S] = diophantine(A,B,PmAo)
%
% Copyright (c) 2005
%       Eloy E. Acero C., PUCP
% Last Modified: June 23, 2006

na = length(a);
nb = length(b);
nc = length(c);
ny = na - 1;

if ny<1,
    x = c/a;
    y = 0;
    return;
end;

nx = nc - ny;
c = [zeros(1,nb-nx-1) c];
nc = length(c);
nx = nc - ny;

if nx<1,
    x = 0;
    y = c/b;
    return;
end;

```

```
b = [zeros(1,nx-nb+1) b];  
za = zeros(1,nx-1);  
zb = zeros(1,ny-1);  
ma = toeplitz([a za],[a(1) za]);  
mb = toeplitz([b zb],[b(1) zb]);  
m = [ma mb];
```

```
if rank(m)<min(size(m)),  
    disp('Problema singular debido a los factores comunes de A y B');  
end;
```

```
xy = c/m';  
x = xy(1:nx);  
y = xy(nx+1:nc);
```



ANEXO 7: Listado del programa S-Functions que implementa la Ley de Control Adaptivo

```

function [sys,x0,str,ts] = cadapt(t,estado,input,flag,n,d,h)

% cadapt.m es M-file S-Function que implementa la Ley de Control Adaptivo del Controlador Adaptivo
% de Auto-sintonzacion mediante asignacion de polos, y tiene la estructura::
%
%  $R(z)u(k) = T(z)w(k) - S(z)y(k)$ 
%
% Los polinomios R,S, y T (todos grado n) son las entradas y puede cambiar durante la simulación.
% Inputs: [R, S, T, w, y]'; R, S, y T, Polinomios del controlador; w, referencia; y, la variable del proceso.
% Outputs: señal de control u
% estados = [old_u, old_y, old_w, pre_u]'; old_u señal de control pasado; old_y valor pasado del proceso;
% old_w valor pasado referencia; pre_u pre-computo de la ley de control.
% Parametros: n grado de R,S, y T,
%     d tiempo retardo
%     h tiempo de muestreo.

% Copyright (c) 2005
%     Eloy E. Acero C., PUCP
% Last Modified: June 23, 2006

switch flag,
case 0,
    [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(n,d,h);
case 2,
    sys = mdlUpdate(n,d,estado,input);
case 3,
    sys = mdlOutputs(n,d,estado,input);
case {1, 4, 9},
    sys = [];
otherwise
    error(['unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end

function [sys,x0,str,ts] = mdlInitializeSizes(n,d,h)

```

```

sizes = simsizes;
sizes.NumContStates = 0;
sizes.NumDiscStates = 3*n+1+d;
sizes.NumOutputs = 1;
sizes.NumInputs = 2+3*(n+1);
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1;

sys = simsizes(sizes);

x0 = [1;zeros(3*n+d+1-1,1)];
str = [];
ts = [h 0];

function sys = mdlUpdate(n,d,estado,input)
% r0u(k)+ r2u(k-1) + r2u(k-2)= t0w(k)+t1w(k-1)+t2w(k-2)-...
% ...-s0y(k-d)-s1y(k-d-1)-s2y(k-d-2)

old_u = estado(1:n); %1 a 2
old_y = estado(n+1:2*n+d); % 2 a 9
old_w = estado(2*n+1+d:3*n+d); % 10 a 11
pre_u = estado(3*n+1+d); % 12

r = input(1:n+1);
s = input(n+2:2*n+2);
t = input(2*n+3:3*n+3);
w = input(3*n+4);
y = input(3*n+5);

% Actualizando los valores de u, y e w
% en el instante k=1
% r0u(k)= t0w(k)-s0y(k-d)+ pre_u
if d==0
    u = 1/r(1)*(t(1)*w - s(1)*y + pre_u);
else
    y = old_y(d+1);
    u = 1/r(1)*(t(1)*w - s(1)*y + pre_u);
end

```

```

%para el instante k=2 el nuevo precomputo para u
u_vec = [u;old_u(1:n-1)];
y_vec = [y;old_y(1:n+d-1)];
w_vec = [w;old_w(1:n-1)];
% se toman los dos ultimos datos
vec_y = y_vec(d+1:d+n);
% precomputo de la ley de control u
pre_u = t(2:n+1)*w_vec - s(2:n+1)*vec_y - r(2:n+1)*u_vec;
% Estados para la S-function
estado(1:n)      = u_vec;
estado(n+1:2*n+d) = y_vec;
estado(2*n+1+d:3*n+d) = w_vec;
estado(3*n+1+d)  = pre_u;
sys = estado;

function sys = mdlOutputs(n,d,estado,input)

r = input(1:n+1)';
s = input(n+2:2*n+2)';
t = input(2*n+3:3*n+3)';
w = input(3*n+4);

if d==0
    y = input(3*n+5);
else
    old_y = estado(n+1:2*n+d);
    y=old_y(d+2);% en instante k (-1-d-1)
end
pre_u = estado(3*n+1+d); %estan los instantes k=2, k=3

% calculo de u
u = 1/r(1)*( t(1)*w - s(1)*y + pre_u );
sys = u;

```