

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINÁMICO DE ESTRUCTURAS METÁLICAS APLICANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Tesis para optar el Título de **Ingeniero Mecánico**, que presenta el bachiller:

Cristian Alfredo Carrasco Angulo

ASESOR: Dr. Ing. Rosendo Franco Rodríguez

Lima, octubre del 2011

RESUMEN

La presente tesis formula y desarrolla el análisis estático y dinámico en sistemas estructurales continuos, mediante las ecuaciones gobernantes de la mecánica de sólidos deformables y el método de los elementos finitos. Así también propone una metodología que enuncia los pasos más relevantes que permitan que el diseño de estructuras no convencionales, cumpla con los criterios establecidos por la norma AISC–LRFD.

La aplicación de la metodología propone 7 pasos secuenciales para el diseño de estructuras no convencionales en un ejemplo concreto de análisis, lo cual permitió demostrar que esta metodología constituye una alternativa eficiente para el diseño pues, al basarse en el método de los elementos finitos, consigue generar resultados óptimos.

Finalmente, la metodología propuesta es aplicable a aquellas estructuras no convencionales en etapa de diseño, lo que presupone un comportamiento elástico–lineal del sistema, para poder aplicar el análisis estático y dinámico en éste. Además, la metodología es factible de aplicar también a estructuras existentes, bajo esta hipótesis de diseño.



TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO

TÍTULO : METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINÁMICO DE ESTRUCTURAS METÁLICAS APLICANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

ÁREA : Diseño # 213


PROPUESTO POR : Dr. Ing. Rosendo Franco Rodríguez

ASESOR : Dr. Ing. Rosendo Franco Rodríguez

TESISTA : Cristian Alfredo Carrasco Angulo

CÓDIGO : 2005.0224

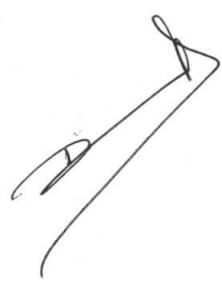
FECHA : 25 de marzo de 2011



DESCRIPCIÓN Y OBJETIVOS:

Este trabajo de tesis relaciona y aplica convenientemente los conceptos del análisis estructural, del diseño antisísmico y del método de los elementos finitos para desarrollar una metodología para el diseño y la evaluación de estructuras metálicas, considerando tanto las convencionales como las no convencionales. Por otro lado, este tema responde a la exigencia de implementar una forma práctica de diseño en respuesta a los métodos de cálculo analíticos eficaces pero poco eficientes al respecto. Además de relacionar los conceptos citados al inicio, la metodología hace referencia y uso apropiado de las normas de construcción AISC-LRFD y la peruana NTE E.030. Por último, se pretende aplicar la metodología a un caso de estudio real.

En consecuencia, el objetivo general de la tesis es desarrollar una metodología para el análisis estático y dinámico de estructuras metálicas aplicando algunas recomendaciones de la norma AISC-LRFD y el Método de los Elementos Finitos.





TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO

**METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINÁMICO
DE ESTRUCTURAS METÁLICAS APLICANDO EL MÉTODO DE
LOS ELEMENTOS FINITOS**

Introducción

1. Estado del arte del diseño estructural
2. Metodología para el análisis estructural aplicando el método de los elementos finitos
3. Ejemplo de aplicación y validación de la metodología propuesta

Conclusiones

Bibliografía

Anexos

Máximo: 100 páginas

Dr. Ing. Rosendo Franco Rodríguez
Asesor

25/03/11
DANTE ELIAS



*A Dios,
Por darme la vida y permitirme gozar
de toda mi facultad de pensar*

*A mi madre,
Por brindarme su apoyo incondicional y
por ser la motivación de mi vida*

*Al estudiante,
Esperando que este trabajo pueda servirle
de ayuda y estimule su interés en el tema*

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi agradecimiento a mi padre, Lic. Wilfredo Carrasco, por su apoyo constante y sacrificado durante mi faceta como estudiante. Al Dr. Rosendo Franco, mi asesor, por su gran ayuda y comprensión expresados hacia mi persona y por su valioso tiempo dedicado a comentar y sugerir importantes pautas para el desarrollo de la tesis. A los docentes del área de Diseño de la especialidad de Ingeniería Mecánica, por su dedicación a la difícil tarea de formar buenos profesionales. Así como al Bch. Jhonny Sotomayor, por su colaboración a resolver algunas dudas en el aprendizaje del *software* empleado en esta tesis.



CONTENIDO

RESUMEN	i
DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
INTRODUCCIÓN	1
1. ESTADO DEL ARTE DEL DISEÑO ESTRUCTURAL	4
1.1. Introducción	4
1.2. El diseño estructural desde sus inicios y en la actualidad	4
1.3. Fundamentos de la mecánica estructural	6
1.3.1. El análisis estático	6
1.3.1.1. La ley constitutiva	7
1.3.1.2. La ecuación fundamental del equilibrio estático	9
1.3.1.3. La compatibilidad de deformaciones	10
1.3.1.4. La respuesta estática de sistemas estructurales	12
1.3.1.5. Comentarios de la norma de diseño estructural AISC–LRFD	12
1.3.2. El análisis dinámico	15
1.3.2.1. El modelo matemático y la respuesta dinámica de sistemas estructurales	16
1.3.2.2. La ecuación fundamental del equilibrio dinámico	17
1.3.2.3. La respuesta modal de sistemas estructurales	20
1.3.3. El análisis sísmico	24
1.3.3.1. Definición de carga sísmica y desarrollo del análisis sísmico	25
1.3.3.2. El análisis espectral de la respuesta sísmica	26
1.3.3.3. Comentarios de la norma de diseño sismorresistente NTE E.030	28
1.4. El Método de los Elementos Finitos aplicado al diseño estructural	34

1.5. Descripción del SAP 2000	35
2. METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL APLICANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	36
2.1. Introducción	36
2.2. Metodología propuesta	37
2.2.1. Modelado	37
2.2.2. Materiales empleados	38
2.2.3. Grados de libertad del sistema	38
2.2.4. Cargas de trabajo	41
2.2.5. Estados de cargas	43
2.2.6. Ejecución del análisis	44
2.2.7. Validación de resultados según los criterios de diseño de AISC–LRFD	44
2.3. Desarrollo de la metodología propuesta con SAP 2000	44
2.3.1. Funciones asociadas al modelado	44
2.3.2. Funciones asociadas a la asignación de los materiales empleados	48
2.3.3. Funciones asociadas a la asignación de los grados de libertad del sistema	51
2.3.4. Funciones asociadas a la definición y asignación de las cargas de trabajo	53
2.3.5. Funciones asociadas a la asignación de los estados de cargas	60
2.3.6. Funciones asociadas para la ejecución del análisis	61
2.3.7. Funciones asociadas para la validación de resultados según los criterios de diseño de AISC–LRFD	61
3. EJEMPLO DE APLICACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA	62
3.1. Introducción	62
3.2. Descripción del Skip Hoist	62
3.3. Verificación de la estructura de anclaje del Skip Hoist aplicando el Método de los Elementos Finitos en SAP 2000	63
3.3.1. Modelo	63

3.3.2. Materiales y perfiles estructurales empleados	66
3.3.3. Grados de libertad del sistema (tipos de apoyos y conexiones)	68
3.3.4. Cálculo y asignación al modelo de las cargas de trabajo	68
3.3.5. Estados de cargas	81
3.3.6. Ejecución del análisis	82
3.3.7. Validación de resultados según AISC–LRFD	85
CONCLUSIONES	89
BIBLIOGRAFÍA	91
ANEXOS	



INTRODUCCIÓN

El diseño estructural es una ciencia aplicada al servicio de la ingeniería. Actualmente, ésta define los parámetros y análisis necesarios de emplear para cuantificar con precisión las cargas de trabajo aplicadas sobre sistemas estructurales continuos. Además de la magnitud y distribución de los esfuerzos y deformaciones generados en los elementos que configuran estos sistemas, como respuesta a las sollicitaciones de éstas cargas. Esto se logra a partir de conocer las distintas aplicaciones de las estructuras. Luego, estos resultados se contrastan con los criterios de diseño recomendados por las normas, para determinar la confiabilidad del diseño. Asimismo, es considerado un arte, pues desde sus inicios, a finales del siglo XIX y hasta la actualidad, se sigue experimentando con nuevas técnicas y formas constructivas para lograr la optimización del producto final. Calidad que abarca, por lo general, una reducción en los costos y el tiempo empleado en el proceso constructivo.

La confiabilidad es la característica primordial de cualquier diseño. Más aún en el campo estructural, en el cual se persisten con métodos simplificados de análisis que restan validez a los resultados. Por lo tanto, la confiabilidad dependerá del uso o aplicación de métodos y herramientas eficaces, que consideren tanto los parámetros involucrados en el análisis del diseño estructural. A fin de lograr un aporte al respecto, la ciencia ha ido desarrollando progresivamente, desde hace varias décadas, el Método de los Elementos Finitos (MEF) como una alternativa para el análisis de sistemas estructurales continuos. Luego, el MEF ha logrado consolidarse en diversos campos de la ingeniería por medio de su aplicación en algoritmos lógicos para la programación de numerosos *soft wares* especializados: Abaqus, Algor, Ansys, Cosmos, Nastran, SAP 2000, son algunos de estos. El diseño estructural es uno de ellos, ya que el MEF logra complementar su análisis con las ecuaciones gobernantes de la mecánica de sólidos deformables.

Actualmente, con el avance vertiginoso de los microprocesadores, el MEF se encuentra en una fase de expansión. Esto ha logrado que se desarrollen aún más temas de investigación en el MEF, constituyéndolo en una importante herramienta para el avance de la ingeniería.

El MEF es aplicable a cualquier problema en ingeniería. Para comenzar se deben conocer las leyes, hipótesis y ecuaciones gobernantes del caso de estudio en particular. En consecuencia, la tesis aborda este enfoque al rescatar la importancia de comprender y usar apropiadamente los métodos del análisis estructural en congruencia o relación con el MEF, y con esto, fomentar una práctica eficiente del diseño estructural.

Básicamente, existen dos formas para el cálculo de estructuras, una analítica y otra numérica (entiéndase que, a su vez, cada forma de cálculo cuenta con varios métodos), tanto para el análisis estático como para el dinámico. En síntesis, el cálculo analítico proporciona un resultado confiable al sustentarse en hipótesis y suposiciones lógicas, pero es bastante operativo en comparación con el numérico. Por otro lado, el cálculo numérico es confiable pero a la vez más preciso que el analítico, logrando resultados acertados en mucho menos tiempo. En la tesis se hará uso conveniente de ambas formas de cálculo (con sus métodos correspondientes) para los dos tipos de análisis conocidos en un caso de estudio en particular, la estructura de anclaje de un Skip Hoist (estructura no convencional).

La tesis se organiza de la siguiente manera: en el primer capítulo se hace referencia al estado del arte del diseño estructural que abarca sus antecedentes, los fundamentos teóricos de sus análisis con énfasis en el estático y en el dinámico de sistemas estructurales; la aplicación del MEF en este campo; y finalmente, concluir con algunos comentarios relacionados a las ventajas del uso del *software* SAP 2000, a emplearlo para el análisis de las estructuras no convencionales a través del MEF. En el segundo capítulo se enuncia y desarrolla los pasos secuenciales de la metodología para el análisis de estructuras, a partir de la relación o congruencia entre las ecuaciones gobernantes de éste y el procedimiento seguido del MEF para obtener un comportamiento dinámico preciso de sistemas estructurales continuos. Por último, en el tercer capítulo, se aplica y valida la metodología propuesta mediante un ejemplo de análisis en particular, el cual referencia y adecúa algunos criterios de diseño mencionados por la norma de diseño AISC–LRFD y la de diseño sismorresistente NTE E.030.

Por lo antes expuesto, se plantean los siguientes objetivos:

Objetivo general:

- Desarrollar una metodología para el análisis estático y dinámico de estructuras metálicas aplicando algunas recomendaciones de la norma AISC–LRFD y el Método de los Elementos Finitos.

Objetivos específicos:

- Definir las restricciones de los sistemas estructurales que condicionarán el alcance de la metodología propuesta.
- Revisar los criterios para el diseño de estructuras mencionados en la norma AISC–LRFD y adecuar aquellos que sean necesarios para el caso de estructuras no convencionales.
- Aplicar el marco conceptual del diseño sismorresistente recomendado por la NTE E.030 de forma apropiada a cualquier sistema estructural que lo requiera.
- Definir qué aspectos de las normas de diseño estructural pueden ser sustituidos por un *software* basado en el Método de los Elementos Finitos.
- Enunciar los pasos secuenciales que forman parte de la metodología propuesta y especificar aquellos que se desarrollan a través del Método de los Elementos Finitos.
- Desarrollar un ejemplo aplicativo de análisis estructural que permita validar la metodología propuesta.

CAPÍTULO 1 ESTADO DEL ARTE DEL DISEÑO ESTRUCTURAL

1.1. Introducción

En este capítulo se introducirá el tema del diseño estructural a partir de tres aspectos que lo involucran como son: los antecedentes, los fundamentos teóricos y la aplicación del MEF como herramienta para la optimización. Por otro lado, se abordarán las principales hipótesis y ecuaciones que gobiernan esta ciencia así como el alcance de las normas usadas para este fin. Finalmente, se mencionarán algunas ventajas y facilidades en el uso del *software* SAP 2000 basado en el MEF. Éste también aplica el análisis estructural, dentro de los cuales figuran el estático y el dinámico.

1.2. El diseño estructural en acero desde sus inicios y en la actualidad

El acero es un material estructural muy versátil. En todo el mundo civilizado, se puede observar un sinnúmero de construcciones en acero, producto del desarrollo de la ciencia y la tecnología en la fabricación de éste, hacia finales del siglo XIX. Hoy en día, el acero constituye cerca del 95% de todo el tonelaje de producción de metal a nivel mundial [McCormac, 2008].

El acero se define como una combinación proporcionada del mineral hierro y una pequeña cantidad de carbono (menor a 1%). Aunque existen fuentes arqueológicas que sostienen que este material fue descubierto hace unos tres mil años; no hubo un método de producción económicamente viable sino hasta mediados del siglo XIX. Fue en esos años que se desarrolló un proceso de producción masiva de este material, que marcó un nuevo rumbo en la industria metalúrgica. Éste fue implantado en el

Reino Unido por Sir Henry Bessemer, y fue conocido por proceso Bessemer [McCormac, 2008].

Este importante avance logró reducir los costos de producción del acero en un 80% y años después, por primera vez en la historia, la producción estandarizada de éste. En consecuencia, hacia finales de ese siglo (entre 1880 y 1890), el acero llegó a ser el principal material estructural usado en Estados Unidos. Años más tarde, en 1889 se edificó la primera estructura fabricada de acero en su totalidad, la Torre Eiffel en París y un año después en Estados Unidos, se concluyeron las obras del primer edificio con estructura de acero revestido en concreto.

Durante la última década del siglo XIX, surgió una asociación de productores de acero en Estados Unidos, la *Association of American Steel Manufacturers*, que años después se convertiría en la *American Iron and Steel Institute* (AISI). El primer gran aporte de AISI fue estandarizar la geometría de la sección así como de las tolerancias y acabados de los perfiles estructurales que se fabricaban por aquel entonces, así también de propiedades como la masa por unidad de longitud, entre otras.

A principios del siglo XX, se creó el *American Institute of Steel Construction* (AISC). El trabajo de AISC consistió inicialmente en ensayar experimentalmente los distintos tipos de perfiles estructurales para determinar sus propiedades mecánicas así como diversos parámetros relacionados a los esfuerzos típicos de diseño. Hoy en día, el trabajo de AISC está cuidadosamente detallado en la décimo tercera edición de su norma y manual de diseño.

En la actualidad, las nuevas exigencias del mercado fomentan una creciente tendencia, en profesionales en ingeniería estructural, de requerir aceros de alta resistencia mecánica (aceros de baja aleación), así como requerir aquellos de alta resistencia a la corrosión (aceros inoxidables), resistencia a altas temperaturas (aceros refractarios), etc. Al respecto, la *American Society for Testing and Materials* (ASTM) viene realizando una investigación de estos aceros así como de sus elementos aleantes, para lograr satisfacer tales exigencias. Ver detalles en la sección Anexos, página 1.



Figura 1.1. Aplicaciones actuales de estructuras metálicas

1.3. Fundamentos de la mecánica estructural

La mecánica estructural, al igual que el resto de ciencias en ingeniería, se fundamenta en las leyes físicas. Además, se apoya en modelos matemáticos que idealizan los fenómenos en un contexto de estudio teórico. Los modelos son representados por ecuaciones denominadas gobernantes o fundamentales.

Existen dos tipos de análisis dentro de la mecánica estructural, el estático y el dinámico que dependen de los tipos de cargas actuantes sobre el sistema estructural. Así, las cargas constantes en el tiempo corresponden a un análisis estático mientras que las que varían en éste, a uno dinámico.

Finalmente, en este subcapítulo se sintetizará el marco conceptual de la mecánica estructural en comparación con el expuesto en la literatura especializada, mucho más detallada.

1.3.1. El análisis estático

En éste análisis se destacan tres ecuaciones fundamentales, la primera de éstas es la ley constitutiva, que aproxima las propiedades elásticas de los materiales como una

variación lineal de esfuerzos y deformaciones. La evaluación de estas propiedades se realiza a través de ensayos de laboratorio. La segunda ecuación fundamental es del equilibrio estático que determina que los esfuerzos y deformaciones internos de un sistema estructural, así como de cada componente de éste (miembros estructurales), e incluso de cada elemento diferencial, todos deben relacionarse directamente con las cargas aplicadas y los desplazamientos generados sobre el sistema respectivamente. La tercera ecuación fundamental es la compatibilidad de deformaciones.

1.3.1.1. La ley constitutiva

La primera ecuación se cumple para materiales cuya deformación es elástico–lineal y proporciona información de las propiedades mecánicas de éste. En efecto, se sabe que las propiedades mecánicas del acero son definidas a partir por el Módulo de Elasticidad o Módulo de Young simbolizado por E , el número de Poisson, $\frac{1}{2}$ y el coeficiente de expansión térmica \pm . Además de otras como la densidad volumétrica \dot{A} .

Hay ciertas propiedades del acero, así como de varios materiales, que permiten que la relación esfuerzo–deformación pueda simplificarse. Éstas pueden ser la isotropía y la homogeneidad. No obstante, ahora es posible evaluar la anisotropía y no homogeneidad de los materiales con más eficacia que antes pues hay numerosos métodos, incluido el MEF, para la solución de problemas reales de la mecánica estructural. Pero, para el caso del acero, el error para efectos de cálculo es insignificante, de tal manera que aún es una buena aproximación considerar este material isotrópico y homogéneo. En este contexto de estudio, se define un elemento diferencial de un sólido y con éste, un sistema de coordenadas referencial, de manera que las ecuaciones fundamentales, demostradas a continuación, se referirán convencionalmente.

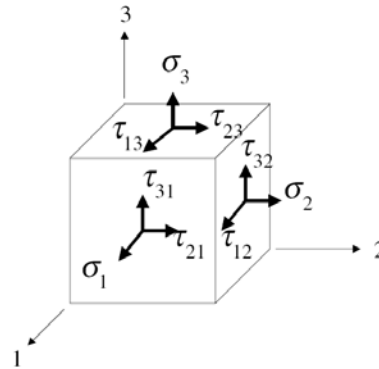


Figura 1.2. Tensor de Cauchy
(Fuente: E. Wilson, 2004, p.2)

Entonces, la primera ecuación fundamental del análisis estático, según el sistema de coordenadas de la figura anterior, es según la matriz:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{21} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{21} \\ \tau_{31} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} + \alpha \cdot \Delta T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.1a)$$

Si se considera que el acero es dúctil (para aplicaciones estructurales en general), entonces la falla mecánica de éste se origina en un plano cortante a cuarenta y cinco grados del plano de tensión o compresión. En consecuencia, se define el Módulo de Corte G según la expresión:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.1b)$$

Por lo tanto, se concluye que es suficiente definir el Módulo de Elasticidad E y el número de Poisson ν . Por otro lado, para simplificar la forma general de la ecuación

(matriz seis por seis) puede suponerse isotropía de esfuerzos o de deformaciones en un plano, con lo cual la matriz queda reducida a una tres por tres [Wilson, 2004].

En ingeniería, es común expresar la ley constitutiva en términos de fuerza y desplazamiento y desarrollarla en una dimensión, en lugar de tres. Por ejemplo, para un miembro estructural de acero cargado axialmente con una fuerza F , de longitud L y sección transversal A ; las ecuación fundamental (unidimensional) es deducida según: $\sigma = E \cdot \varepsilon$, $F = \sigma \cdot A$ y $\Delta = L \cdot \varepsilon$, donde σ es el esfuerzo axial, ε es la deformación unitaria y Δ es el desplazamiento absoluto del miembro. En consecuencia, $F = k \cdot \Delta$, donde k es la constante de rigidez del material independiente de la fuerza aplicada, definido por $k = A \cdot E / L$.

1.3.1.2. La ecuación fundamental del equilibrio estático

El equilibrio estático es la condición primordial de todos los sistemas estructurales. Por lo tanto, éste se cumple en todo instante en que se aplican cargas externas (también denominadas cargas de trabajo). Éstas cargas equivalen a la suma de las reacciones internas originadas en los elementos del sistema [Wilson, 2004].

Las ecuaciones de equilibrio estático (tridimensionales) referidas al sistema de referencia de la figura 1.2 son:

$$\frac{\partial \sigma_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{13}}{\partial x_3} + \beta_1 = 0 \quad (1.2a)$$

$$\frac{\partial \tau_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \tau_{23}}{\partial x_3} + \beta_2 = 0 \quad (1.2b)$$

$$\frac{\partial \tau_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial \tau_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_3}{\partial x_3} + \beta_3 = 0 \quad (1.2c)$$

Donde σ_i y τ_{ij} son los esfuerzos axial y de corte respectivamente. En estas ecuaciones también aparece el término β_i que representa las fuerzas gravitacionales. Por otro lado, se asume que un elemento del sistema estructural se encuentra en equilibrio rotacional si $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ [Wilson, 2004].

No obstante, en la mecánica estructural es común representar la ecuación fundamental del equilibrio estático en términos del esfuerzo resultante, en vez de las variaciones de los esfuerzos en las tres direcciones. Así, la fuerza o carga resultante es producto de la integración del esfuerzo normal o cortante aplicado en una superficie y el momento resultante, de la integración de los esfuerzos aplicados en una superficie multiplicada por la distancia perpendicular al eje de referencia.

Finalmente, la parte principal en el análisis estático de estructuras es cuantificar las cargas y los momentos. Para un elemento diferencial, miembro estructural o para el sistema en conjunto, se definen las siguientes ecuaciones de equilibrio, por convención:

$$\sum F_x = 0 \quad (1.3a)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (1.3b)$$

$$\sum F_z = 0 \quad (1.3c)$$

$$\sum M_x = 0 \quad (1.3d)$$

$$\sum M_y = 0 \quad (1.3e)$$

$$\sum M_z = 0 \quad (1.3f)$$

1.3.1.3. La compatibilidad de deformaciones

Ahora corresponde mencionar algunos aspectos sobre la tercera ecuación fundamental, la compatibilidad de deformaciones. Anteriormente se había definido que para el acero se cumple que la deformación es proporcional al desplazamiento por unidad de longitud o lo que es lo mismo $\varepsilon = \Delta/L$ (en una dimensión). Por lo tanto, el cálculo del desplazamiento absoluto en un punto se procede mediante integración de la deformación en función de la longitud. Sin embargo, esto nos conduciría a través de varias trayectorias. Por definición, la solución es compatible si y sólo si, el desplazamiento en todos los puntos no es dependiente de la trayectoria. Esto también

implica que una solución compatible es resultado de la existencia de un campo de desplazamientos [Wilson, 2004].

Otra forma de representar la tercera ecuación fundamental está dada por la disposición de los elementos en un sistema estructural. Esto significa que si estos están unidos a un punto en común, deben tener el mismo desplazamiento absoluto en ese punto. Luego, se puede determinar la deformación de cada elemento en cualquier punto a partir de la geometría. Por último, la compatibilidad de deformaciones es representada, según las siguientes expresiones:

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \quad (1.4a)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \quad (1.4b)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \quad (1.4c)$$

$$\gamma_{12} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \quad (1.4d)$$

$$\gamma_{13} = \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \quad (1.4e)$$

$$\gamma_{23} = \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \quad (1.4f)$$

Donde ε_i y γ_{ij} son las deformaciones lineal y angular respectivamente. Asimismo, si el campo de desplazamientos u_1 , u_2 y u_3 son asumidos o calculados, la deformación puede ser cuantificada mediante la ecuaciones de compatibilidad. Por último, la definición de rotación o desplazamiento angular es similar.

En conclusión, los objetivos de las ecuaciones fundamentales del análisis estático son determinar de forma precisa cómo las reacciones internas son generadas en un sistema estructural dada la configuración de éste (geometría y tipos de apoyos) y dadas las cargas externas que lo solicitan. Segundo, cuantificar las deformaciones de sus elementos, y tercero, expresar estos resultados en términos de desplazamientos

absolutos en sus nodos (puntos de convergencia de los elementos). A este criterio de análisis se le denomina la respuesta estática.

1.3.1.4. La respuesta estática de sistemas estructurales

El análisis estático se justifica cuando sobre el sistema estructural, se aplican cargas externas constantes en el tiempo. Al aplicar el análisis de la respuesta estática (equilibrio en los nodos), se obtiene el resultado en notación matricial (generalizando la respuesta estática a sistemas de varios grados de libertad). $\mathbf{R} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{r}$, donde \mathbf{R} es la carga externa; \mathbf{r} , la reacción interna de un elemento estructural y \mathbf{A} es una matriz de transformación en función de la geometría de los elementos estructurales.

Por otro lado, se sabe que el sistema es elástico-lineal (en hipótesis), entonces $\mathbf{r} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{d}$, donde \mathbf{k} es la matriz de rigidez y \mathbf{d} , la deformación del elemento. Finalmente, por compatibilidad, se puede cuantificar esta deformación, que es de la forma: $\mathbf{d} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}$; donde \mathbf{B} es la matriz que relaciona la deformación con el desplazamiento vectorial \mathbf{u} .

Finalmente, agrupando términos se consigue expresar la respuesta estática o ecuación de equilibrio en los nodos en: $\mathbf{R} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{u}$, donde \mathbf{K} es la matriz global de rigidez compuesta por \mathbf{A} , \mathbf{B} y \mathbf{k} .

1.3.1.5. Comentarios de la norma de diseño estructural AISC–LRFD

El *American Institute of Steel Construction* (AISC) se dedica desde hace varias décadas a la investigación y a la publicación de normas para el diseño, la construcción y el montaje de estructuras de acero [McCormac, 2008]. Desde sus inicios y hasta la actualidad, la AISC ha elaborado más de trece versiones de sus normas y manuales.

Las especificaciones de la AISC muestran dos enfoques de diseño, uno denominado “Diseño por resistencia admisible” también conocido por ASD (*Allowable Strength Design*); y el otro es el “Diseño por estados límites” o LRFD (*Load and Resistance Factor Design*). El segundo es el más usado pues, a diferencia del primero, se basa en un análisis de resistencia límite o diseño al colapso, el cual es una condición en la que

una estructura o parte de ella deja de cumplir su función dentro del sistema estructural. Según AISC, existen dos tipos de estado límite: el de resistencia y el de servicio.

El estado límite de resistencia se basa en la capacidad de carga de las estructuras, entre las cargas se consideran las estáticas de pandeo, fractura, volteo; así como las cargas atmosféricas como la de viento, nieve, lluvia y sismos por mencionar algunas. Por otro lado, el estado límite de servicio se refiere al comportamiento de las estructuras bajo las cargas antes mencionadas, algunos de los efectos son las deflexiones lineal y angular, el deslizamiento, la vibración, rajaduras, etc. [AISC, 2005]

Las especificaciones del diseño se centran en el primer estado específicamente, dictando varios requisitos y factores a tomar en cuenta. La razón de esto se basa en dar libertad al diseñador en el segundo estado y que éste pueda prevenir, con el uso de formas constructivas recomendadas, algún posible efecto negativo del estado de servicio.

LRFD considera que las cargas de trabajo Q_i a las que son sometidas la estructura sean 'corregidas' mediante factores de carga γ_i , que son casi siempre mayores que la unidad. Haciendo esto se obtienen las cargas factorizadas R_u y son estas cargas teóricas las que se utilizan finalmente en el análisis y diseño por resistencia.

En consecuencia, el método sostiene que el análisis y diseño por resistencia se formulan y desarrollan de tal manera que la estructura y todos sus elementos tengan la capacidad suficiente para que ésta no falle debido a las cargas factorizadas. Asimismo, la capacidad de un elemento se define a partir del producto de la resistencia teórica o nominal R_n del material (parámetro que depende de la aplicación de la estructura y el material empleado para su fabricación) y del factor de resistencia ϕ , igual o menor que la unidad [AISC, 2005].

Las especificaciones generales de LRFD antes explicadas son suficientes para enunciar la ecuación para el diseño estructural por resistencia:

$$R_u < \phi R_n \quad (1.5)$$

El miembro izquierdo de la ecuación considera los efectos de las cargas factorizadas o traducido literalmente del inglés, resistencia requerida. Mientras que el miembro derecho es la resistencia última o de diseño (capacidad de los elementos estructurales seleccionados).

Ahora, es importante mencionar el propósito del uso de los factores de carga γ_i , que es tomar en cuenta las incertidumbres implicadas en el cálculo de las magnitudes de las cargas de trabajo [AISC, 2005]. Como se comentó previamente, estos factores son generalmente mayores a la unidad y dependen de las combinaciones de cargas, estipuladas por la norma.

Por ejemplo, el factor de carga usado para cargas muertas es menor que el usado para las cargas vivas según establece LRFD, porque el cálculo de las primeras es más preciso. A partir de aquí se puede hablar de una variabilidad de las cargas de trabajo, pues hay que entender que es distinto cuando una carga permanece fija durante un periodo de tiempo largo que cuando una variable actúa en uno corto. El primer tipo de carga variará muy poco en su magnitud, mientras que en el segundo tipo, la carga puede cambiar en magnitud e incluso puede cambiar de dirección y sentido, como es el caso de las cargas dinámicas.

LRFD ha escogido combinaciones de cargas recomendadas por la *American Society of Civil Engineers* (de su norma ASCE 7) y asignado factores de carga definidos a través de la experimentación constante. La nomenclatura usada es la siguiente: D para cargas muertas, L para cargas vivas, L_r para cargas vivas en techos, S para cargas de nieve, R para cargas de lluvia o hielo (encharcamiento), W para cargas de viento y E para la carga sísmica. Finalmente, las combinaciones usuales en el diseño, están dadas por las siguientes expresiones, extraídas de la norma:

$$1,4D \quad (1.6a)$$

$$1,2D + 1,6L + 0,5(L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) \quad (1.6b)$$

$$1,2D + 1,6(L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) + (0,5L \text{ ó } 0,8W) \quad (1.6c)$$

$$1,2D + 1,6W + 0,5L + 0,5(L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) \quad (1.6d)$$

$$1,2D \pm 1,0E + 0,5L + 0,2S \quad (1.6e)$$

$$0,9D \pm (1,6W \text{ ó } 1,0E) \quad (1.6f)$$

Sin embargo, las combinaciones no consideran algunas cargas dinámicas que puedan actuar sobre la estructura, y es por este hecho que el diseñador puede superponerlas para lograr cuantificar sus efectos. En este contexto, además de los tipos de cargas ya establecidos por la norma, deberá asignar uno o varios factores de carga que él, por experiencia, considere. Este criterio sólo es aceptable para el rango elástico-lineal [AISC, 2005].

Para concluir este comentario, es preciso mencionar que la investigación realizada por AISC es confiable desde el punto de vista científico pues el modelo de probabilidad en el que se basa el método LRFD, ha sido obtenido mediante muchos ensayos y trabajos estadísticos con elementos estructurales típicos.

Finalmente, LRFD define el término confiabilidad como una razón o un porcentaje estimado de veces en que la resistencia de una estructura será igual o excederá a la carga máxima aplicada durante un periodo de tiempo denominado vida útil. La confiabilidad que logra este método es superior a 99% (para los entendidos, 99,7%) lo cual significa que de mil estructuras diseñadas por este método, tres de ellas estarán probablemente sobrecargadas en algún momento de su vida útil o estimada y entonces fallaría plásticamente o por endurecimiento por deformación de sus elementos, pero no porque éstas colapsarán [McCormac, 2008].

1.3.2. El análisis dinámico

Mientras que el análisis estático se limita a los tipos de cargas de constantes en el tiempo, el dinámico abarca mucho más cargas entre las cuales se puede citar la sísmica, las cargas de impacto, las dinámicas alternantes o pulsantes (en tracción o compresión) y otras como las cargas producto de la presión hidrodinámica de algún fluido. En esta parte del capítulo, se describirán y demostrarán, en síntesis, las hipótesis y ecuaciones de este análisis. Así también, de uno de los métodos de solución de la ecuación fundamental: el análisis modal.

1.3.2.1. El modelo matemático y la respuesta dinámica de sistemas estructurales

El sistema de la figura 1.3 es un pórtico que puede aproximarse a uno de un Grado de Libertad (1 GDL). Básicamente los sistemas de uno o varios GDL se representan en el modelo matemático Masa–Resorte–Amortiguador.

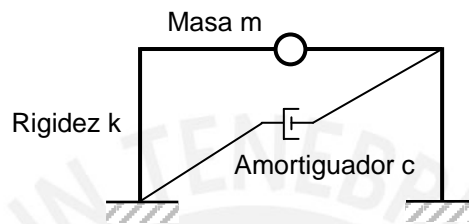


Figura 1.3. Modelo matemático Masa–Resorte–Amortiguador de un pórtico simple

Este sistema consiste de una masa concentrada m que representa la masa total del sistema. Los elementos estructurales tipo columnas (considerados de masa despreciable) proveen de rigidez al sistema (representada por la letra k). Por último, el amortiguador viscoso de constante c , disipa la energía vibracional del sistema, generada por la carga externa variable en el tiempo o de excitación $p_{(t)}$.

Este modelo se explica de la siguiente manera, cada elemento estructural del sistema por separado (columna, viga, arriostre, etc.) contribuye en las propiedades de inercia (masa), elasticidad (rigidez), y de disipación de energía vibracional (amortiguamiento), necesarias para la estabilidad y equilibrio dinámico del mismo. Cada una de estas propiedades ha sido separada definiendo las componentes de masa, de rigidez y de amortiguamiento.

En un sistema elástico–lineal se considera, que el desplazamiento lineal es proporcional a la fuerza en el punto donde se aplica ésta. En consecuencia, la constante de rigidez k se expresa en unidades de fuerza por unidad de longitud. Como se mencionó antes, el cálculo de esta constante depende de la geometría de la sección transversal y del material de los elementos del sistema.

Otra propiedad característica de las estructuras es el amortiguamiento, éste se define como un proceso mediante el cual se consigue disminuir en amplitud y de forma

estable en el tiempo la vibración libre [Chopra, 2007]. Esto se logra mediante varios mecanismos que disipan esta energía liberada, producto de excitaciones externas. En realidad, estos mecanismos actúan simultáneamente, de manera que es muy complicado cuantificar sus efectos matemáticamente. Por lo tanto, son usualmente idealizados como un amortiguador viscoso en el rango elástico–lineal; lo que significa que, para un sistema excitado por una carga externa, se genera una reacción interna en éste, la cual es proporcional a la velocidad de desplazamiento del sistema (en los nodos). El coeficiente de amortiguamiento viscoso c , tiene unidades de fuerza multiplicado por tiempo entre longitud. Por último, este coeficiente es difícil de calcular analíticamente y lo que se hace es una evaluación experimental de éste [Chopra, 2007].

1.3.2.2. La ecuación fundamental del equilibrio dinámico

Conociendo las componentes de masa, rigidez y amortiguamiento, la ecuación de movimiento o ecuación de equilibrio dinámico para sistemas de 1 GDL puede ser descrita usando la Segunda Ley de Newton o el Principio del Equilibrio Dinámico de D'Alembert. En la figura 1.4, la carga externa variable en el tiempo $p_{(t)}$ excita el sistema constituido por la masa concentrada m , y se generan dos reacciones internas contrarias al sentido de $p_{(t)}$, que son f_S , la fuerza elástica y f_D , la fuerza de amortiguamiento (ambas observadas en la figura 1.5).

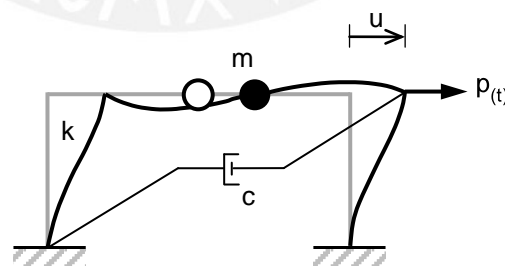


Figura 1.4. Comportamiento dinámico de un pórtico simple excitado por una carga externa variable en el tiempo

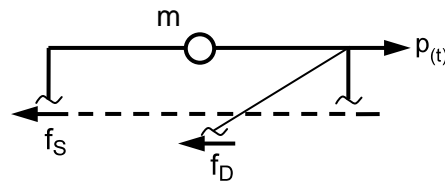


Figura 1.5. Diagrama de Cuerpo Libre en sección superior de pórtico

El desplazamiento $u(t)$, la velocidad $\dot{u}(t)$ y la aceleración $\ddot{u}(t)$ del sistema estructural tienen el mismo sentido que $p(t)$. Por otro lado, Newton define la ecuación de movimiento en el rango elástico–lineal como una diferencial de segundo orden.

$$p(t) - f_s - f_D = m \cdot \ddot{u} \quad (1.7)$$

Sin embargo, el Principio de D'Alembert sostiene que se genera una fuerza inercial ficticia f_i opuesta a la aceleración cuya magnitud es producto de la masa m y la aceleración \ddot{u} . Por lo tanto, para el estado de equilibrio dinámico en el sistema, se cumple que la resultante de fuerzas es nula (de forma similar al principio del análisis estático). A esta ecuación se le interpreta de la siguiente forma, quedando expresada en el DCL de la figura.

$$f_i + f_D + f_s = p(t) \quad (1.8)$$

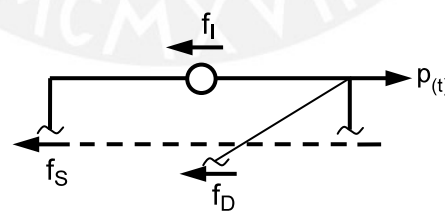


Figura 1.6. Equilibrio dinámico de fuerzas en sección superior de pórtico

Ambas ecuaciones pueden reescribirse en función de la rigidez y el factor de amortiguamiento del sistema:

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = p(t) \quad (1.9)$$

Ahora, los sistemas de varios grados de libertad (n GDL) son el modelo más realista del fenómeno físico. En la figura siguiente, se esquematiza un sistema de 2 GDL, que al igual que en los sistemas de 1 GDL, la masa concentrada m_j se reparte en la parte superior de cada nivel, los mecanismos de amortiguamiento se consideran lineales y las cargas externas variable en el tiempo $p_{j(t)}$ actúan en los nodos.

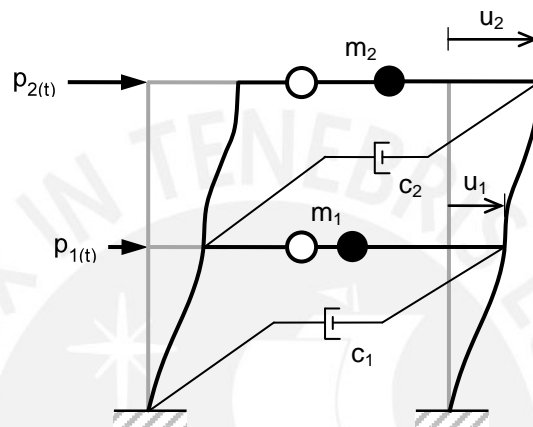


Figura 1.7. Sistema estructural de dos Grados de Libertad

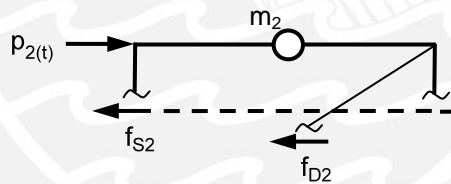


Figura 1.8. Diagrama de Cuerpo Libre en sección superior de pórtico

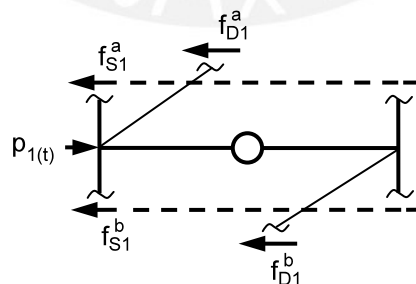


Figura 1.9. Diagrama de Cuerpo Libre en sección intermedia de pórtico

La ecuación de equilibrio dinámico para cada nivel está dada por la siguiente expresión:

$$m_j \cdot \ddot{u}_j + f_{Dj} + f_{Sj} = p_{j(t)} \quad (1.10a)$$

Generalizando para sistemas n GDL, la ecuación puede reescribirse matricialmente:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & m_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \vdots \\ \ddot{u}_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \\ \vdots \\ f_{Dj} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{S1} \\ f_{S2} \\ \vdots \\ f_{Sj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{1(t)} \\ p_{2(t)} \\ \vdots \\ p_{j(t)} \end{bmatrix} \quad (1.10b)$$

Finalmente, al definir los vectores de desplazamiento \mathbf{u} , de velocidad $\dot{\mathbf{u}}$ y aceleración $\ddot{\mathbf{u}}$ para los nodos del sistema estructural y las matrices de masa \mathbf{m} , de rigidez \mathbf{k} , de amortiguamiento \mathbf{c} y de fuerzas \mathbf{p} para sistemas de n GDL elástico-lineales, la ecuación de equilibrio generalizada es de la forma matricial:

$$\mathbf{m} \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c} \cdot \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{p} \quad (1.11)$$

1.3.2.3. La respuesta modal de sistemas estructurales

Existen varios métodos de solución de la ecuación diferencial generalizada (de n GDL). Entre ellos se pueden distinguir, por ejemplo, el de los Valores Propios y los Vectores de Ritz, ambos aplicables tanto de forma analítica como numérica.

Por otro lado, el análisis por superposición modal o simplemente llamado análisis modal es uno de los métodos usado únicamente para sistemas lineales. El análisis modal determina los modos de vibración de un sistema para dos casos, el primero cuando el sistema estructural no está excitado con cargas variables en el tiempo (vibración libre) y el segundo, cuando sí lo está (vibración forzada). La investigación de este método ha determinado que el primer caso es ideal y por lo tanto poco práctico para un análisis preciso, mientras que el segundo es más próximo a la realidad. Por lo tanto se tratará de exponer el fundamento teórico de este último en particular.

Para entender la respuesta dinámica de sistemas de n GDL, se introducirá el análisis modal en sistemas excitados a partir de sus conceptos generales.

El análisis modal es un método numérico de solución de la ecuación de equilibrio dinámico de sistemas elástico–lineales. Éste consiste en desacoplar los componentes de la ecuación original (fuerza inercial, elástica y de amortiguamiento) y transformarlos convenientemente en función de variables modales (ecuaciones modales) para cuantificar los efectos absolutos de estos a la solución analítica [Chopra, 2007]. Luego, la combinación de estos efectos determina la dinámica del sistema estructural.

La ecuación modal representativa para sistemas elástico–lineales excitados por una carga externa variable en el tiempo (vector de fuerzas modales) es:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{y}}_{(t)} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{y}}_{(t)} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{y}_{(t)} = \mathbf{P}_{(t)} \quad (1.12)$$

El primer paso es determinar las matrices modales de masa \mathbf{M} , de rigidez \mathbf{K} y luego aproximar la matriz de amortiguamiento \mathbf{C} , y para esto es preciso conocer la contribución del n -ésimo modo, expresada por las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{u}_{(t)} = \phi_n \cdot \mathbf{y}_{(t)} \quad (1.13a)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{(t)} = \phi_n \cdot \dot{\mathbf{y}}_{(t)} \quad (1.13b)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}_{(t)} = \phi_n \cdot \ddot{\mathbf{y}}_{(t)} \quad (1.13c)$$

Donde ϕ_n representa el modo natural que corresponde a la frecuencia natural ω_n independiente del tiempo y $\mathbf{y}_{(t)}$ es la transformada modal en función del tiempo.

En segundo lugar, una de las suposiciones del método es la ortogonalidad de modos, lo cual implica que las matrices de masa modal \mathbf{M} y rigidez modal \mathbf{K} son diagonales [Wilson, 2004].

$$\mathbf{K} \equiv \Phi^T \cdot \mathbf{k} \cdot \Phi \quad (1.14a)$$

$$\mathbf{M} \equiv \Phi^T \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi \quad (1.14b)$$

Por lo tanto, los elementos diagonales son:

$$K_n = \phi_n^T \cdot k \cdot \phi_n \quad (1.15a)$$

$$M_n = \phi_n^T \cdot m \cdot \phi_n \quad (1.15b)$$

Por otro lado, K_n y M_n se relacionan por la frecuencia natural al cuadrado:

$$K_n = \omega_n^2 \cdot M_n \quad (1.15c)$$

Además Φ es la matriz modal:

$$\Phi = [\phi_{jn}] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \dots & \phi_{NN} \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Luego, en el análisis se introduce el concepto de normalización de modos [Chopra, 2007], con lo cual se generan la matriz de identidad \mathbf{I} , una matriz diagonal de valores unitarios y la matriz espectral $\mathbf{\Omega}^2$, matriz diagonal compuesta por las frecuencias naturales elevadas al cuadrado. Normalizando K_n y M_n se obtienen las siguientes expresiones, luego de las cuales se pueden hallar las matrices modales \mathbf{M} y \mathbf{K} :

$$M_n = \phi_n^T \cdot m \cdot \phi_n = 1 \quad \rightarrow \quad \mathbf{M} \equiv \Phi^T \cdot m \cdot \Phi = \mathbf{I} \quad (1.17a)$$

$$K_n = \phi_n^T \cdot k \cdot \phi_n = \omega_n^2 \cdot M_n = \omega_n^2 \quad \rightarrow \quad \mathbf{K} \equiv \Phi^T \cdot k \cdot \Phi = \mathbf{\Omega}^2 \quad (1.17b)$$

El segundo paso es definir la ecuación modal equivalente. Si suponemos un sistema de amortiguamiento clásico, la ecuación modal se reduce a:

$$M_n \cdot \ddot{y}_{(t)} + C_n \cdot \dot{y}_{(t)} + K_n \cdot y_{(t)} = P_{n(t)} \quad (1.18)$$

Donde M_n y K_n fueron definidos previamente y $C_n = \phi_n^T \cdot c \cdot \phi_n$, análogamente a los otros elementos diagonales. De esta ecuación se deduce el factor de amortiguamiento para cada modo (enésimo modo):

$$\xi_n = \frac{C_n}{2M_n \cdot \omega_n} \quad (1.19)$$

Ahora, dividiendo la ecuación modal equivalente entre M_n obtenemos:

$$\ddot{y}_{(t)} + 2\xi_n \cdot \omega_n \cdot \dot{y}_{(t)} + \omega_n^2 \cdot y_{(t)} = \frac{P_{n(t)}}{M_n} \quad (1.20)$$

El tercer paso es cuantificar el resultado de la contribución de todos los modos a la respuesta dinámica. La superposición modal cuantifica el desplazamiento nodal absoluto del sistema, cuya expresión es:

$$u_{(t)} = \sum_{n=1}^N u_{n(t)} = \sum_{n=1}^N \phi_n \cdot y_{n(t)} \quad (1.21)$$

Además, se considera una distribución espacial de la carga aplicada $p_{(t)}$, esta distribución tiene la misma variación de tiempo que $p_{(t)}$ y al espacio donde se aplica ésta, independiente del tiempo. Se le simboliza con la letra \mathbf{s} (en notación matricial). El objetivo ahora es simplificar el análisis al reemplazar la carga dinámica por una estática equivalente cuyos efectos sobre el sistema sean similares.

$$\mathbf{p}_{(t)} = \mathbf{s} \cdot p_{(t)} \quad (1.22)$$

$$\mathbf{s} = \sum_{r=1}^N \mathbf{s}_r = \sum_{r=1}^N \Gamma_r \cdot \mathbf{m} \cdot \phi_r \quad (1.23)$$

Por lo tanto la contribución del n -ésimo modo a \mathbf{s} puede expresarse como:

$$s_n = \Gamma_n \cdot \mathbf{m} \cdot \phi_n \quad (1.24)$$

Donde Γ_n , es el factor de participación o contribución modal. En consecuencia, se puede expresar esta ecuación en función de una carga generalizada $P_{n(t)}$:

$$P_{n(t)} = \Gamma_n \cdot M_n \cdot p_{(t)} \quad (1.25)$$

Reemplazando esta expresión en la ecuación 1.20, se obtiene:

$$\ddot{y}_{(t)} + 2\xi_n \cdot \omega_n \cdot \dot{y}_{(t)} + \omega_n^2 \cdot y_{(t)} = \Gamma_n \cdot p_{(t)} \quad (1.26)$$

Recordando la definición de un sistema n GDL, que es la resultante de n sistemas de 1 GDL [Chopra, 2007], es conveniente definir el término D_n en lugar de Γ_n , que relaciona mejor estos sistemas. Éste es denominado deformación del modo n y la ecuación 1.26 queda expresada mejor por:

$$\ddot{D}_n + 2\xi_n \cdot \omega_n \cdot \dot{D}_n + \omega_n^2 \cdot D_n = p_{(t)} \quad (1.27)$$

Donde:

$$y_{n(t)} = \Gamma_n \cdot D_{n(t)} \quad (1.28)$$

Por último, la contribución del enésimo modo a la respuesta dinámica del sistema (desplazamiento absoluto $u_{(t)}$) es:

$$u_{n(t)} = \Gamma_n \cdot \phi_n \cdot D_{n(t)} \quad (1.29)$$

El resultado de la contribución de todos los modos a la respuesta dinámica es:

$$r_{(t)} = \sum_{n=1}^N r_{n(t)} = \sum_{r=1}^N r_n^{st} [\omega_n^2 \cdot D_{n(t)}] \quad (1.30)$$

1.3.3. El análisis sísmico

Este análisis forma parte del análisis dinámico, pero se decidió separarlo de éste por su trascendencia para el análisis estructural. La periodicidad y la espontaneidad son características de esta carga, razón por la cual los investigadores en el campo han desarrollado hipótesis de diseño sismorresistente, cuyo objetivo es modelar la carga sísmica real con precisión. Este modelo se basa en registros sísmográficos, lográndose diseñar probables espectros de respuesta sísmica en función del tiempo o considerando los valores máximos absolutos de la respuesta, como se analizará más adelante.

Por otro lado, existen muchas normas en Ingeniería Sismorresistente alrededor del mundo que estipulan los factores, procedimientos y consideraciones a tomar en cuenta en el análisis y diseño estructural. En efecto, estas normas permiten que el diseñador logre comprender el marco conceptual de este análisis y aplicarlo convenientemente, sin necesidad de abarcar el campo de la sismología.

A finales de la década de 1970, se aprobó en el Perú mediante Decreto Supremo, la primera versión de la norma técnica de diseño sismorresistente como parte del Reglamento Nacional de Edificaciones. A continuación se explicarán brevemente en qué consisten las hipótesis del análisis y del diseño sismorresistente. Además, se comentarán algunos aspectos importantes de este último según la norma técnica vigente, la NTE E.030.

1.3.3.1. Definición de carga sísmica y desarrollo del análisis sísmico

Un sismo es una sacudida de la superficie del terreno como consecuencia de fuerzas internas generadas por el movimiento de placas tectónicas o erupciones de volcanes en las profundidades de los océanos [RAE, 2001]. No obstante, para su estudio en ingeniería es común interpretar este fenómeno como una aceleración del suelo, que generalmente está dada en dos componentes, una vertical y otra horizontal. La aceleración horizontal es intensa en comparación con la vertical, pero pocas veces es considerada insignificante. Varias normas, incluyendo la peruana, consideran una aceleración vertical alrededor de dos tercios (66%) del efecto total [NTE, 2009].

Como se mencionó en 1.3.2, se puede definir la ecuación de equilibrio dinámico para un sistema elástico–lineal excitado únicamente por la carga sísmica, que se diferencia de la carga externa puntual variable en el tiempo $p_{(t)}$ definida de forma general en 1.3.2.1 y 1.3.2.2. En consecuencia, la ecuación no variará en sus términos (masa, rigidez y amortiguamiento), pues este análisis pertenece al dinámico. La única diferencia es que aparece una aceleración del terreno producto del movimiento de éste, que se traduce en la siguiente ecuación (para sistemas de 1 GDL).

$$m \cdot \ddot{u} + c \cdot \dot{u} + k \cdot u = -m \cdot \ddot{u}_{g(t)} \quad (1.31)$$

Sin embargo, el análisis de sistemas de varios grados de libertad define la siguiente ecuación en general (en notación matricial):

$$\mathbf{m} \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c} \cdot \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{p}_{\text{eff}(t)} \quad (1.32)$$

Donde:

$$\mathbf{p}_{\text{eff}(t)} = -\mathbf{m}_1 \cdot \ddot{u}_g(t) \quad (1.33)$$

La carga sísmica es reemplazada por una carga efectiva. Entonces, la solución a la ecuación de equilibrio puede ser resuelta analíticamente para determinar $u(t)$, que es el desplazamiento absoluto de cualquier nodo del sistema estructural. También se puede usar el análisis modal para cuantificar esta respuesta, de forma aproximada.

Finalmente, en esta tesis se hará uso enfático del análisis modal para cuantificar los efectos de las cargas dinámicas tanto así para las sísmicas.

1.3.3.2. El análisis espectral de la respuesta sísmica

El análisis modal permite evaluar la respuesta de la ecuación de equilibrio dinámico, producto de la carga sísmica, de los sistemas estructurales. Existen dos métodos dentro del análisis modal para cuantificar los efectos de un sismo. Estos son el análisis tiempo–historia ó RHA (*Response History Analysis*) y el espectral ó RSA (*Response Spectrum Analysis*).

El análisis tiempo–historia permite determinar analíticamente las soluciones a las ecuaciones de equilibrio dinámico: $u(t)$, $\dot{u}(t)$ ó $\ddot{u}(t)$, pero este proceso demandará un poco más de tiempo de cálculo puesto que las soluciones depende de éste. Por otro lado, este método no se empleará en esta tesis, sino más bien, el de análisis espectral, que aproxima la solución de las ecuaciones a sus valores representativos que son los máximos absolutos o valores pico. Como se concluirá más adelante, esto es suficiente para el análisis dinámico en estructuras, pero se puede optar por una

tiempo–historia si se conocen las variables de entrada de éste análisis. En resumen, la respuesta espectral para el n -ésimo modo es:

$$r_{no} = \max_t |r_{n(t)}| = r_n^{st} \cdot A_n \quad (1.34)$$

Donde $r_{n(t)}$ es la respuesta en el tiempo, A_n es la pseudoaceleración que depende del periodo natural del sistema $T_n = 2\pi/\omega_n$ y el factor de amortiguamiento ξ_n del n -ésimo modo. Además, el signo de r_{no} depende de r_n^{st} pues A_n es positivo, por definición.

La respuesta espectral se genera a partir de reglas o criterios de combinación modal espectral que permiten aproximar los valores máximos absolutos de $r_{n(t)}$, pues estos no van a ser precisamente iguales a los generados con el análisis tiempo–historia (RHA). En consecuencia, el interés es encontrar el valor máximo absoluto resultante de $r_{n(t)}$. Los modos tienen una respuesta independiente, pero es la combinación de estos la que determina el comportamiento dinámico del sistema. En efecto, el valor máximo absoluto de la combinación modal se determina ignorando el signo algebraico de éste.

Las tres reglas de combinación modal son usadas para obtener la respuesta dinámica total, entre éstas la sísmica, sobre un sistema estructural. Éstas son la suma absoluta ó ABS (*Absolute Sum*), la raíz cuadrada de la suma de cuadrados ó SRSS (*Square Root of Sum of Squares*) y la combinación cuadrática completa ó CQC (*Complete Quadratic Combination*).

La ABS es conservadora en su estimación de la respuesta dinámica total porque asume que todos los valores máximos absolutos de las respuestas independientes de los n modos ocurren en el mismo instante [Chopra, 2007]. Sin embargo, se hace referencia de ésta dado que muchos diseñadores aún la consideran. La expresión general de la respuesta dinámica total está dada por la expresión:

$$r_o \leq \sum_{n=1}^N |r_{no}| \quad (1.35)$$

Por otro lado, la SRSS es aplicable para sistemas estructurales cuya frecuencia natural de vibración tiene un amplio periodo [Chopra, 2007]. Esta regla asume, además, que todos los valores máximos absolutos de la respuesta dinámica total son estadísticamente independientes [Wilson, 2004] ésta última según la expresión:

$$r_o \approx \left(\sum_{n=1}^N r_{no}^2 \right)^{1/2} \quad (1.36)$$

Finalmente, la CQC es una regla de combinación formulada por Wilson, Der Kiureghian y Bayo en 1981 y está basada en teorías de vibraciones avanzadas. Ésta engloba algunos conceptos de la SRSS y abarca aquellos sistemas estructurales cuya frecuencia natural de vibración es más pequeña [Chopra, 2007]. La expresión general de la respuesta dinámica total es:

$$r_o \approx \left(\sum_{n=1}^N r_{no}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^N \rho_{in} \cdot r_{io} \cdot r_{no} \right)^{1/2} \quad (1.37)$$

En todos los casos, r_o es la media de los valores máximos absolutos de la respuesta dinámica total.

1.3.3.3. Comentarios de la norma de diseño sismorresistente NTE E.030

La norma técnica NTE E.030 establece en el Perú las condiciones necesarias para el diseño estructural ante fenómenos sísmicos. Ésta contiene algunos criterios aceptados por varios códigos internacionales como el *Uniform Building Code* (UBC) así como a las necesidades propias del territorio peruano. A continuación se mencionarán los factores que esta norma considera importantes.

Para comenzar, es importante definir los parámetros de sitio que básicamente son dos, el de zonificación y el de condiciones geotécnicas. El primero depende de la ubicación geográfica donde se vaya a edificar la estructura, puesto que en el Perú hay zonas de mayor movimiento telúrico que otras.

La NTE E.030 diferencia tres zonas sísmicas representativas en el Perú con distintos factores de zonificación Z , a las cuales se les asignan aceleraciones máximas en suelo firme (base rocosa), como una fracción de la aceleración de la gravedad, g . Esta aceleración corresponde al tiempo de exposición y peligro aceptados para estructuras comunes. En la figura 1.10 se observa que la zona de mayor sismicidad es la costa, con un factor aproximado de $0,4g$. Además, la norma considera un tiempo de exposición o vida útil de la mayoría de las estructuras de cincuenta años y acepta sólo un 10% de probabilidad de excedencia de la respuesta esperada. Estadísticamente, esto corresponde a la aceleración máxima de los sismos que tienen un periodo de retorno de 475 años [Muñoz, 2010].

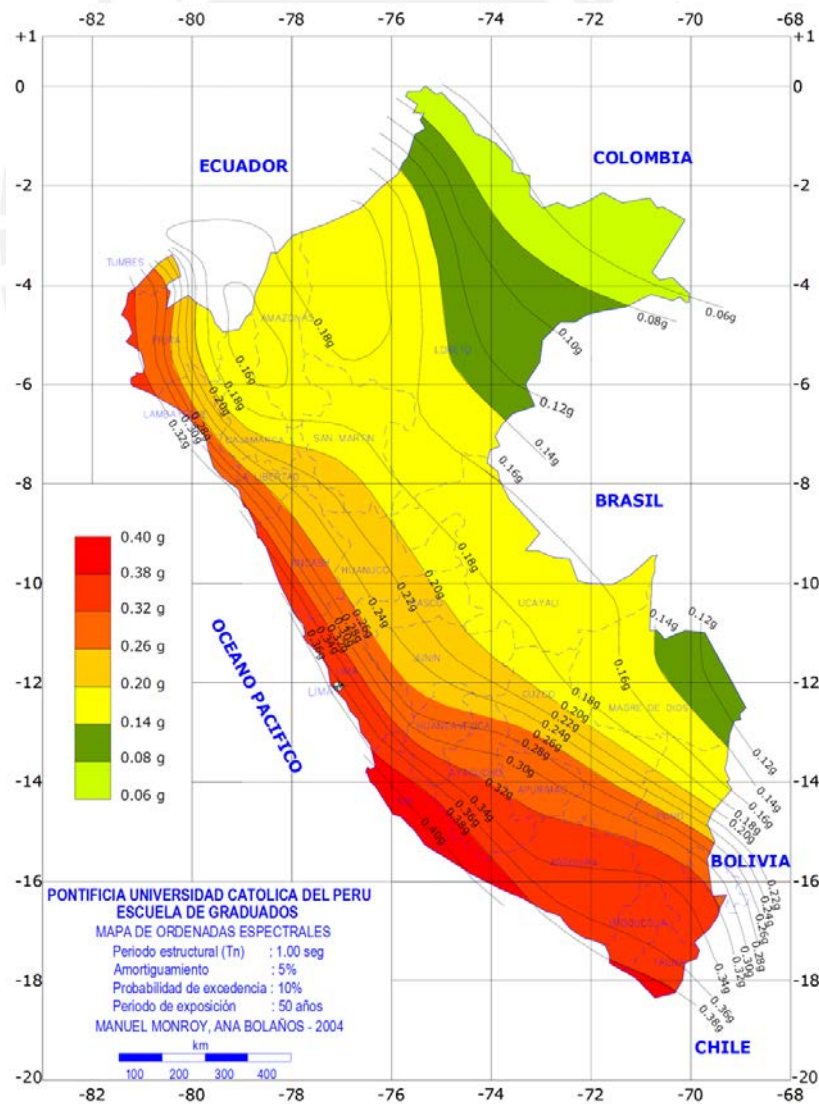


Figura 1.10. Factor de zonificación sísmica del Perú en suelo firme y periodo de retorno de 475 años

Por otro lado, existen dos factores a tomar en cuenta dentro del segundo parámetro, el de condiciones geotécnicas. El primero de estos se refiere a los perfiles o tipos de suelo, que se clasifican según las propiedades mecánicas, la velocidad de propagación de las ondas de corte y el periodo de vibración de estos. En consecuencia, quedan definidos los suelos rígidos (roca) con el símbolo S_1 ; los suelos intermedios, S_2 ; y los flexibles, S_3 . Así como una cuarta categoría de estos, que considera alguno en especial (diferente tipo a los mencionados) simbolizado por S_4 . Finalmente, el factor de tipos de suelos brinda la información del periodo esperado para cada tipo de suelo T_p (mayor al periodo fundamental del perfil del suelo).

Por último, este factor puede interpretarse como la aceleración esperada de una estructura en un suelo rígido, que se modifica al pasar por los distintos estratos del suelo hasta llegar a la cimentación de ésta. En consecuencia, este factor estima la amplificación de las sollicitaciones sísmicas respecto al perfil del suelo cuya aceleración máxima esperada en la cimentación de una estructura queda expresada por el producto de **ZS**.

Tabla 1.1. Factores de tipos de suelos

Tipo	Descripción	T_p (s)	S
S_1	Roca o suelos muy rígidos	0,4	1,0
S_2	Suelos intermedios	0,6	1,2
S_3	Suelos flexibles o con estratos de gran espesor	0,9	1,4
S_4	Condiciones excepcionales	-	-

(Fuente: NTE E.030, 2009, p. 50, adaptado)

El segundo factor es el de amplificación sísmica **C** (de la aceleración como respuesta estructural respecto a la aceleración máxima esperada en la cimentación de ésta). La NTE E.030 permite estimar este factor por la expresión:

$$\mathbf{C} = 2,5 \left(\frac{T_p}{T} \right) \quad ; \quad \mathbf{C} \leq 2,5 \quad (1.38)$$

Por último, el producto **ZS** es amplificado por este factor, en función del periodo fundamental T de la propia estructura. Por lo tanto, la aceleración como respuesta estructural queda definida por el producto de **ZSC**.

De la ecuación 1.39, T es el periodo fundamental de la estructura, que se estima mediante dos análisis, el estático, que por lo general se realiza inicialmente pues se desconocen los parámetros del otro tipo de análisis, el dinámico. Del análisis estático, se deduce la expresión:

$$T = \frac{h_n}{C_T} \quad (1.39)$$

Donde h_n es la altura total de la estructura en metros y C_T es una constante que depende del tipo de estructura: para las aperticadas, $C_T = 35$; para estructuras de concreto armado, $C_T = 45$ para estructuras de mampostería y muros de corte, $C_T = 60$.

Por otro lado, el periodo fundamental que se obtiene por el análisis dinámico, considera las características de rigidez y distribución de masas de la estructura. Éste se genera a partir de la expresión:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n P_i \cdot D_i^2}{g \cdot \sum_{i=1}^n F_i \cdot D_i}} \quad (1.40)$$

Donde P_i es el peso del i ésimo nivel, D_i es el desplazamiento lateral relativo al suelo, F_i es la fuerza horizontal referidos al i ésimo nivel y g es la aceleración de la gravedad. La norma recomienda usar los resultados del análisis dinámico para estructuras regulares en general, por lo tanto el periodo fundamental deberá calcularse una vez conocidos todos los parámetros involucrados en la ecuación anterior.

La norma aclara que si el periodo fundamental es mayor a 0,7 s, una fracción de la fuerza cortante basal (V) o carga sísmica, se deberá aplicar como carga concentrada en la parte superior de la estructura (F_a). Mientras que la diferencia, es decir, $V - F_a$, deberá ser distribuida a todos los niveles de la estructura. Las expresiones asociadas son:

$$F_a = 0,07 \cdot T \cdot V \quad ; \quad F_a \leq 0,15 \cdot V \quad (1.41a)$$

$$F_i = \frac{P_i \cdot h_i}{\sum_{j=1}^n P_j \cdot h_j} (V - F_a) \quad (1.41b)$$

El tercer parámetro es de categoría de las edificaciones o factor **U**. A continuación se muestran, en una tabla extraída de la norma, algunos aspectos técnicos para la determinación de este factor.

Tabla 1.2. Categoría de las edificaciones

Categoría	Descripción	Factor U
A Edificaciones esenciales	Edificaciones cuya función no debería interrumpirse inmediatamente después que ocurra un sismo, como hospitales, centrales de comunicaciones, subestaciones eléctricas, reservorios de agua, cuarteles de bomberos y policía. Además de centros educativos y edificaciones que puedan servir de refugio después de un desastre. También se incluyen edificaciones cuyo colapso puede representar un riesgo adicional, como grandes hornos, depósitos de materiales inflamables o tóxicos.	1,5
B Edificaciones importantes	Edificaciones donde se reúnen gran cantidad de personas como teatros, estadios, centros comerciales, establecimientos penitenciarios, o que guardan patrimonios valiosos como museos, bibliotecas y archivos especiales. También se considerarán depósitos de granos y otros almacenes importantes para el abastecimiento.	1,3
C Edificaciones comunes	Edificaciones cuya falla ocasionaría pérdidas de cuantía intermedia como viviendas, oficinas, hoteles, restaurantes, depósitos e instalaciones industriales cuya falla no ocasione peligros adicionales de incendios, fugas de contaminantes, etc.	1,0
D Edificaciones menores	Edificaciones cuyas fallas causan pérdidas de menor cuantía y normalmente la probabilidad de causar víctimas es baja, como cercos de altura menor a 1,5 metros, depósitos temporales, pequeñas viviendas temporales y construcciones similares.	(*)

(*) En estas edificaciones, a criterio del proyectista, se podrá omitir el análisis por fuerzas sísmicas, pero deberá proveerse de la resistencia y rigidez adecuadas por acciones laterales.

(Fuente: NTE E.030, 2009, p. 51, adaptado)

Al producto **ZUSC** se le denomina como el coeficiente sísmico elástico que brinda una importante aclaración. La NTE E.030 a diferencia de su predecesora, la NSR 77, genera un coeficiente mayor (dos y media veces) que la NSR, lo que a su vez, resulta en niveles muy altos para la carga sísmica (representada por la cortante basal); esto hace notar que es casi imposible diseñar una estructura de manera que se mantenga en el rango elástico durante un sismo [Muñoz, 2010].

En consecuencia, la norma define un factor de reducción **R**, cuya función es reducir la resistencia lateral de las estructuras a una fracción de la máxima sollicitación elástica,

a cambio de garantizar un comportamiento inelástico adecuado, durante y posterior al sismo [Muñoz, 2010].

Tabla 1.3. Sistemas estructurales de acero

Sistema estructural	Factor de reducción R
Acero Pórticos dúctiles con uniones resistentes a momento	9,5
Otras estructuras de acero Arriostres excéntricos Arriostres en cruz	6,5 6,0

(Fuente: NTE E.030, 2009, p. 52, adaptado)

Finalmente, la NTE E.030 concluye que, para el diseño estructural, es común desarrollar en el análisis sísmico, el espectro de respuestas en función de los factores citados anteriormente. Además, recomienda acoplar a éste algunas de las reglas de combinación modal espectral, ya sea el SRSS o el CQC, vistos en 1.3.3.2. Para el segundo método en particular, la norma propone emplear un factor de amortiguamiento del 5%. Por otro lado, este espectro generará la carga sísmica de diseño, conocida como la cortante basal. El espectro está dado por la siguiente expresión:

$$S_a = \frac{Z_{(g)} USC}{R} \tag{1.42}$$

La curva resultante tendrá alguna de las siguientes formas, dependiendo básicamente del tipo de suelo y el factor de reducción.

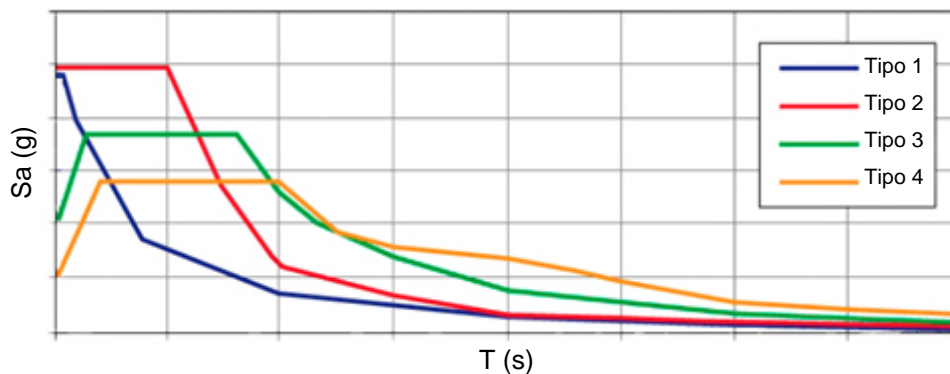


Figura 1.11. Diseños de espectros de aceleraciones típicos

1.4. El Método de los Elementos Finitos aplicado al diseño estructural

La ingeniería estudia muchos fenómenos físicos que pueden ser modelados matemáticamente con relativa precisión mediante el uso de ecuaciones diferenciales. Éstas, por lo general, son de difícil solución analítica mediante los métodos clásicos. El MEF permite una evaluación aproximada de las ecuaciones diferenciales que modelan cualquier fenómeno físico [Ottosen, 1992].

Los fundamentos del MEF se dieron a conocer gracias a los avances en el campo de la aeronáutica hacia mediados de la década de 1940. Algunos científicos e ingenieros que investigaron y publicaron los primeros artículos relacionados al MEF, fueron: Argyris, Courant, Turner, Clough y Zienkiewicz, en distintas épocas. Por otro lado, algunos de los problemas que abarcan el método, están relacionados con el análisis de esfuerzos, flujos de materia, transferencia de calor y dinámica aplicada, entre otras áreas.

La solución de problemas de sistemas estructurales es la aplicación más común hoy en día, existiendo en el mercado varios *soft wares* especializados íntegramente en este campo. Con el uso de estos, el diseñador puede reducir significativamente el tiempo que invierte en el análisis, además de optimizar los resultados finales [McCormac, 2008].

La característica principal del MEF es que descompone la región de análisis (aquella donde se cumplen las ecuaciones diferenciales) en partes pequeñas de determinada geometría, denominadas elementos finitos, de manera que la precisión del método depende directamente del número de elementos. La agrupación de todos los elementos de una región es denominada 'malla'.

La aproximación de cada elemento es usualmente polinomial (lineal, cuadrática, cúbica, etc.), esto depende de cómo cambie la variable en estudio. Por ejemplo, para un problema de transferencia de calor, la variable es la temperatura. Por lo tanto, esta aproximación es un tipo de interpolación sobre cada elemento, donde se asume que la variable es conocida en determinados puntos de éste, denominados 'nodos', localizados en la periferia del elemento.

Finalmente, todos los fenómenos físicos son sistemas continuos, es decir, poseen un número infinito de soluciones, en contraste a uno discreto que tiene un número finito de soluciones. Precisamente, el objetivo del uso del método es llegar a conocer la respuesta o el comportamiento de un sistema continuo a partir de la discretización de éste, con cierta aproximación [Chandrupatla, 1999].

1.5. Descripción del SAP 2000

El SAP 2000 es un *software* especializado en el análisis y diseño de estructuras en general, sistemas de flujo y otras aplicaciones. Fue desarrollado por la compañía *Computers & Structures Inc.* (CSI), dedicada por más de quince años a la creación y distribución de *soft wares* especializados basados en el MEF.

El *software* presenta una interface gráfica amigable para el usuario, lo que lo hace de fácil uso y entendimiento de las funciones y comandos asociados a los distintos análisis. Algunas de sus ventajas son: una amplia base de datos de materiales estructurales como aceros y concreto. Normas de diseño estructural como la AISC, la UBC, la ASCE 7, entre otras. Rápida generación de modelos, mediante el uso de plantillas de croquizado predeterminadas. Ejecución de diferentes tipos de análisis: estático y dinámico, lineal y no lineal, sísmico, modal, entre otros [CSI, 2009].

CAPÍTULO 2 METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL APLICANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

2.1. Introducción

A partir de los fundamentos de la mecánica estructural, definidos en el capítulo anterior y las ventajas del MEF como herramienta que permite lograr la optimización en el diseño, es recomendable seguir un procedimiento que permita contemplar los aspectos generales y necesarios a la hora de diseñar estructuras metálicas utilizando cualquier *software* especializado basado en el MEF. Es usual generalizar los métodos de análisis de las estructuras, pues existe poca información práctica al respecto. En efecto, al aplicar la metodología propuesta, se quiere lograr generar resultados confiables.

Este capítulo se divide en dos partes, la primera enuncia una metodología que resume y vincula algunos de los aspectos generales del diseño estructural y enfatiza el uso o la asistencia del MEF, en la mayoría de estos, para lograr una práctica eficiente de diseño. Algunos aspectos importantes son: la modelación o representación del sistema estructural, que implica definir la geometría global y particular de los elementos que lo configuran. Otro aspecto es la asignación de las propiedades mecánicas de los materiales de los elementos estructurales, en relación con los requerimientos del MEF para el análisis. Asimismo, la determinación y la asignación de los grados de libertad (apoyos y conexiones entre elementos) del sistema, aspecto igual de importante que los anteriores pues genera, en el MEF, el número de ecuaciones a resolver. Y finalmente, la definición y correcta asignación de los tipos de cargas de trabajo y de los estados o combinaciones de éstas, según lo estipulado por la norma AISC–LRFD.

En consecuencia, son cuatro aspectos fundamentales del diseño estructural que se pueden desmembrar en siete, como se hará en la metodología propuesta. Además, en ésta se da una explicación más detallada en el último aspecto que menciona tipos de cargas y combinaciones de éstas, dos conceptos que resaltan el aporte de la metodología. Por otro lado, la forma y el orden de cómo aplicar cada uno de estos aspectos en el diseño es propuesta y desarrollada en base a la experiencia adquirida en mi formación profesional.

Finalmente, la segunda parte del capítulo se refiere a la metodología propuesta desarrollada en el *software* SAP 2000. El objetivo de esto es alcanzar al usuario una guía rápida para el análisis, que le pueda ser útil, además, para el entendimiento del ejemplo aplicativo descrito en el siguiente capítulo.

2.2. Metodología propuesta

2.2.1. Modelado

Primer paso: modelar la estructura a analizar. Este concepto implica definir la geometría global y específica de los elementos que la configuran. Esto se consigue mediante los planos de montaje iniciales, logrados en la primera etapa del diseño de ésta. Sin embargo, no es recomendable ser detallistas en obtener este modelo, pues esto puede requerir de mayor tiempo y esfuerzo. Por lo tanto, el diseñador debe evaluar el grado de simplificación del modelo, cuando se aplique caso.

Dos criterios para lograr simplificar un modelo generado son la rigidez relativa de los elementos estructurales y la frecuencia natural del sistema. El primero quiere decir que se pueden suprimir algunos de estos elementos que no aportan rigidez significativa al sistema estructural o no generan esfuerzos significativos sobre otros. Mientras que para el segundo criterio, debe tomarse en cuenta el grado en que el modelo logre afectar la frecuencia natural real del sistema estructural, pues esto daría como resultado que en algún instante la estructura pueda fallar por resonancia al igualarse su frecuencia natural con la frecuencia de alguna carga dinámica.

2.2.2. Materiales empleados

Segundo paso: asignar las propiedades mecánicas del material a emplearse (de los elementos estructurales). Tratándose de estructuras metálicas es común asignar en este paso, el acero ASTM A36 por ser el más usado en nuestro medio. Pero dependiendo de las especificaciones del proyecto, pueden definirse aceros especiales.

Luego se debe asignar al modelo todos los elementos estructurales según las características del material definido previamente. Estos elementos fueron pre-seleccionados en la etapa previa de diseño. Además de los perfiles convencionales usados en la fabricación de estructuras, también se utilizan los de sección compuesta por varios de estos y otros conformados en frío, que quizás no estén designados por AISC, de manera que el diseñador deberá definirlos apropiadamente en cuanto a su geometría y propiedades de sección se refieran, pudiendo hacer uso de otras normas.

2.2.3. Grados de libertad del sistema

Tercer paso: definir los grados de libertad del sistema estructural (tipos de apoyos y conexiones entre sus elementos). La selección de un tipo de apoyo inapropiado, determinará un comportamiento o respuesta dinámica del sistema diferente a lo que se esperaba obtener. Esto podría lograrse, pues los apoyos en un sistema estructural (región continua) son las condiciones de borde evaluados por el MEF. Por lo tanto, estos deben definirse apropiadamente. Además, estos determinan la existencia de soluciones para las ecuaciones fundamentales formuladas por los análisis estático y dinámico.

Los tipos de apoyos en sistemas estructurales, son básicamente tres: empotrado, articulado y deslizante (rodillo). Los apoyos empotrados son característicos en varias formas constructivas de anclajes y son los únicos resistentes a momentos, es decir, que el esfuerzo predominante es el de flexión. Mientras que el tipo articulado, soporta únicamente cargas normales y transversales al apoyo (de tracción o compresión). Finalmente, el último tipo de estos, soporta cargas normales a éste, otorgando libertad de movimiento al sistema en la dirección transversal. Existe un último tipo de apoyo, poco usual, pero que se presenta en algunas aplicaciones especiales y es el elástico.

Por otro lado, las conexiones también otorgan un grado de libertad relativo entre los elementos del sistema estructural que une y por esto, también deben ser definidas apropiadamente. Las conexiones usadas en estructuras se clasifican, según AISC, como soldadas o atornilladas. La primera puede catalogarse según su resistencia, morfología o aplicación; mientras que la segunda, se hace en función de la resistencia a la rotación relativa entre los elementos que une, cuando se aplican cargas externas [McCormac, 2008].

Una conexión soldada es considerada, teóricamente, como completamente rígida, debido a que puede soportar esfuerzos axiales, de corte y flexión en todas las direcciones de su sistema de referencia local. Por el contrario, una conexión atornillada, dependiendo de su grado de resistencia, puede ser: Completamente Restringida (CR) o Parcialmente Restringida (PR) [AISC, 2005].

Por definición, las conexiones CR se asumen suficientemente rígidas para impedir el giro relativo entre los elementos que une, bajo carga. Por el contrario, las PR no pueden impedir este giro, y por eso, se les considera simples o flexibles, pero también las hay semirrígidas. Una regla práctica para clasificarlas es la siguiente: una conexión simple tiene entre 0 y 20% de rigidez; una semirrígida entre 20 y 90% y una rígida, entre 90 y 100%.

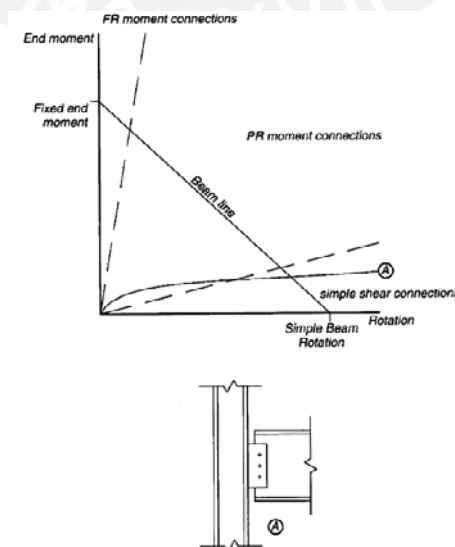


Figura 2.1. Relación Momento vs Rotación de una conexión simple típica
 (Fuente: AISC, 2005, p.10-4)

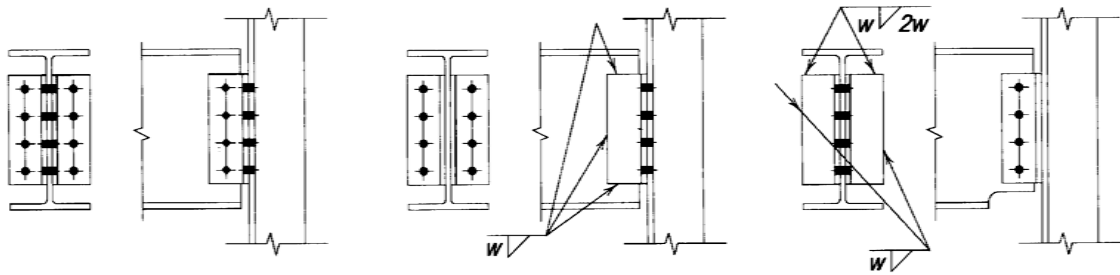


Figura 2.2. Conexiones simples columna–viga de doble ángulo (2L) típicas
(Fuente: AISC, 2005, p.10-8, adaptado)

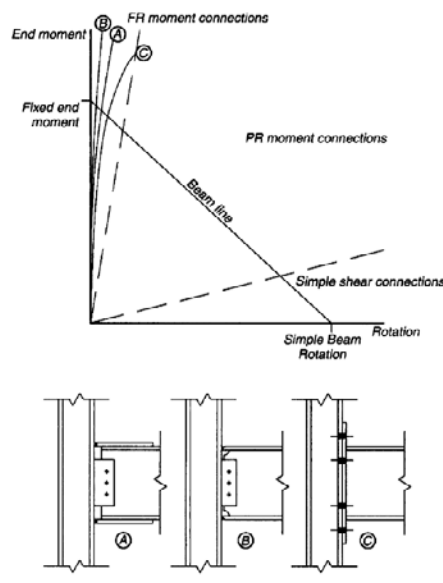


Figura 2.3. Relación Momento vs Rotación de conexiones CR típicas
(Fuente: AISC, 2005, p.12-2)

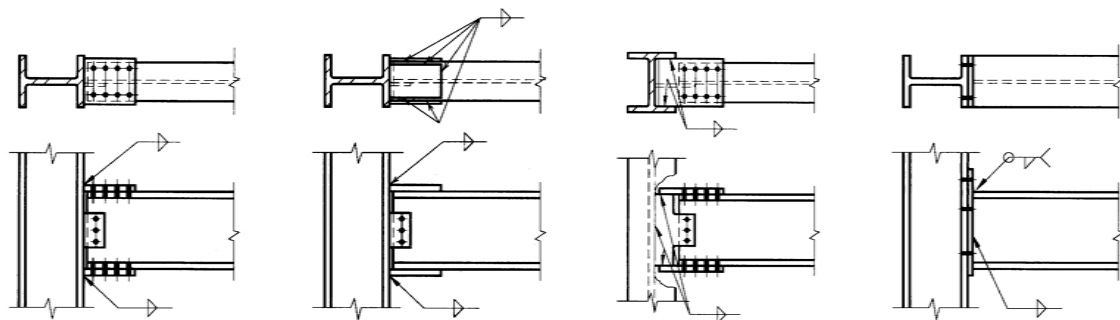


Figura 2.4. Conexiones CR columna–viga típicas
(Fuente: AISC, 2005, p.12-5,12-6,12-8, adaptado)

2.2.4. Cargas de trabajo

Cuarto paso: definir los tipos de cargas aplicadas sobre el sistema estructural y asignarlos al modelo de la estructura. Aunque algunas de estas cargas de trabajo han sido identificadas en la etapa de diseño previa, lo que se hace ahora es cuantificar cada una de éstas (algunas mediante procedimiento analítico y otras según normas) y asignarlas al modelo convenientemente.

Entre las cargas comúnmente aplicadas sobre las estructuras se consideran las mencionadas en 1.3.1.5 como son: la carga muerta, la carga viva, la carga de viento, la carga sísmica; entre otras cargas, como las dinámicas alternantes y pulsantes, las de impacto, de flujo y térmica.

Por definición, la carga muerta se origina producto del peso distribuido de los perfiles estructurales de un sistema, cuyos ejes centroidales axiales están contenidos o pertenecen a planos horizontales, pero también a planos inclinados de pendiente finita. El siguiente esquema aclara mejor este concepto.

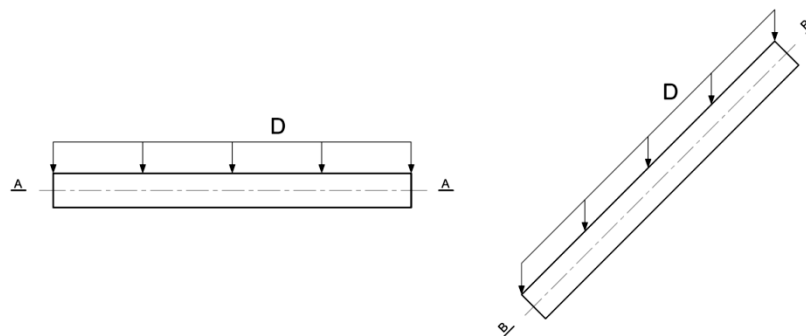


Figura 2.5. Forma de asignación de la carga muerta (D) para una viga horizontal e inclinada

Como se puede observar en la ilustración, los ejes centroidales axiales de las vigas, pertenecen al plano horizontal A-A y al plano inclinado B-B respectivamente.

La carga de viento tiene un papel importante en el diseño estructural debido a que existen varios fenómenos asociados a ésta, dependientes de factores como la

topografía del lugar de emplazamiento de la edificación, la altura de ésta relativa a la superficie del terreno, la rigidez del sistema, entre otros.

En el análisis, la carga de viento es resultado de las presiones externa e interna que genera la velocidad media del viento local (velocidad de diseño) sobre las áreas de la estructura, normales y paralelas a la dirección de éste. Estas áreas son: la de barlovento, la de sotavento, las laterales y la superior o cumbre. Luego, el procedimiento de cálculo de esta carga, así como de los esfuerzos generados sobre el sistema estructural producto de ésta, es analítico o experimental. El primero es, por lo general, más factible de realizar y se encuentra documentado en la norma ASCE 7-05. Asimismo, hay un método de análisis simplificado tratado por la norma peruana NTE E.020. Por otro lado, el análisis experimental es únicamente realizado en laboratorios.

La presión estimada del viento (presión de diseño), a usarse para el cálculo de la carga de viento sobre sistemas rígidos convencionales (exceptuando otros tipos de sistemas, por conveniencia), está dada por la expresión general:

$$p = q_z \cdot G \cdot C_p - q_i(GC_i) \quad (2.1)$$

Donde p tiene unidades en Pascal (N/m^2), q_z es la presión dinámica del viento (N/m^2) sobre las áreas normales a la dirección del viento (barlovento y sotavento), evaluada a una altura z en metros, relativa a la superficie del terreno (evaluar hasta llegar a la altura máxima de la estructura). G es el factor de la respuesta dinámica de ráfaga (*Gust Effect Factor*), a calcularse mediante la norma. C_p es el coeficiente de presión externa del viento, dado en tablas. q_i es la presión dinámica interna del viento (N/m^2), y GC_i es el coeficiente de presión interna multiplicado por el factor de la respuesta dinámica de ráfaga.

Por otro lado, para otros tipos de estructuras (no convencionales) se define la fuerza de diseño a usarse para el cálculo de la carga de viento, según la expresión:

$$F = q_z \cdot G \cdot C_f \cdot A_f \quad (2.2)$$

Donde F tiene unidades en Newton (N), q_z es la presión dinámica del viento (N/m^2) sobre las áreas normales a la dirección del viento, evaluada a una altura z en metros, relativa al centroide del área A_f . C_f es el coeficiente de amplificación de la fuerza F , dado en tablas y A_f es el área proyectada de la estructura normal a la dirección del viento (m^2).

Además, la presión dinámica generada por el viento es:

$$q_z = 0,613 \cdot K_z \cdot K_{z1} \cdot K_d \cdot V^2 \cdot I \quad (2.3)$$

Donde K_z es el coeficiente de exposición de la zona evaluado a la altura z en metros, dado en las tablas de Davenport. K_{z1} es el factor de incremento de la velocidad del viento, a calcularse según la norma. K_d es el factor de direccionalidad del viento, dado en tablas. V es la velocidad media del viento a una altura de diez metros de la superficie del terreno (m/s), dado en mapas eólicos de la zona (ver la sección Anexos, página 2); y finalmente, I es el factor de importancia de la estructura, dado en tablas.

2.2.5. Estados de cargas

Quinto paso: definir los estados o combinaciones de carga según LRFD. Esto determinará la respuesta estructural ante distintas situaciones posibles en que se apliquen las cargas de trabajo sobre el sistema. Estas cargas fueron definidas y asignadas al modelo en el paso previo. El resultado de este paso es la conceptualización de los estados críticos o límite por resistencia mediante ecuaciones matemáticas generadas por superposición lineal de estados. Para lograr los estados de cargas de aquellas que no están estipuladas en la norma AISC, el diseñador deberá asignar un factor de carga a éstas (una o varias cargas, distintas), dependiendo del grado de incertidumbre en su magnitud real.

2.2.6. Ejecución del análisis

Sexto paso: ejecutar los análisis estático y dinámico en el *software* elegido para obtener el comportamiento dinámico del sistema estructural así como las variables asociadas a las ecuaciones gobernantes de los análisis: desplazamientos absolutos de los nodos, reacciones internas de los elementos del sistema, reacciones en apoyos y conexiones, velocidades y aceleraciones absolutas, modos de vibración, etc.

2.2.7. Validación de resultados según los criterios de diseño de AISC–LRFD

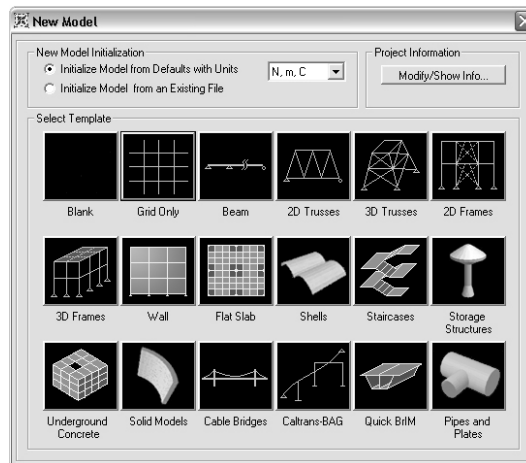
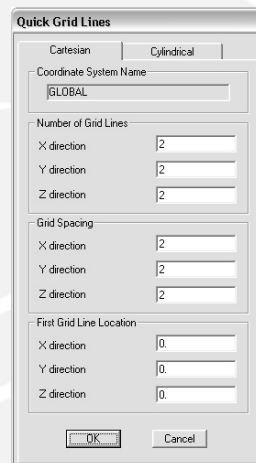
Sétimo paso: seleccionar los perfiles estructurales o formas constructivas recomendadas según AISC–LRFD para lograr que cada elemento del sistema estructural cumpla con la resistencia última o de diseño. Finalmente, rediseñar y aplicar nuevamente la metodología.

2.3. Desarrollo de la metodología propuesta con SAP 2000

Consecuentemente con la metodología expuesta, en este subcapítulo se darán las funciones y comandos asociados al SAP 2000, para realizar los siete pasos generales de la metodología.

2.3.1. Funciones asociadas al modelado

Para realizar el **primer paso**, ejecutar la aplicación SAP 2000 y abrir un nuevo modelo mediante el menú *File* y la función *New Model*. Luego, se puede seleccionar cualquiera de las plantillas dadas por el *software*, que están relacionadas con estructuras convencionales. Sin embargo, en cualquier caso es recomendable definir la plantilla *Blank* o *Grid Only* para que el modelo pueda generarse independientemente. Además, es preciso definir las unidades, que pueden ser del Sistema Internacional o el Sistema Inglés. A continuación se muestran los cuadros de diálogo para las funciones antes mencionadas.


 Figura 2.6. Cuadro de diálogo de la función *New Model*

 Figura 2.7. Cuadro de diálogo de la función *Grid Only*

Para la función *Grid Only* en particular, es conveniente definir un modelo base, en función de las dimensiones generales de la estructura como son: altura, ancho y largo, que se ingresan en *Grid Spacing* según las unidades de longitud establecidas previamente. Para los parámetros ingresados en el cuadro de diálogo de la figura 2.6, se genera el modelo base de la siguiente figura:

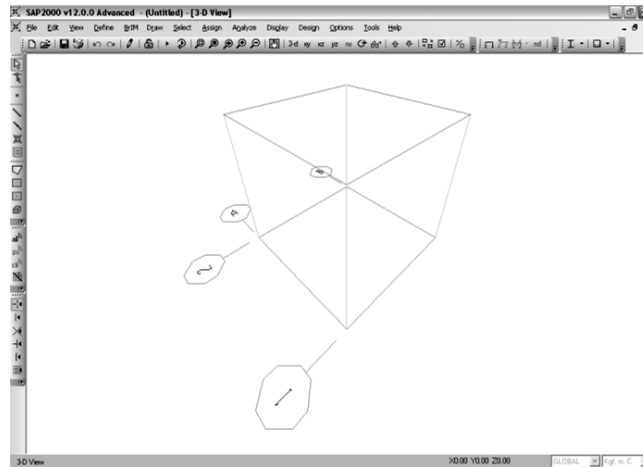


Figura 2.8. Modelo base generado mediante la función *Grid Only*

A continuación se definen todas las relaciones de posición de los elementos representativos del sistema estructural, siguiendo las recomendaciones mencionadas en el primer paso de la metodología. Esta definición se puede realizar modificando el modelo base generado de la figura anterior mediante el menú *Define* y la función *Coordinate System/Grids*. Luego, elegir la subfunción *Modify/Show System* en el cuadro de diálogo de la figura 2.9. Aparecerá un nuevo cuadro de diálogo como el mostrado en la figura 2.10, donde se podrá agregar y modificar todas las dimensiones y relaciones de posición, obtenidas de los planos de montaje iniciales de la estructura.

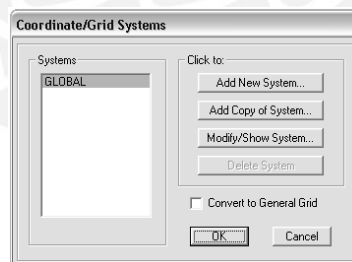


Figura 2.9. Cuadro de diálogo de la función *Coordinate System/Grids*

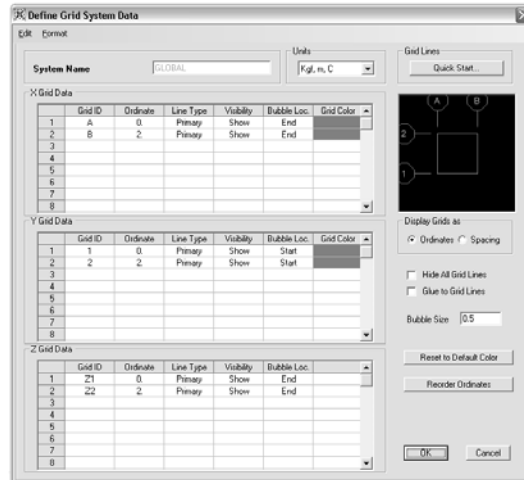


Figura 2.10. Cuadro de diálogo de la subfunción *Modify/Show System*

Ahora se pueden modelar todos los elementos representativos del sistema estructural aporticado (que se usará de ejemplo de este subcapítulo). Para esto se hace uso de la función *Draw Frame/Cable/Tendon* del menú *Draw*, y a continuación, se procede a delinear los contornos del modelo base.

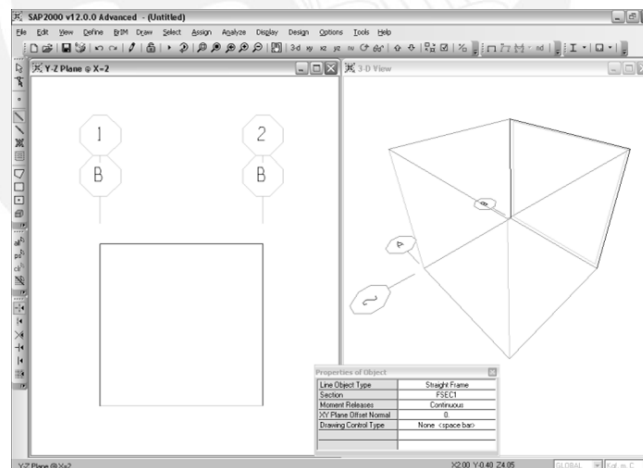


Figura 2.11. Modelado de algunos elementos de un sistema aporticado

En la figura, se representaron dos columnas y una viga en el plano posterior del modelo base. Para que el modelado sea ejecutado eficazmente, SAP 2000 tiene la opción de trabajar con varias vistas en paralelo del sistema estructural. Por otro lado, para trasladarse de planos se puede hacer uso de la función *Set 2D View* del menú *View*.

2.3.2. Funciones asociadas a la asignación de los materiales empleados

Después de generar el modelo, el **segundo paso** es asignar las propiedades mecánicas de los materiales empleados. Esto se realiza desde el menú *Define* y la función *Materials*. Luego, se abrirá el cuadro de diálogo mostrado en la figura 2.12, en el cual se tendrá que seleccionar la subfunción *Add New Material Quick* que permite seleccionar el acero estructural ASTM A36, entre otros, como se observa en la figura 2.13 donde se podrán agregar todos los materiales empleados. Por último eligiendo la subfunción *Modify/Show Material* del cuadro de diálogo de la función *Materials*, se puede verificar o modificar las propiedades mecánicas de cualquier material elegido, por ejemplo, se puede observar en la figura 2.14 que el módulo de elasticidad para el acero es 29000 ksi ó 200 GPa.

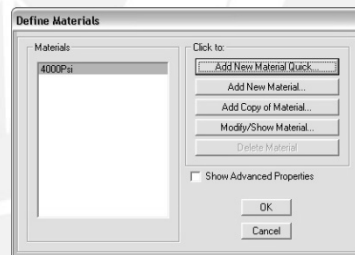


Figura 2.12. Cuadro de diálogo de la función *Materials*

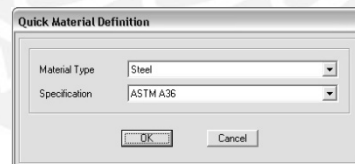


Figura 2.13. Cuadro de diálogo de la subfunción *Add New Material Quick*

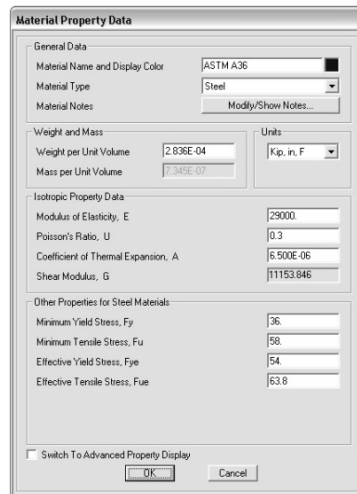


Figura 2.14. Cuadro de diálogo de la subfunción *Modify/Show Material*

Por otro lado, se deben asignar los perfiles estructurales a los distintos elementos estructurales representados. Para este fin, se hace uso del menú *Define* y la función *Frame Sections*, la cual generará el cuadro de diálogo de la figura 2.15, donde se podrá importar perfiles de la librería del *software*. Esto mediante la subfunción *Import New Property* y la selección del archivo AISC.PRO (para cualquier perfil de la figura 2.16).

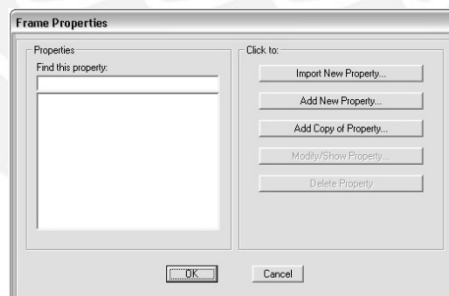
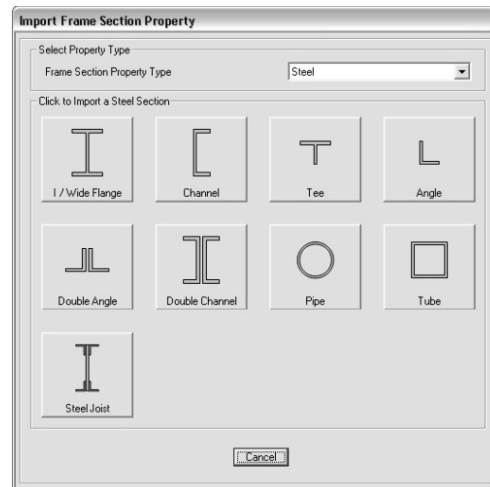
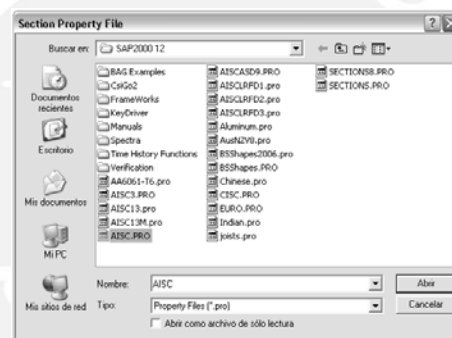


Figura 2.15. Cuadro de diálogo de la función *Frame Sections*


 Figura 2.16. Cuadro de diálogo de la subfunción *Import New Property*

 Figura 2.17. Ventana de acceso a la librería de normas de diseño del *software*

Para el modelo de la estructura aporticada simple, se seleccionaron de la librería de AISC, los perfiles W 10 x 22 lb/ft y W 8 x 21 lb/ft para columnas y vigas respectivamente. Ahora, estos se deben asignar al modelo, seleccionando apropiadamente las líneas de los contornos del modelo base. Luego, elegir en el menú *Assign*, la función *Frame Sections*. Como resultado, se debe obtener un esquema similar al de la figura 2.18, donde se observa que las cuatro columnas son ahora perfiles W 10 x 22 lb/ft, mientras que las vigas que las une, W 8 x 21 lb/ft.

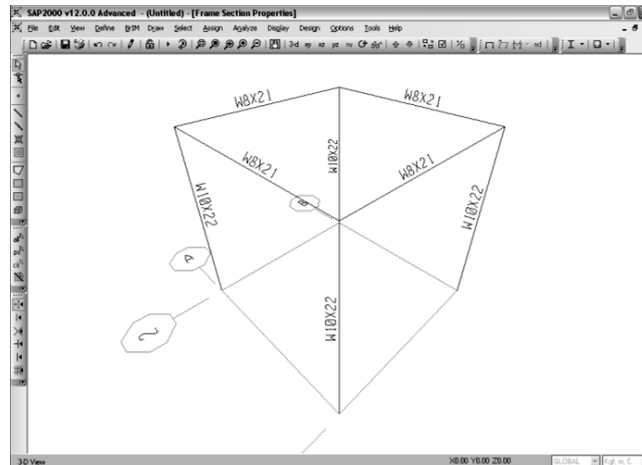


Figura 2.18. Asignación de perfiles estructurales al modelo de la estructura aporticada simple

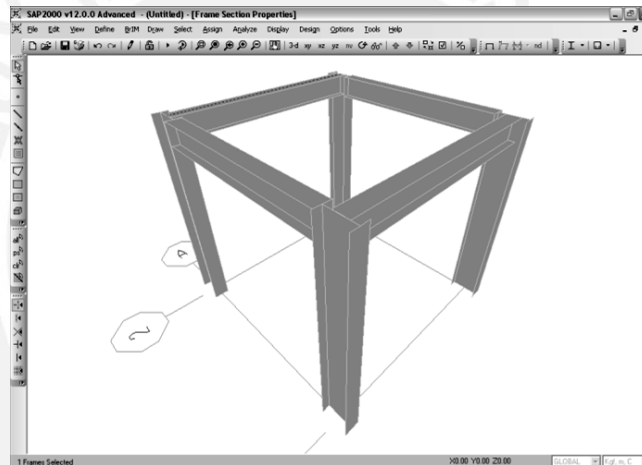


Figura 2.19. Modelo de la estructura aporticada simple en vista extruida

Finalmente, el *software* facilita generar cualquier sección diferente a las estandarizadas por AISC, mediante la subfunción *Section Designer*. Para esto elegir la función *Add New Property* del cuadro de diálogo de la figura 2.15 y seleccionar el ícono correspondiente a *Section Designer*.

2.3.3. Funciones asociadas a la asignación de los grados de libertad del sistema

El **tercer paso** consiste en definir y asignar los apoyos y conexiones para el modelo. En efecto, los apoyos están definidos por el *software* y son los cuatro tipos mencionados en el subcapítulo anterior. La función *Joint* del menú *Assign*, permite definir y asignar el tipo de apoyo al modelo, simultáneamente. Luego, seleccionando los cuatro puntos base del modelo de la estructura aporticada simple, se podrá asignar

cualquier tipo de apoyo. Para esto elegir en el menú *Define*, la función *Restraints*, después de lo cual se generará el cuadro de diálogo de la figura 2.20. Por último, suponiendo que las columnas están empotradas al suelo, entonces se elige el primer ícono.

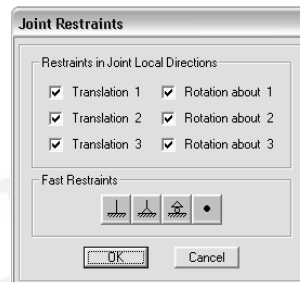


Figura 2.20. Cuadro de diálogo de la función *Restraints*

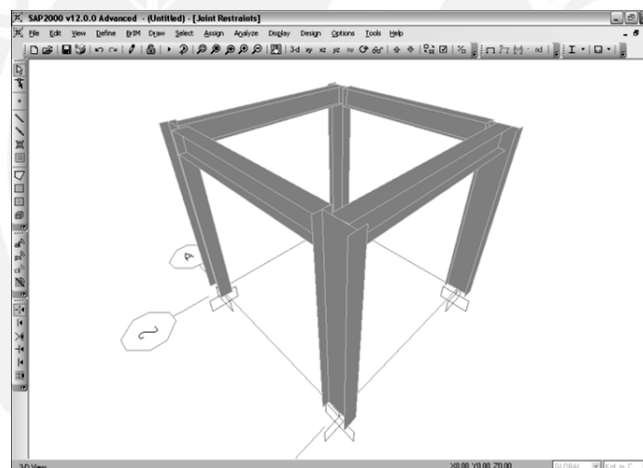


Figura 2.21. Asignación de apoyos empotrados al modelo de la estructura aporticada simple

Por otro lado, haciendo uso de la función *Joint Constraints* del menú *Define*, se pueden definir los tipos de conexiones. Por ejemplo, una conexión soldada se define en el menú y la función mencionados y en la subfunción *Weld* de la lista desplegable de *Choose Constraint Type to Add*; y seguidamente en la opción *Add New Constraint*. Con lo cual se abrirá el cuadro de diálogo de la figura 2.23, donde se puede modificar las restricciones de movimiento en los ejes locales. Asimismo, las conexiones atornilladas son definidas mediante la subfunción *Equal*, que se encuentra en la lista desplegable de *Choose Constraint Type to Add*, al igual que la función *Weld*.

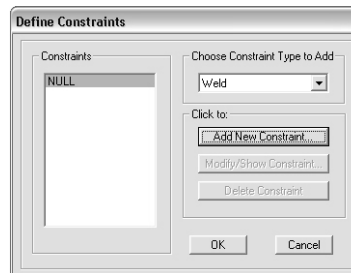


Figura 2.22. Cuadro de diálogo de la función *Joint Constraints*

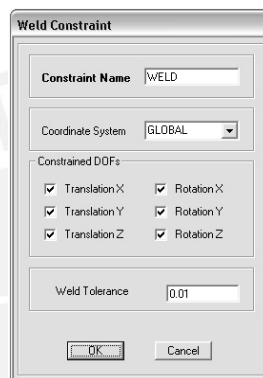


Figura 2.23. Cuadro de diálogo de la subfunción *Weld Constraint*

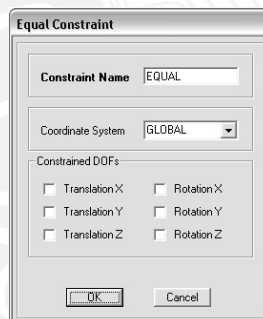


Figura 2.24. Cuadro de diálogo de la subfunción *Equal Constraint*

2.3.4. Funciones asociadas a la definición y asignación de las cargas de trabajo

El **cuarto paso** es definir y asignar los tipos de cargas de trabajo en el modelo. Para esto es importante aclarar que cada tipo de carga tiene un procedimiento distinto de asignación en el *software*. Por ejemplo, una carga muerta es asignada directamente sobre los elementos tipo vigas del sistema, mientras que la carga sísmica es definida mediante un espectro de aceleraciones (procedimiento desarrollado en el capítulo anterior) o un análisis tiempo–historia. Así también, una carga dinámica tendrá que ser definida por el usuario en cuanto a forma, amplitud, frecuencia, etc. Al respecto, se

desarrollará el procedimiento general para las tres cargas antes mencionadas (la carga muerta, la dinámica y la sísmica espectral).

Para comenzar se deben definir todas las cargas involucradas en el análisis. Esto se especifica mediante la función *Load Patterns* del menú *Define*. Por defecto aparece DEAD que es la carga muerta (ver figura 2.25), pero deberá definirse el resto de cargas con un nombre apropiado para cada una. Además, para el caso particular de la carga sísmica, deberá indicarse la condición (norma de diseño o criterio) por la cual se genera. En general, es conveniente usar la opción *User Loads*, pues la norma de diseño sismorresistente no está en la base de datos del *software*. Después de definir los tipos de cargas, se obtiene un cuadro de diálogo similar al de la figura 2.26.



Figura 2.25. Cuadro de diálogo de la función *Load Patterns*

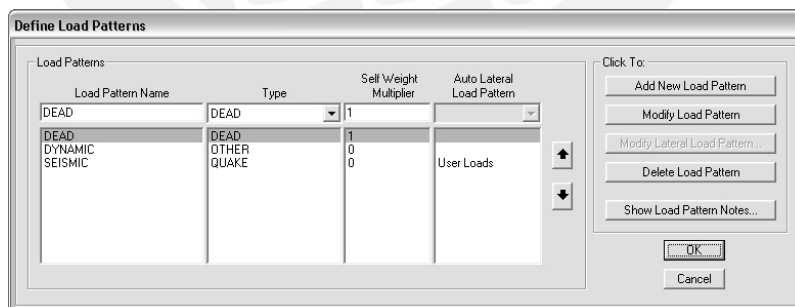


Figura 2.26. Cuadro de diálogo de la función *Load Patterns* una vez definidos los tipos de cargas

Ahora, se deben especificar la magnitud, dirección y sentido de las tres cargas definidas para el modelo de prueba o en cualquier caso, el método para generarlas. En primer lugar, la carga muerta es directamente asignada mediante el menú *Assign* y la función *Frame Distributed Loads*. Una vez seleccionado el elemento a asignarse la

carga, aparecerá el cuadro de diálogo de la figura, donde se podrá indicar el módulo de ésta y sus unidades.

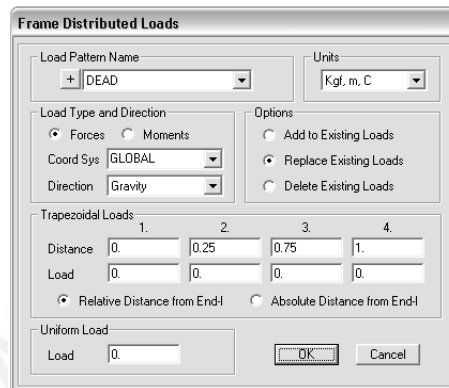


Figura 2.27. Cuadro de diálogo de la función *Frame Distributed Loads*

En segundo lugar, se supondrá que las cargas dinámicas son del tipo periódicas. En consecuencia, éstas estarían completamente definidas si se conocen su forma, amplitud y frecuencia. Para esto se puede hacer uso de la función *Time History Functions* del menú *Define*. Aparecerá el cuadro de diálogo de la figura 2.28, donde se pueden elegir entre varias formas de curvas periódicas conocidas como la sinusoidal, 'diente de sierra', triangular o combinaciones de éstas, definidas por el usuario.

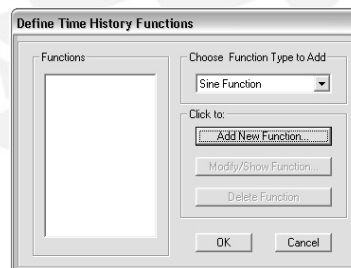


Figura 2.28. Cuadro de diálogo de la función *Time History Functions*

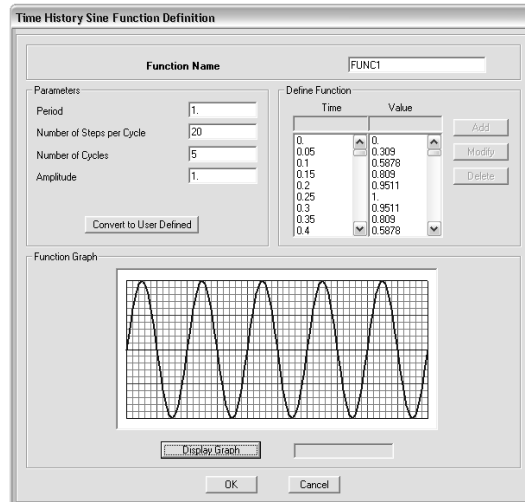


Figura 2.29. Cuadro de diálogo de la subfunción *Sine Function*

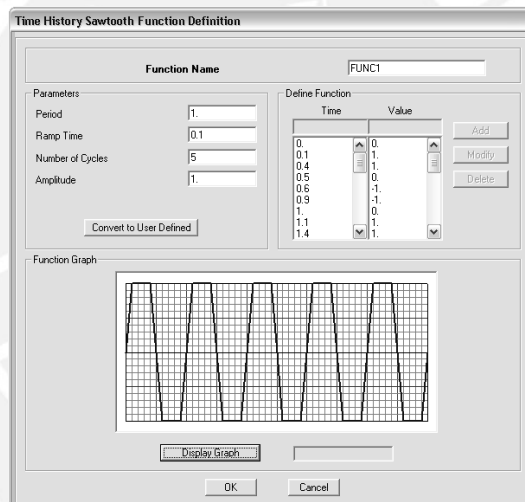


Figura 2.30. Cuadro de diálogo de la subfunción *Sawtooth Function*

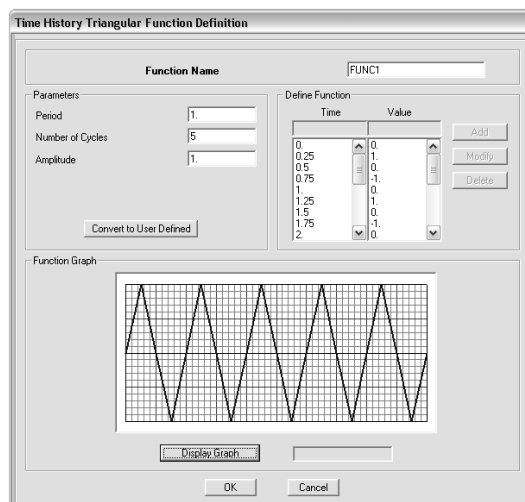


Figura 2.31. Cuadro de diálogo de la subfunción *Triangular Function*

Por último, para definir apropiadamente la carga sísmica, es necesario hacer uso de la función *Response Spectrum Functions* del menú *Define*. Por defecto, aparecerá el cuadro de diálogo de la figura 2.32, en éste debe indicarse alguna norma de diseño sismorresistente como la UBC, EUROCODE 8, ASCE 7, etc., si es el caso o definirla mediante un archivo de texto externo (de usarse la norma NTE E.030).

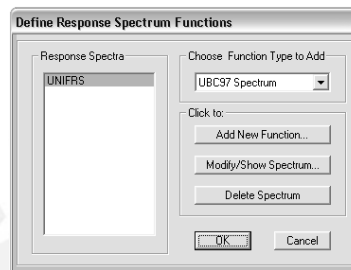


Figura 2.32. Cuadro de diálogo de la función *Response Spectrum Functions*

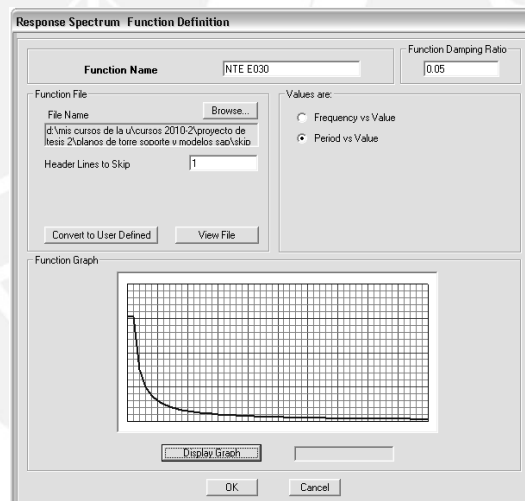


Figura 2.33. Cuadro de diálogo de la subfunción *Spectrum from file*

Una vez definidos los tipos de cargas, se deben especificar los métodos de solución de las ecuaciones de los análisis involucrados, entre estos el lineal estático, modal, dinámico espectral, etc. El *software* define todas las cargas definidas previamente, como lineales estáticas, lo cual no es necesariamente cierto. Para modificarlas se debe elegir la subfunción *Modify/Show Load Cases* para cada una.

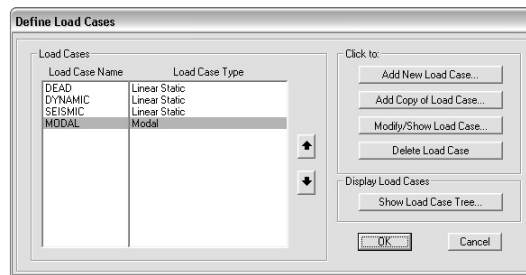


Figura 2.34. Cuadro de diálogo de la subfunción *Load Cases*

No obstante, no hace falta modificar la carga muerta pues ésta corresponde a una del tipo lineal estática. Mientras que para el análisis modal (que se ejecuta automáticamente), es necesario especificar el número de modos a emplear y el método de solución, ya sea por los Valores Propios o los Vectores de Ritz (ambos disponibles en el *software*). Finalmente, para las cargas dinámicas y sísmicas deben ser definidos sus métodos de solución de ecuaciones de los análisis dinámicos correspondientes, como se muestran en los cuadros de diálogo siguientes.

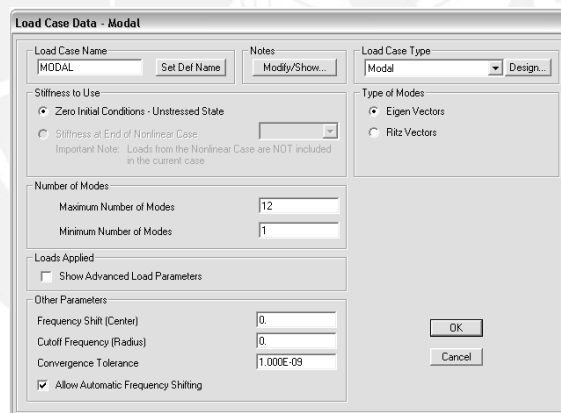


Figura 2.35. Cuadro de diálogo de la subfunción *Modify/Show Load Case MODAL*

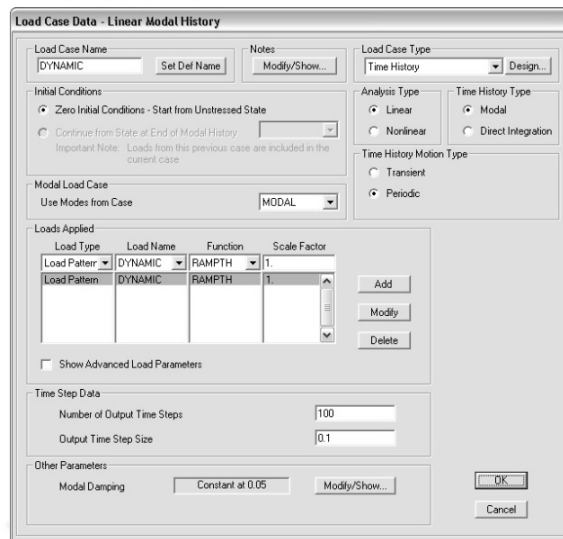


Figura 2.36. Cuadro de diálogo de la subfunción *Modify/Show Load Case* DINÁMICA

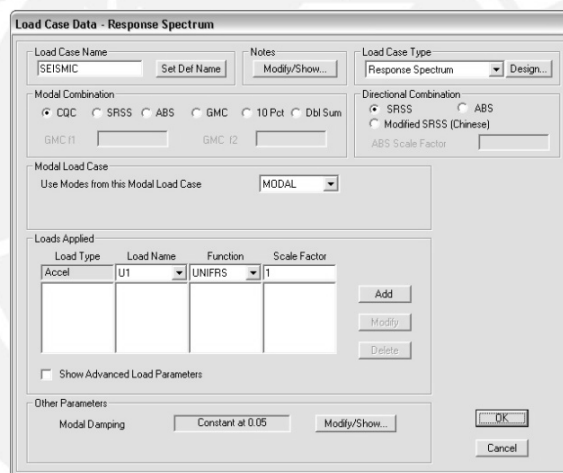


Figura 2.37. Cuadro de diálogo de la subfunción *Modify/Show Load Case* SÍSMICA

Por último, deberá aparecer un cuadro de diálogo similar al de la figura 2.38, que muestra la información de cargas y métodos de solución de las ecuaciones de los análisis para cada caso.

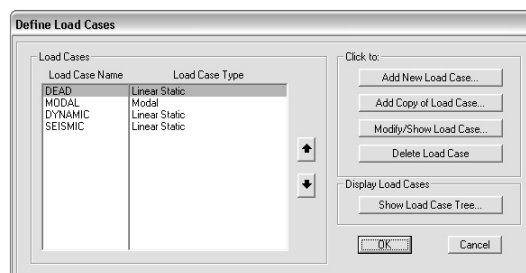


Figura 2.38. Cuadro de diálogo de la función *Load Cases* una vez definidos los métodos de solución de las ecuaciones de los análisis

2.3.5. Funciones asociadas a la asignación de los estados de cargas

El **quinto paso** es asignar los estados o combinaciones de cargas, previamente definidos, según la metodología. Esto se consigue mediante el menú *Define* y la función *Load Combinations*. Aparecerá el cuadro de diálogo de la figura 2.39 donde se tendrá que agregar, en primera instancia, los estados conceptualizados por AISC–LRFD (mediante la subfunción *Add New Combo*), referidos en 1.3.1.5. Por ejemplo el primer estado está dado por la ecuación 1.6a con un factor de carga de 1,4 para la carga muerta (D). En la figura 2.40 se puede observar cómo se definió este estado.

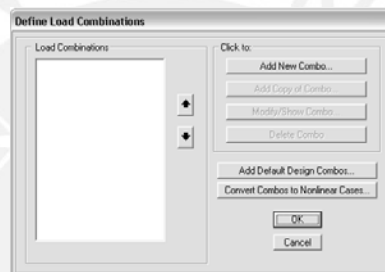


Figura 2.39. Cuadro de diálogo de la función *Load Combinations*

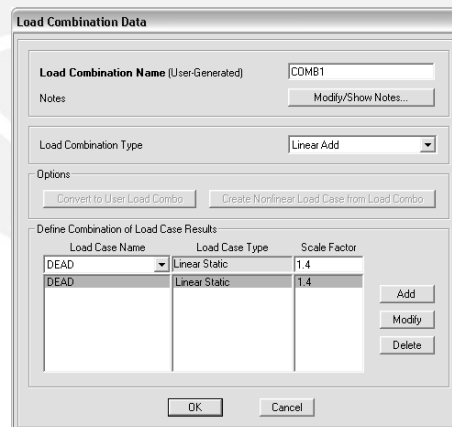


Figura 2.40. Cuadro de diálogo de la subfunción *Add New Combo*

Para el resto de estados, según AISC, considérese que no se especifica ningún factor de carga para las cargas dinámicas. Por lo cual, se deberá asignar uno a criterio del diseñador. Por último, se recomienda que el último estado o combinación de carga sea del tipo envolvente, para que abarque aquellos estados no contemplados por el diseñador o en todo caso, para maximizar los ya definidos. Para esto, elegir la opción *Envelope* de la lista desplegable de *Load Combination Type*.

2.3.6. Funciones asociadas para la ejecución del análisis

El **sexto paso** de la metodología es la ejecución del análisis. Para esto es necesario especificar los parámetros de ejecución, como las que se muestran en *Set Analysis Options* del menú *Analyze*. Para después concluir con la función *Run Analysis* y obtener resultados como reacciones en apoyos, fuerzas internas en los miembros, desplazamientos absolutos de nodos, modos de vibración, deformaciones, etc.

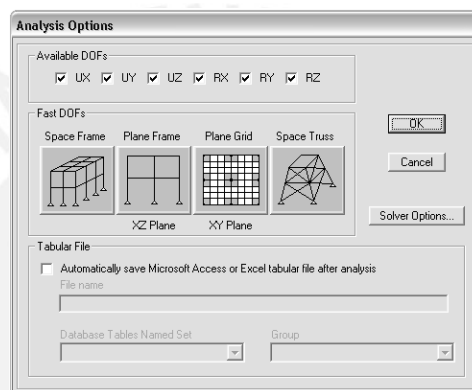


Figura 2.42. Cuadro de diálogo de la función *Set Analysis Options*

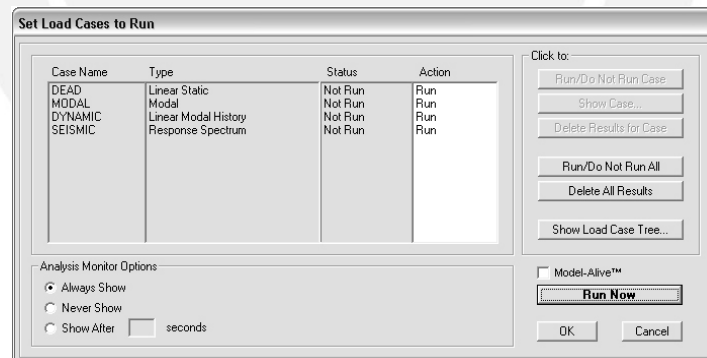


Figura 2.43. Cuadro de diálogo de la función *Run Analysis*

2.3.7. Funciones asociadas para la validación de resultados según los criterios de diseño AISC–LRFD

Éstas son mejor explicadas en el ejemplo aplicativo del siguiente capítulo.

CAPÍTULO 3 EJEMPLO DE APLICACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA

3.1. Introducción

En este capítulo se realizará la validación de la metodología propuesta mediante un ejemplo aplicativo que implica la verificación del diseño de la estructura de anclaje de un Skip Hoist, aplicando el MEF. Para lograr esto, se describirá brevemente la función de la máquina, así como del contexto en que se eligió como ejemplo aplicativo para esta tesis. Luego, se aplicarán los siete pasos de la metodología propuesta en el *software* para la verificación del diseño por resistencia de la estructura. Finalmente, se validarán los resultados obtenidos, según la norma AISC–LRFD.

3.2. Descripción del Skip Hoist

El Skip Hoist es una máquina cuya función principal es el izaje de cargas. El sistema está compuesto por: una estructura de anclaje, un subsistema de izaje compuesto por un motor eléctrico y un reductor de velocidad, un tambor, poleas, soportes y cables de acero. Además de una tolva de apoyos rodantes que sirve como medio de transporte de la carga y un tablero de mando eléctrico. Por otro lado, las aplicaciones de esta máquina son la alimentación de hornos de fundición y silos en la industria minera, metalúrgica y cementera.



Figura 3.1. Aplicaciones industriales del Skip Hoist

La estructura que servirá de ejemplo para la validación de la metodología, es propiedad de la empresa Cobrecon S.A. y constituye el medio de izaje de cátodos de cobre para su fundición en un horno vertical, y posterior laminación para la producción de alambre y barras. El Skip Hoist ha sido 'pieza' clave para la producción de Cobrecon desde sus inicios. Sin embargo, el aumento de la demanda de producción y la poca adaptabilidad de la máquina a esta demanda, tuvieron como consecuencia que en el año 2009, la empresa encargara la reingeniería total de ésta. Esta reingeniería estuvo basada en los cálculos y planos originales de la máquina e indicaciones suministrados por el cliente.

La información proporcionada de aquí en adelante tiene fines estrictamente académicos y queda reservada la confidencialidad del proyecto, por lo tanto sólo se van a incluir esquemas generales de la estructura y algunas especificaciones técnicas.

3.3. Verificación de la estructura de anclaje del Skip Hoist aplicando el Método de los Elementos Finitos en SAP 2000

3.3.1. Modelo

Para generar el modelo apropiado de cualquier sistema estructural, primero se debe definir la configuración de sus elementos. De acuerdo con esto, para la estructura del ejemplo aplicativo, se considerarán los siguientes elementos: cuatro columnas (dos verticales y dos inclinadas), diez vigas (cuatro principales y seis de amarre) y dos

soportes superiores. A continuación se muestran los componentes de la estructura con un esquema de montaje referencial (sin escala). Ver el metrado completo en la sección Anexos, página 3.



Figura 3.2. Vista isométrica de la estructura de anclaje del Skip Hoist

Algunas de las vistas y dimensiones principales son como se muestran:

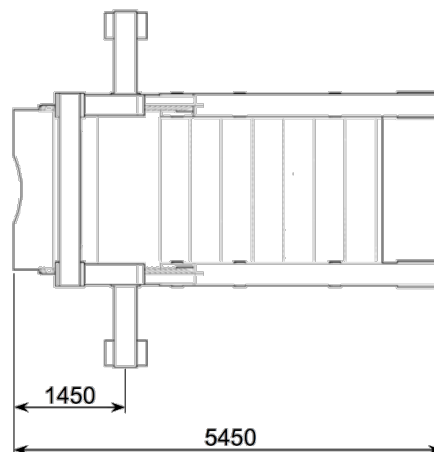


Figura 3.3. Vista superior de la estructura de anclaje del Skip Hoist

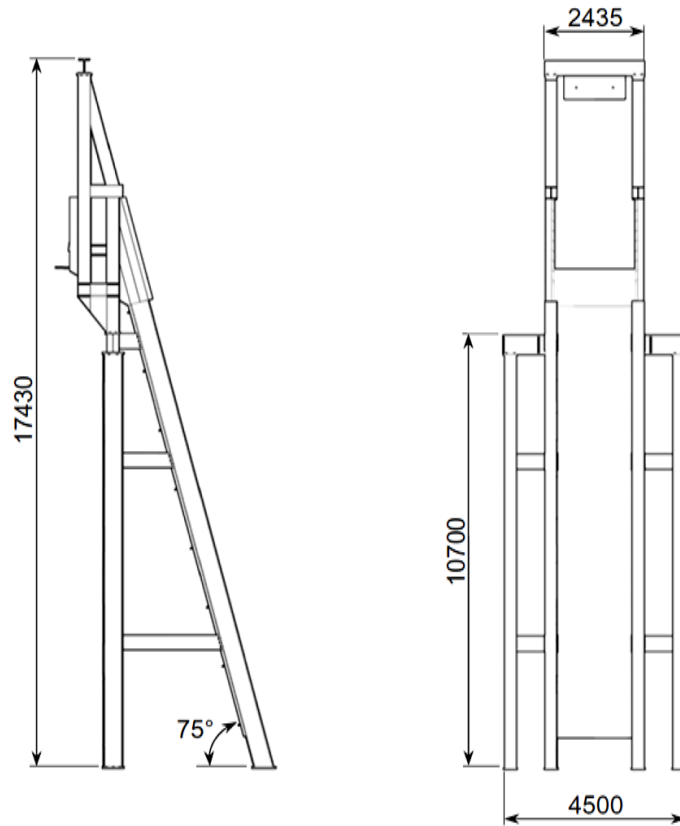


Figura 3.4. Vistas lateral y frontal de la estructura de anclaje del Skip Hoist

Después de hacer uso de las funciones descritas en 2.3.1, se obtiene el siguiente modelo:

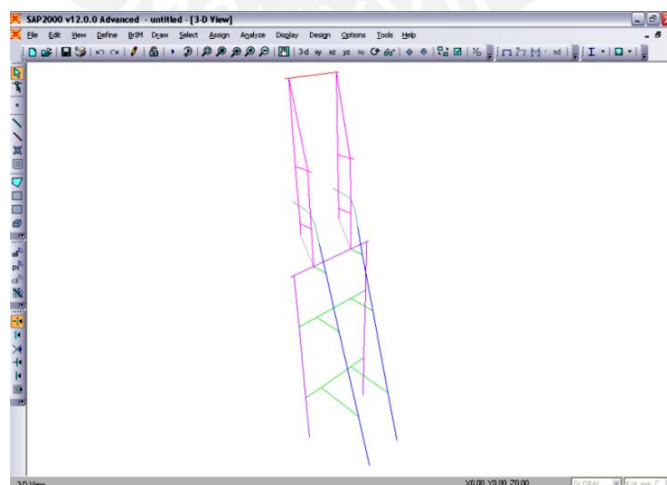


Figura 3.5. Vista isométrica del modelo de la estructura de anclaje del Skip Hoist

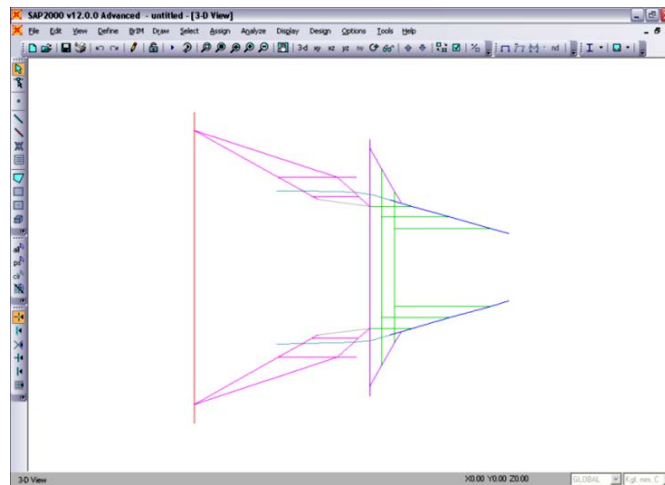


Figura 3.6. Vista superior proyectada del modelo

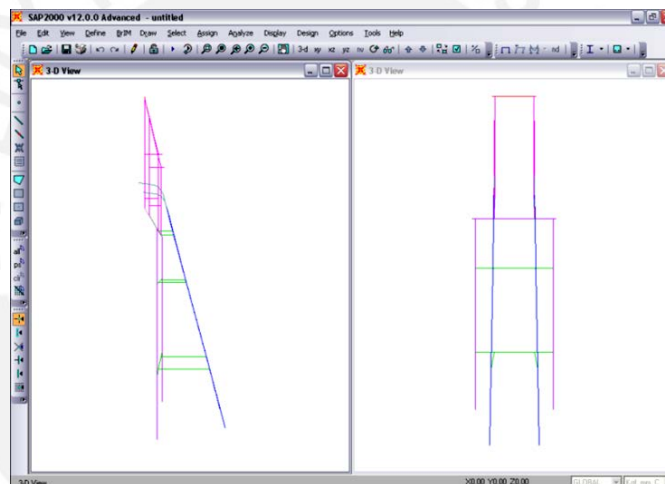


Figura 3.7. Vistas lateral y frontal proyectadas del modelo

No se tomaron en cuenta en el modelo rigidizadores, placas base de columnas, coberturas ni placas de asiento de vigas, en conformidad con el primer criterio para la simplificación de modelos, mencionado en 2.2.1. Por último, se eligieron el sistema de coordenadas cartesiano, las unidades de fuerzas en Newton y de longitud en metros, por conveniencia. Ver la generación completa del modelo en la sección Anexos, página 8.

3.3.2. Materiales y perfiles estructurales empleados

El material empleado para el diseño de la estructura de anclaje es el acero ASTM A36, tanto de perfiles como de planchas estructurales. Asimismo, todos los elementos del sistema están designados según AISC, y estos son, en orden de montaje:

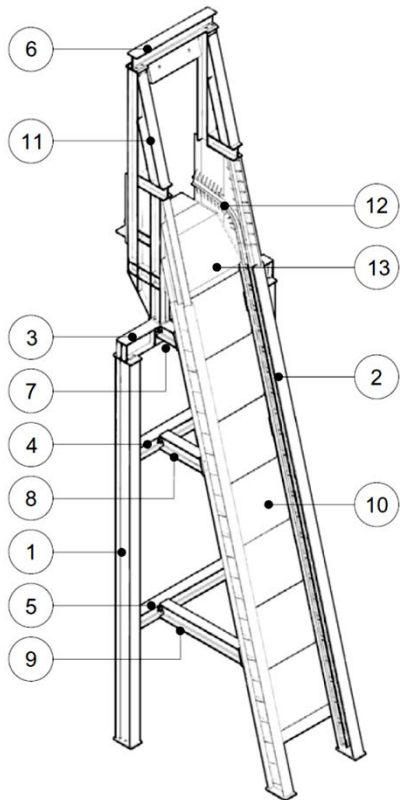


Tabla 3.1. Lista de materiales de la estructura de anclaje del Skip Hoist

ÍTEM	CANT.	DESCRIPCIÓN
1	2	Columna vertical W 18 x 76 lb/ft
2	2	Columna inclinada compuesta
3	1	Viga principal superior W 18 x 76 lb/ft
4	1	Viga principal intermedia W 14 x 68 lb/ft
5	1	Viga principal inferior W 14 x 68 lb/ft
6	1	Viga secundaria W 14 x 61 lb/ft
7	2	Viga de amarre superior W 14 x 68 lb/ft
8	2	Viga de amarre intermedia W 14 x 68 lb/ft
9	2	Viga de amarre inferior W 14 x 68 lb/ft
10	1	Cobertura principal
11	2	Soporte superior
12	2	Riel superior
13	1	Cobertura superior

Por último, el procedimiento para asignar los materiales y perfiles estructurales a los elementos, es el mismo del enunciado en 2.3.2. Por lo tanto, al aplicar éste conociendo todos los tipos de perfiles estructurales de la estructura de anclaje (ver el metrado en la sección Anexos, página 3), se obtiene el modelo definitivo de la figura. Ver también la sección Anexos, página 9.

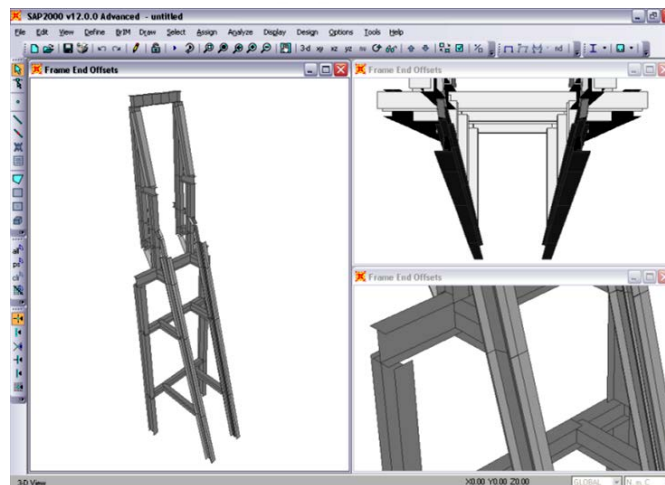


Figura 3.8. Modelo definitivo de la estructura de anclaje del Skip Hoist

3.3.3. Grados de libertad del sistema (tipos de apoyos y conexiones)

En primer lugar, la estructura cuenta con placas base soldadas a las columnas (resistentes a momentos), con lo cual resulta apropiado definir este apoyo como empotrado para las cuatro columnas. Por otro lado, las formas constructivas de las conexiones columna–viga (definidas de forma tentativa en la etapa de diseño previa), son simples y multitornillo, según lo referido de la norma AISC, en 2.2.3. Con esto, se procede a usar las funciones apropiadas del *software* expuestas en 2.3.3, relacionadas a este paso de la metodología, y a seleccionar los grados de libertad apropiados para cada conexión.

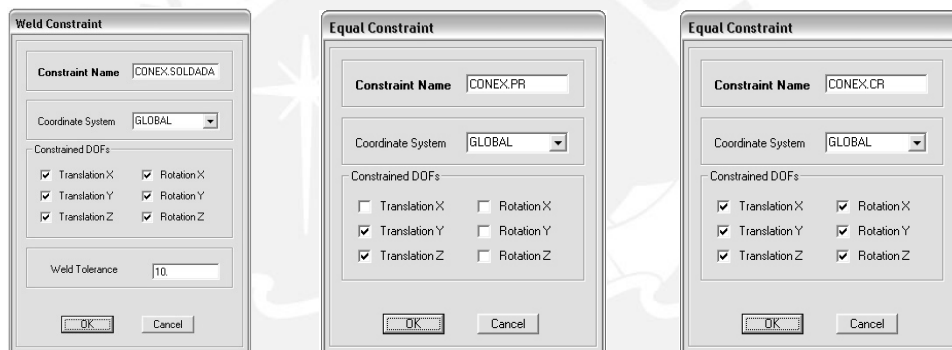


Figura 3.9. Restricciones para las conexiones soldada, atornillada simple (PR) y multitornillo (CR)

Por último, dado que las conexiones columna–viga son flexibles, se debe hacer uso de la función *Equal Constraint*, especificando sólo dos restricciones de movimiento en los ejes y y z (locales). Esto es lo mismo que decir que la conexión soportará esfuerzos de corte en esas direcciones. Ver la sección Anexos, página 10 para observar los apoyos y distintos tipos de conexiones asignados al modelo.

3.3.4. Cálculo y asignación al modelo de las cargas de trabajo

Los tipos de cargas de trabajo o cargas externas que se aplican sobre el sistema son: la carga muerta, la carga dinámica pulsante y la sísmica. Mientras que las dos primeras son calculadas analíticamente, la tercera es definida a partir de la norma correspondiente y generada a través del análisis del modelo. Lo cual quiere decir que

sus efectos serán cuantificados a través del MEF (cortante basal y desplazamientos absolutos de nodos).

– Carga muerta

La primera carga a calcular es la carga muerta cuya magnitud está definida por el peso distribuido de las vigas y elementos inclinados del sistema estructural. Según la figura 3.2 y la tabla 3.1, el sistema está compuesto por diez vigas de cuatro secciones diferentes, y dos elementos inclinados de sección igual, además se deben considerar los elementos que generan esfuerzos sobre otros, al apoyarse. Para comenzar, la viga secundaria (ítem 6 de la tabla 3.1) tendrá una carga muerta de 61 lb/ft (su densidad lineal), que convertido al S.I. resulta:

$$D_1 = 106,7 \text{ kg/m (1046,4 N/m)}$$

A esta carga hay que sumarle la carga muerta debido al peso distribuido del soporte soldado a la viga, que es 1459 N/m. Por otro lado, hay cuatro vigas pequeñas en el soporte superior (ítem 11 de la tabla 3.1), éstas son W 12 x 53 lb/ft, en consecuencia, la carga muerta generada por estos elementos es:

$$D_2 = 78,87 \text{ kg/m (773,7 N/m)}$$

Además, para las dos vigas superiores del soporte, se debe adicionar la carga muerta debido al peso distribuido de las columnas inclinadas del soporte, de igual magnitud que la calculada anteriormente (773,7 N/m). Siguiendo el mismo procedimiento para las demás vigas, se obtienen las siguientes cargas muertas: D_3 para la viga principal superior W 18 x 76 lb/ft (ítem 3 de la tabla 3.1), D_4 para las vigas principales intermedia e inferior (ítems 4 y 5 de la tabla 3.1) y D_5 , D_6 y D_7 para las de amarre superior, intermedia e inferior respectivamente. Todas éstas son del mismo perfil (W 14 x 68 lb/ft), excepto la viga principal superior.

$$D_3 = 124,3 \text{ kg/m (1219,7 N/m)}$$

$$D_4 = 103,4 \text{ kg/m (1014,2 N/m)}$$

$$D_5 = 128,7 \text{ kg/m (1262,4 N/m)}$$

$$D_6 = 113,3 \text{ kg/m (1111,2 N/m)}$$

$$D_7 = 107,7 \text{ kg/m (1056,6 N/m)}$$

Además de la carga muerta D_3 repartida en la viga principal superior, es preciso asignar para ésta, el peso puntual del soporte más la cobertura y riel superiores y la viga secundaria. Pues estos elementos generan un esfuerzo estático significativo sobre la viga principal, al apoyarse en ésta. La carga puntual es 20550,5 N en cada apoyo. Asimismo, a todas las vigas de amarre se le deben adicionar la carga muerta de las dos columnas inclinadas compuestas (ítem 2 de la tabla 3.1) y de la cobertura principal (ítem 10 de la tabla 3.1), correspondientes a los distintos niveles de la estructura, pues estos elementos se apoyan sobre las vigas. Las cargas muertas a adicionarse a las vigas para el segundo, tercer y cuarto nivel, son: 2142,1 N/m para D_7 , 2159 N/m para D_6 y 2276,7 N/m para D_5 respectivamente. Por último, la carga muerta de cada columna inclinada compuesta por un perfil W 18 x 76 lb/ft y dos canales C 8 x 11.5 lb/ft alojados en su interior es:

$$D_8 = 219,2 \text{ kg/m (2150,5 N/m)}$$

De la misma forma, la carga muerta de los rieles curvos es:

$$D_9 = 36,5 \text{ kg/m (358 N/m)}$$

Como resultado de seguir el procedimiento recomendado en 2.3.4, se obtiene la asignación de esta carga al modelo (en los elementos correspondientes). Ver también la sección Anexos, página 11.

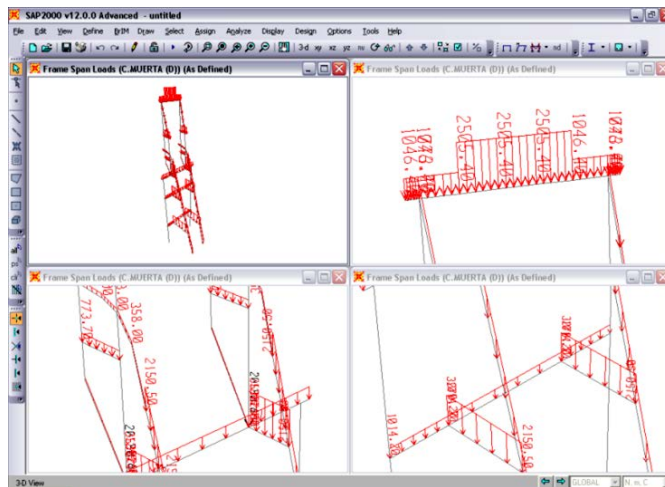


Figura 3.10. Asignación de la carga muerta para la estructura de anclaje de Skip Hoist

– Carga dinámica pulsante I

El subsistema de izaje genera una carga dinámica, producto de la tracción de los cables. Estos soportan el peso de la tolva. En efecto, esta carga está uniformemente repartida para la viga secundaria (ítem 6 de la tabla 3.1), pues las poleas cuentan con un soporte soldado a la viga a lo largo de su patín inferior. En consecuencia, la magnitud de esta carga es variable en el tiempo, pues en un instante inicial, es decir, cuando la tolva está en reposo, los cables tienen tensión despreciable, pero cuando se iza la carga, esta tensión alcanza un valor máximo. Para el instante en que la carga es depositada en el horno, la tolva se ubica en la cima de la estructura y la tensión tendrá un valor equivalente al peso de la tolva; repitiéndose este ciclo durante el tiempo de funcionamiento del motor eléctrico. En conclusión, esta carga es dinámica y es del tipo pulsante.

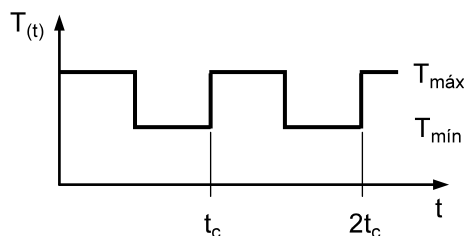


Figura 3.11. Carga pulsante en función del tiempo

En la figura 3.5 se puede observar que el valor de la tensión del cable alcanzará un valor máximo a aproximadamente $t_c/2$, donde t_c es el tiempo de duración del ciclo, es decir, el tiempo en que la tolva asciende, descarga, y desciende por los rieles (ver ítems 2 y 12 de la tabla 3.1). Esta carga nunca llega a ser de valor nulo durante el tiempo en que el motor eléctrico esté funcionando (tiempo de operación del Skip Hoist de doce horas al día aproximadamente).

Ahora se procederá al cálculo de $T_{m\acute{a}x}$, para este fin se planteará la ecuación de equilibrio estático a la tolva, cuando ésta tiene su carga útil. Se considerará, además, la fricción estática en las ruedas de tolva. En consecuencia, en el DCL se representan la normal N' y la fricción estática f'_s , aplicadas en cada rueda (cuatro en total). Para simplificación de las ecuaciones, se considera la resultante de éstas.

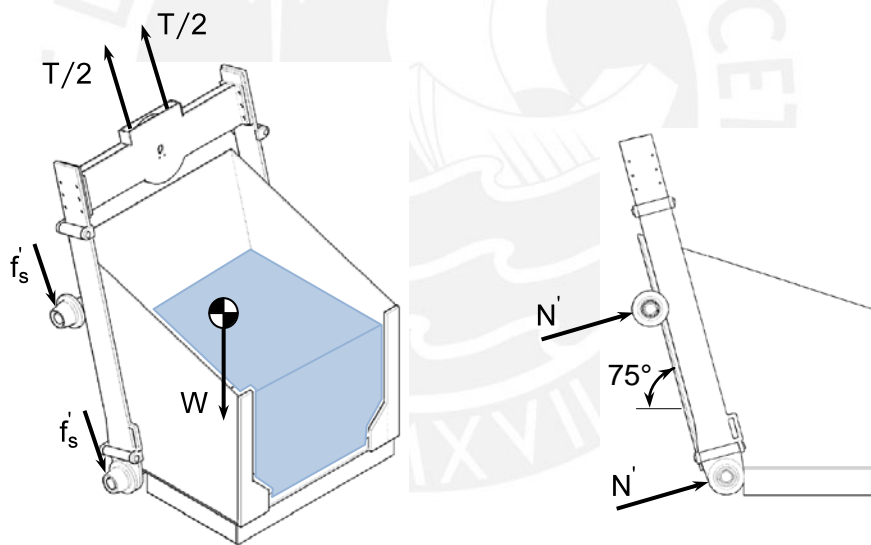


Figura 3.12. Diagrama de Cuerpo Libre de tolva con carga útil

Aplicando el equilibrio estático a la tolva, se obtiene:

$$\sum F_i = 0 \quad \rightarrow \quad T - f_s - W \cdot \sin 75^\circ = 0 \quad (3.1a)$$

$$\sum F_j = 0 \quad \rightarrow \quad N - W \cdot \cos 75^\circ = 0 \quad (3.1b)$$

Además se cumple:

$$f_s = \mu \cdot N \quad (3.1c)$$

$$W = m_{\text{total}} \cdot g \quad (3.1d)$$

$$m_{\text{total}} = m_{\text{carga}} + m_{\text{tolva}} + m_{\text{soporte}} + m_{\text{ejes}} \quad (3.1e)$$

$$m_{\text{total}} = 3750 \text{ kg} + 2400 \text{ kg} + 90 \text{ kg} + 2 \cdot 160 \text{ kg} = 6560 \text{ kg}$$

Asumiendo un aumento de la masa del orden del 10%, debido a otros accesorios no considerados, se obtiene: $m_{\text{total}} \approx 7220 \text{ kg}$.

$$\therefore W \approx 70830 \text{ N}$$

Asumiendo un coeficiente de fricción estática en base seca de $\mu = 0,2$ (acero – acero) y reemplazando en la ecuación 3.1a:

$$T = W(\sin 75^\circ + \mu \cdot \cos 75^\circ) = 70830 \text{ kN} (0,97 + 0,2 \cdot 0,26) \approx 72300 \text{ N}$$

Por lo tanto, la tensión máxima es: $T_{\text{máx}} = 72300 \text{ N}$

Por otro lado, para el cálculo de $T_{\text{mín}}$, por definición, sería la componente del peso de la tolva más el peso de los ejes, las ruedas y el soporte de la tolva. El peso aproximado del conjunto es:

$$W_p = m_t \cdot g \quad (3.2a)$$

$$m_t = m_{\text{tolva}} + m_{\text{soporte}} + m_{\text{ejes}} \quad (3.2b)$$

$$m_t = 2400 \text{ kg} + 90 \text{ kg} + 2 \cdot 160 \text{ kg} = 2810 \text{ kg}$$

Aplicando el mismo criterio que el cálculo anterior, se obtiene una masa total aproximada de: $m_t \approx 3100 \text{ kg}$, y despreciando la fricción dinámica, la tensión mínima es: $T_{\text{mín}} = 29400 \text{ N}$.

Finalmente, el tiempo que se demora la tolva en completar un ciclo de trabajo es:

$$t_c = \frac{D_{\text{total}}}{V_{\text{izaje}}} \quad (3.3)$$

La distancia total que recorre esta es veintisiete metros aproximadamente (de ascenso y descenso). Mientras que la velocidad de izaje, se obtiene a partir de las condiciones nominales de funcionamiento del reductor de velocidad (velocidad de giro) y geometría del tambor (diámetro). Según la memoria descriptiva del proyecto, el Skip Hoist cuenta con un reductor de 21,34 revoluciones por minuto de velocidad de giro a la salida y, según los planos, el diámetro del tambor es 457,2 milímetros.

$$V_{\text{izaje}} = \omega \cdot \frac{d_{\text{tambor}}}{2} = 21,34 \text{ rpm} \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{457,2 \text{ mm}}{2 \cdot 1000} \approx 0,51 \text{ m/s}$$

Reemplazando este valor en la ecuación 3.3, se obtiene el tiempo de duración del ciclo de la máquina:

$$t_c = \frac{27 \text{ m}}{0,51 \text{ m/s}} \approx 53 \text{ s}$$

Por otro lado, esta carga debe asignarse según la forma y los parámetros esquematizados en la figura 3.11. Por lo tanto, se debe hacer uso de la función *Time History Functions* y la subfunción *User Periodic Function* para ingresar los valores calculados previamente. Las figuras 3.13, 3.14 y 3.15 resumen el proceso para la definición y asignación de esta carga al modelo.

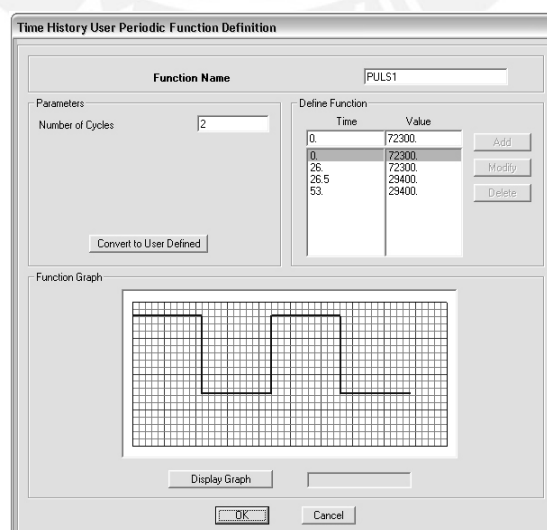


Figura 3.13. Definición de la carga dinámica pulsante mediante la función *User Periodic Function*

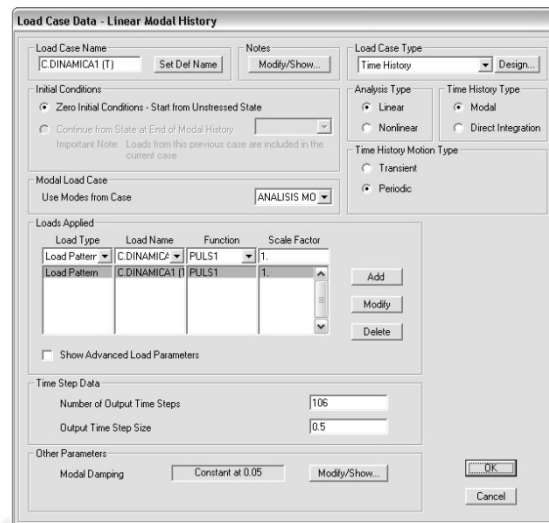


Figura 3.14. Definición del método y los parámetros necesarios para la solución de las ecuaciones del análisis dinámico

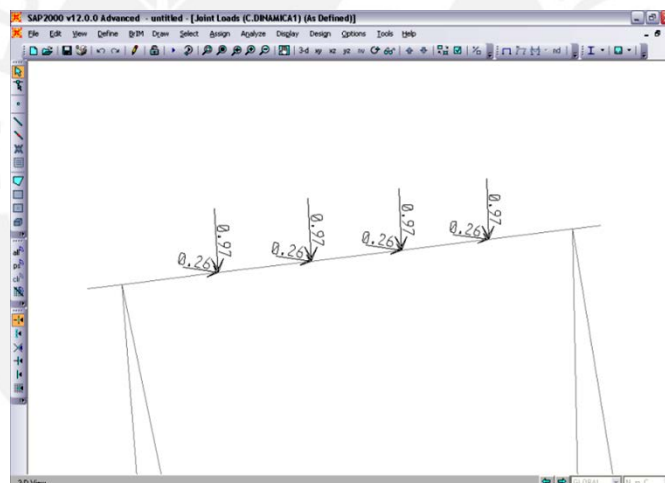


Figura 3.15. Asignación de la carga dinámica pulsante I, distribuida en la viga secundaria

Como se puede observar en la figura 3.13, los valores ingresados de amplitudes y periodos de la carga coinciden con los calculados. En la figura 3.15 existen dos componentes de esta carga pues ésta se aplica desde una dirección con pendiente de 75° (ver figura 3.4). Además se eligió representar, en lugar de una, cuatro cargas, pues el soporte soldado de las poleas transmite esta carga puntual en una repartida a lo largo del patín inferior de la viga.

– Carga dinámica pulsante II

Esta carga se origina producto de la acción normal a la trayectoria de la tolva sobre los rieles de la estructura. Por lo tanto, existen dos momentos, uno es cuando la tolva asciende con la carga útil y otro cuando desciende sin carga. En consecuencia, esta es una carga dinámica que varía en su magnitud y punto de aplicación. La magnitud, dirección y sentido de esta carga son conocidas a partir de la ecuación 3.1b para ambos casos (ascenso y descenso). De ésta también se obtienen las fuerzas de acción de la tolva sobre los rieles de la estructura (máxima y mínima respectivamente):

$$R_{\text{máx}} = 18400 \text{ N}$$

$$R_{\text{mín}} = 8000 \text{ N}$$

Finalmente, se asignaron al modelo ocho cargas de forma puntual sobre cada riel, en ocho puntos que podrían resultar ser los más críticos (conexiones) para lograr su efecto máximo sobre los elementos. Sin embargo, ésta es una carga móvil como se explicó anteriormente. Por otro lado, el método para la solución de las ecuaciones del análisis dinámico es el mismo que para la carga anterior (ver figura 3.14). Las figuras 3.16 y 3.17 resumen lo explicado anteriormente.

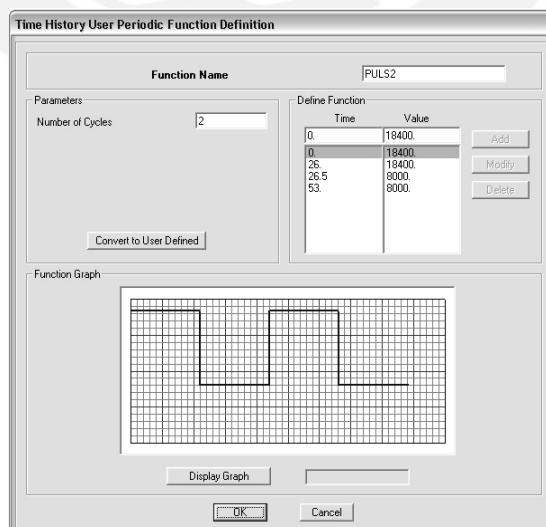


Figura 3.16. Definición de la carga dinámica pulsante II

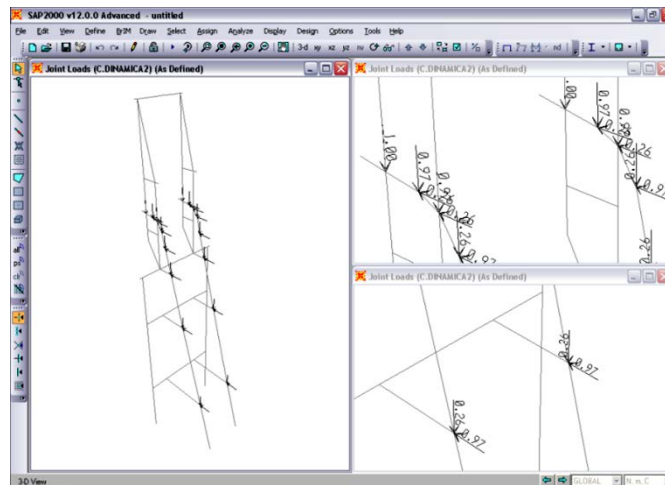


Figura 3.17. Asignación de la carga dinámica pulsante II en los rieles de la estructura

– Carga de viento

Esta carga no será tomada en cuenta debido a que la estructura se encuentra dentro de la nave principal de Cobrecon, por lo tanto el efecto de esta carga es despreciable.

– Carga térmica

El horno funde los cátodos de cobre a una temperatura aproximada de 1083 °C. El calor se transmite a las paredes refractarias de éste y fluye por convección libre hacia la parte superior, por donde se depositan los cátodos. En consecuencia, por este ingreso se pueden observar algunas llamas cuya temperatura podrían encontrarse alrededor de 100°C a una distancia aproximada de dos metros de la parte posterior del Skip Hoist.

Existen dos razones para no considerar esta carga en el diseño: en primer lugar, se sabe que el calor se llegaría a transmitir a la estructura es por conducción y para el valor de temperatura mencionado (100 °C), la conductividad térmica del acero disminuye progresivamente [Incropera, 2007], lo cual no generaría esfuerzos significativos en los elementos estructurales. En segundo lugar, el límite admisible de temperaturas para usar el acero estructural ASTM A36 se encuentra entre los 150 y 370 °C [AISC, 2005].

– Carga sísmica

A continuación, se procederá a definir los factores asociados a los tres parámetros referidos en la norma NTE E.030 para luego, diseñar la curva espectral de aceleraciones (como respuesta del sistema estructural ante un sismo espectral o simulado, en un tiempo de exposición apropiado). Los factores a definir fueron descritos en 1.3.3.3, estos son: el factor de zona **Z**, el factor de categoría de la estructura **U**, el factor de tipo de suelo **S**, el factor de amplificación sísmica **C** y finalmente, el factor de reducción **R**.

a. Factor de zona **Z**

La edificación está ubicada en el distrito de Los Olivos, provincia de Lima. Por lo tanto, de la figura 1.11, **Z** = 0,4g.

b. Factor de categoría de la estructura **U**

Interpretando la tabla 1.2, el Skip Hoist se podría catalogar como una edificación importante (clase B), pues de producirse su colapso ante un sismo, significaría una considerable pérdida económica para la empresa. En consecuencia, es apropiado definir el factor de categoría del Skip Hoist como **U** = 1,3.

c. Factor de tipo de suelo **S**

Para definir este factor, se asumirá que la estructura se encuentra emplazada en un suelo rocoso, por lo tanto, según la tabla 1.1, **S** = 1. Por otro lado, el periodo esperado para este tipo de suelo es: $T_p = 0,4$ s.

d. Factor de amplificación sísmica **C**

Para este factor, se necesita conocer primero el periodo fundamental **T** del sistema, que según el análisis estático, está en función de la altura de la estructura h_n en

metros y la constante C_T . De la figura 3.4 se obtiene $h_n = 17,43$ m, y siendo esta estructura aperturada, $C_T = 35$. Por lo tanto, de la ecuación 1.40, se obtiene:

$$T = \frac{17,43 \text{ m}}{35 \text{ m/s}} \approx 0,5 \text{ s}$$

Reemplazando este valor en la ecuación 2.39, resulta:

$$C = 2,5 \left(\frac{0,4 \text{ s}}{0,5 \text{ s}} \right) = 2$$

e. Factor de Reducción **R**

La estructura del Skip Hoist es de acero, aperturada, con conexiones típicas resistentes a esfuerzo cortante mas no a momentos; por consiguiente, conviene asignar un factor **R** = 9,5 (según la tabla 1.3).

El último paso es diseñar el espectro de aceleraciones, es decir, la respuesta dinámica esperada del sistema estructural, dependiente del efecto local de sismos frecuentes (según lo especifica la norma). Este espectro es una gráfica de S_a vs T , cuya ecuación de la curva, habiendo definido todos los factores, es:

$$S_a = \frac{Z_{(g)} \text{ USC}}{R} = \frac{Z_{(g)} \text{ US} \left[2,5 \left(\frac{T_p}{T} \right) \right]}{R} = \left[2,5 \cdot \frac{Z_{(g)} \text{ US}}{R} \cdot T_p \right] \cdot \frac{1}{T} \quad (3.4)$$

Reemplazando los factores definidos antes, se obtiene la siguiente expresión:

$$S_a = \frac{0,537}{T} \quad (3.5)$$

Para obtener esta gráfica, se asignarán valores para el periodo fundamental T que varíen proporcionalmente en un intervalo de tiempo (procurando que estos no sean pocos ni demasiados). En consecuencia, se supondrá que T variará desde cero hasta veinte segundos, con un intervalo de una décima de segundo.

Tabla 3.2. Tabulación de algunos de los valores de T y Sa

T(s)	Sa (m/s ²)	T(s)	Sa (m/s ²)
0	5,36968421	4,5	0,11932632
0,1	5,36968421	5	0,10739368
0,2	2,68484211	6	0,08949474
0,3	1,78989474	7	0,07670977
0,4	1,34242105	8	0,06712105
0,5	1,07393684	9	0,05966316
0,6	0,89494737	10	0,05369684
0,7	0,76709774	11	0,04881531
0,8	0,67121053	12	0,04474737
0,9	0,59663158	13	0,04130526
1	0,53696842	14	0,03835489
1,5	0,35797895	15	0,03579789
2	0,26848421	16	0,03356053
2,5	0,21478737	17	0,03158638
3	0,17898947	18	0,02983158
3,5	0,15341955	19	0,02826150
4	0,13424211	20	0,02684842

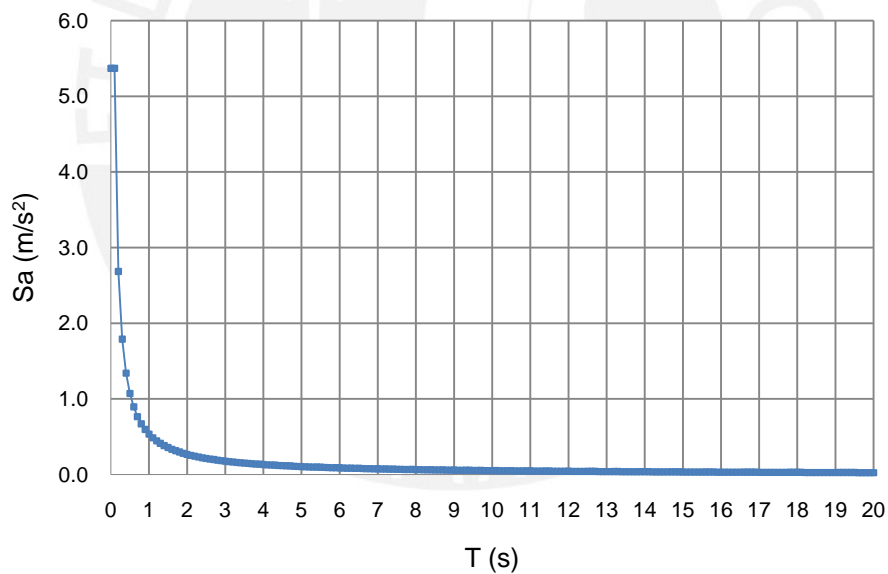


Figura 3.18. Diseño del espectro de aceleraciones

Finalmente, el procedimiento para la asignación de estos valores al modelo generado en el *software*, fue descrito en 2.3.4. Ver la sección Anexos, página 12 donde se podrá observar la forma de ingresar los valores tabulados, en archivo de texto.

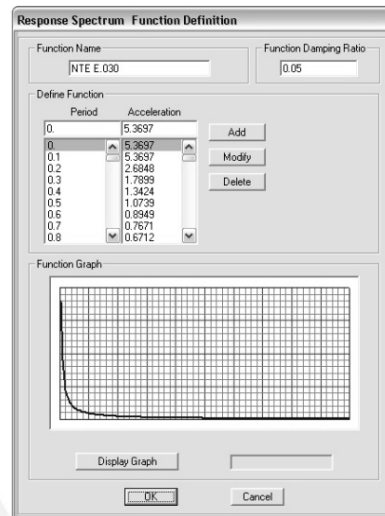


Figura 3.19. Definición del espectro de aceleraciones en el *software*

3.3.5. Estados de cargas

Según lo estipulado por la AISC–LRFD en 1.3.1.5., se generan los siguientes estados o combinaciones, en función de las cuatro cargas de trabajo en la estructura de anclaje del Skip Hoist. Las combinaciones son definidas en la tabla 3.3, donde D, E, T y R representan la carga muerta, la carga sísmica, la dinámica pulsante I y la dinámica pulsante II respectivamente. Por último, para la vigésimo primera combinación (C21), elegir en el *software*, la envolvente de estados.

Tabla 3.3. Estados de cargas aplicables

C1	1,4 D
C2	1,2 D + 1,1 T
C3	1,2 D + 1,1 R
C4	1,2 D + 1,1 T + 1,1 R
C5	1,2 D + 1,0 E
C6	1,2 D - 1,0 E
C7	1,2 D + 1,0 E + 1,1 T
C8	1,2 D - 1,0 E + 1,1 T
C9	1,2 D + 1,0 E + 1,1 R
C10	1,2 D - 1,0 E + 1,1 R
C11	1,2 D + 1,0 E + 1,1 T + 1,1 R
C12	1,2 D - 1,0 E + 1,1 T + 1,1 R
C13	0,9 D + 1,0 E
C14	0,9 D - 1,0 E
C15	0,9 D + 1,0 E + 1,1 T
C16	0,9 D - 1,0 E + 1,1 T
C17	0,9 D + 1,0 E + 1,1 R
C18	0,9 D - 1,0 E + 1,1 R
C19	0,9 D + 1,0 E + 1,1 T + 1,1 R
C20	0,9 D - 1,0 E + 1,1 T + 1,1 R

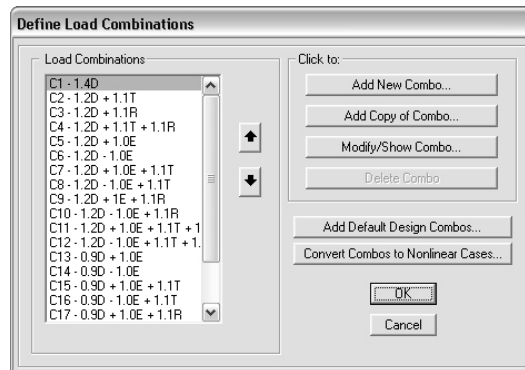


Figura 3.20. Definición de estados de cargas según LRFD

3.3.6. Ejecución del análisis

Para lograr este paso de la metodología, se deben hacer uso de las funciones asociadas al *software* mencionadas en 2.3.6. El análisis para el modelo es tridimensional, por defecto. Por otro lado, en el cuadro de diálogo de la función *Run Analysis* deben figurar todas las cargas definidas previamente: la carga muerta, las dos cargas dinámicas y la carga sísmica; así como el análisis modal. Éste último es uno de varios métodos aplicado para obtener un comportamiento dinámico preciso del sistema.

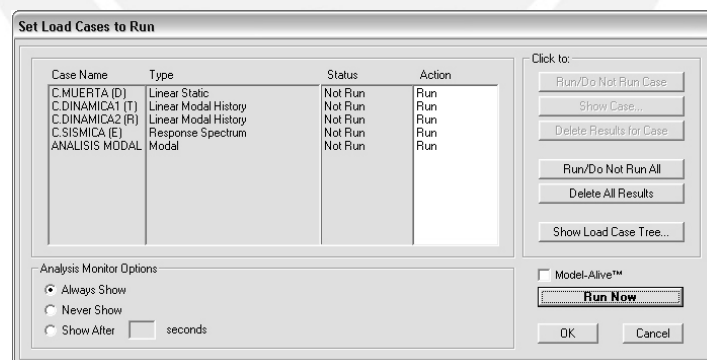


Figura 3.21. Cuadro de diálogo de la función *Run Analysis*

Luego de ejecutado el análisis, se podrán conocer las variables de las ecuaciones generadas de manera gráfica (en el modelo) o de manera tabulada (en tablas). Debido a la cantidad de elementos del sistema, es preferible optar por las tablas para tener un panorama amplio de los resultados. Las tablas son generadas mediante la función *Show Tables* del menú *Display*. Aparecerá el cuadro de diálogo de la siguiente figura, donde se podrán seleccionar las variables que se deseen tabular, como son: las

reacciones en apoyos y conexiones, reacciones internas de los elementos, desplazamientos absolutos de nodos, periodos y frecuencias naturales asociados a los modos de vibración del sistema, etc.

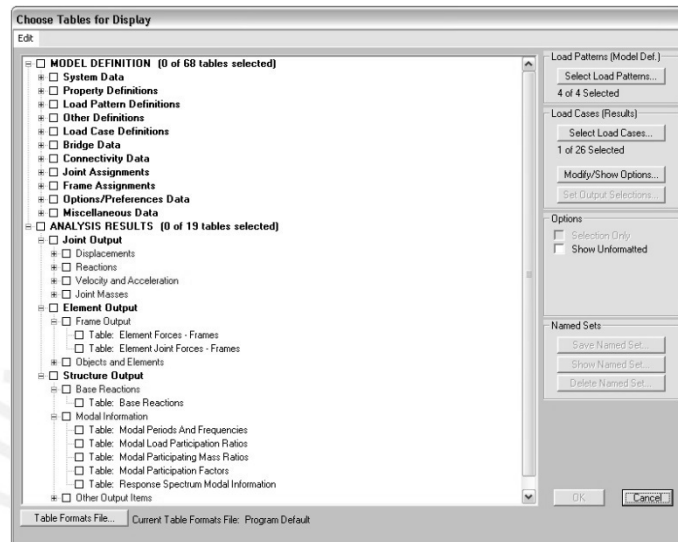





Figura 3.21. Cuadro de diálogo de la función *Show Tables*

Finalmente, en la siguiente tabla se muestran algunos de los resultados del análisis:

Tabla 3.4. Resultados del análisis

	Elemento de análisis	Variable calculada	Estados de cargas aplicado	Observaciones
Resultado I Desplazamiento lineal máximo ^{1,2}	 La sección media es crítica	$\bar{\Delta} = (0; -12,83; -0,49) \text{ mm}$ $ \bar{\Delta} = 13,06 \text{ mm}$	C21 Envolvente de Estados	¹ Referido a los ejes locales  ² El desplazamiento en la dirección del eje 1 se considera despreciable ³ Ver la sección Anexos, página 13
Resultado II Reacciones en los apoyos		Fuerza [kN] $F_1 = (7,3; -42,8; 268,1) \text{ kN}$ $F_2 = (-7,3; -42,8; 268,1) \text{ kN}$ $F_3 = (-11,5; -108,2; 115,1) \text{ kN}$ $F_4 = (-11,5; -108,2; 115,1) \text{ kN}$ Momento [kN·m] $M_1 = (86,1; 11,7; 0) \text{ kN}\cdot\text{m}$ $M_2 = (86,1; -11,7; 0) \text{ kN}\cdot\text{m}$ $M_3 = (153,9; -18,9; -2,7) \text{ kN}\cdot\text{m}$ $M_4 = (153,9; 18,9; 2,7) \text{ kN}\cdot\text{m}$	C21 Envolvente de Estados	¹ Ver la sección Anexos, página 17

	Elemento de análisis	Variable calculada	Estados de cargas aplicado	Observaciones
Resultado III	Todos los apoyos	$\bar{V}=(37,7;51,7;0)$ kN $ \bar{V} =64$ kN (6,53 ton-f)	C.SÍSMICA (E)	¹ Ver la sección Anexos, página 17
Cortante basal (carga sísmica)				
Resultado IV	El sistema	Número de modos 10 Periodo natural máximo [s] $T_1=0,15$ s Frecuencia natural máxima [Hz] $f_{10}=36$ Hz	ANÁLISIS MODAL	¹ Ver la sección Anexos, página 19 para observar los modos de vibración y sus variables características
Modos naturales de vibración				

Asimismo, luego de conocer los desplazamientos absolutos de los nodos y las reacciones internas de los elementos, es posible determinar el periodo fundamental del sistema, tal como lo recomienda la NTE E.030. De esta manera se validarán los parámetros considerados en el análisis sísmico. Como se mencionó en el primer capítulo, la expresión del periodo fundamental considerando la distribución de rigidez y masas del sistema es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n P_i \cdot D_i^2}{g \cdot \sum_{i=1}^n F_i \cdot D_i}} \tag{3.6}$$

En la siguiente tabla se muestran los parámetros ya definidos:

Tabla 3.5. Parámetros para el cálculo del periodo fundamental

NIVEL	P_i [N] ¹	$D_{ix} \times 10^3$ [m] ^{2,3}	F_{ix} [N] ⁴	Observaciones
1	30595,1	2,405	4080,7	¹ Ver la sección Anexos, página 3 ² Se determinó previamente que en la dirección x se lograba el máximo valor para el periodo fundamental ³ El desplazamiento es el máximo relativo al suelo, en los nodos de la parte superior de cada nivel. Ver la sección Anexos, página 13 ⁴ La reacción está asociada al desplazamiento, tanto en dirección como en sentido. Ver la sección Anexos, página 24
2	37107,6	2,420	1063,9	
3	26532,6	2,402	1148,65	
4	32759,9	2,924	1439,37	
5	10632,9	2,405	2622	

Reemplazando estos valores en la ecuación 3.6, se obtiene:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0,88841 \text{ N}\cdot\text{m}^2}{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 26,412 \text{ N}\cdot\text{m}}}$$

$$T = 2\pi \cdot 0,0586 = 0,37 \text{ s}$$

3.3.7. Validación de resultados según AISC–LRFD

Una vez logrado el análisis de resultados, deben ser validados por criterios de diseño por resistencia. De esta manera podremos concluir que el diseño tiene la capacidad suficiente o necesaria para resistir las cargas de trabajo, así como las combinaciones más críticas de éstas, que generan los esfuerzos máximos sobre el sistema.

AISC–LRFD da a conocer al detalle los criterios que se deben tomar en cuenta a la hora de diseñar elementos estructurales sometidos a esfuerzos de: tracción, compresión axial o excéntrica, flexión simétrica o asimétrica, corte y torsión. También las combinaciones de estos.

En consecuencia, para este último paso de la metodología, se seguirán los criterios de diseño dadas en AISC–LRFD. Para comenzar, se definirán los factores de resistencia ϕ para cada tipo de esfuerzo:

Tabla 3.6. Factores de resistencia según LRFD

Tipo de esfuerzo	Resistencia requerida	Factor de resistencia	Resistencia última
Tracción			
A fluencia	P_u	$\phi_t = 0,9$	$\phi_t P_n$
A ruptura	P_u	$\phi_t = 0,75$	$\phi_t P_n$
Compresión	P_u	$\phi_c = 0,9$	$\phi_c P_n$
Flexión	M_u	$\phi_b = 0,9$	$\phi_b M_n$
Corte	V_u	$\phi_v = 1,0^*$	$\phi_v V_n$

* Sólo aplicable para perfiles cuyo factor

$$h/t_w \leq 2,24 \sqrt{E/F_y}, \text{ de lo contrario } \phi_v = 0,9.$$

Luego, estos factores deben ser ingresados en el *software*, así como el parámetro de deformación última o de diseño δ_n , que dependiendo de las combinaciones de cargas, puede ser: L/120, L/180, L/240 ó L/360. L es la longitud del elemento estructural. Sin

embargo, este factor es recomendado, pero puede ser modificado si el diseñador estima conveniente. Entonces, el diseño por resistencia también cumple la ecuación:

$$\delta_u < \delta_n \tag{3.7}$$

Donde δ_u es la deformación requerida y δ_n es la deformación última o de diseño. Finalmente, debe definirse el parámetro conocido como ratio de resistencia SR (traducido literalmente del inglés *Strength Ratio*), dado por la expresión:

$$SR = \frac{R_u}{\phi R_n} < 1 \tag{3.8}$$

Este parámetro relaciona la resistencia requerida con la última o de diseño que es, en realidad, la razón entre la demanda y la capacidad del elemento estructural. Éste es usado por AISC–LRFD en vez de considerar un factor de seguridad. Finalmente, la función asociada en el *software* para definir los parámetros de la norma anteriores es *View/Revise Preferences* del menú *Design/Steel Frame Design*. Aparecerá el cuadro de diálogo de la figura, donde se podrán modificar estos:

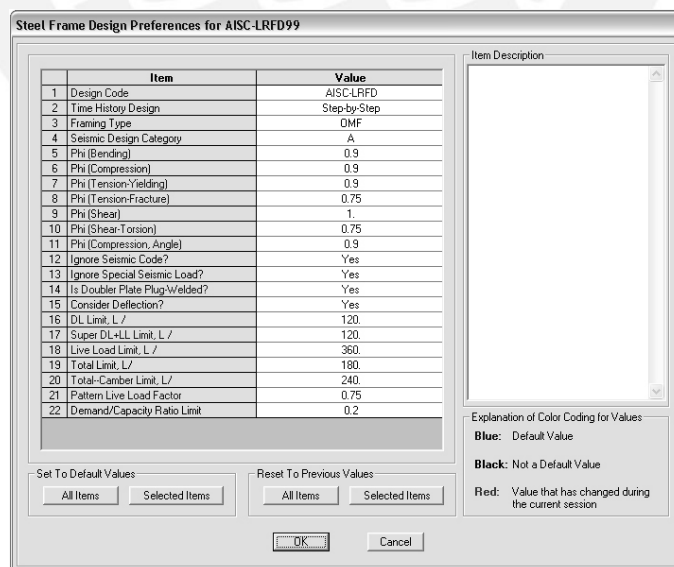


Figura 3.22. Cuadro de diálogo de la función *View/Revise Preferences*



Luego, debe ejecutarse la función *Start Design/Check of Structure* del menú *Design/Steel Frame Design*, para obtener la resistencia requerida (R_u) de todos los

elementos estructurales del modelo. Con esto se podrán interpretar los resultados en función de los parámetros de resistencia última ϕR_n , de deformación última δ_n y de ratio de resistencia SR.

A continuación se explicará el procedimiento de análisis que realiza AISC–LRFD, para finalmente llegar a la conclusión que todos y cada uno de los elementos estructurales modelados y el conjunto de estos, es decir, la estructura, cumplen con los parámetros de resistencia y deformación establecidos por la norma.

El elemento escogido para explicar el procedimiento de análisis LRFD, es la viga secundaria (ítem 6 de la tabla 3.1). En la tabla se puede observar la secuencia de análisis:

Tabla 3.7. Procedimiento de análisis según LRFD

Paso	Descripción	Observaciones
I	<p>Determinación de las propiedades inerciales y del material de la sección del miembro estructural:</p> <p>W 14 x 61 lb/ft ($F_y = 36$ ksi)</p>  <p> $A = 0,012 \text{ m}^2$ $I_x = 2,66 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$ $I_y = 4,45 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$ </p>	<p>¹ Ver la sección Anexos, página 31</p>
II	<p>Del diagrama de fuerzas internas del elemento, se obtienen las cargas máximas ¹:</p> <p> $P_u = -304,86 \text{ N}$ $M_{ux} = 17909,2 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ $M_{uy} = -4036,96 \text{ N}\cdot\text{m}$ $V_{ux} = 39760,4 \text{ N}$ $V_{uy} = 6277,2 \text{ N}$ $T_u = -7015,9 \text{ N}\cdot\text{m}$ </p>	<p>¹ Las reacciones son calculadas referidas a los ejes locales</p>  <p>² El momento calculado se refiere a la dirección perpendicular a la sección de resistencia máxima (x). Mientras que para el segundo momento, a la dirección de resistencia mínima (y)</p>
III	<p>Aplicación de la ecuaciones de diseño:</p> <p>i. Si los esfuerzos se aplican uno a la vez: $R_u < \phi R_n \cdot SR$ ¹</p> <p>ii. Si los esfuerzos se aplican simultáneamente con o sin torsión ²:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Si $P_u / \phi P_n \geq 0,2$ $\frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) < SR$ ▪ Si $P_u / \phi P_n < 0,2$ $\frac{P_u}{2 \cdot \phi P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) < SR$ 	<p>¹ SR = 0,2, definido para la aplicación</p> <p>² Las ecuaciones aplicables se encuentran en el capítulo H sección H1, de la norma. Ver sección Anexos, página 33</p> <p>³ Las ecuaciones aplicables se encuentran en el capítulo G sección G2, de la norma. Ver sección Anexos, página 34</p>

	<p>Para el elemento se cumple que:</p> $\begin{aligned} \phi_t P_n &= 2579790,7 \text{ N} \\ \phi_c P_n &= 2552968,1 \text{ N} \\ \phi_b M_{nx} &= 373392,3 \text{ N}\cdot\text{m} \\ \phi_b M_{ny} &= 117626,4 \text{ N}\cdot\text{m} \\ \phi_v V_{nx} &= 1031844,3 \text{ N} \\ \phi_v V_{ny} &= 500825,3 \text{ N} \end{aligned}$ <p>Además:</p> $P_u / \phi P_n = 1,2 \cdot 10^{-4} < 0,2$ <p>Por lo tanto:</p> $\frac{P_u}{2 \cdot \phi P_n} \approx 0 \quad \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} = 0,011 \quad \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} = 0,152$ <p>Finalmente, se obtiene que:</p> $0 + (0,011 + 0,152) < 0,2$ $0,163 < 0,2 \quad \text{OK!}$ <p>Ahora, por corte se cumple ³:</p> $\frac{V_{ux}}{\phi_v V_{nx}} = 0,039 \quad \frac{V_{uy}}{\phi_v V_{ny}} = 0,013$ $0,039 \ll 0,2 \quad \text{OK!}$ $0,013 \ll 0,2 \quad \text{OK!}$	
<p>IV</p>	<p>Verificación por deformación, según la ecuación $\delta_u < \delta_n$</p> <p>Como se calculó en la Tabla 3.4, el desplazamiento máximo se alcanza en la sección media de la viga ¹:</p> $\delta_u = 13,06 \text{ mm}$ <p>Considerando $\delta_u = L/180$, se obtiene ^{2,3}:</p> $13,06 < \frac{2435}{180}$ $13,06 < 13,53 \quad \text{OK!}$	<p>¹ Sólo se considera la deformación absoluta en la dirección perpendicular al elemento</p> <p>¹ La longitud total de la viga es 2435 mm tanto en los planos como en el modelo generado en el <i>software</i></p> <p>³ Del resultado obtenido se puede concluir que la viga está cerca del límite por deformación, por lo tanto es necesario el uso de rigidizadores. Esto logrará que la deformación requerida disminuya</p>

Finalmente, ver sección Anexos, página 37 donde se muestran todos los elementos modelados y los resultados de la verificación por resistencia de cada uno según AISC–LRFD.

CONCLUSIONES

La metodología propuesta es aplicable a aquellas estructuras no convencionales en etapa de diseño (previa a su fabricación), considerando la pre selección de sus miembros estructurales y la configuración de estos en el sistema que componen. Esto asume o presupone un comportamiento elástico–lineal del sistema, para poder aplicar las ecuaciones gobernantes de la mecánica de sólidos deformables. En efecto, es factible aplicar la metodología a estructuras existentes si se asume la misma hipótesis de diseño.

La metodología propuesta constituye una nueva y eficiente alternativa para el diseñador porque adecúa los criterios de diseño de las normas para aplicarlos a las estructuras no convencionales. También porque se basa en el MEF para lograr resultados óptimos. Ambos aspectos se comprobaron en el ejemplo de validación de ésta.

En el ejemplo de análisis se logró obtener los estados de resistencia más críticos sobre el sistema, luego de adecuar cinco de las ocho combinaciones de cargas establecidas por la norma AISC–LRFD. Esto al superponer linealmente las dos cargas dinámicas pulsantes del sistema con sus correspondientes factores de carga estimados en función de la precisión del cálculo de las mismas. Las cargas factorizadas resultantes se definieron asignando un factor de carga de 1,1 para ambas cargas.

Es preferible analizar estructuras no convencionales con el mayor número de estados o combinaciones de cargas para abarcar, en consecuencia, el mayor número de estados críticos de diseño. En el ejemplo de validación de la metodología se generaron veinte combinaciones de cargas, en vez de las cinco (aplicables para este caso particular) de las ocho establecidas por la AISC–LRFD. Ahora, el MEF permite considerar el estado envolvente de todas ellas, es decir, todas las posibles combinaciones que se puedan generar matemáticamente. Sin duda, el MEF logra generar resultados más confiables que los métodos clásicos.

Como resultado del análisis sísmico, se logró cuantificar la respuesta del sistema ante un sismo espectral. Éste último fue modelado a través de las ecuaciones gobernantes del análisis modal, integradas en cualquier *software* basado en el MEF. La cortante basal o carga sísmica alcanzó un valor de 6,5 ton-f que comparado con el peso total de la estructura de anclaje (14 ton-f) es bastante alto. Sin embargo, es la misma conclusión a la que llega la NTE E.030 que la sustenta en función de que las estructuras van a experimentar, durante un sismo de intensidad moderada, posibles daños dentro de límites inelásticos aceptables. Esto se comprueba en el ejemplo de análisis, pues producto de la cortante basal, los tramos correspondientes a las columnas verticales e inclinadas en el primer nivel de la estructura están cerca de no cumplir con la resistencia última ($SR = 0,412$), según AISC-LRFD, con lo cual se concluye que estos tramos de columnas podrían deformarse inelásticamente durante un sismo moderado.

El MEF permite calcular indirectamente un parámetro importante contemplado en la NTE E.030: el periodo fundamental del sistema, a partir del cual se determinará la distribución espacial de la carga sísmica; aún cuando ésta es aplicada inicialmente en los apoyos. El resultado del cálculo determina un valor del periodo fundamental de 0,37 s, con lo cual se concluye que la cortante basal no se distribuirá espacialmente, pues el periodo es menor a 0,7 s. Por lo tanto, el análisis sísmico no es alterado por este parámetro.

BIBLIOGRAFÍA

- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION
2005 *Steel Construction Manual*. Décimo tercera edición. Illinois: AISC.
- AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS
2006 *ASCE/SEI 7-05 Standard. Minimum Design Loads for Buildings and other Structures*. Virginia: ASCE
- CHANDRUPATLA, Tirupathi y Ashok BELEGUNDU
1999 *Introducción al estudio del Elemento Finito en Ingeniería*. México: Prentice Hall
- CHOPRA, Anil.
2007 *Dynamics of Structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering*. New Jersey: Prentice Hall.
- COMPUTERS & STRUCTURES INC.
2009 *SAP 2000 Basic Analysis Reference Manual*. California: CSI Inc.
- INCROPERA, Frank y otros
2007 *Fundamentals of heat and mass transfer*. Sexta edición. New Jersey: John Wiley & Sons.
- MC CORMAC, Jack
2008 *Structural Steel Design*. New Jersey: Prentice Hall.
- MONROY, Manuel y Ana BOLAÑOS
2004 *Mapa de ordenadas espectrales*. Lima: s/e.
- MUÑOZ, Alejandro
2010 *Ingeniería Sismorresistente*. Lima: Fondo Editorial PUCP.
- OTTOSEN, Niels y Hans PETERSSON
1992 *Introduction to the Finite Element Method*. Hertfordshire: Prentice Hall.
- REAL ACADEMIA ESPAÑOLA (RAE)
2001 *Diccionario de la lengua española*. Vigésimo segunda edición. Madrid: Mateu Cromo.
- REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES
2009 *NTE-E.030 Diseño Sismorresistente*. Volumen 2. Lima: Fondo Editorial IGC.

REGLAMENTO NACIONAL DE EDIFICACIONES

2009 *NTE-E.020 Cargas*. Volumen 2. Lima: Fondo Editorial IGC.

WILSON, Edward

2004 *Static and Dynamic Analysis of Structures*. California: Computers and Structures, Inc.

ZAPATA BAGLIETTO, Luis.

2003 *Diseño Estructural en Acero*. Lima: s/e.

